

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-547-554

УДК 515.124.2 + 517.988.5

О МНОЖЕСТВАХ МЕТРИЧЕСКОЙ РЕГУЛЯРНОСТИ ОТОБРАЖЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ С ВЕКТОРНОЗНАЧНОЙ МЕТРИКОЙ

© Е. А. Плужникова¹⁾, Т.В. Жуковская²⁾, Ю. А. Моисеев¹⁾

¹⁾ ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина»
392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33

E-mail: pluznikova_elena@mail.ru, aaaum@yandex.ru

²⁾ ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»
392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Советская, 106

E-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

Аннотация. Рассмотрены пространства с векторнозначной метрикой, значениями которой являются элементы конуса линейного нормированного пространства. Сформулировано понятие множества метрической регулярности отображения в пространствах с векторнозначной метрикой. Получено утверждение об устойчивости множества метрической регулярности заданного отображения при его липшицевых возмущениях в пространствах с векторнозначной метрикой.

Ключевые слова: нелинейное отображение; пространство с векторнозначной метрикой; множество метрической регулярности

Введение

Накрывающие (регулярные) отображения метрических пространств исследованы в работах Е. Р. Авакова, А. В. Арутюнова, Б. Д. Гельмана, Л. М. Грейвса, А. В. Дмитриука, А. Д. Иоффе, А. А. Милютина, Б. С. Мордуховича, Н. П. Осмоловского, А. Удерзо и других авторов. В связи с приложениями к системам уравнений (в том числе к крайним задачам и задачам управления) в работах [1–3] предложено и исследовано понятие векторно накрывающего (регулярного) отображения. В [4–7] это понятие распространено на многозначные отображения, действующие в пространствах с векторнозначной метрикой. В настоящей работе продолжены эти исследования. Определено понятие множества метрической регулярности отображения, действующего в пространствах с векторнозначной метрикой, и исследована его устойчивость к липшицевым возмущениям.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 17-51-12064, 18-01-00106, 18-31-00227).

1. Основные понятия

Пусть задано непустое множество $\mathcal{X}$ и линейное нормированное пространство E , в котором выделен некоторый замкнутый выпуклый конус E_+ . Конус задает порядок в E , то есть для любых элементов $r_1, r_2 \in E$ выполнено неравенство $r_1 \leq r_2$ тогда и только тогда, когда $r_2 - r_1 \in E_+$.

Векторнозначной метрикой (см., например, [2, с. 89]) называют отображение $\mathcal{P}_{\mathcal{X}} : \mathcal{X}^2 \rightarrow E_+$, обладающее свойствами «обычной» метрики, то есть:

- 1) равенство $\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, u) = 0$ выполнено тогда и только тогда, когда $x = u$;
- 2) для любых $x, u \in \mathcal{X}$ справедливо $\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, u) = \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(u, x)$;
- 3) для любых $x, u, v \in \mathcal{X}$ имеет место неравенство $\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, u) \leq \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, v) + \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(v, u)$.

Построенное таким образом пространство $(\mathcal{X}, \mathcal{P}_{\mathcal{X}})$ называют *пространством с векторнозначной метрикой*.

Для пространств с векторнозначной метрикой можно сформулировать аналоги определений некоторых понятий, известных для метрических пространств (см. [5, с. 1975]).

Приведем некоторые из таких понятий, используемых в данной статье. *Замкнутым шаром* с центром в некоторой точке $u \in \mathcal{X}$ радиуса $r \in E_+$ в $\mathcal{X} \doteq (\mathcal{X}, \mathcal{P}_{\mathcal{X}})$ называют множество $B_{\mathcal{X}}(u, r) \doteq \{x \in \mathcal{X} : \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, u) \leq r\}$. Сходимость в $\mathcal{X}$ определяется естественным образом. Пусть даны последовательность $\{x_n\} \subset \mathcal{X}$ и элемент $x \in \mathcal{X}$. Под сходимостью $x_n \rightarrow x$ при $n \rightarrow \infty$ в $\mathcal{X}$ понимается сходимость $\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x) \rightarrow 0$ в E , то есть $\|\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x)\|_E \rightarrow 0$. Множество $U \subset \mathcal{X}$ *замкнуто*, если для любой сходящейся последовательности его элементов $\{x_n\} \subset U$, $x_n \rightarrow x$ выполнено $x \in U$. Заметим, что замкнутый шар $B_{\mathcal{X}}(u, r)$ будет замкнутым множеством в $\mathcal{X}$. Последовательность $\{x_n\} \subset \mathcal{X}$ называют *фундаментальной*, если

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \quad \forall n > N \quad \forall m > N \quad \|\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x_m)\|_E < \varepsilon.$$

Пространство $\mathcal{X}$ называется *полным*, если любая фундаментальная последовательность в нем сходится.

Пусть E, M — некоторые линейные нормированные пространства с заданными замкнутыми выпуклыми конусами E_+, M_+ ; $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ — пространства с векторнозначными метриками $\mathcal{P}_{\mathcal{X}} : \mathcal{X}^2 \rightarrow E_+, \mathcal{P}_{\mathcal{Y}} : \mathcal{Y}^2 \rightarrow M_+$. Отображение $F : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ называется *непрерывным в точке $x_0 \in \mathcal{X}$* , если из $x \rightarrow x_0$ следует, что $F(x) \rightarrow F(x_0)$. В пространстве $\mathcal{L}(M, E)$ линейных ограниченных операторов $F : M \rightarrow E$ определим множество положительных операторов

$$\mathcal{L}(M, E)_+ \doteq \{F : M \rightarrow E \mid F(M_+) \subset E_+\}.$$

Множество $\mathcal{L}(M, E)_+$ является замкнутым выпуклым конусом в пространстве $\mathcal{L}(M, E)$. Обозначим $I_E : E \rightarrow E$ — тождественный оператор. Заметим, $I_E \in \mathcal{L}(E, E)_+$.

О п р е д е л е н и е 1. Пусть задано отображение $K \in \mathcal{L}(M, E)_+$. Множеством *K-метрической регулярности* отображения $F : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ будем называть множество

$$\mathfrak{M}_K(F) = \left\{ (x_0, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \mid \exists x \in \mathcal{X} : F(x) = y, \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, x_0) \leq K \mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y, F(x_0)) \right\}.$$

Пример 1. Рассмотрим пространство $\mathbb{R}$ действительных чисел с «обычной скалярной» метрикой $\rho : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $\rho(u, v) = |u - v|$, $u, v \in \mathbb{R}$. Пусть $K : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ — тождественный оператор, то есть $K = 1$. Множеством 1-метрической регулярности отображения $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$ является

$$\mathfrak{M}_1(F) = \{(x_0, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : |x_0| \geq \frac{1}{2}, y \geq \frac{1}{4}\}.$$

Для формулировки основного результата напомним понятие липшицевости отображений в пространствах с векторнозначной метрикой (см., например, [2, с. 90]).

Определение 2. Отображение $G : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ называют *липшицевым с операторным коэффициентом* $Q \in \mathcal{L}(E, M)_+$ или *Q -липшицевым (относительно векторнозначных метрик)*, если для любых $u, x \in \mathcal{X}$ выполнено $\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(G(u), G(x)) \leq Q \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(u, x)$.

Отметим, что для отображений метрических пространств определение 2 означает «обычную липшицевость».

2. Основные результаты

Рассмотрим задачу об устойчивости множества метрической регулярности отображения при его липшицевых возмущениях.

Пусть задано отображение $\Psi : \mathcal{X}^2 \rightarrow \mathcal{Y}$ и при любом $x \in \mathcal{X}$ известно множество метрической регулярности отображения $\Psi(\cdot, x)$. Нас интересует множество метрической регулярности отображения

$$F : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}, \quad F(x) = \Psi(x, x). \quad (1)$$

Теорема 1. Пусть пространство $(\mathcal{X}, \mathcal{P}_{\mathcal{X}})$ является полным, а пространство M — банаховым. Пусть заданы элементы $x_0 \in \mathcal{X}$, $y \in \mathcal{Y}$ и отображения $K \in \mathcal{L}(M, E)_+$, $Q \in \mathcal{L}(E, M)_+$. Определим $r \doteq K(I_M - QK)^{-1}\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y, \Psi(x_0, x_0))$. Пусть для любого $x \in B_{\mathcal{X}}(x_0, r)$ выполнены следующие условия:

- (i) имеет место включение $(x, y) \in \mathfrak{M}_K(\Psi(\cdot, x))$;
- (ii) отображение $\Psi(x, \cdot) : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ является Q -липшицевым (относительно векторнозначных метрик);
- (iii) отображение $\Psi(\cdot, x) : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ непрерывно в точке x ;
- (iv) для спектрального радиуса линейного ограниченного положительного оператора $QK \in \mathcal{L}(M, M)_+$ имеет место оценка $sr(QK) < 1$.

Тогда $(x_0, y) \in \mathfrak{M}_K(F)$, где F определено соотношением (1).

Доказательство. В силу определения 1 надо показать, что существует $x \in \mathcal{X}$ такой, что $F(x) = y$ и имеет место оценка

$$\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, x_0) \leq K \mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y, F(x_0)). \quad (2)$$

Докажем это.

Из условия теоремы (iv) следует существование линейного ограниченного оператора $(I_M - QK)^{-1} : M \rightarrow M$ и его представление в виде (см., например, [8, с. 116])

$$(I_M - QK)^{-1} = I_M + QK + (QK)^2 + \dots$$

Так как $QK \in \mathcal{L}(M, M)_+$, то при любом $n = 0, 1, 2, \dots$ выполнено

$$(I_M - QK)^{-1} \geq I_M + QK + \dots + (QK)^n.$$

Для произвольного $u_0 \in X$ построим итерационную последовательность $\{x_n\} \subset \mathcal{X}$ следующим образом.

Положим $x_0 = u_0$, определим $\Psi(x_0, x_0)$. В силу предположения (i) существует такой $x_1 \in B_{\mathcal{X}}(x_0, r)$, что

$$\Psi(x_1, x_0) = y, \quad \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_1, x_0) \leq K\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(x_0, x_0), \Psi(x_1, x_0)) = K\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(u_0, u_0), \Psi(x_1, u_0)).$$

Определим $\Psi(x_1, x_1)$. Вследствие предположения (ii) выполнено неравенство

$$\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(x_1, x_1), \Psi(x_1, x_0)) \leq Q\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_1, x_0).$$

Далее, снова в силу предположения (i) существует такой $x_2 \in B_{\mathcal{X}}(x_0, r)$, что

$$\Psi(x_2, x_1) = y, \quad \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_2, x_1) \leq K\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(x_1, x_1), \Psi(x_2, x_1)).$$

Отсюда, учитывая предыдущие выкладки, получаем

$$\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_2, x_1) \leq K\rho_{\mathcal{Y}}(\Psi(x_1, x_1), y) \leq KQ\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_1, x_0) \leq KQK\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(u_0, u_0), \Psi(x_1, u_0)).$$

Повторяя подобные рассуждения, на каждом n -м шаге ($n = 1, 2, \dots$) будем определять элемент $x_n \in B_{\mathcal{X}}(x_0, r)$, удовлетворяющий соотношениям:

$$\Psi(x_n, x_{n-1}) = y, \quad \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x_{n-1}) \leq K(QK)^{n-1}\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(u_0, u_0), \Psi(x_1, u_0)).$$

Построенная последовательность является фундаментальной в $\mathcal{X}$. Действительно, из оценки (iv) следует сходимость $\|(QK)^n\|_{\mathcal{L}(M, M)} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Таким образом

$$\begin{aligned} \forall j = 1, 2, \dots \quad \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_{n+j}, x_n) &\leq K(QK)^n(I_M + \dots + (QK)^{j-1})\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(u_0, u_0), \Psi(x_1, u_0)) \leq \\ &\leq K(QK)^n(I_M - QK)^{-1}\rho_{\mathcal{Y}}(\Psi(u_0, u_0), \Psi(x_1, u_0)) \rightarrow 0 \quad \text{при } n \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Вследствие полноты $\mathcal{X}$ последовательность $\{x_n\}$ сходится. Пусть $x_n \rightarrow x$. Покажем, что элемент $x \in \mathcal{X}$ удовлетворяет условию (2).

Из соотношений $\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(x, x_n), \Psi(x, x)) = \mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(x, x_{n-1}), \Psi(x, x)) \leq Q\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_{n-1}, x)$ следует сходимость $\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(x, x_n), \Psi(x, x)) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Таким образом, вследствие условия (iii) имеем $\Psi(x, x) = y$. Для доказательства теоремы остается заметить, что неравенство $\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, x_0) \leq K\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y, \Psi(x_0, x_0))$ следует из оценки

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x_0) &\leq K(I_M + \dots + (QK)^{n-1})\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(u_0, u_0), \Psi(x_1, u_0)) \leq \\ &\leq K(I_M - QK)^{-1}\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(u_0, u_0), \Psi(x_1, u_0)). \end{aligned}$$

□

Из приведенного доказательства теоремы 1 следует, что условия (ii) и (iii) можно ослабить следующим образом.

З а м е ч а н и е 1. В условии теоремы 1 требование (ii) Q -липшицевости (относительно векторнозначных метрик) отображения $\Psi(x, \cdot) : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ можно заменить условием:

$$\forall x, u \in B_{\mathcal{X}}(x_0, r) \quad \mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(\Psi(x, x), \Psi(x, u)) \leq Q \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x, u).$$

З а м е ч а н и е 2. В условии теоремы 1 требование (iii) непрерывности в точке x отображения $\Psi(\cdot, x) : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ можно заменить условием:

$$\forall x \in B_{\mathcal{X}}(x_0, r), \forall \{x_n\} \subset B_{\mathcal{X}}(x_0, r) : x_n \rightarrow x \Rightarrow \Psi(x_n, x) \rightarrow \Psi(x, x).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуковский Е.С. О точках совпадения векторных отображений // Известия высших учебных заведений. Математика. 2016. № 10. С. 14-28.
2. Плужникова Е.А. Накрывающие отображения в пространствах с векторнозначной метрикой // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2016. Т. 21. Вып. 1. С. 88-95. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-1-88-95.
3. Арутюнов А.В., Жуковский С.Е. Точки совпадения отображений в пространствах с векторнозначной метрикой и их приложения к дифференциальным уравнениям и управляемым системам // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 11. С. 1473-1481.
4. Жуковский Е.С. О точках совпадения многозначных векторных отображений метрических пространств // Математические заметки. 2016. Т. 100. № 3. С. 344-362.
5. Жуковский Е.С., Плужникова Е.А. Многозначные накрывающие отображения пространств с векторнозначной метрикой в исследовании функциональных включений // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2016. Т. 21. Вып. 6. С. 1974-1982. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-1974-1982.
6. Плужникова Е.А., Моисеев Ю.А., Репин А.А. О точках совпадения двух многозначных отображений в пространствах с векторнозначной метрикой // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2017. Т. 22. Вып. 6-1. С. 1309-1313. DOI: 10.20310/1810-0198-2017-22-6-1309-1313.
7. Жуковский Е.С., Панасенко Е.А. О неподвижных точках многозначных отображений в пространствах с векторнозначной метрикой // Труды Института математики и механики Уральского отделения РАН. 2018. Т. 24. № 1. С. 93-105.
8. Крейн С.Г. Функциональный анализ. М., 1972. 544 с.

Поступила в редакцию 10 апреля 2018 г.

Прошла рецензирование 17 мая 2018 г.

Принята в печать 19 июня 2018 г.

Конфликт интересов отсутствует.

Плужникова Елена Александровна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры функционального анализа, e-mail: pluznikova_elena@mail.ru

Жуковская Татьяна Владимировна, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, e-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

Моисеев Юрий Анатольевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра функционального анализа, e-mail: aaaum@yandex.ru

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-547-554

ON SETS OF METRIC REGULARITY OF MAPPINGS IN SPACES
WITH VECTOR-VALUED METRICE. A. Pluzhnikova¹⁾, T. V. Zhukovskaya²⁾, Yu. A. Moiseev¹⁾

¹⁾ Tambov State University named after G.R. Derzhavin
33 Internatsionalnaya st., Tambov 392000, Russian Federation
E-mail: pluzhnikova_elena@mail.ru, aaaum@yandex.ru

²⁾ Tambov State Technical University
106 Sovetskaya St., Tambov 392000, Russian Federation
E-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

Abstract. Spaces with vector-valued metric are considered. The values of a vector-valued metric are elements of a cone in some linear normed space. The concept of the set of metric regularity for mapping in spaces with vector-valued metric is formulated. A statement on the stability of the set of metric regularity of a given mapping for its Lipschitz perturbations in spaces with vector-valued metric is obtained.

Keywords: nonlinear mapping; space with vector-valued metric; the set of metric regularity

REFERENCES

1. Zhukovskiy E.S. O tochkakh sovpadeniya vektornykh otobrazheniy [On coincidence points for vector mappings]. *Izvestiya vysshihkh uchebnykh zavedeniy. Matematika – Russian Mathematics*, 2016, no. 10, pp. 14-28. (In Russian).
2. Pluzhnikova E.A. Nakryvayushchiye otobrazheniya v prostranstvakh s vektornoznachnoy metrikoy [Covering mappings in the spaces with vector-valued metrics]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2016, vol. 21, no. 1, pp. 88-95. (In Russian). DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-1-88-95.
3. Arutyunov A.V., Zhukovskiy S.E. Tochki sovpadeniya otobrazheniy v prostranstvakh s vektornoznachnoy metrikoy i ikh prilozheniya k differentsial'nym uravneniyam i upravlyayemyim sistemam [The coincidence points of mappings in spaces with a vectorvalued metric and their applications to differential equations and control systems]. *Differentsial'nye uravneniya – Differential Equations*, 2017, vol. 53, no. 11, pp. 1473-1481. (In Russian).
4. Zhukovskiy E.S. O tochkakh sovpadeniya mnogoznachnykh vektornykh otobrazheniy metri-cheskikh prostranstv [On Coincidence Points of Multivalued Vector Mappings of Metric Spaces]. *Matematicheskie zametki – Mathematical Notes*, 2016, vol. 100, no. 3, pp. 344-362. (In Russian).
5. Zhukovskiy E.S., Pluzhnikova E.A. Mnogoznachnyye nakryvayushchiye otobrazheniya prost-ranstv s vektornoznachnoy metrikoy v issledovanii funktsional'nykh vklyucheniy [Multi-valued co-vering mappings in spaces with vector-valued metrics in research of functional inclusions]. *Vestnik*

The work is partially supported by the Russian Fund for Basic Research (projects №№ 17-51-12064, 18-01-00106, 18-31-00227).

Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences, 2016, vol. 21, no. 6, pp. 1974-1982. (In Russian). DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-1974-1982.

6. Pluzhnikova E.A., Moiseev Y.A., Repin A.A. O tochkakh sovpadeniya dvukh mnogoznachnykh otobrazheniy v prostranstvakh s vektornoznachnoy metrikoy [On coincidence points of two multi-valued mappings in spaces with vector-valued metrics]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2017, vol. 22, no. 6-1, pp. 1309-1313. (In Russian). DOI: 10.20310/1810-0198-2017-22-6-1309-1313.

7. Zhukovskiy E.S., Panasenko E.A. O nepodvizhnykh tochkakh mnogoznachnykh otobrazheniy v prostranstvakh s vektornoznachnoy metrikoy [On fixed points of multivalued mappings in spaces with a vector-valued metric]. *Trudy Instituta matematiki i mekhaniki Ural'skogo otdeleniya RAN – Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics*, 2018, vol. 24, no. 1, pp. 93-105.

8. Crane S. *Funktsional'nyy analiz* [Functional Analysis]. Moscow, 1972, 544 p. (In Russian).

Received 10 April 2018

Reviewed 17 May 2018

Accepted for press 19 June 2018

There is no conflict of interests.

Pluzhnikova Elena Aleksandrovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, the Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Functional Analysis Department, e-mail: pluzhnikova_elena@mail.ru

Zhukovskaya Tatyana Vladimirovna, Tambov State Technical University, Tambov, the Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Further Mathematics Department, e-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

Moiseev Yuriy Anatol'evich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, the Russian Federation, Post-Graduate Student, Functional Analysis Department, e-mail: aaaum@yandex.ru

For citation: Pluzhnikova E.A., Zhukovskaya T.V., Moiseev Yu.A. On sets of metric regularity of mappings in spaces with vector-valued metric. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 123, pp. 547–554. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-547-554 (In Russian, Abstr. in Engl.).