

DOI: 10.12731/2227-930X-2025-15-2-341

EDN: GJGBJR

УДК 631.372



Научная статья | Эксплуатация автомобильного транспорта

## ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО МОДУЛЯ НА ВЕРТИКАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОСИ КОЛЕСА

*Ю.П. Корнюшин, М.В. Сидоров*

### *Аннотация*

**Обоснование.** В статье рассматривается влияние динамических свойств технологического модуля на процесс формирования вертикальных колебаний оси колеса при движении по заданной опорной поверхности. В исследовании использовались: математическая модель половины технологического модуля, модель шины. Получены амплитудно-частотные характеристики системы и спектральные плотности по вертикальному перемещению и ускорению оси колеса для четырех комплектаций при изменении параметра, характеризующего динамические свойства технологических модулей. Для анализа зависимостей использовались методы статистической динамики. При увеличении массы технологического модуля с 1429 кг до 3929 кг (для перевода трактора из тягового класса 1,4 в тяговый класс 2 и 3 соответственно), при использовании шин 15,5R38, наблюдается снижение собственной частоты технологического модуля с 24 до 14 рад/с и увеличение максимального значения спектральной плотности с  $0,5 \cdot 10^{-3}$  до  $4 \cdot 10^{-3}$ . При увеличении массы технологического модуля с 2343 кг до 4847 кг (для перевода трактора из тягового класса 3 в тяговый класс 4 и 5 соответственно), при использовании шин 21,3R24, наблюдается снижение собственной частоты колебаний технологического модуля с 18 до 12 рад/с и увеличение максимального значения спектральной плотности с  $1,5 \cdot 10^{-3}$  до  $6 \cdot 10^{-3}$ . Спектральная плотность

(характеризующая распределение энергии процесса) вертикальных колебаний опорной поверхности в диапазоне частот (0...5 рад/с.) совпадает с спектральной плотностью оси колеса технологических модулей всех комплектаций.

**Цель** – получение и анализ статистических характеристик, описывающих динамические свойства технологических модулей при движении по заданной опорной поверхности.

**Метод и методология проведения работы.** В статье использовались методы математического моделирования и статистической динамики.

**Результаты.** Получены статистические характеристики, описывающие динамические свойства технологических модулей при движении по заданной опорной поверхности.

**Область применения результатов.** Полученные результаты целесообразно применять организациям и учреждениям, занимающимся разработкой методов и средств изучения динамики тракторов и автомобилей.

**Ключевые слова:** технологический модуль; шина; опорная поверхность, математическая модель, методы статистической динамики

**Для цитирования.** Корнюшин, Ю. П., & Сидоров, М. В. (2025). Влияние динамических свойств технологического модуля на вертикальные колебания оси колеса. *International Journal of Advanced Studies*, 15(2), 161–176. <https://doi.org/10.12731/2227-930X-2025-15-2-341>

Original article | Operation of Road Transport

## INFLUENCE OF DYNAMIC PROPERTIES OF THE PROCESS MODULE ON VERTICAL VIBRATIONS OF THE WHEEL AXIS

*Yu.P. Korniyushin, M.V. Sidorov*

### *Abstract*

**Background.** The article examines the influence of the dynamic properties of the technological module on the process of forming vertical vi-

brations of the wheel axis when moving along a given bearing surface. The following methods were used in the study: a mathematical model of half of the technological module, a bus model. The amplitude-frequency characteristics of the system and spectral densities for vertical displacement and acceleration of the wheel axis for four configurations are obtained when changing the parameter characterizing the dynamic properties of technological modules. Statistical dynamics methods were used to analyze the dependencies. With an increase in the mass of the technological module from 1429 kg to 3929 kg (to transfer the tractor from traction class 1.4 to traction class 2 and 3, respectively), when using 15.5R38 tires, there is a decrease in the natural frequency of the technological module from 24 to 14 rad/s and an increase in the maximum spectral density from  $0.5 \cdot 10^{-3}$  to  $4 \cdot 10^{-3}$ . With an increase in the mass of the technological module from 2343 kg to 4847 kg (to transfer the tractor from traction class 3 to traction class 4 and 5, respectively), when using tires 21.3R24, there is a decrease in the natural oscillation frequency of the technological module from 18 to 12 rad/s and an increase in the maximum spectral density from  $1.5 \cdot 10^{-3}$  to  $6 \cdot 10^{-3}$ . The spectral density (characterizing the distribution of process energy) of vertical vibrations of the support surface in the frequency range (0..5 rad/s) coincides with the spectral density of the wheel axis of technological modules of all configurations.

**Purpose.** Obtaining and analyzing statistical characteristics describing the dynamic properties of technological modules when moving along a given support surface.

**Methodology.** In the article were used the methods of mathematical modeling and also statistical methods of the analysis.

**Results.** Statistical characteristics describing the dynamic properties of technological modules when moving along a given support surface are obtained.

**Practical implications.** It is advisable to apply the results obtained to organizations and institutions involved in the development of methods and tools for studying the dynamics of tractors and automobiles.

**Keywords:** technological module; tire; support surface; mathematical model; methods of statistical dynamics

**For citation.** Korniyushin, Yu. P., & Sidorov, M. V. (2025). Influence of dynamic properties of the process module on vertical vibrations of the wheel axis. *International Journal of Advanced Studies*, 15(2), 161–176. <https://doi.org/10.12731/2227-930X-2025-15-2-341>

### **Введение**

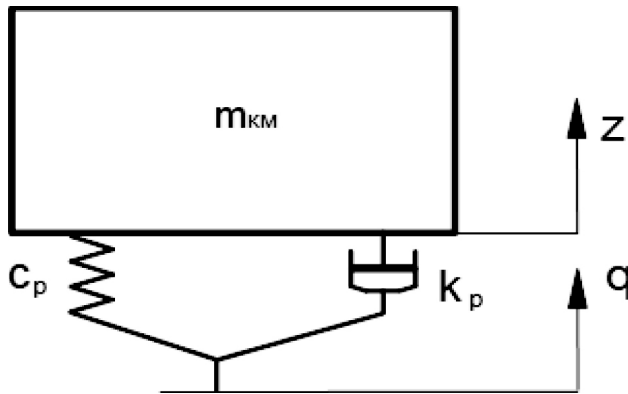
В последнее время в мировом тракторостроении наметился рост энергонасыщенности тракторов и для реализации их «избыточной» мощности многие зарубежные и отечественные производители применяют балластирование. Отрицательным эффектом балластирования является повышение энергозатрат на самопередвижение трактора и рост удельных энергозатрат.

Одним из путей снижения удельных энергозатрат является использование энергонасыщенных тракторов по модульному принципу, сформированного путем применения на двухосных тракторах дополнительного ведущего моста (технологического модуля) [1]. Технологический модуль представляет собой одноосную приводную тележку-цепку, выполненную на основе шарнирно-сочлененной несущей рамы, оборудованной ведущими колесами и гидронавесным механизмом. Использование энергонасыщенных тракторов по модульному принципу, позволяет менять тяговый класс трактора с номинального до следующего тягового класса, или на два.

### **Методы и материалы**

Обоснование параметров технологического модуля с учетом колебаний опорной поверхности при выполнении трактором технологических операций имеет определенный научный и практический интерес. Для исследования вертикальных колебаний остова технологического модуля воспользуемся одномассовой системой [2-3], представленной на рис. 1.





**Рис. 1.** Расчетная схема вертикальных колебаний технологического модуля как одномассовой системы

Уравнение движения рассматриваемой системы имеет вид [4]:

$$m_{к.м} \ddot{z} + k_p \dot{z} + c_p z = k_p \dot{q} + c_p q,$$

где  $m_{к.м}$  – масса, приходящаяся на ось колеса, кг;  $z$  – вертикальное перемещение оси колеса;  $q$  – вертикальное перемещение по опорной поверхности;  $c_p$  – коэффициент радиальной жесткости шины, Н/м;  $k_p$  – коэффициент радиального демпфирования, Н\*с/м.

С учетом преобразования Лапласа передаточная функция такой системы по вертикальному перемещению оси колеса относительно возмущения со стороны опорной поверхности описывается соотношением [5, 6]:

$$W_{zq}(s) = \frac{k_p s + c_p}{m_{к.м} s^2 + k_p s + c_p},$$

$s$  – аргумент функции изображения оригинала.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) системы по вертикальному перемещению оси колеса описывается соотношением:

$$H_{zq}(\omega) = |W_{zq}(j\omega)| = \frac{\sqrt{c_p^2 + (k_p \omega)^2}}{\sqrt{(c_p - m_{к.м} \omega^2)^2 + (k_p \omega)^2}},$$

где  $j = \sqrt{-1}$ ;

$\omega$  – циклическая частота колебаний, рад/с

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) системы по вертикальным виброускорениям оси колеса описывается соотношением:

$$H_{zq}(\omega) = \omega^2 H_{zq}(\omega) = \omega^2 \frac{\sqrt{c_p^2 + (k_p \omega)^2}}{\sqrt{(c_p - m_{к.л} \omega^2)^2 + (k_p \omega)^2}}$$

Для получения рационального значения параметров шин технологического модуля для выбранного режима работы за показатель эффективности демпфирования выбираем величину среднеквадратического отклонения ускорения оси колеса [7]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} |H_{zq}(\omega)|^2 S_q(\omega) d\omega},$$

где  $S_q(\omega)$  – спектральная плотность возмущения.

Изменение высоты  $q$  профиля опорной поверхности вдоль движения трактора по пути  $L$  в работах [8, 9] предложено рассматривать как стационарный случайный процесс с общим аппроксимирующим выражением корреляционной функции вида [10-11]:

$$R_z = \sigma_z^2 (A_1 e^{-a_1(l)} + A_2 e^{-a_2(l)} \cos(bl)).$$

где  $\sigma_z$  – среднеквадратическое отклонение, см;  $a_1$ ,  $a_2$  и  $\beta$  – коэффициенты, характеризующие затухание и периодичность функции;  $A_1$  и  $A_2$  – коэффициенты, характеризующие доли экспоненциальной и периодической составляющих.

Параметры, входящие в выражение корреляционной функции для стерни колосовых культур взяты из литературного источника [8] и приведены в таблице 1.

Таблица 1.

**Численные значения коэффициентов аппроксимации корреляционной функции высот профиля опорной поверхности при скорости транспортно-технологического средства  $V = 1$  м/с**

Вид опорной поверхности	$\sigma_z$ , см	$A_1$	$A_2$	$a_1$ , 1/м	$a_2$ , 1/м	$b$ , 1/м
Стерня колосовых культур	3,26	0,9	0,1	0,7	0,2	1,57

## Результаты

Спектральная плотность опорной поверхности представлена на рис. 2. Основной спектр часто находится в диапазоне от нуля до 7 рад/с и с характерным всплеском при частоте около 3 рад/с.

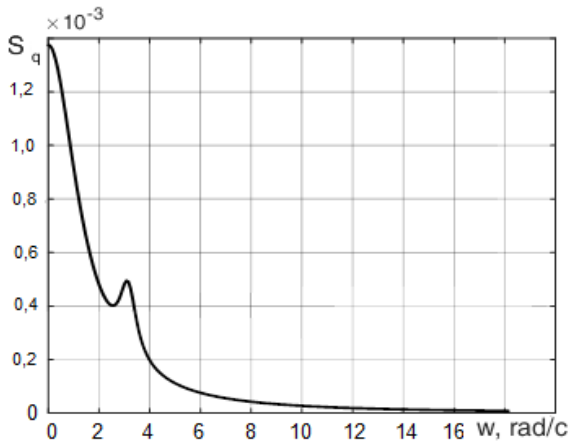


Рис. 2. Спектральная плотность вертикальных перемещений опорной поверхности стерня колосовых культур

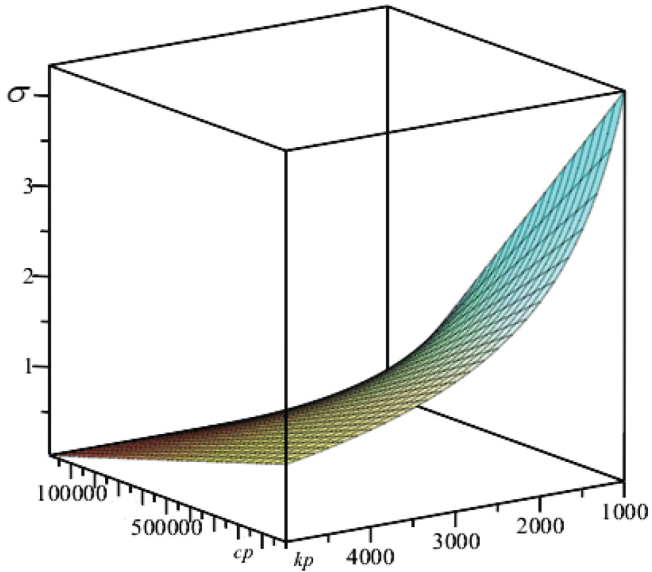
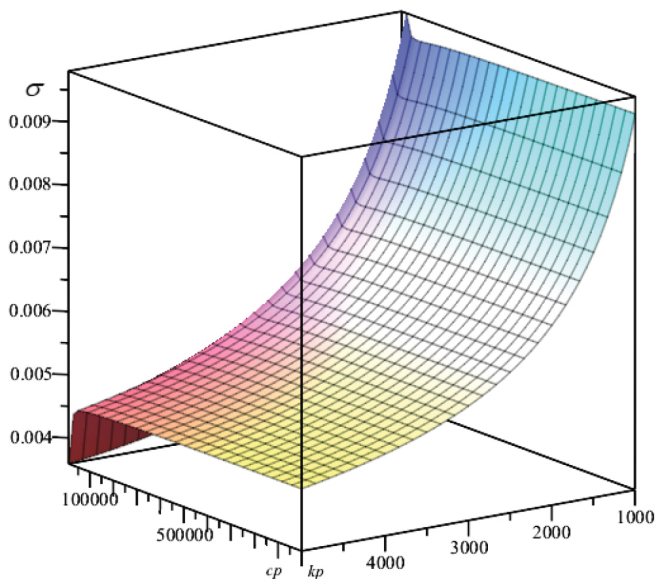


Рис. 3. Поверхность целевой функции среднеквадратического отклонения ускорения оси ведущего колеса технологического модуля при изменении радиальной жесткости и демпфирования шины

Поверхности целевых функций среднеквадратического отклонения ускорения и вертикальной координаты оси ведущего колеса технологического модуля при изменении радиальной жесткости и демпфирования шины приведены на рис. 3 и 4.



**Рис. 4.** Поверхность целевой функции среднеквадратического отклонения вертикальной координаты оси ведущего колеса технологического модуля при изменении радиальной жесткости и демпфирования шины

Анализируя полученные целевые функции среднеквадратических отклонений ускорения и вертикальной координаты оси ведущего колеса технологического модуля при изменении радиальной жесткости от нуля до 1000000 Н/м и демпфирования от 1000 до 5000 Н\*с/м его шины, можно сделать вывод, что минимальные значения среднеквадратических отклонений ускорений и вертикальной координаты оси ведущего колеса соответствуют минимальным значениям радиальной жесткости и максимальным значениям коэффициента демпфирования шины. Однако известно, что применение слишком мягких шин и введение в конструкцию

большого показателя демпфирования ухудшают показатели плавности хода [7].

Проведем оценку вертикальных колебаний оси колеса технологического модуля для конкретной его комплектации в зависимости от тягового класса трактора и его перехода в другой тяговый класс. Характеристики технологических модулей приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Характеристика технологических модулей

Тяговый класс	Масса $m_{к.м.}$ , кг	Марка шины	Радиальная жесткость $c_p$ , кН/м	Источник
1,4 - 2	1429	15,5R38	400	[12]
1,4 - 3	3929	15,5R38	400	[12]
3 - 4	2347	21,3R24	352	[12]
3 - 5	4847	21,3R24	352	[12]

Результаты моделирования движения технологического модуля со скоростью 2 м/с по опорной поверхности стерня колосовых культур, приведены на рис. 6 - 9. Амплитудно-частотная характеристика по вертикальному перемещению оси колеса технологического модуля массой 1429 кг имеет частоту равную 24 рад/с и максимальное значение равное 11,5 (Рис. 5). При данной частоте на спектральной плотности вертикальных перемещений оси колеса наблюдается всплеск, соответствующий собственной частоте технологического модуля 24 рад/с (Рис. 6). При этом сглаживание частоты вертикальных колебаний опорной поверхности не наблюдается. При увеличении массы технологического модуля до 3929 кг (для перевода трактора из тягового класса 1,4 в тяговый класс 3), при использовании тех же шин, наблюдается снижение собственной частоты технологического модуля с 24 до 14 рад/с и увеличение максимального значения спектральной плотности с  $0,5 \cdot 10^{-3}$  до  $4 \cdot 10^{-3}$  (Рис. 6).

Амплитудно-частотная характеристика по вертикальному перемещению оси колеса технологического модуля массой 2347 кг для трактора тягового класса 3, позволяющего перевести его в тяговый класс 4, имеет резонансную частоту равную 18 рад/с и максималь-

ное значение равное 12,5 (Рис.5). В результате при резонансной частоте наблюдается увеличение спектральной плотности вертикальных перемещений оси колеса относительно спектральной плотности вертикальных колебаний опорной поверхности (Рис. 6).

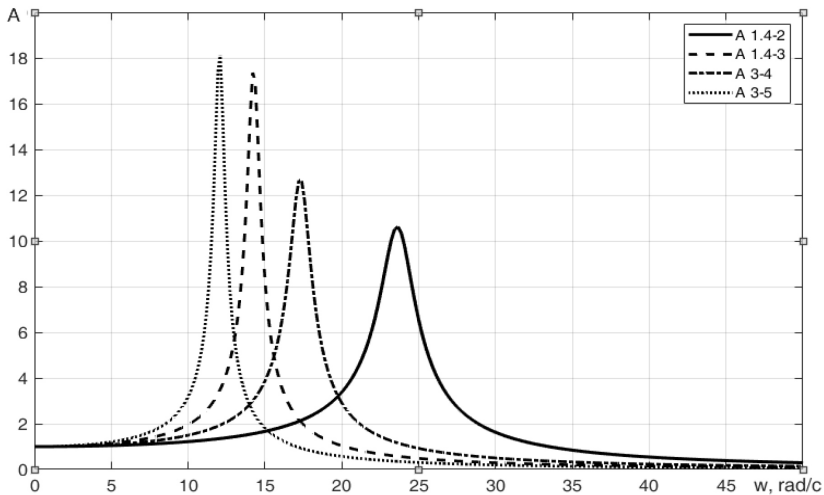


Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика по вертикальному перемещению оси колеса

При увеличении массы технологического модуля до 4847 кг (для перевода трактора из тягового класса 3 в тяговый класс 5) наблюдается снижение собственной частоты колебаний технологического модуля с 18 до 12 рад/с и увеличение максимального значения спектральной плотности с  $1,5 \cdot 10^{-3}$  до  $6 \cdot 10^{-3}$  (Рис. 5). Анализируя спектральные плотности вертикальных перемещений (Рис. 6), можно отметить, что спектральная плотность (характеризующая распределение энергии процесса) вертикальных колебаний опорной поверхности в диапазоне частот (0...5 рад/с.) совпадает со спектральной плотностью оси колеса технологических модулей всех комплектаций. Это говорит об отсутствии сглаживания технологическим модулем колебаний опорной поверхности. При чем максимальные значения спектральных плотностей соб-

ственных частот лежат в области более высоких частот (от 12 до 24 рад/с.) в отдельных случаях превышает значение спектральной плотности вертикальных колебаний опорной поверхности до 4 раз.

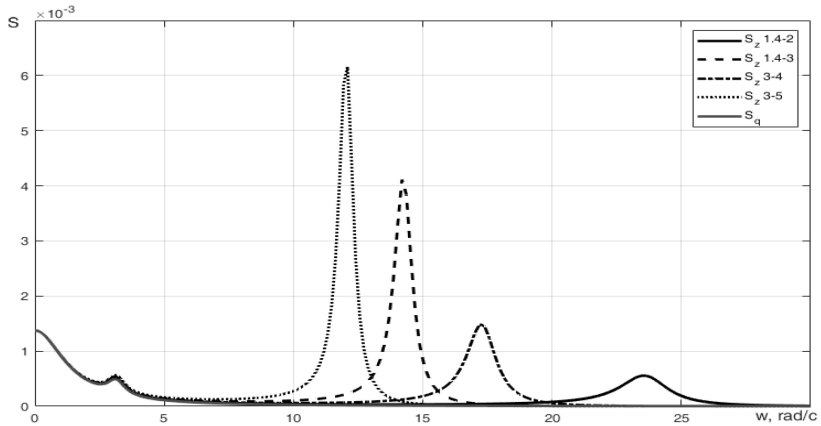


Рис. 6. Спектральная плотность вертикальных перемещений

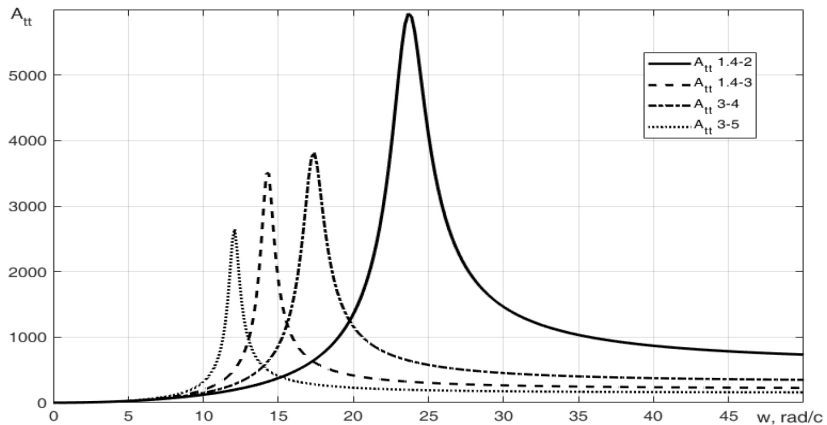


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика по вертикальному ускорению оси колеса

Амплитудно-частотная характеристика по вертикальному ускорению оси колеса технологического модуля имеет частоты, совпадающие с частотами вертикальных перемещений оси колес (Рис. 7 и 8).

Основная частота вертикальных ускорений оси колеса технологического модуля имеют такие же частоты, при этом отсутствуют частоты опорной поверхности (Рис. 8).

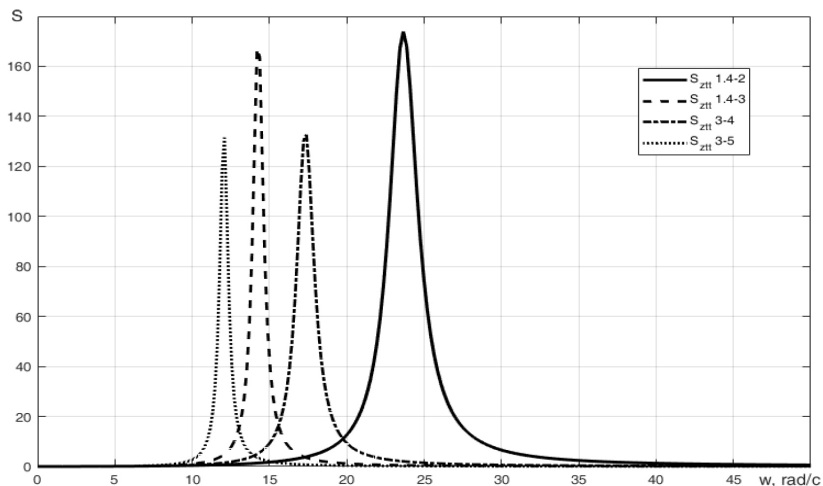


Рис. 8. Спектральная плотность вертикальных ускорений оси колеса

## Выводы

1. Минимальные значения среднеквадратических отклонений ускорений и вертикальной координаты оси ведущего колеса технологического модуля соответствуют минимальным значениям радиальной жесткости и максимальным значениям коэффициента демпфирования шины колеса.

2. При увеличении массы технологического модуля с 1429 кг до 3929 кг (для перевода трактора из тягового класса 1,4 в тяговый класс 2 и 3 соответственно), при использовании шин 15,5R38, наблюдается снижение собственной частоты технологического модуля с 24 до 14 рад/с и увеличение максимального значения спектральной плотности с  $0,5 \cdot 10^{-3}$  до  $4 \cdot 10^{-3}$ .

3. При увеличении массы технологического модуля с 2343 кг до 4847 кг (для перевода трактора из тягового класса 3 в тяговый класс 4 и 5 соответственно), при использовании шин 21,3R24, на-



блюдается снижение собственной частоты колебаний технологического модуля с 18 до 12 рад/с и увеличение максимального значения спектральной плотности с  $1,5 \cdot 10^{-3}$  до  $6 \cdot 10^{-3}$ .

4. Спектральная плотность (характеризующая распределение энергии процесса) вертикальных колебаний опорной поверхности в диапазоне частот (0...5 рад/с.) совпадает с спектральной плотностью оси колеса технологических модулей всех комплектаций. Что говорит об отсутствии сглаживания технологическим модулем вертикальных колебаний опорной поверхности.

### Список литературы

1. Лавров, А. В., Сидоров, М. В., & Воронин, В. А. (2021). Технологический модуль для крестьянских фермерских хозяйств. *Сельский механизатор*, (3), 5. EDN: <https://elibrary.ru/WKMHWK>
2. Скрынников, А. В., Шихин, А. В., Попов, А. А., & Сидоров, В. Н. (2022). Моделирование взаимодействия шины колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля. *Инженерный вестник Дона*, (6). Получено с [ivdon.ru/ru/magazine/archive/nbu2022/7695](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/nbu2022/7695) EDN: <https://elibrary.ru/RIGKUW>
3. Певзнер, Я. М., Гридасов, Г. Г., & Конев, А. Д., & др. (1979). *Колебания автомобиля. Испытания и исследования*. Москва: Машиностроение. 208 с.
4. Хачатуров, А. А., Афанасьев, В. Л., & Васильев, В. С., & др. (1976). *Динамика системы дорога-шина-автомобиль-водитель*. Москва: Машиностроение. 535 с.
5. Сидорова, А. В., Степин, П. И., & Сидоров, В. Н. (2020). Имитационное моделирование колебаний центра масс колесной машины с помощью программы Simulink. *Инженерный вестник Дона*, (4). Получено с [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395) EDN: <https://elibrary.ru/VVKADR>
6. Сидоров, М. В., Судейко, О. В., & Сидоров, В. Н. (2021). Имитационное моделирование вибронгруженности пассажирских мест автобуса для внутрихозяйственных перевозок сельскохо-

- зяйственных предприятий. *АгроЭкоИнфо: Электронный научно-производственный журнал*, (2). Получено с [http://agroecoinfo.ru/STATYI/2021/2/st\\_216.pdf](http://agroecoinfo.ru/STATYI/2021/2/st_216.pdf) EDN: <https://elibrary.ru/NIUORD>
7. Котиев, Г. О., & Сарач, Е. Б. (2010). *Комплексное подрессоривание высокоподвижных двухзвенных гусеничных машин*. Москва. 184 с. EDN: <https://elibrary.ru/ZCLELL>
  8. Лурье, А. Б. (1981). *Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов*. Москва. 382 с.
  9. Попов, В. Б. (2005). Математическое моделирование мобильного сельскохозяйственного агрегата в режиме транспортного переезда. *Вестник Гомельского государственного технического университета им. П. О. Сухого*, (3), 13–18. EDN: <https://elibrary.ru/PYVSMТ>
  10. Проектирование полноприводных колесных машин. (2008). Москва. Книга 1. 496 с.
  11. Жилейкин, М. М., Котиев, Г. О., & Сарач, Е. Б. (2018). *Математические модели систем транспортных средств: методические указания*. Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана. Получено с <https://e.lanbook.com/book/103321>
  12. Бойков, В. П., & Белковский, В. Н. (1988). *Шины для тракторов и сельскохозяйственных машин*. Москва: Агропромиздат. 240 с.

### References

1. Lavrov, A. V., Sidorov, M. V., & Voronin, V. A. (2021). Technological module for peasant farms. *Sel'skij Mekhanizator*, (3), 5. EDN: <https://elibrary.ru/WKMHWK>
2. Skrynnikov, A. V., Shikhin, A. V., Popov, A. A., & Sidorov, V. N. (2022). Wheel-Tire Interaction Modeling with Support Base of Mobile Module. *Don Engineering Bulletin*, (6). Retrieved from [ivdon.ru/magazine/archive/n6y2022/7695](http://ivdon.ru/magazine/archive/n6y2022/7695) EDN: <https://elibrary.ru/RIGKUW>
3. Pevzner, Ya. M., Gridasov, G. G., & Konev, A. D., et al. (1979). *Car Oscillations. Testing and Research*. Moscow: Mashinostroenie. 208 p.
4. Khachaturov, A. A., Afanasiev, V. L., & Vasilev, V. S., et al. (1976). *Dynamic Behavior of Driver-Vehicle-Wheel-Road System*. Moscow: Mashinostroenie. 535 p.

5. Sidorova, A. V., Stepin, P. I., & Sidorov, V. N. (2020). Simulation of Mass Center Oscillation of Wheeled Machine Using Simulink Software. *Don Engineering Bulletin*, (4). Retrieved from ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395 EDN: <https://elibrary.ru/VVKADR>
6. Sidorov, M. V., Sudeyko, O. V., & Sidorov, V. N. (2021). Simulation of vibration loading of passenger seats in buses used for intra-farm transportation of agricultural enterprises. *AgroEcoInfo: Electronic Scientific and Industrial Journal*, (2). Retrieved from [http://agroecoinfo.ru/STATYI/2021/2/st\\_216.pdf](http://agroecoinfo.ru/STATYI/2021/2/st_216.pdf) EDN: <https://elibrary.ru/NIUORD>
7. Kotiev, G. O., & Sarach, E. B. (2010). *Complex Suspension System for Highly Mobile Two-Section Tracked Vehicles*. Moscow. 184 pp. EDN: <https://elibrary.ru/ZCLELL>
8. Lur'e, A. B. (1981). *Statistical Dynamics of Agricultural Units*. Moscow. 382 p.
9. Popov, V. B. (2005). Mathematical modeling of mobile agricultural equipment in transport crossing mode. *Bulletin of Gomel State Technical University named after P. O. Sukhoi*, (3), 13–18. EDN: <https://elibrary.ru/PYVSMT>
10. Projecting all-wheel drive wheel machines. (2008). Moscow. Book 1. 496 p.
11. Zhileykin, M. M., Kotiev, G. O., & Sarach, E. B. (2018). *Mathematical Models of Transport Systems: Guidelines*. Moscow: BMSTU. Retrieved from <https://e.lanbook.com/book/103321>
12. Boykov, V. P., & Belkovskii, V. N. (1988). *Tires for tractors and agricultural machinery*. Moscow: Agropromizdat. 240 p.

### **ДАнные ОБ АВТОРАХ**

**Корнюшин Юрий Петрович**, профессор кафедры «Системы автоматического управления», доктор технических наук  
*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Калужский филиал*  
*ул. Баженова, 2, г. Калуга, 248000, Российская Федерация*  
*theroland@yandex.ru*

**Сидоров Максим Владимирович**, доцент кафедры «Колесные машины и прикладная механика», кандидат технических наук

*Московский государственный технический университет им.*

*Н.Э. Баумана, Калужский филиал*

*ул. Баженова, 2, г. Калуга, 248000, Российская Федерация*

*sidorov-kaluga@yandex.ru*

### **DATA ABOUT THE AUTHORS**

**Yuri P. Kornushin**, Professor of the Department “Automatic Control Systems”, Doctor of Technical Sciences

*Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch*

*2, Bazhenova Str., Kaluga, 248000, Russian Federation*

*theroland@yandex.ru*

*SPIN-code: 4391-3096*

**Maksim V. Sidorov**, Associate Professor of the Department “Wheeled vehicles and Applied Mechanics”, Candidate of Technical Sciences

*Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch*

*2, Bazhenova Str., Kaluga, 248000, Russian Federation*

*sidorov-kaluga@yandex.ru*

*SPIN-code: 6131-3669*

*ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6686-2282>*

*Scopus Author ID: 57211752346*

Поступила 19.05.2025

После рецензирования 12.06.2025

Принята 20.06.2025

Received 19.05.2025

Revised 12.06.2025

Accepted 20.06.2025