

УДК 519.854

DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-2-465-472

ТРИЛИНЕЙНАЯ ОКРЕСТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ СМОТКИ ГОРЯЧЕКАТАНОЙ ПОЛОСЫ

© А. М. Шмырин, А. Г. Ярцев, В. В. Правильникова

Рассматривается трилинейная окрестностная модель процесса формирования температуры смотки горячекатаной полосы, где в качестве параметров выступают состояние, управление и информация. Целью работы является нахождение значений компонентов модели, обеспечивающих устойчивую работу системы. Представлена методика определения состава экстремумов. Получено условие существования экстремумов, которое было проверено на конкретном примере. Высказано предположение об области, в которой невозможно с определенностью говорить об устойчивости системы. Высказана гипотеза об условии потери положения стабильного равновесия и перехода системы в новое состояние.

Ключевые слова: окрестностная система, горячекатаная полоса, отводящий рольганг, температура смотки, общее параметрическое уравнение.

1. Введение

Окрестностные модели [1, 2] являются перспективным направлением в моделировании сложных систем, т. к. отличаются гибкостью описания с помощью окрестностей структуры связей между узлами системы. Теория окрестностных систем является универсальным средством моделирования класса дискретных распределенных систем: стационарных и динамических, четких и нечетких, с линейными и нелинейными связями. Данная теория является обобщающей для многих дискретных распределенных систем, использование окрестностного подхода в прикладных задачах охватывает системы разной природы и направленности – от технических до экономических. Окрестностные модели – исключительно эффективный метод моделирования, позволяющий воспроизводить сложные зависимости.

В текущей работе рассмотрена возможность нахождения значений компонентов модели, которые обеспечивают устойчивую работу системы ускоренного охлаждения отводящего рольганга стана горячей прокатки.

Микроструктура горячекатаной стали зависит от температуры конца прокатки и температуры смотки. Для получения мелкозернистой равномерной структуры металла низкоуглеродистой стали ее прокатку необходимо заканчивать при температуре $760 - 900^\circ\text{C}$, а сматывать рулон при температуре смотки $540 - 720^\circ\text{C}$ [3, 4]. Охлаждение полосы после чистовой группы клетей осуществляется на отводящем рольганге. Отводящий рольганг стана горячей прокатки представляет собой значительный участок пути, через который проходит полоса после прокатки до моталок. Основная функция участка отводящего рольганга – охлаждение полосы от температуры прокатки до температуры, приемлемой для смотки. Сверху и снизу полосы, движущейся на рольганге, установлены бачки с водой для охлаждения. Бачки объединены в полусекции – минимальные управляемые устройства для охлаждения. Система состоит из 40 секций (80 полусекций) охлаждения полосы. Вода душирует поверхность полосы через ряд трубок, установленных по ширине бачка. Для управления последовательным включением и выключением бачков на стане установлена автоматизированная система управления душирующей установкой.

2. Идентификация

Рассмотрим реализацию методики построения трилинейной окрестностной модели на примере сложного распределенного объекта — технологического процесса ускоренного охлаждения горячекатаной полосы на широкополосном стане горячей прокатки.

В общей форме трилинейная окрестностная модель имеет вид:

$$\begin{aligned} & \sum_{\alpha \in O_x[a]} w_x[a, \alpha] X[\alpha] + \sum_{\beta \in O_v[a]} w_v[a, \beta] V[\beta] + \sum_{\gamma \in O_y[a]} w_y[a, \gamma] Y[\gamma] + \\ & + \sum_{\substack{\alpha \in O_x[a] \\ \beta \in O_v[a]}} w_{xv}[a, \alpha, \beta] X[\alpha] V[\beta] + \sum_{\substack{\alpha \in O_x[a] \\ \gamma \in O_y[a]}} w_{xy}[a, \alpha, \gamma] X[\alpha] Y[\gamma] + \\ & + \sum_{\substack{\beta \in O_v[a] \\ \gamma \in O_y[a]}} w_{vy}[a, \beta, \gamma] V[\beta] Y[\gamma] + \sum_{\substack{\alpha \in O_x[a] \\ \beta \in O_v[a] \\ \gamma \in O_y[a]}} w_{xvy}[a, \alpha, \beta, \gamma] X[\alpha] V[\beta] Y[\gamma] \end{aligned} \quad (1)$$

где $X[a] \in R^n$, $V[a] \in R^m$, $Y[a] \in R^l$ – состояние, управление и информация в узле системы; $w_x[a, \alpha] \in R^{c \times n}$, $w_v[a, \beta] \in R^{c \times m}$, $w_y[a, \gamma] \in R^{c \times l}$, $w_{xy}[a, \alpha, \gamma] \in R^{c \times n \times l}$, $w_{xv}[a, \alpha, \beta] \in R^{c \times n \times m}$, $w_{vy}[a, \beta, \gamma] \in R^{c \times m \times l}$, $w_{xvy}[a, \alpha, \beta, \gamma] \in R^{c \times n \times m \times l}$ – матрицы-параметры; $O_x[a]$, $O_v[a]$, $O_y[a]$ – окрестности узла a по состоянию, управлению и информации соответственно; $a, \alpha, \beta, \gamma \in A$, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ – конечное множество узлов системы.

Модель (1) с подробной записью принимает вид:

$$\left\{ \begin{aligned} & w_x[1, 1]x[1] + w_x[1, 2]x[2] + w_v[1, 1]v[1] + w_v[1, 2]v[2] + \\ & + w_y[1, 1]y[1] + w_{xv}[1, 1, 1]x[1]v[1] + w_{xv}[1, 1, 2]x[1]v[2] + \\ & + w_{xv}[1, 2, 1]x[2]v[1] + w_{xv}[1, 2, 2]x[2]v[2] + w_{xy}[1, 1, 1]x[1]y[1] + \\ & + w_{xy}[1, 2, 1]x[2]y[1] + w_{vy}[1, 1, 1]v[1]y[1] + w_{vy}[1, 2, 1]v[2]y[1] + \\ & + w_{xvy}[1, 1, 1, 1]x[1]v[1]y[1] + w_{xvy}[1, 1, 2, 1]x[1]v[2]y[1] + \\ & + w_{xvy}[1, 2, 1, 1]x[2]v[1]y[1] + w_{xvy}[1, 2, 2, 1]x[2]v[2]y[1] = 0; \\ & w_x[2, 1]x[1] + w_x[2, 2]x[2] + w_x[2, 3]x[3] + w_v[2, 1]v[1] + \\ & + w_v[2, 2]v[2] + w_v[2, 3]v[3] + w_y[2, 2]y[2] + w_{xv}[2, 1, 1]x[1]v[1] + \\ & + w_{xv}[2, 1, 2]x[1]v[2] + w_{xv}[2, 1, 3]x[1]v[3] + w_{xv}[2, 2, 1]x[2]v[1] + \\ & + w_{xv}[2, 2, 2]x[2]v[2] + w_{xv}[2, 2, 3]x[2]v[3] + w_{xv}[2, 3, 1]x[3]v[1] + \\ & + w_{xv}[2, 3, 2]x[3]v[2] + w_{xv}[2, 3, 3]x[3]v[3] + w_{xy}[2, 1, 2]x[1]y[2] + \\ & + w_{xy}[2, 2, 2]x[2]y[2] + w_{xy}[2, 3, 2]x[3]y[2] + \\ & + w_{vy}[2, 1, 2]v[1]y[2] + w_{vy}[2, 2, 2]v[2]y[2] + w_{vy}[2, 3, 2]v[3]y[2] + \\ & + w_{xvy}[2, 1, 1, 2]x[1]v[1]y[2] + w_{xvy}[2, 1, 2, 2]x[1]v[2]y[2] + \\ & + w_{xvy}[2, 1, 3, 2]x[1]v[3]y[2] + w_{xvy}[2, 2, 1, 2]x[2]v[1]y[2] + \\ & + w_{xvy}[2, 2, 2, 2]x[2]v[2]y[2] + w_{xvy}[2, 2, 3, 2]x[2]v[3]y[2] + \\ & + w_{xvy}[2, 3, 1, 2]x[3]v[1]y[2] + w_{xvy}[2, 3, 2, 2]x[3]v[2]y[2] + \\ & + w_{xvy}[2, 3, 3, 2]x[3]v[3]y[2] = 0; \\ & w_x[3, 2]x[2] + w_x[3, 3]x[3] + w_v[3, 2]v[2] + w_v[3, 3]v[3] + \\ & + w_y[3, 3]y[3] + w_{xv}[3, 2, 2]x[2]v[2] + w_{xv}[3, 2, 3]x[2]v[3] + \\ & + w_{xv}[3, 3, 2]x[3]v[2] + w_{xv}[3, 3, 3]x[3]v[3] + \\ & + w_{xy}[3, 2, 3]x[2]y[3] + w_{xy}[3, 3, 3]x[3]y[3] + \\ & + w_{vy}[3, 2, 3]v[2]y[3] + w_{vy}[3, 3, 3]v[3]y[3] + \\ & + w_{xvy}[3, 2, 2, 3]x[2]v[2]y[3] + w_{xvy}[3, 2, 3, 3]x[2]v[3]y[3] + \\ & + w_{xvy}[3, 3, 2, 2]x[3]v[2]y[3] + w_{xvy}[3, 3, 3, 3]x[3]v[3]y[3] = 0. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Для модели были выделены существенные компоненты состояния x , управления v и третьего параметра, в качестве которого может быть принята информация y (табл. 1).

Таблица 1.

Компоненты состояния, управления и информации.

$x[1]$	Температура смотки для первой зоны участка полосы, °C
$x[2]$	Температура смотки для второй зоны участка полосы, °C
$x[3]$	Температура смотки для третьей зоны участка полосы, °C
$v[1]$	Количество включенных полусекций охлаждения водой для первой зоны участка полосы, шт.
$v[2]$	Количество включенных полусекций охлаждения водой для второй зоны участка полосы, шт.
$v[3]$	Количество включенных полусекций охлаждения водой для третьей зоны участка полосы, шт.
$y[1]$	Температура охлаждающей воды, °C
$y[2]$	Температура охлаждающей воды, °C
$y[3]$	Температура охлаждающей воды, °C

Зададим значения компонентов состояния, управления и информации и проведем идентификацию трилинейной окрестной модели по разработанным ранее алгоритмам [2].

Значения состояния в соответствии с технологическими параметрами (рис. 1):

$$x[1] = 587 \text{ } ^\circ\text{C}; x[2] = 573 \text{ } ^\circ\text{C}; x[3] = 587 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

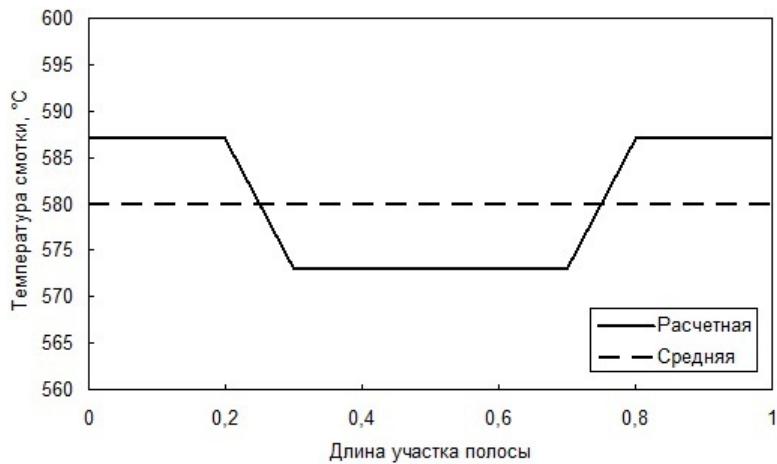


Рис. 1: Пример распределения температуры смотки по зонам участка полосы

Значения управления в соответствии с технологическими параметрами:

$$v[1] = 15 \text{ шт.}; v[2] = 28 \text{ шт.}; v[3] = 18 \text{ шт.}$$

Значения информации в соответствии с технологическими параметрами: $y[1] = y[2] = y[3] = 40 \text{ } ^\circ\text{C}$. В связи с разным порядком входных данных производим их нормализацию по формуле:

$$x' = \frac{x - \bar{x}}{\sigma},$$

где x – нормализуемое значение, \bar{x} – среднее арифметическое, σ – среднеквадратическое отклонение значений.

После нормализации получаем:

$$x[1] = 0,70711; x[2] = -1,41421; x[3] = 0,70711;$$

$$v[1] = -0,95962; v[2] = 1,37945; v[3] = -0,41983;$$

$$y[1] = y[2] = y[3] = 1.$$

Примем, что $w_y[1, 1] = w_y[2, 2] = w_y[3, 3] = 1$. В результате идентификации получаем:

$$\begin{aligned}
w_x[1,1] &= -0,029; & w_x[1,2] &= 0,057; & w_v[1,1] &= 0,039; \\
w_v[1,2] &= -0,056; & w_{xv}[1,1,1] &= 0,027; & w_{xv}[1,1,2] &= -0,039; \\
w_{xv}[1,2,1] &= -0,055; & w_{xv}[1,2,2] &= 0,079; & w_{xy}[1,1,1] &= -0,029; \\
w_{xy}[1,2,1] &= 0,057; & w_{vy}[1,1,1] &= 0,039; & w_{vy}[1,2,1] &= -0,056; \\
w_{xvy}[1,1,1,1] &= 0,027; & w_{xvy}[1,1,2,1] &= -0,039; & w_{xvy}[1,2,1,1] &= -0,055; \\
w_{xvy}[1,2,2,1] &= 0,079; & w_x[2,1] &= -0,024; & w_x[2,2] &= 0,047; \\
w_x[2,3] &= -0,024; & w_v[2,1] &= 0,032; & w_v[2,2] &= -0,046; \\
w_v[2,3] &= 0,014; & w_{xv}[2,1,1] &= 0,023; & w_{xv}[2,1,2] &= -0,033; \\
w_{xv}[2,1,3] &= 0,009896; & w_{xv}[2,2,1] &= -0,045; & w_{xv}[2,2,2] &= -0,065; \\
w_{xv}[2,2,3] &= -0,02; & w_{xv}[2,3,1] &= 0,023; & w_{xv}[2,3,2] &= -0,033; \\
w_{xv}[2,3,3] &= 0,009896; & w_{xy}[2,1,2] &= -0,024; & w_{xy}[2,2,2] &= 0,047; \\
w_{xy}[2,3,2] &= -0,024; & w_{vy}[2,1,2] &= 0,032; & w_{vy}[2,2,2] &= -0,046; \\
w_{vy}[2,3,2] &= 0,014; & w_{xvy}[2,1,1,2] &= 0,023; & w_{xvy}[2,1,2,2] &= -0,033; \\
w_{xvy}[2,1,3,2] &= 0,009896; & w_{xvy}[2,2,1,2] &= -0,045; & w_{xvy}[2,2,2,2] &= 0,065; \\
w_{xvy}[2,2,3,2] &= -0,02; & w_{xvy}[2,3,1,2] &= 0,023; & w_{xvy}[2,3,2,2] &= -0,033; \\
w_{xvy}[2,3,3,2] &= 0,009893; & w_x[3,2] &= 0,072; & w_x[3,3] &= -0,036; \\
w_v[3,2] &= -0,071; & w_v[3,3] &= 0,021; & w_{xv}[3,2,2] &= 0,1; \\
w_{xv}[3,2,3] &= -0,03; & w_{xv}[3,3,2] &= -0,05; & w_{xv}[3,3,3] &= 0,015; \\
w_{xy}[3,2,3] &= 0,072; & w_{xy}[3,3,3] &= -0,036; & w_{vy}[3,2,3] &= -0,071; \\
w_{vy}[3,3,3] &= 0,021; & w_{xvy}[3,2,2,3] &= 0,1; & w_{xvy}[3,2,3,3] &= -0,03; \\
w_{xvy}[3,3,2,3] &= -0,05; & w_{xvy}[3,3,3,3] &= 0,015.
\end{aligned}$$

3. Параметрическое представление

Выразим окрестностные переменные x , v и y через параметрическую переменную U . В качестве примера возьмем представление компонента управления v . Укажем границы допустимых значений компонента управления третьего узла:

$$v_{min} = 0; v_{max} = 80.$$

Примем, что значение U изменяется от U_1 до U_2 , которые взяты константами.

Таблица 2

Пример параметрического представления компонента v

U	v	v нормализ.
-1000	0	-3,65854
-900	4	-2,93882
-800	8	-2,21911
-700	12	-1,4994
-600	16	-0,77969
-500	20	-0,05998
-400	24	0,659736
-300	28	1,379448
-200	32	2,099161
-100	36	2,818873
0	40	3,538585
100	44	4,258297
200	48	4,978009
300	52	5,697721
400	56	6,417434
500	60	7,137146
600	64	7,856858
700	68	8,57657
800	72	9,296282
900	76	10,01599
1000	80	10,73571

Линейные зависимости представлены ниже:

$$x[1] = x[3] = 0.0015U + 1.1617; x[2] = 0.0015U - 1.8688;$$

$$v[1] = v[2] = v[3] = 0.0072U + 3.5386;$$

$$y[1] = y[2] = y[3] = 0.0005U + 1;$$

Подставляя приведенные зависимости в систему (1) и, складывая уравнения, получаем общее параметрическое уравнение окрестностной модели:

$$Z = -0.00285 \cdot U + 1.11056 \cdot 10^{-7} \cdot U^2 + 2.5266 \cdot 10^{-10} \cdot U^3 - 0.0259 \quad (3)$$

4. Условие наличия экстремумов

По аналогии с (3) рассмотрим функцию

$$V_{a,b}(x) = x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x \quad (4)$$

первая и вторая производные которой имеют вид:

$$\frac{dV}{dx} = 3x^2 + 2ax + b \quad (5)$$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 6x + 2a \quad (6)$$

Исключая x из уравнений (6) и (7), получим уравнение параболы (рис. 2):

$$b = \frac{1}{3}a^2 \quad (7)$$

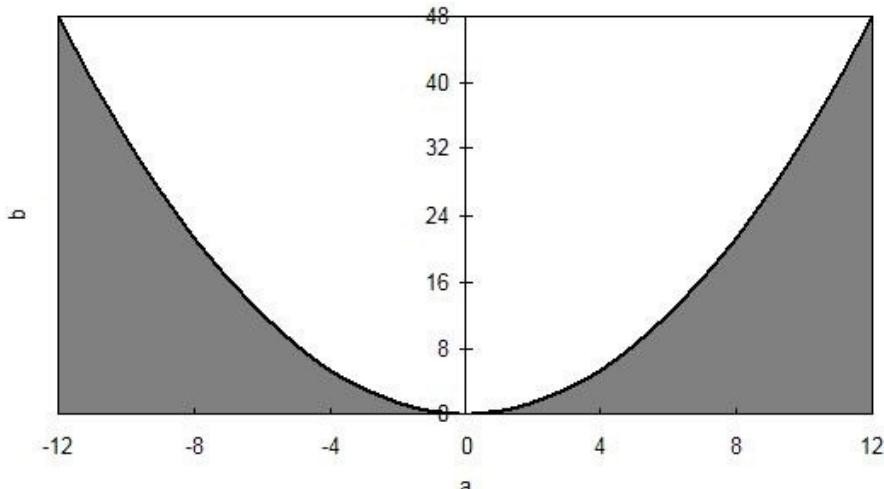


Рис. 2: Поверхность параболы $b = \frac{1}{3}a^2$

Определим вид экстремумов выражения (4) в зависимости от условия (7). Для этого найдем критические точки, решив уравнение (5).

$$D = (2a)^2 - 4 \cdot 3 \cdot b = 4a^2 - 12b;$$

$$U_{1,2} = \frac{-2a}{2 \cdot 3} \pm \frac{\sqrt{4a^2 - 12b}}{2 \cdot 3}.$$

Далее возможны два варианта развития событий:

1) при условии $b > \frac{1}{3}a^2$, $\sqrt{4a^2 - 12b} < 0$ – действительных корней нет, т. е. нет критических точек;

2) при условии $b < \frac{1}{3}a^2$, $\sqrt{4a^2 - 12b} > 0$, т. е. имеются критические точки:

$$U_{1,2} = \frac{-1}{3}a \pm \frac{1}{3}\sqrt{a^2 - 3b}$$

Определим характер критических точек, подставив их значения в уравнение (6):

$$U_1 = \frac{-1}{3}a + \frac{1}{3}\sqrt{a^2 - 3b},$$

$$6U + 2a = 6\left[\frac{-1}{3}a + \frac{1}{3}\sqrt{a^2 - 3b}\right] + 2a = -2a + 2\sqrt{a^2 - 3b} + 2a = 2\sqrt{a^2 - 3b} > 0,$$

– критическая точка U_1 является точкой минимума;

$$U_1 = \frac{-1}{3}a - \frac{1}{3}\sqrt{a^2 - 3b},$$

$$6U + 2a = 6\left[\frac{-1}{3}a - \frac{1}{3}\sqrt{a^2 - 3b}\right] + 2a = -2a - 2\sqrt{a^2 - 3b} + 2a = -2\sqrt{a^2 - 3b} < 0,$$

– критическая точка U_2 является точкой максимума.

Таким образом, при условии $b < \frac{1}{3}a^2$ (темная зона на рис. 2), функция (4) имеет две критические точки типа минимум и максимум, а при $b > \frac{1}{3}a^2$ (светлая зона на рис. 2) критических точек нет.

5. Результаты

Приведем общее параметрическое уравнение (3) к стандартному виду:

$$Z = U^3 + 439.547U^2 - 1.13 \cdot 10^{-7} - 1.025 \cdot 10^8 \quad (8)$$

Выполняется условие $b < \frac{1}{3}a^2$, т.е. $-1.13 \cdot 10^{-7} < \frac{1}{3}(439.547)^2$. Поэтому функция (8) имеет одну точку минимума $U = 1799,7$ и одну точку максимума $U = -2092,8$. При обратном переходе от параметрической переменной к окрестностным, подставляя значения U , соответствующие минимуму и максимуму, значения x , v и y выходят за пределы допустимых значений. Это означает, что при работе в положениях стабильного (минимум) или нестабильного (максимум) равновесия получаем нарушение технологии.

Подстановка найденных значений параметров в уравнения указывает некоторое отклонение от правой части. Минимизация же модуля общего параметрического уравнения (3) приводит к отклонению $6,4 \cdot 10^{-9}$.

При этом получаем точку минимума $U = -9.07$, которой соответствуют окрестностные переменные $x[1] = x[3] = 590^\circ$ С, $x[2] = 570^\circ$ С, $\bar{v} = 40$ шт., $y[1] = y[2] = y[3] = 39,8^\circ$ С, где $\bar{v} = 0.25v[1] + 0.5v[2] + 0.25v[3]$ – среднее по длине участка полосы количество включенных полусекций охлаждения водой.

При работе системы при значениях параметров, отличных от точек экстремума, система находится в области, в которой невозможно с определенностью говорить об устойчивости системы. При такой работе могут изменяться значения коэффициентов общего параметрического уравнения, что влечет за собой риск возникновения обратного условия $b > \frac{1}{3}a^2$, что, в

соответствии с [5], говорит о потере положения равновесия и возможности перехода системы в новое состояние.

6. Заключение

В работе получена математическая трилинейная окрестностная модель процесса формирования температуры смотки горячекатаной полосы, представлена методика определения состава экстремумов по коэффициентам функции. Предложена гипотеза об областях устойчивости системы. Разработанная математическая окрестностная модель может учитывать и другие технологические параметры процесса прокатки и химического состава стали.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shmyrin A. M., Sedykh I. A*. Identification and Control Algorithms of Functioning for Neighborhood Systems Based on Petri Nets // Automation and Remote Control. 2010. V. 71. Issue 6. P. 1265–1274.
2. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырина О.А. Билинейные окрестностные системы: монография. Липецк: ЛГТУ, 2006.
3. Коновалов Ю.В. Справочник прокатчика. Книга 1. Производство горячекатанных листов и полос. М.: Теплотехник, 2008.
4. Mukhin U.A., Soloviev V.N., Makarov E.V. Improving of Low-Carbon Hot-Rolled Strips Production at the High Acceleration Rolling // New Technologies and Achievements in Metallurgy and Materials Engineering: a collective monograph. Czestochowa. 2012. P. 423–427.
5. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф: В 2-х книгах. Кн. 1. Пер. с англ. М.: Мир, 1984.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа поддержанна грантом РФФИ (код проекта 16-07-00854 а).

Поступила в редакцию 21 марта 2016 г.

Шмырин Анатолий Михайлович, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, e-mail: amsh@lipetsk.ru

Ярцев Алексей Геннадьевич, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация, магистрант физико-технологического факультета, e-mail: yartsevlekha@mail.ru

Правильникова Валерия Владимировна, Липецкий государственный технический университет», г. Липецк, Российская Федерация, ассистент кафедры высшей математики, e-mail: pravilnik@mail.ru

UDC 519.854

DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-2-465-472

TRILINEAR NEIGHBORHOOD MODEL OF THE PROCESS OF FORMING THE TEMPERATURE OF HOT-ROLLED STRIP COILING

© A. M. Shmyrin, A. G. Yartsev, V. V. Pravilnikova

The trilinear neighborhood model of the process of forming the temperature of hot-rolled strip coiling where the parameters are a state, control and information is considered. The purpose of the work is to find the values of the components of the model ensuring steady functioning of the system. The technique of defining the structure of the extrema is presented. The existence condition for extrema is received and checked on a concrete example. The suggestion about the area in which it is impossible to speak with definiteness about stability of the system is made. The hypothesis about a condition of the stable balance loss and of the transition of system to a new state is proposed.

Key words: neighborhood system, hot-rolled strip, run-off table, coiling temperature, general parametric equation.

ACKNOWLEDGEMENTS: This research was supported by the Russian Fund for Basic Research, project code 16-07-00854 a.

REFERENCES

1. *Shmyrin A. M., Sedykh I.* A Identification and Control Algorithms of Functioning for Neighborhood Systems Based on Petri Nets // Automation and Remote Control. 2010. V. 71. Issue 6. P. 1265–1274.
2. *Blyumin S.L., Shmyrin A.M., Shmyrina O.A.* Bilineynye okrestnostnyie sistemy: monografiya. Lipetsk: LGTU, 2006.
3. *Konovalov Yu. V.* Spravochnik prokatchika. Kniga 1. Proizvodstvo goryachekatannyih listov i polos. M.: Teplotehnik, 2008.
4. *Mukhin U.A., Soloviev V.N., Makarov E. V.* Improving of Low-Carbon Hot-Rolled Strips Production at the High Acceleration Rolling // New Technologies and Achievements in Metallurgy and Materials Engineering: a collective monograph. Czestochowa. 2012. P. 423–427.
5. *Gilmor R.* Prikladnaya teoriya katastrof: V 2-h knigah. Kn. 1. Per. s angl. M.: Mir, 1984.

Received 21 March 2016.

Shmyrin Anatoliy Mihaylovich, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, the Russian Federation, Doctor of Techniques, Professor, the Head of the Higher Mathematics Department, e-mail: amsh@lipetsk.ru

Yartsev Aleksey Gennadevich, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, the Russian Federation, Master program student, Faculty of Physics and Technology, e-mail: yartsevlekh@mail.ru

Pravilnikova Valeriya Vladimirovna, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, the Russian Federation, Lecturer of the Higher Mathematics Department, e-mail: pravilnik@mail.ru