*ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА, ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2023, том 513, с. 108–114*

## МАТЕМАТИКА

*УДК 51-77+314.82*

# ПРИНЦИП ДИНАМИЧЕСКОГО БАЛАНСА ДЕМОГРАФИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА И ПРЕДЕЛЫ РОСТА НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ



**В. В. Захаров[1,*]**

Представлено академиком РАН Д.А. Новиковым
Поступило 11.05.2023 г.
После доработки 26.09.2023 г.
Принято к публикации 25.10.2023 г.

В статье предложена новая модель динамики роста населения Земли, включающая в себя дискретные уравнения динамики процентных приростов интегральных объемов притока и оттока и балансовое уравнение численности населения. Сформулированы принцип динамического баланса демографического процесса и условие интервальной динамической согласованности, основанной на этом принципе. Приводится тестовый пример прогнозирования роста населения Земли в период с 2011 по 2021 г., демонстрирующий возможность построения линейных динамических трендов процентного прироста интегрального объема умерших людей, динамически согласованных с соответствующими интервалами статистики интегральных объемов родившихся детей более ранних периодов. На основе предложенной модели построен прогноз роста численности населения Земли после 2021 г., предполагающий, что к 2050 г. численность населения достигнет значения 9.466 млрд, а в 2063 г. выйдет на максимальный уровень 9.651 млрд, после чего численность населения Земли начнет снижаться и в 2100 г. составит 8.670 млрд.

*Ключевые слова:* рост населения Земли, балансовое уравнение, принцип динамического баланса, прогнозирование

**DOI:** 10.31857/S2686954323600301, **EDN:** GXYUWN

В октябре 2022 г. Организация объединенных наций объявила, что 15 ноября 2022 г. численность населения Земли превысит 8 млрд человек, в 2037 г. преодолеет отметку 9 млрд, а в 2058 приблизится к уровню в 10 млрд человек [1]. Отдел народонаселения ООН публикует обзоры “Мировые демографические перспективы (World Population Prospects)” начиная с 1951 г. [2] и постоянно их обновляет с учетом новых данных и предположений, предлагает сценарии будущей динамики рождаемости, смертности и международной миграции, прогнозы численности населения Земли до 2100 г., основанные на используемой в ООН методологии. Основной подход этой методологии, лежащий в основе демографических оценок и прогнозов, является тем же самым, что и в более ранних редакциях: CCMPP – cohort-component method for projecting population. Это, пожалуй, самый популярный сегодня метод прогнозирования среди демографов, который также используется и Отделом народонаселения после его уточнения в 1963 г. [3]. Проблемы роста населения планеты были представлены в известном докладе Римскому клубу по проекту о затруднительном положении человечества (Project on the Predicament of Mankind) [4], который широко известен как “Пределы роста”. Хейнц фон Фёрстер в своей статье [5] сформулировал Закон гиперболического роста численности населения Земли и представил прогноз наступления “Судного дня” 13 ноября 2026 г., при приближении к которому численность населения Земли должна устремиться в бесконечность.

Народонаселение Земли как совокупность всех людей, живущих в данное время на Земле, представляет собой сложную систему, на эволюцию которой влияют многочисленные факторы. В этой системе можно выделить динамические процессы притока и оттока. Объемы притока и оттока в значительной степени определяют динамику изменения численности населения. Динамические процессы притока и оттока исследуются не только в демографии, но и в таких областях научной и практической деятельности, как математическое моделирование в иммунологии, важнейший вклад в которую внесли научные труды академика Г.И. Марчука и его учеников [6, 7], моделирование распространения инфекционных заболеваний [8, 9] и др. Важной особенностью

[1]*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*
[*]*E-mail: v.zaharov@spbu.ru*

динамики процессов притока и оттока, на наш взгляд, является свойство сбалансированности интегральных объемов притока и оттока. Значительный вклад в разработку системного подхода к исследованию динамики роста населения Земли внесли сформулированные в статье академика С.П. Капицы [10] основы феноменологической теории роста. В этой модели введен специальный параметр $\tau$, названный макроскопическим параметром феноменологии и призванный ограничить скорость роста численности населения в окрестности предельной точки роста, указанной Фёрстером. Модель Капицы со значением $\tau$, равным 42 г., как и модель, использованная ООН для прогноза динамики численности населения Земли, достаточно точно (около 99%) прогнозируют рост численности населения Земли до 2005 г., однако уже прогноз на 2010 г. демонстрирует точность лишь около 92% (см. табл. 3 в статье [10]). Первый долгосрочный прогноз роста населения был представлен ООН в 1992 г. [11]. Он определил следующие значения численности населения: 2025 г. – 8.5 млрд, 2050 – 10 млрд, 2075 – 10.8 млрд, 2100 – 11.2 млрд, 2125 – 11.4 млрд, 2150 – 11.5 млрд. В обзоре [12] 2022 г. представлены следующие прогнозы: 2022 – 7.942 млрд, 2030 – 8.512 млрд, 2050 – 9.687 млрд.

В соответствии с информацией ООН [2], имеем временные ряды численности населения $N(t)$, количества родившихся детей $B(t)$ и умерших людей $D(t)$. Эти ряды описывают ежегодные значения численности населения (количество людей в системе Народонаселение Земли) и ежегодные объемы притока в систему и оттока из нее. Миграционные потоки, как в систему, так и из нее, в модели народонаселения Земли полагаются равными нулю. Начальный 1950 г. имеющейся статистики обозначим через $t_0$, конечный на данный момент времени 2021 г. – Т. При этом для любого значения $t$ указанного промежутка выполнены неравенства $B(t) > 0$ и $D(t) > 0$. Рассмотрим возрастающие относительно $t$ функции

$$IntB(t_0,t) = \sum_{\tau=t_0}^{t} B(\tau),$$

$$IntD(t_0,t) = \sum_{\tau=t_0}^{t} D(\tau),$$

где

- $IntB(t_0,t)$ – интегральный объем притока в систему на промежутке времени от $t_0$ до $t$,
- $IntDNM(t_0,t)$ – интегральный объем оттока из системы на промежутке времени от $t_0$ до $t$.

Полученные временные ряды $IntB(t_0,t)$ и $IntD(t_0,t)$, $t = t_0, t_0+1, \ldots, T$ представляют собой интегральную форму временных рядов $B(t)$ и $D(t)$. Будем их в дальнейшем называть *интегральными рядами* рождаемости и смертности. Заметим, что $IntB(t_0,t_0) = B(t_0)$ и $IntD(t_0,t_0) = D(t_0)$, $B(t) = IntB(t_0,t) - IntB(t_0, t-1)$ и $D(t) = IntD(t_0,t) - IntD(t_0, t-1)$.

Балансовое уравнение демографического процесса [3] без учета миграции запишем в следующем виде

$$N(t) = N(t_0) + IntB(t_0,t) - IntD(t_0,t), \quad t > t_0, \quad (1)$$

где $N(t)$ есть значение численности населения Земли на 1 января года $t$ или, что практически то же самое, на 31 декабря предыдущего года $t-1$.

Обозначим через $r_B(t)$ – процентный прирост интегрального объема притока в систему, вычисляемый по формуле

$$r_B(t) = 100\frac{IntB(t_0,t) - IntB(t_0,t-1)}{IntB(t_0,t-1)}, \quad t > t_0,$$

а через $r_D(t)$ – процентный прирост интегрального объема оттока из системы

$$r_D(t) = 100\frac{IntD(t_0,t) - IntD(t_0,t-1)}{IntD(t_0,t-1)}, \quad t > t_0.$$

Рассмотрим систему дискретных уравнений с параметрами $r_B(t)$ и $r_D(t)$ при $t > t_0$

$$IntB(t_0,t) = \left(1 + \frac{r_B(t)}{100}\right) IntB(t_0,t-1), \quad (2)$$

$$IntD(t_0,t) = \left(1 + \frac{r_D(t)}{100}\right) IntD(t_0,t-1), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} N(t) = N(t_0) &+ \left(1 + \frac{r_B(t)}{100}\right) IntB(t_0,t-1) - \\ &- \left(1 + \frac{r_D(t)}{100}\right) IntD(t_0,t-1). \end{aligned} \quad (4)$$

Обратим внимание на то, что для любого года $t$, начиная с 1951 г., найдется такое $\tau < t$, при котором значение $IntD(t_0,t)$ превосходит значения $IntB(t_0,\tau)$ (см. табл. 1). Например, интегральный объем оттока в 1951 г. (0.097 млрд) больше интегрального объема притока в 1950 г. (0.092 млрд).

Можно также заметить, что интегральный объем оттока в 2000 г. (2.487 млрд) больше интегрального объема притока в 1971 г. (2.393 млрд), но меньше интегрального объема притока в 1972 г. (2.516 млрд). Такое свойство интегральных объемов оттока и притока будем называть их *интервальной динамической сбалансированностью*. Можно сказать, что в нашем примере интегральный объем оттока в 2000 г. сбалансирован с интервалом прошлых значений интегральных объемов притока, зафиксированных в статистике на 28 и 29 лет раньше.

**Таблица 1.** Динамика численности населения, интегральных рядов и процентных приростов по данным ООН с 1950 по 2021 г.

| Год | $N(t)$ (млрд) | $IntB(t)$ (млрд) | $r_B(t)$ | $IntD(t)$ (млрд) | $r_D(t)$ | Год | $N(t)$ (млрд) | $IntB(t)$ (млрд) | $r_B(t)$ | $IntD(t)$ (млрд) | $r_D(t)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1950 | 2.520 | 0.092 | – | 0.049 | – | 1986 | 4.995 | 4.295 | 3.33% | 1.778 | 2.80% |
| 1951 | 2.565 | 0.185 | 100.82% | 0.097 | 99.44% | 1987 | 5.087 | 4.436 | 3.27% | 1.826 | 2.74% |
| 1952 | 2.615 | 0.283 | 52.78% | 0.145 | 48.97% | 1988 | 5.178 | 4.576 | 3.16% | 1.876 | 2.70% |
| 1953 | 2.665 | 0.380 | 34.53% | 0.192 | 32.77% | 1989 | 5.270 | 4.717 | 3.09% | 1.925 | 2.62% |
| 1954 | 2.719 | 0.480 | 26.40% | 0.240 | 24.42% | 1990 | 5.363 | 4.859 | 3.02% | 1.974 | 2.58% |
| 1955 | 2.773 | 0.582 | 21.19% | 0.287 | 19.61% | 1991 | 5.450 | 5.000 | 2.83% | 2.024 | 2.54% |
| 1956 | 2.829 | 0.684 | 17.49% | 0.333 | 16.34% | 1992 | 5.535 | 5.132 | 2.72% | 2.075 | 2.48% |
| 1957 | 2.887 | 0.790 | 15.49% | 0.380 | 14.19% | 1993 | 5.619 | 5.267 | 2.62% | 2.125 | 2.45% |
| 1958 | 2.945 | 0.894 | 13.23% | 0.427 | 12.30% | 1994 | 5.702 | 5.401 | 2.55% | 2.177 | 2.42% |
| 1959 | 2.996 | 1.000 | 11.39% | 0.479 | 12.01% | 1995 | 5.784 | 5.535 | 2.47% | 2.228 | 2.36% |
| 1960 | 3.043 | 1.100 | 10.26% | 0.534 | 11.49% | 1996 | 5.866 | 5.668 | 2.40% | 2.280 | 2.31% |
| 1961 | 3.094 | 1.200 | 9.19% | 0.584 | 9.37% | 1997 | 5.947 | 5.801 | 2.34% | 2.331 | 2.26% |
| 1962 | 3.160 | 1.311 | 9.34% | 0.630 | 7.95% | 1998 | 6.028 | 5.933 | 2.28% | 2.383 | 2.22% |
| 1963 | 3.232 | 1.432 | 9.13% | 0.677 | 7.50% | 1999 | 6.108 | 6.065 | 2.23% | 2.435 | 2.18% |
| 1964 | 3.302 | 1.549 | 8.20% | 0.724 | 6.95% | 2000 | 6.190 | 6.199 | 2.21% | 2.487 | 2.14% |
| 1965 | 3.372 | 1.667 | 7.61% | 0.773 | 6.69% | 2001 | 6.272 | 6.333 | 2.16% | 2.539 | 2.09% |
| 1966 | 3.441 | 1.784 | 7.03% | 0.821 | 6.22% | 2002 | 6.353 | 6.467 | 2.12% | 2.592 | 2.07% |
| 1967 | 3.501 | 1.901 | 6.55% | 0.869 | 5.84% | 2003 | 6.435 | 6.601 | 2.08% | 2.645 | 2.04% |
| 1968 | 3.584 | 2.023 | 6.40% | 0.911 | 5.52% | 2004 | 6.517 | 6.737 | 2.05% | 2.697 | 2.00% |
| 1969 | 3.576 | 2.145 | 6.04% | 0.965 | 5.26% | 2005 | 6.600 | 6.873 | 2.02% | 2.751 | 1.97% |
| 1970 | 3.733 | 2.269 | 5.79% | 1.013 | 5.03% | 2006 | 6.683 | 7.009 | 1.99% | 2.804 | 1.93% |
| 1971 | 3.807 | 2.393 | 5.45% | 1.063 | 4.90% | 2007 | 6.769 | 7.148 | 1.98% | 2.857 | 1.90% |
| 1972 | 3.882 | 2.516 | 5.15% | 1.111 | 4.51% | 2008 | 6.855 | 7.288 | 1.96% | 2.911 | 1.89% |
| 1973 | 3.958 | 2.640 | 4.90% | 1.159 | 4.29% | 2009 | 6.942 | 7.429 | 1.94% | 2.965 | 1.85% |
| 1974 | 4.033 | 2.762 | 4.64% | 1.206 | 4.10% | 2010 | 7.029 | 7.571 | 1.91% | 3.019 | 1.83% |
| 1975 | 4.106 | 2.882 | 4.36% | 1.254 | 3.95% | 2011 | 7.117 | 7.713 | 1.88% | 3.074 | 1.80% |
| 1976 | 4.180 | 3.003 | 4.19% | 1.301 | 3.78% | 2012 | 7.206 | 7.857 | 1.87% | 3.129 | 1.78% |
| 1977 | 4.252 | 3.124 | 4.00% | 1.348 | 3.59% | 2013 | 7.295 | 8.001 | 1.83% | 3.184 | 1.76% |
| 1978 | 4.327 | 3.244 | 3.89% | 1.395 | 3.48% | 2014 | 7.383 | 8.144 | 1.80% | 3.239 | 1.73% |
| 1979 | 4.404 | 3.368 | 3.83% | 1.442 | 3.36% | 2015 | 7.470 | 8.287 | 1.75% | 3.295 | 1.73% |
| 1980 | 4.484 | 3.495 | 3.76% | 1.489 | 3.28% | 2016 | 7.557 | 8.430 | 1.73% | 3.351 | 1.71% |
| 1981 | 4.566 | 3.624 | 3.70% | 1.537 | 3.18% | 2017 | 7.643 | 8.573 | 1.69% | 3.408 | 1.70% |
| 1982 | 4.650 | 3.757 | 3.66% | 1.584 | 3.10% | 2018 | 7.725 | 8.712 | 1.63% | 3.465 | 1.68% |
| 1983 | 4.733 | 3.888 | 3.49% | 1.632 | 3.04% | 2019 | 7.805 | 8.850 | 1.58% | 3.523 | 1.67% |
| 1984 | 4.818 | 4.021 | 3.43% | 1.681 | 2.96% | 2020 | 7.877 | 8.986 | 1.53% | 3.586 | 1.79% |
| 1985 | 4.905 | 4.157 | 3.37% | 1.729 | 2.90% | 2021 | 7.942 | 9.120 | 1.49% | 3.656 | 1.93% |

Рассмотрим следующую задачу целочисленного программирования при фиксированном $t = 1951, 1952, \ldots, 2021$. Найти

$$\min_{t_0 < \tau \le t} \tau, \tag{5}$$

при условии

$$IntB(t_0, \tau) \ge IntD(t_0, t). \tag{6}$$

Учитывая монотонное возрастание функций $IntB(t_0, t)$ и $IntD(t_0, t)$ и справедливость для любого $t$ неравенства $IntB(t_0, t) > IntD(t_0, t)$, задача (5)–(6) имеет единственное решение. Это решение обозначим $\tau(t)$.

**Таблица 2.** Прогнозируемые параметры и демографические показатели для периода с 2011 по 2021 г. по данным статистики до 2011 г.

| Год | $\tilde{N}(t)$ (млрд) | $\tilde{r}_B(t)$ | $Int\tilde{B}(t)$ (млрд) | $\tilde{r}_D(t)$ | $Int\tilde{D}(t)$ (млрд) | Точность (%) прогноза $\tilde{N}(t)$ | $\tilde{\theta}(t)$ | $\tilde{\theta}(t, \tilde{r}_D(.))$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2011 | 7.116 | 1.87% | 7.712 | 1.81% | 3.074 | 99.99% | 34 | 34 |
| 2012 | 7.202 | 1.83% | 7.853 | 1.78% | 3.129 | 99.94% | 34 | 34 |
| 2013 | 7.287 | 1.79% | 7.993 | 1.76% | 3.184 | 99.90% | 35 | 35 |
| 2014 | 7.372 | 1.75% | 8.133 | 1.73% | 3.239 | 99.85% | 35 | 35 |
| 2015 | 7.455 | 1.71% | 8.272 | 1.71% | 3.294 | 99.80% | 36 | 36 |
| 2016 | 7.538 | 1.67% | 8.410 | 1.68% | 3.350 | 99.74% | 36 | 37 |
| 2017 | 7.619 | 1.63% | 8.546 | 1.66% | 3.405 | 99.69% | 37 | 37 |
| 2018 | 7.699 | 1.59% | 8.682 | 1.63% | 3.461 | 99.66% | 37 | 38 |
| 2019 | 7.778 | 1.55% | 8.816 | 1.61% | 3.516 | 99.65% | 38 | 38 |
| 2020 | 7.877 | 1.53% | 8.986 | 1.79% | 3.586 | 99.99% | 38 | 39 |
| 2021 | 7.942 | 1.49% | 9.120 | 1.93% | 3.656 | 99.94% | 39 | 39 |

**Таблица 3.** Прогноз численности населения Земли с 2022 до 2100 г.

| Год | $\tilde{N}(t)$ (млрд) | $\tilde{r}_B(t)$ | $Int\tilde{B}(t)$ (млрд) | $\tilde{r}_D(t)$ | $Int\tilde{D}(t)$ (млрд) | $\tilde{\theta}(t)$ | $\tilde{\theta}(t, \tilde{r}_D(.))$ | $\tilde{\theta}(t, \tilde{r}_D(.)) - \tilde{\theta}(t)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2022 | 8.005 | 1.46% | 9.253 | 1.92% | 3.726 | 40 | 40 | 0 |
| 2023 | 8.066 | 1.43% | 9.385 | 1.91% | 3.797 | 40 | 40 | 0 |
| 2024 | 8.127 | 1.40% | 9.517 | 1.86% | 3.868 | 41 | 41 | 0 |
| 2025 | 8.187 | 1.37% | 9.647 | 1.81% | 3.938 | 41 | 41 | 0 |
| 2030 | 8.483 | 1.22% | 10.281 | 1.56% | 4.276 | 44 | 44 | 0 |
| 2033 | 8.655 | 1.13% | 10.643 | 1.41% | 4.466 | 45 | 45 | 0 |
| 2035 | 8.767 | 1.07% | 10.876 | 1.31% | 4.587 | 47 | 47 | 0 |
| 2040 | 9.038 | 0.92% | 11.420 | 1.06% | 4.860 | 49 | 49 | 0 |
| 2041 | 9.090 | 0.89% | 11.522 | 1.03% | 4.910 | 50 | 50 | 0 |
| 2042 | 9.140 | 0.86% | 11.621 | 1.00% | 4.959 | 51 | 51 | 0 |
| 2045 | 9.280 | 0.77% | 11.902 | 0.92% | 5.101 | 53 | 53 | 0 |
| 2050 | 9.466 | 0.62% | 12.313 | 0.82% | 5.324 | 55 | 56 | 0 |
| 2060 | 9.648 | 0.32% | 12.886 | 0.62% | 5.716 | 60 | 63 | 3 |
| 2061 | 9.6510 | 0.29% | 12.924 | 0.60% | 5.750 | 61 | 64 | 3 |
| 2062 | 9.6512 | 0.26% | 12.958 | 0.58% | 5.784 | 61 | 65 | 4 |
| 2064 | 9.6506 | 0.25% | 12.990 | 0.56% | 5.816 | 62 | 65 | 3 |
| 2100 | 8.670 | 0.18% | 14.000 | 0.38% | 6.910 | – | – | – |

**Теорема 1** ***(принцип динамического баланса демографического процесса).*** *Предположим, что для любого* $t > t_0$ *справедливо неравенство* $IntB(t) > IntD(t)$. *Пусть* $\tau(t)$ *есть решение задачи* (5)–(6) *при* $t > t_0$. *Тогда для любого года* $t > t_0$ *выполняется следующее условие интервальной согласованности, выраженное неравенством*

$$IntB(\tau(t)) \geq IntD(t) \geq IntB(\tau(t)-1). \qquad (7)$$

*Доказательство.* Имеем, что для любого года $t > t_0$ выполнено неравенство (6), т.е. $IntB(\tau(t)) \geq IntD(t)$. А поскольку $\tau(t)$ есть минимальное значение задачи (5)–(6), то очевидно выполнено и неравенство $IntD(t) \geq IntB(\tau(t)-1)$. Теорема доказана. □

Будем называть функцию $\theta(t) = t - \tau(t)$ *характеристикой динамического баланса* демографического процесса. Обращает на себя внимание тот факт, что значения характеристики динамического баланса $\theta(t)$, вычисленные с использований найденных решений $\tau(t)$ задачи (5)–(6), возрастают (за редким исключением) на единицу каждые два года, начиная с 1963 г. То есть в 1963 и 1964 гг. ее значение равно 7, в 1965 и 1966 гг. – 8, в 1967 и 1968 – 9, и так далее. Систему дискретных уравнений (2)–(4) с параметрами $r_B(t)$, $r_D(t)$ совместно неравенством (7), будем называть балансовой моделью роста населения Земли.

Анализ ежегодных значений рождаемости и смертности в период с 1950 по 2021 г. показывает, что годовые значения рождаемости $B(t)$ и смертности $D(t)$ на разных промежутках то возрастают, то убывают, однако, для всех значений $t$ рождаемость превышает смертность. Для интегральных значений объемов притока и оттока выполняется неравенство $IntB(t_0,t) > IntD(t_0,t)$. При этом процентный прирост интегрального объема притока $r_B(t)$ монотонно убывает. То же до 2019 г. демонстрирует и процентный прирост интегрального объема оттока $r_D(t)$, за исключением 2020 и 2021 г., когда он возрастает с уровня 1.67% в 2019 г. до уровня 1.93% в 2021 г. Последнее обстоятельство, очевидно, является следствием пандемии COVID-19.

Рассмотрим тестовый пример построения прогноза с 2011 по 2021 г. по данным статистики до 2010 г. Для выбора прогнозных значений параметров $r_B(t)$ и $r_D(t)$ мы используем подход, успешно зарекомендовавший себя при прогнозировании значений процентного прироста общего количества заболевших в период пандемии COVID-19, подробно рассмотренный в статьях [8, 9]. Анализируя динамику уменьшения процентных приростов интегральных рядов рождаемости и смертности в табл. 1, следует обратить внимание на то что, начиная с 1970 г., продолжительность периода снижения этих показателей на 1% по сравнению с текущими значениями возрастает. Например, $r_B(t)$ с уровня 6.04% в 1969 г. снижается до уровня 4.9% в 1973 г. за четыре года, а от отметки 4.9% до уровня 4% уже за пять лет, с уровня 4% до уровня 3.02% – за 13 лет, а с уровня 3.02% до уровня 1.99% – за 16 лет. С учетом этих наблюдений прогноз процентного прироста интегрального объема притока в систему, основанный на данных статистики с 1950 до 2010 г., можно построить, предположив, что его снижение с уровня 1.91% в 2010 г. до уровня на 1 процент меньше может продолжаться примерно от 22 до 28 лет. Если взять в качестве оценки продолжительности такого снижения 25 лет, то равномерно убывающий тренд прогнозируемых значений прироста интегрального объема притока можно представить в виде

$$\tilde{r}_B(t) = r_B(2010) - 0.04(t-2010), \qquad (8)$$

а с учетом аналогичных рассуждений равномерно убывающий тренд значений процентного прироста интегрального объема оттока в виде

$$\tilde{r}_D(t) = r_D(2010) - 0.025(t-2010). \qquad (9)$$

Вычисленные при использовании формул (8) и (9) значения процентных приростов $\tilde{r}_B(t)$, $\tilde{r}_D(t)$ подставим в уравнения системы (2)–(4) и получим прогнозные траектории интегрального объема притока $Int\tilde{B}(t)$, интегрального объема оттока $Int\tilde{D}(t)$ и численности населения Земли $\tilde{N}(t)$ промежутке от 2011 до 2021 г. Полученные при такой подстановке значения внесены в табл. 2.

В предпоследний столбец табл. 2 внесены прогнозные значения характеристики динамического баланса с учетом наблюдения о возрастании ее значений на единицу каждые два года. Значения характеристики динамического баланса $\tilde{\theta}(t,\tilde{r}_D(.))$ в предпоследнем столбце табл. 2 вычислены при решении задачи (5)–(6), в которой использованы прогнозируемые значения интегральных объемов оттока $Int\tilde{r}_D(t)$, полученные при использовании тренда (9). Заметим, что значения $\tilde{\theta}(t)$ и $\tilde{\theta}(t,\tilde{r}_D(.))$ в последнем и предпоследнем столбцах почти совпадают. Оценка точности прогноза численности населения в год $t$, выраженная в процентах, вычисляется по формуле

$$\text{Точность} = \left(1 - \frac{|N(t) - \tilde{N}(t)|}{N(t)}\right)100\%.$$

Отметим, что точность прогнозирования численности населения Земли, указанная в столбце 7 табл. 2, практически равна 100%.

Прогнозы численности населения Земли, процентных приростов интегральных объемов притока и оттока с 2022 по 2064 г., приведенные в табл. 3, построены по той же методике, что и прогнозы в тестовом примере. В качестве оценки продолжительности снижения процентного прироста $\tilde{r}_B(t)$ с уровня 1.49 на 1% при расчетах взято 34 года, поэтому равномерно убывающий тренд прогнозируемых значений прироста интегрального объема притока можно представить в виде

$$\tilde{r}_B(t) = r_B(2021) - 0.03(t - 2021).$$

Учитывая динамику снижения ежегодной рождаемости в течение 2016–2021 гг., такой тренд можно, по нашему мнению, назвать умеренным. Тренд процентного прироста $\tilde{r}_D(t)$ выбран на основе статистики до 2021 г. и вычисляется по формуле

$$\tilde{r}_D(t) = r_D(2021) - 0.02(t - 2021).$$

Тренд значений характеристики динамического баланса $\tilde{\theta}(t)$ продолжает ее прогнозный тренд в тестовом примере. При этом тренд характеристики динамического баланса $\tilde{\theta}(t, \tilde{r}_D(.))$ полностью совпадает с трендом $\tilde{\theta}(t)$ до 2050 г.

Отметим, что прогноз динамики численности населения Земли после 2021 г. и интегральных объемов притока и оттока, приведенные в табл. 3, предлагают следующие ориентиры:

- В 2050 г. численность населения достигнет значения 9.466 млрд.
- В 2062 г. выйдет на максимальный уровень 9.561 млрд, и затем начнет медленно снижаться.
- К 2100 г. численность населения Земли снизится до 8.670 млрд, что соответствует прогнозируемой численности населения на 2033 г.
- Уровень ежегодной рождаемости опустится к 2042 г. до 100 млн и затем продолжит снижаться.
- В 2063 г. смертность впервые превысит рождаемость.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает искреннюю благодарность академику РАН Никите Федоровичу Морозову за внимание к исследованию, ценные замечания, поддержку и готовность представить статью к публикации в журнале “Доклады Российской академии наук” в разделе Математика, а также аспиранту СПбГУ С.М. Ндиайе за помощь в подготовке рукописи к печати.

## ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-10049 (https://rscf.ru/project/23-21-10049/) и гранта Санкт-Петербургского научного фонда.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zeifman L., Hertog S., Kantorova Vl., Wilmoth J.* A World of 8 Billion, Population Division, UN DESA // United Nations Department of Economic and Social Affairs. 2022.
2. United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2022). World Population Prospects 2022: Methodology of the United Nations population estimates and projections. UN DESA/POP/2022/TR/NO. 4. https://population.un.org/wpp/
3. *Preston S.H., Heuveline P., Guillot M.* Demography: measuring and modeling population processes // Blackwell Publishing Ltd. 2001. 306 p.
4. *Donella M.H. et al.* Limits to growth. // Universe Books. 1972. 205 p.
5. *Foerster H. von, Mora P., Amiot L.* Doomsday: Freeday, 13 November, A.D. 2026 // Science. 1960. V. 132. P. 1291–1295.
6. *Марчук Г.И.* Избранные труды: Математическое моделирование в иммунологии и медицине, т. 4 // Российская академия наук, Институт вычислительной математики. [отв. ред. Г.А. Бочаров]. М: РАН, 2018. 650 с.
7. *Романюха А.А.* Математические модели в иммунологии и эпидемиологии инфекционных заболеваний. М.: Лабораторий знаний, 2020. 296 с.
8. *Захаров В.В., Балыкина Ю.Е.* Балансовая модель эпидемии COVID-19 на основе процентного прироста // Информатика и автоматизация. 2021. Т. 20. № 5.
9. *Zakharov V., Balykina Y., Ilin I., Tick A.* Forecasting a New Type of Virus Spread: A Case Study of COVID-19 with Stochastic Parameters // Mathematics. 2022. V. 10. P. 3725.
10. *Капица С.П.* Феноменологическая теория роста населения Земли // УФН. 1996. Т. 166. № 1. 63–80 с.
11. Long-ranged population projections: two centuries of population growth // UN. Now-York, 1992. 35 p.
12. United Nations Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2022). World Population Prospects 2022: Summary of Results. UN DESA/POP/2022/TR/NO. 3.

# PRINCIPLE OF DYNAMIC BALANCE OF DEMOGRAPHIC PROCESS AND THE LIMITS OF WORLD POPULATION GROWTH

**V. V. Zakharov**[a]

[a] *Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

Presented by Academician of the RAS D.A. Novikov

The article proposed a new model of the dynamics of growth of the World population, including discrete equations of the dynamics of percentage increases in integral volumes of inflow and outflow and a balance equation of population size. The principle of the dynamic balance of the demographic process and the condition of interval dynamic consistency based on this principle are formulated. A sample example of forecasting the growth of the World population in the period from 2011 to 2021 is given, demonstrating the possibility of building linear dynamic trends in the percentage increase in the integral volume of dead people, dynamically consistent with the corresponding intervals of statistics on the integral volumes of born children of earlier periods. Based on the proposed model, a forecast of the growth of the World population after 2021 was built, assuming that by 2050 the population will reach 9.466 billion, and in 2062 it will reach the maximum level of 9.561 billion, after which the World population will begin to decline and in 2100 will amount to 8.670 billion.

*Keywords:* World population growth, balance equation, dynamic balance principle, forecasting