ЛАДИКОВ С. А., БЫЧКОВ М. В.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ДИНАМИКЕ МЕХАНИЗМОВ

Аннотация. Рассматриваются вопросы проектирования содержания методики решения задач по динамике механизмов как одного из основных разделов общетехнической дисциплины «Теории механизмов и машин». Излагаются основные теоретические предпосылки к использованию методики и приводятся примеры решения прикладных задач по динамике.

Ключевые слова: динамика механизмов, приведение масс и сил, динамическая модель, закон движения, методика решения, алгоритм решения.

LADIKOV S. A., BYCHKOV M. V.

METHODOLOGICAL SPECIFICS OF SOLVING PROBLEMS ON MACHINERY DYNAMICS

Abstract. The article considers the methods of solving problems on machinery dynamics as one of the main parts of the course "Theory of mechanisms and machines". The authors study the theoretical background of the issue and give examples of machinery dynamics problem solving.

Keywords: machinery dynamics, reduction of masses and forces, dynamic model, law of motion, solution procedure, solution algorithm.

Динамика машинных агрегатов – один из наиболее сложных разделов с позиции усвоения студентами его инструментария при обучении дисциплине «Теория механизмов и машин» (ТММ). В связи с этим необходимо особенно внимательно относиться к проектированию его содержания. В предлагаемой статье раскрывается содержание методики решения задач по этому разделу ТММ, включающее основные теоретические предпосылки к ее использованию в виде ее инвариантного компонента, приводятся примеры решения прикладных задач динамики машин и механизмов в алгоритмическом виде (варьируемый компонент методики) [1]. Организованное таким образом обучение способствует не только формированию у студентов инженерного мышления, но и развитию их творческого потенциала – основы инновационной инженерной деятельности.

При проектировании и исследовании новой сельскохозяйственной техники часто приходится решать задачи по динамическому исследованию ее механизмов, в частности, определять закон движения начального звена на основе уравнения движения или регулировать скорость его движения. Рассмотрим некоторые теоретические предпосылки к решению таких задач [3; 4].

Для механизмов с одной степенью свободы наиболее удобным является уравнение движения механизма в форме кинетической энергии:

$$\Delta T = \sum_{i=1}^{n} A_i ; \quad T_1 - T_0 = A_д - A_c , \tag{1}$$

где ΔT – изменение кинетической энергии; T_0 и T_1 – величины кинетической энергии соответственно в начале и в конце исследуемого периода; $A_д$ – работа движущих сил; A_c – работа сил сопротивления. В общем случае силы сопротивления могут быть приложены к нескольким звеньям механизма. Тогда работа сил сопротивления будет

$$A_c = \sum_{i=1}^{n} \left(F_{Ci} dS \cos \alpha_i + \int M_{ci} d\varphi_i \right), \tag{2}$$

где F_{Ci} – сила сопротивления, приложенная к i-му звену; dS – элементарное перемещение точки приложения силы F_{Ci}; α_i – угол между направлением силы F_{c_i} и перемещения точки приложения этой силы; M_{Ci} – момент сопротивления, приложенный к i-му звену; φ_i – элементарный угол поворота i-го звена.

Если в состав исследуемого механизма входят звенья, которые имеют поступательное, вращательное и плоскопараллельное движение, то его кинетическая энергия выразится уравнением:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(m_i \bar{\upsilon}_{Si}^{2} + J_{Ci} \bar{\omega}_i^{2} \right), \tag{3}$$

где m_i – масса i-го звена; $\bar{\upsilon}_{Si}$ – скорость центра масс i-го звена; J_{Ci} – момент инерции i-го звена относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной к плоскости движения; $\bar{\omega}_i$ – угловая скорость i-го звена.

Пользоваться уравнением (1) в развернутом виде достаточно сложно, поэтому при динамическом исследовании обычно рассматривают движение лишь одного (начального) звена, мысленно отбросив остальные. Чтобы это звено двигалось точно так же как в составе механизма, к нему прикладывают некоторую условную силу или момент и принимают некоторую условную массу или момент инерции. При этом звено называют звеном приведения, условную силу – приведенной силой, массу – приведенной, полученную модель – одномассовой динамической моделью.

Для определения приведенных сил можно использовать равенство

$$N_n = \sum_{1}^{k} N_i , \tag{4}$$

где N_n – мощность, развиваемая приведенной силой; N_i – мощности, развиваемые силами, приложенными к i-му звену и подлежащими приведению.

Мощность N_n представляет собой $N_n = P_n \upsilon_A$, где P_n – величина приведенной к точке А звена приведения силы (см. рис. 1); υ_A – скорость точки А приведения.

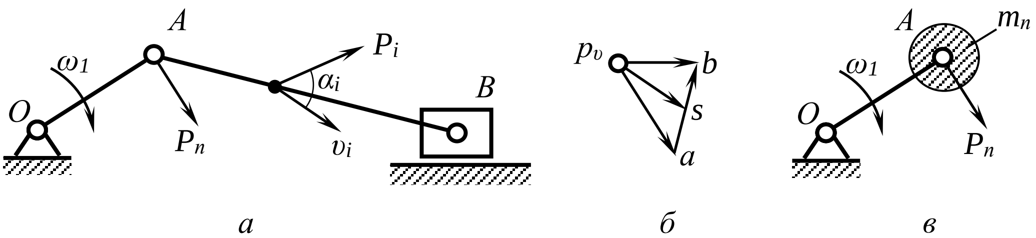

Рис. 1. Кривошипно-ползунный механизма: а – схема;
б – план скоростей; в – схема звена приведения.

Мощность N_i, исходя из рисунка 1, будет определяться как:

$$\sum N_i = \sum P_i \upsilon_i \cos \alpha_i ,$$

где P_i – сила, приложенная к i-му звену; υ_i – скорость точки приложения силы P_i.

Исходя из равенства (4) можно определить

$$P_n = P_i \frac{\upsilon_i}{\upsilon_A} \cos \alpha_i . \qquad (5)$$

В общем случае приведенную массу можно определить из уравнения (3):

$$m_n = \sum_1^n \left[m_i \left(\frac{\upsilon_i}{\upsilon_A} \right)^2 + J_i \left(\frac{\omega_i}{\upsilon_A} \right)^2 \right]. \qquad (6)$$

Линейные υ_i и угловые ω_i скорости звеньев можно определять, используя план скоростей (см. рис. 1 б), следовательно, приведенная масса является изменяющейся величиной, зависящей от положения механизма.

Из вышеизложенного следует, что за один цикл работы при установившемся движении механизма скорость ведущего звена является величиной переменной. Данные колебания вызывают в кинематических парах дополнительные динамические нагрузки, снижающие общий коэффициент полезного действия машины и надежность ее работы. Кроме того, колебания скоростей ухудшают рабочий технологический процесс, выполняемый механизмом. Для оценки неравномерности скорости вращения ведущего звена применяют коэффициент неравномерности хода машин

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}} , \qquad (7)$$

где ω_{max}, ω_{min} и ω_{cp} – соответственно максимальное, минимальное и среднее значение угловой скорости.

Чем меньше разница между ω_{max} и ω_{min}, тем равномернее вращается ведущее звено. Одной из важных задач динамики машин является регулирование движения механизма в период его установившегося движения путем подбора такого соотношения между массами и действующими на него силами, при котором коэффициент неравномерности δ не превышает допустимого значения.

Из практики известно, что любой механизм обладает инертностью выраженной величиной его приведенного момента инерции $J_{пр}$ и чем более инертен механизм, тем значительнее он сопротивляется изменениям своей скорости, вызываемым действием приложенных к нему сил. Поэтому чтобы обеспечить более равномерное вращение ведущего звена, надо повышать его инерционность.

Величина приведенного момента инерции механизма состоит из трех слагаемых: момента инерции $J_м$ маховика, момента инерции J_o звена приведения и тех вращающихся звеньев механизма, которые связаны со звеном приведения постоянным передаточным отношением, и приведенного момента инерции $J_з$ всех остальных звеньев механизма. Таким образом, полный приведенный момент инерции $J_{пi}$ в *i*-м положении (см. рис. 2) равен:

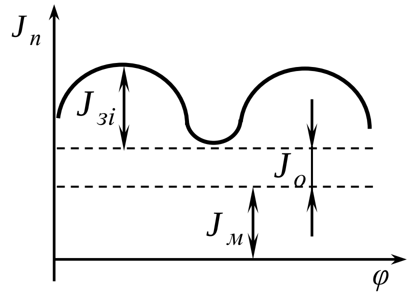

Рис. 2. Диаграмма полного приведенного момента инерции механизма.

$$J_{пi} = J_м + J_o + J_{зi}\,. \qquad (8)$$

Как видно из рисунка 2, первые два слагаемых всегда постоянны, а последнее ($J_{зi}$) зависит от угла поворота φ, т.е. $J_з = J_з(\varphi)$.

На практике регулировать момент инерции за счет выравнивания $J_з$ достаточно сложно, так как в каких-то положениях необходимо прибавлять массы, а в каких-то убавлять. В подавляющем большинстве случаев инертность механизма регулируют за счет увеличения постоянной составляющей $J_м$, поскольку этот способ легко осуществить. Для этого на валу приведения располагают добавочную массу в виде массивного колеса, называемого маховиком, который изменит величину переменной и постоянной составляющих в пользу последней.

Момент инерции маховика определяют как:

$$J_м = \frac{A}{\omega_{ср}^2 \delta} - \left(J_о + J_з\right). \tag{9}$$

В практических расчетах величина $\left(J_о + J_з\right)$ мала по сравнению с первым членом равенства (8), поэтому для определения момента инерции маховика используется приближенная формула

$$J_м \approx \frac{A}{\omega_{ср}^2 \delta}, \tag{10}$$

где $A = A_д - A_с$.

На основании представленного материала, можно приступать к решению конкретных прикладных задач, при этом необходимо обязательно соблюдать следующие частно-дидактические принципы обучения [1]: 1) *принцип фундаментальности знаний*; 2) *принцип межпредметных связей, преемственности и развития полученных знаний*; 3) *принцип максимальной самостоятельности*. Этот принцип обусловлен тем, что самые прочные знания – это те, которые получает обучающийся в процессе самостоятельной работы. Преподавателю необходимо это тактично учитывать, руководя подготовкой студентов, играя роль подходящего для данного процесса катализатора, обеспечивая эту работу не только педагогически, но и методически; 4) *принцип активности знаний* отвечает реальным потребностям не только в учебе, но и будущей профессиональной деятельности; 5) *принцип действенности знаний*; 6) *принцип дополнительности знаний* (дополнительного изучения отдельных тем и разделов); 7) *принцип опережающего уровня сложности заданий*; 8) *принцип комплексного анализа-синтеза выполняемых заданий*. Этот принцип способствует выработке навыков по решению задач повышенной сложности, более глубокому изучению предмета, формированию творческого аналитического мышления. Он реализуется за счет изучения многовариантности выполнения задания и выбора наиболее рационального из них; исследования на очевидные предельные случаи и применения принципа соответствия; проверку полученных результатов на соответствие получаемых численных результатов практическим данным и др. На основе выполненного анализа синтезируются новые задачи и решения; 9) *принцип преемственности знаний*, заключается в не только последовательном накоплении знаний, но и в активном использовании предыдущих знаний, полученных во всех обучающих процессах (обучение в вузе, НИРС, учебно-производственная практика, профессиональное и личное общение); 10) *принцип непрерывности получения знаний*. заключающийся в целенаправленном обучении студентов, начиная с 1-го курса, умению мыслить творчески, нешаблонно, самостоятельно, развивая у них инженерную интуицию, научную абстракцию.

Рассмотрим конкретные примеры решения задач.

Пример 1. Силы, приложенные к валу отбора мощности, и его массы приведены к звену АВ (см. рис. 3 а). Приведенные момент движущих сил $M_д$ и момент сил сопротивления M_c изменяются в течение первых пяти оборотов звена AB в соответствии графиком (см. рис. 3 б). Приведенный момент инерции J_n постоянен и равен $Jn = 0{,}1$ *кг·м*^{2}. При угле φ, равном нулю, угловая скорость ω звена AB также равна нулю. Требуется определить величину угловой скорости ω звена AB через пять оборотов от начала его движения.

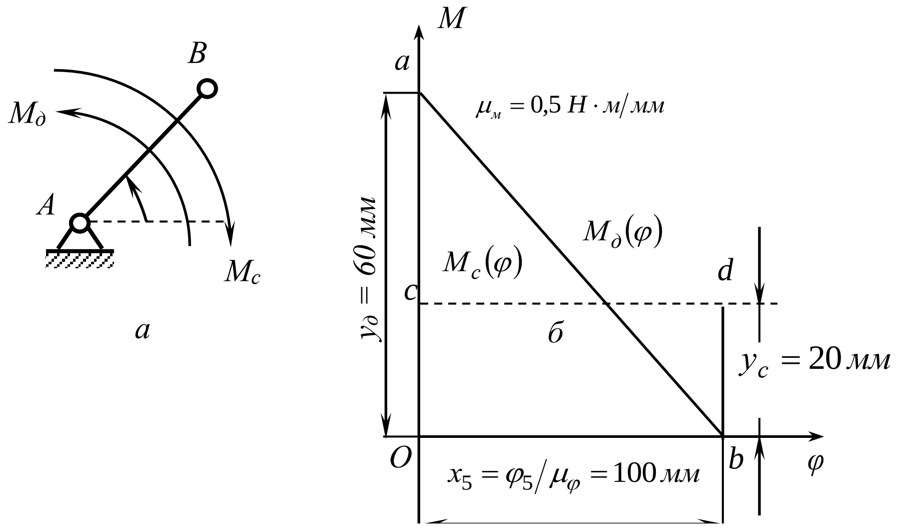

Рис. 3. Определение угловой скорости звена приведения.

Решение. Решение задачи будем производить в соответствие следующему алгоритму

1. Находим угол поворота звена AB за пять его оборотов: $\varphi_5 = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$ *рад*.

Отрезок на x_5 графике моментов, соответствует углу $\varphi_5 = 2\pi \cdot 5 = 10\pi\,рад$ при масштабе по оси абсцисс $\mu_\varphi = 0{,}1\pi$ *рад/мм*: равен

$$x_5 = \frac{\varphi_5}{\mu_\varphi} = \frac{10\pi}{0{,}1\pi} = 100\ мм.$$

2. Находим работу движущих сил $A_д$ и работу сил сопротивления A_c на угле поворота звена AB, равном φ_5.

Работа движущих сил $A_д$ равна:

$$A_д = \int_{02}^{\varphi_5} M_д d\varphi = \mu_\varphi \mu_M \cdot пл(Oab) = \mu_\varphi \mu_M \frac{y_д x_5}{2} = 0{,}1\pi \cdot 0{,}5 \frac{60 \cdot 100}{2} = 150\pi\ Дж.$$

Работа сил сопротивления A_c равна

$$A_д = \int_{02}^{\varphi_5} M_c d\varphi = \mu_\varphi \mu_M \cdot пл(Ocdb) = \mu_\varphi \mu_M\, y_c x_5 = 0{,}1\pi \cdot 20 \cdot 100 = 100\pi\ Дж.$$

Избыточная работа на том же угле поворота звена *AB* равна

$$A = A_д - A_c = T_5 = 150\pi - 100\pi = 50\pi \; Дж,$$

где T_5 – кинетическая энергия механизма при $\varphi = \varphi_5$.

3. Находим угловую скорость $\omega = \omega_5$ при $\varphi_5 = 10\pi$:

$$\omega_5 = \sqrt{\frac{2A}{J_n} + \omega_0^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50\pi}{0{,}1}} = 56 \; рад/с.$$

Пример 2. Силы и массы кривошипно-ползунного механизма двигателя внутреннего сгорания приведены к звену *AB* (см. рис. 4). Момент движущих сил $M_д$ изменяется в соответствии с графиком $M_д = M_д(\varphi)$, момент сил сопротивления M_c постоянен на всем цикле установившегося движения. Моментом инерции $J_з$ масс звеньев кривошипно-шатунного механизма можно пренебречь ввиду их малости по сравнению с искомым моментом инерции $J_м$ маховика. Средняя угловая скорость звена приведения $\omega_{ср}$ = 100 *рад/с*. Коэффициент неравномерности движения δ = 0,02. Найти величину момента инерции $J_м$ маховика, которая бы обеспечивала заданную неравномерность движения, а также подсчитать значение динамического коэффициента χ неравномерности Артоболевского.

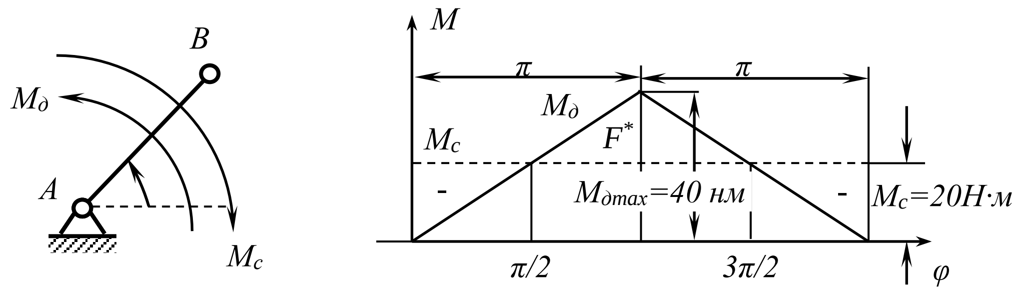

Рис. 4. Определение момента инерции маховика.

Решение. Задачу будем решать также согласно алгоритму:

1. Определяем величину постоянного момента сопротивления M_c из условия, что работа движущих сил и работа сил сопротивления за цикл установившегося движения равны между собой. Тогда

$$M_c \cdot 2\pi = M_{д\,max} \frac{2\pi}{2},$$

откуда

$$M_c = \frac{M_{д\,max}}{2} = 20 \; Н{\cdot}м,$$

так как согласно графику на рис 4. $M_{д max}$=40 *Н·м*.

2. Положения звена *AB*, при которых его угловая скорость ω принимает наибольшее ω_{max} и наименьшее ω_{min} значения, находятся по графикам момента движущих сил $M_д = M_д(\varphi)$

и момента сил сопротивления M_c = *const*. При $\varphi = \pi/2$ будет иметь место наименьшее значение угловой скорости, а при $\varphi = 3\pi/2$ – наибольшее ее значение.

3. Работа A^* пропорциональна площадке F^* и равна

$$A^* = \frac{20\pi}{2} = 10\pi \text{ Дж.}$$

4. Величина момента инерции маховика определяется как

$$J_м = \frac{A^*}{\omega_{ср}^2 \delta} = 0{,}157 \text{ кг·м}^2.$$

5. Интервал Δφ, в течение которого скорость ω изменялась от наименьшего до наибольшего значений, равен π, поэтому динамический коэффициент неравномерности движения Артоболевского равен:

$$\chi = \frac{2\delta}{\Delta\varphi} = \frac{2 \cdot 0{,}02}{3{,}14} = 0{,}0127$$

Из представленного материала следует, что обучение, организованное на основе проектирования инвариантного и варьируемого компонентов методики с учетом частно-дидактических принципов обучения, позволяет студентам не только успешно овладевать знаниями по научно-техническим теориям ТММ, но делать эти знания активными, использовать их для решения практико-ориентированных задач с конкретным результатом, что особенно важно в условиях современной инновационной экономики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Наумкин Н. И. Инновационные методы обучения в техническом вузе / под ред. П. В. Сенина, Л. В. Масленниковой, Э. В. Майкова. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2008. – 92 с.

2. Наумкин Н. И., Раков Н. В., Купряшкин В. Ф. Теория механизмов и машин: учебник / под общ. ред. П. В. Сенина, Н. И. Наумкина. – 2-е изд., испр. и доп. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2008. – 188 с.

3. Наумкин Н. И., Раков Н. В., Купряшкин В. Ф. Теория механизмов и машин и ее приложение в АПК: учебник / под общ. ред. П. В. Сенина, Н. И. Наумкина. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2012. – 220 с.

4. Наумкин Н. И., Купряшкин В. Ф. Инструментарий ТММ как научная основа повышения функционирования сельхозмашин // Тракторы и сельхозмашины. – 2013. – № 12. – С. 3–6.

5. Наумкин Н. И. Сборник задач по теории механизмов и машин. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2008. – 296 с.