



ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 217 (2022). С. 73–80
DOI: 10.36535/0233-6723-2022-217-73-80

УДК 519.866

АНАЛИЗ УРОВНЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ ЗАПАСОВ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИИ О ЗАТРАТАХ

© 2022 г. С. А. НИКИТИНА

Аннотация. Рассматривается применение теории нечетких множеств для анализа уровня материальных запасов предприятия. Для организации производственного процесса на предприятии создается некоторый уровень запасов, который необходимо пополнять в определенные промежутки времени. Большое количество запасов приведет к исключению из оборота и замораживанию финансовых средств. Нехватка материальных запасов приводит к перерывам в работе производства. Возникает необходимость в проведении анализа уровня запасов. Предлагается при проведении такого анализа использовать информацию о затратах, которая может носить нечеткий характер.

Ключевые слова: задача управления запасами, нечеткая информация о затратах, лингвистическая классификация.

ANALYSIS OF INVENTORY LEVELS BASED ON FUZZY COST INFORMATION

© 2022 S. A. NIKITINA

ABSTRACT. In this paper, we consider the application of the theory of fuzzy sets for the analysis of the level of material inventories of an enterprise. To organize the production process at the enterprise, a certain level of inventories is created, which must be replenished at certain intervals. A large amount of inventory leads to exclusion funds from circulation; lack of inventories leads to interruptions in production. A need of analyzing the level of inventories appears. We propose to use fuzzy cost information for performing this analysis.

Keywords and phrases: inventory management problem, fuzzy cost information, linguistic classification.

AMS Subject Classification: 93A30, 93C95

1. Введение. Задачи управления запасами относятся к задачам управления, решение которых имеет важное прикладное значение. Определение стратегии управления запасами позволяет повысить эффективность используемых ресурсов. Как правило, на действующих предприятиях такие задачи характеризуются наличием ряда параметров, создающих неопределенность.

Одним из способов учета в математической модели неопределенности — это применение вероятностных методов. Однако для их использования необходимо знать распределения неопределенных параметров, что не всегда возможно. В такой ситуации альтернативным является подход построения экономико-математических моделей, основанный на применении аппарата нечетких множеств. Отметим, что некоторые параметры складской системы в условиях неопределенности невозможно описать четко. Например, ожидаемая цена приобретения запасов может зависеть от уровня насыщения рынка, состояния отрасли, политики продвижения товаров и т. д. Затраты на

транспортировку могут зависеть от текущего состояния дороги, погодных условий, квалификации водителя и пр. Применение моделей складской системы, учитывающих нечеткость в описании параметров, может повысить качество управления такой системой.

Исследования подобных моделей уже проводились. Так, в работе [7] рассмотрена дискретная модель запасов с линейной скоростью спроса без регулярного предложения. Вводится критерий для расчета чистой прибыли, исходя из которого строится управление. В [8] представлены результаты моделирования динамики производства и заказов для системы поставок с дискретным временем. Получены оценки границ диапазона колебаний запасов при неизвестном спросе.

В [3] предложен подход для решения задачи управления запасами в дискретном случае. Записан алгоритм построения управления, которое обеспечивает удержание фазовой точки в заданном семействе множеств при любой допустимой реализации помехи. В работе [5] была рассмотрена задача удержания фазовой точки в заданном семействе множеств в дискретные моменты времени, приведены необходимые и достаточные условия возможности удержания.

В данной статье продолжается начатое ранее исследование, а именно рассматривается применение теории нечетких множеств для анализа уровня материальных запасов предприятия. Предлагается при проведении такого анализа использовать информацию о затратах, которая может носить нечеткий характер. Это позволит исследовать уровень запаса качественно. Изложенный в статье способ анализа основан на методике, разработанной в [2]. Для представления параметров модели, заданных нечеткими числами, используется понятие серой шкалы Поспелова [4].

2. Изложение метода анализа уровня материальных запасов. Построенная система анализа на основе нечеткой информации о затратах позволяет сделать вывод об уровне материальных запасов на предприятии.

Сначала введем лингвистическую переменную H — «уровень материальных запасов». Значения (термы) этой лингвистической переменной следующие:

- (1) H_1 — «очень высокий уровень материальных запасов»;
- (2) H_2 — «высокий уровень материальных запасов»;
- (3) H_3 — «средний уровень материальных запасов»;
- (4) H_4 — «низкий уровень материальных запасов»;
- (5) H_5 — «очень низкий уровень материальных запасов».

Каждый терм H_j , $j = 1, \dots, 5$, является нечетким числом, заданным на отрезке $[0; 1]$.

Будем рассматривать в качестве значений лингвистической переменной H трапециевидные нечеткие числа. Функция принадлежности такого нечеткого числа имеет вид

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{если } a \leq x \leq b; \\ 1, & \text{если } b \leq x \leq c; \\ \frac{x-d}{c-d}, & \text{если } c \leq x \leq d; \\ 0, & \text{если } x \geq d. \end{cases} \quad (1)$$

Зададим функции принадлежности для каждого терма H_j , $j = 1, \dots, 5$.

Для терма H_1 — «очень высокий уровень материальных запасов»:

$$\mu_{H_1}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,75; \\ 1 - 10(0,85 - x), & \text{если } 0,75 \leq x \leq 0,85; \\ 1, & \text{если } 0,85 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

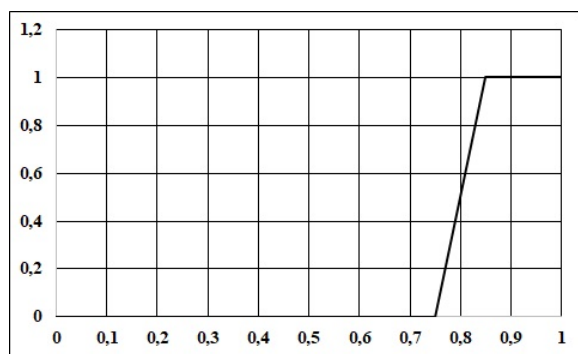


Рис. 1

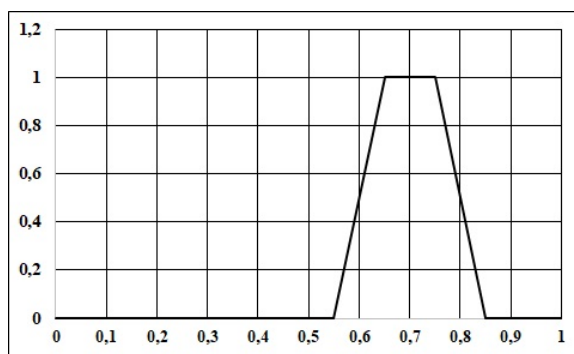


Рис. 2

Для термина H_2 — «высокий уровень материальных запасов»:

$$\mu_{H_2}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,55; \\ 1 - 10(0,65 - x), & \text{если } 0,55 \leq x \leq 0,65; \\ 1, & \text{если } 0,65 \leq x \leq 0,75; \\ 10(0,85 - x), & \text{если } 0,75 \leq x \leq 0,85; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,85. \end{cases}$$

Для термина H_3 — «средний уровень материальных запасов»:

$$\mu_{H_3}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,35; \\ 1 - 10(0,45 - x), & \text{если } 0,35 \leq x \leq 0,45; \\ 1, & \text{если } 0,45 \leq x \leq 0,55; \\ 10(0,65 - x), & \text{если } 0,55 \leq x \leq 0,65; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,65. \end{cases}$$

Для термина H_4 — «низкий уровень материальных запасов»:

$$\mu_{H_4}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,15; \\ 1 - 10(0,25 - x), & \text{если } 0,15 \leq x \leq 0,25; \\ 1, & \text{если } 0,25 \leq x \leq 0,35; \\ 10(0,45 - x), & \text{если } 0,35 \leq x \leq 0,45; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,45. \end{cases}$$

Для термина H_5 — «очень низкий уровень материальных запасов»:

$$\mu_{H_5}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 0,15; \\ 1 - 10(0,25 - x), & \text{если } 0,15 \leq x \leq 0,25; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,25. \end{cases}$$

Графики функций принадлежности $\mu_{H_1}(x)$ – $\mu_{H_5}(x)$ изображены на рис. 1–5.

Изложим теперь метод по шагам.

Шаг 1. Отобрать показатели $D_1, D_2, \dots, D_n$ деятельности складской системы предприятия, которые имеют наибольшее отношение к оценке уровня запаса. При выборе показателей нужно учитывать следующее условие (см. [2]): рост показателя должен приводить к снижению уровня запасов.

Согласно [6] на уровень запаса на складе значительное влияние оказывают затраты на хранение, на выполнение заказа (организацию) и на потери от дефицита товара. При увеличении доли

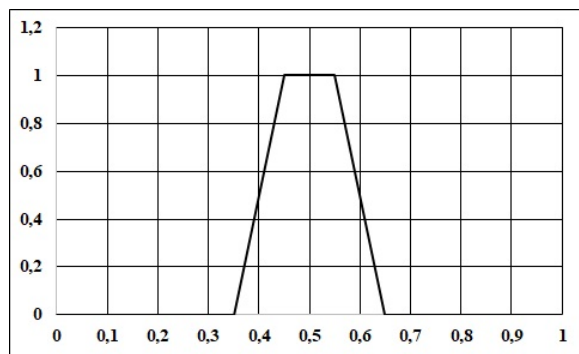


Рис. 3

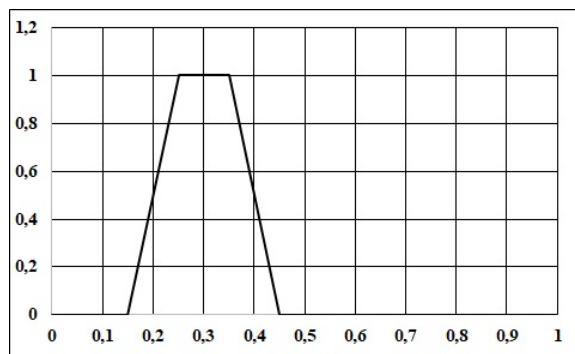


Рис. 4

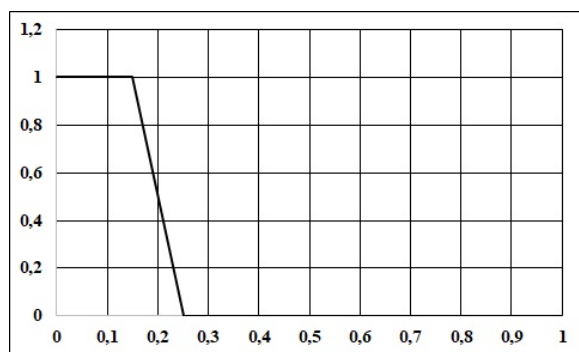


Рис. 5

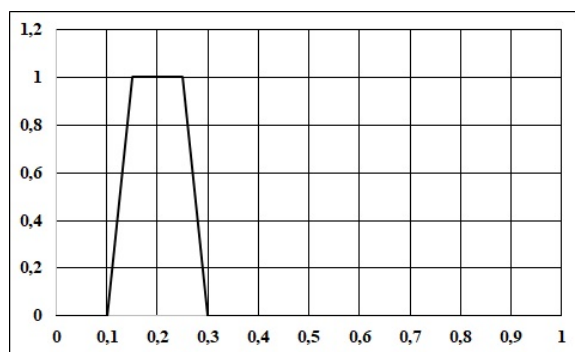


Рис. 6

указанных затрат в суммарных затратах, происходит снижение финансовых вложений в приобретение продукции. Следствием этого является уменьшение величины пополнения товаров, т.е. происходит снижение уровня материальных запасов.

В дальнейшем в качестве показателей будем рассматривать следующие:

- (1) D_1 — доля затрат на хранение;
- (2) D_2 — доля затрат на выполнение заказа;
- (3) D_3 — доля затрат на потери от дефицита.

Пусть d_i , $i = 1, \dots, 3$, — значения уровня показателя i в текущий период времени.

Шаг 2. Определить, какие из отобранных показателей являются наиболее, а какие наименее значимыми при влиянии на уровень запаса материальных ресурсов. Расположить показатели по убыванию их значимости. Присвоить показателям весовые коэффициенты ω_i , $i = 1, \dots, n$, в зависимости от их значимости.

Весовые коэффициенты можно определить по правилу Фишберна (см. [1]). Если выбранные показатели не могут быть расположены в порядке убывания их значимости, то весовые коэффициенты для них выбирают одинаковыми.

Шаг 3. Фаззифицировать выбранные показатели, т.е. ввести лингвистические переменные.

Предположим, что терм-множество этих лингвистических переменных содержит следующие значения: «очень низкий показатель», «низкий показатель», «средний показатель», «высокий показатель», «очень высокий показатель». Каждому значению лингвистической переменной необходимо сопоставить функцию принадлежности. Для этого удобно применить систему нечетких чисел трапециевидного типа, удовлетворяющую условию серой шкалы Поспелова (см. [4]). Этот шаг далее будет описан подробнее.

Шаг 4. Установить уровень принадлежности i -го показателя к j -й лингвистической классификации по результатам значений имеющихся входных параметров d_i . Обозначим этот уровень принадлежности через μ_{ij} , $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, 5$.

Шаг 5. Найти интегральный показатель уровня материальных запасов

$$h = \sum_{j=1}^5 h_j \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \mu_{ij}, \quad (2)$$

где $h_j = 0,9 - 0,2(j - 1)$ — середина промежутка носителя терма H_j , $j = 1, \dots, 5$. Из формулы (2) следует, что интегральный показатель уровня материальных запасов есть результат двумерной свёртки показателей принадлежности, с двумя системами весов — весов для показателей и весов характерных точек для заданной лингвистической классификации. Чем больше значение этого показателя, тем ниже уровень запасов.

Фаззификация выбранных показателей Для выполнения процедуры фаззификации введем следующие обозначения для значений лингвистических переменных:

- (1) Δ_{i1} — «очень низкий уровень показателя D_i »;
- (2) Δ_{i2} — «низкий уровень показателя D_i »;
- (3) Δ_{i3} — «средний уровень показателя D_i »;
- (4) Δ_{i4} — «высокий уровень показателя D_i »;
- (5) Δ_{i5} — «очень высокий уровень показателя D_i »; $i = 1, \dots, 3$.

Рассмотрим показатель D_1 — долю затрат на хранение. Как известно (см. [6]), в среднем доля затрат на хранение принимает значение 15-25% от общей суммы затрат. Отклонения от этого значения можно рассматривать как высокое или низкое значение показателя.

Запишем функции принадлежности для соответствующих термов как трапецевидные нечеткие числа.

Функция принадлежности для терма Δ_{13} — «средний уровень доли затрат на хранение»:

$$\mu_{13}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,1; \\ 20x - 2, & \text{если } 0,1 \leq x \leq 0,15; \\ 1, & \text{если } 0,15 \leq x \leq 0,25; \\ 20x - 5, & \text{если } 0,25 \leq x \leq 0,3; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,3. \end{cases}$$

График функции принадлежности $\mu_{13}(x)$ изображен на рис. 6.

Функция принадлежности для терма Δ_{12} — «низкий уровень доли затрат на хранение»:

$$\mu_{12}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,01; \\ 25x - 0,25, & \text{если } 0,01 \leq x \leq 0,05; \\ 1, & \text{если } 0,05 \leq x \leq 0,1; \\ 3 - 20x, & \text{если } 0,1 \leq x \leq 0,15; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,2. \end{cases}$$

Функция принадлежности для терма Δ_{11} — «очень низкий уровень доли затрат на хранение»:

$$\mu_{11}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 0,01; \\ 1,25 - 25x, & \text{если } 0,01 \leq x \leq 0,05; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,05. \end{cases}$$

Функция принадлежности для термина Δ_{14} — «высокий уровень доли затрат на хранение»:

$$\mu_{14}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,25; \\ 6 - 20x, & \text{если } 0,25 \leq x \leq 0,3; \\ 1, & \text{если } 0,3 \leq x \leq 0,35; \\ 8 - 20x, & \text{если } 0,35 \leq x \leq 0,4; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,4. \end{cases}$$

Функция принадлежности для термина Δ_{15} — «очень высокий уровень доли затрат на хранение»:

$$\mu_{15}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,35; \\ 20x - 7, & \text{если } 0,35 \leq x \leq 0,4; \\ 1, & \text{если } 0,4 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Рассмотрим показатель D_2 — долю затрат на выполнение заказа. В среднем доля затрат на выполнение заказа принимает значение 10-20% от общей суммы затрат (см. [6]). Для показателя D_3 — доли затрат на потери от дефицита — средние значения будут составлять 5-10% от общей суммы затрат. Отклонения от этих значений можно рассматривать как высокое или низкое значение показателя.

Функции принадлежности для соответствующих термов показателей D_2 и D_3 приведены в следующей таблице:

Терм	Функция принадлежности
Δ_{21}	$\mu_{21}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 0,01; \\ 1,5 - 50x, & \text{если } 0,01 \leq x \leq 0,03; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,03. \end{cases}$
Δ_{22}	$\mu_{22}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,01; \\ 50x - 0,5, & \text{если } 0,01 \leq x \leq 0,03; \\ 1, & \text{если } 0,03 \leq x \leq 0,05; \\ 2 - 20x, & \text{если } 0,05 \leq x \leq 0,1; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,1. \end{cases}$
Δ_{23}	$\mu_{23}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,05; \\ 20x - 1, & \text{если } 0,05 \leq x \leq 0,1; \\ 1, & \text{если } 0,1 \leq x \leq 0,2; \\ 5 - 20x, & \text{если } 0,2 \leq x \leq 0,25; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,25. \end{cases}$
Δ_{24}	$\mu_{24}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,2; \\ 20x - 4, & \text{если } 0,2 \leq x \leq 0,25; \\ 1, & \text{если } 0,25 \leq x \leq 0,3; \\ 7 - 20x, & \text{если } 0,3 \leq x \leq 0,35; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,35. \end{cases}$
Δ_{25}	$\mu_{25}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,3; \\ 20x - 6, & \text{если } 0,3 \leq x \leq 0,35; \\ 1, & \text{если } 0,35 \leq x \leq 1. \end{cases}$
Δ_{31}	$\mu_{31}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 0,005; \\ 2 - 200x, & \text{если } 0,005 \leq x \leq 0,01; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,01. \end{cases}$

Δ_{32}	$\mu_{32}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,005; \\ 200x - 1, & \text{если } 0,005 \leq x \leq 0,01; \\ 1, & \text{если } 0,01 \leq x \leq 0,03; \\ 2,5 - 50x, & \text{если } 0,03 \leq x \leq 0,05; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,05. \end{cases}$
Δ_{33}	$\mu_{33}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,03; \\ 50x - 1,5, & \text{если } 0,03 \leq x \leq 0,05; \\ 1, & \text{если } 0,05 \leq x \leq 0,15; \\ 4 - 20x, & \text{если } 0,15 \leq x \leq 0,2; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,2. \end{cases}$
Δ_{34}	$\mu_{34}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,15; \\ 20x - 3, & \text{если } 0,15 \leq x \leq 0,2; \\ 1, & \text{если } 0,2 \leq x \leq 0,25; \\ 6 - 20x, & \text{если } 0,25 \leq x \leq 0,3; \\ 0, & \text{если } x \geq 0,3. \end{cases}$
Δ_{35}	$\mu_{35}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0,25; \\ 20x - 5, & \text{если } 0,25 \leq x \leq 0,3; \\ 1, & \text{если } 0,3 \leq x \leq 1. \end{cases}$

3. Модельный пример. Пусть в текущий период времени состояние затрат предприятия характеризуется следующими значениями: $d_1 = 0,27$ — доля затрат на хранение; $d_2 = 0,29$ — доля затрат на выполнение заказа; $d_3 = 0,153$ — доля затрат на потери от дефицита. Оценим уровень материальных запасов. Определим значения функций принадлежности для этих значений показателей:

$$\begin{aligned} \mu_{11}(0,27) &= 0; & \mu_{12}(0,27) &= 0; \\ \mu_{13}(0,27) &= 20 \cdot 0,27 - 5 = 0,4; & \mu_{14}(0,27) &= 6 - 20 \cdot 0,27 = 0,6; & \mu_{15}(0,27) &= 0. \end{aligned}$$

Дальнейшие вычисления представим в таблице:

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$
$\mu_{1j}(0,27)$	0	0	0,4	0,6	0
$\mu_{2j}(0,29)$	0	0	0	1	0
$\mu_{3j}(0,153)$	0	0	0,94	0,06	0

Будем считать, что показатели являются равнозначными, поэтому весовые коэффициенты равны $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 1/3$.

Для нахождения интегрального показателя уровня материальных запасов вычислим значения середин промежутка носителя терма H_j по формуле

$$h_j = 0,9 - 0,2(j - 1).$$

Получим

$$h_1 = 0,9, \quad h_2 = 0,7, \quad h_3 = 0,5, \quad h_4 = 0,3, \quad h_5 = 0,1.$$

Расчеты согласно (2) приведены в таблице:

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$
$\mu_{1j}(0,27) \cdot \omega_1$	0	0	0,133	0,200	0
$\mu_{2j}(0,29) \cdot \omega_2$	0	0	0	0,333	0
$\mu_{3j}(0,153) \cdot \omega_3$	0	0	0,313	0,020	0
$\sum_{i=1}^3 \omega_i \cdot \mu_{ij}$	0	0	0,446	0,553	0
h_j	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1
$h_j \sum_{i=1}^3 \omega_i \cdot \mu_{ij}$	0	0	0,223	0,166	0

Значит,

$$h = \sum_{j=1}^5 h_j \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \mu_{ij} = 0,223 + 0,166 = 0,389.$$

Далее вычислим значения функций принадлежности для значений лингвистической переменной H — «уровень материальных запасов» при $h = 0,389$:

$$\mu_{H_1}(0,389) = 0; \quad \mu_{H_2}(0,389) = 0; \quad \mu_{H_3}(0,389) = 1 - 10 \cdot (0,45 - 0,389) = 0,39;$$

$$\mu_{H_4}(0,389) = 10 \cdot (0,45 - 0,389) = 0,61; \quad \mu_{H_5}(0,389) = 0.$$

На основании полученных данных можно сделать вывод о том, что уровень материальных запасов предприятия оценивается как средний или низкий. Причем состояние H_4 — «низкий уровень материальных запасов» — оценивается с большей степенью принадлежности, чем состояние H_3 — «средний уровень материальных запасов».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдулаева З. И., Недосекин А. О. Стратегический анализ инновационных рисков. — СПб: Изд-во СПбГУ, 2013.
2. Батыршин И. З., Недосекин А. О., Стецко А. А. и др. Нечеткие гибридные системы. Теория и практика. — М.: Физматлит, 2007.
3. Никитина С. А., Ухоботов В. И. Об одной задаче управления запасами при наличии помехи// Челябин. физ.-мат. ж. — 2020. — 5, № 3. — С. 306–315.
4. Поспелов Д. А. «Серые» и/или «черно-белые»// Прикл. эргономика. — 1994. — 1. — С. 29–33.
5. Ухоботов В. И., Никитина С. А. Управление дискретной динамической системой с помехой// Итоги науки техн. Сер. Совр. мат. прилож. Темат. обз. — 2019. — 168. — С. 105–113.
6. Шрайбфедер Дж. Эффективное управление запасами. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2008.
7. Wang Y., Xu L. Dynamics and control on a discrete multi-inventory system// J. Control Sci. Eng. — 2019. — 2019. — P. 1–7.
8. Yongchang W., Fangyu C., Hongwei W. Inventory and production dynamics in a discrete-time vendor-managed inventory supply chain system// Discr. Dyn. Nature Soc. — 2018. — 2018. — P. 1–15.

Никитина Светлана Анатольевна
Челябинский государственный университет
E-mail: nikitina@csu.ru