

УДК 531/534

О МОДАЛЬНОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМЕ СЛАБОСВЯЗАННЫХ МИКРОБАЛОЧНЫХ РЕЗОНАТОРОВ ПРИ ЭЛЕКТРОТЕПЛОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

© 2024 г. Н. В. Пискун¹, А. В. Лукин^{1,*}, И. А. Попов¹, Л. В. Штукин¹

Представлено академиком РАН Н. Ф. Морозовым 24.11.2023 г.

Поступило 24.11.2023 г.

После доработки 27.11.2023 г.

Принято к публикации 12.02.2024 г.

Проведено исследование нелинейной динамики параметрически возбуждаемых изгибных колебаний двух слабосвязанных балочных микрорезонаторов при электротеплом возбуждении. Получено установившееся гармоническое распределение температуры в объеме резонаторов в частотной области. Выведена система уравнений механически связанных балочных резонаторов с учетом осажденной частицы на один из них. С помощью асимптотических методов нелинейной динамики получены уравнения в медленных переменных, которые были исследованы методами теории бифуркаций. Показано, что в идеально симметричной системе в определенном диапазоне частот наблюдается эффект нарушения симметрии – возникновение режима с различными амплитудами колебаний двух балочных резонаторов, что может быть положено в основу нового принципа высокоточных измерений слабых возмущений различной физической природы, в частности – измерений сверхмалых масс осаждаемых частиц.

Ключевые слова: МЭМС, слабосвязанные резонаторы, локализация колебаний, детектор массы осаждаемых частиц

DOI: 10.31857/S2686740024020083, EDN: KHFDZA

Датчики на основе микроэлектромеханических систем (МЭМС), разработанные за последние десятилетия, показали высокий уровень выходных характеристик и в то же время низкое энергопотребление наряду с высокой надежностью. Благодаря своим небольшим размерам и высокой чувствительности к изменениям различных физических величин, МЭМС-датчики имеют весьма обширный спектр потенциальных приложений, среди которых можно назвать инерциальные датчики (акселерометры [1], гироскопы [2]), датчики давления [3], гравиметры [4], датчики скорости и градиента скорости потока [5], датчики перемещения, а также датчики массы [6] и газовые детекторы [7]. Детекторы массы осаждаемых частиц и газовые детекторы

находят применение в относительно новой области применения МЭМС, а именно в биомедицинских системах. Среди конкретных приложений можно назвать датчики для диагностики заболеваний посредством измерения массы небольших биологических элементов, таких как молекулы, вирусы и бактерии [8, 9], а также датчики для мониторинга состава воды и воздуха (в основном измеряется концентрация того или иного газа) [10] для мониторинга качества воздуха и обнаружения потенциальной утечки выхлопных газов на предприятиях.

За последнее время были исследованы различные архитектуры и механизмы измерения сверхмалых масс посредством механических колебаний. Самым распространенным и широко изученным является резонансный детектор массы, где добавление массы на единственный чувствительный элемент меняет значение его собственной частоты колебаний [11–15].

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
*E-mail: lukin_av@spbstu.ru

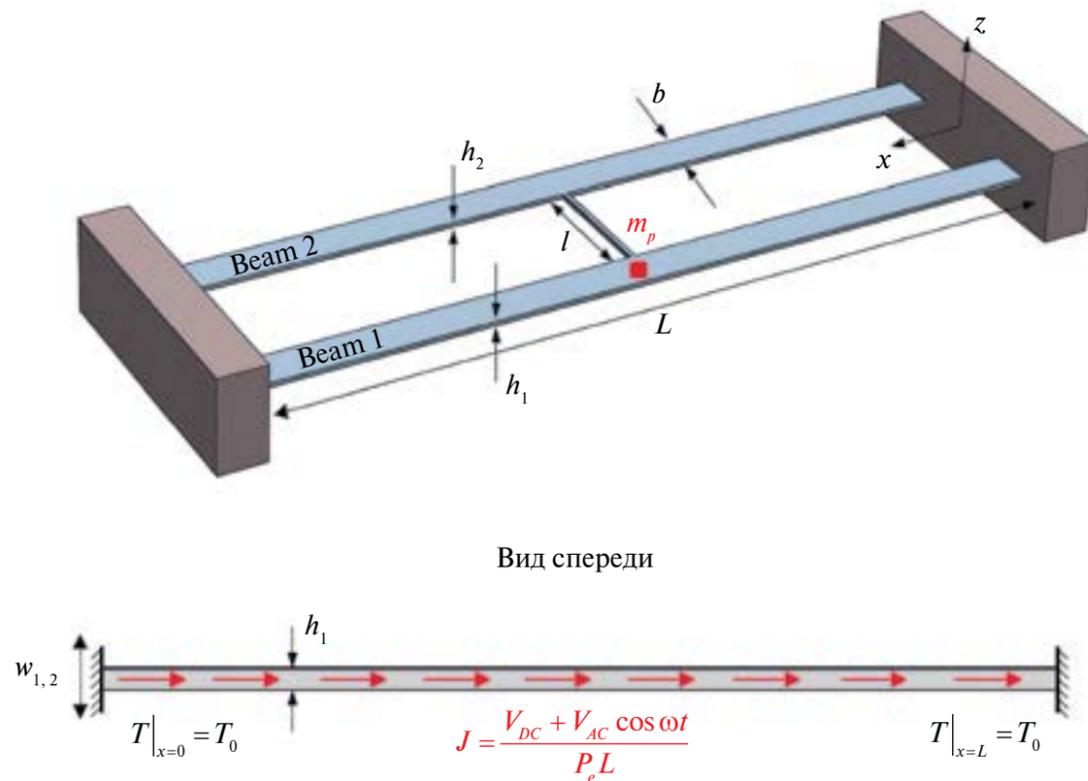


Рис. 1. Модель слабосвязанных микрорезонаторов с иллюстрацией механизма возбуждения колебаний.

Отдельным классом приборов для измерения массы следует отметить микроканальные резонаторы, в которых для детектирования используются резонансные характеристики связанной системы резонатор–жидкость–частица [16, 17].

Наряду с классическими резонансными МЭМС-датчиками интенсивно развивающимся направлением является изучение модального взаимодействия между разными степенями свободы нелинейных и слабосвязанных колебательных систем для применения особенностей этого взаимодействия к задачам высокоточных измерений, в том числе и задачам детектирования массы [18–21].

Авторы работы [22] изучают явления потери симметрии при осаждении частиц при помощи аппарата нелинейных нормальных мод и предлагают измерять их массу на основе отслеживания перехода между различными локализованными режимами, где резко меняется отношение амплитуд колебаний двух резонаторов. В работе [23] показано, что при параметрическом возбуждении колебаний чувствительность детекторов массы может быть повышена

на 1–2 порядка по сравнению с режимом вынужденных колебаний вследствие работы датчика на основе отслеживания бифуркации. Авторами показано, что чувствительность вблизи точки бифуркации типа “вилка” может быть повышена на три порядка, и при этом детектор демонстрирует превосходную помехоустойчивость в определенном диапазоне демпфирования, что открывает возможность избежать проблемы недостаточной надежности для детекторов массы на основе бифуркации.

Настоящая работа посвящена качественному аналитическому исследованию нелинейной динамики параметрически возбуждаемых изгибных колебаний в системе двух слабосвязанных микромеханических резонаторов в целях разработки нового класса МЭМС-датчиков на основе эффекта модальной локализации колебаний.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривается система из двух заделанных с двух сторон микробалочных резонаторов (рис. 1), связанных механически через тонкую

упругую перемычку, изгибная жесткость которой много меньше изгибной жесткости резонаторов. В центре одной из балок осаждена частица массы m_p . Геометрические параметры резонаторов подобраны таким образом, что резонаторы имеют равные длины $L_1 = L_2 = L$, ширины $b_1 = b_2 = b$ и толщины $h_1 = h_2 = h$. Предполагается, что $h \ll L$ и что прогибы резонаторов $\hat{w}_{1,2}$ в процессе колебаний малые, но конечные, так что модель учитывает растяжение средней плоскости. Резонаторы изготовлены из изотропного упругого материала плотности ρ и с модулем Юнга E .

Параметрические изгибные колебания возбуждаются путем неравномерного по длине и времени нагрева микробалочных элементов вследствие протекания электрического тока J гармонического вида (1). Механизм возбуждения колебаний проиллюстрирован на рис. 1:

$$J = \frac{V_{DC} + V_{AC} \cos \omega t}{\rho_e L}, \quad (1)$$

где V_{DC} – амплитуда постоянной компоненты напряжения, V_{AC} и ω – амплитуда и частота переменной компоненты напряжения, ρ_e – удельное сопротивление материала балки, t – время.

С применением принципа Гамильтона может быть получено следующее уравнение для системы:

$$\begin{aligned} \rho S \frac{\partial^2 \hat{w}_1}{\partial t^2} + m_p \delta \left(\hat{x} - \frac{L}{2} \right) \frac{\partial^2 \hat{w}_1}{\partial t^2} + \hat{\mu} \frac{\partial \hat{w}_1}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 \hat{w}_1}{\partial x^4} - \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{N}_1 \frac{\partial \hat{w}_1}{\partial x} \right) + \hat{\kappa} (\hat{w}_1 - \hat{w}_2) \delta \left(\hat{x} - \frac{L}{2} \right) = 0, \\ \rho S \frac{\partial^2 \hat{w}_2}{\partial t^2} + \hat{\mu} \frac{\partial \hat{w}_2}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 \hat{w}_2}{\partial x^4} - \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{N}_2 \frac{\partial \hat{w}_2}{\partial x} \right) - \hat{\kappa} (\hat{w}_1 - \hat{w}_2) \delta \left(\hat{x} - \frac{L}{2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где \hat{x} – координата вдоль оси резонаторов, $\hat{\mu}$ – коэффициент демпфирования в среде вокруг резонаторов, $\hat{N}_{1,2}$ – осевая сила, действующая на резонаторы, $\hat{\kappa} = \frac{3E'I'}{l'}$ – коэффициент статической изгибной жесткости перемычки, E' , I' и l' – момент инерции сечения, длина перемычки и модуль Юнга материала перемычки

соответственно, I – момент инерции сечения резонаторов, S – площадь сечения резонаторов, $\delta(\cdot)$ – дельта-функция Дирака.

Распорное усилие $\hat{N}_{1,2}$ вызвано эффектом Джоуля из-за нагрева резонаторов $\hat{N}_{th(1,2)}$, а также эффектом растяжения средней плоскости $\hat{N}_{e(1,2)}$:

$$\begin{aligned} \hat{N}_{1,2} &= \hat{N}_{th(1,2)} + \hat{N}_{e(1,2)}, \\ \hat{N}_{th(1,2)} &= -\frac{ES_{1,2}}{L} \int_0^L \alpha (T_{1,2}(\hat{x}) - T_0) d\hat{x}, \quad (3) \\ \hat{N}_{e(1,2)} &= \frac{ES}{2L} \int_0^L \left(\frac{\partial \hat{w}_{1,2}}{\partial x} \right)^2 d\hat{x}, \end{aligned}$$

где α – коэффициент линейного температурного расширения материала резонаторов, $T_{1,2}(\hat{x})$ – распределение температуры вдоль оси резонаторов (вычисляется ниже), T_0 – начальная температура резонаторов.

После введения безразмерных параметров

$$w_{1,2} = \frac{\hat{w}_{1,2}}{h}, \quad x = \frac{\hat{x}}{L}, \quad t = \frac{\hat{t}}{\sqrt{\frac{\rho SL^4}{EI}}}, \quad N_{th} = \frac{\hat{N}_{th} \cdot L^2}{EI},$$

$$\kappa = \frac{\hat{\kappa} \cdot L^3}{EI}, \quad \mu = \frac{\hat{\mu} \cdot L^2}{\sqrt{EI\rho S}}, \quad m_{non} = \frac{m_p}{\rho SL}$$

может быть получено уравнение в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + m_{non} \delta \left(x - \frac{1}{2} \right) \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \\ + \mu \frac{\partial w_1}{\partial t} - \left(N_{th} + 6 \int_0^1 \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 dx \right) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \\ + \kappa (w_1 - w_2) \delta \left(x - \frac{1}{2} \right) = 0, \\ \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial w_2}{\partial t} - \\ - \left(N_{th} + 6 \int_0^1 \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 dx \right) \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} - \\ - \kappa (w_1 - w_2) \delta \left(x - \frac{1}{2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

2. НАХОЖДЕНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ОБЪЕМЕ РЕЗОНАТОРОВ

Нестационарное одномерное уравнение теплопроводности вдоль оси балки $x \in [0, L]$ имеет вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha^T} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{k} Q(\hat{x}, \hat{t}), \quad (5)$$

где $\alpha^T = \frac{k}{\rho c}$ – температуропроводность, k – коэффициент теплопроводности, ρ – плотность, c – удельная теплоемкость материала резонаторов, $Q(\hat{x}, \hat{t})$ – объемное тепловыделение в резонаторе вследствие протекания тока.

Тепловые граничные условия показаны на рис. 1. Объемное тепловыделение из-за протекания тока может быть описано следующим образом:

$$Q(\hat{x}, \hat{t}) = J^2 \rho_e = \frac{(V_{DC} + V_{AC} \cos \omega \hat{t})^2}{\rho_e L^2} = Q_s(\hat{x}) + Q_d(\hat{x}, \hat{t}),$$

где

$$Q_s(\hat{x}) = \frac{V_{DC}^2 + \frac{1}{2} V_{AC}^2}{\rho_e L^2}$$

и

$$Q_d(\hat{x}, \hat{t}) = \frac{2V_{DC}V_{AC} \cos \omega \hat{t} + \frac{1}{2} V_{AC}^2 \cos 2\omega \hat{t}}{\rho_e L^2}$$

суть статическая и динамическая компоненты объемного тепловыделения соответственно.

Статическая компонента T_s установившегося распределения температуры в резонаторе имеет вид

$$T_s(\hat{x}) = -\frac{V_{DC}^2 + \frac{1}{2} V_{AC}^2}{2k\rho_e L^2} (\hat{x}^2 - L\hat{x}) + T_0.$$

Установившееся гармоническое распределение температуры T_d в резонаторе может быть найдено в частотной области, для этого задача

записывается в комплексной форме как сумма двух гармоник \tilde{T}_{d1} и \tilde{T}_{d2} с частотами ω и 2ω соответственно:

$$T_d(\hat{x}, \omega) = \tilde{T}_{d1}(\hat{x}, \omega) + \tilde{T}_{d2}(\hat{x}, \omega),$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}_{d1,2}}{\partial \hat{x}^2} - \sigma_{1,2}^2 \tilde{T}_{d1,2} = -\frac{1}{k} \tilde{Q}_{d1,2}, \quad (6)$$

где

$$\sigma_1 = \frac{i\omega}{\alpha}, \quad \sigma_2 = \frac{2i\omega}{\alpha}, \quad \tilde{Q}_{d1} = \frac{4V_{DC}V_{AC}}{\rho_e L}, \quad \tilde{Q}_{d2} = \frac{V_{AC}^2}{\rho_e L^2}.$$

Физическое распределение температуры при этом представляется как

$$T_d(\hat{x}, \hat{t}, \omega) = \text{Re} \left\{ \tilde{T}_{d1} \exp(i\omega \hat{t}) \right\} + \text{Re} \left\{ \tilde{T}_{d2} \exp(2i\omega \hat{t}) \right\}.$$

Решение гармонической задачи (6) с помощью функции Грина может быть представлено следующим образом [24]:

$$\tilde{T}_{d1,2}(\hat{x}, \omega) = \frac{\alpha}{k} \int_0^L G_{X11}(\hat{x} | \hat{x}'; \omega) \tilde{Q}_{d1,2}(\hat{x}'; \omega) d\hat{x}'.$$

Функция Грина $G_{X11}(\hat{x} | \hat{x}'; \omega)$ при данных граничных условиях имеет вид

$$G_{X11}(\hat{x} | \hat{x}'; \omega) = \frac{e^{-\sigma(2L - |\hat{x} - \hat{x}'|)} - e^{-\sigma(2L - \hat{x} - \hat{x}')}}{2\alpha\sigma(1 - e^{-2\sigma L})} + \frac{e^{-\sigma(|\hat{x} - \hat{x}'|)} - e^{-\sigma(\hat{x} + \hat{x}')}}{2\alpha\sigma(1 - e^{-2\sigma L})}.$$

3. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Для получения модели пониженного порядка применяется метод Бубнова–Галёркина с разложением по собственным формам изгибных колебаний ненагруженного резонатора. В разложении удерживается лишь первое слагаемое, соответствующее первой форме изгибных колебаний $\phi_1(x)$, так как предполагается движение резонаторов именно по первой форме изгибных колебаний. Уравнения колебаний приобретают вид

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 + C_1 \dot{q}_1 + C_2 q_1 - C_4 q_2 + C_5 q_1^3 + q_1 \times \\ \times \left(\Omega_1^2 - C_3 \left[N_{d1}^{\sin} \sin \eta_1 t + N_{d1}^{\cos} \cos \eta_1 t + \right. \right. \\ \left. \left. + N_{d2}^{\sin} \sin \eta_2 t + N_{d2}^{\cos} \cos \eta_2 t \right] \right) = 0, \quad (7) \\ \ddot{q}_2 + C_2 \dot{q}_2 - C_4 q_1 + C_5 q_2^3 + q_2 \times \\ \times \left(\Omega_1^2 + \Delta\Omega^2 - C_3 \times \right. \\ \left. \times \left[N_{d1}^{\sin} \sin \eta_1 t + N_{d1}^{\cos} \cos \eta_1 t + \right. \right. \\ \left. \left. + N_{d2}^{\sin} \sin \eta_2 t + N_{d2}^{\cos} \cos \eta_2 t \right] \right) = 0, \end{aligned}$$

где параметры введены следующим образом:

$$C_1 = m_{non} \phi_1^2 \left(\frac{1}{2} \right), \quad C_2 = \mu, \quad C_3 = \int_0^1 (\phi_1')^2 dx,$$

$$C_4 = \kappa \phi_1^2 \left(\frac{1}{2} \right), \quad C_5 = 6 \left(\int_0^1 (\phi_1')^2 dx \right),$$

$$\Omega_1^2 = \omega_{non,1}^2 + \kappa \phi_1^2 \left(\frac{1}{2} \right) - N_s \int_0^1 (\phi_1')^2 dx,$$

$$\Delta\Omega^2 = 2n\% \omega_{non,1}^2 - \kappa n\% \phi_1^2 \left(\frac{1}{2} \right),$$

$$N_s = \frac{6\alpha L^2 \left(V_{DC}^2 + \frac{1}{2} V_{AC}^2 \right)}{h_1^2 k \rho_e},$$

$$N_{d1,2}^{\sin} = \frac{12\alpha L}{h_1^2} \int_0^L T_{d1,2}^{\text{amp}, \sin} d\hat{x},$$

$$N_{d1,2}^{\cos} = \frac{12\alpha L}{h_1^2} \int_0^L T_{d1,2}^{\text{amp}, \cos} d\hat{x}.$$

К полученной системе (7) применяется метод многих масштабов [25], асимптотическое разложение по которому проводится до третьего порядка включительно. В результате была получена система уравнений в медленных переменных, нелинейная динамика которой исследуется далее.

4. ЗОНЫ ВОЗМОЖНОЙ РАСКАЧКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

При анализе параметрических колебаний первым шагом исследования является поиск зон параметрического резонанса. В данной работе были применены два метода для построения диаграмм

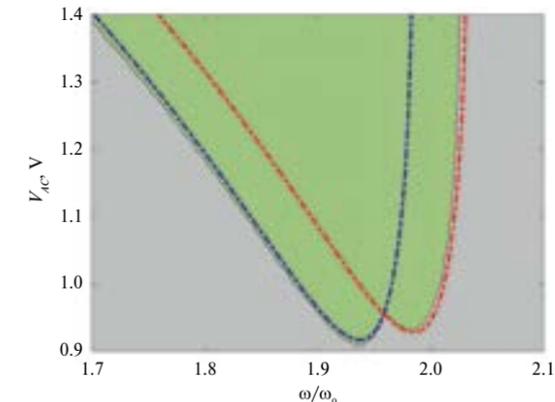


Рис. 2. Зона главного параметрического резонанса. Штриховка – теория Флоке, пунктир – критерий Рауса–Гурвица, $V_{DC} = 0$, $m_p = 0$.

Айнса–Стретта: классический подход теории Флоке, а также с использованием критерия устойчивости Рауса–Гурвица для системы в медленных переменных. На рис. 2 представлены зоны раскачки колебаний при длине перемычки между резонаторами равной $L_{sm} = 500$ мкм, при отсутствии осажженных частиц $m_p = 0$.

Зоны параметрической раскачки колебаний в системе слабосвязанных резонаторов представляют собой комбинацию из двух зон, типичных для одного резонатора. Левая зона, обозначенная синим пунктиром, соответствует зоне возможной раскачки синфазных колебаний, правая, обозначенная красным пунктиром, – противофазных колебаний. Данные зоны имеют “носики”, которые при уменьшении демпфирования (увеличении добротности) стремятся к значениям собственных частот синфазных (без учета работы упругой перемычки) и противофазных (с учетом перемычки) колебаний. Зоны имеют пересекающиеся области, в них вид колебаний будет зависеть от начальных условий. Также стоит отметить, что решения для зон раскачки колебаний, полученные двумя методами, совпадают.

5. АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ

На рис. 3а представлена амплитудно-частотная характеристика системы при $V_{AC} = 0.94$ В, т.е. до момента взаимного пересечения зон раскачки колебаний.

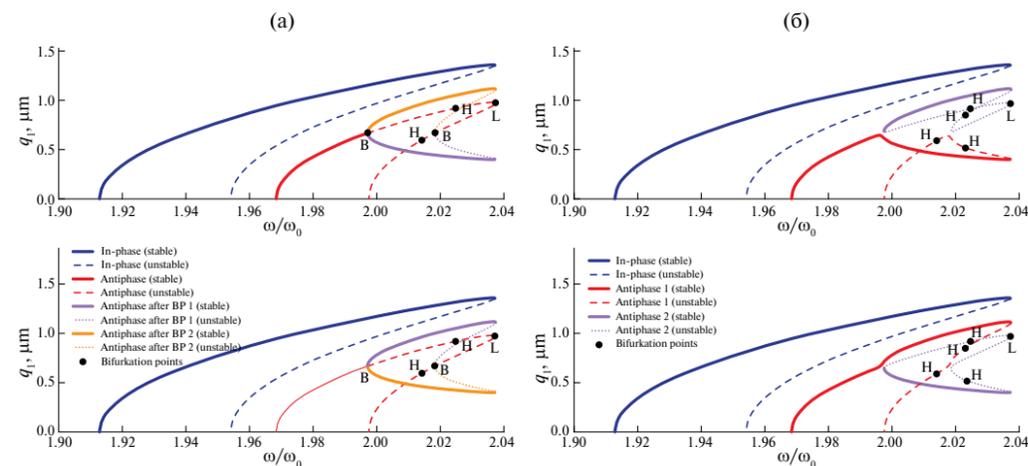


Рис. 3. АЧХ системы при отсутствии пересечения зон раскачки колебаний, $V_{DC} = 0$, $m_p = 0$ (а), $m_p = 10$ пг (б).

Синфазная ветвь АЧХ (синяя линия) представляет собой классическую амплитудно-частотную диаграмму при параметрическом возбуждении с характерной “жесткой” нелинейностью. Ветвь противофазных колебаний (красная линия) имеет особенность в виде точки ветвления типа “вилка” при значении частоты, близком к удвоенной собственной частоте ненагруженного резонатора. После данной точки одна устойчивая ветвь АЧХ каждого резонатора разделяется на две ветви с различными амплитудами (оранжевая и фиолетовая линии), причем если один из резонаторов колеблется с амплитудой верхней ветви, то другой — с амплитудой нижней ветви. Режим колебаний системы, при котором амплитуды резонаторов различны, может быть полезным с точки зрения измерения малых возмущений, вводимых в систему, например, в виде осаждаемой частицы.

Далее на рис. 3б представлена амплитудно-частотная характеристика резонаторов при наличии возмущения на одном из них в виде осаждаемой частицы массы $m_p = 10$ пг.

При наличии возмущения противофазная ветвь АЧХ-системы распадается на две непесекающиеся ветви, т.е. в системе также наблюдается режим колебаний с различными амплитудами, причем отношение амплитуд, а также точка перехода из режима с одинаковыми амплитудами в режим с различными зависят от величины возмущения, в нашем случае от массы осаждаемой частицы. Отсюда можно сделать вывод о возможности измерения массы

осаждаемых частиц детектором, чувствительным элементом которого будет служить система из слабосвязанных резонаторов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе выполнено параметрическое исследование нелинейной динамики слабосвязанных резонаторов при электротепловом возбуждении. При помощи принципа Гамильтона получена система уравнений с учетом геометрической нелинейности и наличия возмущения в виде точечной массы. Далее система была сведена к модели пониженного порядка при помощи метода Галёркина. Применен метод многих масштабов для получения системы в медленных переменных, которая затем исследовалась методами теории бифуркаций. Показано, что в симметричной системе на устойчивой противофазной ветви амплитудно-частотной характеристики существует зона значений частоты, при которых в системе наблюдается режим колебаний с различными амплитудами у резонаторов. При наличии осаждаемой частицы на амплитудно-частотной характеристике наблюдается возникновение изолированной ветви, также соответствующей противофазным колебаниям с различными амплитудами.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке гранта Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-4577.2022.1.1.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Индейцев Д.А., Можгова Н.В., Лукин А.В., Попов И.А. Модель микромеханического модально-локализованного акселерометра с чувствительным элементом в виде балки с начальной погибью // Известия Академии наук. Механика твердого тела. 2023. № 3. С. 135–151.
2. Indeitsev D.A. et al. Analysis of imperfections sensitivity and vibration immunity of MEMS vibrating wheel gyroscope // Nonlinear Dynamics. 2021. V. 105. P. 1273–1296.
3. Wang H. et al. A novel high-sensitivity MEMS pressure sensor for rock mass stress sensing // Sensors. 2022. V. 22. № 19. P. 7593.
4. Valenzuela V.M. et al. Three robust temperature-drift compensation strategies for a MEMS gravimeter // J. Applied Physics. 2023. V. 133. № 23.
5. Wang Y.H. et al. MEMS-based gas flow sensors // Microfluidics and nanofluidics. 2009. V. 6. P. 333–346.
6. Nathani M.U. et al. Capacitive based micromachined resonators for low level mass detection // Micromachines. 2020. V. 12. № 1. P. 13.
7. Yaqoob U., Younis M.I. Chemical gas sensors: Recent developments, challenges, and the potential of machine learning – A review // Sensors. 2021. V. 21. № 8. P. 2877.
8. Ganesan A.V. A novel MEMS based immunosensor for ebola virus detection // ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Amer. Soc. of Mechanical Engineers, 2013. V. 56321. P. V07BT08A074.
9. Ghommem M. et al. Deep learning for gas sensing using MOFs coated weakly-coupled microbeams // Applied Mathematical Modelling. 2022. V. 105. P. 711–728.
10. Yaqoob U. et al. Highly selective multiple gases detection using a thermal-conductivity-based MEMS resonator and machine learning // IEEE Sensors Journal. 2022. V. 22. № 20. P. 19858–19866.
11. Akulenko L.D., Nesterov S.V. Mass defect influence on the longitudinal vibration frequencies and mode shapes of a beam // Mechanics of Solids. 2014. V. 49. P. 104–111.
12. Bouchaala A. et al. Mass and position determination in MEMS mass sensors: a theoretical and an experimental investigation // J. Micromechanics and Microengineering. 2016. V. 26. № 10. P. 105009.
13. Mouro J., Tiribilli B., Paoletti P. A versatile mass-sensing platform with tunable nonlinear self-excited microcantilevers // IEEE Transactions on Nanotechnology. 2018. V. 17. № 4. P. 751–762.
14. Patocka F. et al. Position-dependent mass responsiveness of silicon MEMS cantilevers excited in the fundamental, two-dimensional roof tile-shaped mode // J. Micromechanics and Microengineering. 2019. V. 29. № 4. P. 045009.
15. Xia C. et al. A mass multi-warning scheme based on one-to-three internal resonance // Mechanical Systems and Signal Processing. 2020. V. 142. P. 106784.
16. Yan H. et al. A measurement criterion for accurate mass detection using vibrating suspended micro-channel resonators // J. Sound and Vibration. 2017. V. 403. P. 1–20.
17. Yan H. et al. Relative Vibration of Suspended Particles With Respect to Microchannel Resonators and Its Effect on the Mass Measurement // J. Vibration and Acoustics. 2019. V. 141. № 4. P. 041005.
18. Ghommem M. et al. Deep learning for gas sensing using MOFs coated weakly-coupled microbeams // Applied Mathematical Modelling. 2022. V. 105. P. 711–728.
19. Zhao J. et al. An asymmetric mode-localized mass sensor based on the electrostatic coupling of different structural modes with distributed electrodes // Nonlinear Dynamics. 2022. V. 108. № 1. P. 61–79.
20. Xiong L., Tang L. On the Sensitivity Analysis of Mode-Localized Sensors Based on Weakly Coupled Resonators // J. Vibration Engineering & Technologies. 2023. V. 11. № 3. P. 793–807.
21. Fang Z. et al. A multi-sensing scheme based on nonlinear coupled micromachined resonators // Nonlinear Dynamics. 2023. V. 111. № 9. P. 8021–8038.
22. Grenat C. et al. Mass sensing by symmetry breaking and localization of motion in an array of electrostatically coupled nonlinear MEMS resonators // Intern. J. Non-Linear Mechanics. 2022. V. 140. P. 103903.
23. Song J. et al. A Novel Mass Sensor Based on Parametrically Excited Mode-Localized Resonators // International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Amer. Soc. Mechanical Engineers, 2022. V. 86298. P. V008T08A008.
24. Beck J.V. et al. Heat conduction using Green's function. Boca Raton (FL, USA): Taylor & Francis, 1992.
25. Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984.

SYMMETRY BREAKING AND MODAL LOCALIZATION IN A SYSTEM OF PARAMETRICALLY EXCITED MICROBEAM RESONATORS

N. V. Piskun^a, A. V. Lukin^a, I. A. Popov^a, L. V. Shtukin^a

^a*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia*

Presented by Academician of the RAS N.F. Morozov

In this work, we study the nonlinear dynamics of parametrically excited bending vibrations of two weakly coupled beam microresonators under electrothermal excitation. A steady-state harmonic temperature distribution in the volume of the resonators in the frequency domain was obtained. A system of equations for mechanically coupled beam resonators is derived, considering the deposited particle on one of them. Using asymptotic methods of nonlinear dynamics, equations in slow variables were obtained, which were studied by methods of the theory of bifurcations. It is shown that in a perfectly symmetrical system in a certain frequency range, the effect of symmetry breaking is observed – the emergence of a mode with different amplitudes of oscillations of two beam resonators, which can be the basis for a new principle of high-precision measurements of weak disturbances of various physical natures, in particular – measurements of ultra-low masses of deposited particles.

Keywords: MEMS, weakly coupled resonators, modal localization, mass sensor