

ЛАЗАРЕВ А. Л., ШОРИН М. А., КАКУРИН И. Р.

СОЗДАНИЕ ГРАДИЕНТНЫХ ПОКРЫТИЙ С КОМПЛЕКСОМ СВОЙСТВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ СТОЙКОСТЬ К ЭКСПЛУАТАЦИОННЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ

Аннотация. Изложены основные принципы метода расчета функционально-градиентных композиционных материалов с покрытием. Приведен пример прогнозирования свойств композита с покрытием, выполненный методом расчета функционально-градиентных материалов с учетом выравнивания напряжений в прослойке.

Ключевые слова: прогнозирование свойств, расчет, функционально-градиентные композиционные материалы.

LAZAREV A. L., SHORIN M. A., KAKURIN I. R.

CREATING GRADIENT COATINGS WITH A SET OF PROPERTIES PROVIDING RESISTANCE TO OPERATIONAL IMPACTS

Abstract. The article considers the basic principles of calculation of functionally gradient coated composite materials. The authors focus on predicting the properties of a coated composite calculated by the method of functionally gradient materials with the alignment of stress in the layer.

Keywords: forecasting of properties, calculation, functional and gradient composite materials.

Современные технологии предъявляют к конструктивным материалам повышенные функциональные требования. Существует множество способов получения композитов с заданным распределением свойств. Наиболее перспективными являются слоистые композиты. Формирование слоистой структуры композитного изделия возможно различными способами – приклейка армирующего слоя с помощью клеевых составов, нанесение полимерного состава на поверхность изделия, импрегнация и т.д. [1].

Технология изготовления покрытия оказывают значительное влияние на работу изделия в процессе эксплуатации. Распределение упругих свойств по сечению основного материала и покрытия могут иметь дискретный или градиентный характер, что должно отражаться на методах расчета элементов с покрытием.

При проектировании функционально-градиентных композитов с покрытием необходимо обеспечить надежную работу композита, покрытия и промежуточного слоя [2]. Нормальные напряжения в сечении определяются выражением

$$\sigma = \frac{N_i}{F_i} + \frac{4M_i}{bh^2 \int_{-1}^1 f(\eta)\eta d\eta}, \quad (1)$$

где N_i – осевая сила в каждом составляющем стержне; M_i – внутренний момент в том же

стержне; F_i – площадь поперечного сечения i -го стержня.

С учетом формул [3]

$$\sigma_x = kx f(\eta), \quad (2)$$

$$\int_{-b}^b \sigma_x y dy = M. \quad (3)$$

внутренний момент в i -м стержне определяется из выражения

$$M_i = \frac{M^0}{\sum EJ} E_i J_i - \sum_{i=1}^n T_i \omega_i \frac{E_i J_i}{\sum EJ}. \quad (4)$$

Здесь $\sum EJ$ и $E_i J_i$ рассчитываются по формулам

$$\sum EJ = (J_1 + J_2) \int_{h_2}^{h_1} E(y) dy; E_i J_i = J_i \frac{\int_0^{h_i} E(y) dy}{h_i}.$$

Предполагаем, что сдвигающие усилия развиваются в промежуточном слое, соединяющей первый и второй стержень. Модуль упругости $E_{км}$ композиционного материала [4] можно оценить по следующей формуле:

$$E_{км} = E_1 \gamma_1 + E_2 \gamma_2, \quad (5)$$

где E_1, E_2 – модули упругости структур, составляющих композит в каждом слое стержня; γ_1, γ_2 – их объемное содержание.

Учитывая неоднородность элемента по высоте поперечного сечения, принимаем h как функцию координаты η (здесь $\eta = y/h$). На основании известных величин модуля упругости вычисляем функции $f(\eta)$ распределения напряжений. В элементах, где крайние слои выполнены из материала с гораздо большим модулем упругости чем в срединной области, нормальные напряжения изменяются по высоте поперечного сечения в соответствии с графиком показательной функции $f(\eta) = k(e^\eta - 1)$.

Эффект от покрытия наблюдается лишь при его совместной работе с основным материалом, что говорит о необходимости уделять особое внимание при расчете таких конструкций возникающим в контактном слое напряжениям и отслоению покрытия. При работе изгибаемых изделий с покрытием в контактном слое возникают значительные сдвигающие напряжения. Они распределены по длине образца неравномерно и имеют максимальные значения на краях. Для того, чтобы обеспечить совместную работу элемента и покрытия, целесообразно снизить сдвигающие напряжения на краях слоя. Добиться этого можно, изменяя конструкцию соединения и свойств прослойки.

Известно, что усилия на непрерывные связи соединительного слоя, работающие на сдвиг, передаются неравномерно. Перенапряженными являются крайние участки, где возникает опасность разрушения. Устранить это обстоятельство можно путем усложнения конструкции соединения (геометрии и деформативных свойств связей).

При рассмотрении образцов с покрытием имеем случай прикрепления упругой

пластинки постоянного сечения к жесткому основанию через связующие прослойки (рис.1). Напряжения в прослойке являются функциями координат $\tau = \tau(z)$ и $\sigma = \sigma(x)$. Предполагая, что для достижения цели может потребоваться изменение по сечению толщины прослойки, зададим $h=h(x)$.

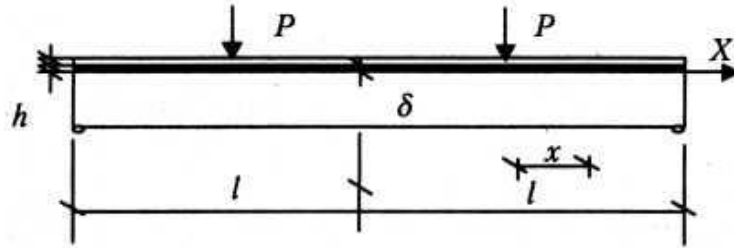


Рис. 1. Расчетная схема балки с покрытием.

При использовании безразмерных координат $\varsigma = z/l$ и $\xi = x/l$, формула для определения напряжений в конкретной точке, удаленной от начала координат на расстоянии x от ненагруженного конца, имеет вид

$$\sigma_x = \frac{l}{\delta} \int_0^x \tau(z) dz = \frac{\tau_0}{\delta} \int_0^x \left(\frac{\tau_z}{\tau_0} \right) dz = \tau_0 \frac{l}{\delta} \int_0^\xi \frac{\tau(\varsigma)}{\tau_0} d\varsigma. \quad (6)$$

Учитывая, что τ_0 – касательные напряжения в начале координат, записываем данную формулу в виде

$$\sigma_x = \tau_0 \frac{l}{\delta} J(\xi), \quad (7)$$

где $J(\xi) = \int_0^\xi \frac{\tau(\varsigma)}{\tau_0} d\varsigma$.

Относительные продольные деформации пластинки с модулем упругости E определяются как

$$\varepsilon = \varepsilon(\xi) = \frac{\sigma_x}{E} \quad (8)$$

или с учетом преобразований

$$\varepsilon = \frac{\tau_0}{E} \cdot \frac{l}{\delta} J(\xi). \quad (9)$$

При рассмотрении сдвиговой деформации соединительной прослойки, учитывая линейные и угловые приращения размеров составных частей соединения, при изменении величин напряжений $d\sigma$ (рис. 2) имеем

$$dx + \Delta dx = dx + (h - dh)(\gamma + d\gamma) - h\gamma,$$

откуда $\Delta dx = d(h\gamma)$ и далее

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} = \frac{d(h\gamma)}{dx}. \quad (10)$$

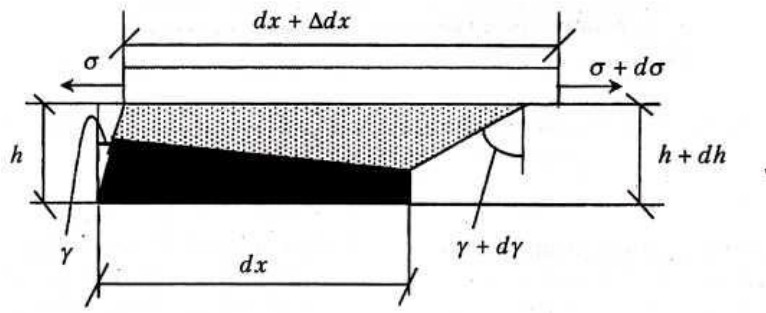


Рис. 2. Схема деформационного состояния соединительной прослойки.

Угловую деформацию прослойки γ , входящую в эти формулы, выраженную через касательные напряжения $\tau = \tau(x)$ и модуль сдвига прослойки $G = G(x)$ представим в виде отношения $\gamma = \frac{\tau_x}{G_x}$ как

$$\gamma = \frac{\tau_0}{G_0} \cdot \frac{\tau_x}{\tau_0} \cdot \frac{G_0}{G_x}, \quad (11)$$

где G_0 – модуль прослойки при $x=0$.

Подставляя выражение (11) в формулу (10), получаем

$$\varepsilon = \frac{\tau_0}{G_0} \cdot \frac{d}{dx} \left(h_x \cdot \frac{\tau_x}{\tau_0} \cdot \frac{G_0}{G_x} \right)$$

или после замены переменных

$$\varepsilon = \frac{\tau_0}{G_0} \cdot \frac{h_0}{l} \cdot \frac{d}{d\xi} \left(\frac{h_\xi}{h_0} \cdot \frac{\tau_\xi}{\tau_0} \cdot \frac{G_0}{G_\xi} \right). \quad (12)$$

После приравнивания правых частей (9) и (12) получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{h_\xi}{h_0} \cdot \frac{\tau_\xi}{\tau_0} \cdot \frac{G_0}{G_\xi} \right) = \frac{G_0}{E} \cdot \frac{l}{\delta} \cdot \frac{l}{h_0} J(\xi)$$

Интегрирование дает

$$\frac{h_\xi}{h_0} \cdot \frac{\tau_\xi}{\tau_0} \cdot \frac{G_0}{G_\xi} = \frac{G_0}{E} \cdot \frac{l}{\delta} \cdot \frac{l}{h_0} F(\xi) + C, \quad (13)$$

где $F(\xi) = \int J(\xi) d\xi$.

При $\xi = 0$ будем иметь $\frac{h_\xi}{h_0} \cdot \frac{\tau_\xi}{\tau_0} \cdot \frac{G_0}{G_\xi} = 1$. Отсюда $C = 1 - \frac{G_0}{E} \cdot \frac{l}{\delta} \cdot \frac{l}{h_0} F(0)$.

Окончательно имеем

$$\frac{h_\xi}{h_0} \cdot \frac{G_0}{G_\xi} = \frac{\tau_0}{\tau_\xi} \left\{ 1 + \frac{G_0}{E} \cdot \frac{l}{\delta} \cdot \frac{l}{h_0} [F(\xi) - F(0)] \right\}. \quad (14)$$

Полагая, что $\frac{\tau(\zeta)}{\tau_0} = 1$, т.е. рассматривая случай равномерного распределения передаваемой нагрузки, имеем

$$J(\xi) = \int_0^\xi d\zeta = \xi. \quad (15)$$

Отношение $\frac{\tau(\zeta)}{\tau_0}$ определяет характер распределения напряжений сдвига $\tau(z)$ по длине прослойки. Следовательно, данное отношение можно заменить функцией $f(\zeta)$.

Задавшись целью выровняться напряжения сдвига в зоне контакта слоев, зададим функцию $f(\zeta) = 1$. В этом случае: $J(\xi) = \xi; F(\xi) = \frac{\xi^2}{2}; F(0) = 0$. Тогда закон изменения толщины и характеристики прослойки запишется как

$$\frac{h_\xi}{h_0} \cdot \frac{G_0}{G_\xi} = 1 + \frac{G_0}{2E} \cdot \frac{l}{b\delta} \cdot \frac{l}{h_0} \xi^2. \quad (16)$$

Реализация подобного решения возможна исходя из технологических условий и условий эксплуатации, а также за счет изменения толщины прослойки и ее деформационных свойств. При $\frac{G_0}{G_\xi} = 1$, характер изменения толщины прослойки определяется формулой

$$\frac{h_\xi}{h_0} = f(\zeta) \cdot \left\{ 1 + \frac{G_0}{E} \cdot \frac{l}{b\delta} \cdot \frac{l}{h_0} \xi^2 \right\}. \quad (17)$$

Рисунок 3 дает представление о характере изменения толщины соединительной прослойки при постоянном модуле сдвига и различных значениях отношения длины элемента к начальной толщине прослойки l/h_0 . Изменения толщины промежуточного слоя можно достичь, варьируя глубину проникания композита при нанесении покрытия. Если же решение реализуется за счет изменения свойств соединительной прослойки, то мы имеем $\frac{h_\xi}{h_0} = 1$ и характер изменения деформационных параметров будет определяться по формуле

$$\frac{G_0}{G_\xi} = \frac{1}{f(\zeta)} \left\{ 1 + \frac{G_0}{E} \cdot \frac{l}{\delta} \cdot \frac{l}{h_0} \xi^2 \right\}. \quad (18)$$

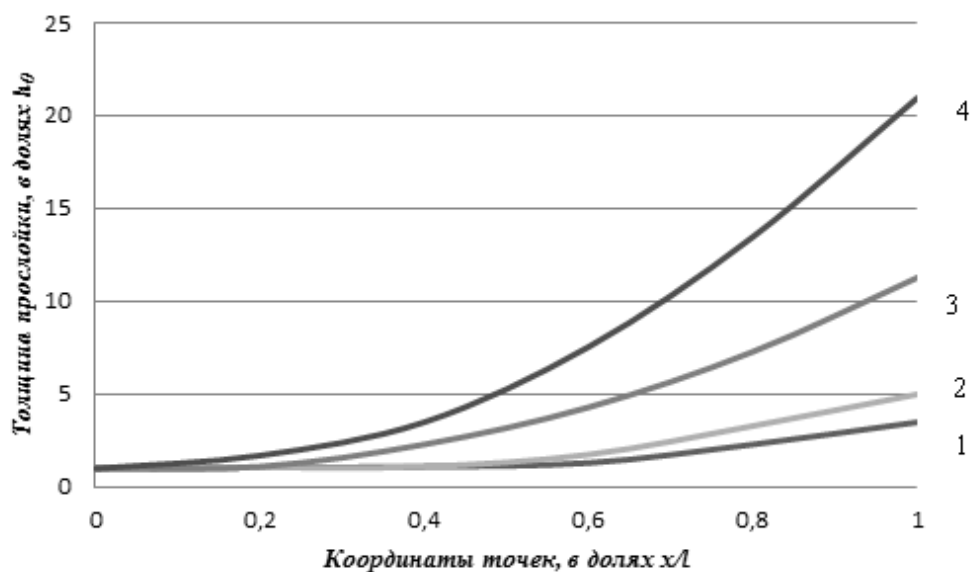


Рис. 3. Характер изменения толщины промежуточного слоя при $G=\text{const}$ и соотношениях длины элемента к начальной толщине прослойки l/h_0 : линия 1 – $l/h_0 = 1$; линия 2 – $l/h_0 = 2$; линия 3 – $l/h_0 = 5$, линия 4 – $l/h_0 = 10$.

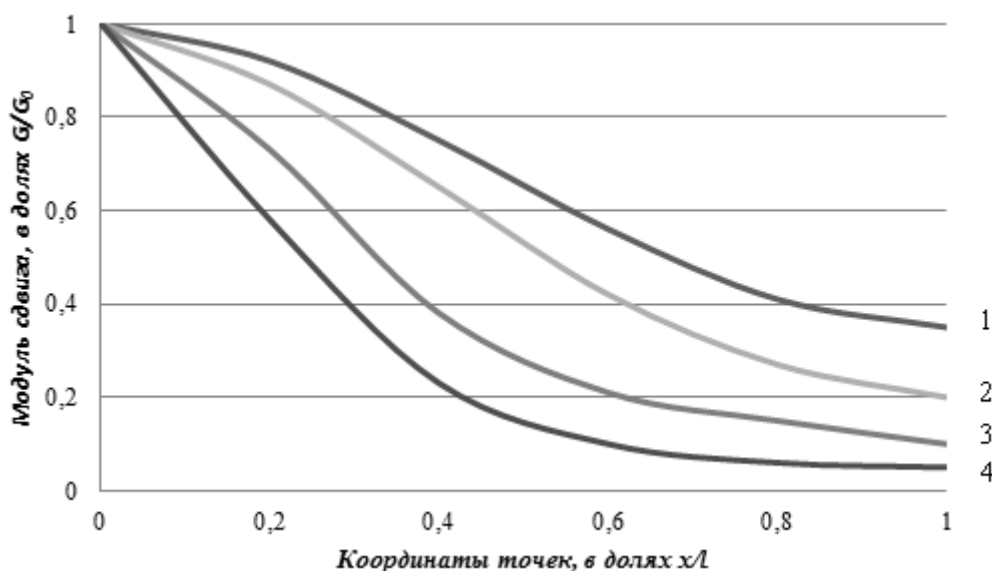


Рис. 4. Характер изменения модуля сдвига промежуточного слоя при $h = \text{const}$ и соотношениях длины элемента к начальной толщине прослойки l/h_0 : линия 1 – $l/h_0 = 1$; линия 2 – $l/h_0 = 2$; линия 3 – $l/h_0 = 5$, линия 4 – $l/h_0 = 10$.

На рисунке 4 показано изменение модуля сдвига прослойки при постоянстве ее толщины h и для разных величин отношения l/h_0 . При рассмотрении обоих случаев принимались следующие соотношения параметров промежуточного слоя: $\frac{l}{\delta} = 10$, $\frac{G_0}{E} = 0,4$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Селяев В. П., Карташов В. А., Клементьев В. Д., Лазарев А. Л. Функционально-градиентные композиционные строительные материалы и конструкции. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2005. – 160 с.
2. Победря Б. Е. Механика композиционных материалов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.
3. Какурин И. Р., Киселев А. Н., Лазарев А. Л., Шорин М. А. Практическое применение методов проектирования характеристик элементов на основе функционально-градиентных композиционных материалов [Электронный ресурс] // Огарев-online. Раздел «Технические науки». – 2014. – Спецвыпуск. - <http://journal.mrsu.ru/arts/prakticheskoe-primenenie-metodov-proektirovaniya-kharakteristik-ehlementov-na-osnove-funkcionalno-gradientnykh-kompozicionnykh-materialov>.
4. Ржаницын А. Р. Строительная механика. – М.: Высш. шк., 1991. – 440 с.