

Научно-исследовательский журнал «Modern Economy Success»

<https://mes-journal.ru>

2025, № 5 / 2025, Iss. 5 <https://mes-journal.ru/archives/category/publications>

Научная статья / Original article

Шифр научной специальности: 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике (экономические науки)

УДК 78



<sup>1</sup> Манаширов Э.С.,

<sup>1</sup> Московский научно-практический центр «Высшая Лига»

***Новые методические подходы к спектру применения фрактальной геометрии в современной экономической науке***

**Аннотация:** основная цель статьи – определить особенности применения фрактальной геометрии в современной экономической науке, определить зависимость уровня оценки фрактальной размерности финансовых временных рядов от выбора метода оценки. Статья предлагает понять реальное функционирование финансовых рынков на основе фрактальной геометрии, которая позволяет точно моделировать неравномерность развития и свойства экономических процессов. В статье рассматривается теория инвестиционного риска и информационной эффективности рынка, показаны ее пределы и указан путь обновления финансового мышления, основанного на определенном классе фрактальных процессов. Новый подход, предлагаемый в данном исследовании, заключается в инновационном использовании фрактальной геометрии в математической экономике для моделирования финансовых рынков. Вместо традиционных методов, основанных на стандартных моделях и предположениях, автором предлагается пересмотреть подход к анализу и прогнозированию динамики рынков с использованием концепций фрактальной геометрии.

**Ключевые слова:** моделирование финансовых рынков, инвестиционный риск, рынок капитала, фрактал, фрактальное измерение, неравномерность процессов

**Для цитирования:** Манаширов Э.С. Новые методические подходы к спектру применения фрактальной геометрии в современной экономической науке // Modern Economy Success. 2025. № 5. С. 88 – 95.

Поступила в редакцию: 3 июня 2025 г.; Одобрена после рецензирования: 2 августа 2025 г.; Принята к публикации: 23 сентября 2025 г.

<sup>1</sup> Manashirov E.S.,

<sup>1</sup> Moscow Scientific and Practical Center “Higher League”

***New methodological approaches to the spectrum of applications of fractal geometry in modern economic science***

**Abstract:** the main objective of the article is to identify the specifics of applying fractal geometry in modern economic science and to determine how the level of estimation of the fractal dimension of financial time series depends on the chosen estimation method. The article proposes understanding the actual functioning of financial markets based on fractal geometry, which makes it possible to accurately model the uneven development and properties of economic processes. The theory of investment risk and market informational efficiency is examined, its limitations are shown, and a path is outlined for renewing financial thinking based on a particular class of fractal processes. The new approach presented in this study lies in the innovative use of fractal geometry in mathematical economics for modeling financial markets. Instead of traditional methods based on standard models and assumptions, the author suggests revisiting the approach to analyzing and forecasting market dynamics using concepts from fractal geometry.

**Keywords:** financial market modeling, investment risk, capital market, fractal, fractal dimension, unevenness of processes

**For citation:** Manashirov E.S. New methodological approaches to the spectrum of applications of fractal geometry in modern economic science. Modern Economy Success. 2025. 5. P. 88 – 95.

The article was submitted: June 3, 2025; Approved after reviewing: August 2, 2025; Accepted for publication: September 23, 2025.

### Введение

Методы исследования, основанные на идее фрактальных объектов, используются при анализе различных явлений и процессов со времени публикации фундаментального труда Б. Мандельброта [15]. В настоящее время ученые используют их и в естественных науках, например в геофизике [14], астрономии [12], социальных науках (например, науке о социальных коммуникациях) [13], медицине [2] и прочих направлениях [1]. Эти методы также использовались в экономических науках [5, 10]. К вопросам, анализируемым на основе концепции фрактала и самоподобия объектов, относится вопрос оценки рискованности инвестиционных решений, особенно связанных с вложением капитала на финансовом рынке. Предполагается, что финансовые временные ряды, включая цены или нормы доходности ценных бумаг, самоподобны (в статистическом смысле). Это обстоятельство позволяет анализировать и описывать их, используя методы и понятийный аппарат, специфичные для фрактальной геометрии.

Ключевой концепцией изучения финансовых временных рядов с фрактальной точки зрения является фрактальное измерение. Этот широкий термин охватывает целый спектр различных показателей, каждая из которых описывает структуру изучаемых объектов. В отношении абстрактных структур (как стохастической, так и детерминированной природы) возможно (хотя это и чрезвычайно сложно) определить теоретическую фрактальную размерность данной структуры. Для естественных фракталов это принципиально невозможно, что вынуждает использовать соответствующие методы оценки фрактальной размерности.

К настоящему времени разработано множество методов оценки фрактальной размерности, хотя следует отметить, что некоторые из них используются лишь эпизодически [10]. Более того, определённые методы приводят к получению оценок величин, связанных с фрактальной размерностью, только при выполнении определенных допущений [8, 12]. По этой причине предметом исследования автора являются методы, относящиеся непосредственно к экономическим процессам на основе определения фрактальной

размерности. Основная цель статьи – определить особенности применения фрактальной геометрии в современной экономической науке, определить зависимость уровня оценки фрактальной размерности финансовых временных рядов от выбора метода оценки.

### Материалы и методы исследований

Самый известный фрактал – множество Мандельброта, это сложная и бесконечно повторяющаяся структура, которая с математической точки зрения представляет собой набор сложных чисел, образующих фрактал на двумерной плоскости. Ниже представлено несколько интересных фактов о множестве Мандельброта [6-7]:

1. Теорема Мандельброта порождается простым уравнением:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad (1)$$

В этом уравнении  $c$  – комплексное число, а  $z$  – результат итерации уравнения с начальным значением  $z = 0$ . Если значение  $z$  не стремится к бесконечности после определенного числа итераций, то точка на комплексной плоскости лежит в множестве Мандельброта; если  $z$  стремится к бесконечности, то точка находится вне множества Мандельброта.

2. Предел множества Мандельброта – это сложный и бесконечно детализированный фрактал, который никогда не повторяется. Он имеет фрактальную размерность 2, то есть, это объект, который имеет большую сложность, чем обычная двумерная форма.

3. Множество Мандельброта имеет самоподобную структуру, где один и тот же образец повторяется в разных масштабах.

4. Множество Мандельброта обладает множеством свойств, включая симметрию, периодичность и хаотическое поведение.

Есть мнение, что эти два вида риска независимы друг от друга. Но рыночный риск можно разделить на множество составляющих, на которые влияет ряд различных факторов не только экономического характера [4]. Мы имеем дело с рыночным риском тогда и только тогда, когда цены на ценные бумаги напрямую зависят от ситуации на рынке. Конечно, эта зависимость в большей или меньшей степени присутствует постоянно, таким образом, рыночный риск является неотъемлемым элементом рыночной

деятельности. Самого факта понимания того, что такое риск, недостаточно – чтобы иметь возможность принимать рациональные решения и действовать, необходимо уметь измерять риск.

### Результаты и обсуждения

Следует подчеркнуть, что не существует общепринятой теории риска – каждый из существующих подходов недостаточен и может привести к завышению или недооценке реального риска. Меры рыночного риска обычно делятся на три группы:

1) меры волатильности, например, волатильность цен, норма доходности (или роста), распределение вероятностей;

2) меры чувствительности (в физике восприимчивости), например, цена или чувствительность к доходности (росту);

3) меры риска, выражающиеся в возможности падения цены или нормы прибыли (повышения), то есть, возможности чрезмерных потерь (анализируемых, например, методом Value at Risk).

Исходя из теории экстремальных событий, центральной предельной теореме (CTG), анализ «волатильности» понимается как типичный разброс цен акций или фондовых индексов вокруг их средних значений, выражаемый, например, дисперсией  $\sigma$  или эксцессом  $k$ . Этот тип подхода означает, что наиболее важная статистическая информация содержится в интервале трех сигм ( $\pm 3\sigma$ ). Другими словами, «хвост» распределения не содержит значимой статистической информации – это гауссовская точка зрения, в которой нет места случайным процессам.

С точки зрения фрактальной геометрии такие процессы являются противоположностью гауссовых процессов, поскольку они имеют дело с, так называемым, расширенным распределением, где наиболее важная информация о статистической системе содержится в жирном «хвосте» функции распределения; это немедленно приводит к бесконечной дисперсии и эксцессу и, следовательно, к бесполезности оценки риска, основанной на этом типе традиционной изменчивости. Как видите, правильный анализ рыночного риска требует другого определения риска.

Теперь уделим немного больше внимания сфере применимости изложенного выше традиционного подхода к оценке уровня риска:

1. Как мы уже говорили, потери и выигрыши подвержены симметричному распределению, поэтому происходят в среднем с одинаковой частотой, чего в реальных ситуациях, как правило,

не наблюдается. Другими словами, такая модель нереалистична.

2. Еще одно неудобство модели основано на допущении относительно небольших изменений цены актива, что находится в противоречии с часто наблюдаемыми (особенно в последние два десятилетия) значительными, внезапными изменениями цен актива, выходящим далеко за пределы область трех сигм.

3. Более того, предположение о конечной величине дисперсии может быть поставлено под сомнение из-за существования редких событий. Это проявляется в неустойчивом поведении оценки дисперсии с увеличением размера временного окна (то есть, количества эмпирических данных, составляющих дисперсию). Вместо стабилизации этой величины, как предсказывает Закон больших чисел Бернулли, время от времени наблюдаются разломы, амплитуда которых значительно увеличивается по мере увеличения размера временного окна, из которого собираются данные. Другими словами, с увеличением размера временного окна увеличивается вероятность возникновения редкого события, дестабилизирующего оценку дисперсии.

Сущность современной теории рыночного риска заключается в том, чтобы рассматривать экстремальные события как имеющие решающее влияние на характер и размер возникающего риска. В этом принципиальное отличие от традиционных подходов, при которых подобные события просто игнорируются. Это ведет непосредственно к новому, современному определению рыночного риска, основанному главным образом на фрактальной геометрии.

Свою книгу «Непослушные рынки. Фрактальная революция в финансах» Мандельброт посвятил движениям на финансовых рынках [7]. С помощью фрактальной геометрии дикie скачки цен на фондовом рынке и колебания цен на сырье или обменные курсы можно понять гораздо лучше, чем с помощью традиционных моделей. Неустойчивую динамику цен больше нельзя объяснить эффективностью рынков и рациональными действиями homo Economicus.

Но книга Мандельброта не показывает, как обойти ловушки финансового рынка и получить лучший инструмент для инвестирования, автор не разрабатывает альтернативную теорию финансового рынка, он называет слабые места теорий, такие как предположение о нормальном распределении или функциях полезности. Однако, автор по-новому критически подходит к этому общепризнанному, бесспорному знанию. Обычно предполагается, что финансовые рынки

подчиняются законам нормального распределения. Хотя наблюдаются и экстремальные движения цен, о чем свидетельствуют события «Черного понедельника» в 1987 году, азиатский кризис или лопнувший пузырь новой экономики, в долгосрочной перспективе на финансовых рынках наступает статистическое нормальное поведение [9].

Мандельброт считает, что основы теории финансовых рынков более хрупкие, чем принято считать. Именно здесь вступает в силу его критика: рынки турбулентны, и их движения вверх и вниз не могут быть объяснены общепринятым представлением о нормальном распределении событий. Особые колебания цен, выбросы, не объясняются традиционными методами, но именно они представляют особый интерес для фондового рынка. Как следствие, Мандельброт видит, что рынки гораздо более рискованны, чем описывают их представители традиционной теории. С точки зрения статистики, изменение индекса на семь процентов должно происходить только один раз в 300 000 лет, но на самом деле только в 20 веке для индекса Доу-Джонса было 48 таких дней.

Начиная со второй половины XIX века сначала среди практиков, а затем и среди ученых возникло стремление количественно характеризовать колебания цен финансовых инструментов. Уже в первых работах, посвященных этому вопросу, предлагалось использовать статистические меры, описывающие эмпирические распределения вероятностей, – в частности, популярное и широко используемое в то время вероятное отклонение, а также квадратичное отклонение (стандартное отклонение). Эта идея затем была закреплена в работах Л. Башелье и стала основой современной инвестиционной теории, развитой Г. Марковицем. Несмотря на ее огромное и неоспоримое влияние на развитие и современное состояние знаний в этой области, можно сказать, что в своем классическом виде она в настоящее время имеет лишь теоретическое и относительно небольшое практическое значение.

Модель случайного блуждания цен на ценные бумаги, достоверность которой могла бы стать важной предпосылкой для использования методологии Марковица, также в настоящее время подвергается сомнению. При этом маловероятно, что какая-либо из конкурирующих модификаций стартовой модели достигнет хотя бы аналогичного статуса. Вышеупомянутые соображения делают объяснительные возможности явно недостаточными в рамках существующей парадигмы. По этой причине приобретает все

большее значение концепция использования концепций и методов, характерных для фрактальной геометрии. Важнейшими понятиями в этой концепции являются понятия фрактального объекта и фрактальной размерности.

Среди определений фрактального объекта можно встретить как формализованные термины, так и сформулированные менее строго с учетом вариативного предмета исследования. Автор нашел наиболее удобное определение при анализе финансовых временных рядов: «В целом математические и естественные фракталы – это объекты, шероховатость и фрагментация которых не исчезают и не колеблются, но остаются в значительной степени неизменными при последующих приближениях» [7].

Для целей данной статьи предполагалось, что фракталы следует определять как объекты, характеризующиеся определенными формами самоподобия (обязательно статистического характера). Поскольку предметом соответствующего исследования являются финансовые временные ряды, предполагается, что их можно охарактеризовать как самоподобные, а значит, как объекты с фрактальными свойствами. Это предположение имеет характер принятой в некотором смысле априори научной гипотезы, которую можно подтвердить или опровергнуть только посредством обширных и интенсивных исследований. Поскольку отказ от нее на данный момент невозможен, автор считает ее ложной для целей исследования или, по крайней мере, потенциально полезной.

Среди характеристик, описывающих структуру фракталов, наиболее важной является фрактальная размерность. Среди различных определений этой величины можно выделить коробчатую размерность (емкостную, иногда называемую колмогоровской  $\varepsilon$ -энтропией или энтропийной размерностью) наиболее полезной в силу выбранного предмета исследования, отсюда и термины «фрактальная размерность» и «размер коробки» будет использоваться в дальнейшем как взаимозаменяемый термин. Эквивалентный термин, данный авторами этой величины, не требующий использования понятия емкости Минковского, следующий:

$$\dim_B(X) = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\ln N_\varepsilon(X)}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}, \quad (2)$$

где  $N_\varepsilon(X)$  имеет хотя бы одну точку, общую с анализируемым объектом  $X$ . Эту формулу можно записать в другом виде:

$$N_{\varepsilon}(X) \sim \varepsilon^{-\dim_B(X)}, \quad (3)$$

для  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Таким образом, размер коробки иллюстрирует колебания количества квадратов, необходимых для покрытия анализируемого объекта, когда длина стороны квадратной сетки в пределе уменьшается до нуля. В зависимости от структуры данного объекта фрактальное измерение может

$$X(t_0 + \tau) - X(t_0)^d = r^{-H}[X(t_0 + r\tau) - X(t_0)], t_0 \geq 0, \quad (4)$$

для любых  $r > 0$  и  $\tau > 0$ , где  $X(t), t \geq 0$  – рассматриваемый процесс, а  $H$  – показатель самоподобия, связанный с фрактальной размерностью соотношением:

$$H = 2 - \dim_B(X). \quad (5)$$

Если представленное соотношение остается справедливым только при  $\tau \rightarrow 0$ , то фрактальная размерность описывает поведение процесса лишь локально, для изменений, происходящих за сравнительно короткие периоды времени. Если процесс кумулятивных норм доходности от определенного финансового инструмента, характеризующегося вышеперечисленными свойствами, проанализировать в глобальной перспективе, то фрактальная размерность процесса тесно связана с уровнем волатильности.

Если волатильность отождествляется с риском, то, как было показано для бесконечно коротких горизонтов инвестирования, увеличение фрактальной размерности приводит к увеличению уровня риска. В свою очередь, на бесконечно большом временном горизонте увеличение фрактальной размерности снижает риск, связанный с рассматриваемым финансовым инструментом. Таким образом, фрактальная размерность является важной, хотя и недостаточно признанной мерой риска. 3

Важной проблемой, связанной с изучением финансовых временных рядов с фрактальной

описывать структуру только локально или глобально. Применительно к графическому изображению случайных процессов можно считать, что фрактальная размерность характеризует глобальные колебания заданной величины, если мы имеем дело с процессом с самоподобными стационарными приращениями, то есть, удовлетворяющим условию:

точки зрения, является тот факт, что их графические представления следует классифицировать как естественные стохастические фракталы. Из-за невозможности априорно определить законы, управляющие колебаниями изучаемых величин, также невозможно вычислить фрактальную размерность и необходимо использовать соответствующие методы оценки. К настоящему времени предложено множество различных методов, среди которых целесообразно использовать метод сегментной вариации, метод деления полей и метод Хигучи.

Каждый из используемых методов представляет собой разную философию расчета: в случае кривых, расположенных на плоскости, метод сегментной вариации анализирует взаимосвязь между площадью прямоугольников, охватывающих данную структуру в последующих сегментах, и длиной их основания, в методе деления полей – между полями, полученными последовательно, в методе Хигучи – между длиной кривой и длиной основания отрезка [3].

Сегментно-вариационный метод является модификацией вариационного метода, он основан на соотношении, связывающем «объем» (в частности, площадь) гиперкубов, имеющих хотя бы одну общую точку с анализируемым объектом:

$$\dim_B(X) = 2 - \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\ln \Gamma_{\varepsilon}(X)}{\ln \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\ln N \Gamma_{\varepsilon}(X) / \varepsilon^2}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}. \quad (6)$$

Для эмпирических временных рядов крайне важно правильно оценить  $\Gamma_{\varepsilon}(X)$ . В методе сегментной вариации график ряда масштабируется так, чтобы первое наблюдение приходилось на нулевой момент, а последнее – на конец

единичного периода. Затем он делится на сегменты, содержащие  $m$  наблюдений (последний сегмент может содержать менее  $m$  наблюдений).  $\Gamma_{\varepsilon}(X)$  вычисляется по формуле:

$$\Gamma_{\varepsilon}(X) = \sum_{i=1}^{[(n-1)/(m-1)]} h_i \cdot \varepsilon + h' \cdot (1 - \varepsilon) \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right], \quad (7)$$

где  $n$  – число наблюдений,

$h_i$  – разница между максимальным и минимальным значением заданной величины в  $i$ -м сегменте,

$\varepsilon$  – длина сегмента,

$h'$  – разница между максимальным и минимальным значением данной величины в сегменте, содержащем менее  $m$  наблюдений (если  $m-1$  делит  $n-1$  без остатка, то можно считать  $h' = 0$ ).

Эта процедура повторяется для кратных  $m$  (количество сегментов не может быть меньше двух). Фрактальная размерность оценивается посредством линейной регрессии:

$$\ln \Gamma_{\varepsilon}(X) / \varepsilon^2. \quad (8)$$

Для  $m = 2, m = 3, m = 5, m = 7$  могут быть получены дальнейшие оценки фрактальной размерности. Если их среднее арифметическое равно  $1\frac{1}{2}$ , то за окончательную оценку принимается  $1\frac{1}{2}$ , при меньшем – минимальное значение, а при большем – максимальное. Метод деления полей основан на соотношениях площадей последующих прямоугольников, покрывающих граф исследуемого ряда. Сначала он покрывается прямоугольником со сторонами,

параллельными оси декартовой системы координат, высота которого равна разнице между максимальным и минимальным значениями наблюдаемой величины, а основание равно длине ряда. Затем она делится на половинки, и прямоугольниками закрывают части диаграммы, расположенные в каждом сегменте. Наконец, вычисляется сумма их площадей ( $p$ ) и площадь исходного прямоугольника ( $P$ ). Отношения между элементами следующие:

$$p = \dim_B(X) \cdot \frac{P}{2}. \quad (9)$$

Повторив описанную процедуру и рассматривая вновь созданные прямоугольники как исходные, мы получим набор точек вида  $((\frac{P}{2}), p)$ , позволяющий получить оценку

фрактальной размерности с помощью линейной регрессии (без пересечения).

Метод Хигучи основан на изучении длин анализируемых кривых []. Для этого выбирается некоторое натуральное  $k$ , а затем из исходного ряда  $X(1), X(2), \dots, X(n)$ , создаются  $k$  серий вида:

$$X(m), X(m+k), X(m+2k), \dots, X\left(m + \left[\frac{n-m}{k}\right] \cdot k\right), m = 1, 2, 3, \dots, k. \quad (10)$$

На следующем этапе вычисляется длина соответствующей кривой для каждой подсерии:

$$L_m(k) = \frac{n-1}{\left[\frac{n-m}{k}\right]k} \sum_{i=1}^{\left[\frac{n-m}{k}\right]} |X(m+k) - X(m+(i-1)k)|/k, \quad (11)$$

и среднее значение полученных таким образом значений  $L(k)$ . Фрактальная размерность получается из соотношения:

$$L(k) \sim k^{-\dim_B(X)}$$

Чаще всего с использованием метода наименьших квадратов для:

$$\ln(L(k)) \sim \dim_B(X) \ln \frac{1}{k}. \quad (12)$$

Можно рассмотреть модификацию метода Хигучи, которая предполагает придание большего значения самым последним наблюдениям. Для этой цели предлагаем использовать экспоненциальные веса:

$$L'_m(k) = \frac{n-1}{kA} \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n-m}{k} \rfloor} (1-\alpha)^{\lfloor \frac{n-m}{k} \rfloor - i} |X(m+ik) - X(m+(i-1)k)|/k, \quad (13)$$

где:

$$A = \frac{1}{\alpha} \left( 1 - (1-\alpha)^{\lfloor \frac{n-m}{k} \rfloor} \right). \quad (14)$$

Значение коэффициента  $\alpha$  зависит от количества имеющихся наблюдений, например,  $\alpha = \frac{1}{n}$ .

Определение того, является ли связь между этими переменными линейными или нет, требует дополнительного анализа. Также стоит отметить, что распределение оценок фрактальной размерности не является одноточечным распределением, сосредоточенным на уровне  $1\frac{1}{2}$ , как предполагает классическая модель случайного блуждания. Фактически на бирже мы имеем дело со всем спектром фрактальных размерностей, причем здесь явно доминируют стойкие временные ряды. Учет такого положения вещей в методологии количественной оценки инвестиционного риска является проблемой, требующей интенсивных исследований.

## Выводы

Основная идея заключается в том, что фрактальная геометрия позволяет учитывать сложные и неравномерные закономерности в поведении финансовых рынков, которые не могут быть адекватно описаны традиционными моделями. Путем анализа самоподобных структур и масштабов в финансовых данных, можно выявить скрытые закономерности и предсказать тенденции, которые могут быть упущены стандартными методами.

Этот новый подход к фрактальной экономике предлагает не только более точные и надежные прогнозы рыночной динамики, но и открывает новые возможности для понимания и управления финансовыми процессами. Исследование фрактальных структур в экономике может привести к разработке инновационных стратегий инвестирования, управления рисками и оптимизации портфелей, открывая новые перспективы для развития современной математической экономики.

## Список источников

1. Астраханцева И.А., Горев С.В., Астраханцев Р.Г. Системный подход к анализу фрактальной природы сложных технических систем // Известия высших учебных заведений. Серия: Экономика, финансы и управление производством. 2023. № 3 (57). С. 89 – 97. doi: 10.6060/ivecofin.2023573.657
2. Власов Д.А. Введение в теорию игр. М.: Инфра-М, 2022. 222 с.
3. Гладун К.В. Фрактальная размерность Хигучи как метод оценки реакции на звуковые стимулы у пациентов с диффузным аксональным повреждением головного мозга // Соврем. технол. мед.. 2020. № 4. С. 63 – 71.
4. Кейнс Дж.М. Общая теория занятости, процента и денег. М.: Прогресс. 2013. 402 с.
5. Ланская Д.В., Ряховский Б.С., Самойлик С.М. Капитал и его развитие в условиях экономики знаний // Естественно-гуманитарные исследования. 2020. № 6 (32). С. 220 – 225. doi: 10.24412/2309-4788-2020-10717
6. Мандельброт Б. Фракталы и хаос. Множество Мандельброта и другие чудеса. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2009. 400 с.
7. Мандельброт Б., Хадсон Р.Л. Непослушные рынки. Фрактальная революция в финансах. М.: Вильямс, 2006. 408 с.
8. Мельникова Ю.В., Лажаунинкас Ю.В. Компьютерное моделирование экономических процессов с применением методов фрактального анализа // Наука Красноярья. 2022. № 4. С. 7 – 23.
9. Орлов Ю.Н., Осминин К.П. Нестационарные временные ряды; Методы прогнозирования с примерами анализа финансовых и сырьевых рынков. М. I УРСС, 2011. 384 с.
10. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. М.: Интернет-трейдинг, 2004. 304 с.
11. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка I: пер. с англ. В. И. Гусевой. М. I МКР, 2000. 333 с.
12. Фейс К. Трейдинг, основанный на интуиции. СПб. i Питер, 2011. 240 с.
13. Falconer K. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. Chichester, England: John Wiley & Sons. 1990. 288 p.

14. Kekovic G., Culic M., Martac L., Stojadinovic G., Capo I., Lalošević D., Sekulic S. Fractal dimension values of cerebral and cerebellar activity in rats loaded with aluminium // *Med Biol Eng Comput.* 2010. № 48 (7). P. 671 – 679. <https://doi.org/10.1007/s11517-010-0620-3>
15. Mandelbrot B.B. *Les objets fractals: forme, hasard et dimension.* Paris: Flammarion. 1975. 190 p.

### References

1. Astrakhanseva I.A., Gorev S.V., Astrakhansev R.G. Systems approach to the analysis of the fractal nature of complex technical systems. *News of higher educational institutions. Series: Economics, finance and production management.* 2023. No. 3 (57). P. 89 – 97. doi: 10.6060/ivecofin.2023573.657
2. Vlasov D.A. *Introduction to game theory.* Moscow: Infra-M, 2022. 222 p.
3. Gladun K.V. Higuchi fractal dimension as a method for assessing the response to sound stimuli in patients with diffuse axonal brain injury. *Modern technological med..* 2020. No. 4. P. 63 – 71.
4. Keynes J.M. *General Theory of Employment, Interest, and Money.* Moscow: Progress. 2013. 402 p.
5. Lanskaya D.V., Ryakhovsky B.S., Samoilik S.M. Capital and its Development in the Knowledge Economy. *Research in the Humanities.* 2020. No. 6 (32). P. 220 – 225. doi: 10.24412/2309-4788-2020-10717
6. Mandelbrot B. *Fractals and Chaos. The Mandelbrot Set and Other Wonders.* Moscow: Regular and Chaotic Dynamics, 2009. 400 p.
7. Mandelbrot B., Hudson R.L. *Unruly Markets. The Fractal Revolution in Finance.* Moscow: Williams, 2006. 408 p.
8. Melnikova Yu.V., Lazhauinkas Yu.V. Computer modeling of economic processes using fractal analysis methods. *Science of Krasnoyarsk.* 2022. No. 4. P. 7 – 23.
9. Orlov Yu.N., Osminin K.P. Non-stationary time series; Forecasting methods with examples of analysis of financial and commodity markets. *M. I URSS,* 2011. 384 p.
10. Peters E. *Fractal analysis of financial markets. Application of chaos theory in investments and economics.* Moscow: Internet trading, 2004. 304 p.
11. Peters. E. Chaos and order in the capital markets. A new analytical look at cycles, prices and market volatility I: trans. from English by V.I. Guseva. *M. I MKP,* 2000. 333 p.
12. Feys K. *Trading based on intuition.* SPb. i Piter, 2011. 240 p.
13. Falconer K. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications.* Chichester, England: John Wiley & Sons. 1990. 288 p.
14. Kekovic G., Culic M., Martac L., Stojadinovic G., Capo I., Lalošević D., Sekulic S. Fractal dimension values of cerebral and cerebellar activity in rats loaded with aluminum. *Med Biol Eng Comput.* 2010. № 48 (7). P. 671 – 679. <https://doi.org/10.1007/s11517-010-0620-3>
15. Mandelbrot B.B. *Les objets fractals: form, hasard et dimension.* Paris: Flammarion. 1975. 190 p.

### Информация об авторе

Манаширов Э.С., Московский научно-практический центр «Высшая Лига», [Manashirov25@gmail.com](mailto:Manashirov25@gmail.com)

© Манаширов Э.С., 2025