

**АПРЯТКИНА А.М., КУЗНЕЦОВ А.Ф.**

## **РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ**

**Аннотация.** В данной статье показана роль выбора эффективного портфеля ценных бумаг в управлении инвестициями. Рассматривается схема комплекса программ по созданию оптимального портфеля ценных бумаг. Приведены различные методики расчёта эффективного портфеля, разработанные отечественными и зарубежными учеными в теории принятия инвестиционных решений. Обоснована необходимость процесса диверсификации портфеля по принципу минимума риска и максимума доходности.

**Ключевые слова:** инвестиции в ценные бумаги, портфель ценных бумаг, оптимизационная задача, ожидаемая доходность, уровень риска, диверсификация.

**APRYATKINA. A.M., KUZNETSOV A.F.,**

## **CALCULATION OF OPTIMUM SECURITIES PORTFOLIO**

**Abstract.** The paper shows the role of an effective securities portfolio in the investment management. In this connection a complex program scheme to make an optimal securities portfolio is considered. Thus the authors review various methods of calculating the effective portfolio developed by Russian and overseas scientists in the theory of investment decision-making. Consequently, it is recommended to form a diverse securities portfolio based on the principle of minimum risk and maximum return.

**Key words:** investment in securities; securities portfolio; an optimization problem; expected return; the level of risk; diversification.

Финансовый рынок в современной России превращается в одну из составляющих частей национальной экономики. Наиболее значительным во множестве тенденций, вытекающих из укрепления позиций рыночной экономики, является рынок ценных бумаг, в частности его фондовые биржи, где ежегодно стремительно растут объемы операций по купле-продаже ценных бумаг, все больше расширяется круг частных инвесторов, предпочитающих выгодно и достаточно надежно разместить свои средства и желающих инвестировать на фондовых рынках, несмотря на факторы риска. Этому в значительной степени способствуют потоки государственного регулирования операций на рынке ценных бумаг, обеспечение прав инвесторов и обширные возможности для размещения денежных средств в соответствии с аспектом времени [5].

При совершении инвестирования в ценные бумаги любые инвесторы следуют различным целям инвестирования. Именно портфель ценных бумаг является инструментом, использование которого делает возможным достижение требуемого соотношения всех

инвестиционных целей, что нельзя осуществить с помощью отдельно выбранной ценной бумаги. Конструкция целей инвесторов включает следующие ориентиры: сохранение и увеличение капитала, приобретение ценных бумаг с намерением функционирования их в виде наличности, расширение сферы влияния и изменения структуры собственности, спекулятивная игра в условиях колебания курсовой стоимости ценных бумаг, а также достижение других производных целей [3].

Вместе с тем, рынок ценных бумаг характеризуется существенной нестабильностью, которая имманентно присуща современной экономике, представленной в виде чередующихся подъемов и снижений деловой активности, вызванных действием различных, не всегда предсказуемых факторов. Таким образом, для того чтобы сохранить и прирастить имеющиеся средства, следует мгновенно и адекватно реагировать на изгибы рыночной конъюнктуры и прогнозировать их динамику.

Важнейшую роль в управлении инвестициями играет выбор эффективного портфеля, формирование которого основано на теории оптимизации портфеля ценных бумаг. Основной проблемой последней является максимизация ожидаемой доходности при умеренном для инвестора уровне риска. Алгоритм функционирования комплекса моделей портфеля ценных бумаг, формируемых оптимально по различным критериям, можно представить из следующих этапов:

1. Выбор эмитентов, из ценных бумаг которых будет построен портфель. С этой целью первоначально осуществляется сбор инвестором информации о торгах. Прежде всего нужно изучить рынок, выявить ведущие отрасли. Необходимо, чтобы в предстоящий портфель входили ценные бумаги различных отраслей, что будет способствовать диверсификации рисков и снижению коррелируемости взятых активов. Решение инвестора должно быть направлено и на количественный состав ценных бумаг, входящих в портфель. Современной практикой обосновано, что оптимальная диверсификация образуется при количестве в портфеле от 8 до 20 различных видов ценных бумаг. Дальнейшее увеличение состава портфеля будет являться нецелесообразным, так как может возникнуть явление излишней диверсификации, приводящее к отрицательным результатам, где для их избежания наиболее популярной будет стратегия частого пересмотра состава портфеля [2].

2. Задание границ вероятностного пространства рынка. Границы вероятностного пространства могут быть назначены самостоятельно путем экспертных оценок, а также задействуя сведения об индексе РТС. Исходя из этого, инвестор может воспользоваться следующими вариантами установления границ:

1 вариант – сбор значений индекса РТС за 5-6 лет; акцентирование внимания на отрезки с возрастающим, убывающим, боковым трендом; расчет среднего значения

доходности рынка на каждом интервале;

2 вариант – сбор значений котировок ценных бумаг, участвующих в анализе, и индекса РТС за 1-2 года; уточнение входных данных с помощью прогнозирования; расчет доходностей для каждого инструмента и индекса РТС.

Индекс РТС представляет собой основной индикатор фондового рынка России, который рассчитывается по ценам наиболее ликвидных акций, допущенных к обращению на Московскую фондовую биржу. С помощью индекса рассчитывается дневная доходность рынка ценных бумаг в расчете на год по формуле (1):

$$R_{\text{market}} = ((W_1 - W_0) / W_0) * 260 * 100\%, \quad (1)$$

где  $W_1$  – значение индекса РТС в точке  $t_1$ ;  $W_0$  – значение индекса РТС в точке  $t_0$ ; 260 – среднее количество торговых дней в году.

За время функционирования индекса РТС при каждом переходе рынка из состояния ( $S_1$ ) в состояние ( $S_n$ ) был произведен подсчет среднего значения доходности рынка, результатом чего были получены значения:  $R_1 = -242\%$ ,  $R_2 = 34\%$ ,  $R_3 = 143\%$  годовых. Эти значения можно использовать для описания четырех состояний рынка ценных бумаг в качестве границ вероятностного пространства рынка: а)  $S_1$  – «плохое» состояние (спад), РТС < -241% (годовых); б)  $S_2$  – «удовлетворительное» состояние (равновесие), РТС принимает значения от -242 до 34%; в)  $S_3$  – «хорошее» состояние (подъем) – в интервале от 34 до 143%; г)  $S_4$  – «очень хорошее» состояние (бум), РТС > 143%.

3. Построение вероятностного пространства рынка с установленными границами состояний. В общем, для построения вероятностного пространства рынка инвестор может использовать одну из двух схем (рисунок 1 и 2).

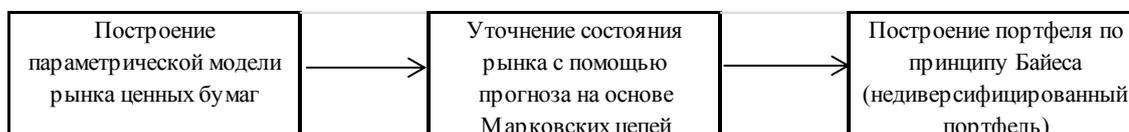


Рисунок 1

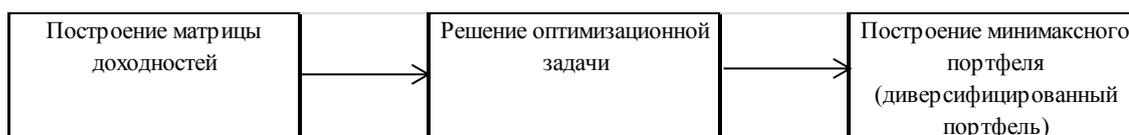


Рисунок 2

Параметрическая модель фондового рынка строится посредством данных о

котировках, и процесс инвестирования рассматривается с точки зрения индивидуального инвестора. Итоговая цель, где определяется максимизация конечной стоимости портфеля или доходности портфеля ( $R_{\pi}$ ), может быть представлена в виде:

$$R_{\pi} = (W_1 - W_0) / W_0, \quad (2)$$

где  $W_0$  – начальный капитал, которым располагает инвестор, желающий инвестировать его на некоторый промежуток времени  $T$ ;  $W_1$  – оцененная рыночная стоимость активов, сформированного инвестиционного портфеля ценных бумаг  $\pi$ .

Для адекватного построения модели рынка ценных бумаг в силу перманентной неопределенности котировок инвестор использует информацию о предыдущих котировках ценных бумаг для выявления статистической устойчивости, позволяющей построить вероятностную модель рынка ценных бумаг. Таким образом, первоначально инвестором устанавливается некоторое множество состояний рынка активов  $S$ , где для каждого состояния  $S_i$  назначается априорная вероятность  $p(S_i) = P(S=S_i)$ , причем  $\sum p(S_i) = 1$ . Исходя из этого, инвестор определяет вероятностное пространство  $(S, P)$ , для которого имеется рынок активов  $A$ , где например  $a_1, a_2, \dots, a_n$  – отдельные активы. При этом каждому активу  $a_n$  назначена случайная величина  $r_n$ , представляющая собой доходность данного актива в установленном инвестиционном отрезке времени  $T$ , которая по истечении данного отрезка может принять возможные значения  $r_1, r_2, \dots, r_n$  при соответствующих состояниях рынка  $S_i$ .

Следующим шагом следует произвести построение портфеля активов, используя метод Байеса на основе принципа максимума (max доходности, min риска). На основе построенных в пункте 3 моделей строятся различные портфели активов [5].

4. Расчет ожидаемой доходности и риска построенных портфелей. Ожидаемая доходность инвестиционного портфеля активов представляет средневзвешенное значение ожидаемых значений доходности ценных бумаг, входящих в портфель. Так, ожидаемая доходность портфеля равна:

$$R_{\text{портфеля, \%}} = R_1 \times W_1 + R_2 \times W_2 + \dots + R_n \times W_n, \quad (3)$$

где  $R_n$  — ожидаемая доходность  $i$ -й ценной бумаги;  $W_n$  — удельный вес  $i$ -й ценной бумаги в портфеле.

Риск портфеля активов при этом определяется как стандартное отклонение возможных значений доходности ценных бумаг портфеля от ожидаемых значений. Для оценки риска портфеля ценных бумаг важную роль играет расчет степени взаимосвязи и

направления изменения доходностей активов, для чего применяются показатели ковариации и корреляции. Показатель ковариации предназначен для измерения степени коллективной изменчивости ценных бумаг и рассчитывается так:

$$\text{Cov}_{ij} = \sum (R_i - R_{\text{cp},i}) * (R_j - R_{\text{cp},j}) / n - 1, \quad (4)$$

где  $n$  – общее число периодов, за которые рассчитывалась доходность ценной бумаги,  $R_{i,j}$  – доходность  $i$ -й и  $j$ -й ценной бумаги,  $R_{\text{cp},i,j}$  – средняя доходность  $i$ -й и  $j$ -й ценной бумаги.

Коэффициент корреляции рассчитывается в виде:

$$\text{Cor} = \text{Cov}_{ij} / (\delta_i \times \delta_j), \quad (5)$$

где  $\text{Cov}_{ij}$  – ковариация доходности  $i$ -й и  $j$ -й ценной бумаги;  $\delta_i$  – стандартное отклонение доходности  $i$ -й ценной бумаги;  $\delta_j$  – стандартное отклонение доходности  $j$ -й ценной бумаги.

Существенный вклад в теорию оптимизации портфеля ценных бумаг внесли У. Шарп (модель САРМ), Тобин, Г. Марковиц, Блек, Шоулс (модель Блека-Шоулса) и др.

Свое слово в теорию оптимизации портфеля ценных бумаг Г. Марковиц внес не только посредством сформулированной концепции диверсификации, но и путём обоснования новой модели построения эффективного портфеля, описываемой в виде следующей формулы:

$$D = D_{\text{б/р}} + \beta \times (D_{\text{р}} - D_{\text{б/р}}), \quad (6)$$

где  $D$  – ожидаемая доходность;  $D_{\text{б/р}}$  – ставка без риска (доход);  $D_{\text{р}}$  – доходность рынка в целом;  $\beta$  – коэффициент бета.

Для отдельно взятой ценной бумаги уровень риска определяется:  $\beta = 1$  – средний уровень риска;  $\beta > 1$  – высокий уровень риска;  $\beta < 1$  – низкий уровень риска. При этом ценные бумаги при  $\beta > 1$  называют агрессивными, а при  $\beta < 1$  – защитными.

Разработанная У. Шарпом (индексная) модель основывается на предположении зависимости эффективности отдельной ценной бумаги и эффективности портфеля в целом путем расчета базисного фактора (индекса), который предполагает возможность определить ожидаемый курс отдельной ценной бумаги, что основывается на существовании между ними линейной связи. Вместе с тем, У. Шарп предложил формулу расчёта совокупного риска отдельной ценной бумаги:

$$\beta_i = \sigma_{iM} / \sigma_M^2, \quad (7)$$

где  $\sigma_{iM}$  – ковариация между темпами роста курса ценной бумаги и темпами роста рынка;  $\sigma_M^2$  – дисперсия доходности рынка [4].

Кроме того, возможным направлением исследований при принятии инвестиционных решений является применение методики математического аппарата теории игр, использование которой может существенно повысить эффективность управления портфелем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Благодатских В.В. Оценка рисков на вторичном рынке ценных бумаг.- [Электронный ресурс].- Режим доступа: [http://www.mirkin.ru/\\_docs/dissert078.pdf](http://www.mirkin.ru/_docs/dissert078.pdf)
2. Денисенко А.О. Математическое моделирование оптимальной структуры портфеля ценных бумаг при различных критериях их формирования.-[Электронный ресурс].- Режим доступа: [dis.podelise.ru/rext/index-13858/html](http://dis.podelise.ru/rext/index-13858/html)
3. Узденова Ф.М. Типы портфелей ценных бумаг и управление риском.- [Электронный ресурс].- Режим доступа: <http://www.auditfin.com/fin/2009/1/Uzdenova/Uzdenova%20.pdf>
4. Касимов Ю.Ф. Оптимальный портфель ценных бумаг.-[Электронный ресурс].- Режим доступа: [http://www.mirkin.ru/\\_docs/diplom05\\_004.pdf](http://www.mirkin.ru/_docs/diplom05_004.pdf)
5. Мосунова Т.Г. Комплекс адаптивных моделей управления портфелем ценных бумаг.-[Электронный ресурс].- Режим доступа: [http://www.ceninaku.ru/page\\_15550.html](http://www.ceninaku.ru/page_15550.html)