

ЛУКИН О. С.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ  
ПО СИНТЕЗУ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС**

**Аннотация.** Рассматриваются особенности решения задач по геометрическому синтезу зацепления эвольвентных зубчатых колес по дисциплине «Теория механизмов и машин», не включенные в программу изучения этой дисциплины, но необходимые в будущей практической деятельности инженера-исследователя. В статье используются дополнительные расчетные зависимости, сгруппированные в таблице и проиллюстрированные наглядной схемой.

**Ключевые слова:** геометрический синтез, параметры зацепления, эвольвентное зацепление.

LUKIN O. S.

**METHODOLOGICAL SPECIFICS OF SOLVING PROBLEMS  
ON INVOLUTE GEAR SYNTHESIS**

**Abstract.** The article considers the solution of problems on geometrical synthesis of involute gears. The problems are not formally included in the course "Theory of mechanisms and machines" but necessary for a research engineer practical work. The study presents additional calculation relations grouped in a table and illustrated by a picture.

**Keywords:** geometric synthesis, gear parameters, involute gear.

В зубчатых передачах вращающий момент от ведущего колеса передается за счет контакта боковых поверхностей специально профилированных зубьев. Основная цель исследования зубчатых колес заключается в определении передаточных отношений зубчатых колес по известным числам зубьев, входящих в механизм и его кинематических параметров, как механизма в целом, так и его составных частей – ступеней [4; 5]. Однако часто, вследствие погрешности их изготовления или сборки, колеса становятся неработоспособными. Для устранения этих недостатков приходится решать вопросы их оптимизации, что без знания геометрии зацепления невозможно.

На рисунке 1 изображена картина зацепления и указаны основные геометрические параметры зубчатых колес. Следует напомнить, что меньшее из представленной пары колес называется *шестерней*, а большее – *колесом*.

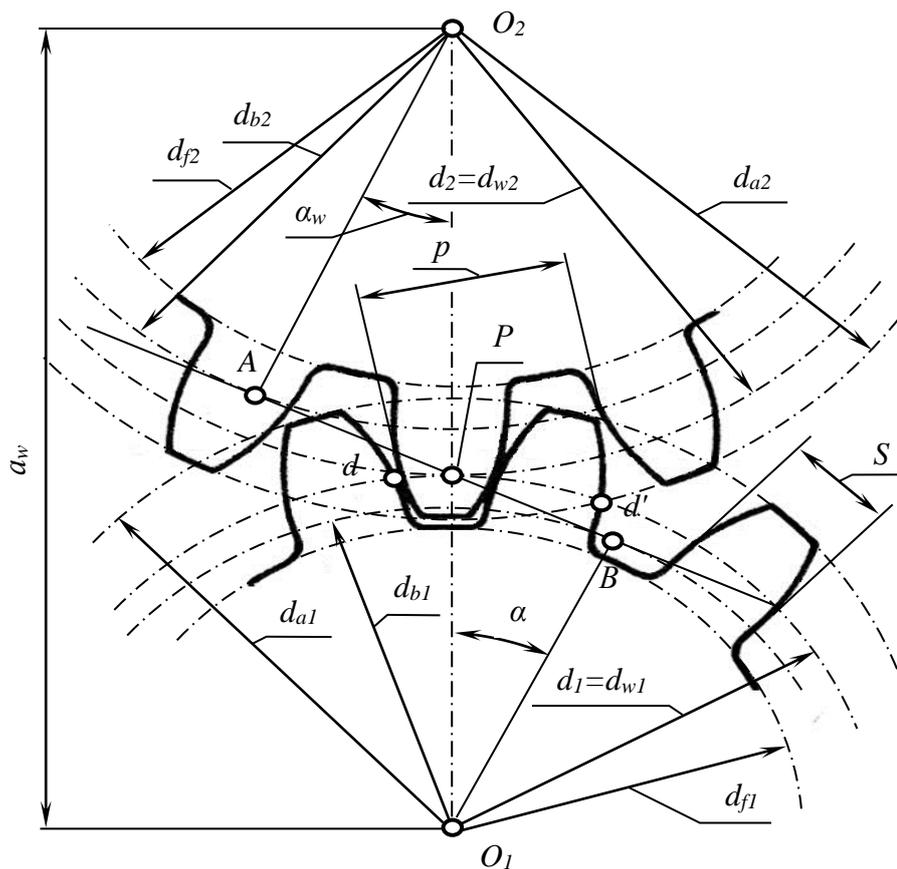


Рис. 1. Параметры зубчатых колес:  $d_{w1}$  и  $d_{w2}$  – начальные окружности;  $d_1$  и  $d_2$  – делительные окружности;  $d_{b1}$  и  $d_{b2}$  – основные окружности;  $d_{a1}$  и  $d_{a2}$  – окружности вершин зубьев;  $d_{f1}$  и  $d_{f2}$  – окружности впадин зубьев;  $p$  – шаг зацепления по делительной окружности;  $s$  – толщина зуба по делительной окружности;  $\alpha_y$  – угол зацепления;  $P$  – полюс зацепления;  $a_w$  – межосевое расстояние.

Стандартными параметрами зацепления являются:  $m$  – модуль зацепления;  $\alpha$  – угол зацепления;  $z$  – число зубьев колеса. В таблице 1 приведены основные расчетные формулы параметров эвольвентного зубчатого зацепления, разделенные на 4 группы и призванные алгоритмизировать действия студентов по решению задач [1; 2; 3; 5].

Ниже рассмотрим пример решения таких задач с использованием представленной таблицы.

*Пример.* При попытке изготовления эвольвентного зубчатого колеса догружающего устройства речного пресса без смещения инструментальной рейки с параметрами:  $m = 10$  мм,  $h = 1$  и  $\alpha = 20^\circ$ , оказалось, что практический участок зацепления вышел за пределы теоретического на 5 мм. При условии устранения подрезания ножки зубьев определить величину делительного диаметра  $d$  и толщину зуба  $s$  колеса.

Таблица 1.

## Основные расчетные формулы параметров эвольвентного зубчатого зацепления

Группы деления	Расчетные зависимости	
Геометрия эвольвенты	$\alpha_y = \arccos\left(\frac{d_b}{d_y}\right);$	$inv\alpha_y = tg\alpha_y - \alpha_y;$ $\rho_y = 0,5d_b tg\alpha_y.$
Геометрия эвольвентного колеса	$p = \pi m; p_b = \pi m \cos \alpha;$ $d = mz; d_b = mz \cos \alpha;$ $d_f = d - 2(h_a^* + c^* - x)m;$ $s = \left(\frac{\pi}{2} + 2xtg\alpha\right)m;$ $\psi_y = \frac{s}{mz} + inv\alpha - inv\alpha_y;$ $s_y = d_y \psi_y;$	$inv\alpha_\Delta = \psi_b = \frac{s}{mz} + inv\alpha;$ $tg\alpha_f = tg\alpha - \frac{4(h_f^* - h_a^* - x)}{z \sin 2\alpha};$ $z_{min} = \frac{2(h_f^* - h_a^* - x)}{\sin^2 \alpha};$ $x_{min} = h_f^* - h_a^* - \frac{z \sin^2 \alpha}{2}.$
Системы расчета диаметров вершин	$x_{min} = h_f^* - h_a^* - \frac{z \sin^2 \alpha}{2};$	$d_{a_1} = 2a_w - d_{f_2} - 2c^* m;$ $d_{a_2} = 2a_w - d_{f_1} - 2c^* m.$
Геометрия эвольвентного зацепления	$inv\alpha_w = \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} 2tg\alpha + inv\alpha;$ $inv\alpha_w = \frac{s_1 + s_2 - \pi m}{m(z_1 + z_2)} + inv\alpha;$ $a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$ $d_{w_{1,2}} = \frac{2a_w}{z_1 + z_2} \cdot z_{1,2};$	$tg\alpha_{p_1} = \frac{z_1 + z_2}{z_1} tg\alpha_w - \frac{z_2}{z_1} tg\alpha_{a_2};$ $tg\alpha_{p_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_2} tg\alpha_w - \frac{z_1}{z_2} tg\alpha_{a_1};$ $\varepsilon = \frac{z_1 tg\alpha_{a_1} + z_2 tg\alpha_{a_2} - (z_1 + z_2) tg\alpha_w}{2\pi} =$ $= \frac{z(tg\alpha_a - tg\alpha_p)}{2\pi}.$
Измерительные размеры	$\alpha_f < \alpha_y < \alpha_a;$ $d_y = \frac{d_b}{\cos \alpha_y};$ $\psi_y = \frac{s}{mz} + inv\alpha - inv\alpha_y;$ $\bar{s}_y = d_y \sin \psi_y;$ $\bar{h}_{ay} = \frac{d_a}{2} - \frac{d_y}{2} \cos \psi_y;$ $\bar{s}_b = s \cos^2 \alpha;$	$\bar{h}_{ab} = \frac{d_a - mz}{2} - \frac{s}{2} \sin 2\alpha;$ $W = d_b \left( \frac{s}{mz} + inv\alpha + \frac{\pi(z_w - 1)}{z} \right);$ $W = s_b + (z_w - 1)p_b;$ $z_w > 1 + \frac{z}{\pi} \left( tg\alpha_f - \frac{s}{mz} - inv\alpha \right);$ $z_w < 1 + \frac{z}{\pi} \left( tg\alpha_a - \frac{s}{mz} - inv\alpha \right).$

**Примечание.** Индексы в формулах показывают, что данный параметр относится к: 1 – шестерни; 2 – колесу, а – вершине зуба, f – ножке зуба, y – произвольному диаметру, w – начальному диаметру, b – основному диаметру;  $\alpha_\delta$  – профильный угол;  $inv\alpha_y$  – инволюта угла  $\alpha_y$ ;  $\rho$  – радиус кривизны эвольвенты;  $p$  – шаг зацепления по делительной окружности;  $p_b$  – шаг зацепления по основ

окружности;  $d$  – диаметр делительной окружности;  $d_b$  – диаметр основной окружности;  $d_f$  – диаметр впадин;  $s$  – толщина зуба;  $\alpha$  – угол зацепления;  $m$  – модуль зацепления;  $\psi_y$  – центральный угол;  $x_{min}$  – минимальный коэффициент смещения рейки;  $z_{min}$  – минимальное количество зубьев нарезаемое со смещением  $x$ ;  $h_a^*$  – коэффициент высоты головки зуба;  $h_f^*$  – коэффициент высоты ножки зуба;  $c^*$  – коэффициент радиального зазора;  $d_w$  – диаметр начальной окружности;  $d_a$  – диаметр вершин зубьев;  $d_y$  – диаметр произвольной окружности;  $a_w$  – межцентровое расстояние;  $h_{ay}$  – высота зуба от вершины до произвольной окружности;  $h_{ab}$  – высота зуба от вершины до основной окружности;  $W$  – длина дуги охватывающая  $z_{min}$ ;  $z_{min}$  – количество зубьев, охватываемое дугой  $W$ .

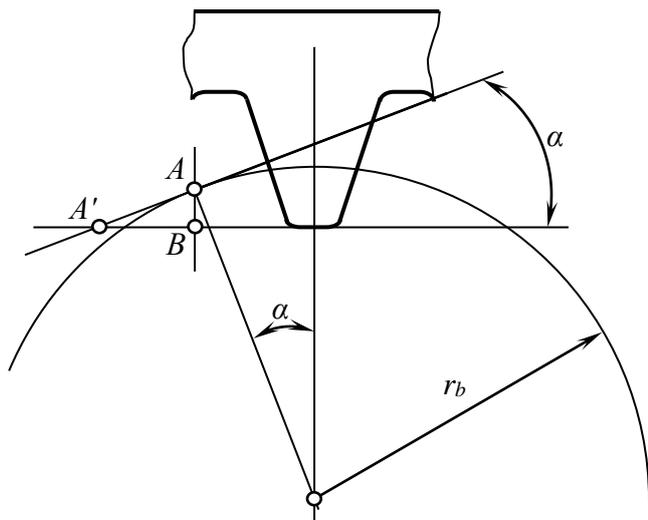


Рис. 2. Расчетная схема.

Решение.

На основании рисунка 1 составим расчетную схему (см. рис. 2), на которой схематично изобразим процесс нарезания зуба инструментальной рейкой. Как видим из рисунка 2, для устранения подреза ножки зуба достаточно отодвинуть инструментальную рейку на величину  $AB$ , тогда граница практического участка совпадет с теоретическим участком линии зацепления.

Величину смещения найдем из

прямоугольного треугольника  $ABA'$ :

$$\begin{aligned} AB &= xm = AA' \cdot \sin \alpha = \\ &= 5 \cdot \sin 20^\circ = 1,71 \text{ мм}, \end{aligned}$$

откуда найдем коэффициент смещение  $x = 0,171$ .

Толщина зуба по делительной окружности (табл. 1) составит

$$s = m \left( \frac{\pi}{2} - x \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) = 10 \left( \frac{3,14}{2} - 0,171 \cdot 0,36 \right) = 15,078 \text{ мм}.$$

Из условия  $x = \frac{17-z}{17}$  найдем количество нарезаемых зубьев:  $0,171 = \frac{17-z}{17}$ , откуда

$$z = 14.$$

Диаметр делительной окружности составит

$$d = m \cdot z = 10 \cdot 14 = 140 \text{ мм}.$$

Ответ:  $d = 140 \text{ мм}$ ,  $s \cong 15 \text{ мм}$ .

Таким образом, представленное содержание по теории зацепления позволяет решать практические задачи по оптимальному проектированию передач с учетом наименьших

габаритов, погрешности сборки и изготовления в соответствии с динамическими, кинематическими, технологическими и эксплуатационными требованиями. Основные зависимости, представленные в таблице 1, в разрозненном виде можно найти во многих учебниках по теории механизмов и машин, но представленные в таком виде, они не только позволяют алгоритмизировать действия студентов, облегчая ему задачу самостоятельного анализа учебной информации, но и способствуют формированию инженерного мышления, в частности, такого его компонента, как пространственное воображение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
2. Наумкин Н. И., Раков Н. В., Купряшкин В. Ф. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин: учеб. пособие / под ред. П. В. Сенина, Н. И. Наумкина. – 2-е изд., исп. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2005. – 332 с.
3. Смелягин А. И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: учебное пособие. – М.: ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 263 с.
4. Стайнов Г. Н. Проектирование педагогической системы преподавания курса «Детали машин». – М.: Педагогика-Пресс, 1999. – 192 с.
5. Наумкин Н. И., Раков Н. В., Купряшкин В. Ф. Теория механизмов и машин и ее приложение в АПК: учебник / под общ. ред. П. В. Сенина, Н. И. Наумкина. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2012. – 220 с.