

ISSN 2079-6641 (Print)

ISSN 2079-665X (Online)



ВЕСТНИК КРАУНЦ

<http://krasec.ru>

ФИЗИКО – МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ



КамГУ



DOI: 10.26117/2079-6641

Vestnik KRAUNTS
Fiziko-matematicheskie nauki

Bulletin KRASEC
Physical and Mathematical Sciences

2024. Т. 47. № 2

2024. vol. 47. no. 2

12 +

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБУИ Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН
ФГБОУ ВО «Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

ВЕСТНИК КРАУИЦ

(Камчатской региональной ассоциации «Учебно-научный центр»)

Физико-математические науки. 2024. Т. 47. № 2

г. Петропавловск-Камчатский

Журнал основан в августе 2010 г. Выходит 4 раза в год

Научное издание

Цена свободная

Информационная продукция для детей старше 12 лет

ISSN 20279-6641 (печатная версия), ISSN 2079-665X (электронная версия)

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-58548 от 14 июля 2014 г. выдано

Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

Официальные сайты журнала: <http://kasec.ru>, <https://journals.rcsi.science/2079-6641/index>

Редакционная коллегия

Главный редактор

Ю.В. Марапулет, д-р физ.-мат. наук, Россия

Заместитель главного редактора

Р.И. Каровик, д-р физ.-мат. наук, Россия

Отвественный секретарь

Л.К. Фешенко, канд. физ.-мат. наук, Россия

© Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 2023

© Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 2023

© Редакция журнала Вестник КРАУИЦ

Физико-математические науки. 2023

Редакционный совет

Председатель редакционного совета

Б.М. Шейнов, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

Секретарь редакционного совета

Р.Т. Зулмунов, д-р физ.-мат. наук, Узбекистан

Члены редакционного совета

Агравал Правен, проф., Индия

М.М. Арипов, д-р физ.-мат. наук, проф., Узбекистан

А.Г. Горюнов, д-р тех. наук, Россия

Нав Кумар Махата, д-р фил. по прикл. мат., Индия

К.С. Султанов, д-р физ.-мат. наук, проф., Узбекистан

А.П. Сурожков, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

Хелмекс Ласло, управл. директор MinkGeo Ltd, Венгрия

С.Р. Хаджази, д-р фил. по мет., Иран

Чалупник Станислав, проф., Польша

Х.М. Шадиметов, д-р физ.-мат. наук, проф., Узбекистан

Сюэ Вэй, д-р фил. по тех. наукам, проф., Китай

Члены редакционной коллегии

Р.А. Абилов, д-р физ.-мат. наук, Узбекистан

Р.Т. Ашуров, д-р физ.-мат. наук, проф., Узбекистан

В.В. Васильев, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

П.А. Вельминов, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

Г.М. Водичар, канд. физ.-мат. наук, Россия

С.З. Дзамалов, д-р физ.-мат. наук, проф., Узбекистан

В.А. Дитлов, д-р физ.-мат. наук, Россия

О.С. Зиюроев, д-р физ.-мат. наук, проф., Узбекистан

Г.А. Колотов, канд. тех. наук, Россия

Лихтенбергер Янош, д-р по наукам о Земле, проф., Венгрия

Мертинелли Джованни, д-р по геохимии, проф., Италия

В.П. Маричек, д-р физ.-мат. наук, Россия

Матца Юрген, д-р естеств. наук, Германия

Д.Л. Мерсон, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

Эммануэль Нахайо, д-р фил. по геофизике, ЮАР

Р.Р. Нигматуллин, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

П.М. Насарский, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

П.С. Портнягин, д-р тех. наук, Россия

А.В. Пакчи, д-р физ.-мат. наук, Россия

С.С. Раджабов, д-р тех. наук, Узбекистан

М.Н. Рахманов, д-р физ.-мат. наук, проф., Казахстан

З.Р. Рахмонов, д-р физ.-мат. наук, Узбекистан

С.Ш. Рекишавили, д-р физ.-мат. наук, Россия

А.Л. Рунжин, д-р тех. наук, проф., проф. РАН, Россия

Саамсз Амет, д-р геолог.-металлургии, наук, проф., Турция

Л.И. Себаиш, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

С.М. Ситник, д-р физ.-мат. наук, проф., Россия

С.Э. Смирнов, д-р физ.-мат. наук, Россия

Фенг Тянхуэ, д-р фил. по физ.-мат. наукам, Китай

А.Р. Хайтов, д-р физ.-мат. наук, проф., Узбекистан

З.М. Шибзуков, д-р физ.-мат. наук, Россия

Чен Тао, д-р фил. по естеств. наукам, проф., Китай

Чжоу Тянь, д-р фил. по тех. наукам, проф., Китай

В.С. Яковлева, д-р тех. наук, Россия

Ministry of Education and Science of Russian Federation
Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS
Vitus Bering Kamchatka State University
Bulletin KRASEC

(Kamchatka Regional Association «Scientific-Education Centre»)

Physical and Mathematical Sciences, 2024, vol. 47, no. 2

Petropavlovsk-Kamchatskiy City

Semi-annual edition founded in August, 2010

Scientific publication

Free price

Information products for children 12+

ISSN 2079-6641 (Print), ISSN 2079-665X (Online)

Mass Media Registrations Certificate PI No FS 77-58548 issued July 14, 2014

Official websites of the journal: <http://kasec.ru>, <https://journals.rcsi.science/2079-6641/index>

Editorial board of the journal

Chief Editor

Yu. V. Marapulet, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

Deputy Chief Editor

R. I. Karovik, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

Executive Secretary

L. K. Feshchenko, Ph.D. (Phys. & Math.), Russia

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, 2023

© Vitus Bering Kamchatka State University, 2023

© Kamchatka Regional Association «Scientific-Educational Centre», 2023

Editorial Council

Chairman of the Editorial Council

B.M. Shevtsov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

Secretary of the Editorial Council

R.T. Zaimunov, D. Sci. (Phys. & Math.), Uzbekistan

Editorial Council Members

Agarwal Praven, Prof., India

M.M. Ariпов, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Uzbekistan

A.G. Goryunov, D. Sci. (Tech.), Russia

Nav Kumar Mahata, Ph. D. (Appl. Math.), India

K.S. Sulthanov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Uzbekistan

A.P. Surozhikov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

Hegimecz Laszlo, Manager Director of MinkGeo Ltd, Hungary

S.R. Hadszi, Ph. D. (Phys. & Math.), Iran

Chalupnik Stanislaw, Prof., Poland

Kh. M. Shadimetov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Uzbekistan

Xue Wei, Ph. D. (Eng.), Prof., China

Members of the Editorial Board

R.A. Abilov, D. Sci. (Phys. & Math.), Uzbekistan

R.R. Ashurov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Uzbekistan

V.V. Vasilyev, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

P.A. Vel'minov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

G.M. Vodichar, Ph. D. (Phys. & Math.), Russia

S.Z. Dzhamalov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Uzbekistan

V.A. Ditolov, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

O.S. Ziurouev, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Uzbekistan

G.A. Kolokov, Ph. D. (Phys. & Math.), Russia

Lichtenberger Janos, D. Sci. (Earth), Prof., Hungary

Martinelli Giovanni, D. Sci. (Geochem), Prof., Italy

V.N. Marichev, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

Matzka Jurgen, D. Sci. (Natur.), Germany

D.L. Merson, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

Emmanuel Nahayo, Ph. D. (Geophys.), South Africa

R.R. Nigmatullin, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

P.M. Nagsarkiy, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

N.N. Portnyagin, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

A.V. Pakchi, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

S.S. Radjabov, Dr. Sci. (Tech.), Uzbekistan

M.J. Ramzanov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Kazakhstan

Z.R. Rakhmonov, D. Sci. (Phys. & Math.), Uzbekistan

S.Sh. Rekiyashvili, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

A.L. Runzhin, D. Sci. (Tech.), Prof., Prof. RAS, Russia

Saamsz Amet, D. Sci. (Geol. & Miner.), Prof., Turkey

L.I. Sebaish, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

S.M. Sitnik, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Russia

S.E. Smirnov, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

Feng Tianhua, Ph.D. (Phys. & Math.), China

A.R. Khayotov, D. Sci. (Phys. & Math.), Prof., Uzbekistan

Z.M. Shibzakov, D. Sci. (Phys. & Math.), Russia

Chen Tao, Ph. D. (Natur.), Prof., China

Zhou Tian, Ph. D. (Eng.), Prof., China

V.S. Yakovleva, D. Sci. (Tech.), Russia

Содержание

Сообщение редакционной коллегии 7

МАТЕМАТИКА

Dekhkonov F. N.

The control problem for a heat conduction equation with Neumann boundary condition 9

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Салимова А. И., Паровик Р. И.

Математическая модель дробного осциллятора Ван дер Поля-Эйри 21

Твёрдый Д. А., Паровик Р. И.

О задаче оптимизации для определения вида функциональной зависимости переменного порядка дробной производной типа Герасимова-Капуто 35

ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Сенкевич Ю. И.

Поиск признаков изменения состояния приповерхностного слоя литосферы на основе результата анализа изображений, отражающих динамику характеристик сигнала геоакустической эмиссии 58

Сенкевич Ю. И.

Обработка и подготовка данных наблюдений в интересах выделения особенностей динамики характеристик геоакустической эмиссии 75

ФИЗИКА

Маричев В. Н., Бочковский Д. А., Елизаров А. И.

Обобщение результатов лидарного мониторинга температуры средней атмосферы над Томском 95

Маричев В. Н., Бочковский Д. А.

Лидарные исследования вертикального распределения аэрозоля в стратосфере над Томском в 2023 г. 106

Пастухов И. А., Руденко А. И.
*Образование капиллярно-гравитационных волн в потоке
под воздействием системы состоящей из двух вихрей. . . .* 117

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Павлова В. Ю.
*Опыт работы с прибором георадар «Тритон-М»
на территории города Петропавловск-Камчатский
(Камчатка)* 129

Павлова В. Ю., Акбашев Р. Р.
*Опыт работы с прибором георадар «ПИТОН-3»
на территории города Петропавловск-Камчатский
(Камчатка)* 143

Contents

Message from the Editorial Board	7
--	---

MATHEMATICS

Дехконов Ф. Н. <i>Задача управления для уравнения теплопроводности с граничным условием Неймана</i>	9
---	---

MATHEMATICAL MODELING

Salimova A. I., Parovik R. I. <i>Mathematical model of Van der Pol-Airy fractional oscillator</i>	21
---	----

Tverdyi D. A., Parovik R. I. <i>The optimization problem for determining the functional dependence of the variable order of the fractional derivative of the Gerasimov-Caputo type</i>	35
--	----

INFORMATION AND COMPUTING TECHNOLOGIES

Senkevich Y. I. <i>Search signs changes in the state of the near-surface layer of the lithosphere based on the image analysis results reflecting the characteristics dynamics of the geoacoustic emission signal</i>	58
--	----

Senkevich Y. I. <i>Processing and preparation of observation data in the interests of highlighting the features of the dynamics of the characteristics of geoacoustic emission</i>	75
--	----

PHYSICS

Marichev V. N., Bochkovsky D. A., Elizarov A. I. <i>Generalization of the results of lidar monitoring of the temperature of the middle atmosphere over Tomsk.</i>	95
---	----

Marichev V. N., Bochkovsky D. A. <i>Lidar studies of the vertical distribution of aerosol in the stratosphere over Tomsk in 2023</i>	106
--	-----

Pastukhov I. A., Rudenko A. I.
*Formation of capillary-gravity waves in the flow
under the influence of a system consisting of two vortices* 117

INSTRUMENTS AND MEASUREMENT METHODS

Pavlova V. Yu.
*Experience with the «Triton-M» georadar device
in the Petropaulovsk-Kamchatsky city (Kamchatka)* 129

Pavlova V. Yu., Akbashev R. R.
*Experience with the «PYTHON-3» georadar device
in the Petropaulovsk-Kamchatsky city (Kamchatka)* 143

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ И ЧИТАТЕЛИ!

Журнал Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки вошел в перечень рецензируемых научных изданий ВАК (№ 411 список от 31.12.2023), в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук, как журнал, входящий в международные реферативные базы данных и системы цитирования (MathSciNet и zbMath) и согласно таблицы ВАК обладает категорией К1.

За последнее время произошло расширение редакционной коллегии журнала, была создан редакционный совет, в который вошли ведущие ученые, в том числе из таких стран как Китай, Индия, Иран, ЮАР, Турция, Италия, Венгрия, Германия, Польша, Узбекистан, Казахстан. Это позволило расширить спектр направлений журнала.

Основные рубрики журнала соответствуют следующим обновленным шифрам научных специальностей:

— Математика

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

— Математическое моделирование

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

— Информационные и вычислительные технологии

1.1.6. Вычислительная математика

2.3.5. Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей

— Физика

1.3.3. Теоретическая физика

1.3.6. Оптика

1.3.7. Акустика

1.3.8. Физика конденсированного состояния

1.6.9. Геофизика

1.6.18. Науки об атмосфере и климате

— Приборы и методы измерений

1.3.2. Приборы и методы экспериментальной физики

2.2.4. Приборы и методы измерений (по видам измерений)

2.2.8. Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды

Журнал также публикует специальные выпуски, посвященные конференциям разного уровня по тематике журнала.

Журнал «Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки» находится в свободном доступе. Тип лицензии СС поддерживаемый журналом: (СС

ВУ 4.0). Полнотекстовые выпуски журнала размещаются на Общероссийском математическом портале Math-Net.Ru.

За 14 лет существования, благодаря авторам и читателям, журнал получил хорошее устойчивое развитие, расширилась география участников и редакционной коллегии, сформировалась база рецензирования, повысились индексы цитируемости, журнал вошел в более 30-ти баз цитирования, всем статьям присваивается цифровой индентификатор DOI.

В октябре 2024 года будет подана заявка на включение Scopus.

В №2 журнала «Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки» за 2024 г. было опубликовано 10 статей авторов из России и Узбекистана. Среди 12 авторов: 3 — доктора наук, 7 — кандидаты наук, 2 — молодые ученые, аспиранты и преподаватели, научные сотрудники без степени.

Редакционная коллегия заинтересована в дальнейшем сотрудничестве, в формировании широкого высокопрофессионального научного коллектива авторов, публикующихся на его страницах, в создании своей устойчивой читательской аудитории.

Редакционная коллегия

MATHEMATICS

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-9-20>

Research Article

Full text in English

MSC 35K05, 35K15



The Control Problem for a Heat Conduction Equation with Neumann Boundary Condition

*F. N. Dekhkonov**

Namangan State University, 316, Uychi str., 160136, Namangan, Uzbekistan

Abstract. Previously, boundary control problems for a heat conduction equation with Dirichlet boundary condition were studied in a bounded domain. In this paper, we consider the boundary control problem for the heat conduction equation with Neumann boundary condition in a bounded one-dimensional domain. On the part of the border of the considered domain, the value of the solution with control parameter is given. Restrictions on the control are given in such a way that the average value of the solution in some part of the considered domain gets a given value. The studied initial boundary value problem is reduced to the Volterra integral equation of the first type using the method of separation of variables. It is known that the solution of Volterra's integral equation of the first kind cannot always be shown to exist. In our work, the existence of a solution to the Volterra integral equation of the first kind is shown using the method of Laplace transform. For this, the necessary estimates for the kernel of the integral equation were found. Finally, the admissibility of the control function is proved.

Key words: parabolic equation, integral equation, initial-boundary problem, admissible control, Laplace transform.

Received: 18.04.2024; Revised: 17.05.2024; Accepted: 08.06.2024; First online: 25.08.2024

For citation. Dekhkonov F. N. The control problem for a heat conduction equation with Neumann boundary condition. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 9-20. EDN: MNMAFB. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-9-20>.

Funding. The work was not carried out within the framework of funds

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. The author participated in the writing of the article and is fully responsible for submitting the final version of the article to the press.

*Correspondence:  E-mail: f.n.dehqonov@mail.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Dekhkonov F. N., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



МАТЕМАТИКА

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-9-20>

Научная статья

Полный текст на английском языке

УДК 519.65



Задача управления для уравнения теплопроводности с граничным условием Неймана

*Ф. Н. Дехконов**

Наманганский государственный университет, ул. Уйчи, 316, 160136, г. Наманган, Республика Узбекистан

Аннотация. Ранее были исследованы задачи граничного управления для уравнения теплопроводности с граничным условием Дирихле в ограниченной области. В данной работе рассматривается задача граничного управления для уравнения теплопроводности с граничными условиями Неймана в ограниченной одномерной области. На части границы рассматриваемой области задано значение решения с управляющим параметром. Ограничения на управление задаются таким образом, чтобы среднее значение решения в некоторой части рассматриваемой области получало заданное значение. Исследуемая начально-краевая задача сводится к интегральному уравнению Вольтерра первого типа с использованием метода разделения переменных. Известно, что не всегда можно доказать существование решения интегрального уравнения Вольтерра первого рода. В нашей работе существование решения интегрального уравнения Вольтерра первого рода показано с помощью метода преобразования Лапласа. Для этого были найдены необходимые оценки ядра интегрального уравнения. Наконец, допустимость функции управления доказана.

Ключевые слова: параболическое уравнение, интегральное уравнение, начально-краевая задача, допустимое управление, преобразование Лапласа.

Получение: 18.04.2024; Исправление: 17.05.2024; Принятие: 08.06.2024; Публикация онлайн: 25.08.2024

Для цитирования. Dekhkonov F.N. The control problem for a heat conduction equation with Neumann boundary condition // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2024. Т.47. № 2. С. 9-20. EDN: MNMAFB. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-9-20>.

Финансирование. Работа не выполнялась в рамках фондов.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:** ✉ E-mail: f.n.dehqonov@mail.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Dekhkonov F.N., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)



1 Introduction

In this article, we consider the following heat conduction equation in the bounded domain $\Omega = \{(x, t) : 0 < x < l, t > 0\}$:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right), \quad (x, t) \in \Omega, \quad (1)$$

with Neumann boundary conditions

$$u_x(0, t) = -\mu(t), \quad u_x(l, t) = 0, \quad t > 0, \quad (2)$$

and initial condition

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

where $\mu(t)$ is control function.

Assume that the function $k(x) \in C^2([0, l])$ satisfies conditions

$$k(x) \geq k_0 > 0, \quad k'(x) \leq 0, \quad 0 \leq x \leq l. \quad (4)$$

DEFINITION 1. It is called that the function $\mu(t) \in W_2^1(\mathbb{R}_+)$ is admissible control, if it fulfills the conditions $\mu(0) = 0$ and $|\mu(t)| \leq 1$ for all $t \geq 0$.

Control Problem. For the given function $\theta(t)$ Problem consists looking for the admissible control $\mu(t)$ such that the solution $u(x, t)$ of the initial-boundary problem (1)-(3) exists and for all $t \geq 0$ satisfies the equation

$$\int_0^l u(x, t) dx = \theta(t). \quad (5)$$

Control problems for parabolic equations were first studied in [1, 2]. Control problems for the infinite-dimensional case were studied by Egorov [3], who generalized Pontryagin's maximum principle to a class of equations in Banach space, and the proof of a bang-bang principle was shown in the particular conditions.

The optimal time problem for second-order parabolic type equation in the bounded n -dimensional domain was studied in [4, 5] and the optimal time estimate for achieving a given average temperature was found. The control problem for the heat equation associated with the Neumann boundary condition in a bounded three-dimensional domain is studied in [6]. In this work, an estimate of the optimal time was found when the average temperature is close to the critical value.

In [7, 8], the control problems of the heat equation associated with the Dirichlet boundary condition in the two-dimensional domain are studied. In these articles, an estimate of the minimum time for achieving a given average temperature was found, and the existence of a control function is proved by the Laplace transform method. The boundary control problem related to the fast heating of the thin rod for the inhomogeneous heat conduction equation was studied in works [9] and the existence of the admissible control function was proved.

The minimal time problem for the heat conduction equation with the Neumann boundary condition in a one-dimensional domain is studied in [10]. The difference of this work from the previous works is that the required estimate for the minimum time is found with a non-negative definite weight function under the integral condition. In [11], the control problem for a second-order parabolic type equation with two control functions was studied and the existence of admissible control functions was proved by the Laplace transform method.

Boundary control problems for parabolic type equations are also studied in works [12–14].

A lot of information on the optimal control problems was given in detail in the monographs of Lions and Fursikov [15,16]. General numerical optimization and optimal boundary control have been studied in a great number of publications such as [17]. The practical approaches to optimal control of the heat equation are described in publications like [18].

In this work, the boundary control problem for the heat transfer equation is considered. The difference of this work from the previous works is that in this problem, the control problem for the heat conduction equation related to the Neumann boundary condition is studied. In Section 2, the boundary control problem studied in this work is reduced to the Volterra integral equation of the first kind by the Fourier method. In Section 3, the solution of Volterra's integral equation is proved using the Laplace transform method.

2 Main integral equation

Consider the following spectral problem

$$\frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{dv_k(x)}{dx} \right) + \lambda_k v_k(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad (6)$$

with boundary condition

$$v_k'(0) = v_k'(l) = 0, \quad 0 \leq x \leq l. \quad (7)$$

It is well-known that this problem is self-adjoint in $L_2(\Omega)$ and there exists a sequence of eigenvalues $\{\lambda_k\}$ so that $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_k \rightarrow \infty$, $k \rightarrow \infty$.

The corresponding eigenfunction v_k form a complete orthonormal system $\{v_k\}$ in $L_2(\Omega)$ and these function belong to $C(\bar{\Omega})$, where $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$ (see [19,20]).

DEFINITION 2. By the solution of the problem (1)–(3) we understand the function $u(x, t)$ represented in the form

$$u(x, t) = \frac{(l-x)^2}{2l} \mu(t) - w(x, t), \quad (8)$$

where the function $w(x, t) \in C_{x,t}^{2,1}(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$, $w_x \in C(\bar{\Omega})$ is the solution to the problem:

$$w_t = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{l-x}{l} \right) \mu(t) + \frac{(l-x)^2}{2l} \mu'(t), \quad (9)$$

with boundary value conditions

$$w_x(0, t) = 0, \quad w_x(l, t) = 0, \quad (10)$$

and initial value condition

$$w(x, 0) = 0. \quad (11)$$

We set

$$\beta_k = (\lambda_k b_k - a_k) c_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (12)$$

where coefficients a_k , b_k and c_k are as follows

$$a_k = \int_0^l \frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{l-x}{l} \right) v_k(x) dx, \quad b_k = \int_0^l \frac{(l-x)^2}{2l} v_k(x) dx, \quad (13)$$

and

$$c_k = \int_0^l v_k(x) dx. \quad (14)$$

We understand the coefficients a_0 and b_0 as follows

$$a_0 = \int_0^l \frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{l-x}{l} \right) dx = -\frac{k(0)}{2},$$

and

$$b_0 = \int_0^l \frac{(l-x)^2}{2l} dx = \frac{l^2}{6}.$$

Thus, we have

$$\begin{aligned} w(x, t) = & \frac{l^2}{12} \mu(t) - \frac{k(0)}{2} \int_0^t \mu(s) ds + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\int_0^t e^{-\lambda_k(t-s)} (\mu(s) a_k + \mu'(s) b_k) ds \right) v_k(x), \end{aligned} \quad (15)$$

where a_k and b_k defined by (13).

From (8) and (15), we get the solution of the mixed problem (1)–(3) (see [19]):

$$\begin{aligned} u(x, t) = & \frac{(l-x)^2}{2l} \mu(t) - \frac{l^2}{12} \mu(t) + \frac{k(0)}{2} \int_0^t \mu(s) ds - \\ & - \sum_{k=1}^{\infty} \left(\int_0^t e^{-\lambda_k(t-s)} (\mu(s) a_k + \mu'(s) b_k) ds \right) v_k(x). \end{aligned}$$

We know that the eigenvalues λ_k of the boundary value problem (6)-(7) satisfies the following inequalities

$$\lambda_k \geq 0, \quad k = 0, 1, \dots \quad (16)$$

Indeed, since

$$\frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{dv_k(x)}{dx} \right) + \lambda_k v_k(x) = 0, \quad 0 < x < l,$$

then we get

$$\lambda_k = - \int_0^l \frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{dv_k(x)}{dx} \right) v_k(x) dx = \int_0^l k(x) |v_k'(x)|^2 dx \geq 0.$$

According to condition (5) and the solution of the problem (1)-(3), we may write

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \int_0^l u(x, t) dx = \mu(t) \int_0^l \frac{(l-x)^2}{2l} dx - \frac{l^3}{12} \mu(t) + \frac{k(0)l}{2} \int_0^t \mu(s) ds - \\ &\quad - \sum_{k=1}^{\infty} \left(\int_0^t e^{-\lambda_k(t-s)} (\mu(s) a_k + \mu'(s) b_k) ds \right) \int_0^l v_k(x) dx = \\ &= \mu(t) \int_0^l \frac{(l-x)^2}{2l} dx - \frac{l^3}{12} \mu(t) + \frac{k(0)l}{2} \int_0^t \mu(s) ds - \\ &\quad - \sum_{k=1}^{\infty} a_k c_k \int_0^t e^{-\lambda_k(t-s)} \mu(s) ds - \sum_{k=1}^{\infty} b_k c_k \int_0^t e^{-\lambda_k(t-s)} \mu'(s) ds = \\ &= \mu(t) \int_0^l \frac{(l-x)^2}{2l} dx - \frac{l^3}{12} \mu(t) + \frac{k(0)l}{2} \int_0^t \mu(s) ds - \\ &\quad - \sum_{k=1}^{\infty} a_k c_k \int_0^t e^{-\lambda_k(t-s)} \mu(s) ds - \mu(t) \sum_{k=1}^{\infty} b_k c_k + \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k b_k c_k \int_0^t e^{-\lambda_k(t-s)} \mu(s) ds, \end{aligned} \quad (17)$$

where c_k defined by (14).

Note that

$$\int_0^l \frac{(l-x)^2}{2l} dx = \frac{l^3}{12} + \sum_{k=1}^{\infty} b_k c_k, \quad (18)$$

where b_k, c_k are defined by (13) and (14).

As a result, from (17) and (18), we obtain

$$\theta(t) = \int_0^t \left(\frac{k(0)l}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k b_k - a_k) c_k e^{-\lambda_k(t-s)} \right) \mu(s) ds.$$

We set

$$B(t) = \frac{k(0)l}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k e^{-\lambda_k t}, \quad t > 0. \quad (19)$$

where β_k defined by (12).

Then we get the main integral equation

$$\int_0^t B(t-s) \mu(s) ds = \theta(t), \quad t > 0. \quad (20)$$

Lemma 1. For the coefficients $\{\beta_k\}_{k=1}^{\infty}$ the following estimate is valid:

$$0 \leq \beta_k \leq C, \quad k = 1, 2, \dots,$$

where C is a positive constant.

Proof. First we calculate the following equality using (13)

$$\begin{aligned} \lambda_k b_k &= \int_0^l \frac{(l-x)^2}{2l} \lambda_k v_k(x) dx = - \int_0^l \frac{(l-x)^2}{2l} \frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{dv_k(x)}{dx} \right) dx = \\ &= - \left(\frac{(l-x)^2}{2l} k(x) v_k'(x) \Big|_{x=0}^{x=l} + \int_0^l \frac{(l-x)}{l} k(x) v_k'(x) dx \right) = \\ &= - \int_0^l \frac{(l-x)}{l} k(x) v_k'(x) dx = k(0)v_k(0) + \int_0^l \frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{l-x}{l} \right) v_k(x) dx = \\ &= k(0)v_k(0) + a_k. \end{aligned}$$

Then we have

$$\lambda_k b_k - a_k = k(0)v_k(0), \quad k = 1, 2, \dots \quad (21)$$

We know that the following inequality is true (see [20])

$$v_k(0) \int_0^l v_k(x) dx \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots \quad (22)$$

Thus, by (21) and (22), we have

$$\beta_k = (\lambda_k b_k - a_k) c_k = k(0) v_k(0) \cdot \int_0^l v_k(x) dx \geq 0.$$

It is clear that if $k(x) \in C^1([0, 1])$, we may write the estimate (see [21, 22])

$$\max_{0 \leq x \leq 1} |v_k(x)| \leq C.$$

From this we can obtain the following estimates

$$\beta_k \leq k(0) |v_k(0) c_k| \leq C.$$

□

Lemma 2. *Let $1/2 < \alpha < 1$. Then for the function $B(t)$ defined by (19) the following estimate is valid:*

$$0 < B(t) \leq \frac{C_\alpha}{t^\alpha}, \quad 0 < t \leq 1,$$

where C_α is a constant depending only on α .

Proof. It is known from the general theory that if $k(x)$ is a smooth function, the following estimate is valid (see [22]):

$$\lambda_k = \frac{k^2 \pi^2}{p^2} + O(k^{-2}), \quad p = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{k(x)}}.$$

Let $1/2 < \alpha < 1$ and $\lambda > 0$. Then the maximum value of the function $h(t, \lambda) = t^\alpha e^{-\lambda t}$ is reached at the point $t = \frac{\alpha}{\lambda}$ and this value is equal to $\frac{\alpha^\alpha}{\lambda^\alpha} e^{-\alpha}$.

As a result, for any $1/2 < \alpha < 1$, we get the estimate

$$B(t) \leq \text{const} \frac{1}{t^\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k t^\alpha e^{-\lambda_k t} \leq \frac{C}{t^\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha^\alpha}{\lambda_k^\alpha} e^{-\alpha} \leq \frac{C_\alpha}{t^\alpha},$$

where

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^\alpha} < +\infty.$$

□

3 Main result

In this section, we prove the existence of the control function.

Denote by $W(M)$ the set of function $\theta \in W_2^2(-\infty, +\infty)$, which satisfies the condition

$$\|\theta\|_{W_2^2(\mathbb{R}_+)} \leq M \quad \theta(t) = 0 \quad \text{for } t \leq 0.$$

Theorem 1. *There exists $M > 0$ such that for any function $\theta \in W(M)$ the solution $\mu(t)$ of the equation (20) exists, belongs to $C(\overline{\mathbb{R}_+})$ and satisfies condition*

$$|\mu(t)| \leq 1.$$

We use the Laplace transform method to solve the integral equation (20). It is known

$$\tilde{\mu}(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \mu(t) dt.$$

Then we use Laplace transform obtain the following equation

$$\tilde{\theta}(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt \int_0^t B(t-s)\mu(s) ds = \tilde{B}(p) \tilde{\mu}(p).$$

Thus, we get

$$\tilde{\mu}(p) = \frac{\tilde{\theta}(p)}{\tilde{B}(p)}, \quad \text{where } p = a + i\xi, \quad a > 0, \quad \xi \in \mathbb{R},$$

and

$$\mu(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{\tilde{\theta}(p)}{\tilde{B}(p)} e^{pt} dp = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{\theta}(a+i\xi)}{\tilde{B}(a+i\xi)} e^{(a+i\xi)t} d\xi. \quad (23)$$

Then we can write

$$\begin{aligned} \tilde{B}(p) &= \int_0^{\infty} B(t)e^{-pt} dt = \frac{k(0)l}{2} \int_0^{\infty} e^{-pt} dt + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \int_0^{\infty} e^{-(p+\lambda_k)t} dt = \\ &= \frac{k(0)l}{2} \frac{1}{p} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{p+\lambda_k}, \end{aligned}$$

where $B(t)$ defined by (19) and

$$\begin{aligned} \tilde{B}(a+i\xi) &= \frac{k(0)l}{2} \frac{1}{a+i\xi} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{a+\lambda_k+i\xi} = \\ &= \frac{k(0)l}{2} \frac{a}{a^2+\xi^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k(a+\lambda_k)}{(a+\lambda_k)^2+\xi^2} - \\ &\quad - \frac{k(0)l}{2} \frac{i\xi}{a^2+\xi^2} - i\xi \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{(a+\lambda_k)^2+\xi^2} = \\ &= \operatorname{Re}\tilde{B}(a+i\xi) + i \operatorname{Im}\tilde{B}(a+i\xi), \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\tilde{B}(a+i\xi) &= \frac{k(0)l}{2} \frac{a}{a^2+\xi^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k(a+\lambda_k)}{(a+\lambda_k)^2+\xi^2}, \\ \operatorname{Im}\tilde{B}(a+i\xi) &= -\frac{k(0)l}{2} \frac{\xi}{a^2+\xi^2} - \xi \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{(a+\lambda_k)^2+\xi^2}. \end{aligned}$$

We know that

$$(a+\lambda_k)^2 + \xi^2 \leq [(a+\lambda_k)^2 + 1](1 + \xi^2),$$

and we get the following inequalities

$$\frac{1}{a^2 + \xi^2} \geq \frac{1}{1 + \xi^2} \frac{1}{1 + a^2}, \quad (24)$$

and

$$\frac{1}{(a + \lambda_k)^2 + \xi^2} \geq \frac{1}{1 + \xi^2} \frac{1}{(a + \lambda_k)^2 + 1}. \quad (25)$$

Consequently, according to inequalities (24) and (25) we can obtain the following estimates

$$\begin{aligned} |\operatorname{Re} \tilde{B}(a + i\xi)| &= \frac{k(0)l}{2} \frac{a}{a^2 + \xi^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k (a + \lambda_k)}{(a + \lambda_k)^2 + \xi^2} \geq \\ &\geq \frac{1}{1 + \xi^2} \left(\frac{k(0)l}{2} \frac{a}{1 + a^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k (a + \lambda_k)}{(a + \lambda_k)^2 + 1} \right) = \frac{C_{1a}}{1 + \xi^2}, \end{aligned} \quad (26)$$

and

$$\begin{aligned} |\operatorname{Im} \tilde{B}(a + i\xi)| &= |\xi| \left(\frac{k(0)l}{2} \frac{1}{a^2 + \xi^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{(a + \lambda_k)^2 + \xi^2} \right) \geq \\ &\geq \frac{|\xi|}{1 + \xi^2} \left(\frac{k(0)l}{2} \frac{1}{1 + a^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{(a + \lambda_k)^2 + 1} \right) = \frac{C_{2a} |\xi|}{1 + \xi^2}, \end{aligned} \quad (27)$$

where C_{1a} , C_{2a} as follows

$$C_{1a} = \frac{k(0)l}{2} \frac{a}{1 + a^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k (a + \lambda_k)}{(a + \lambda_k)^2 + 1},$$

and

$$C_{2a} = \frac{k(0)l}{2} \frac{1}{1 + a^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{(a + \lambda_k)^2 + 1}.$$

From (26) and (27), we have the following estimate

$$|\tilde{B}(a + i\xi)|^2 = |\operatorname{Re} \tilde{B}(a + i\xi)|^2 + |\operatorname{Im} \tilde{B}(a + i\xi)|^2 \geq \frac{\min(C_{1a}^2, C_{2a}^2)}{1 + \xi^2},$$

and

$$|\tilde{B}(a + i\xi)| \geq \frac{C_a}{\sqrt{1 + \xi^2}}, \quad \text{where } C_a = \min(C_{1a}, C_{2a}). \quad (28)$$

Then, when $a \rightarrow 0$ from (23), we obtain

$$\mu(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{\theta}(i\xi)}{\tilde{B}(i\xi)} e^{i\xi t} d\xi. \quad (29)$$

Lemma 3. [9] Assume that $\theta(t) \in W(M)$. Then for the image of the function $\theta(t)$ the following inequality

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{\theta}(i\xi)| \sqrt{1 + \xi^2} d\xi \leq C \|\theta\|_{W_2^2(\mathbb{R}_+)},$$

is valid.

Now we present the proof of the Theorem 1.

Proof.

Now, we show that $\mu \in W_2^1(\mathbb{R}_+)$. Indeed, according to (28) and (29), we obtain

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{\mu}(\xi)|^2 (1 + |\xi|^2) d\xi &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\tilde{\theta}(i\xi)}{\tilde{B}(i\xi)} \right|^2 (1 + |\xi|^2) d\xi \leq \\ &\leq C \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{\theta}(i\xi)|^2 (1 + |\xi|^2)^2 d\xi = C \|\theta\|_{W_2^2(\mathbb{R})}^2. \end{aligned}$$

Further,

$$|\mu(t) - \mu(s)| = \left| \int_s^t \mu'(\tau) d\tau \right| \leq \|\mu'\|_{L_2} \sqrt{t - s}.$$

Hence, $\mu \in \text{Lip } \alpha$, where $\alpha = 1/2$. From (28), (29) and Lemma 3, we can write

$$\begin{aligned} |\mu(t)| &\leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\tilde{\theta}(i\xi)|}{|\tilde{B}(i\xi)|} d\xi \leq \frac{1}{2\pi C_0} \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{\theta}(i\xi)| \sqrt{1 + \xi^2} d\xi \leq \\ &\leq \frac{C}{2\pi C_0} \|\theta\|_{W_2^2(\mathbb{R}_+)} \leq \frac{CM}{2\pi C_0} = 1, \end{aligned}$$

where

$$M = \frac{2\pi C_0}{C}.$$

□

4 Conclusion

In this paper, we have considered the boundary control problem for a parabolic-type equation in a one-dimensional bounded domain. By the method of separation of variables, the control problem was reduced to the Volterra integral equation of the first kind. Using the Laplace transform method, the existence of a solution to the integral equation was found and the admissibility of the control function was proved.

References

1. Fattorini H. O. Time-optimal control of solutions of operational differential equations, *SIAM J. Control*, 1964. vol. 2, pp. 49–65.
2. Friedman A. Optimal control for parabolic equations, *J. Math. Anal. Appl.*, 1967. vol. 18, pp. 479–491.
3. Egorov Yu. V. Optimal control in Banach spaces, *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1963. vol. 150, pp. 241–244 (In Russian).
4. Albeverio S., Alimov Sh. A. On a time-optimal control problem associated with the heat exchange process, *Applied Mathematics and Optimization*, 2008. vol. 57, no. 1, pp. 58–68 DOI: 10.1007/s00245-007-9008-7.
5. Alimov Sh. A., Dekhkonov F. N. On the time-optimal control of the heat exchange process, *Uzbek Mathematical Journal*, 2019. no. 2, pp. 4–17.

6. Dekhkonov F. N. On the control problem associated with the heating process in the bounded domain, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*, 2022. vol. 39, no. 2, pp. 20–31 DOI: 10.26117/2079-6641-2022-39-2-20-31.
7. Fayazova Z. K. Boundary control of the heat transfer process in the space, *Russian Mathematics (Izvestiya VUZ. Matematika)*, 2019. vol. 63, no. 12, pp. 71–79.
8. Dekhkonov F. N. On a time-optimal control of thermal processes in a boundary value problem, *Lobachevskii journal of mathematics*, 2022. vol. 43, no. 1, pp. 192–198 DOI:10.1134/S1995080222040096.
9. Dekhkonov F. N., Kuchkorov E. I. On the time-optimal control problem associated with the heating process of a thin rod, *Lobachevskii. J. Math.*, 2023. vol. 44, no. 3, pp. 1134–1144.
10. Dekhkonov F. N. On the time-optimal control problem for a heat equation, *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series*, 2023. vol. 111, no. 3, pp. 28–38 DOI:10.31489/2023m3/28-38.
11. Dekhkonov F. N. Control problem concerned with the process of heating a thin plate, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*, 2023. vol. 42, no. 1, pp. 69–79 DOI: 10.26117/2079-6641-2023-42-1-69-79.
12. Chen N., Wang Y., Yang D. Time-varying bang-bang property of time optimal controls for heat equation and its applications, *Syst. Control Lett*, 2018. vol. 112, pp. 18–23.
13. Fattorini H. O. Time and norm optimal controls: a survey of recent results and open problems, *Acta Math. Sci. Ser. B Engl. Ed.*, 2011. vol. 31, pp. 2203–2218.
14. Fayazova Z. K. Boundary control for a Pseudo-Parabolic equation, *Mathematical notes of NEFU*, 2018. vol. 25, no. 2, pp. 40–45.
15. Lions J. L. *Contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*. Dunod Gauthier-Villars: Paris, 1968.
16. Fursikov A. V. *Optimal Control of Distributed Systems*. Providence, Rhode Island: Math. Soc., 2000.
17. Altmüller A, Grüne L. *Distributed and boundary model predictive control for the heat equation*, Technical report, University of Bayreuth, Department of Mathematics, 2012.
18. Dubljevic S., Christofides P. D. *Predictive control of parabolic PDEs with boundary control actuation*: Chemical Engineering Science, 2006.
19. Tikhonov A. N., Samarsky A. A. *Equations of Mathematical Physics*. Moscow: Nauka, 1966 (In Russian).
20. Naimark M. A. *Linear differential operators*. Nauka: Moscow, 1962 (In Russian).
21. Yakubov V. Ya. Boundedness of normalized eigenfunctions for the Sturm–Liouville problem with minimal constraints on the smoothness of the coefficients, *Differ. Equ.*, 1994. vol. 30, no. 8, pp. 1361–1364.
22. Vladykina V. E. Spectral characteristics of the Sturm-Liouville operator under minimal restrictions on smoothness of coefficients, *Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh.*, 2019. vol. 6, pp. 23–28 (In Russian).

Information about the author



Dekhkonov Farrukhjon Nuriddin oqli ✉ – Ph.D. (Phys. & Math.),
Namangan State University, Namangan, Uzbekistan,
ORCID 0000-0003-4747-8557.

Информация об авторе



Дехконов Фаррухжон Нуриддин угли ✉ –
кандидат физико-математических наук,
Наманганский государственный университет, г. Наманган, Узбекистан,
ORCID 0000-0003-4747-8557.



Математическая модель дробного осциллятора Ван дер Поля-Эйри

А. И. Салимова¹, Р. И. Паровик^{*1,2}

¹ Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, 100174, г. Ташкент,
ул. Университетская, д. 4, Узбекистан

² Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, д. 7, Россия

Аннотация. В работе предложена математическая модель нелинейного осциллятора Ван дер Поля-Эйри с учетом наследственности. Нелинейность осциллятора обусловлена наличием зависимости коэффициента трения от квадрата функции смещения, что характерно для осциллятора Ван дер Поля. Также собственная частота колебаний представляет собой функцию от времени, которая линейно возрастает при его возрастании. Последнее характерно для осциллятора Эйри. Эффекты наследственности вводятся в модельное уравнение посредством дробных производных в смысле Герасимова-Капуто. Они указывают на то, что колебательная система может обладать эффектами памяти, которые проявляются в зависимости текущего ее состояния от предыдущих. Для предложенной математической модели был разработан численный алгоритм, основанный на явной конечно-разностной схемы первого порядка. Численный алгоритм был реализован в компьютерной программе на языке Maple, с помощью которой была произведена визуализация результатов моделирования. Были построены осциллограммы и фазовые траектории при различных значениях параметров модели. Показано, что дробная математическая модель может обладать различными колебательными режимами: от автоколебательных, затухающих и хаотических. Дается интерпретация результатов моделирования.

Ключевые слова: математическая модель, дробная производная Герасимова-Капуто, осциллограмма, фазовая траектория, предельный цикл, численный алгоритм

Получение: 29.03.2024; Исправление: 15.05.2024; Принятие: 06.06.2024; Публикация онлайн: 25.08.2024

Для цитирования. Салимова А.И., Паровик Р.И. Математическая модель дробного осциллятора Ван дер Поля-Эйри // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 47. № 2. С. 21-34. EDN: QMOAXO. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-21-34>.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания ИКИР ДВО РАН (рег. №124012300245-2)

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

*Корреспонденция: ✉ E-mail: parovik@ikir.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Салимова А. И., Паровик Р. И., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)





Mathematical Model of Van der Pol-Airy Fractional Oscillator

A. I. Salimova¹, R. I. Parovik^{1,2}*

¹ National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, 100174, Tashkent, Universitetskaya str., 4, Uzbekistan

² Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, 684034, Paratunka, Mirnaya str., 7, Russia

Abstract. The paper proposes a mathematical model of the nonlinear Van der Pol-Airy oscillator taking into account heredity. The nonlinearity of the oscillator is due to the dependence of the friction coefficient on the square of the displacement function, which is typical for the Van der Pol oscillator. Also, the natural frequency of oscillations is a function of time, which increases linearly as it increases. The latter is typical for the Airy oscillator. Heredity effects are introduced into the model equation through fractional derivatives in the Gerasimov-Caputo sense. They indicate that the oscillatory system may have memory effects that manifest themselves depending on its current state from previous ones. For the proposed mathematical model, a numerical algorithm was developed based on an explicit first-order finite-difference scheme. The numerical algorithm was implemented in a computer program in the Maple language, with the help of which the simulation results were visualized. Oscillograms and phase trajectories were constructed for various values of the model parameters. It is shown that a fractional mathematical model can have various oscillatory modes: from self-oscillatory, damped and chaotic. An interpretation of the simulation results is given.

Key words: mathematical model, Gerasimov-Caputo fractional derivative, oscillogram, phase trajectory, limit cycle, numerical algorithm.

Received: 29.03.2024; Revised: 15.05.2024; Accepted: 06.06.2024; First online: 25.08.2024

For citation. Salimova A. I., Parovik R. I. Mathematical model of Van der Pol-Airy fractional oscillator. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 21-34. EDN: QMOAXO. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-21-34>.

Funding. Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (registration No. 124012300245-2)

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

*Correspondence:  E-mail: parovik@ikir.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Salimova A. I., Parovik R. I., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

Разработка математических моделей дробных колебательных систем (осцилляторов) является актуальной задачей в связи с широким спектром приложений: от физических [1] до экономических [2]. Это связано с тем, что колебания могут возникать в различных системах, в том числе обладающих наследственностью, и могут иметь важные свойства, которые необходимо изучать для установления закономерностей между различными параметрами, рассматриваемой системы. Дробные осцилляторы исследуются в рамках теории дробной динамики [3], а инструментом исследования дробных осцилляторов, как правило, является аппарат математического моделирования с привлечением дробного исчисления [4].

В настоящей статье была исследована нелинейная колебательная система Ван дер Поля-Эйри с эффектами наследственности. Особенностью этой колебательной системы заключается в наличии в модельном уравнении нелинейного трения, характерного для релаксационных колебаний осциллятора Ван дер Поля [5], линейной зависимости частоты собственных колебаний от времени, характерной для колебаний с плохо затухающей амплитудой в осцилляторе Эйри [6], а также в учете эффектов наследственности, которые характерны для вязкоупругих и пластичных сред [7]. Такие эффекты можно описать с помощью интегродифференциальных уравнений или производных дробных порядков [4, 8, 9].

В работе с помощью явной конечно-разностной схемы первого порядка точности в рамках теории конечно-разностных схем строится численное решение. Разработана компьютерная программа в среде Maple, которая реализует численный алгоритм. С помощью, разработанной компьютерной программы были получены осциллограммы и фазовые траектории при различных значениях параметров модели. Дана интерпретация результатов моделирования. Показано, что дробный осциллятор Ван дер Поля-Эйри обладает богатой динамикой, которая заслуживает дальнейшего изучения.

Постановка задачи и методика решения

Рассмотрим следующую задачу Коши:

$$\partial_{0t}^{\alpha} x(t) + \lambda (\alpha x^2(t) - b) \partial_{0t}^{\beta} x(t) + tx(t) = 0, x(0) = x_0, \dot{x}(0) = y_0, \quad (1)$$

где $x(t) \in C^2[0, T]$ — функция смещения; $t \in [0, T]$ — текущее время процесса; $T > 0$ — время моделирования; λ — коэффициент трения, α, b — константы, x_0, y_0 — константы, которые определяют начальные условия.

Операторы дробного дифференцирования в уравнении (1) понимаются в смысле Герасимова-Капуто порядков $1 < \alpha < 2$ и $0 < \beta < 1$ [10, 11]:

$$\partial_{0t}^{\alpha} x(t) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \int_0^t \ddot{x}(\tau) d\tau (t-\tau)^{\alpha-1}, \partial_{0t}^{\beta} x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \int_0^t \dot{x}(\tau) d\tau (t-\tau)^{\beta}, \quad (2)$$

где $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция Эйлера.

Замечание 1. Если в модельном уравнении (1) положить $a = 0, b = -1$, то мы получаем уравнение дробного осциллятора Эйри, которое было рассмотрено в статьях [12–14].

Определение. Задачу Коши (1) будем называть дробным осциллятором Ван дер Поля-Эйри.

Замечание. Дробный осциллятор Ван дер Поля-Эйри содержит не только особенности осцилляторов Ван дер Поля и Эйри, а также дробные производные (2), которые характеризуют эффекты наследственности и при значении порядков $\alpha = 2, \beta = 1$ переходят целочисленные.

Укажем некоторые особенности, рассматриваемого осциллятора (1). Наличие нелинейного трения, характерного для осциллятора Ван дер Поля приводит к релаксационным колебаниям или автоколебаниям, которые на фазовой плоскости соответствуют предельным циклам. Релаксационные колебания Ван дер Поля находят свое приложение в физике, биологии и других науках [15]. Осциллятор Эйри обладает следующими особенностями: при отрицательных временах существует апериодический режим и происходит экспоненциальное затухание, а при положительных — наблюдаются колебания с плохо затухающей амплитудой подобно бесселевым функциям. Так как время в задаче Коши (1) положительно, то апериодических режимы будут отсутствовать. Осциллятор Эйри применяется в оптике [6], например, вблизи монохроматических каустик наблюдаются интерференционные полосы, интенсивность, которых описывается функциями Эйри, в лазерной оптике известны также пучки Эйри [16]. Дробный осциллятор Ван дер Поля и дробный осциллятор Эйри рассматривались независимо друг от друга в статьях [12–14, 17] соответственно. Было показано, что в основном при наличии дробной инерции, первый член в задаче Коши (1), происходит затухание колебаний, т.е. дробная инерция играет роль диссипативного члена как составляющей трения. Отметим, что в работах [18–21] было показано, что порядок дробной производной в инерциальном члене, а также и в диссипативном связан с качественной характеристикой колебательной системы — добротностью.

В целом комбинация трех составляющих, которые учтены в модели (1) дают новизну работы. В настоящей статье нас будет интересовать вопрос о существовании релаксационных колебаний, а также какие еще режимы могут существовать в такой системе. Для этих целей в силу нелинейности задачи Коши (1) необходимо воспользоваться численными методами.

Введем равномерную сетку, для этого разобьем временной интервал на N равных частей с шагом $\tau = T/N$. Пусть функция решения задачи Коши (1) обладает нужной гладкостью. Тогда мы можем ввести сеточную функцию $x(t_k) = x_k, t_k = k\tau, k = 1, \dots, N-1$, которая аппроксимирует искомую функцию $x(t)$. Отметим, что аппроксимация производных порядков дается следующими формулами [22, 23]:

$$\partial_{0t}^{\alpha} x(t) \approx A \sum_{j=0}^{k-1} \omega_j^{\alpha} (x_{k-j+1} - 2x_{k-j} + x_{k-j-1}), \partial_{0t}^{\beta} x(t) \approx B \sum_{j=0}^{k-1} \omega_j^{\beta} (x_{k-j+1} - x_{k-j}), \quad (3)$$

где $A = \frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)}$, $B = \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)}$, $\omega_j^\alpha = (j+1)^{2-\alpha} - j^{2-\alpha}$, $\omega_j^\beta = (j+1)^{1-\beta} - j^{1-\beta}$.

С учетом аппроксимаций (3) дифференциальную задачу Коши (1) мы можем записать в дискретной подстановке:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 = c_1, \\ x_1 = c_1 + \tau c_2, y_0 = c_2, \\ x_{k+1} = \frac{2A + \lambda(ax_k^2 - b)B - \tau k}{A + \lambda(ax_k^2 - b)B} x_k - \frac{A}{A + \lambda(ax_k^2 - b)B} x_{k-1} - \\ - \frac{A \sum_{j=1}^{k-1} \omega_j^\alpha (x_{k-j+1} - 2x_{k-j} + x_{k-j-1})}{A + \lambda(ax_k^2 - b)B} - \frac{\lambda(ax_k^2 - b)B \sum_{j=1}^{k-1} \omega_j^\beta (x_{k-j+1} - x_{k-j})}{A + \lambda(ax_k^2 - b)B}, \\ k = 2, \dots, N-1. \end{array} \right. \quad (4)$$

Задача (4) представляет собой нелокальную явную конечно-разностную схему. Можно показать, что схема (4) условно устойчива и сходится с первым порядком. Покажем с помощью вычислительной точности, полученной по правилу Рунге, что при увеличении узлов расчетной сетки N вычислительная точность стремится к теоретической, т.е. к единице. Вычислительная точность p определяется по формуле:

$$p = \log_2 (\xi_j / \xi_{j+1}), \quad (5)$$

где $\xi = \max_i |x_i - x_{2i}|$ — ошибка, x_i — численное решение вычисленное на шаге τ , x_2 — численное решение вычисленное на шаге $\tau/2$, j — индекс, число итераций.

Пример 1. Классический осциллятор Ван дер Поля-Эйри ($\alpha = 2, \beta = 1$). Значения параметров модели (1): $\lambda = 0.15, a = b = 1, x_0 = 0.2, y_0 = 0.3, T = 1$.

Результаты вычисления вычислительной точности схемы (4) по формуле (5) приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Классический осциллятор Ван дер Поля-Эйри
[Van der Pol-Airy classical oscillator]**

N	τ	ξ	p
10	1/10	0.0006974210	—
20	1/20	0.0004640763	0.5876677840
40	1/40	0.0002628898	0.8199038548
80	1/80	0.0001392983	0.9162805155
160	1/160	0.0000712656	0.9668998922

Из табл. 1 видно, что для Примера 1 при увеличении узлов расчетной сетки N вычислительная точность стремится к единице.

Пример 2. Дробный осциллятор Ван дер Пол-Эйри ($\alpha = 1.9, \beta = 0.8$). Остальные значения параметров возьмем из предыдущего примера.

Из табл. 2 мы также видим, что при увеличении узлов расчетной сетки вычислительная точность стремится к единице.

Таблица 2

Дробный осциллятор Ван дер Поля-Эйри
[Van der Pol-Airy fractional oscillator]

N	τ	ξ	ρ
10	1/10	0.0003115359	—
20	1/20	0.0002240659	0.4754753168
40	1/40	0.0001633936	0.4555716297
80	1/80	0.0001101243	0.5692186263
160	1/160	0.0000733393	0.5864744480
320	1/320	0.0000379055	0.9521793008

Результаты исследования

Рассмотрим некоторые примеры применения нелокальной явной конечно-разностной схемы (4), которая была реализована в компьютерной программе на языке Maple.

Пример 3. Классический осциллятор Ван дер Поля-Эйри ($\alpha = 2, \beta = 1$). Значения остальных параметров модели (1): $\lambda = 0.15, a = 10, b = 20, t \in [0, 100], N = 2500$.

Результаты моделирования по нелокальной явной конечно-разностной схеме (4) приведена на рис. 1 при различных значениях начальных условия: $(4, 0)$ и $(0.1, 0.1)$.

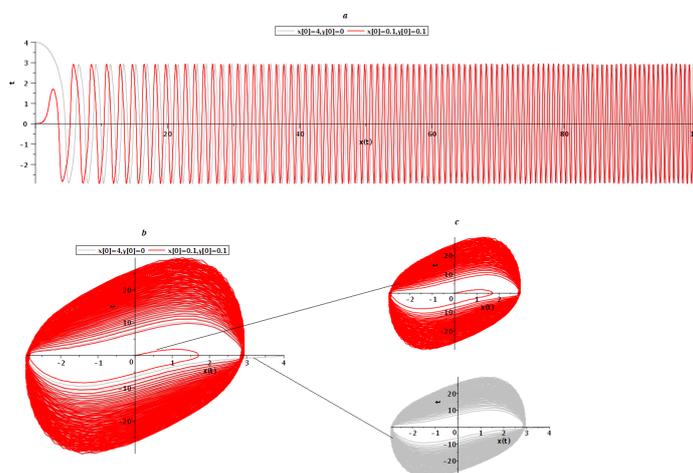


Рис. 1. Осциллограммы а) и фазовые траектории б) для классического осциллятора Ван дер Поля-Эйлера, построенные при различных начальных условиях: $(4, 0)$ — серая кривая и $(0.1, 0.1)$ — красная кривая; в) более детальное построение фазовых траекторий.

Figure 1. Oscillograms a) and phase trajectories b) for the classical Van der Pol-Airy oscillator, plotted under different initial conditions: $(4, 0)$ — gray curve and $(0.1, 0.1)$ — red curve; c) more detailed construction of phase trajectories.

Из рис. 1 мы видим, что в классическом случае для Примера 1 наблюдаются релаксационные колебания, на фазовая траектория выходит на предельный цикл, который является устойчивым аттрактором.

Определение 2. Предельный цикл называется устойчивым, если все фазовые траектории, начинающиеся в некоторой окрестности, асимптотически приближаются к предельному циклу при $t \rightarrow \infty$.

Определение 3. Предельные циклы, у которых близкие фазовые траектории неограниченно к ним приближаются называются аттракторами. Предельные циклы, у которых близкие фазовые траектории от них отталкиваются называются репеллерами.

Рассмотрим другой пример, когда $a = 0.1, b = 1$ и значения начальных условий $(8, 0)$ и $(0.1, 0.1)$, а остальные значения параметров оставим без изменения. Результаты моделирования приведены на рис. 2.

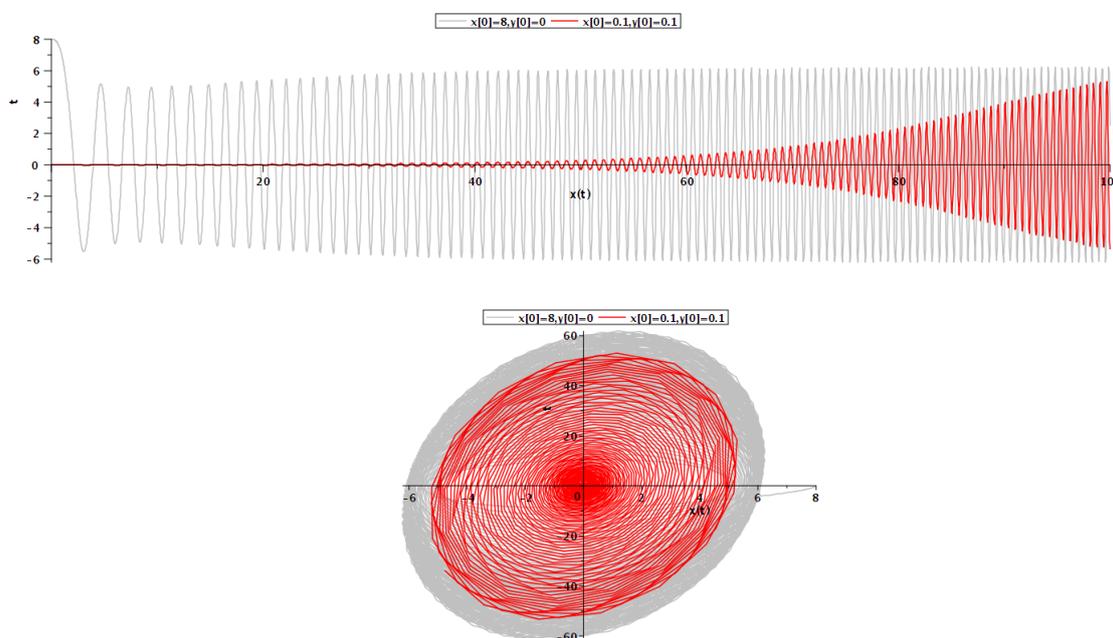


Рис. 2. Осциллограммы а) и фазовые траектории б) для классического осциллятора Ван дер Поля-Эйлера, построенные при $a = 0.1, b = 1$ и различных начальных условиях: $(8, 0)$ — серая кривая и $(0.1, 0.1)$ — красная кривая; в) более детальное построение фазовых траекторий.

Figure 2. Oscillograms a) and phase trajectories b) for the classical van der Pol-Euler oscillator, plotted for $a = 0.1, b = 1$ and different initial conditions: $(8, 0)$ — gray curve and $(0.1, 0.1)$ — red curve; c) more detailed construction of phase trajectories.

Здесь мы видим, что предельные циклы при различных значениях являются различными, что говорит о неустойчивости предельного цикла.

На рис.2а может сложится впечатление, что при более больших временах все-таки предельный цикл станет устойчивым. Однако это не так, увеличим время моделирования $T = 200$, остальные значения оставим без изменения (рис. 3).

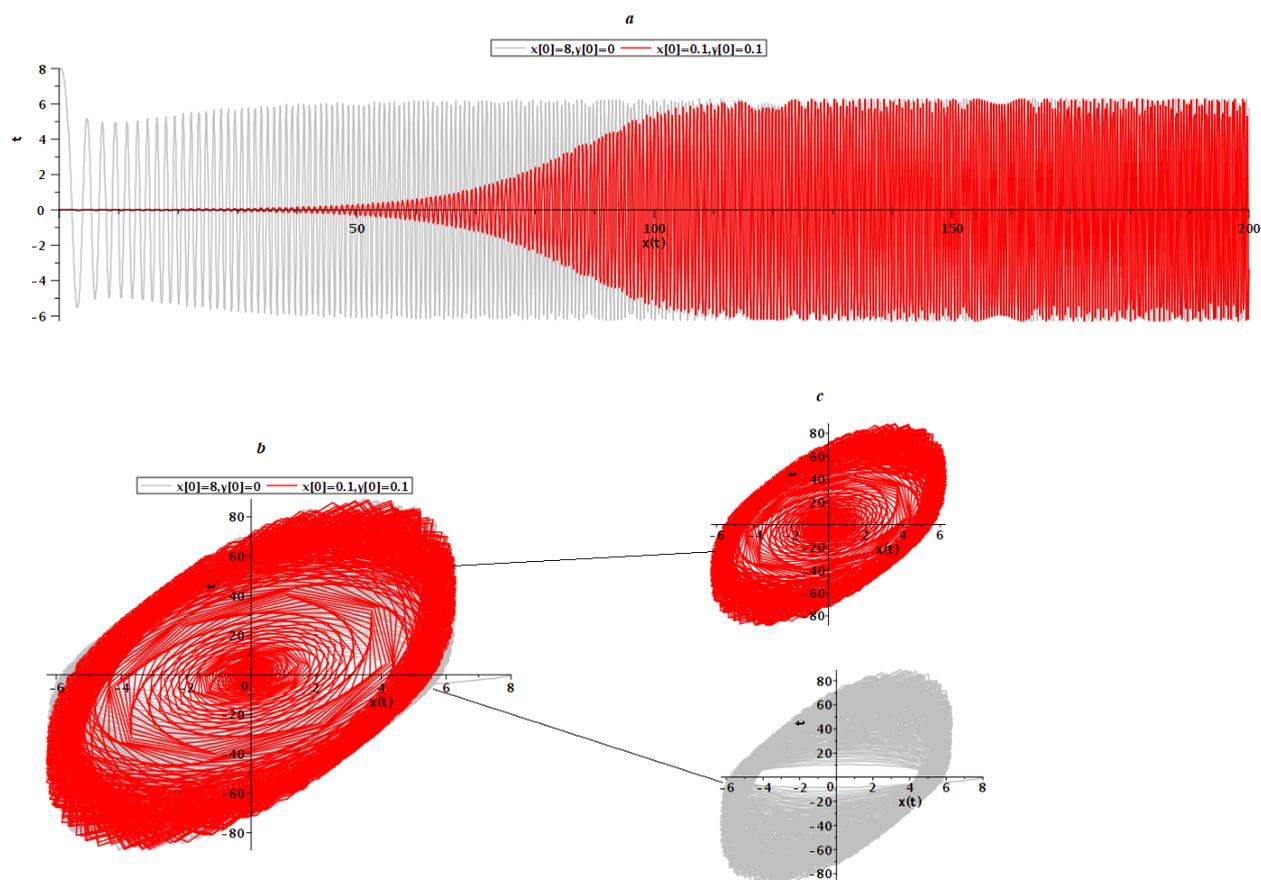


Рис. 3. Осциллограммы а) и фазовые траектории б) для классического осциллятора Ван дер Поля-Эйлера, построенные при $a = 0.1$, $b = 1$, $T = 200$ и различных начальных условиях: $(8, 0)$ — серая кривая и $(0.1, 0.1)$ — красная кривая; в) более детальное построение фазовых траекторий.

Figure 3. Oscillograms a) and phase trajectories b) for the classical Van der Pol-Euler oscillator, constructed at $a = 0.1$, $b = 1$, $T = 200$ and different initial conditions: $(8, 0)$ — gray curve and $(0.1, 0.1)$ — red curve; в) more detailed construction of phase trajectories.

На рис. 3 мы видим детерминированный хаотический режим, который характерен для нелинейных колебательных систем и вызван чувствительностью к изменению начальных условий. Хаотические режимы заслуживают отдельного изучения, которое опирается на известные качественные методы нелинейной динамики [24].

Рассмотрим пример дробного осциллятора Ван дер поля-Эйри.

Пример 4. Дробный осциллятора Ван дер Поля-Эйри ($\alpha = 1.8$, $\beta = 0.85$). Значения параметров: $\lambda = 0.15$, $a = 10$, $b = 20$, $t \in [0, 100]$, $N = 2500$, начальные условия $(0.2, 0)$ и $(4, 0)$.

Результаты моделирования приведены на рис.4.

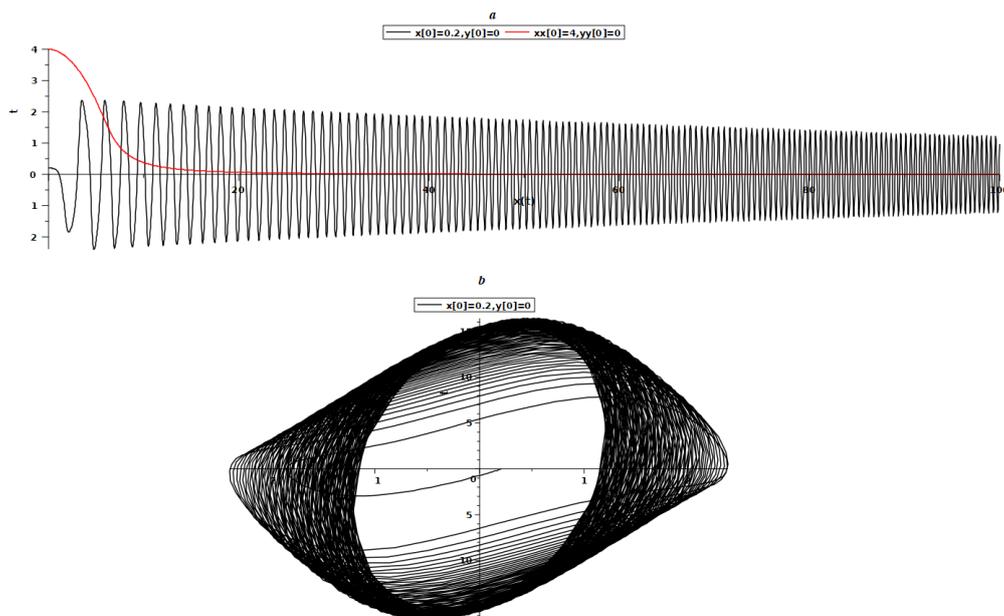


Рис. 4. Осциллограммы а) при начальных условиях $(0.2, 0)$ и $(4, 0)$ и фазовая траектория для начального условия $(0.2, 0)$.
 Figure 4. Oscillograms a) for initial conditions $(0.2, 0)$ and $(4, 0)$ and phase trajectory for the initial condition $(0.2, 0)$.

На рис.4а приведены осциллограммы при начальных условиях $(0.2, 0)$ — кривая и $(4, 0)$ — красная кривая. Здесь мы видим, что предельный цикл на рис.4б является неустойчивым. Красная кривая представляет собой аперiodический режим (колебания отсутствуют).

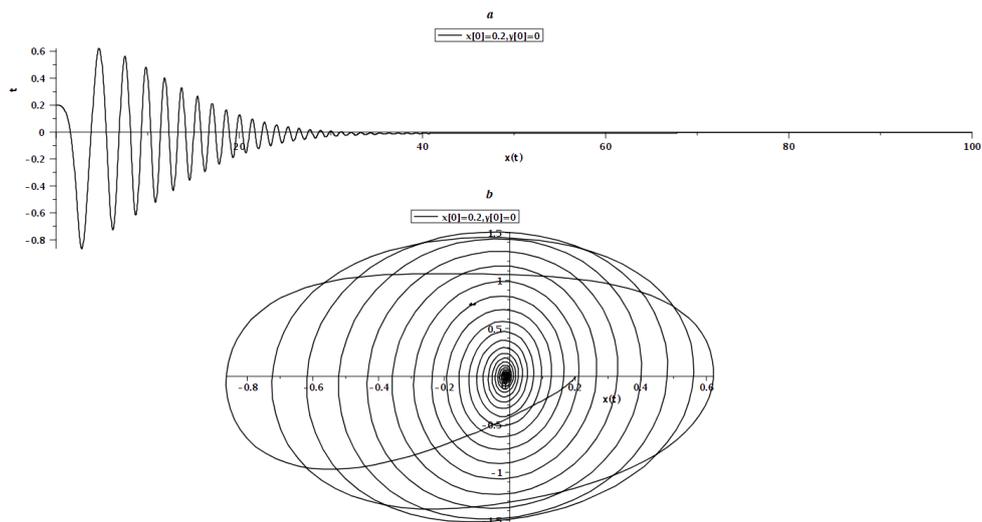


Рис. 5. Осциллограмма а) и фазовая траектория б) для начального условия $(0.2, 0)$.
 Figure 5. Oscillogram a) and phase trajectory b) for the initial condition $(0.2, 0)$

На рис. 5 приведена фазовая траектория и осциллограмма, полученная по формуле (4) в зависимости от значений $\alpha = 1.9$ и $\beta = 0.1$, остальные значения параметров оставлены без изменения. Здесь релаксационных колебаний мы не видим, зато видим затухающие колебания.

В заключении нашего исследования посмотрим наличие хаотического режима для дробного осциллятора Ван дер Поля-Эйри. Для этого мы увеличим время моделирования, как в Примере 1, $T = 160$, $\alpha = 1.8$, $\beta = 0.85$ остальные параметры оставим без изменения. Результаты моделирования приведены на рис.6.

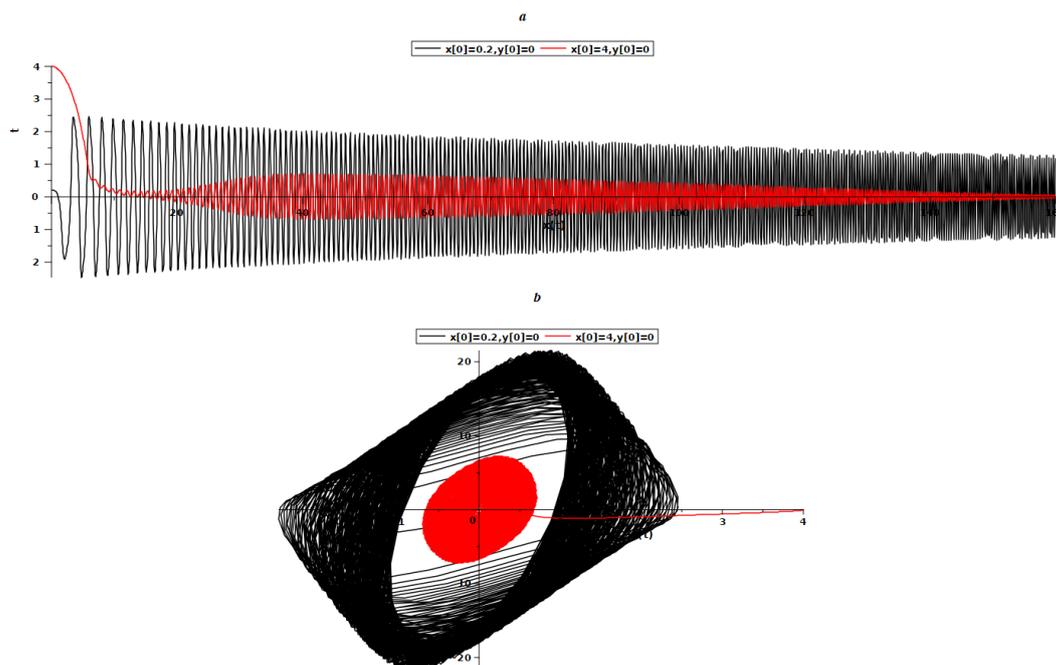


Рис. 6. Осциллограммы а) и фазовые траектории б) построенные по формуле (4) при различных начальных условиях $(4, 0)$ — красная кривая и $(0.2, 0)$ — черная кривая.

Figure 6. Oscillograms a) and phase trajectories b) constructed according to formula (4) under different initial conditions $(4, 0)$ — red curve and $(0.2, 0)$ — black curve.

На рис. 6 мы видим несколько интересных режимов. Хаотический режим наблюдается при начальном условии $(0.2, 0)$ мы видим здесь перемежаемость — чередования квазипериодических колебаний с хаотическими. Другой режим при начальном условии $(4, 0)$, характеризует бифуркацию Аденова-Хопфа — рождение и уничтожение предельного цикла.

Заключение

В статье была предложена новая математическая модель нелинейного дробного осциллятора Ван дер Поля-Эйри. Для которой был разработан численный алгоритм на основе нелокальной явной конечно-разностной схемы первого порядка

точности. Численный алгоритм был реализован в компьютерной программе на языке Maple. С помощью компьютерной программы были построены осциллограммы и фазовые траектории при различных значениях параметров модели. Показано, наличие различных колебательных режимов: релаксационных, затухающих, хаотичных. Более детальный анализ режимов дробного осциллятора Ван дер Поля-Эйри в зависимости от значений его ключевых параметров может дать построение карт динамических режимов [25].

Список литературы

1. Petras I. *Fractional-Order Nonlinear Systems: Modeling, Analysis and Simulation*. Berlin: Springer, 2011. 218 DOI: 10.26117/2079-6641-2020-32-3-42-54 pp.
2. Tarasov V. E. On history of mathematical economics: Application of fractional calculus, *Mathematics*, 2019. vol. 7, 509 DOI: 10.3390/math7060509.
3. Klafter J., Lim S. C., Metzler R. *Fractional dynamics: recent advances*. Singapore: World Scientific, 2011. 532 DOI: 10.1142/8087 pp.
4. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение *Дробное исчисление и его применение*. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
5. Van der Pol B. LXXXVIII. On "relaxation-oscillations", *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1926. vol. 2, no. 11, pp. 978-992.
6. Airy G. B. On the intensity of light in the neighbourhood of a caustic, *Trans. Camb. Phil. Soc.*, 1838. no. 6, pp. 379-402.
7. Работнов Ю. Н. *Элементы наследственной механики твёрдых тел*. М.: Наука, 1977. 384 с.
8. Volterra V. *Functional theory, integral and integro-differential equations*. New York: Dover Publications, 2005. 288 pp.
9. Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Amsterdam: Elsevier, 2006. 523 pp.
10. Герасимов А. Н. Обобщение законов линейного деформирования и их применение к задачам внутреннего трения, *АН СССР. Прикладная математика и механика*, 1948. Т. 44, № 6, С. 62-78.
11. Caputo M. Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent – II, *Geophysical Journal International*, 1967. vol. 13, pp. 529-539.
12. Паровик Р. И. Математическое моделирование эрдитарного осциллятора Эйри с трением, *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование*, 2017. Т. 10, № 1, С. 138-148 DOI: 10.14529/mmp170109.
13. Паровик Р. И. Задача Коши для обобщенного уравнения Эйри, *Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук*, 2014. Т. 16, № 3, С. 64-69.
14. Parovik R. I. Mathematical Models of Oscillators with Memory / *Oscillators — Recent Developments*. London, InTech, 2019, pp. 3-21 DOI: 10.5772/intechopen.81858.
15. Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S. An active pulse transmission line simulating nerve axon, *Proc. IRE.*, 2016. vol. 50, pp. 2061-2070.
16. Efremidis N. K. et al. Airy beams and accelerating waves: an overview of recent advances, *Optica*, 2019. vol. 6, no. 5. 686-701 pp.
17. Паровик Р. И. Математическая модель фрактального осциллятора Ван-дер-Поля, *Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук*, 2015. Т. 17, № 2, С. 57-62.
18. Паровик Р. И. Анализ добротности вынужденных колебаний дробного линейного осциллятора, *Журнал технической физики*, 2020. Т. 90, № 7, С. 1059-1063 DOI: 10.21883/JTF.2020.07.49436.233-19.
19. Псху А. В. Рехвиашвили С. Ш. Анализ вынужденных колебаний дробного осциллятора, *Письма в Журнал технической физики*, 2019. Т. 45, № 1, С. 34-37 DOI: 10.21883/PJTF.2019.01.47154.17540.

20. Рехвиашвили С.Ш., Псху А.В. Новый метод описания затухающих колебаний балки с одним заделанным концом, *Журнал технической физики*, 2019. Т. 89, №9, С. 1314-1318 DOI: 10.21883/JTF.2019.09.48055.284-18.
21. Паровик Р.И. Амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики вынужденных колебаний нелинейного дробного осциллятора, *Письма в Журнал технической физики*, 2019. Т. 45, №13, С. 25-28 DOI: 10.21883/PJTF.2019.13.47953.17811.
22. Gao G., Sun Z., Zhang H. A new fractional numerical differentiation formula to approximate the Caputo fractional derivative and its applications, *Journal of Computational Physics*, 2014. vol. 259, pp. 33-50.
23. Garrappa R. Numerical solution of fractional differential equations: A survey and a software tutorial, *Mathematics*, 2018. vol. 6, no. 2, 016 DOI: 10.3390/math6020016.
24. Tavazoei M. S. Haeri M. Chaotic Attractors in Incommensurate Fractional Order Systems, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2008. vol. 237, no. 20, pp. 2628-2637.
25. Parovik R. I., Yakovleva T. P. Construction of maps for dynamic modes and bifurcation diagrams in nonlinear dynamics using the Maple computer mathematics software package, *Journal of Physics: Conference Series*, 2022, 52022 DOI: 10.1088/1742-6596/2373/5/052022.

Информация об авторах



Салимова Асал Искандаровна ✉ – магистрант 1 курса "Прикладная математика", Национальный университет имени Мирзо Улугбека, г. Ташкент, Узбекистан,  ORCID 0009-0003-9945-0991.



Паровик Роман Иванович ✉ – доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории моделирования физических процессов института космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Паратунка, Россия,  ORCID 0000-0002-1576-1860.

References

- [1] Petras I. Fractional-Order Nonlinear Systems: Modeling, Analysis and Simulation. Berlin: Springer, 2011. 218 p. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-32-3-42-54.
- [2] Tarasov V. E. On history of mathematical economics: Application of fractional calculus. Mathematics. 2019, vol. 7(6), 509. DOI:10.3390/math7060509.
- [3] Klafter J., Lim S. C., Metzler R. Fractional dynamics: recent advances. Singapore: World Scientific, 2011. 532 p. DOI: 10.1142/8087.
- [4] Nakhushev A.M. Drobnoye ischisleniye i yego primeneniye [Fractional calculus and its application]. Moscow: Fizmatlit, 2003. 272 p. (In Russian).
- [5] Van der Pol B. LXXXVIII. On “relaxation-oscillations”. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1926. vol. 2. no. 11. pp. 978-992.
- [6] Airy G. B. On the intensity of light in the neighbourhood of a caustic. Trans. Camb. Phil. Soc. 1838. no. 6. 379–402.
- [7] Rabotnov Yu. N. Elements of hereditary mechanics of solids. Moscow: MIR Publishers. 1980. 387 p.
- [8] Volterra V. Functional theory, integral and integro-differential equations. New York: Dover Publications, 2005. 288 p.
- [9] Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam: Elsevier, 2006. 523 p.
- [10] Gerasimov A. N. Generalization of the laws of linear deformation and their application to problems of internal friction. AN SSR. Prikladnaya matematika i mekhanika. 1948. vol. 44. no. 6. pp. 62-78. (In Russian).
- [11] Caputo M. Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent – II. Geophysical Journal International, 1967. vol. 13, pp. 529-539.
- [12] Parovik R. I. Mathematical modelling of hereditary Airy oscillator with friction, Bulletin of the South Ural State University, Series «Mathematical Modelling, Programming & Computer Software». 2017. vol. 10. no. 1, pp. 138-148. DOI: 10.14529/mmp170109. (In Russian).
- [13] Parovik R. I. Cauchy problem for the generalized Airy equation. Doklady AdygsКОЙ (Cherkesskoy) Mezhdunarodnoy akademii nauk. 2014. vol. 16. no. 3. pp. 64-69. (In Russian).
- [14] Parovik R. I. Mathematical Models of Oscillators with Memory. Oscillators – Recent Developments. London, InTech, 2019, pp. 3-21. DOI: 10.5772/intechopen.81858.
- [15] Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S. An active pulse transmission line simulating nerve axon. Proc. IRE. 2016. vol. 50. pp. 2061-2070. DOI: 10.1109/JRPROC.1962.288235.
- [16] Efremidis N. K. et al. Airy beams and accelerating waves: an overview of recent advances. Optica. 2019. vol. 6. no. 5. pp. 686-701. DOI: 10.1364/OPTICA.6.000686.
- [17] Parovik R. I. Mathematical model of the Van der Pol fractal oscillator. Doklady AdygsКОЙ (Cherkesskoy) Mezhdunarodnoy akademii nauk. 2015. vol. 17, no. 2. pp. 57-62. (In Russian).
- [18] Parovik R. I. Quality Factor of Forced Oscillations of a Linear Fractional Oscillator. Technical Physics. 2020. vol. 65. no. 7. pp. 1015-1019. DOI: 10.1134/S1063784220070154.
- [19] Pskhu A. V., Rekhviashvili S. Sh. Analysis of Forced Oscillations of a Fractional Oscillator. Technical Physics Letters. 2018. vol. 44. no. 12. pp. 1218-1221. DOI: 10.1134/S1063785019010164.
- [20] Rekhviashvili S. S., Pskhu A. V. New Method for Describing Damped Vibrations of a Beam with a Built-in End. Technical Physics. 2019. vol. 64. no. 9. pp. 1237-1241. DOI: 10.1134/S1063784219090135.

- [21] Parovik R.I. Amplitude-Frequency and Phase-Frequency Performances of Forced Oscillations of a Nonlinear Fractional Oscillator. *Technical Physics Letters*. 2019. vol. 45. no. 7. pp. 660-663. DOI: 10.1134/S1063785019070095.
- [22] Gao G., Sun Z., Zhang H. A new fractional numerical differentiation formula to approximate the Caputo fractional derivative and its applications. *Journal of Computational Physics*. 2014. vol. 259. pp. 33-50. DOI: 10.1016/j.jcp.2013.11.017.
- [23] Garrappa R. Numerical solution of fractional differential equations: A survey and a software tutorial. *Mathematics*. 2018. vol. 6. no. 2. 016. DOI: 10.3390/math6020016.
- [24] Tavazoei M.S., Haeri M. Chaotic Attractors in Incommensurate Fractional Order Systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2008. vol. 237. no. 20. pp. 2628-2637. DOI: 10.1016/j.physd.2008.03.037.
- [25] Parovik R. I., Yakovleva T.P. Construction of maps for dynamic modes and bifurcation diagrams in nonlinear dynamics using the Maple computer mathematics software package. *Journal of Physics: Conference Series*. 2022. vol. 2373. 52022. DOI: 10.1088/1742-6596/2373/5/052022.

Information about the authors



Salimova Asal Iskandarovna ✉ – 1st year master's student "Applied Mathematics", National University named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan,  ORCID 0009-0003-9945-0991.



Parovik Roman Ivanovich ✉ – D. Sci. (Phys. & Math.), Associate Professor, Leading researcher, laboratory of modeling physical processes Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Russia,  ORCID 0000-0002-1576-1860.



О задаче оптимизации для определения вида функциональной зависимости переменного порядка дробной производной типа Герасимова-Капуто

Д. А. Твёрдый*, Р. И. Паровик

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
684034, с. Паратунка, ул. Мирная, д. 7, Россия

Аннотация. При решении задач математического моделирования часто приходится обращаться к теории интегрально-дифференциального исчисления. С ее помощью можно описывать динамические процессы самой разной природы. Использование аппарата дробных производных позволяет уточнить некоторые из этих моделей за счет учета в уравнениях эффекта памяти. Данный эффект выражается в зависимости текущего состояния динамической системы от предыдущих состояний, то есть нелокальности. Интенсивность этого эффекта будет определяться значением показателя степени дробной производной. Классически это некое значение α является нецелым и постоянным. Однако существуют обобщения дробных производных на случай переменной во времени нелокальности $\alpha(t)$ и других функциональных зависимостей. Подобные дробно-дифференциальные модели все чаще находят свое применение в теории и практике физико-математических, а также технических наук. Однако, учитывая понимание природы моделируемого процесса, подбор различных параметров таких моделей приходится осуществлять эмпирически. Например, модельные параметры уточняются путем перебора значений и сопоставления временных рядов: результатов моделирования и экспериментальных данных, представляющих процесс. Это продолжается до тех пор, пока результаты моделирования не начнут качественно аппроксимировать данные. Такой подход трудоемок, что неизбежно приводит нас к идеям о решении обратных задач. Цель данной работы – показать, что с помощью методов безусловной оптимизации возможно решение обратных задач для определения вида функциональной зависимости $\alpha(t)$. Прямая задача определяется как задача Коши для дробного уравнения, где производная понимается в смысле Герасимова-Капуто с переменным показателем степени дробной производной $\alpha(t)$. Прямая задача решается численно с помощью нелокальной неявной конечно-разностной схемы. Обратная задача определяется как задача дискретной минимизации функции $\alpha(t)$ на основе экспериментальных данных. В качестве метода для решения был выбран итерационный метод Левенберга-Марквардта. На тестовых примерах было показано, что метод Левенберга-Марквардта действительно может быть использован для безусловной оптимизации с целью определения вида функции $\alpha(t)$ и её оптимальных значений в конкретных моделях.

Ключевые слова: Обратные задачи, безусловная оптимизация, Ньютоновские методы минимизации функции, алгоритм Левенберга-Марквардта, дробные производные, Герасимов-Капуто, эффект памяти, нелокальность, неявные конечно-разностные схемы.

Получение: 29.04.2024; Исправление: 30.05.2024; Принятие: 09.06.2024; Публикация онлайн: 25.08.2024

Для цитирования. Твёрдый Д. А., Паровик Р. И. О задаче оптимизации для определения вида функциональной зависимости переменного порядка дробной производной типа Герасимова-Капуто // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 47. № 2. С. 35-57. EDN: PVTXPV. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-35-57>.

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-71-01050, <https://rscf.ru/project/23-71-01050/>

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

*Корреспонденция: ✉ E-mail: tverdyi@ikir.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License



© Твёрдый Д. А., Паровик Р. И., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)



The optimization problem for determining the functional dependence of the variable order of the fractional derivative of the Gerasimov-Caputo type

*D. A. Tverdyi**, *R. I. Parovik*

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, 684034,
Paratunka village, Mirnaya str., 7, Russia

Abstract. When solving mathematical modeling problems, it is often necessary to turn to the theory of integral and differential calculus. This theory can be used to describe dynamic processes of various types. The use of fractional derivatives allows us to refine some models by taking into account the memory effect, which is expressed in the equations depending on the current state of the system from previous states. This effect is called non-locality and its intensity is determined by the value of the exponent in the fractional derivative. Classically, this value α a non-integer constant, but there are also generalizations for time-varying nonlocality and other functional dependencies. Fractional differential models are finding increasing application in the physical, mathematical, and technical sciences. However, given the nature of the modeled process, the selection of various parameters for such models must be carried out empirically. Model parameters are refined by iterating through values and comparing simulation results with experimental data representing the process. This process continues until the results begin to qualitatively approximate the data, which is a time-consuming process that inevitably leads to ideas about solving inverse problems. The purpose of this work is to demonstrate that it is possible to use methods of unconditional optimization to solve inverse problems and determine the type of functional dependence $\alpha(t)$. The direct problem is formulated as a Cauchy problem for a fractional differential equation, where the derivative is interpreted in the sense of Gerasimov-Caputo with a variable exponent $\alpha(t)$ for the fractional derivative. The direct problem is solved numerically using a non-local, implicit finite difference scheme. The inverse problem is defined as the problem of discrete minimization of the function $\alpha(t)$ based on experimental data. To solve this problem, we have chosen the Levenberg-Marquardt iterative method. Through test examples, we have shown that this method can be used for unconstrained optimization to determine the shape of the function $\alpha(t)$ and its optimal values in various models.

Key words: Inverse problems, non-conditional optimization, Newton methods of function minimization, Levenberg-Marquardt algorithm, fractional derivatives, Gerasimov-Caputo, memory effect, non-locality, implicit finite-difference schemes.

Received: 29.04.2024; Revised: 30.05.2024; Accepted: 09.06.2024; First online: 25.08.2024

For citation. Tverdyi D. A., Parovik R. I. The optimization problem for determining the functional dependence of the variable order of the fractional derivative of the Gerasimov-Caputo type. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 35-57. EDN: PVTXPV. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-35-57>.

Funding. The research was funded by a grant from the Russian Science Foundation, project number 23-71-01050, which can be found at <https://rscf.ru/project/23-71-01050/>

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

*Correspondence:  E-mail: tverdyi@ikir.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Tverdyi D. A., Parovik R. I., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

Интегрально-дифференциальное исчисление активно развивается уже на протяжении более 300 лет, и за это время зарекомендовало себя надёжным и мощным инструментом решения теоретических и прикладных задач. На протяжении всей истории этого направления математической науки исследователей увлекал вопрос о возможности обобщения понятий интеграла и производной от целочисленного к вещественному порядку [1]. Со времён Г. В. Лейбница и Г. Ф. Лопиталья (1665) были разработаны самые разные определения понятия оператора дробного дифференцирования: Римана-Лиувилля, Вейля, Грюнвальда-Летникова и многие другие. Также всё чаще находят приложения дробных производных и интегралов в тех областях, где целочисленного определения было недостаточно. В квантовой физике [2], вязкоупругости [3, 4] и механике твёрдого тела [5], аномальных диффузионных процессов [6, 7], фрактальных осцилляторах [8] и т. д.

В нашем исследовании дробные производные (FD) интересны тем, что они полезны для иллюстрации памяти и наследственных свойств многих динамических процессов [9]. Этот эффект также называют эредитарностью, и одним из первых ученых, которые занялись выведением этой теории, стал итальянский математик и физик В. Вольтерра [10]. Эредитарность и ее связь с дробными производными можно показать следующим образом. Рассмотрим следующее интегро-дифференциальное уравнение (IDE):

$$\int_{-\infty}^t K(t - \sigma) \dot{u}(\sigma) d\sigma = F(u(t), t), \quad (1)$$

где, согласно принципам эредитарности В. Вольтера [10], память учитывает всю возможную предысторию. Так как на практике мы не обладаем данными о всей истории процесса, то следует рассматривать интеграл на подинтервале $(0, t)$ где, $t \in [0, T]$ – текущее время моделирования, $T > 0$ – общее время моделирования. Главным моментом является то, что выбор вида ядра $K(t - \sigma)$ как степенной функции $K(t - \sigma) \frac{(t - \sigma)^{-\alpha}}{\Gamma(1 - \alpha)}$ позволяет нам переходить к операторам дробного исчисления [11, 12].

Переходя к формализму FD при работе с такими IDE, в нашем исследовании мы будем рассматривать интеграл в левой части (1) в терминах оператора дробного дифференцирования Герасимова-Капуто [13, 14] постоянного $0 < \alpha < 1$ порядка:

$$\int_0^t \left(\frac{(t - \sigma)^{-\alpha}}{\Gamma(1 - \alpha)} \right) \dot{u}(\sigma) d\sigma \equiv \frac{1}{\Gamma(1 - \alpha)} \int_0^t \frac{\dot{u}(\sigma)}{(t - \sigma)^\alpha} d\sigma \equiv \partial_{0,t}^\alpha u(\sigma), \quad (2)$$

где, $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция Эйлера; $\dot{u} = \frac{du}{dt}$.

Эффект памяти выражается в зависимости текущего состояния динамической системы от предыдущих состояний, то есть нелокальности. Интенсивность этого эффекта будет определяться значением показателя степени FD. Классически это некое α значение является нецелым и постоянным [15]. В науке и технике свойства памяти широко распространены в сложных системах [16]. Однако

существуют обобщения дробных производных на случай переменной во времени нелокальности $\alpha(t)$ и других функциональных зависимостей [17]. Дробные производные переменного порядка (VOFD) находят свое применение в теории и практике физико-математических наук. Например, диффузионные уравнения [18, 19] или модель динамического вязкоупругого осциллятора [20].

В работе [21] подробно исследуется обобщение FD вида (2) до VOFD при $0 < \alpha(t) < 1$.

$$\frac{1}{\Gamma(1 - \alpha(t))} \int_0^t \frac{\dot{u}(\sigma)}{(t - \sigma)^{\alpha(t)}} d\sigma \equiv \partial_{0,t}^{\alpha(t)} u(\sigma), \quad (3)$$

где, $\alpha(t) \in C^1(0, 1)$ – непрерывно-дифференцируемая (гладкая) функция.

В таком случае, уравнение (1) в области $\Omega = \{(t) : 0 \leq t \leq T\}$ можно представить как дробное уравнение (FDE) вида:

$$\partial_{0,t}^{\alpha(t)} u(\sigma) = F(u(t), t), \quad (4)$$

где, $u(t) \in C^2(0, T)$ – дважды непрерывно-дифференцируемая функция решения, $F(u(t), t)$ – функционал, определяющий вид FDE.

Цикл работ автора данного исследования, включающий публикации [22–24], посвящён исследованию вопросов, связанных с математическим моделированием объемной активности газа радона (RVA) в накопительных камерах с газоразрядными датчиками. Накопительные камеры располагаются в пунктах наблюдения, которые находятся над зонами динамического влияния разломов в земной коре. Эти зоны имеют повышенную проницаемость, что способствует стоку подпочвенных газов в атмосферу [25]. Предполагается, что параметр $\alpha(t)$ описывает фрактальность геосреды и связан с такими её характеристиками как пористость, проницаемость и трещиноватость, которые прямо влияют на интенсивность процесса. В результате был разработан ряд математических моделей на основе нелинейных FDE вида (4). В [22] показано, что нелинейные модели с FD вида (2) постоянного порядка α могут хорошо описывать накопительные режимы RVA. В работе [23] показано, что обобщение до VOFD вида (3) на случай $\alpha(t)$ позволяет также описывать некоторые аномальные режимы RVA. Непрерывный мониторинг вариаций RVA с целью выявления аномалий в ее значениях является одним из эффективных методов исследования напряженно-деформированного состояния геосреды. RVA считается информативным и оперативным предвестником сейсмических событий, что обуславливает актуальность таких исследований.

При решении многих фундаментальных и прикладных задач, связанных с исследованием определенных свойств динамических систем, часто возникают ситуации, когда параметры модели точно не определены. Однако если известны экспериментальные данные или информация о диапазонах значений параметров модели, то можно осуществлять подбор различных параметров таких моделей эмпирически, учитывая имеющееся понимание природы моделируемого процесса. В работах [22–24] модельные параметры уточняются путем перебора значений и сопоставления временных рядов: результатов моделирования и

экспериментальных данных, представляющих процесс. Этот процесс продолжается до тех пор, пока результаты моделирования не начинают качественно аппроксимировать данные, то есть до достижения высоких значений корреляции и R^2 детерминации [26]. Такой подход является трудоемким, что неизбежно приводит нас к идеям различных способов автоматизации подбора оптимальных параметров.

Например, в исследовании [27] для дробных уравнений применяют численные методы получения интервальных оценок решений по известным интервальным значениям параметров для задач аномальной диффузии.

Для решения проблемы поиска оптимальных параметров можно решать обратную задачу. Такие задачи часто являются некорректно поставленными [?], т. е. решения может не существовать, решение может быть не единственно или решение неустойчиво [29]. Однако обратная задача — это распространенный тип задач во многих научных областях [30], где необходимо определить значения параметров модели на основе наблюдаемых данных [31]. Несмотря на то что этот раздел математики стал активно развиваться только в XIX–XX веке, его по праву можно считать одним из наиболее важных. Необходимость такого подхода часто возникает при работе с геологическими данными [32], в геофизике и сейсмологии [33], в задачах компьютерной томографии [34, 35] и многих других. Особенно остро этот вопрос стоит для геофизики, так как невозможно провести прямые измерения глубоко под землей [36].

В данной работе исследуется обратная задача идентификации функции $\alpha(t)$ в FDE вида (4). Статья имеет следующую структуру: сначала определяется прямая задача и её разностный аналог для неоднородного дробного уравнения с дробной производной Герасимова-Капуто $0 < \alpha(t) < 1$ и описывается численный метод её решения; далее на основе прямой задачи определяется соответствующая обратная задача и её разностный аналог по определению вида функции $\alpha(t)$; после этого для решения поставленной обратной задачи описывается итерационный метод безусловной оптимизации Левенберга-Марквардта ньютоновского типа; далее по пунктам описывается алгоритм Левенберга-Марквардта; далее приводятся тестовые примеры и результаты работы описанного алгоритма, где на графиках полученные результаты сравниваются с эталонным решением прямой задачи и экспериментальными данными; в заключении делаются выводы о проделанной работе и определяются возможные направления дальнейших исследований.

Постановка прямой задачи

Рассмотрим случай когда функционал $F(u(t), t) = 1$. Тогда (4) определяется как неоднородное FDE, для которого в области $\Omega = \{(t) : 0 \leq t \leq T\}$ рассмотрим задачу Коши вида:

$$\partial_{0,t}^{\alpha(t)} u(\sigma) = 1, \quad u(0) = u_0, \quad (5)$$

где,

- $\partial_{0,t}^{\alpha(t)} u(\sigma)$ – FD переменного порядка $0 < \alpha(t) < 1$ вида (3);

- $u(t)$ – функция решения;
- $\alpha(t)$ – показатель степени дробной производной (3),
- $u(t) \in C^2(0, T) = \mathbb{U}$ – класс дважды непрерывно-дифференцируемых функций;
- $\alpha(t) \in C(0, 1) = \mathbb{A}$ – класс непрерывно-дифференцируемых функций;
- u_0 – некоторая константа, начальное условие задачи Коши.

Определение 1. Прямая задача представляет собой задачу Коши (5), состоящую в поиске $u(t) \in \mathbb{U}$ при известной $\alpha(t) \in \mathbb{A}$.

Для решения прямой задачи (5) воспользуемся ранее разработанной и теоретически обоснованной нелокальной неявной конечно-разностной схемой (IFDS), которая была апробирована на ряде тестовых задач [21]. Пусть задана равномерная сеточная область $\widehat{\Omega}$, в которой определены классы сеточных функций $\widehat{\mathbb{U}}$ и $\widehat{\mathbb{A}}$ с шагом дискретизации τ :

$$\begin{aligned} \tau = T/N, \quad \widehat{\Omega} = \{(t_i = i\tau) : 0 \leq i < N\}, \quad \widehat{\mathbb{U}} \in \widehat{\Omega}, \quad \widehat{\mathbb{A}} \in \widehat{\Omega}, \\ u(t) = u(t_i) = u_i, \quad \alpha(t) = \alpha(t_i) = \alpha_i, \quad 0 < \alpha_i < 1, \end{aligned} \quad (6)$$

Неоднородное FDE (5) может быть аппроксимировано в области (6) по схеме IFDS следующим образом:

$$\begin{aligned} A_i \sum_{j=0}^{i-1} w_j^i (u_{i-j} - u_{i-j-1}) - 1 = 0, \quad u_0 = C, \\ A_i = \frac{\tau^{-\alpha_i}}{\Gamma(2 - \alpha_i)}, \quad w_j^i = (j+1)^{1-\alpha_i} - j^{1-\alpha_i}, \quad 1 \leq i < N, \end{aligned} \quad (7)$$

где C – известная константа.

Определение 2. Разностная прямая задача (7) состоит в том, чтобы в области (6) найти сеточную $u(t_i) \in \widehat{\mathbb{U}}$ при известных значениях сеточной функции $\alpha(t_i) \in \widehat{\mathbb{A}}$.

IFDS схема (7) может решаться методом Ньютона или модифицированным методом Ньютона. В работе [21] были сформулированы и доказаны ряд теорем о сходимости и устойчивости IFDS для FDE более общего вида (4), а также аппроксимации дробной производной (3). Подробнее о численном методе можно узнать из работ [21, 37].

Замечание 1. Разностная прямая задача (7) на основе схемы IFDS и решаемая методом Ньютона, согласно [21], безусловно устойчива и сходится с порядком $O\left(\tau^{2-\max_t(\alpha(t))}\right)$.

Постановка обратной задачи

Пусть значения функции $\alpha(t) \in \mathbb{A}$ (или её сеточного аналога $\alpha(t_i) \in \widehat{\mathbb{A}}$) неизвестны. Однако о решении разностной прямой задачи Коши (7) в области $\widehat{\Omega}$

известна дополнительная информация (экспериментальные данные):

$$u(t_i) = \theta(t_i), \quad (8)$$

Пусть $\alpha(t) \in \mathbb{A}$ – функция некоего известного класса, и её вид однозначно определяется неким набором параметров. Тогда, согласно книге [38] Тихонова А. Н., Самарского А. А., решение обратной задачи сводится к поиску значений этих параметров. Следуя этому подходу, определим множество векторов \vec{X} – как пространство решений обратной задачи (5). Вектор $\vec{X} = [X_0, \dots, X_{K-1}]$ – набор неизвестных параметров характеризующих вид функции $\alpha(t)$, где $\vec{X} \in \mathbb{X}$, $\mathbb{X} \subset \mathbb{R}^K$, K – число компонент. Тогда:

Определение 3. Обратная задача для (5) определяется как восстановление (определение) функции $\alpha(t) = \alpha(\vec{X}) \in \mathbb{A}$:

$$\partial_{0,t}^{\alpha(\vec{X})} u(\sigma) = 1, \quad u(0) = \theta_0, \quad (9)$$

Определение 4. Следовательно, разностная обратная задача для (7) определяется как восстановление сеточной функции $\alpha(t_i) = \alpha(\vec{X}) = \alpha(X_0, \dots, X_{K-1}) \in \hat{\mathbb{A}}$, по известной (8) дополнительной информации:

$$A_i \sum_{j=0}^{i-1} w_j^i (u_{i-j} - u_{i-j-1}) - 1 = 0, \quad u_0 = \theta_0, \quad u_i = \theta_i, \quad (10)$$

$$A_i = \frac{\tau^{-(\alpha(\vec{X}))}}{\Gamma(2 - (\alpha(\vec{X})))}, \quad w_j^i = (j+1)^{1-(\alpha(\vec{X}))} - j^{1-(\alpha(\vec{X}))}, \quad 1 \leq i < N,$$

Пусть $\vec{\theta} = [\theta_0, \dots, \theta_{N-1}]$ – вектор экспериментальных данных согласно (8), а $\omega(t_i) \in \hat{U}$, $\omega(t_i) = \omega(\vec{X}) = [\omega_0, \dots, \omega_{N-1}]$ – вектор модельных данных, т. е. решение разностной прямой задачи (7), полученное относительно приближения $\alpha(\vec{X})$ при некоторых заданных значениях \vec{X} .

Пусть $\vec{\eta} = \eta(\vec{X}) = [\eta_0, \dots, \eta_{N-1}]$ – вектор невязки размерности $N > K$, такой что $\mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^N$, т. е. вещественное подмножество \mathbb{R} , зависящее от решения $\omega(\vec{X})$ размерности N и, соответственно, зависящее от $\alpha(\vec{X})$ от K параметров \vec{X} :

$$\vec{\eta} = \vec{\theta} - \omega(\vec{X}), \quad (11)$$

Тогда, в терминах теории безусловной оптимизации, согласно [39, 40], решение разностной обратной задачи (10) сводится к минимизации Ψ функционала невязки:

$$\min_{\vec{X} \in \mathbb{R}^K} \Psi(\vec{X}) = M(\eta(\vec{X})), \quad \eta: \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^N, \quad M: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}, \quad (12)$$

$$M(\eta(\vec{X})) = \frac{1}{2} \vec{\eta}^T \vec{\eta} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \eta_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} (\theta_i - \omega_i)^2,$$

Замечание 2. Так как непрерывная обратная задача дискретизируется, часто случается, что нарушается именно условие устойчивости полученного

численным методом, определяя разностную обратную задачу (10) как некорректно поставленную [41]. Однако в рассмотренном случае для решения прямой задачи (5) в дискретной постановке (7) используется безусловно устойчивый алгоритм IFDS [21].

Метод минимизации целевой функции

Для решения такой задачи минимизации (12) обратимся к методам математической оптимизации [40, 42]. Существует класс методов называемый итерационными методами спуска или градиентного спуска [43, 44], но у них есть неприятная особенность. На практике значения $\vec{\eta}$ могут описывать «овражную» структуру, т. е. иметь локальные минимумы, помимо искомого глобального минимума. И бывает так, что в зависимости от выбора начального приближения $\vec{X}^{(0)}$, метод может сойтись именно к локальному минимуму функционала $\Psi(\vec{X})$, а не к глобальному.

Как альтернатива итерационным методам спуска, существует класс ньютоновских (квазиньютоновских) методов, одних из самых эффективных на практике [39]. Можно воспользоваться методом безусловной оптимизации Ньютона, но он требует, чтобы функционал $\Psi(\vec{X}) \in C^2(G \subset \mathbb{R}^K)$ т. е. был дважды непрерывно-дифференцируем в открытом выпуклом множестве G . Данное условие требуется для расчёта Гессиана (матрицы Гессе) вида:

$$H = \nabla^2 \Psi(\vec{X}) = \nabla^2 \Psi(\vec{X})_{i,k} = \frac{\partial^2 \Psi(\vec{X})}{\partial X_i \partial X_k}, \quad i \geq 0, \quad k \leq K - 1,$$

где, $\nabla \Psi(\vec{X})$ – градиент Ψ в \vec{X} . Подробнее в [39, 40].

Метод безусловной оптимизации Ньютона реализуется в виде итерационной процедуры [40]:

$$\vec{\Delta X} = (-H^{-1}) \times (\nabla \Psi(\vec{X})),$$

где, приближение \vec{X} – восстанавливаемые значения, вычисленные на текущей итерации процедуры; $\vec{\Delta X} = [\Delta X_0 \dots \Delta X_{K-1}]$ – оптимальные приращения \vec{X} для следующей итерации.

Замечание 3. Важной характеристикой численных методов оптимизации является скорость сходимости, характеризующая эффективность используемого метода для решения обратной задачи. Поэтому желательно использовать метод с самой высокой скоростью сходимости.

Поэтому воспользуемся модификацией метода Ньютона, называемой итерационным методом безусловной оптимизации Левенберга-Марквардта [45–47], который позволяет избавиться от условия на существование вторых производных. Полагая что как минимум выполняется $\Psi(\vec{X}) \in C^1(G \subset \mathbb{R}^K)$, и $\nabla \Psi(\vec{X}) = J^T \times \vec{\eta}$, а матрица Гессе размерности $K \times K$ рассчитывается следующим образом:

$$H = J^T \times J + \gamma E,$$

тогда метод Левенберга-Марквардта реализуется в виде следующей итерационной процедуры для системы линейных алгебраических уравнений:

$$\overrightarrow{\Delta X} = \left(- (J^T \times J + \gamma E)^{-1} \right) \times (J^T \times \overrightarrow{\eta}), \quad (13)$$

где,

- E – единичная матрица размерности $K \times K$;
- $\overrightarrow{\eta} = \overrightarrow{\eta^{(n)}} = \eta \left(\overrightarrow{X^{(n)}} \right)$ – вектор невязки;
- $J = J \left(\overrightarrow{X} \right) = J \left(\overrightarrow{X^{(n)}} \right)$ – матрица Якоби размерности $N \times K$, элементы которой имеют вид:

$$J_{i,k} = \frac{\partial \eta_i^{(n)}}{\partial X_k^{(n)}}, \quad i = 0..N-1, \quad k = 0..K-1,$$

причём производные в $J_{i,k}$ аппроксимируются конечной разностью, вида:

$$J_{i,k} = \frac{\eta_i^{(n)\delta} - \eta_i^{(n)}}{\delta X_k}, \quad (14)$$

где,

- $\overrightarrow{\delta X} = [\delta X_0 \dots \delta X_{K-1}]$ – заданные малые приращения \overrightarrow{X} ;
- $\overrightarrow{\eta^{(n)}} = [\eta_0^{(n)} \dots \eta_{N-1}^{(n)}]$ – вычисляется по формуле (11) на n итерации метода, на основе решения разностной прямой задачи относительно $\overrightarrow{X^{(n)}} = [X_0^{(n)}, \dots, X_{K-1}^{(n)}]$ – приближения;
- аналогично получаем $\overrightarrow{\eta^{(n)\delta}} = [\eta_0^{(n)\delta} \dots \eta_{N-1}^{(n)\delta}]$ для решения прямой задачи относительно $\overrightarrow{X^{(n)\delta}} = \overrightarrow{X^{(n)}} + \overrightarrow{\delta X}$ – приближения с заданными приращениями.

Замечание 4. Как правило, так называемый параметр регуляризации γ – некоторое число, принимающее разное значение при разных задачах оптимизации, т.е. при разной дополнительной информации $\overrightarrow{\theta}$.

Параметр регуляризации γ имеет ключевое значение для метода Левенберга-Марквардта и напрямую связан с шагом и направлением сходимости метода. Поэтому стоит отметить важные свойства, накладываемые на γ , согласно [40]:

1. $\mathbb{Y} = \mathbb{R}_{>0} = \{\gamma | \gamma \in \mathbb{R}, \gamma > 0\}$
2. если $\gamma \in \mathbb{Y}$ и матрица Гессе H положительно определена, то $\overrightarrow{\Delta X}$ – направление спуска (градиента) для «хорошего» (оптимального) шага метода;
3. если $\gamma \rightarrow 0$ очень мало, то $\overrightarrow{\Delta X}$ – оптимальный шаг метода в направлении градиента. Это также означает, что скорость сходимости (13) метода близка к квадратичной;
4. если $\gamma \in \mathbb{Y}, \gamma \gg 0$, то из (13) следует что $\overrightarrow{\Delta X} \simeq -\frac{1}{\gamma} (J^T \times \overrightarrow{\eta})$ – шаг метода в направлении антиградиента.

Алгоритм итерационного метода Левенберга-Марквардта

1) На $n = 0$ итерации, передаём методу:

1.a) $\overrightarrow{X^{(0)}}$ – начальное приближение для компонент \overrightarrow{X} ;

1.b) $\overrightarrow{\delta X}$ – заданные малые приращения;

1.c) $\overrightarrow{\theta}$ – дополнительную информацию;

1.d) $\gamma^{(0)} = v \cdot \max_i \left(\overrightarrow{b_{ii}^{(0)}} \right)$ – стартовое значение параметра регуляризации, где:

v – заданная константа, $\overrightarrow{b_{ii}^{(0)}}$ – диагональ матрицы $B^{(0)} = J \left(\overrightarrow{X^{(0)}} \right)^T \times J \left(\overrightarrow{X^{(0)}} \right)$;

1.e) c – заданная константа для пересчёта параметра регуляризации.

2) На $n = 0$ итерации, вычисляем s_0 – начальное значение функционала невязки:

2.a) Решаем разностную прямую задачу (7) относительно $\overrightarrow{X^{(0)}}$ – начального приближения, получая $\overrightarrow{\omega^{(0)}}$ – вектор модельных данных;

2.b) Вычисляем согласно (11) компоненты вектора невязки: $\overrightarrow{\eta^{(0)}} = \overrightarrow{\theta} - \overrightarrow{\omega^{(0)}}$;

2.c) Вычисляем согласно (12) значение: $s_0 = \Psi \left(\overrightarrow{X^{(0)}} \right) = M \left(\overrightarrow{\eta^{(0)}} \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \left[\eta_i^{(0)} \right]^2$.

3) На итерации $n \geq 0$, вычисляем значения матрицы Якоби $J = J \left(\overrightarrow{X^{(n)}} \right)$ относительно текущего приближения $\overrightarrow{X^{(n)}}$:

3.a) Решаем разностную прямую задачу (7) относительно $\overrightarrow{X^{(n)\delta}} = \overrightarrow{X^{(n)}} + \overrightarrow{\delta X}$ – приближения с заданными приращениями, получая $\overrightarrow{\omega^{(n)\delta}}$;

3.b) Вычисляем по формуле (11) компоненты вектора невязки: $\overrightarrow{\eta^{(n)\delta}} = \overrightarrow{\theta} - \overrightarrow{\omega^{(n)\delta}}$.

3.c) Получаем компоненты вектора невязки: $\overrightarrow{\eta^{(n)}} = \overrightarrow{\theta} - \overrightarrow{\omega^{(n)}}$. Так как $\overrightarrow{\omega^{(n)}}$ будет уже получена на $n - 1$ итерации, то:

(при $n = 0$): $\overrightarrow{\eta^{(n)}}$ – известна с шага (2.b) этого алгоритма;

(при $n \geq 1$): $\overrightarrow{\eta^{(n)}} = \overrightarrow{\theta} - \overrightarrow{\omega^{(n)}} = \overrightarrow{\theta} - \overrightarrow{\omega^{(n-1)\delta}}$ – известна с шага (4.c);

3.d) Вычисляем $J \left(\overrightarrow{X^{(n)}} \right)$ по формуле (14).

4) На итерации $n \geq 0$, вычисляем s_1 – текущее значение функционала невязки:

4.a) Вычисляем $\overrightarrow{\Delta X}$ – оптимальные приращения \overrightarrow{X} , решая систему (13);

4.b) Решаем прямую задачу (7) относительно $\overrightarrow{X^{(n)\Delta}} = \overrightarrow{X^{(n)}} + \overrightarrow{\Delta X}$ – приближения с вычисленными оптимальными приращениями, получая $\overrightarrow{\omega^{(n)\Delta}}$;

4.c) Вычисляем по формуле (11) компоненты вектора: $\overrightarrow{\eta^{(n)\Delta}} = \overrightarrow{\theta} - \overrightarrow{\omega^{(n)\Delta}}$;

4.d) Вычисляем согласно (12) значение: $s_1 = \Psi(\overrightarrow{X^{(n)\Delta}}) = M(\overrightarrow{\eta^{(n)\Delta}})$.

5) Проверка условий выхода из цикла итерационной процедуры:

5.a) Метод сходится к оптимальному решению – если $\varepsilon \leq \Sigma$, где Σ – заданная точность решения разностной обратной задачи, ε – среднеквадратичная ошибка модельных данных:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [\eta_i^{(n)\Delta}]^2.$$

5.b) Метод сходится к локальному минимуму – если не даёт существенного изменения значений $\overrightarrow{\Delta X}$ в ходе итераций. Иначе говоря $\Delta(\overrightarrow{\Delta X}) \rightarrow 0$, где $\Delta(\overrightarrow{\Delta X})$ – оценка скорости «приращения приращений» определяемая:

$$\Delta(\overrightarrow{\Delta X}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} |\Delta X_k^{(n)} - \Delta X_k^{(n-1)}| \right) \rightarrow 0.$$

6) Проверка условий продолжения цикла. Если условия (5.a) и (5.b) не выполнены, то возможны два сценария:

6.a) Если $s_0 > s_1$ – считая что алгоритм вычислил *оптимальный* шаг, то:

$$s_0 = s_1;$$

$$\overrightarrow{X^{(n)}} = \overrightarrow{X^{(n)\Delta}};$$

$$\gamma = \frac{\gamma}{c};$$

$$n = n + 1;$$

Переходим к (3)-му шагу представленного алгоритма.

6.b) Иначе, если $s_0 \leq s_1$ – алгоритм вычислил *не оптимальный* шаг, то:

$$\gamma = c\gamma;$$

Переходим к (4)-му шагу представленного алгоритма.

Представленный алгоритм для решения обратной задачи (10) был реализован в виде набора подпрограмм на языке С в ходе работ по гранту Российского научного фонда № 23-71-01050 по теме «Разработка программного комплекса для моделирования и анализа объемной активности радона как предвестника сильных землетрясений Камчатки».

Замечание 5. Особенностью описанных методов ньютоновского типа минимизации функционала (12) для решения разностной обратной задачи является то, что необходимо множество раз решать разностную прямую задачу (7), при различных значениях \vec{X} . Это требует использования самых эффективных реализаций прямой задачи (7) и методов её решения. Для этого были использованы ранее реализованные автором подпрограммы [37] на языке С, с использованием OpenMP [48] и/или CUDA [49], для ускорения расчётов за счёт распараллеливания.

Тестовые примеры и результаты численных экспериментов

Покажем на примерах, что описанный метод решения разностной обратной задачи (10), при определённых заданных $\vec{X}^{(0)}$, δX , c , v параметрах связанных с направлением и шагом метода Левенберга-Марквардта, действительно позволяет восстановить вид функциональной зависимости $\alpha(t)$. Структура численного эксперимента такова:

- Положим для всех примеров далее: $T = 30$, $N = 300$;
- Решим «эталонную» разностную прямую задачу (7) при всех заданных и известных параметрах модели, в том числе и восстанавливаемой функции $\alpha(t)$ и определяющих её параметрах $\vec{X} = [X_0, \dots, X_{k-1}]$. Синяя (Blue) модельная кривая на (рис.1–4 b);
- На основе «эталонного» решения сгенерируем $\vec{\theta}$ – псевдослучайные экспериментальные данные (8). Чёрная (Black) кривая на (рис.1–5 b);
- Решим разностную обратную задачу (10) описанным алгоритмом метода Левенберга-Марквардта и восстановив значения $\alpha(t) = \alpha(\vec{X}) = \alpha(X_0, \dots, X_{k-1}) \in \hat{\mathbb{A}}$ по данным $\vec{\theta}$. Красная (Red) и/или зелёная (Green) модельная кривая на (рис.1–5 b);

Замечание 6. На (рис.1–4) приведены только наиболее удачные результаты. Это связано с тем, что в ходе численных экспериментов по подбору $\vec{X}^{(0)}$, δX , c , v получен огромный объем данных для анализа работы алгоритма с дробными уравнениями, многие из которых приводили к тому что метод разваливался.

Для генерации $\vec{\theta}$ будем использовать данные «эталонного» решения, к которым, поэлементно, внесём псевдослучайное возмущение в диапазоне $[-0.25, 0.25]$, сгенерированное на компьютере:

$$\theta(t_i) = u(t_i) + p(s), \quad i = 0..N - 1, \quad s = \pm 0.25,$$

где, $p(s)$ – функция распределения дискретной случайной величины s . Данный способ генерации экспериментальных данных реализован на языке программирования C на основе `rand()` – функции для генерации псевдослучайных чисел, стандартной библиотеки `<stdlib.h>`.

Расчёты для решения прямых и обратных задач в тестовых примерах проводились на персональной ЭВМ приобретенной в для работ по гранту Российского научного фонда № 23-71-01050 по теме «Разработка программного комплекса для моделирования и анализа объемной активности радона как предвестника сильных землетрясений Камчатки». Персональная ЭВМ имеет следующие характеристики системы: CPU – AMD Ryzen 9 7950X 16 × 4.5 GHz (32 Threads), cache L2 16 Mb & L3 64 Mb; RAM – 96 Gb; GPU – GeForce RTX 4090, 24 Gb, 2235 MHz, ALU 16384.

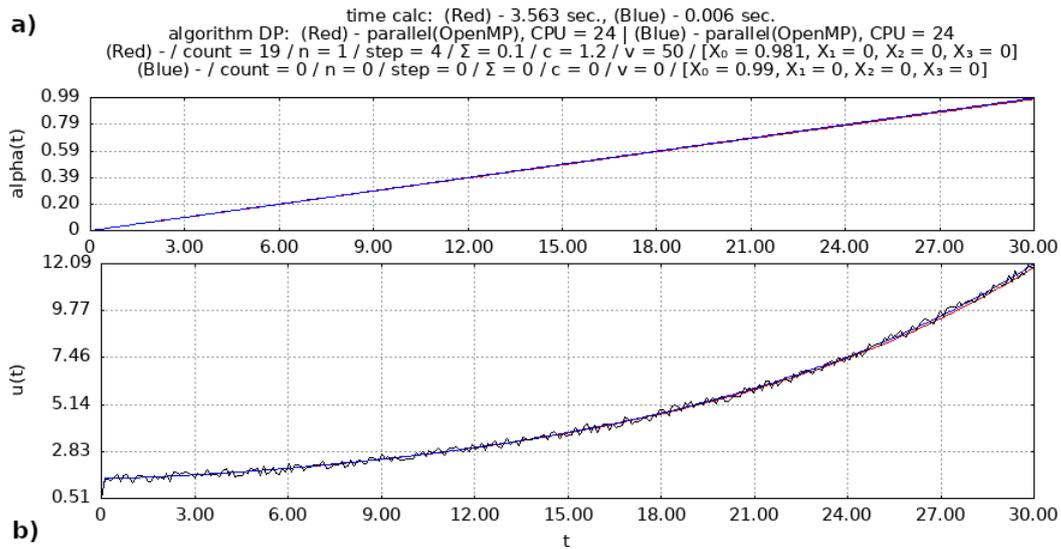


Рис. 1. Пример 1. $\alpha(t_i) = X_0 \left(\frac{i\tau}{T} \right)$ – линейно-возрастающая. а) Графики $\alpha(t_i)$: (Blue) – эталонный \vec{X} , (Red) – восстановленный \vec{X} ; б) Модельные кривые: (Blue) – эталонная, (Red) – рез. оптимизации при $X^{(0)} = [0.01]$, $\delta X = [0.005]$ [Figure 1. Example 1. $\alpha(t_i) = X_0 \left(\frac{i\tau}{T} \right)$ is a linear-increasing. a) Graphs $\alpha(t_i)$: (Blue) – reference \vec{X} , (Red) – restored \vec{X} ; b) Model curves: (Blue) – reference, (Red) – optimization result at $X^{(0)} = [0.01]$, $\delta X = [0.005]$]

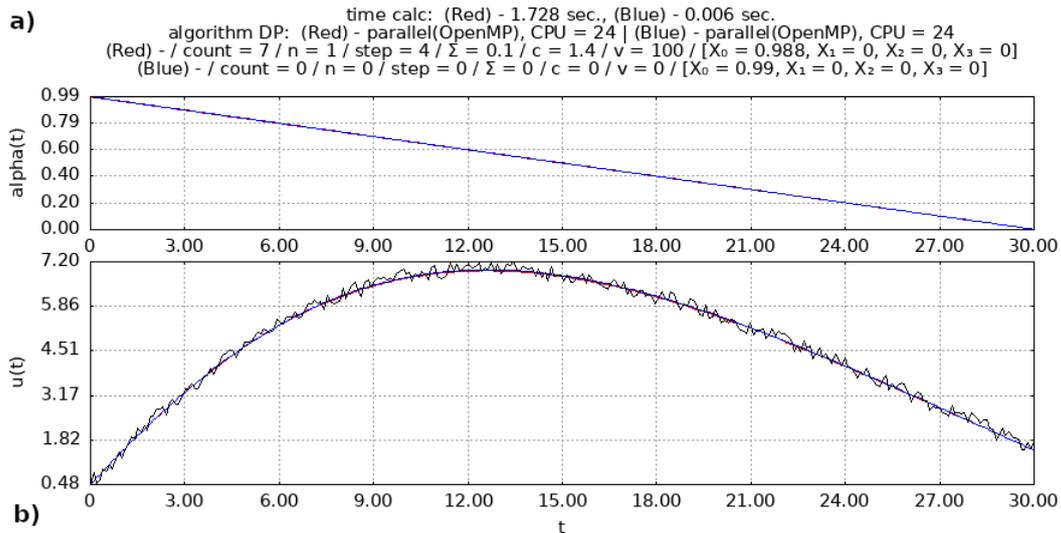


Рис. 2. Пример 2. $\alpha(t_i) = X_0 \left(\frac{(N-i)\tau}{T} \right)$ – линейно-убывающая. а) Графики $\alpha(t_i)$: (Blue) – эталонный \vec{X} , (Red) – восстановленный \vec{X} ; б) Модельные кривые: (Blue) – эталонная, (Red) – рез. оптимизации при $\vec{X}^{(0)} = [0.01]$, $\delta X = [0.005]$
 [Figure 2. Example 2. $\alpha(t_i) = X_0 \left(\frac{(N-i)\tau}{T} \right)$ – linear-decreasing. a) Graphs $\alpha(t_i)$: (Blue) – reference \vec{X} , (Red) – restored \vec{X} ; b) Model curves: (Blue) – reference, (Red) – optimization result at $\vec{X}^{(0)} = [0.01]$, $\delta X = [0.005]$

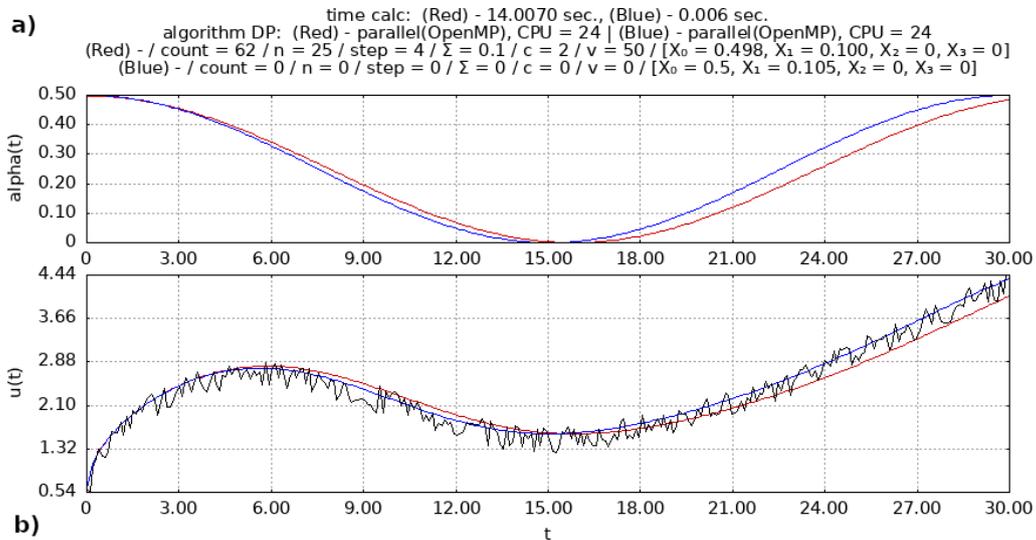


Рис. 3. Пример 3. $\alpha(t_i) = X_0 \cos(X_1 i \tau)^2$ – периодическая функция. а) Графики $\alpha(t_i)$: (Blue) – эталонный \vec{X} , (Red) – восстановленный \vec{X} ; б) Модельные кривые: (Blue) – эталонная, (Red) – результат оптимизации при $\vec{X}^{(0)} = [0.1, 0.02]$, $\delta X = [0.05, 0.01]$
 [Figure 3. Example 3. $\alpha(t_i) = X_0 \cos(X_1 i \tau)^2$ – periodic function. a) Graphs $\alpha(t_i)$: (Blue) – reference \vec{X} , (Red) – restored \vec{X} ; b) Model curves: (Blue) – reference, (Red) – result optimization at $\vec{X}^{(0)} = [0.1, 0.02]$, $\delta X = [0.05, 0.01]$

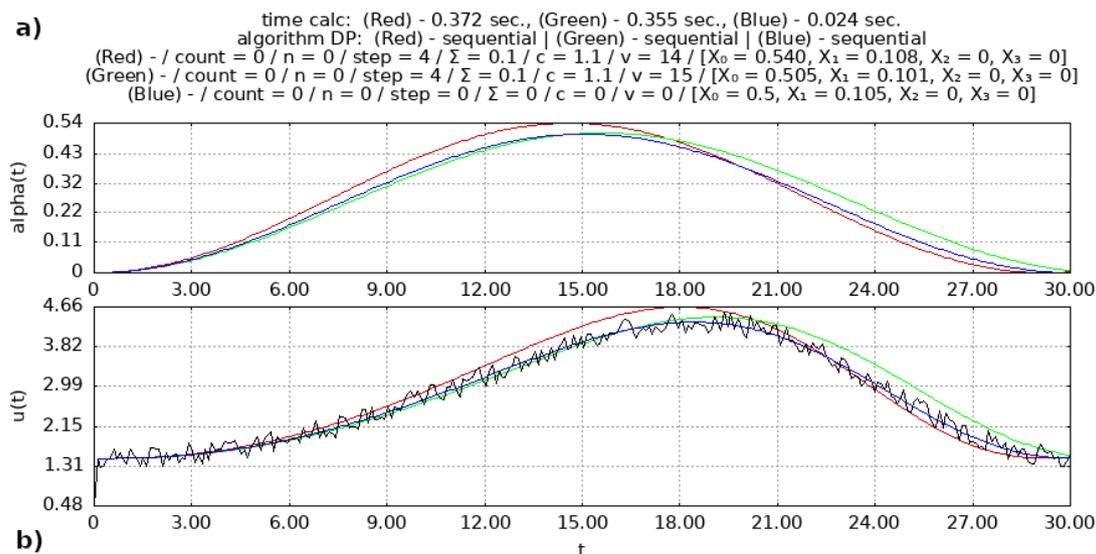


Рис. 4. Пример 4. $\alpha(t_i) = X_0 \sin(X_1 i \tau)^2$ – периодическая. а) Графики $\alpha(t_i)$: (Blue) – эталонный \vec{X} , (Red, Green) – восстановленные \vec{X} ; б) Модельные кривые: (Blue) – эталонная, (Red, Green) – результаты оптимизации при $\vec{X}^{(0)} = [0.005, 0.001]$, $\delta X = [0.005, 0.001]$

[Figure 4. Example 4. $\alpha(t_i) = X_0 \sin(X_1 i \tau)^2$ – periodic. a) Graphs $\alpha(t_i)$: (Blue) – reference \vec{X} , (Red, Green) – restored \vec{X} ; b) Model curves: (Blue) – reference, (Red, Green) – results optimization at $\vec{X}^{(0)} = [0.005, 0.001]$, $\delta X = [0.005, 0.001]$

Заключение

Из результатов можно сделать вывод о возможности решения обратной задачи для нелинейного дробного уравнения с оператором дифференцирования типа Герасимова-Капуто как переменного, так и постоянного порядка. Показано, что с помощью методов математической безусловной оптимизации, в частности итерационного метода Левенберга-Марквардта, имея математическую модель и экспериментальные данные процесса, можно восстанавливать близкие к оптимальным значения $\alpha(t)$ и α показателя степени дробной производной. В том числе и функции $\alpha(t)$, зависящие от двух неизвестных параметров.

Однако, чем более сложную структуру имеют экспериментальные данные и вид функции, определяющий $\alpha(t)$, тем сложнее подобрать параметры s, v метода Левенберга-Марквардта и стартовые значения $\vec{X}^{(0)}, \delta X$, при которых бы выполнялись условия, накладываемые на параметр регуляризации γ .

Продолжение работы состоит в том, чтобы перейти от решения обратных задач для нелинейного дробного уравнения к обратным задачам для квадратично нелинейного дробного аналога уравнения Риккати. В свою очередь, это позволит решать различные обратные задачи по определению тех или иных параметров модельного уравнения объемной активности газа радона [23] на основе регистрируемых экспериментальных данных.

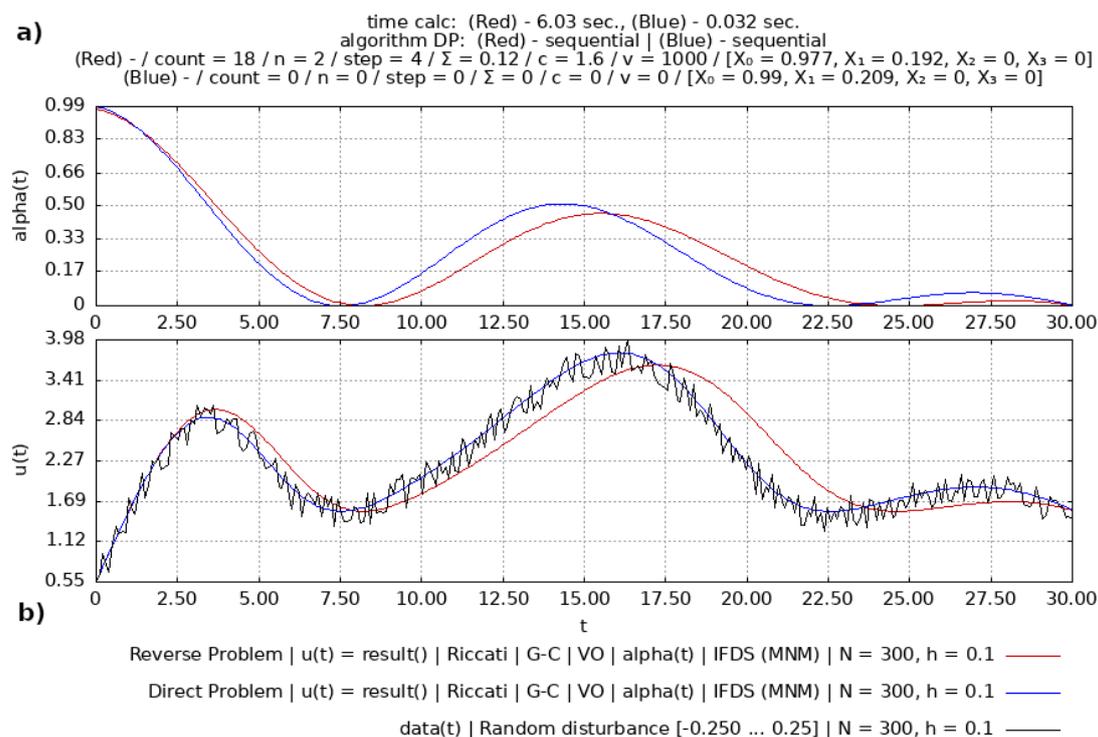


Рис. 5. Пример 5. $\alpha(t_i) = \left(X_0 \left(\frac{(N-i)\tau}{T} \right) \right) \cos(X_1 i \tau)^2$ – периодическая функция с линейно-убывающей амплитудой. а) Графики $\alpha(t_i)$: (Blue) – эталонный \vec{X} , (Red) – восстановленный \vec{X} ; б) Модельные кривые: (Blue) – эталонная, (Red) – результат оптимизации при $\vec{X}^{(0)} = [0.22, 0.0404]$, $\delta X = [0.15, 0.03]$

[Figure 5. Example 5. $\alpha(t_i) = \left(X_0 \left(\frac{(N-i)\tau}{T} \right) \right) \cos(X_1 i \tau)^2$ is a periodic function with a linear-decreasing amplitude. a) Graphs $\alpha(t_i)$: (Blue) – reference \vec{X} , (Red) – reconstructed \vec{X} ; b) Model curves: (Blue) – reference, (Red) – optimization result at $\vec{X}^{(0)} = [0.22, 0.0404]$, $\delta X = [0.15, 0.03]$]

Аббревиатуры

FD	Fractional Derivatives
VOFD	Variable-Order Fractional Derivatives
IDE	Integro-Differential Equations
RVA	Radon Volumetric Activity
FDE	Fractional Derivative Equation
IFDS	Implicite Finite-Difference Scheme

Список литературы

1. Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Amsterdam: Elsevier, 2006. 540 pp. ISBN 9780444518323.
2. Iomin A. Fractional-time quantum dynamics, *Physical Review E*, 2009. vol. 80, no. 2, pp. 1–4 DOI: 10.1103/PhysRevE.80.022103.
3. Bagley R. L., Torvik P. J. A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity, *Journal of rheology*, 1983. vol. 27, no. 3, pp. 201–210 DOI: 10.1122/1.549724.

4. Coimbra C. F. M. Mechanics with variable-order differential operators, *Annalen der Physik*, 2003. vol. 12, no. 11–12, pp. 692–703 DOI: 10.1002/andp.200310032.
5. Rossikhin Y. A., Shitikova M. V. Application of fractional calculus for dynamic problems of solid mechanics: novel trends and recent results, *Applied Mechanics Reviews*, 2010. vol. 63, no. 1:010801, pp. 1–52 DOI: 10.1115/1.4000563.
6. Metzler R., Klafter J. The restaurant at the end of the random walk: recent developments in the description of anomalous transport by fractional dynamics, *Journal of Physics A Mathematical and General*, 2004. vol. 37, no. 31, pp. 161–208 DOI: 10.1088/0305-4470/37/31/R01.
7. Moroz L. I., Maslovskaya A. G. Numerical Simulation of an Anomalous Diffusion Process Based on a Scheme of a Higher Order of Accuracy, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2021. vol. 13, no. 3, pp. 492–501 DOI: 10.1134/S207004822103011X.
8. Parovik R. I. Mathematical modeling of linear fractional oscillators, *Mathematics*, 2020. vol. 8, no. 11:1879, pp. 1–26 DOI: 10.3390/math8111879.
9. Sun H. G., Chen W., Wei H., Chen Y. Q. A comparative study of constant-order and variable-order fractional models in characterizing memory property of systems, *The European Physical Journal-Special Topics*, 2011. vol. 193, no. 1, pp. 185–192 DOI: 10.1140/epjst/e2011-01390-6.
10. Volterra V. Sur les équations intégrales-différentielles et leurs applications, *Acta Mathematica*, 1912. vol. 35, no. 1, pp. 295–356 DOI: 10.1007/BF02418820.
11. Нахушев А. М. *Дробное исчисление и его применение*. Москва: Физматлит, 2003. 272 с. ISBN 5-9221-0440-3.
12. Рехвиашвили С. Ш., Псху А. В. Дробный осциллятор с экспоненциально-степенной функцией памяти, *Письма в ЖТФ*, 2022. Т. 48, № 7, С. 33–35 DOI: 10.21883/PJTf.2022.07.52290.19137.
13. Gerasimov A. N. Generalization of linear deformation laws and their application to internal friction problems, *Applied Mathematics and Mechanics*, 1948. vol. 12, pp. 529–539.
14. Caputo M. Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent – II, *Geophysical Journal International*, 1967. vol. 13, no. 5, pp. 529–539 DOI: 10.1111/j.1365-246X.1967.tb02303.x.
15. Uchaikin V. V. *Fractional Derivatives for Physicists and Engineers. Vol. I. Background and Theory*. Berlin: Springer, 2013. 373 DOI: 10.1007/978-3-642-33911-0 pp.
16. Westerlund S. Dead matter has memory!, *Physica Scripta*, 1991. vol. 43, no. 2, pp. 174–179 DOI: 10.1088/0031-8949/43/2/011.
17. Patnaik S., Hollkamp J. P., Semperlotti F. Applications of variable-order fractional operators: a review, *Proceedings of the Royal Society A*, 2020. vol. 476, no. 2234, pp. 20190498 DOI: 10.1098/rspa.2019.0498.
18. Lin R., Liu F., Anh V., Turner I. W. Stability and convergence of a new explicit finite-difference approximation for the variable-order nonlinear fractional diffusion equation, *Applied Mathematics and Computation*, 2009. vol. 212, no. 2, pp. 435–445 DOI: 10.1016/j.amc.2009.02.047.
19. Fang Z. W., Sun H. W., Wang H. A fast method for variable-order Caputo fractional derivative with applications to time-fractional diffusion equations, *Computers & Mathematics with Applications*, 2020. vol. 80, no. 5, pp. 1443–1458 DOI: 10.1016/j.camwa.2020.07.009.
20. Sahoo S., Saha Ray S., Das S., Bera R. K. The formation of dynamic variable-order fractional differential equation, *International Journal of Modern Physics C*, 2016. vol. 27, no. 07, pp. 1650074 DOI: 10.1142/S0129183116500741.
21. Tverdyi D. A., Parovik R. I. Investigation of Finite-Difference Schemes for the Numerical Solution of a Fractional Nonlinear Equation, *Fractal and Fractional*, 2022. vol. 6, no. 1:23, pp. 1–27 DOI: 10.3390/fractalfract6010023.
22. Tverdyi D. A., Parovik R. I., Makarov E. O., Firstov P. P. Research of the process of radon accumulation in the accumulating chamber taking into account the nonlinearity of its entrance, *E3S Web Conference*, 2020. vol. 196, no. 02027, pp. 1–6 DOI: 10.1051/e3sconf/202019602027.
23. Tverdyi D. A., Makarov E. O., Parovik R. I. Hereditary Mathematical Model of the Dynamics of Radon Accumulation in the Accumulation Chamber, *Mathematics*, 2023. vol. 11, no. 4:850, pp. 1–20 DOI: 10.3390/math11040850.
24. Tverdyi D. A., Makarov E. O., Parovik R. I. Research of Stress-Strain State of Geo-Environment by Emanation Methods on the Example of $\alpha(t)$ -Model of Radon Transport, *Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences*, 2023. Т. 44, № 3, С. 86–104 DOI: 10.26117/2079-6641-2023-44-3-86-104.

25. Рудаков В.П. *Эманационный мониторинг геосред и процессов*. Москва: Научный мир, 2009. 175 с. ISBN 978-5-91522-102-3.
26. Cox D.R. Hinkley D.V. *Theoretical Statistics, 1st edition*. London: Chapman & Hall/CRC, 1979. 528 pp. ISBN 9780412161605.
27. Ревизников Д. Л., Морозов А. Ю. Алгоритмы численного решения дробно-дифференциальных уравнений с интервальными параметрами, *Сибирский журнал индустриальной математики*, 2023. Т. 26, № 4, С. 93–108 DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.407.
28. Hadamard J.S. Sur les problèmes aux derivees partielles et leur signification physique, *Princeton University Bulletin*, 1902. vol. 13, no. 4, pp. 49–52.
29. Morozov V. A. *Methods for Solving Incorrectly Posed Problems*. Springer: New York, 1984. 257 pp. ISBN 978-0-387-96059-3 DOI: 10.1007/978-1-4612-5280-1.
30. Mueller J. L., Siltanen S. *Linear and Nonlinear Inverse Problems with Practical Applications*. Philadelphia, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2012. 351 pp. ISBN 978-1-61197-233-7 DOI: 10.1137/1.9781611972344.
31. Tarantola A. *Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter estimation*. Amsterdam and New York: Elsevier Science Pub. Co., 1987. 613 pp. ISBN 0444427651.
32. Tahmasebi P., Javadpour F., Sahimi M. Stochastic shale permeability matching: Three-dimensional characterization and modeling, *International Journal of Coal Geology*, 2016. vol. 165, no. 1, pp. 231–242 DOI: 10.1016/j.coal.2016.08.024.
33. Lailly P. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations, *Conference on Inverse Scattering, Theory and application*, 1983, pp. 206–220.
34. Mohamad-Djafari A. *Inverse Problems in Vision and 3D Tomography*. New-York: ISTE-WILEY, 2010. 480 pp. ISBN 9781848211728 DOI: 10.1002/9781118603864.
35. Hayotov A.R., Jeon S., Shadimetov K.M. Application of optimal quadrature formulas for reconstruction of CT images, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2021. vol. 388, pp. 113313 DOI: 10.1016/j.cam.2020.113313.
36. Gubbins D. Book reviews. Inverse Problem Theory. Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation Albert Tarantola. Elsevier, Amsterdam and New York, 1987, *Geophysical Journal International*, 1988. vol. 94, no. 1, pp. 167–168 DOI: 10.1111/j.1365-246X.1988.tb03436.x.
37. Tverdyi D. A., Parovik R. I. Hybrid GPU–CPU Efficient Implementation of a Parallel Numerical Algorithm for Solving the Cauchy Problem for a Nonlinear Differential Riccati Equation of Fractional Variable Order, *Mathematics*, 2023. vol. 11, no. 15:3358, pp. 1–21 DOI: 10.3390/math11153358.
38. Тихонов А. Н., Самарский А. А. *Уравнения математической физики*. Москва: Наука, 1977. 736 с.
39. Dennis J. E., Moré J. J., Schnabel B. *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Philadelphia: SIAM, 1983. 378 pp.
40. Иващенко Д. С. Численные методы решения прямых и обратных задач для уравнения диффузии дробного порядка по времени, дисс. ... канд. физ.-матем. наук. Томск, 2008. 187 с.
41. Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации, *Докл. АН СССР*, 1963. Т. 151, № 3, С. 501–504.
42. Кабанихин С. И., Исаков К. Т. *Оптимизационные методы решения коэффициентных обратных задач*. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2001. 315 с. ISBN 5-94356-022-X.
43. Калиткин Н. Н. *Численные методы. 2-е изд.*. Санкт–Петербург: ВХВ, 2011. 592 с. ISBN 978-5-9775-0500-0.
44. Arridge S. R., Schweiger, M. A General Framework for Iterative Reconstruction Algorithms in Optical Tomography, Using a Finite Element Method, *Computational Radiology and Imaging: Therapy and Diagnostics*, 1992. vol. 13, no. 4, pp. 40–70 DOI: 10.1007/978-1-4612-1550-9_4.
45. Levenberg K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares, *Quarterly of applied mathematics*, 1944. vol. 2, no. 2, pp. 164–168 DOI: 10.1090/qam/10666.
46. Marquardt D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 1963. vol. 11, no. 2, pp. 431–441 DOI: 10.1137/0111030.
47. More J. J. The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory, In: *Watson, G.A. (eds) Numerical Analysis. Lecture Notes in Mathematics*, 1978. vol. 630, pp. 105–116 DOI: 10.1007/BFb0067700.

48. Борзунов С.В., Кургалин С.Д., Флегель А.В. *Практикум по параллельному программированию: учебное пособие*. Санкт-Петербург: ВХВ, 2017. 236 с. ISBN 978-5-9909805-0-1.
49. Sanders J., Kandrot E. *CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming*. London: Addison-Wesley Professional, 2010. 311 pp. ISBN 978-0-13-138768-3.

Информация об авторах



Твёрдый Дмитрий Александрович ✉ – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории элетромагнитных излучений, Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, с. Паратунка, Россия,  ORCID 0000-0001-6983-5258.



Паровик Роман Иванович ✉ – доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории моделирования физических процессов института космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, с. Паратунка, Россия,  ORCID 0000-0002-1576-1860.

References

- [1] Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam, Elsevier, 2006, 540 pp., isbn: 9780444518323.
- [2] Iomin A. Fractional-time quantum dynamics, *Physical Review E*, 2009, vol. 80, no. 2, pp. 1–4. DOI: 10.1103/PhysRevE.80.022103.
- [3] Bagley R. L., Torvik P. J. A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity, *Journal of rheology*, 1983, vol. 27, no. 3, pp. 201–210. DOI: 10.1122/1.549724.
- [4] Coimbra C. F. M. Mechanics with variable-order differential operators, *Annalen der Physik*, 2003, vol. 12, no. 11-12, pp. 692–703. DOI: 10.1002/andp.200310032.
- [5] Rossikhin Y. A., Shitikova M. V. Application of fractional calculus for dynamic problems of solid mechanics: novel trends and recent results, *Applied Mechanics Reviews*, 2010, vol. 63, no. 1:010801, pp. 1–52. DOI: 10.1115/1.4000563.
- [6] Metzler R., Klafter J. The restaurant at the end of the random walk: recent developments in the description of anomalous transport by fractional dynamics, *Journal of Physics A Mathematical and General*, 2004, vol. 37, no. 31, pp. 161–208. DOI: 10.1088/0305-4470/37/31/R01.
- [7] Moroz L. I., Maslovskaya A. G. Numerical Simulation of an Anomalous Diffusion Process Based on a Scheme of a Higher Order of Accuracy, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2021, vol. 13, no. 3, pp. 492–501. DOI: 10.1134/S207004822103011X.
- [8] Parovik R. I. Mathematical modeling of linear fractional oscillators, *Mathematics*, 2020, vol. 8, no. 11:1879, pp. 1–26. DOI: 10.3390/math8111879.
- [9] Sun H. G., Chen W., Wei H., Chen Y. Q. A comparative study of constant-order and variable-order fractional models in characterizing memory property of systems, *The European Physical Journal-Special Topics*, 2011, vol. 193, no. 1, pp. 185–192. DOI: 10.1140/epjst/e2011-01390-6.
- [10] Volterra V. Sur les équations intégrales-différentielles et leurs applications, *Acta Mathematica*, 1912, vol. 35, no. 1, pp. 295–356. DOI: 10.1007/BF02418820.
- [11] Nahushev A. M. Drobnoe ischislenie i ego primeneniye [Fractional calculus and its application]. Moscow: Fizmatlit, 2003, 272 pp., isbn: 5-9221-0440-3 (In Russian)
- [12] Rekhviashvili S. S., Pskhu A. V. Drobnyj oscillyator s eksponencial'no-stepennoj funkciej pamyati [Fractional oscillator with exponential-power memory function], *Pis'ma v ZhTF* [Letters to ZhTF], 2022, vol. 48, no. 7, pp. 33–35. DOI: 10.21883/PJTF.2022.07.52290.19137,(In Russian)
- [13] Gerasimov A. N. Generalization of linear deformation laws and their application to internal friction problems, *Applied Mathematics and Mechanics*, 1948, vol. 12, pp. 529–539.
- [14] Caputo M. Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent – II, *Geophysical Journal International*, 1967, vol. 13, no. 5, pp. 529–539. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1967.tb02303.x.
- [15] Uchaikin V. V. Fractional Derivatives for Physicists and Engineers. Vol. I. Background and Theory. Berlin, Springer, 2013, 373 pp. DOI: 10.1007/978-3-642-33911-0.
- [16] Westerlund S. Dead matter has memory!, *Physica Scripta*, 1991, vol. 43, no. 2, pp. 174–179. DOI: 10.1088/0031-8949/43/2/011.
- [17] Patnaik S., Hollkamp J. P., Semperlotti F. Applications of variable-order fractional operators: a review, *Proceedings of the Royal Society A*, 2020, vol. 476, no. 2234, pp. 20190498. DOI: 10.1098/rspa.2019.0498.
- [18] Lin R., Liu F., Anh V., Turner I. W. Stability and convergence of a new explicit finite-difference approximation for the variable-order nonlinear fractional diffusion equation,

- Applied Mathematics and Computation, 2009, vol. 212, no. 2, pp. 435–445. DOI: 10.1016/j.amc.2009.02.047.
- [19] Fang Z.W., Sun H.W., Wang H. A fast method for variable-order Caputo fractional derivative with applications to time-fractional diffusion equations, *Computers & Mathematics with Applications*, 2020, vol. 80, no. 5, pp. 1443–1458. DOI: 10.1016/j.camwa.2020.07.009.
- [20] Sahoo S., Saha Ray S., Das S., Bera R. K. The formation of dynamic variable-order fractional differential equation, *International Journal of Modern Physics C*, 2016, vol. 27, no. 07, pp. 1650074. DOI: 10.1142/S0129183116500741.
- [21] Tverdyi D. A., Parovik R. I. Investigation of Finite-Difference Schemes for the Numerical Solution of a Fractional Nonlinear Equation, *Fractal and Fractional*, 2022, vol. 6, no. 1:23, pp. 1–27. DOI: 10.3390/fractalfract6010023.
- [22] Tverdyi D.A., Parovik R.I., Makarov E.O., Firstov P.P. Research of the process of radon accumulation in the accumulating chamber taking into account the nonlinearity of its entrance, *E3S Web Conference*, 2020, vol. 196, no. 02027, pp. 1–6. DOI: 10.1051/e3sconf/2020196020278.
- [23] Tverdyi D.A., Makarov E.O., Parovik R.I. Hereditary Mathematical Model of the Dynamics of Radon Accumulation in the Accumulation Chamber, *Mathematics*, 2023, vol. 11, no. 4:850, pp. 1–20. DOI: 10.3390/math11040850.
- [24] Tverdyi D.A., Makarov E.O., Parovik R.I. Research of Stress-Strain State of Geo-Environment by Emanation Methods on the Example of $\alpha(t)$ -Model of Radon Transport, *Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences*, 2023, vol. 44, no. 3, pp. 86–104. DOI: 10.26117/2079-6641-2023-44-3-86-104.
- [25] Rudakov V. P. Emanacionnyj monitoring geosred i processov [Emanational monitoring of geoenvironments and processes]. Moscow: Science World, 2009, 175 pp., isbn: 978-5-91522-102-3 (In Russian)
- [26] Cox D. R. Hinkley D. V. *Theoretical Statistics*, 1st edition. London, Chapman & Hall/CRC, 1979, 528 pp., isbn: 9780412161605.
- [27] Reviznikov D.L., Morozov A.Y. Algorithms for the numerical solution of fractional differential equations with interval parameters, *Siberian journal of industrial mathematics*, 2023, vol. 26, no. 4, pp. 93–108. DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.407.
- [28] Hadamard J.S. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique, *Princeton University Bulletin*, 1902, vol. 13, no. 4, pp. 49–52.
- [29] Morozov V. A. *Methods for Solving Incorrectly Posed Problems*, New York: Springer, 1984, 257 pp., isbn: 978-0-387-96059-3, DOI: 10.1007/978-1-4612-5280-1.
- [30] Mueller J.L., Siltanen S. *Linear and Nonlinear Inverse Problems with Practical Applications*. Philadelphia, USA, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2012, 351 pp., isbn: 978-1-61197-233-7. DOI: 10.1137/1.9781611972344.
- [31] Tarantola A. *Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter estimation*, Amsterdam and New York: Elsevier Science Pub. Co., 1987, 613 pp., isbn: 0444427651.
- [32] Tahmasebi P., Javadpour F., Sahimi M. Stochastic shale permeability matching: Three-dimensional characterization and modeling, *International Journal of Coal Geology*, 2016, pp. 231–242, vol. 165, no. 1. DOI: 10.1016/j.coal.2016.08.024.
- [33] Lailly P. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations, *Conference on Inverse Scattering, Theory and application*, 1983, pp. 206–220.
- [34] Mohamad-Djafari A. *Inverse Problems in Vision and 3D Tomography*. New-York, ISTE-WILEY, 2010, 480 pp., isbn: 9781848211728. DOI: 10.1002/9781118603864.

- [35] Hayotov A. R., Jeon S., Shadimetov K. M. Application of optimal quadrature formulas for reconstruction of CT images, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2021, vol. 388, pp. 113313. DOI: 10.1016/j.cam.2020.113313.
- [36] Gubbins D. Book reviews. *Inverse Problem Theory. Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation* Albert Tarantola. Elsevier, Amsterdam and New York, 1987, *Geophysical Journal International*, 1988, vol. 94, no. 1, pp. 167–168. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1988.tb03436.x.
- [37] Tverdyi D. A., Parovik R. I. Hybrid GPU–CPU Efficient Implementation of a Parallel Numerical Algorithm for Solving the Cauchy Problem for a Nonlinear Differential Riccati Equation of Fractional Variable Order, *Mathematics*, 2023, vol. 11, no. 15:3358, pp. 1–21. DOI: 10.3390/math11153358.
- [38] Tihonov A. N., Samarskij A. A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki [Mathematical physics equations]*. Moskva: Nauka, 1977, 736 pp. (In Russian)
- [39] Dennis J. E., Moré J. J., Schnabel B. *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Philadelphia, SIAM, 1983, 378 pp.
- [40] Ivashchenko D. S. *Chislennyye metody resheniya pryamyh i obratnyh zadach dlya uravneniya diffuzii drobnogo poryadka po vremeni [Numerical methods of solution of direct and inverse problems for the fractional order time-dependent diffusion equation]*. Diss. ... PhD (Phys.-Math.). Tomsk. 2008. 187 p. (In Russian)
- [41] Tihonov A. N. *O reshenii nekorrektno postavlennoy zadach i metode regularizatsii [On the solution of ill-posed problems and the method of regularization]*, *Dokl. Akad. Nauk SSSR [Report AS USSR]*, 1963, vol. 151, no. 3, pp. 501–504 (In Russian)
- [42] Kabanihin S. I., Iskakov K. T. *Optimizatsionnyye metody resheniya koeffitsientnyh obratnyh zadach [Optimization methods for solving coefficient inverse problems]*. Novosibirsk: Novosibirskiy gosudarstvennyy universitet, 2001, 315 pp., isbn: 5-94356-022-X (In Russian)
- [43] Kalitkin N. N. *Chislennyye metody. 2-e izd. [Numerical methods. 2nd ed.]*. Saint Petersburg: BVH, 2011, 592 pp., isbn: 978-5-9775-0500-0 (In Russian)
- [44] Arridge S. R., Schweiger, M. A General Framework for Iterative Reconstruction Algorithms in Optical Tomography, Using a Finite Element Method, *Computational Radiology and Imaging: Therapy and Diagnostics*, 1999, vol. 110, pp. 40–70. DOI: 10.1007/978-1-4612-1550-9_4.
- [45] Levenberg K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares, *Quarterly of applied mathematics*, 1944, vol. 2, no. 2, pp. 164–168. DOI: 10.1090/qam/10666.
- [46] Marquardt D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 1963, vol. 11, no. 2, pp. 431–441. DOI: 10.1137/0111030.
- [47] More J. J. The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory, In: Watson, G. A. (eds) *Numerical Analysis. Lecture Notes in Mathematics*, 1978, vol. 630, pp. 105–116. DOI: 10.1007/BFb0067700.
- [48] Borzunov S. V., Kurgalin S. D., Flegel A. V. *Praktikum po parallel'nomu programmirovaniyu: uchebnoe posobie [Workshop on Parallel Programming: A Study Guide]*. Saint Petersburg: BVH, 2017, 236 pp., isbn: 978-5-9909805-0-1 (In Russian)
- [49] Sanders J., Kandrot E. *CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming*. London, Addison-Wesley Professional, 2010, 311 pp.

Information about the authors



Tverdyi Dmitrii Alexandrovich✉ – PhD (Phys. & Math.), Researcher at the Electromagnetic Radiation Laboratory, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, FEB RAS, Paratunka village, Russia,  ORCID 0000-0001-6983-5258.



Parovik Roman Ivanovich✉ – D. Sci. (Phys. & Math.), Associate Professor, Leading researcher laboratory of modeling physical processes Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka village, Russia,  ORCID 0000-0002-1576-1860.



Поиск признаков изменения состояния приповерхностного слоя литосферы на основе результата анализа изображений, отражающих динамику характеристик сигнала геоакустической эмиссии

Ю. И. Сенкевич*

Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
684034, Камчатский край, Елизовский район, с. Паратунка, ул. Мира, 7, Россия

Аннотация. Физическое состояние литосферы, включая ее поверхностные слои, определенным образом характеризует вероятность опасности возникновения катастрофических сейсмических событий, указывает на степень угрозы жизнедеятельности людей и опасности экономического ущерба. Одним из направлений оценки состояния литосферы является результат анализа особенностей изменчивости сигнала геоакустической эмиссии в точке наблюдения. Представлены результаты исследований, проводимых в институте космических исследований и распространения радиоволн Дальневосточного отделения РАН, позволяющие идентифицировать динамику характеристик сигнала геоакустической эмиссии, связанную с изменением состоянием приповерхностного слоя литосферы. Распознавание и оценка изменчивости характеристик сигналов геоакустической эмиссии на заданном временном масштабе наблюдений осуществлялась с использованием нейросетевого подхода. Разработана методика классификации наблюдаемых аномалий динамики характеристик сигнала геоакустической эмиссии.

Ключевые слова: состояние литосферы, геоакустическая эмиссия, распознавание образов, динамика характеристик сигнала, нейронные сети

Получение: 05.07.2024; Исправление: 04.08.2024; Принятие: 22.08.2024; Публикация онлайн: 25.08.2024

Для цитирования. Сенкевич Ю. И. Поиск признаков изменения состояния приповерхностного слоя литосферы на основе результата анализа изображений, отражающих динамику характеристик сигнала геоакустической эмиссии // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 47. № 2. С. 58-74. EDN: HGQSBR. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-58-74>.

Финансирование. Работа выполнена за счет Государственного задания институте космических исследований и распространения радиоволн Дальневосточного отделения РАН (рег. № темы 124012300245-2).

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:**  E-mail: senkevich@ikir.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License



© Сенкевич Ю. И., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)



Search signs changes in the state of the near-surface layer of the lithosphere based on the image analysis results reflecting the characteristics dynamics of the geoacoustic emission signal

*Y. I. Senkevich**

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS,
684034, v. Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

Abstract. The lithosphere physical state, including its surface layers, in a certain way characterizes the likelihood of the risk of catastrophic seismic events, indicates the degree of threat to human life and the risk of economic damage. One of the directions for assessing the lithosphere state is the analyzing result the characteristics variability of the geoacoustic emission signal at the observation point. The studies results carried out at the Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences are presented. This make it possible to identify the dynamic characteristics of the geoacoustic emission signal associated with changes in the near-surface of the lithosphere. Recognition and assessment of the characteristics variability of geoacoustic emission signals on a given time scale of observations was carried out using a neural network approach. A methodology has been developed for classifying observed anomalies in the dynamics of geoacoustic emission signal characteristics.

Key words: lithosphere state, geoacoustic emission, pattern recognition, of signal characteristics dynamics, neural networks.

Received: 05.07.2024; Revised: 04.08.2024; Accepted: 22.08.2024; First online: 25.08.2024

For citation. Senkevich Y.I. Search signs changes in the state of the near-surface layer of the lithosphere based on the image analysis results reflecting the characteristics dynamics of the geoacoustic emission signal. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 58-74. EDN: HGQSBR. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-58-74>.

Funding. The work was supported by the Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FAB RAS State Task (subject registration No. 124012300245-2).

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. The author participated in the writing of the article and is fully responsible for submitting the final version of the article to the press.

*Correspondence:  E-mail: senkevich@ikir.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Senkevich Y. I., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

Решение задачи поиска предсказания землетрясений и цунами на основании изучения изменений, наблюдаемых физических полей Земли, сегодня активно развивающаяся область исследований в геофизике [1–3]. В частности, изучение аномалий акустических полей в верхних слоях литосферы одно из направлений в этой области, весьма перспективно [4–6]. Исследовательской базой этого направления служит анализ динамических характеристик измеряемых параметров акустических шумов, образующихся под действием сил, порождаемых внутренними процессами Земли, которые проецируются на ее поверхность в виде продольных и поперечных волн. Возникающая при этом деформация в почвенном слое вызывает образование высокочастотного акустического сигнала, который получил название геоакустической эмиссии (ГАЭ) [7]. Сигналы ГАЭ опосредовано отражают процессы, порождающие сейсмические явления и поэтому в определенной степени могут служить базой для их описания. Преобразованные датчиками в электрические сигналы, ГАЭ представляет собой импульсный поток в диапазоне частот от единиц герц до сотен килогерц. Поскольку природа известных сейсмических явлений описывается нелинейными динамическими процессами [8], то генерируемые при этом поверхностные сейсмоакустические сигналы носят нестационарный стохастический характер. Этот факт накладывает известные ограничения на стремление получить устойчивые признаки возникающих сейсмических явлений с использованием статистических наблюдений, которые описаны моделями нелинейной динамики [9–11]. Кроме того, на результаты анализа наблюдений существенное влияние оказывают климатические и погодные условия, накладывающие на сигнал дополнительный акустический шум в точке наблюдения.

В настоящее время в Институте космофизических исследований и распространения радиоволн дальневосточного отделения Российской академии наук (ИКИР ДВО РАН) накоплена база измерений ГАЭ. На основании проводимых теоретических исследований в период с 2001 года по настоящее время сформулирована и проверяется гипотеза о существовании связи обнаруженной изменчивости характеристик сигналов ГАЭ с фиксируемыми изменениями состояния приповерхностного слоя литосферы [12–15]. Поиск подтверждающих фактов, указывающих на правомерность этой гипотезы, является основной целью проводимых исследований. Предполагается, что в силу влияния сейсмических волн на деформационные процессы в неоднородной среде литосферного слоя, в нем происходит растрескивание среды, порождающее акустические импульсы. Это явление отражается на интенсивности генерации потока импульсов акустической эмиссии определенным образом, связанным с характером сейсмических волн. В результате сейсмическое воздействие меняет состояние слоя, что отражается в динамике характеристик сигналов ГАЭ (интенсивность потока, амплитудно-фазовые показатели импульсов, скважность, частота следования, частота модуляции импульсов). Наблюдая изменение характеристик, можно попытаться выявить определенные закономерности изменений этих показателей, и связать их

с определяющим фактором, в интересующем случае - с параметрами сейсмических волн. Изменения характеристик сигнала ГАЭ с 2001 года фиксируются в Лаборатории акустических исследований ИКИР ДВО РАН в ходе наблюдений, как изменение статистических распределений амплитуды, межимпульсных интервалов и концентрации импульсов во времени. В общем случае задача исследования формулируется, как стремление качественно описать наблюдаемую изменчивость свойств среды под действием деформаций, вызванных воздействием внешних факторов. Изменения свойств среды фиксируются опосредовано через обнаружение аномального поведения динамики характеристик сигналов ГАЭ.

Пусть за некоторое время Δt в результате измерений получаем вектор значений определенного параметра сигнала ГАЭ (например, серии межимпульсных интервалов, амплитуд, значений частотной или амплитудной модуляции, или их производных) $X = (X_1, X_2, \dots, X_u)$. Обозначим место вектора, как точку в u -мерном фазовом пространстве. Получим n последовательных измерений и разместим их в том же фазовом пространстве. В результате получим фазовую траекторию, описывающую динамику выбранного параметра за время $T = n\Delta t$. Очевидно, что траектория однозначно описывается матрицей вида

$$U = \begin{Bmatrix} X_{1,u} & X_{2,u} & \cdots & X_{n,u} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{1,2} & X_{2,2} & \cdots & X_{n,2} \\ X_{1,1} & X_{2,1} & \cdots & X_{n,1} \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

Будем называть (1) отображением динамики выбранного параметра сигнала ГАЭ с дискретностью Δt в масштабе измерения T , или матрицей-отображений динамики параметра, или просто — отображением. В ходе наблюдений в фазовом пространстве складывается непрерывная картина динамики характеристик ГАЭ, которую можно представить как последовательное соединение фрагментов траектории вида (1). Согласно законам нелинейной динамики, состояния открытых систем отображаются в фазовом пространстве некоторыми петлями сложных траекторий [16–18]. При достаточно длительном наблюдении за изменениями состоянием системы, следует ожидать появления самоподобных траекторий, имеющими сходное описание. Этот факт создает прецедент для поиска закономерности смены состояния системы и, как следствие, возможность обнаружения закономерностей в сигнале на уровне описания динамики его характеристик через отображения. Степень сходства описания можно определить через сравнение отображений вида (1). Однако в данном случае при выборе метода сравнения отображений следует учитывать специфику их построения, связанную с порядком их составления из векторов параметров.

$$U = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}, \quad (2)$$

где $a_i = \{X_{i,j}\}$, $j = 1, u$. То есть, существует определяющая порядок построения отображения временная ось, и поэтому корректное сравнение должно осуществляться синхронным попарным сопоставлением векторов сравниваемых

отображений вдоль временной оси. Примем следующее определение степени сходства отображений: два равно размерных отображения A и B подобны до степени h , равного сумме коэффициентов корреляции Пирсона попарно выбираемых векторов сравниваемых матриц a_i и b_i вида (2):

$$h(A, B) = \sum_{i=1}^n r(a_i, b_i) = \sum_{i=1}^n \frac{\text{cov}(a_i, b_i)}{\sigma_{a_i} \sigma_{b_i}} \quad (3)$$

где σ_a, σ_b — дисперсии векторов a и b , соответственно. Из свойства корреляции вытекает, что максимальное значение степени сходства отображения шириной в n векторов равно $h_{\max} = |n \times h|$. Если $h(A, B) = -h_{\max}$, то каждая из матриц является негативным отображением по отношению к другой. Если $h(A, B) = 0$, это означает, что отображения полностью не совпадают.

Разбивая эпоху наблюдения сигнала ГАЭ на последовательные фрагменты равной длительности T , сформируем множество отображений (U_m), отражающих динамику выбранного параметра сигнала ГАЭ за эпоху анализа длительностью $T \times M$. Сравнивая между собой попарно отображения полученного множества фрагментов по критерию (3) получим симметричную матрицу значений r_k ($k = 1, M$) степеней совпадений множества отображений Ω (4):

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & r_{2,1} & \cdots & r_{n-1,1} & r_{k,1} \\ r_{1,2} & 1 & \cdots & r_{n-1,2} & r_{k,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{1,k-2} & r_{2,k-2} & \cdots & r_{k-1,k-2} & r_{k,k-2} \\ r_{1,k-1} & r_{2,k-1} & \cdots & 1 & r_{k,k-1} \\ r_{1,k} & r_{2,k} & \cdots & r_{k-1,k} & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Зададимся значением порога сходства отображений λ_0 , и применим правило отбора сравниваемых значений λ построчно:

$$v = \begin{cases} 1, & \lambda > \lambda_0 \\ 0 \end{cases}. \quad (5)$$

В результате получим бинарную матрицу, где любая строка, содержащая хотя бы одну $\langle 1 \rangle$ вне главной диагонали, будет обозначать кластер, объединяющий все отображения с номерами элементов этой строки, в которых стоят $\langle 1 \rangle$. Представленная последовательность вычислений по существу представляет алгоритм кластеризации, в котором критерием близости выступает корреляционная связь отображений вида (3). Формирование матрицы (4) позволяет выделить кластеры отображений с характерными особенностями динамики характеристик ГАЭ для их дальнейшего сопоставления с зафиксированными ранее сейсмическими событиями.

Таким образом, в настоящем исследовании задача обнаружения смены состояния среды фиксируется на основании распознавания отображений динамики характеристик наблюдаемого сигнала ГАЭ вида (4). Предшествующий

распознаванию отображений этап их разбиения на классы носит трудоемкий методический и вычислительный характер. Среди эффективных алгоритмов кластеризации в современной обработке отображений выделяются инструменты, разработанные в рамках искусственного интеллекта. Достижения в этой области на основе структур нейронных сетей показали высокую эффективность их внедрения в практику цифровой обработки сигналов и распознавания образов. Что и явилось мотивацией к использованию нейронных сетей в настоящем исследовании на этапах препроцессинга сигналов, формирования тензоров отображений и их кластеризации.

Методика эксперимента

Особенности приема сигнала ГАЭ вблизи поверхности почвенного слоя земли, описанные в ряде более ранних работ [19,20], состоят в том, что расчет вычисления статистических распределений амплитудно-частотных характеристик импульсов заменен на распределение характеристик, полученных по результатам сравнения структуры этих импульсов [21]. В проводимых нами исследованиях на этапе предобработки импульсного сигнала ГАЭ амплитудно-фазовая структура каждого составляющего сигнал импульса претерпевает инвариантное преобразование, позволяющее описать его структуру в виде бинарной матрицы. Это преобразование позволяет провести сравнительный анализ структур последовательности импульсов в сигнале ГАЭ и их кластеризацию по степени сходства матриц. В результате на фрагменте сигнала заданной длительности удается описать и определить численно разнообразие структур импульсов, а далее сформировать множество, составляющее классы - алфавиты. Каждый элемент алфавита связан со статистикой его встречаемости на фрагменте сигнала и представляет объект, включающий амплитудно-фазовую характеристику импульса. Далее выполняется ранжирование элементов алфавита по значению размерности символов и степени сходства их матриц [21]. Весь анализируемый сигнал разбивается на равные фрагменты, для которых вычисляются отдельные алфавиты и выстраивается их распределение по времени. Каждое полученное распределение элементов алфавита выкладывается на двумерную сетку, где по одной оси вносятся элементы алфавита по их размерности, а по другой выстраиваются алфавиты, полученные на последовательно нарезанных фрагментах сигнала. В итоге формируется трехмерное отображение изменчивости состава алфавитов по времени, где третья ось представлена значениями частоты встречаемости элементов определенного алфавита для каждого фрагмента сигнала. Таким образом сформированная матрица представляет отображение и позволяет наблюдать динамику характеристик сигнала ГАЭ. В данном случае в символы алфавита "упакованы" амплитудно-фазовые характеристики сигнала ГАЭ, которые последовательно отражены в алфавитах от одного временного фрагмента к другому.

Для проверки высказанного предположения о существовании связи сейсмического воздействия на характеристики ГАЭ в ходе проводимого исследования была разработана методика, контроля сезонных изменений состояния приповерхностного слоя литосферы. Методика включала следующие основные этапы: предварительную подготовку сигналов ГАЭ с использованием авторского метода структурно-лингвистической обработки; формирование трехмерных отображений, отражающих динамику характеристик сигнала ГАЭ на заданных временных интервалах и подготовку этих отображений для передачи в нейронную сеть; кластеризация подготовленных отображений и выделение классов аномалий динамики характеристик ГАЭ; обучение нейронной сети на основании выделенных групп отображений, проверка результата обучения и сопоставление результатов классификации с сезонным состоянием поверхностного слоя литосферы в районе измерений.

Первый этап методики предусматривает подготовку данных и начинается с применения структурно-лингвистической обработки временных файлов, содержащих сигналы ГАЭ, которые были получены в ходе наблюдений на Камчатском геодинамическом полигоне в рамках выполнения государственного задания ИКИР ДВО РАН с 2016 по 2021 годы [22]. Каждый файл это отрезок сигнала, представленный 15 минутным его фрагментом. Длительность фрагмента принята в лаборатории акустических исследований ИКИР ДВО РАН за условный стандарт — минимально достаточный блок для обработки данных выбранными методами. Файл содержит от нескольких десятков до нескольких тысяч импульсов ГАЭ. В результате структурно-лингвистической обработки из каждого файла выделяется алфавит. После сортировки по значениям размерности элементов каждый алфавит представляется как вектор. Далее составляется ряд векторов, полученных из последовательно следующих друг за другом фрагментов сигнала. В памяти компьютера формируется блок размерностью 512 на 2880 точек, который визуально может быть представлен трехмерным графиком, составленным из 2880 векторов. Пример трех сформированных отображений представлен на рис. 1.

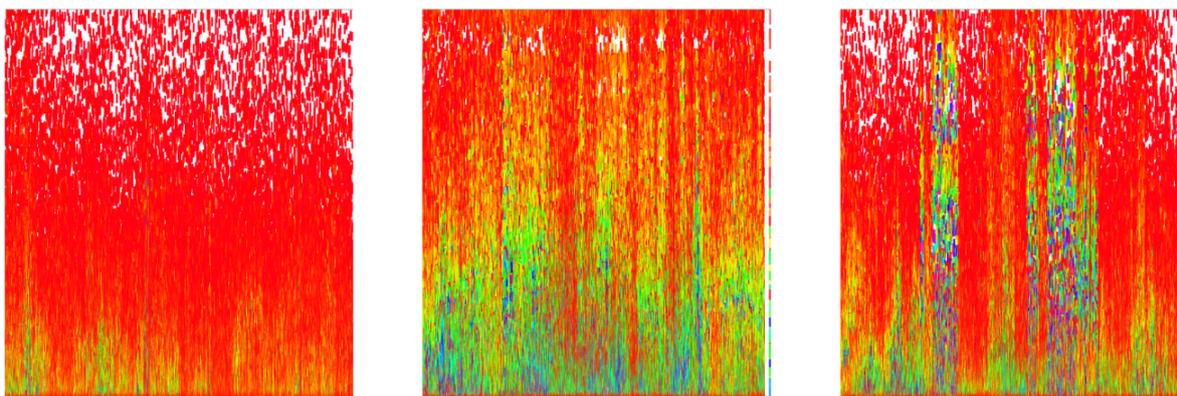


Рис. 1. Контроль результата работы функции предобработки отображений
[Figure 1. The controls result of the image preprocessing function]

На отображениях снизу вверх размещены элементы алфавитов по значениям их размерностей, слева направо приведена временная шкала, цветом отражены значения частоты появления элементов в алфавитах. Выбор ряда из 2880 векторов определен средне месячным периодом анализа наблюдений (4 файла * 24 часа * 30 суток) [24].

Отображение динамики характеристик ГАЭ в течении месяца позволяет оценить сезонную изменчивость состояния верхних слоев литосферы, достаточную для демонстрации работоспособности подхода, заложенного в представляемой методике.

Общее число подготовленных таким образом данных за период наблюдений с 2017 по 2021 годы составил 60 графиков (12 месяцев * 5 лет). Практика исследований показала, что внешнее представление полученных графиков выглядит как отображение со сложным цветным узором. Визуальный анализ полученного материала практически затруднителен в виду большого разнообразия трудно подающихся описанию цветных паттернов в поле отображениях. В обход трудностей зрительного анализа было принято собрать тензор данных для обработки отображений нейросетью. Путем интерполяции подготовленные отображения преобразуются в растровое представление в формате Portable Network Graphics (PNG), масштабируются до размеров 64x64 пикселя. Формат новых отображений выбирается исходя из подгонки их к доступным параметрам входного слоя используемой архитектуры нейронной сети. Размер получившегося массива отображений недостаточен для качественной обработки данных нейронной сетью (60 отображений). По этой причине использовался метод генерации предысказанных клонов отображений на базе существующих отображений. Варианты предысказаний отображений ограничены из-за вероятности потерять полезную информацию, которая привязана к масштабу и векторному построению исходных отображений. Использовались преобразования и трансформации, которые только смещали отображение по оси времени, а также производилась линейная корректировка яркости и контрастности, поскольку такие изменения допустимы. В этом состояла одна из особенностей обработки исходной базы отображений. Для каждого исходного подготовленного отображения была создана серия из 50 дубликатов отображений с предысказаниями, заложенными в генераторе аугментации. В результате выполненной предобработки итоговое число нового массива отображений составило 3000. Исходные 60 неискаженных отображений используются только на заключительном этапе распознавания отображений по классам.

Второй этап обработки данных направлен непосредственно на определение особенностей динамики характеристик сигналов ГАЭ путем выделение специфики паттернов полученных отображений, передаваемой изменениями палитры рисунка, и дальнейшем разбиении отображений на группы по степени сходства пространства признаков применением алгоритмов кластерного анализа.

Отображения относятся к образам так называемых «тепловых карт». Распознавание таких отображений имеет свои особенности, связанные с

отсутствием на них определенных объектов. Место объектов занимают градиенты цветности или уровней серого, которые несут основную информационную нагрузку. Для выполнения кластеризации было принято решение провести воспользоваться алгоритмом Ллойда — (метод К-средних), использующий минимум-дисперсионный подход. Для возможности сравнения распределений по кластерам принудительное разбиение осуществлялось от 2 до 6 кластеров. Результат выполнения кластеризации представлен в табл. 1.

Таблица 1

Результаты работы алгоритма кластеризации [The results of the clustering algorithm]

Заданное число кластеров	Полученное число элементов в кластерах					
2	929			2071		
3	808	907		1285		
4	800	863	523		814	
5	516	863	271	788	562	
6	861	336	561	436	538	268

Для оценки эффективности проведенного кластерного анализа использовался Коэффициент силуэта, позволяющий измерить компактность и разделение кластеров. Он дает оценку в диапазоне от -1 до 1, где более высокое значение указывает на лучшее качество кластера. Положительное значение указывает на то, что образцы хорошо соответствуют выделенным кластерам, а отрицательное значение предполагает, что они, возможно, были отнесены к неправильным кластерам. Показатели оценки кластеризации представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты оценки эффективности кластерного анализа [The results of evaluating the effectiveness of cluster analysis]

Число полученных кластеров	Значение Контурного коэффициента
2	0,722281
3	0,953454
4	0,859461
5	0,756904
6	0,745786

По результатам второго этапа выполняемой методики можно сделать вывод, что разделение на группы для всех вариантов числа заданных кластеров прошло успешно. При этом явно выделяется максимум показателя качества кластеризации для значения 3. Число элементов в указанном случае равномерно распределено по кластерам.

Следующий этап представляемой методики состоит в обучении нейронной сети на основании выделенных групп отображений по лучшему результату оценки качества кластеризации. Затем выполняется проверка результата обучения с использованием выборки 60 исходных неискаженных отображений на предмет качества классификации используемой нейронной сети. В качестве обучающей выборки данных был выбран результат кластеризации с 3 выделенными группами, файлам которых были присвоены соответствующие метки со значениями классов 0, 1, 2.

Для проведения эксперимента была разработана нейронная сеть с архитектурой типа ResNet. Для эффективной работы нейросети были проведены многочисленные эксперименты с изменением глобальных параметров, численностью сверточных слоев, числа остаточных связей, числа фильтров. Найденная оптимальная архитектура нейросети, на которой были получены лучшие результаты обучения и классификации представлена на рис. 2.

Layer (type)	Output Shape	Param #	Connected to
img (InputLayer)	(None, 64, 64, 3)	0	[]
conv2d_75 (Conv2D)	(None, 62, 62, 32)	896	['img[0][0]']
conv2d_76 (Conv2D)	(None, 60, 60, 32)	9248	['conv2d_75[0][0]']
max_pooling2d_12 (MaxPooling2D)	(None, 20, 20, 32)	0	['conv2d_76[0][0]']
conv2d_77 (Conv2D)	(None, 20, 20, 32)	9248	['max_pooling2d_12[0][0]']
conv2d_78 (Conv2D)	(None, 20, 20, 32)	9248	['conv2d_77[0][0]']
add_20 (Add)	(None, 20, 20, 32)	0	['conv2d_78[0][0]', 'max_pooling2d_12[0][0]']
conv2d_79 (Conv2D)	(None, 20, 20, 32)	9248	['add_20[0][0]']
conv2d_80 (Conv2D)	(None, 20, 20, 32)	9248	['conv2d_79[0][0]']
add_21 (Add)	(None, 20, 20, 32)	0	['conv2d_80[0][0]', 'add_20[0][0]']
conv2d_81 (Conv2D)	(None, 18, 18, 32)	9248	['add_21[0][0]']
global_average_pooling2d_12 (GlobalAveragePooling2D)	(None, 32)	0	['conv2d_81[0][0]']
dense_24 (Dense)	(None, 256)	8448	['global_average_pooling2d_12[0][0]']
dropout_12 (Dropout)	(None, 256)	0	['dense_24[0][0]']
dense_25 (Dense)	(None, 3)	771	['dropout_12[0][0]']

Рис. 2. Описание архитектуры нейросети
[Figure 2. Description of the neural network architecture]

Результаты

Результаты тестирования нейросети следующие: ошибка классификации на тестовой выборке составила 0,3426; точность классификации на тестовой выборке составила 0,9133. Для всех классов нейросеть показала уверенное распознавание отображений по классам обучения с малыми значениями ошибок классификации уже на 40 эпохе обучения. Нормированная матрица ошибок представлена на рис. 3.

Верные классы	0	0,89	0,07	0,04
	1	0,01	0,98	0,01
	2	0,1	0,03	0,87
		0	1	2
		Предсказанные классы		

Рис. 3. Матрица ошибок классификации
[Figure 3. Classification error matrix]

Нейросеть верно распознала 89% отображений в Классе 0, 98% отображений в Классе 1 и 87% отображений в Классе 2. Таким образом средняя точность распознавания составила 91 %. Графики обучения модели на рис. 4 и 5 показывают ровную тенденцию без всплесков переобучения.

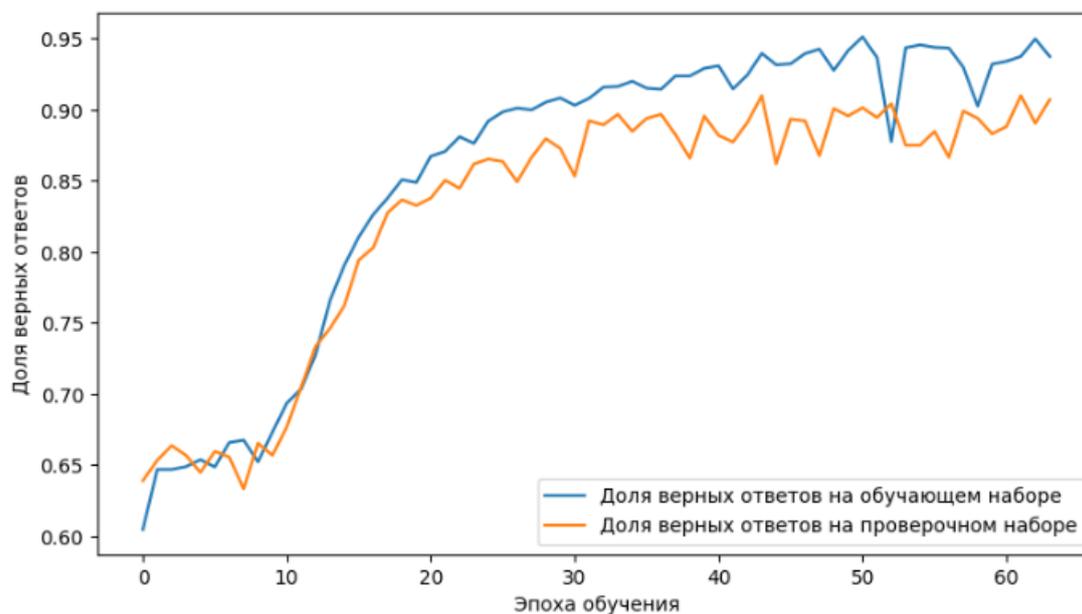


Рис. 4. Графики, показывающие долю верных ответов в процессе обучения модели на 64 эпохах

[Figure 4. Graphs showing the proportion of correct answers in the learning process of the model at 64 epochs]

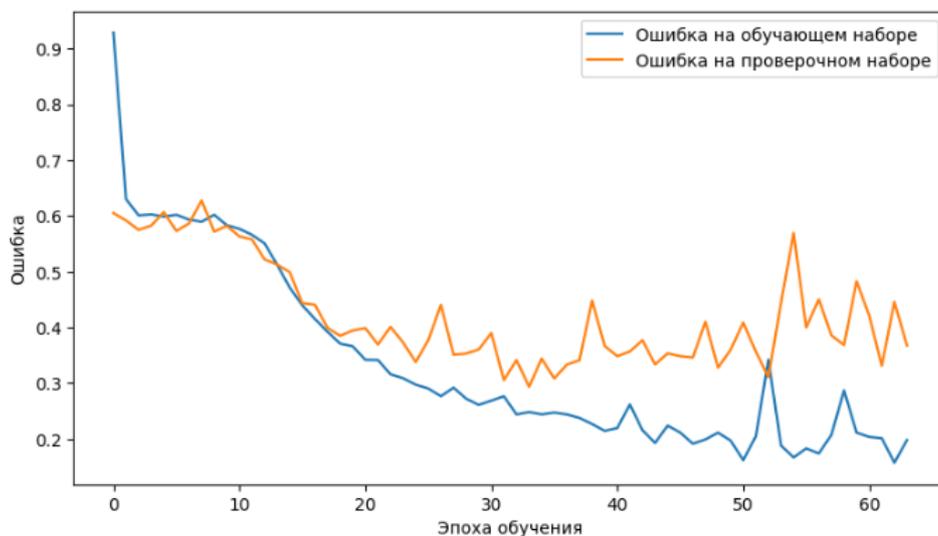


Рис. 5. Графики ошибки в процессе обучения модели на 64 эпохах
[Figure 5. Error graphs in the learning process of the model at 64 epochs]

Заключительный этап методики решает задачу сопоставления результатов классификации с измененным состоянием поверхностного слоя литосферы в районе измерений. Этот этап осуществляется визуальной оценкой особенностей отображений, которые в ходе выполнения методики были разделены на кластеры, а затем был собран классификатор состояний литосферы на основе нейросети.

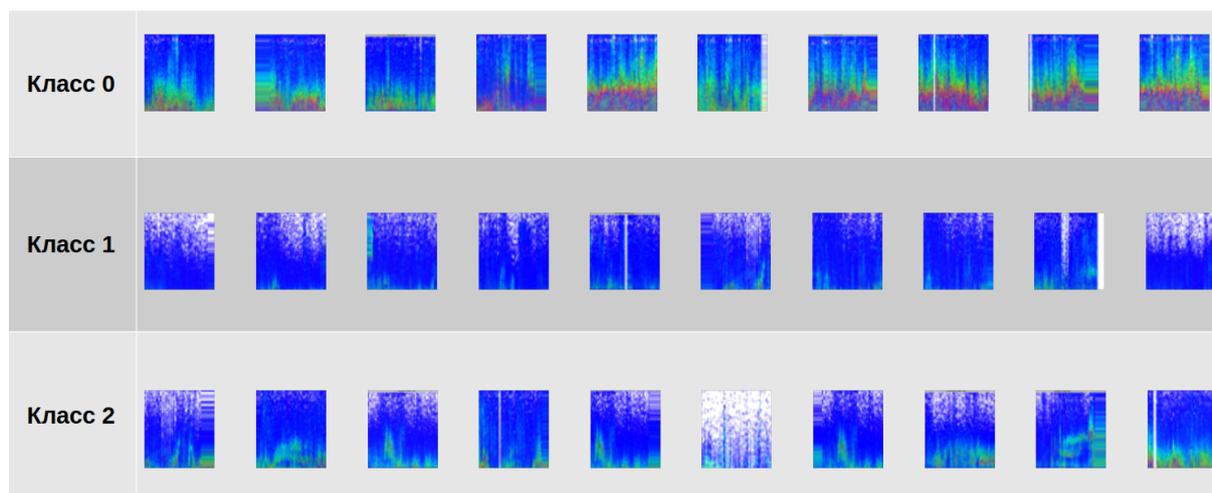


Рис. 6. Примеры отображений, принадлежащих определенным классам
[Figure 6. Examples of images belonging to different classes]

На рис. 6 представлены ряды по 10 экземпляров отображений, представляющих определенный класс. Можно видеть достаточно заметные отличия паттернов отображений для каждого из классов. Однако сделать убедительные выводы по состоянию поверхностного слоя литосферы на основании только наблюдаемой динамики характеристик сигнала ГАЭ по паттернам отображений и времени проявления паттернов оказалось недостаточно. Здесь в явном виде помимо

нелинейности самих сейсмических явлений, формирующих специфические паттерны на отображениях, значительно влияют погодные и сезонные природные влияния в виде осадков, температурных градиентов и перепадов атмосферного давления, которые были ранее зафиксированы в наших исследованиях (например, [24]).

Заключение

Проведенное исследование показало, что разработанная методика позволяет выйти на новый уровень оценки динамики характеристик сигналов ГАЭ, представленных в виде отображений. Анализ отображений с использованием алгоритмов кластеризации и классификации, построенных на базе нейронных сетей, дает возможность уверенно обнаружить общие и отличительные черты и закономерности, скрытые в импульсном потоке сигналов ГАЭ, несмотря на то, что исходные обрабатываемые отображения не имеют строго обозначенных контурных очертаний, а это в значительной степени затрудняет формирование пространства отличительных признаков, на основании которых формируются кластеры. К сожалению малое число исходных отображений не позволяет провести достаточно глубокий анализ, как с позиции применяемых методов предобработки данных, на основе использования нейросетевого подхода, так и с позиции применения различных методов кластеризации. Однако разработанная методика, и разработанные в ходе ее реализации компьютерные программы, позволяют проводить дальнейшие эксперименты в автоматическом режиме на всех этапах от формирования датасета и до вывода результатов распознавания и классификации. Разработанный классификатор на базе архитектуры ResNet успешно справляется с поставленной технической целью и обеспечивает перспективу развития архитектуры в сторону ее адаптации для решения задачи поиска признаков изменчивости состояния приповерхностного слоя литосферы.

Аббревиатуры

ГАЭ Геоакустическая эмиссия

Список литературы

1. Богомолов Л. М., Сычева Н. А. Прогноз землетрясений в XXI веке: предыстория и концепции, *Геосистемы переходных зон*, 2022. Т. 6, № 3, С. 145-181 DOI: 10.30730/gtrz.2022.6.3.145-164.164-182.
2. Родкин М. В., Липеровская Е. В. Проблемы и новый подход к прогнозу сильных землетрясений / *Проблемы комплексного геофизического мониторинга сейсмоактивных регионов*, Девятая Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием, 24-30 сентября 2023 г. Тезисы докладов.. Петропавловск-Камчатский, Камчатский филиал ФИЦ ЕГС РАН, 2023, С. 24.
3. Шебалин П. Н., Гвишиани А. Д., Дзедобоев Б. А., Скоркина А. А. Почему необходимы новые подходы к оценке сейсмической опасности?, *Доклады Российской академии наук. Науки о Земле*, 2022. Т. 507, № 1, С. 91-97 DOI: 10.31857/S2686739722601466.

4. Хайретдинов М.С., Ковалевский В.В., Воскобойникова Г.М., Седухина Г.Ф., Якименко А.А. Сейсмоакустические волны сейсмодвигателей в системе литосфера–атмосфера, *Вестник НЯЦ РК*, 2018. Т. 2, С. 44-48.
5. Сливак А.А., Рыбнов Ю.С. Акустические эффекты сильных землетрясений, *Физика Земли*, 2021, С. 41-50 DOI: 10.31857/S0002333721010099.
6. Муратов П.В., Руленко О.П., Марапулец Ю.В., Солодчук А.А. Электрический и акустический отклик приповерхностных осадочных пород на прохождение сейсмических волн от землетрясений, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2018. №5(25), С. 62-73 DOI: 10.18454/2079-6641-2018-25-5-62-73.
7. Гапеев М.И., Марапулец Ю.В. Моделирование зон относительных сдвиговых деформаций перед сильными землетрясениями на Камчатке, произошедшими в период 2018-2021 гг, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2021. Т. 37, №4, С. 53-66 DOI: 10.26117/2079-6641-2021-37-4-53-66.
8. Соломин С.В. *Физика земли*, Учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности 011200 – геофизика., Т. 2 (Сейсмология). Саратов: Из-во «Научная книга», 2008. 42 с.
9. Самсонов В.В. и др. *Нелинейная динамика Земли: сферы и структуры самоорганизации*, монография: под ред. В. В. Самсонова. Саратов: Совместный учеб.-науч. центр ин-та аграрных проблем РАН и Саратовского гос. ун-та им. Н. Г. Чернышевского "Социальная география и региональный анализ", 2005. 217 с.
10. Мазуров Б.Т. *Математическое моделирование при исследовании геодинамики*, монография: Новосибирск: Агентство «Сибпринт», 2019. 360 с.
11. Сычев В.Н., Богомолов Л.М. Потенциал методов нелинейной динамики для анализа геофизических рядов и сейсмичности / *Труды конференции Солнечно-земные связи и физика предвестников землетрясений VI международная конференция 9-13 сентября 2013 г.*, Тезисы докладов. Паратунка, Камчатский край, Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 2013.
12. Марапулец Ю.В., Сенкевич Ю.И., Луковенкова О.О., Солодчук А.А., Ларионов И.А., Мищенко М.А., Малкин Е.И., Щербина А.О., Гапеев М.И. *Комплексный анализ акустических и электромагнитных сигналов для оценки уровня сейсмической опасности*. Владивосток: Дальнаука, 2020. 120 с.
13. Сенкевич Ю.И. и др. Методика выделения информативных признаков в сигналах геоакустической эмиссии, *Труды СПИИРАН*, 2019. Т. 18, №5, С. 1066-1092 DOI: 10.15622/sp.2019.18.5.1066-1092.
14. Сенкевич Ю.И., Мищенко М.А., Солодчук А.А., Луковенкова О.О., Гапеев М.И. Стохастическое моделирование сигнала геоакустической эмиссии, *Цифровая обработка сигналов*, 2023. №1, С. 27-34.
15. Игнатьев Ю.Г. *Математические модели теоретической физики с примерами решения задач в СКМ Maple.*, Издание второе, исправленное и дополненное. Казань: Казанский университет, 2023. 248 с.
16. Кузнецов А.П. *Динамические системы и бифуркации*. Саратов: Издательский центр «Наука», 2015. 168 с.
17. Малевич Н.Е. *Нелинейная динамика*, учеб. пособие. Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм ун-та, 2007. 160 с.
18. Сенкевич Ю.И., Мищенко М.А. Методика оценки состояния приповерхностных осадочных пород по результатам наблюдений динамических характеристик геоакустической эмиссии, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. Т. 45, №4, С. 109-121 DOI: 10.26117/2079-6641-2023-45-4-109-121.
19. Сенкевич Ю.И., Марапулец Ю.В., Луковенкова О.О., Солодчук А.А. Методика выделения информативных признаков в сигналах геоакустической эмиссии, *Труды СПИИРАН*. №18(5), С. 1066-1092 DOI: 10.15622/sp.2019.18.5.1066-1092.
20. Сенкевич Ю.И., Луковенкова О.О., Солодчук А.А. Методика формирования Реестра геофизических сигналов на примере сигналов геоакустической эмиссии, *Геосистемы переходных зон*, 2018. Т. 2, №4, С. 409-418 DOI: 10.30730/2541-8912.2018.2.4.409-418.
21. Сенкевич Ю.И. и др. *Способ обнаружения комплексного предвестника землетрясений*, пат. № 2758582. Рос. Федерация G01V 11/00, G01V 1/00, G01V 3/12. ФГБУН ИКИР ДВО РАН. № 2020138668; 26.11.2020, Бюл. № 31.

22. Мищенко М. А., Ларионов И. А., Щербина А. О. *База данных «Реестр сейсмоакустических сигналов по наблюдениям в долине реки Карымшина, св-во о регистрации баз данных 2023620001: ФГБУН ИКИР ДВО РАН от 09.01.2023.*
23. Senkevich Yu.I. Search for Hidden Patterns in Acoustic and Electromagnetic Pulse Signals, *IEEE*, 2020 DOI: 10.1109/SCM50615.2020.9198754.
24. Марапулец Ю. В., Солдчук А. А. Суточный ход температуры как причина возникновения периодической вариации высокочастотной геоакустической эмиссии, *Метеорология и гидрология*, 2016. Т. 4, С. 37-44.

Информация об авторе



Сенкевич Юрий Игоревич ✉ – доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Лаборатории акустических исследований, Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Паратунка, Россия,  ORCID 0000-0003-0875-6112.

References

- [1] Bogomolov L. M., Sycheva N. A. Prognoz zemletryaseny v XXI veke: predystoriya i kontseptsii. *Geosistemy perekhodnykh zon*, 2022, no. 6(3) pp. 145-182 DOI: 10.30730/gtr.2022.6.3.145-164.164-182 (In Russian).
- [2] Rodkin M. V., Liperovskaya E. V. Problemy i novyy podkhod k prognozu sil'nykh zemletryaseny. *Problemy kompleksnogo geofizicheskogo monitoringa seysmoaktivnykh regionov. Devyataya Vserossiyskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya s mezhdunarodnym uchastiem*. 24 – 30 September 2023. g. Tezisy dokladov. Petropavlovsk-Kamchatskiy: Kamchatskiy filial FITs EGS RAN, 2023. 24 p. (In Russian).
- [3] Shebalin P. N., Gvishiani A. D., Dzeboev B. A., Skorkina A. A. Why are new approaches to seismic hazard assessment required? *Doklady Rossiyskoy akademii nauk. Nauki o Zemle*, 2022. vol. 507, no 1, pp. 91-97. DOI: 10.31857/S2686739722601466. (In Russian).
- [4] Khayretdinov M. S., et al. Seismic-acoustic waves of seismic vibrators in the lithosphere-atmosphere system. *Vestnik NYaTs RK*, 2018. vol. 2, pp. 44-48. (In Russian).
- [5] Spivak A. A., Rybnov Y. S. Acoustic effects of strong earthquakes. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2021. vol. 57. pp. 37-45.
- [6] Muratov P. V., Rulenko O. P., Marapulets Yu. V., Solodchuk A. A. Elektricheskiy i akusticheskiy otklik pripoverkhnostnykh osadochnykh porod na prokhozhdenie seysmicheskikh voln ot zemletryaseny. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*, 2018. no. 5(25), pp. 62-73, DOI: 10.18454/2079-6641-2018-25-5-62-73 (In Russian).
- [7] Gapeev M. I., Marapulets Yu. V. Modelirovanie zon otnositel'nykh sdvigovykh deformatsiy pered sil'nymi zemletryasenyami na Kamchatke, proizoshedshimi v period 2018-2021 gg. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*, 2021. vol. 37, no. 4, pp. 53-66, DOI: 10.26117/2079-6641-2021-37-4-53-66 (In Russian).
- [8] Solomin S. V. *Fizika zemli, Uchebnoe posobie dlya studentov, obuchayushchikhsyapo spetsial'nosti 011200 – geofizika.*, vol. 2 (Seysmologiya). Saratov: Iz-vo «Nauchnaya kniga», 2008. 42 p. (In Russian).
- [9] Samsonov V. B., et al. *Nelineynaya dinamika Zemli: sfery i struktury samoorganizatsii, monografiya: pod red. V. B. Samsonova*. Saratov: Sovmestnyy ucheb.-nauch. tsentr in-ta agrarnykh problem RAN i Saratovskogo gos. un-ta im. N. G. Chernyshevskogo "Sotsial'naya geografiya i regional'nyy analiz 2005. 217 p. (In Russian).
- [10] Mazurov B. T. *Matematicheskoe modelirovanie pri issledovanii geodinamiki [Mathematical modeling in the study of geodynamics]*. Novosibirsk: Agentstvo «Sibprint», 2019. 360 p. (In Russian).
- [11] Sychev V. N., Bogomolov L. M. Potentsial metodov nelineynoy dinamiki dlya analiza geofizicheskikh ryadov i seysmichnosti. *Trudy konferentsii Solnechno-zemnye svyazi i fizika predvestnikov zemletryaseny VI mezhdunarodnaya konferentsiya 9-13 September 2013*. 2013. (In Russian).
- [12] Marapulets Yu. V., et al. *Kompleksnyy analiz akusticheskikh i elektromagnitnykh signalov dlya otsenki urovnya seysmicheskoy opasnosti [Comprehensive analysis of acoustic and electromagnetic signals for assessing the level of seismic hazard]*. Vladivostok: Dal'nauka. 2020. 120 p. (In Russian).
- [13] Senkevich Yu. I., et al. Technique of informative features selection in geoacoustic emission signals. *SPIIRAS Proceedings*, 2019. vol. 18, no. 5, pp. 1066–1092 DOI: 10.15622/sp.2019.18.5.1066-1092. (In Russian).
- [14] Senkevich Yu. I. Stochastic modeling of geoacoustic emission pulse signal. *Digital signal processing*. 2023. no. 1. pp. 27-34. (In Russian).

- [15] Ignat'ev Yu.G. Matematicheskie modeli teoreticheskoy fiziki s primerami resheniya zadach v SKM Maple [Mathematical models of theoretical physics with examples of solving problems in SCM Maple]. Izdanie vtoroe, ispravlennoe i dopolnennoe. Kazan': Kazanskiy universitet, 2023. 248 p. (In Russian).
- [16] Kuznetsov A.P. Dinamicheskie sistemy i bifurkatsii [Dynamic systems and bifurcations]. Saratov: Izdatel'skiy tsentr «Nauka», 2015. 168 p. (In Russian).
- [17] Malevich N.E. Malevich N., E. Nonlinear dynamics [Nonlinear dynamics]. Samara: SamGAU, 2007. 160 p. (In Russian).
- [18] Senkevich Yu. I., Mishchenko M. A. Metodika otsenki sostoyaniya pripoverkhnostnykh osadochnykh porod po rezul'tatam nablyudeniya dinamicheskikh kharakteristik geoakusticheskoy emissii. Vestnik KRAUNTs. Fiz.-mat. nauki. 2023. vol. 45, no. 4, pp. 109-121, DOI: 10.26117/2079-6641-2023-45-4-109-121 (In Russian).
- [19] Senkevich, Yu.I., Marapulets, Yu.V., Lukovenkova, O.O., Solodchuk, A.A. Metodika vydeleniya informativnykh priznakov v signalakh geoakusticheskoy emissii. Trudy SPIIRAN. no. 18(5), pp. 1066-1092 DOI: 10.15622/sp.2019.18.5.1066-1092 (In Russian).
- [20] Senkevich Yu.I., Lukovenkova O.O., Solodchuk A.A. Metodika formirovaniya Reestra geofizicheskikh signalov na primere signalov geoakusticheskoy emissii. Geosistemy perekhodnykh zon. vol. 2. no. 4, pp. 409-418 DOI: 10.30730/2541-8912.2018.2.4.409-418 (In Russian).
- [21] Senkevich Yu.I., Marapulets Yu.V., Lukovenkova O.O., Solodchuk A.A., Mishchenko M.A., Malkin E.I., Gapeev M.I. Sposob obnaruzheniya kompleksnogo predvestnika zemletryaseniy, patent 2758582, Ros.Federatsiya G01V 11/00, G01V 1/00, G01V 3/12 (FGBUN IKIR DVO RAN. № 2020138668; 26.11.2020, Byul. № 31. 9 s.) (In Russian).
- [22] Mishchenko M.A., Larionov I.A., Shcherbina A.O. Baza dannykh «Reestr seysmoakusticheskikh signalov po nablyudeniya v doline reki Karymshina, FGBUN IKIR DVO RAN ot 09.01.2023, registration certificate Data Base 2023620001. (In Russian).
- [23] Senkevich Yu.I. Search for Hidden Patterns in Acoustic and Electromagnetic Pulse Signals, 2020 XXIII International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM). IEEE, 2020, 2020 DOI: 10.1109/SCM50615.2020.9198754 (In Russian).
- [24] Marapulets Yu.V., Solodchuk A.A. Sutochnyy khod temperatury kak prichina vozniknoveniyaperiodicheskoy variatsii vysokochastotnoy geoakusticheskoy emissii. Meteorologiya i gidrologiya. 2016. vol. 4, pp. 37-44. (In Russian).

Information about the author



Senkevich Yury Igorevich ✉ – D. Sci. (Tech),
 Docent, Leading Researcher, Laboratory of Acoustic
 Research, Institute of Cosmophysical and Radio
 Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Russia,
 ORCID 0000-0003-0875-6112.



Обработка и подготовка данных наблюдений в интересах выделения особенностей динамики характеристик геоакустической эмиссии

*Ю. И. Сенкевич**

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
684034, Камчатский край, Елизовский район, с. Паратунка, ул. Мира, 7, Россия

Аннотация. Деформация литосферного слоя под действием сейсмических процессов изменяет характеристики геоакустической эмиссии. Изучение особенностей динамики геоакустической эмиссии направлено на поиск признаков предсейсмических событий. Существует проблема качественной обработки сигналов геоакустической эмиссии и классификации получаемых результатов. Исследование направлено на поиск лучшей комбинации средств предобработки и кластеризации импульсного потока геоакустической эмиссии для выделения особенностей изменчивости характеристик такого сигнала. Обрабатываемые сигналы получены в ходе многолетних измерений в поверхностных слоях литосферы сейсмоактивного района Камчатского полуострова. Для выявления особенностей изменчивости характеристик сигналов геоакустической эмиссии осуществляется их структурно-лингвистическое преобразование в трехмерные отображения. Отображения обрабатываются, сравниваются и кластеризуются с применением сверточных нейронных сетей различной архитектуры. Лучший результат оценивается по трем подобранным критериям качества. Разработана методика поиска лучшего результата предобработки и кластеризации отображений. Представлен анализ результатов экспериментов.

Ключевые слова: обработка сигналов, распознавание образов, кластерный анализ, геоакустическая эмиссия, динамика характеристик сигнала, нейронные сети

Получение: 05.07.2024; Исправление: 06.08.2024; Принятие: 22.08.2024; Публикация онлайн: 25.08.2024

Для цитирования. Сенкевич Ю. И. Обработка и подготовка данных наблюдений в интересах выделения особенностей динамики характеристик геоакустической эмиссии // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 47. № 2. С. 75-94. EDN: ETVXVH. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-75-94>.

Финансирование. Работа выполнена за счет Государственного задания институте космофизических исследований и распространения радиоволн Дальневосточного отделения РАН (рег. № темы 124012300245-2).

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:**  E-mail: senkevich@ikir.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License



© Сенкевич Ю. И., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)



Processing and preparation of observation data in the interests of highlighting the features of the dynamics of the characteristics of geoacoustic emission

*Y. I. Senkevich**

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS,
684034, v. Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

Abstract. The lithospheric layer deformation under the action of seismic processes affects the characteristics of geoacoustic emission. The study of the geoacoustic emission dynamics is aimed at finding signs of pre-seismic events. There is a problem obtained for the high-quality processing of geoacoustic emission signals and the results classification. The study is aimed at finding the best combination of pre-processing and clustering tools for the pulse flow of geoacoustic emission to identify the features of the characteristics dynamics of such a signal. The processed signals were obtained during long-term measurements in the surface lithosphere layers of the seismically active region of the Kamchatka Peninsula. To identify the variability features of geoacoustic emission signals characteristics they are converted by sructurno-linguistic into a three-dimensional image. The images are processed, compared and clustered using convolutional neural networks of various architectures. The best result is assessed by three selected quality criteria. A technique has been developed for finding the best preprocessing and clustering result. The experimental result analisys are presented.

Key words: signal processing, pattern recognition, cluster analysis, geoacoustic emission, signal characteristics dynamics display, neural networks

Received: 05.07.2024; Revised: 06.08.2024; Accepted: 22.08.2024; First online: 25.08.2024

For citation. Senkevich Y. I. Processing and preparation of observation data in the interests of highlighting the features of the dynamics of the characteristics of geoacoustic emission. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 75-94. EDN: ETBXVH. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-75-94>.

Funding. The work was supported by the Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FAB RAS State Task (subject registration No. 124012300245-2).

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. The author participated in the writing of the article and is fully responsible for submitting the final version of the article to the press.

*Correspondence:  E-mail: senkevich@ikir.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Senkevich Y. I., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

Одной из целей научных изысканий, проводимых лабораторией акустических исследований Института космофизических исследований и распространения радиоволн дальневосточного отделения Российской академии наук, состоит в поиске признаков предсейсмических событий [1, 2]. Изучается изменение физического состояния участка приповерхностного слоя литосферы Земли под действием локальных сейсмических явлений. Акцент исследования направлен на изучение связи физического состояния среды с характеристиками порождаемого ею сигнала геоакустической эмиссии (ГАЭ). В этой связи обработка сигналов ГАЭ приобретает ключевое значение в получении значимой информации для проведения исследований. Задача предобработки сигналов ГАЭ состоит в выделении групп фрагментов сигнала, которые имеют близкие между собой характеристики. Для выполнения такого поиска выполняется структурно-лингвистическое преобразование сигнала в трехмерное отображение [3]. Такие отображения отражают динамику характеристик сигнала на заданном временном масштабе времени. После выполнения преобразования задача дальнейшей предобработки сводится к сравнительному анализу полученных отображений и составлению групп по степени их сходства - кластерный анализ. Значимость, достоверность и полнота результата зависят от выполнения условий сочетаемости средств подготовки данных отображений со средствами выделения в группы по выбранным критериям сходства отображений. По этой причине успешное приближения к цели исследования прямо зависит от успешного решения задачи выбора алгоритма предобработки и алгоритма кластеризации отображений. Проведенные эксперименты показывают, что решение задачи выбора названных инструментов исследования требует отдельного подхода.

Постановка задачи исследования

Задача выделения аномалий сигнала ГАЭ более полно формулируется, как вычисление многообразия амплитудно-фазовых характеристик в импульсов потоке и формирование базового алфавита шаблонов типовых структур импульсов [4, 5]. Весь анализируемый сигнал разбивается на равные фрагменты, для которых вычисляются алфавиты и выстраиваются их распределения. Каждое полученное распределение элементов алфавита выкладывается на двумерную сетку, где по одной оси вносятся элементы алфавита по их размерности, а по другой — выстраиваются алфавиты, полученные на последовательно нарезанных фрагментах сигнала. В итоге формируется трехмерное изображение изменчивости состава алфавитов во времени, где третья ось представлена значениями частоты встречаемости элементов алфавита каждого фрагмента сигнала [6, 7]. Такое преобразование названо структурно-лингвистическим [21]. Сформированное отображение позволяет наблюдать динамику характеристики сигнала ГАЭ от одного временного фрагмента к другому. Анализируя динамику

характеристик на разных масштабах наблюдения сигнала ГАЭ, выделяются характерные отображения, которые указывают на возникающие аномалии изменения характеристик сигнала на фоне слабых отклонений на других временных интервалах. Визуально или технически можно найти аномалии, которые по своему характерному рисунку (паттерну), можно назвать близкими по контурам. Результат выполненного преобразования есть представление динамики выбранного параметра сигнала ГАЭ или - отображение. Как показала практика многочисленных экспериментов, проводимых в Лаборатории акустических исследований ИКИР ДВО РАН, значительные трудности составляет поиск методов определения степени сходства отображений. Опираясь на достоинства искусственного интеллекта с применением нейронных сетей (НС), которые доказали высокую эффективность их внедрения в практику цифровой обработки сигналов и распознавания образов, было принято решение использовать их возможности для формирования кластеров отображений. Эксперименты по применению нейронных сетей для анализа отображений показали серьезную зависимость результата сравнения отображений от настройки входных параметров в цепи согласованных алгоритмов предобработки и кластеризации сигналов ГАЭ. Таким образом, в настоящем исследовании выделение особенностей динамики характеристик геоакустической эмиссии сводятся к задаче поиска лучшей в комбинации последовательного применяемых алгоритмов предобработки данных с алгоритмами кластеризации, а также правильному выбору критериев оценки результатов проделанной обработки сигнала ГАЭ.

Подготовка базы данных экспериментов

В настоящее время в Лаборатории акустических исследований накоплена архивная база измерений ГАЭ, полученных на Камчатке в рамках государственного задания ФГБУ Институт космофизических исследований и распространения радиоволн Дальневосточного отделения наук РФ: Государственное задание по теме (2021–2023 гг.) "Физические процессы в системе ближнего космоса и геосфер при солнечных и литосферных воздействиях регистрационный номер АААА-А21-121011290003-0. Исходные данные являются отображениями, сформированными в результате выполнения авторской программы структурно-лингвистической обработки и представления сигналов ГАЭ [8, 9]. Для работы с выбранным стандартом нейросети, был подготовлен датасет, представляющий растровые совокупности изображений в формате Portable Network Graphics (PNG). Датасет составлен из отображений, представляющих результаты измерений сигналов с 2017 по 2021 гг. Каждое отображение отражает динамику за 1 месяц. Общее число исходных данных — 12 месяцев * 5 лет = 60. Исходные отображения аппроксимируются до цветных картин размеров 64x64x3. В результате аугментации число отображений было доведено до 3000.

На рис. 1 выведен пример 15 случайно выбранных отображений из подготовленной серии отображений за период с 2017 по 2021 годы. В имени файла зашифрована дата - <год><месяц> отображения.

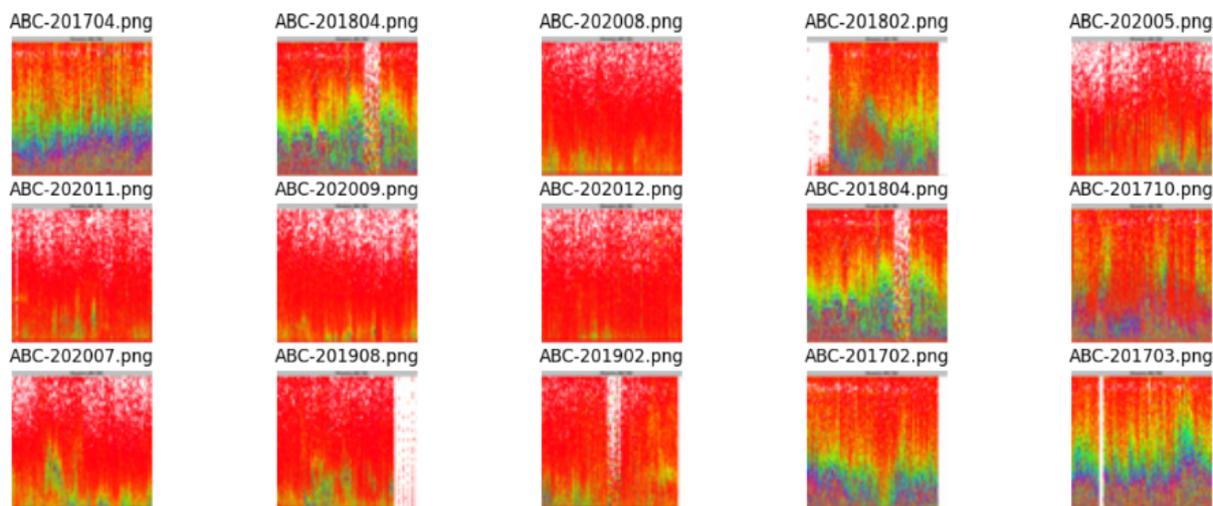


Рис. 1. Примеры отображений динамики характеристик геоакустической эмиссии
 [Figure 1. Examples displays of the geoaoustic emission characteristics dynamics]

Выбор алгоритмов предобработки данных и алгоритмов кластеризации

Специфика полученных отображений состоит в отражении динамики характеристик сигнала, передаваемой изменениями палитры рисунка, что ассоциируется с представлениями о 'тепловых 3D картинах', где отсутствуют явно очерченные образы. Место объектов на картинах занимают градиенты цветности или уровней серого, которые несут основную информационную нагрузку. Этот факт стал еще одним аргументом в пользу принятия решения автором о поведении экспериментов с различными методами кластеризации, отличающихся по своей математической сущности (метрики) деления признакового пространства. Эксперименты с различными описаниями характеристиками сигналов и данных, направляемых на кластеризацию показывают, что результат распределения этих структур в фазовом пространстве, далеко не всегда соответствует представлениям экспериментатора об их правильном размещении. Как будет показано далее, результат кластеризации, имеющий лучший показатель оценки качества по заданному математическому критерию, оказывается парадоксальным с позиции субъективной оценки качества сформированных кластеров [10]. По этой причине было использовано четыре варианта алгоритмов кластеризации, реализующих различный подход к группированию свойств объектов. В пакет обработки попали следующие методы библиотеки Keros [11]:

- 'KMeans' (алгоритмом Ллойда) - метод K- средних использует алгоритм выбора центроидов, которые минимизируют инерцию или критерий суммы квадратов внутри кластера (минимум-дисперсионный подход);

- 'AgglomerativeClustering' (Агломеративная (иерархическая) кластеризация) - тип иерархической кластеризации, используемый для группировки объектов в кластеры на основе их сходства - минимизации евклидовой метрики;

- 'Birch' (алгоритма Берча) - протокол сбалансированных итераций и кластеризация с использованием иерархического метода;

- 'GaussianMixture' (модель гауссовой смеси, GMM) - GMM использует подход суждения о том, что вероятность, которая определяет окончательную категорию атрибуции, вычисляется через вероятность принадлежности к определённой категории. В качестве метрики близости объектов принимается вероятностная мера в отличие от предшествующих, где мера по умолчанию принята евклидовой.

Данные методы в программе запускаются с параметрами по очереди, с фиксированными глобальными параметрами используемых нейронных сетей. Это ограничение заметно сужает диапазон возможностей методики экспериментов. В данном случае важно было показать, как меняется результат в различных сочетаниях используемых алгоритмов предобработки и кластеризации. Многолетний опыт автора и опыт коллег РАН в этой области, [например, [12, 13]] по применению кластеризации указывает, что одним из фундаментальных положений в успехе распознавания групп объектов по их признакам является правильный выбор средств целевой обработки данных, предшествующих непосредственно процессу кластеризации, которые эти самые признаки выделяют. Выбор таких средств целевой предобработки является отдельной задачей и в большинстве случаев носит интуитивный характер, основанный на опыте работы с конкретными данными. Поэтому, применение различных методов предобработки отображений можно рассматривать как попытку найти (подобрать) оптимальный способ выделить характерные детали, с которыми далее будет работать метод кластеризации. Выделение таких деталей на практике задача неоднозначная в своей постановке. Трудно предсказать, какие детали отображения могут оказаться информационно значимыми. В конечном счете, эти аргументы и привели к необходимости проведения серии экспериментов с различными сочетаниями алгоритмов предобработки и кластеризации. Для экспериментов были выбраны следующие алгоритмы предобработки, которые широко используются в цифровой обработке сигналов:

- без применения НС - базовый вариант для понимания влияния препроцессинга на результат последующей кластеризации.

- с применением алгоритма, реализующего Метод главных компонент (РСА) [14] для концентрации информации. Задача алгоритма - снижение размерности в данных. Алгоритм широко используется в современных методах ИИ в качестве инструмента обучения без учителя.

- с применением НС VGG16 [15] для концентрации информации - сверточная НС. Задача алгоритма - выделение общих признаков распознавании отображений.

Использовался аппарат НС в той части, где она концентрирует признаковое пространство до подачи на первый полносвязный слой. Таким образом удалось полноценно использовать возможности предобработки отображений этим инструментом.

- с применением НС Автоэнкодер [16] для концентрации информации. Задача алгоритма - отсеять малоинформативные признаки, помехи, выбросы в данных. Алгоритм успешно используется в препроцессинге акустических и электрических сигналов, обучаются на неразмеченных данных с целью выявления внутреннего представления и эффективного кодирования информации

Выбор метрик оценки качества кластеризации

Для понимания получаемых результатов и возможности их корректного объективного сравнения необходимо было выбрать метрики оценки качества и достоверности алгоритмов кластеризации, которые наиболее подходили бы для работы с конкретным набором данных. Практика многочисленных исследований с применением кластеризации доказывает, что выбор определенной метрики зависит от конкретной задачи и особенностей данных. В некоторых случаях может оказаться эффективным использование метрик, основанных на измерении расстояний до центроидов или плоскостей, а также метрик, учитывающих структуру данных [17]. Таким образом, задача выбора и оптимизации метрик расстояний является открытой и активно исследуется в научных исследованиях. В данном исследовании использование различных метрик оценки качества выбранных методов предобработки и кластеризации позволило лучшим образом настраивать глобальные параметры рабочих алгоритмов НС. Для проведения экспериментов были выбраны следующие метрики оценки:

- Коэффициент силуэта [18] - позволяет измерить компактность и разделение кластеров. Он дает оценку в диапазоне от -1 до 1, где более высокое значение указывает на лучшее качество кластера. Положительное значение указывает на то, что образцы хорошо соответствуют соответствующим кластерам, а отрицательное значение предполагает, что они, возможно, были отнесены к неправильным кластерам.

- Индекс Калинского-Харабаша [19] - рассчитывает отношение дисперсии между кластерами к дисперсии внутри кластера. Более высокий индекс подразумевает плотные и хорошо разделенные кластеры.

- Индекс Данна [20] - оценивает компактность и разделение кластеров. Это отношение минимального межкластерного расстояния к максимальному внутрикластерному расстоянию. Более высокое значение указывает на лучшую кластеризацию.

Методика проведения экспериментов по комбинированию методов препроцессинга данных с методами кластеризации картин

В ходе экспериментов выполнялась программа циклической смены комбинаций методов препроцессинга и кластеризации, включая расчеты для заданной последовательности кластеров согласно Таблице 1.

Таблица 1

Программа выполнения циклической смены комбинаций методов препроцессинга и кластеризации [Program for performing cyclic change of combinations of preprocessing and clustering methods]

№	Метод предобработки изображений	Метод кластеризации изображений
1.1	Без использования нейросетевых методов (Без НС)	KMeans
1.2		AgglomerativeClustering
1.3		Birch
1.4		GaussianMixture
2.1	Метода главных компонент (PCA)	KMeans
2.2		AgglomerativeClustering
2.3		Birch
2.4		GaussianMixture
3.1	Сверточная НС vgg16	KMeans
3.2		AgglomerativeClustering
3.3		Birch
3.4		GaussianMixture
4.1	Сверточная НС Автоэнкодер	KMeans
4.2		AgglomerativeClustering
4.3		Birch
4.4		GaussianMixture

Эксперименты проводились сериями, каждая из которых объединяет результаты применения одного из алгоритмов предобработки отображений поочередно с четырьмя из алгоритмов, реализующих метод кластеризации. Результаты каждой серии экспериментов для каждой из четырех комбинации с определенным методом предобработки изображений представлены ниже двумя блоками графиков. Первый блок графиков составлен из отражений полученных групп характеристик отображений в нормированной фазовой плоскости. Такое представление позволяет наглядно продемонстрировать компоновку

анализируемых картин в созданных кластерах. Слева-направо по рядам схемы представлены результаты конкретного метода кластеризации с числом кластеров 2,3,4,5 и 6 соответственно. Сверху вниз по строкам схемы представлены применяемые методы кластеризации в соответствии порядку их написания в табл. 1. Серым цветом выделены результаты, для которых предобработка данных или кластеризация не могли быть выполнены корректно. Второй блок графиков каждой серии экспериментов представляет сводную схему графиков изменений показателей качества выполненного анализа в зависимости от числа задаваемых кластеров в функциях кластерного анализа. Слева направо по рядам схемы представлены используемые методы кластерного анализа согласно последовательности их написания в табл. 1. Сверху вниз по строкам схемы представлены результаты оценки качества анализа для каждого из показателей качества в последовательности: Коэффициент силуэта, Индекс Калинского-Харабаша и Индекс Данна, соответственно.

Результаты проведения экспериментов

Результаты обработки и кластеризации первой серии экспериментов представлены на рис. 2 и 3.

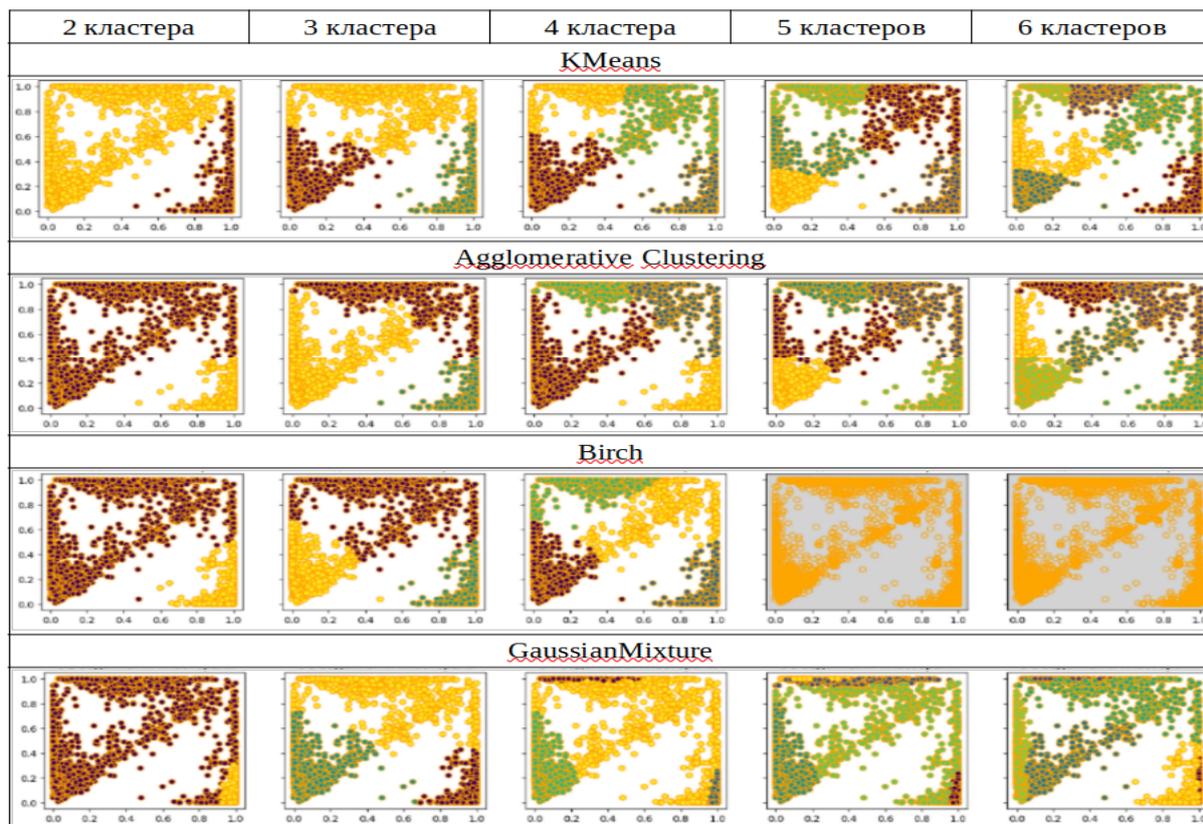


Рис. 2. Кластеризация в фазовом пространстве без выполнения предобработки отображений

[Figure 2. Clustering in phase space without preprocessing of mappings]

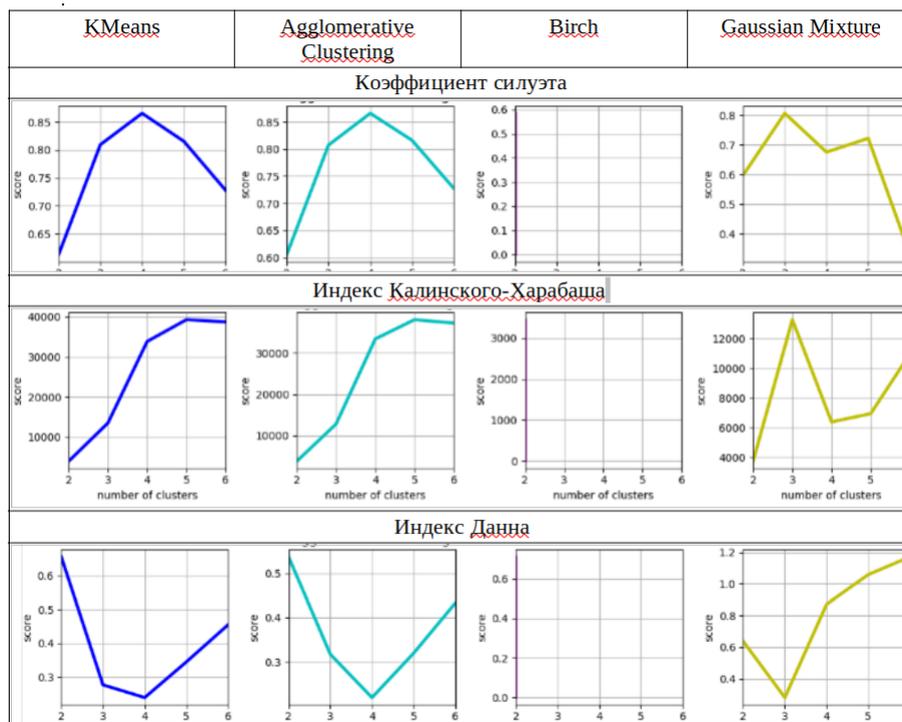


Рис. 3. Оценка качества кластеризации без выполнения предобработки отображений

[Figure 3. Assessing the clustering quality without performing preprocessing of mappings]

Применение апробированных методов непосредственно к подготовленному массиву картин указывают на достаточно слабое разделение данных на кластеры (лучшие значения контурных коэффициентов за серию из 10 экспериментов $\sim 0,76$ для метода KMeans и $\sim 0,74$ для метода AgglomerativeClustering). Практика экспериментов показывает, что эти значения могут снижаться до $0,42$ в зависимости от порядка поступления отображений на обработку в перемешиваемом листинге имен входных файлов. Алгоритм Берча без предварительной обработки данных, как правило, выдает ошибку кластеризации, поскольку не может найти подходящих признаков для разделения отображений. Вероятностные критерии отбора метода GaussianMixture показывают наиболее низкие результаты оценки качества отбора картин.

Результаты проведения серии экспериментов с предобработкой методом главных компонент представлены на рис. 4 и 5.

Применение метода PCA, концентрирующего информацию в отображениях, вкупе с апробированными методами к подготовленному массиву отображений, позволило достичь хороших результатов разделения данных на кластеры (лучшие значения контурных к-тов за серию из 10 экспериментов $\sim 0,93$ для метода KMeans и $\sim 0,95$ для метода AgglomerativeClustering). Эти значения практически не снижались от эксперимента к эксперименту. Однако, есть видимые проблемы.

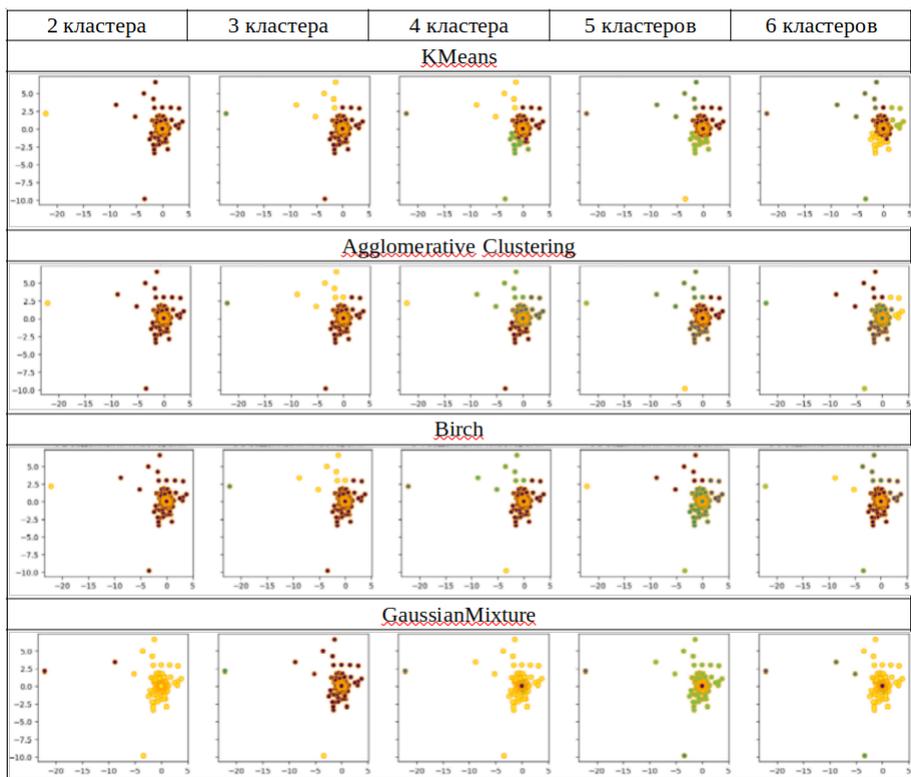


Рис. 4. Кластеризация в фазовом пространстве с применением предобработки методом главных компонент

[Figure 4. Clustering in phase space using principal component preprocessing]

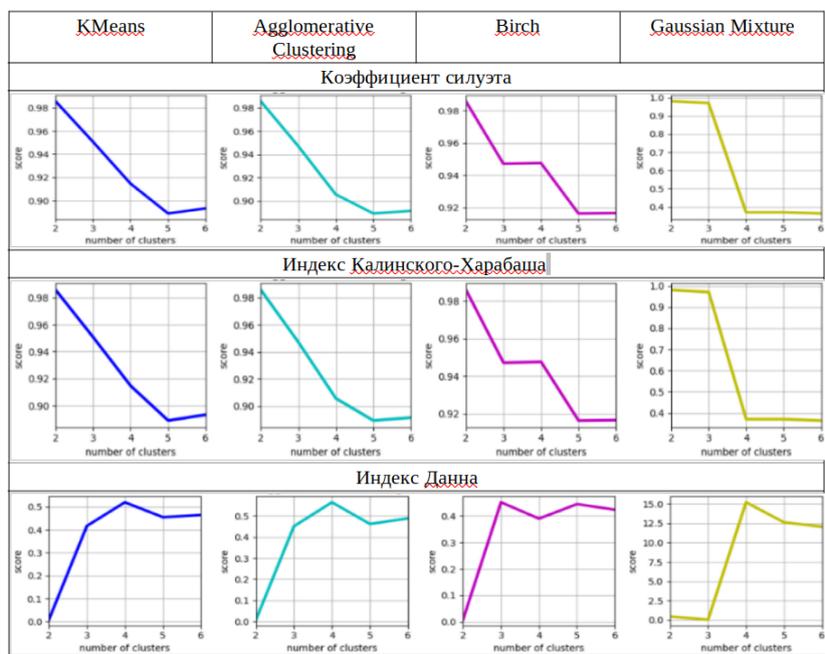


Рис. 5. Оценка качества с применением предобработки методом главных компонент

[Figure 5. Quality assessment using principal component analysis]

При внимательном рассмотрении картин распределения условных координат отличающих элементов обрабатываемых отображений, можно увидеть, что значение конструктивного к-та рассчитывается относительно единичных удаленных точек (редких отображений). Эти точки относятся к отображениям, которые по разным причинам отраженных на них деталей можно назвать выбросами. Что приводит на самом деле, по сути поиска, к слабому результату. Поэтому важно дополнительно визуально оценивать работу кластеризации, чтобы не войти в заблуждение при оценке значимости выбранного алгоритма предобработки. Отметим, что все методы показали одинаковый результат по числу кластеров с наивысшим рейтингом. Общая картина результатов позволяет увидеть область с высокой концентрацией объектов во всех экспериментах.

Результаты проведения серии экспериментов с предобработкой отображений в НС с архитектурой VGG16 представлены на рис. 6 и 7

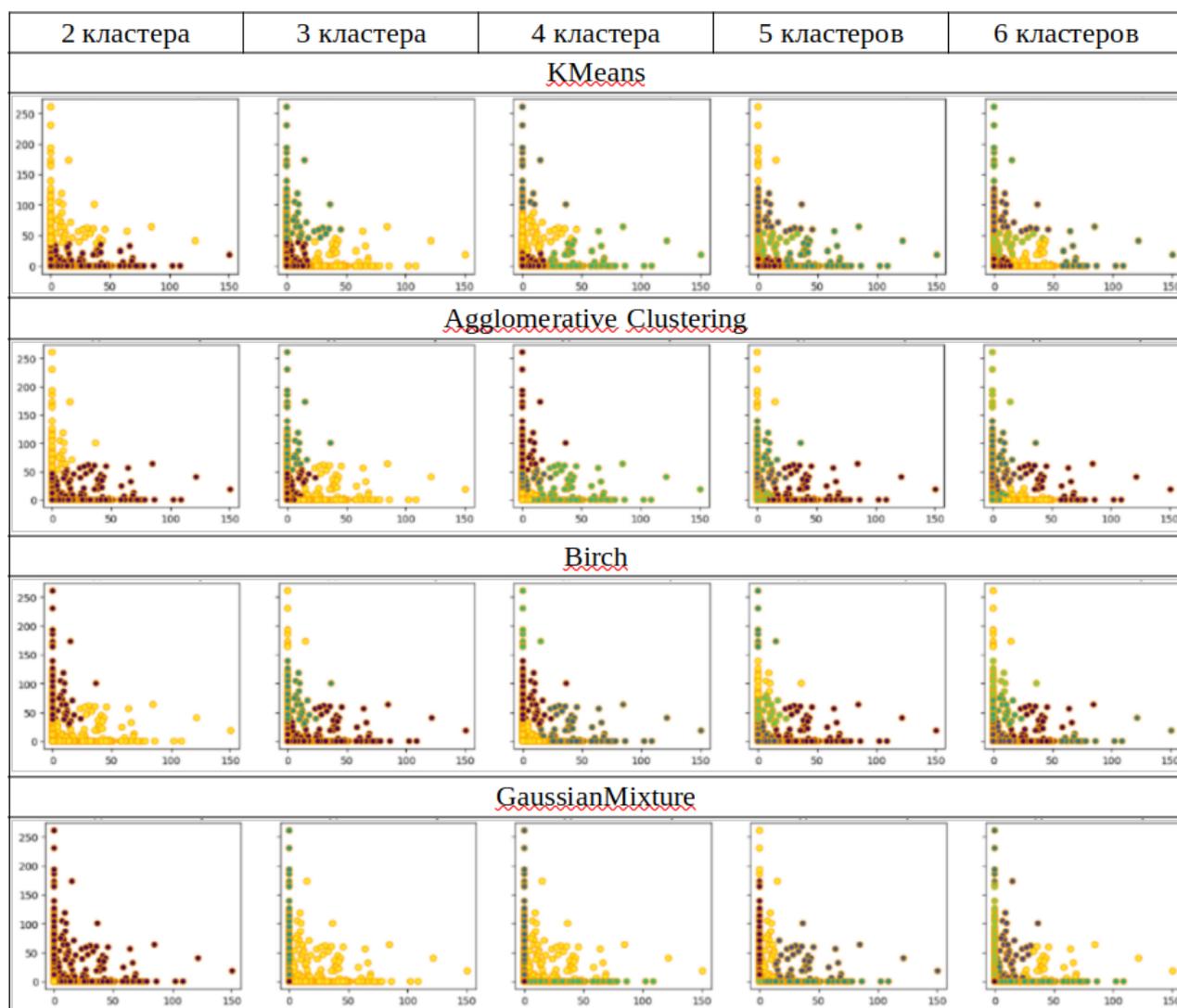


Рис. 6. Кластеризация с применением предобработки НС с архитектурой VGG16
[Figure 6. Clustering using NN preprocessing with VGG16 architecture]

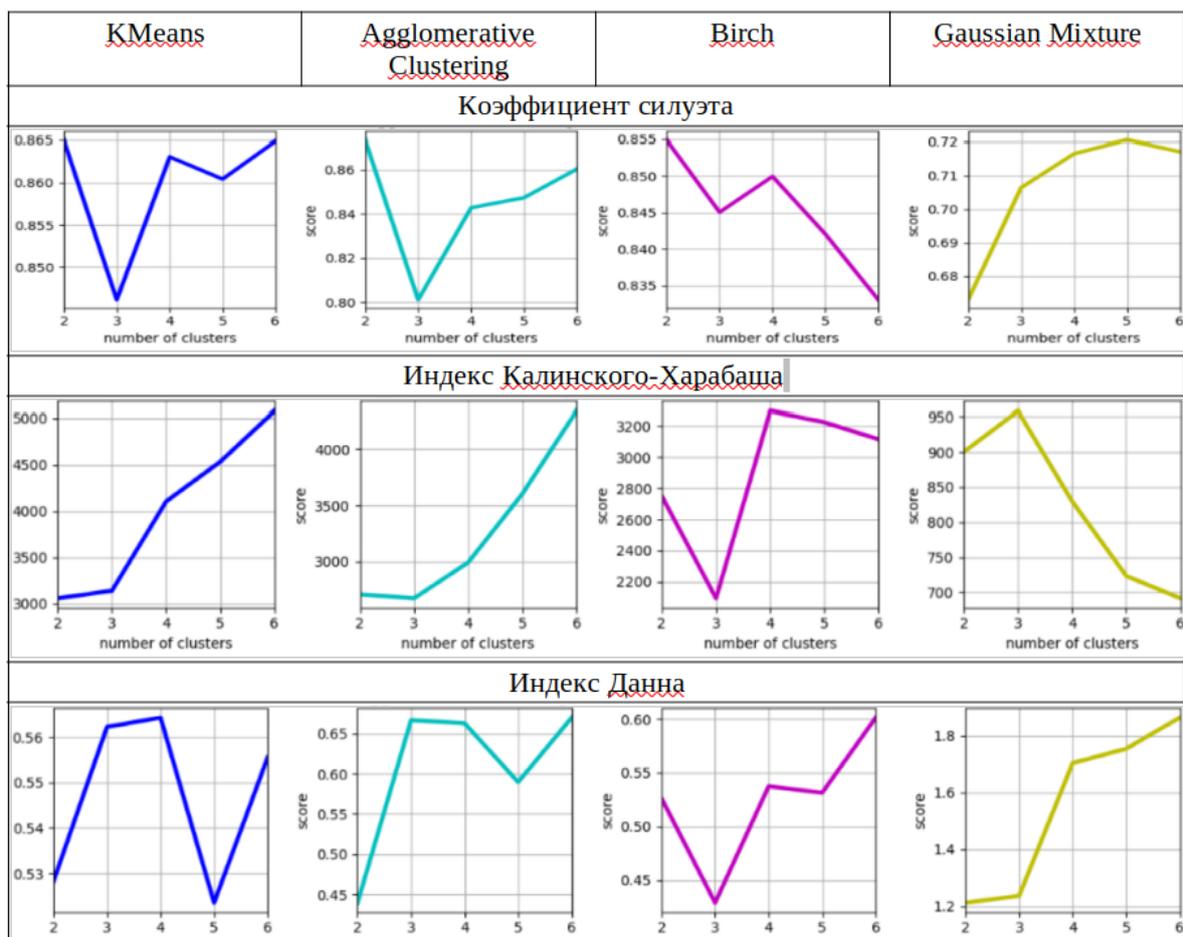


Рис. 7. Оценка качества с применением предобработки НС с архитектурой VGG16 [Figure 7. Quality assessment NN preprocessing with VGG16 architectures]

Предобработка отображений с использованием детализации аппаратом сверточных слоев модели к исходному массиву отображений показала хороший результат (лучшие значения контурных к-тов за серию из 10 экспериментов ~ 0,87 для метода KMeans и ~ 0,86 для метода AgglomerativeClustering). С небольшим преимуществом в рейтинге лидирует метод Берча ~ 087+. В случае применения методов кластеризации к предобработанным данным показывает на графиках распределение кластеров практически в ортогональной проекции на плоскости по отношению друг-друга, что и определяет такой высокий показатель контурного коэффициента. Такой результат можно объяснить тем, что архитектура VGG16 в части касающейся предобработки отображений, во многом напоминает алгоритм метода главных компонент, но при этом сохраняет баланс соотношений числа отображений между n кластерами порядка $1/n$ по частям. Интересное решение представлено по результатам оценки метода GaussianMixture, где наблюдается тенденция повышения контурного коэффициента пропорционально числу разбиений на кластеры. Это можно объяснить тем, что использование сверточных слоев в архитектуре модели VGG16, в конечном итоге приводят к повышению вероятностных связей по законам нормального распределения

выделенных характеристик отображений. Следует отметить еще одну особенность представленных графиков контурного к-та - это появление локальных минимумов и максимумов, которые можно интерпретировать как ситуацию, когда массив отображений «плохо бьется» на связанные группы объектов, и, когда появляются некоторые связанные подгруппы, соответственно.

Результаты проведения серии экспериментов с предобработкой отображений в НС с архитектурой — Кодер/Декодер представлены на рис. 8 и 9

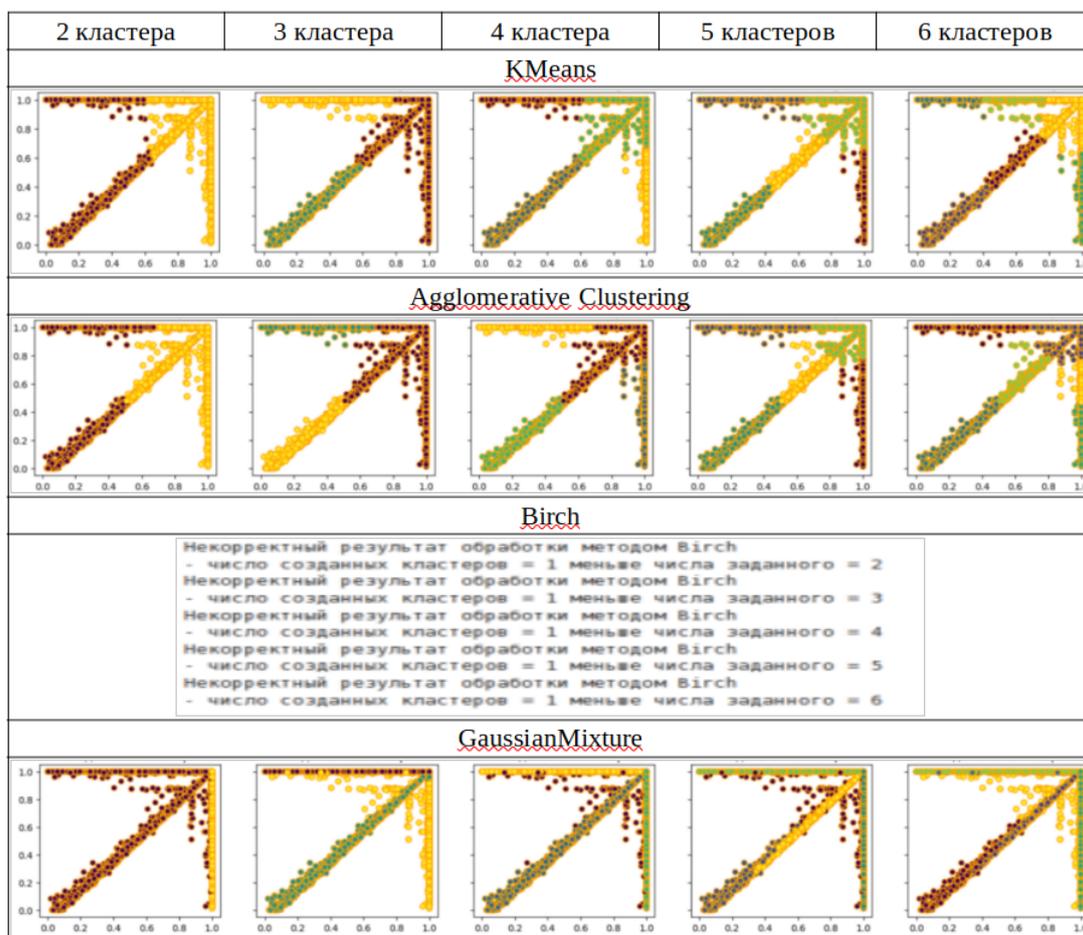


Рис. 8. Кластеризация с применением предобработки НС с архитектурой — Кодер/Декодер

[Figure 8. Clustering using NN preprocessing with Encoder/Decoder architecture]

Применение НС с архитектурой Кодер/Декодер показал интересный результат с позиции размещения меток отображений в фазовой плоскости. Кластеры сконцентрированы по осям и диагонали фазовой плоскости и оценка кластеризации по индексу Данна является наивысшей - 0,98. При этом отсутствуют выбросы, что ожидаемо в силу идеи обработки НС с архитектурой Кодер/Декодер, которая устраняет большую часть "шума" на возвращаемых отображениях. То есть кластеры имеют лучшие показатели отношения минимального межкластерного расстояния к максимальному внутрикластерному расстоянию. Такой результат явно можно назвать лучшим.

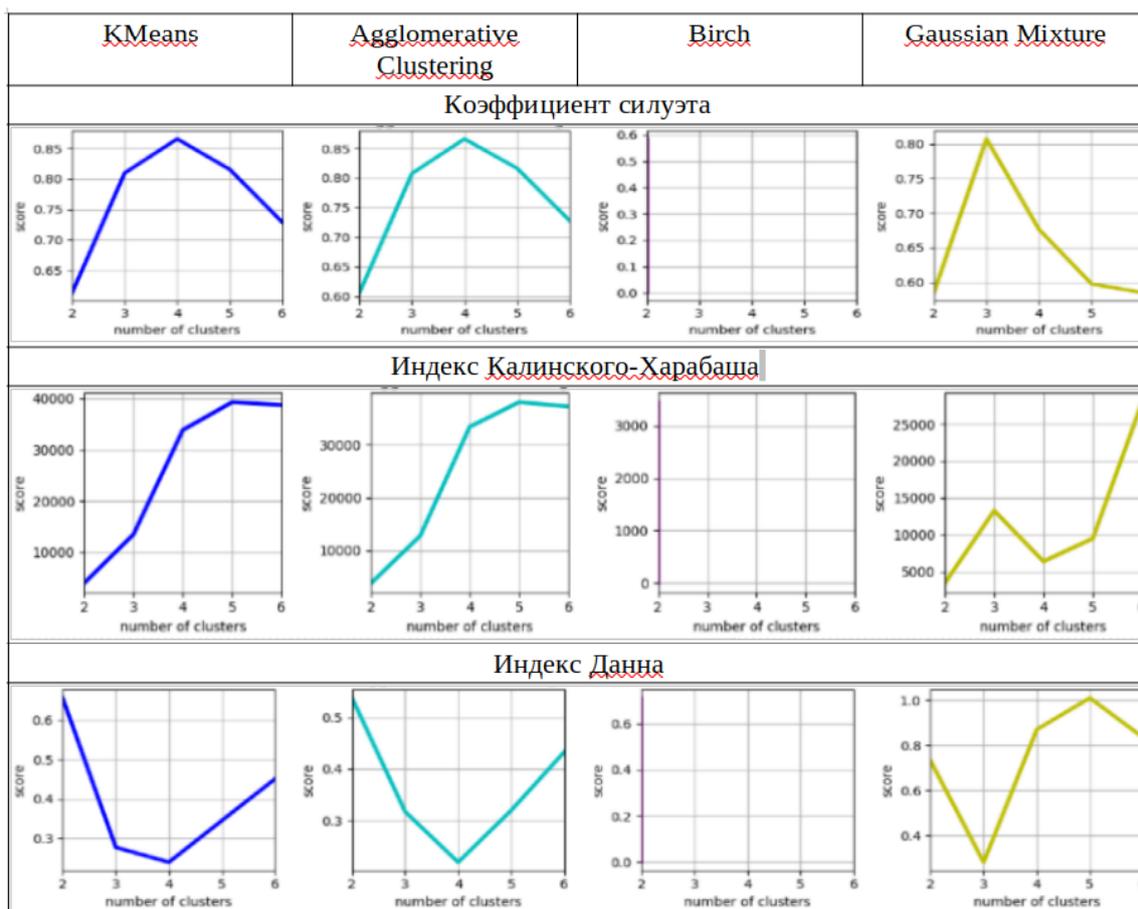


Рис. 9. Оценка качества с применением предобработки НС с архитектурой — Кодер/Декодер
 [Figure 9. Quality assessment using NN preprocessing with Encoder/Decoder architecture]

Анализ полученных результатов исследования

Для получения статистически обоснованных результатов было проведена серия экспериментов с их предварительной оценкой по выше представленной методике. Общее количество повторений экспериментов с каждой из комбинаций методов предобработки и кластеризации составило 60. Решение обосновано необходимостью многократного просмотра и сравнительного анализа полученных результатов множественных экспериментов для сопоставления обнаруженных групп (кластеров) с попыткой выявления их физического смысла. Показатели оценок результатов экспериментов от серии к серии колебались в незначительных пределах. Однако вывод по результатам кластеризации с использованием различных подходов к анализу получаемых кластеров не может быть сделан однозначно. Об этом можно судить из графиков сравнения критериев оценки качества результатов кластеризации, представленных на рис. 10.

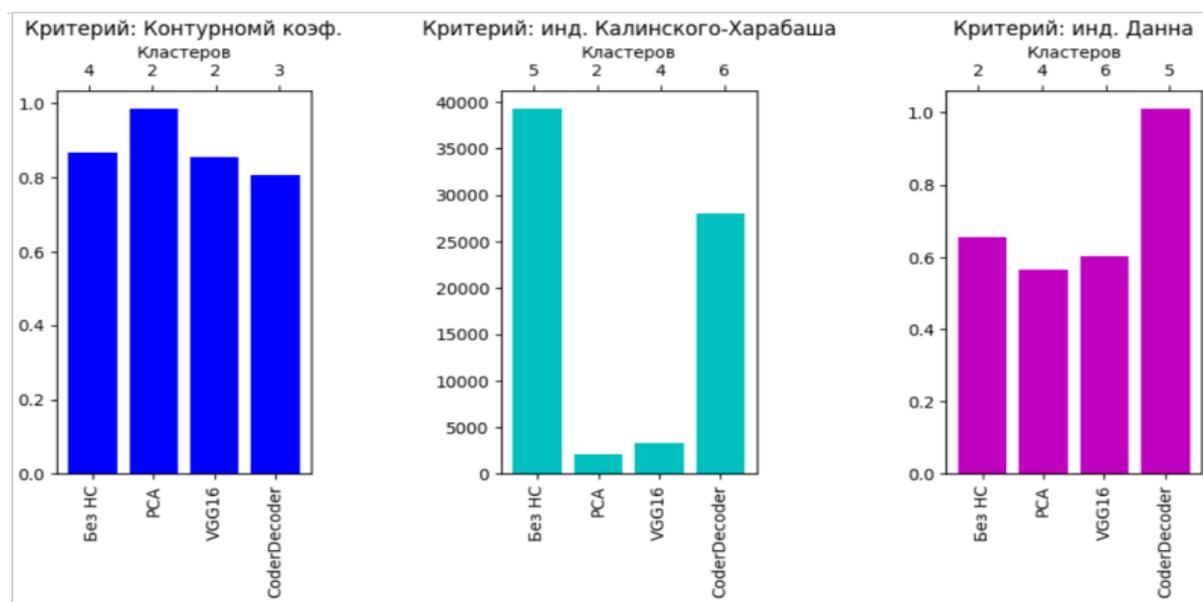


Рис. 10. Оценка качества с применением предобработки НС с архитектурой — Кодер/Декодер
 [Figure 10. Quality assessment using NN preprocessing with Encoder/Decoder architecture]

Заклучение

Анализ динамики характеристик сигнала геоакустической эмиссии затруднен в силу нестационарности потока составляющего его разнородных импульсов, что вызывает необходимость выполнения предварительной обработки и преобразования его в форматы, доступные для применения апробированных инструментов анализа данных. Одним из предлагаемых методов такого преобразования является символическое описание импульсов на основании их амплитудно-фазовой структуры и формирования алфавитов и формирования матрицы отображения динамики характеристик сигнала ГАЭ - структурно-лингвистическое преобразование.

Поиск специфических особенностей динамики характеристик сигнала геоакустической эмиссии, которые отражают влияние на сигнал множества неопределенных факторов, которые оказывают воздействие на генерирующую сигнал среду можно решать, используя современные достижения искусственного интеллекта на основе нейронных сетей. Среди наиболее подходящих нейронных сетей для распознавания образов выделяются сверточные нейронные сети (CNN), которые эффективно показали свои возможности при проведении экспериментов по кластеризации подготовленного датасета картин на базе множества отображений динамики характеристик сигнала геоакустической эмиссии.

В ходе серий экспериментов выяснилось, что невозможно однозначно априори определить лучшую комбинацию методов препроцессинга и кластеризации,

поскольку различные подходы к оценке качества результата кластеризации на выходе значительно расходятся по значениям. Поэтому в ходе исследования следует проводить эксперименты, позволяющие подобрать лучшее сочетание инструментов обработки и анализа, выполняя циклическую смену комбинаций методов препроцессинга и кластеризации. Выбор метода предобработки определяющим образом влияя на результат кластеризации в цепи комбинаций выбираемых методов.

Проведенное исследование позволило отработать экспериментальную методику выделения выделения групп картин, с близкими структурными показателями динамики характеристик геоакустической эмиссии.

Аббревиатуры

ГАЭ Геоакустическая эмиссия
НС нейронная сеть

Список литературы

1. Марапулец Ю. В. и др. *Комплексный анализ акустических и электромагнитных сигналов для оценки уровня сейсмической опасности*, Учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности 011200 – геофизика., Т. 2 (Сейсмология). Владивосток: Дальнаука, 2020. 120 с.
2. Гапеев М. И., Марапулец Ю. В. Моделирование зон относительных сдвиговых деформаций перед сильными землетрясениями на Камчатке, произошедшими в период 2018-2021 гг, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.*, 2021. Т. 37, № 4, С. 53-66 DOI: 10.26117/2079-6641-2021-37-4-53-66.
3. Senkevich Yu. I. Search for Hidden Patterns in Acoustic and Electromagnetic Pulse Signals, *IEEE*, 2020 DOI: 10.1109/SCM50615.2020.9198754.
4. Сенкевич Ю.И., Луковенкова О.О., Солодчук А.А. Методика формирования Реестра геофизических сигналов на примере сигналов геоакустической эмиссии, *Геосистемы переходных зон*, 2018. Т. 2, С. 409-418 DOI: 10.30730/2541-8912.2018.2.4.409-418.
5. Сенкевич Ю.И. и др. Способ обнаружения комплексного предвестника землетрясений, пат. 2758582, Рос. Федерация G01V 11/00, G01V 1/00, G01V 3/12 (ФГБУН ИКИР ДВО РАН. № 2020138668; 26.11.2020, Бюл. № 31. 9 с.).
6. Сенкевич Ю. И., Мищенко М. А. Методика оценки состояния приповерхностных осадочных пород по результатам наблюдений динамических характеристик геоакустической эмиссии, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2023. Т. 45, № 4, С. 109-121, DOI: 10.26117/2079-6641-2023-45-4-109-121.
7. Мищенко М.А., Сенкевич Ю.И., Щербина А.О. Современные методы обработки и анализа импульсных геофизических сигналов, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2022. Т. 41, № 4, С. 120-136 DOI: 10/26117/2079-6641.
8. Senkevich Yu., Marapulets Yu., Lukovenkova O., Solodchuk A. Technique of informative features selection in geoacoustic emission signals, *SPIIRAS*, 2022. vol. 18, no. 5, pp. 1066-1092 DOI: 10.1051/e3sconf/201912702005.
9. Senkevich Yu. I. Auto clustering of the variety of pulse signals based on their symbolic description, 2019. vol. 19 / E3S Web of Conferences, pp. 14.
10. Yang Z., Algesheimer R., Tessone C. J. *A Comparative Analysis of Community Detection Algorithms on Artificial Networks* <https://www.nature.com/articles/srep30750>.
11. *Keras library* <https://keras.io/why-this-name-keras>.
12. Марков Л.С. *Теоретико-методологические основы кластерного подхода*. Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2015. 300 с.
13. Альсова О.К. Алгоритмы кластеризации разнотипных данных на примере решения медицинской задачи, 2014. Т. 6, № 37, С. 156-169 <https://doi.org/10.15622/sp.37.10>.

14. Milewski P. *PCA decomposition and Keras neural network*, <https://www.kaggle.com/code/pmmilewski/pca-decomposition-and-keras-neural-network>.
15. *Keras 3 API documentation / Keras Applications / VGG16 and VGG19* <https://keras.io/api/applications/vgg/>.
16. *The Keras Blog* <https://blog.keras.io/building-autoencoders-in-keras.html>.
17. *AskPython* <https://www.askpython.com/python-modules/keras-metrics>.
18. *GeekforGeek* <https://www.geeksforgeeks.org/clustering-performance-evaluation-in-scikit-learn>.
19. *Calinski harabasz score scikit-learn developers* <https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.metrics.calinski-harabasz-score.html>.
20. *GeekforGeek* <https://www.geeksforgeeks.org/dunn-index-and-db-index-cluster-validity-indices-set-1/>.
21. Senkevich Yu. I, Duke V. A., Mishchenko M. A., Solodchuk A. A. Information approach to the analysis of acoustic and electromagnetic signals, *E3S Web of Conferences*, 2017. vol. 20, no. 02012, pp. 9 DOI:10.1051/e3sconf/2017200201.

Информация об авторе



Сенкевич Юрий Игоревич ✉ – доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Лаборатории акустических исследований, Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Паратунка, Россия,  ORCID 0000-0003-0875-6112.

References

- [1] Marapulets Yu.V., et al. Kompleksnyy analiz akusticheskikh i elektromagnitnykh signalov dlya otsenki urovnya seysmicheskoy opasnosti [Integrated analysis of acoustic and electromagnetic signals to assess the level of seismic hazard]. Vladivostok: Dal'nauka, 2020. – 120 p.,(In Russian).
- [2] Gapeev M. I., Marapulets Yu. V. Modeling of relative shear deformation zones before strong earthquakes in Kamchatka from 2018-2021. Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2021. vol. 37. No 4. pp. 53-66. DOI: 10.26117/2079-6641-2021-37-4-53-66 (In Russian).
- [3] Senkevich Yu. I. Search for Hidden Patterns in Acoustic and Electromagnetic Pulse Signals. IEEE, 2020. DOI: 10.1109/SCM50615.2020.9198754.
- [4] Senkevich Yu. I., Lukovenkova O. O., Solodchuk A. A. Metodika formirovaniya Reestra geofizicheskikh signalov na primere signalov geoakusticheskoy emissii. Geosistemy perekhodnykh zon. 2018. vol. 2. no. 4. pp. 409-418. DOI: 10.30730/2541-8912.2018.2.4.409-418 (In Russian).
- [5] Sposob obnaruzheniya kompleksnogo predvestnika zemletryaseniy: pat № 2758582 Ros. Federatsiya: G01V 11/00, G01V 1/00, G01V 3/12 / Senkevich Yu. I., Marapulets Yu. V., Lukovenkova O. O., Solodchuk A. A., Mishchenko M. A., Malkin E. I., Gapeev M. I.; zayavitel' i patentoobladatel' FGBUN IKIR DVO RAN. № 2020138668; zayavl. 26.11.2020; opubl. 29.10.2021, Byul. № 31. 9 p. (In Russian).
- [6] Senkevich Yu. I., Mishchenko M. A. Method for estimation of near-surface sedimentary rock state based on the results of observations of geoacoustic emission dynamic characteristics. Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2023. vol. 45, no. 4. pp. 109-121. DOI: 10.26117/2079-6641-2023-45-4-109-121. (In Russian).
- [7] Mishchenko M. A., Senkevich Yu. I., Shcherbina A. O. Modern methods of processing and analysis of geophysical pulse signals. Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2022. vol. 41. no. 4. pp. 120-136. DOI: 10/26117/2079-6641 (In Russian).
- [8] Senkevich Yu., Marapulets Yu., Lukovenkova O., Solodchuk A. Technique of informative features selection in geoacoustic emission signals. SPIIRAS Proceedings. 2019, no. 18(5), pp. 1066-1092. DOI: 10.15622/sp.2019.18.5.1066-1092 (In Russian).
- [9] Senkevich Yu. I. Auto clustering of the variety of pulse signals based on their symbolic description. E3S Web of Conferences. vol. 127. 2019. 14. DOI: 10.1051/e3sconf/201912702005
- [10] Performance Evaluation Metrics GeekforGeek, <https://www.geeksforgeeks.org/clustering-performance-evaluation-in-scikit-learn>
- [11] Keras library documentation <https://keras.io/why-this-name-keras>.
- [12] Markov L. S. Teoretiko-metodologicheskie osnovy klaster'nogo podkhoda [Theoretical and methodological foundations of the cluster approach]. Novosibirsk: IEOPP SO RAN, 2015. 300 p. (In Russian).
- [13] Al'sova, O. K. Algorithms for Clustering of a Heterogeneous Data on the Example of Solution of the Medical Task, SPIIRAS Proceedings. 2014. vol. 6, No 37, pp. 156-169 DOI: 10.15622/sp.37.10. (In Russian.).
- [14] Milewski P. PCA decomposition and Keras neural network, <https://www.kaggle.com/code/pmmilewski/pca-decomposition-and-keras-neural-network>
- [15] VGG16 and VGG19 Keras 3 API documentation / Keras Applications / VGG16 and VGG19 <https://keras.io/api/applications/vgg/>
- [16] Building Autoencoders in Keras The Keras Blog <https://blog.keras.io/building-autoencoders-in-keras.htm>

- [17] Keras Metrics – A Complete Guide AskPython <https://www.askpython.com/python-modules/keras-metrics>.
- [18] Performance Evaluation Metrics GeekforGeek <https://www.geeksforgeeks.org/clustering-performance-evalua>
- [19] Calinski harabasz score scikit-learn developers <https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn>
- [20] Dunn index and DB index – Cluster Validity indices GeekforGeek <https://www.geeksforgeeks.org/dunn-index-and-db-index-cluster-validity-indices-set-1/>
- [21] Senkevich Yu. I , Duke V. A., Mishchenko M. A., Solodchuk A. A. Information approach to the analysis of acoustic and electromagnetic signals. E3S Web of Conferences. 2017. vol. 20. 02012. 9. DOI: 10.1051/e3sconf/2017200201

Information about the author



Senkevich Yury Igorevich ✉ – D. Sci. (Tech),
Docent, Leading Researcher, Laboratory of Acoustic
Research, Institute of Cosmophysical and Radio
Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Russia,
ORCID 0000-0003-0875-6112.

ФИЗИКА

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-95-105>

Научная статья

Полный текст на русском языке

УДК 551.524.7



Обобщение результатов лидарного мониторинга температуры средней атмосферы над Томском

*В. Н. Маричев**, *Д. А. Бочковский*, *А. И. Елизаров*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, 634055,
г. Томск, площадь Академика Зуева, 1, Россия

Аннотация. В работе выполнены обработка и анализ долговременных рядов вертикального распределения температуры в средней атмосфере (интервал высот 15-60 км) над Томском, полученных на базе регулярных измерений лидарной станции Института оптики атмосферы СО РАН за период 2010-2023 гг. За данный период было накоплено и обработано порядка 1000 суммарных сигналов обратного рассеяния на длине волны 532 нм. На основе полученных экспериментальных данных выявлены региональные особенности внутри- и межгодовой изменчивости термического состояния средней атмосферы над Западной Сибирью. Для теплого периода каждого года (с мая по сентябрь) установлено стабильное распределение температуры с отклонением до нескольких К по отдельным годам. Весной и осенью отличие среднемесячных профилей температуры возрастает до 5-10 К и в январе достигает максимума 15 К. Выявлено принципиальное отличие вертикального распределения температуры, построенного по лидарным данным, и предлагаемой моделью CIRA-86. С октября по апрель в интервале высот от 15 до 25 км лидарный профиль температуры сдвинут от модельного в отрицательную сторону, выше от 25 до 50 км в положительную. Максимальный отрицательный сдвиг профилей отмечается в декабре и составляет 16 К, а отрицательный до 15 К в январе. Приводится описание методов анализа ряда экспериментальных данных на наличие значений, которые значительно отличаются от остальной части данных и могут привести к искажению полученных результатов.

Ключевые слова: средняя атмосфера, температура, лидар.

Получение: 29.03.2024; Исправление: 15.05.2024; Принятие: 06.06.2024; Публикация онлайн: 26.08.2024

Для цитирования. Маричев В. Н., Бочковский Д. А., Елизаров А. И. Обобщение результатов лидарного мониторинга температуры средней атмосферы над Томском // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2024. Т. 47. № 2. С. 95-105. EDN: QVZPFC. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-95-105>.

Финансирование. НИР выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:** ✉ E-mail: marichev@iao.ru, moto@iao.ru, alex@iao.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License



© Маричев В. Н., Бочковский Д. А., Елизаров А. И., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)

PHYSICS

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-95-105>

Research Article

Full text in Russian

MSC 86A10



Generalization of the Results of Lidar Monitoring of the Temperature of the Middle Atmosphere over Tomsk

*V. N. Marichev**, *D. A. Bochkovsky*, *A. I. Elizarov*

V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS (IAO SB RAS), 634055, Tomsk, 1, Academician Zuev square, Russia

Abstract. The work carried out processing and analysis of long-term series of vertical temperature distribution in the middle atmosphere (altitude interval 15-60 km) over Tomsk, obtained on the basis of regular measurements of the lidar station of the Institute of Atmospheric Optics SB RAS for the period 2010-2023. During this period, about 1,000 individual night measurements were carried out and the corresponding total backscatter signals at a wavelength of 532 nm were accumulated and processed. Based on the experimental data obtained, regional features of intra- and interannual variability of the thermal state of the middle atmosphere over Western Siberia were identified. For the warm period of each year (from May to September), a stable temperature distribution has been established with differences of up to several K in individual years. In spring and autumn, the difference between the average monthly temperature profiles increases to 5-10 K and in January reaches a maximum of 15 K. A fundamental difference between the vertical temperature distribution constructed from lidar data and the proposed CIRA-86 model has been revealed. From October to April, in the altitude range from 15 to 25 km, the lidar temperature profile is shifted from the model one in the negative direction, and above from 25 to 50 km, in the positive direction. The maximum negative shift in profiles is observed in December and is 16 K, and negative up to 15 K in January. A description is given of methods for analyzing a number of experimental data for the presence of values that differ significantly from the rest of the data and can lead to distortion of the results obtained.

Key words: middle atmosphere, temperature, lidar.

Received: 29.03.2024; Revised: 15.05.2024; Accepted: 06.06.2024; First online: 26.08.2024

For citation. Marichev V. N., Bochkovsky D. A., Elizarov A. I. Generalization of the results of lidar monitoring of the temperature of the middle atmosphere over Tomsk. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 95-105. EDN: QVZPFC. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-95-105>.

Funding. The research was carried out within the framework of the state assignment of the Institute of Atmospheric Optics SB RAS

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

***Correspondence:**  E-mail: marichev@iao.ru, moto@iao.ru, alex@iao.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Marichev V. N., Bochkovsky D. A., Elizarov A. I., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

Актуальная проблема изменения климата требует контроля термодинамических характеристик атмосферы. Прежде всего это относится к термическому режиму атмосферы. Данные о температуре играют важную роль в таких областях, как динамика атмосферы, климатология, метеорология, химия и т.д. Температура является одним из ключевых параметров состояния атмосферы, и её измерение важно для понимания динамики атмосферы как в локальных, так и глобальных масштабах. Естественно, что получение такой информации возможно на основе проведения регулярных измерений температуры вертикального разреза слоев атмосферы и также анализа полученных рядов данных. Среди современных методов и средств для исследования термического режима средней атмосферы особо следует выделить лидарные технологии. С описанием этой технологии и результатами ее применения к исследованию средней атмосферы можно ознакомиться в обзорных [1], [2] и оригинальных работах [3]- [7].

В работе [8] была представлена термодинамическая модель средней атмосферы Западной Сибири по результатам многолетних наблюдений за период 2010-2020 гг. Было показано, что для теплого периода каждого года (с мая по сентябрь) установлено стабильное распределение температуры с отклонением до нескольких К по отдельным годам. Для холодного периода года (с октября по апрель) в интервале высот от 15 до 25 км "лидарный" профиль температуры сдвинут от модельного в отрицательную сторону, выше от 25 до 50 км в положительную. Выявлено принципиальное отличие вертикального распределения температуры (ВРТ), построенного по лидарным данным, и международной моделью COSPAR CIRA-86 [12].

Данная работа расширяет ранее представленный диапазон еще тремя годами 2021-2023 гг. Массив данных первичной информации дополняется еще 230 суммарными сигналами обратного рассеяния на длине волны 532 нм, накопленных в отдельные ночи со следующим распределением по годам: 2021 – 65, 2022 – 90, 2023 – 75. Таким образом, термодинамическая модель средней атмосферы Западной Сибири состоит из более чем 1000 суммарных сигналов обратного рассеяния за последние 14 лет.

Профили температуры $T(H)$ рассчитывались по лидарным сигналам по формуле [9]:

$$T(H) = \frac{P_1(H)P_2(H)}{N(H)H^2} \left[\frac{N(H_m)}{P_1(H_m)P_2(H_m)} T(H_m) + \frac{1}{R^*} \int_{H_m}^H \frac{N(h)h^2g(h)dh}{P_1(h)P_2(h)} \right],$$

где $N(H)$ — лидарные сигналы, $P_1()$ и $P_2()$ пропускание атмосферы от лидача до текущей высоты на длине волны 532 нм R^* — универсальная газовая постоянная, $g(h)$ ускорение свободного падения, H_m — максимальная высота, с которой регистрируются достаточно надежные для обработки сигналы (так называемая высота калибровки, на которой задается значение температуры (H_m)).

В работе приводятся среднемесячные профили температуры за весь период наблюдений 2010-2023 гг. Так же описан использованный метод обработки и фильтрации первичного массива данных.

Фильтрация данных

При анализе ряда экспериментальных данных было необходимо принимать во внимание возможное наличие выбросов – значений, значительно отличающихся от остальной части данных. В общем случае, основными причинами выбросов являются ошибки при измерениях, не стационарность объекта исследования, особенность выборки и различные случайные факторы. При этом следует учитывать, что, не все выбросы могут быть ошибками. Поэтому необходимо тщательно анализировать каждый выброс, чтобы определить его причину, поскольку некорректное удаление выбросов может привести к искажению результатов. Для обеспечения точности результатов измерений было решено провести процесс обнаружения и устранения выбросов в наборе данных.

Самым простым методом обработки данных, с целью выявления выбросов является метод, основанный на визуализации анализируемого ряда. Например, на рис. 1 приведены два графика распределения температуры от высоты. Очевидно, что левый график указывает на наличие выбросов, разброс температуры для этих данных составил 407 К и 60 К.

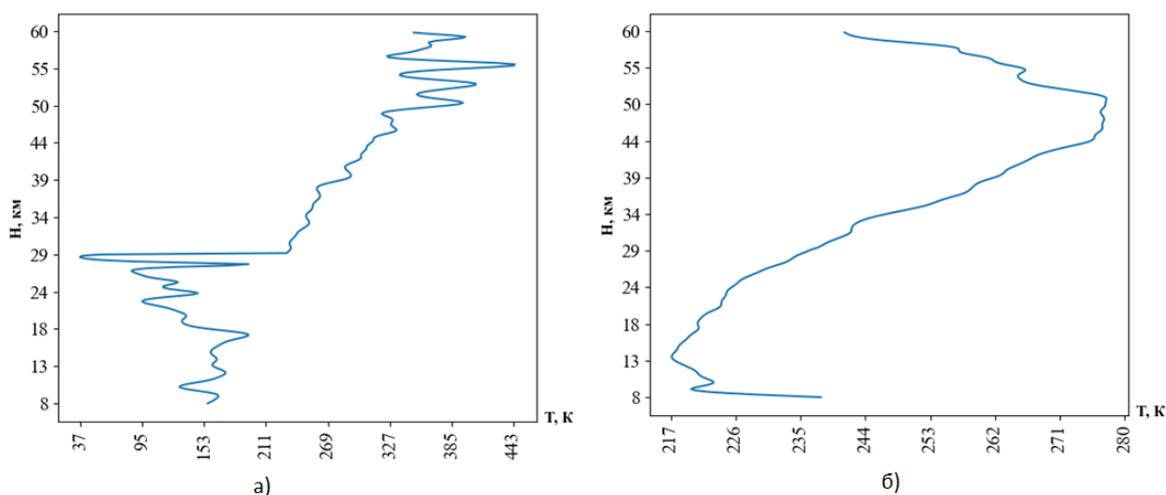


Рис. 1. Профили температуры, измеренные в разные дни: а — данные с наличием выбросов; б — данные без выбросов.

Figure 1. Temperature profiles measured on different days: a — data with the presence of outliers; b – data without outliers.

Не смотря на простоту метода, он обладает существенными недостатками, такими, как субъективность при интерпретации, трудоемкость, особенно на больших объемах данных и невозможность автоматизации. Визуализация может быть эффективным инструментом на начальном этапе обработки данных, но она

не должна быть единственным методом. Для достижения точной и объективной оценки необходимо использовать другие методы или несколько методов в совокупности. Например, возможно использование известных математических моделей для оценки допустимых значений. В данном исследовании такой подход является не реализуемым, в виду отсутствия моделей, поэтому для первичной обработки данных предпочтительнее использование статистических методов обработки.

Статистические методы обработки выбросов включают различные подходы для обнаружения и устранения аномалий в данных [10]. Некоторые из наиболее распространенных методов включают в себя: критерий «трёх сигм» или z-критерий Фишера, анализ коэффициента вариации, оценка межквартильного размаха. Критерий «трёх сигм», и подобные ему, определяют потенциальные выбросы как значения, которые отклоняются от среднего значения больше чем на три стандартных отклонения. Отметим, что для данных, представленных на рис. 1, указанный критерий не позволяет выявить выбросы, обнаруженные визуальным анализом. Метод является простым, наглядным, но не подходит для анализа малых выборок.

Коэффициент вариации является мерой относительной изменчивости данных и вычисляется как отношение стандартного отклонения к среднему значению. Его использование может быть полезным инструментом для обнаружения выбросов в наборе данных. Для обнаружения выбросов нужно определить пороговое значение для значения коэффициента вариации, которое будет считаться "нормальным" для анализируемого набора данных. Это может быть фиксированный порог или определенный на основе специфики исходных данных и экспертных знаний. Обычно значения коэффициента вариации могут варьироваться в зависимости от конкретной области исследования, но часто используется порог в диапазоне от 20% до 30%. Например, для данных, представленных на рис.1а, с пороговым значением равным 20%, выбросами можно считать 38% значений, от исходного ряда данных, что достаточно хорошо соотносится с визуальным анализом. Естественно, что в таком случае необходимо проводить более детальный анализ таких данных, либо полностью исключать такой ряд из дальнейшего анализа.

Другой подход, называемый метод квартильных функций, основан на изучении различных характеристик распределения данных, таких как квартили, интерквартильный размах и межквартильный диапазон. Выбросы могут быть определены как значения, находящиеся за пределами определенного диапазона, который основан на квартильных значениях [11]. Для применения данного критерия сначала выполняется процедура вычисления квартилей: квартили делят набор данных на четыре равные части, где первый квартиль представляет 25% данных, а третий квартиль представляет 75% данных. На основании этого определяют межквартильный размах (Interquartile Range, IQR), как разницу между третьим и первым квартилями данных. Далее, определяются верхняя и нижняя границы для обнаружения выбросов, которые обычно считаются как:

- нижняя граница: Первый квартиль минус $1,5 \cdot \text{IQR}$.

- верхняя граница: Третий квартиль плюс $1,5 \cdot IQR$.

После обнаружения выбросов следует проанализировать их природу и принять решение о том, как их обрабатывать. Если значение находится за пределами верхней или нижней границы, оно может считаться выбросом. При этом их можно удалить, или произвести замену их средними значениями или медианами, или выбрать другие методы коррекции данных. Преимущество использования метода межквартильного размаха заключается в его устойчивости к выбросам и нераспределенности данных. Однако следует отметить, что использование межквартильного размаха имеет свои ограничения. Этот метод определяет выбросы только на основе статистической изменчивости данных и не учитывает контекст или специфические особенности предметной области. Поэтому рекомендуется комбинировать его с другими методами и экспертными знаниями для более надежного обнаружения выбросов. Для данных, представленных на рис.1а, в соответствии с данным критерием, выбросами можно считать всего 6% значений, от исходного ряда данных. А для данных, представленных на рис.1б, данный метод и метод, основанный на вычислении коэффициента вариации, позволяют считать выбросами порядка 8% данных. Выбросами в этом случае признаются одни и те же значения из ряда данных.

В результате проведенного анализа можно сделать выводы что, ни один из методов не является безошибочным. Поэтому рекомендуется использовать несколько методов в совокупности, с учетом контекста данных. В рамках выполнения данной работы проверка исходных выполнялась последовательно с помощью методов оценки вариации и вычисления межквартильного размаха. В случае если коэффициент вариации превышает значение 20%, а количество данных, которые выходят за границы межквартильного размаха, составляет более 10%, то такие ряды данных считаются выбросами и исключаются из дальнейшего рассмотрения. Если выбросами, в результате автоматической двухкритериальной проверки, признаются данные только по одному из критериев, то такие данные проверяются в ручном режиме.

Результаты обработки температурных профилей средней атмосферы

На рис. 2 приведены семейства кривых среднемесячных профилей температуры (СПТ) и расчеты СПТ, усредненных за весь период измерений для холодного и теплого периода 2010-2023 гг., и сравнение их с международной эмпирической моделью атмосферы CIRA-86, рекомендуемой комитетом по космическим исследованиям.

Максимальный разброс кривых ВРТ отмечается для января месяца. Данный факт свидетельствует о том, что для этого месяца характерен более нестабильный термический режим средней атмосферы во всем слое от 15 до 60 км. На рисунке 2 с большим положительным отклонением выделяется профиль за январь 2010 г., который был вызван сильным (мажорным) стратосферным потеплением

этого года. С апреля начинается стабилизация термического режима, который становится устойчивым в мае - августе, охватывая интервал высот 20-60 км. Некоторый незначительный разброс температурных кривых отмечается в нижнем слое 15–25 км. С сентября начинается дестабилизация термического режима, которая происходит во всем слое от 15 до 60 км и достигает максимума в декабре. Наиболее сильные колебания температуры происходит в нижнем слое 15-30 км.

Как уже отмечалось ранее [8], наибольший среднеквадратичный разброс кривых с максимумом в январе (до ± 15 К на высоте 40-45 км) характерен для зимних месяцев. Ранней весной и поздней осенью разброс сокращается, а в теплый период года от мая по сентябрь становится минимальным (до единиц К). При сравнении среднемесячных профилей температуры с моделью CIRA-86 обращает на себя внимание точка их пересечения на высоте около 25 км. Так, в первой и последней декаде года выше этой точки среднемесячный температурный профиль отклоняется в отрицательную сторону от модельного, а ниже - в положительную. В теплый период года с мая по сентябрь СПТ, с некоторым отличием в сентябре на высотах от 15 до 25 км, практически совпадает с модельным.

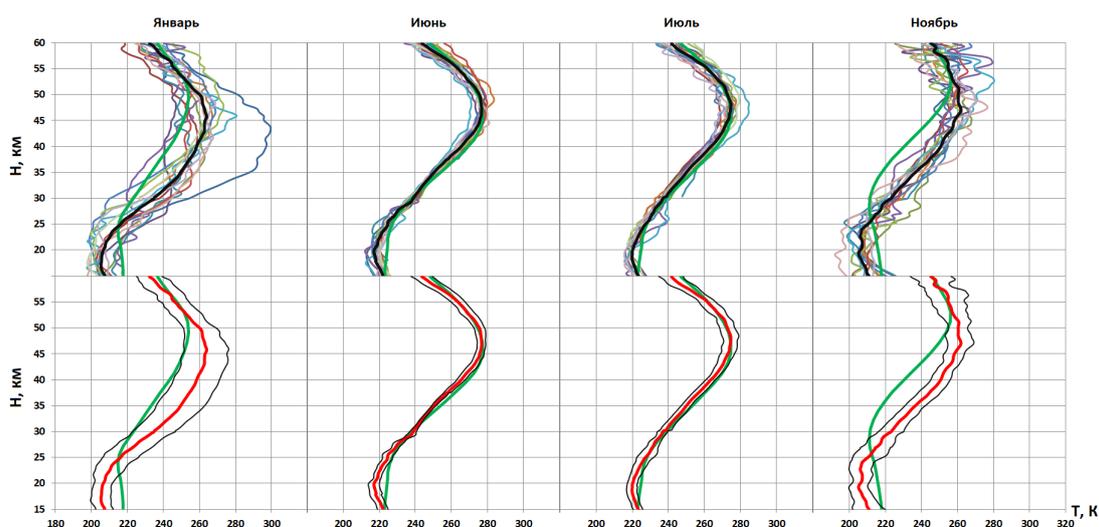


Рис. 2. Выборочные среднемесячные профили температуры за каждый год периода 2010 - 2023 гг. (разноцветные кривые, верхние профили). Среднемесячные профили температуры за весь период наблюдений 2010 -2023 гг. в сравнении с моделью CIRA-86 (кривые красного и зеленого цвета). Тонкими кривыми черного цвета обозначен коридор стандартного разброса годовых СПТ.

Figure 2. Selected average monthly temperature profiles for each year of the period 2010-2023. (multi-colored curves, top profiles). Average monthly temperature profiles for the entire observation period 2010-2023. compared to the CIRA-86 model (red and green curves). Thin black curves indicate the corridor of the standard spread of annual monthly average temperature profiles.

На рис. 3 показан вклад последних трех лет в общий расчет среднемесячных профилей температуры в средней атмосфере, выраженный в относительном отклонении СПТ за период 2010 – 2023 гг. от расчетов за 2010 – 2020 гг. Как можно видеть, исходное значение профилей температуры, при добавлении последних лет, за каждый анализируемый месяц, изменилось на $\pm 0.5\%$ для теплого периода времени и $\pm 1\%$ для холодного времени года во всем диапазоне высот 15 – 60 км при коридоре стандартного разброса годовых СПТ рассчитанных за 2010–2020 гг. в $\pm 2\%$ и $\pm 5\%$, соответственно. Стоит отметить ноябрь месяц, в котором наблюдается повышение температуры на высотах 15–33 км на 1.2 % и снижение на 1.1 % в диапазоне 46–50 км от исходных значений за 2010–2020 гг.

Таким образом, показано, что вклад последних 3 лет в рассчитанные 11-летние среднемесячные профили температуры значительно не влияет на общее распределение ВРТ в диапазоне высот 15-60 км и не выходит за коридор стандартного разброса годовых СПТ.

На следующем рис. 4 представлено относительное отклонение среднемесячных профилей температуры, усредненных за весь период измерений 2010-2023 гг. от модельного распределения температуры CIRA-86.

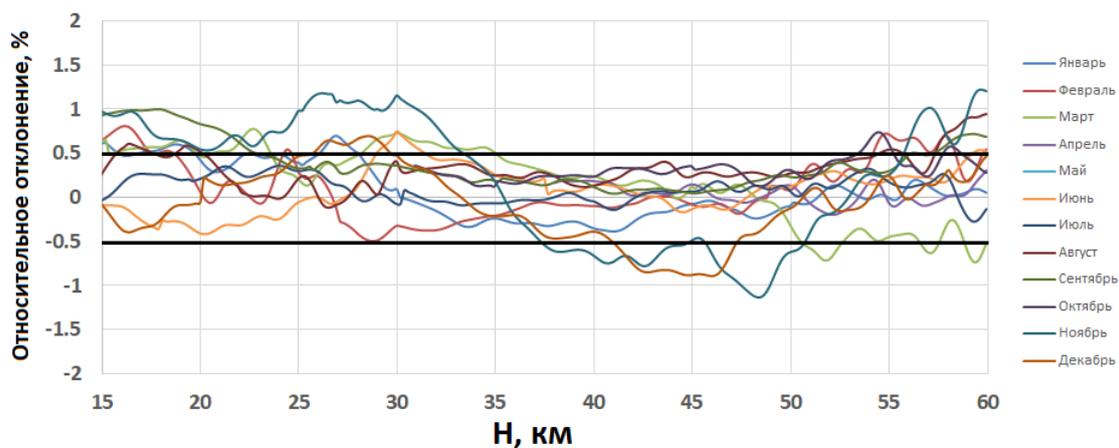


Рис. 3. Относительное отклонение среднемесячных профилей температуры за весь период наблюдений 2010-2023 гг. от аналогичных расчетов за период 2010-2020 гг.

Figure 3. Relative deviation of average monthly temperature profiles for the entire observation period 2010 - 2023. from similar calculations for the period 2010-2020.

Из рис. 4 видно, что реальная картина ВРТ в средней атмосфере значительно отличается от модели CIRA-86. Особенно, это заметно в холодный период времени, когда отклонение температуры на высотах 25-50 км может достигать до 10 % в положительную сторону, а в нижнем слое 15-25 км на 5 % в отрицательную. В теплый период года ВРТ незначительно отличается от модельного распределения.

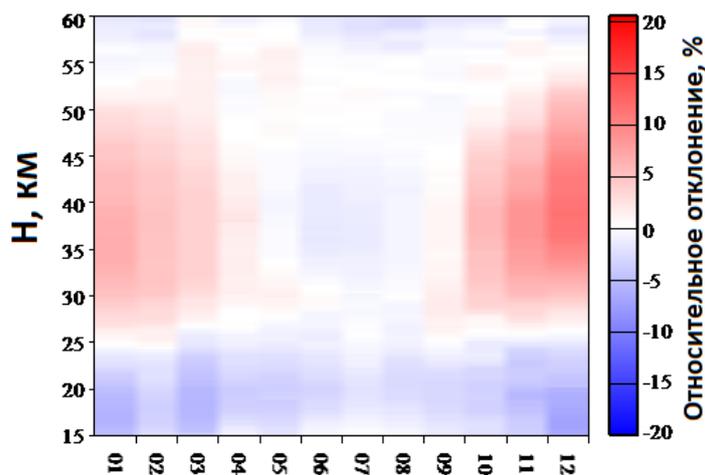


Рис. 4. Относительное отклонение среднемесячных профилей температуры, усредненных за весь период измерений 2010-2023 гг. от модельного распределения температуры CIRA-86, показанный в цветовой градации.

Figure 4. Relative deviation of monthly average temperature profiles averaged over the entire measurement period 2010-2023. from the CIRA-86 model temperature distribution, shown in color gradation.

Заключение

По данным многолетних наблюдений за период 2010-2023 гг. построено усредненное вертикальное распределение температуры средней атмосферы. Для теплого периода каждого года (с мая по сентябрь) установлено стабильное распределение температуры с отличием до нескольких К по отдельным годам. Для этого же периода года полученный по лидарным данным усредненный профиль температуры практически совпадает с модельным CIRA-86. Весной и осенью отличие среднемесячных профилей температуры возрастает до 5-10 К и в январе достигает максимума 15 К. Выявлено принципиальное отличие ВРТ, построенного по лидарным данным, и предлагаемой моделью CIRA-86. С октября по апрель в интервале высот от 15 до 25 км "лидарный" профиль температуры сдвинут от модельного в отрицательную сторону, выше от 25 до 50 км в положительную. Максимальный отрицательный сдвиг профилей отмечается в декабре и составляет 16 К, а отрицательный до 15К в январе. Так же, показано, что при добавлении новых рядов данных ВРТ в ранее рассчитанные среднемесячные профили температуры значительно не влияет ($\pm 0.5\%$ - $\pm 1\%$) на общее распределение ВРТ в диапазоне высот 15-60 км и не выходит за коридор стандартного разброса годовых СПТ ($\pm 2\%$ и $\pm 5\%$, соответственно). Факт существенного расхождения между моделью и полученными экспериментальными данными и позволяет сделать вывод о том, что последние более реально отражают термодинамический режим средней атмосферы и могут быть рекомендованы к использованию как модели для региона Западной Сибири.

Список литературы

1. URL: <http://cedarweb.vsp.ucar.edu/wiki/images/7/7b/CLRV1.pdf> (Дата обращения: 25.04.2024).
2. URL: <http://cedarweb.vsp.ucar.edu/wiki/images/1/1c/CLRV2.pdf> (Дата обращения: 25.04.2024).
3. Angot G., Keckhut Ph., Hauchecorne A., Claud Ch. Contribution of stratospheric warmings to temperature trends in the middle atmosphere from the lidar series obtained at Haute-Provence Observatory (44°N), *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 2012. vol. 117, pp. D21102.
4. Funatsu, B. M., C. Claud, P. Keckhut, W. Steinbrecht, and A. Hauchecorne Investigations of stratospheric temperature regional variability with lidar and AMSU, *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 2011. vol. 116, pp. D08106.
5. Hoffmann, P., W. Singer, D. Keuer, W. K. Hocking, M. Kunze, and Y. Murayama Latitudinal and longitudinal variability of mesospheric winds and temperatures during stratospheric warming events, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, 2007. vol. 69, pp. 2355-2356.
6. Keckhut P., et al. Review of ozone and temperature lidar validations performed within the framework of the network for the detection of stratospheric change, *J. Environ. Monit.*, 2004. vol. 6, pp. 721-733.
7. Keckhut, P., et al. An evaluation of uncertainties in monitoring middle atmosphere temperatures with the ground-based lidar network in support of space observations, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, 2011. vol. 73, pp. 627-642.
8. Marichev V. N., Bochkovskii D. A., Elizarov A. I. Construction of a thermodynamical model of the middle atmosphere of Western Siberia from the results of lidar monitoring, *Proc. SPIE*, 2021. vol. 11916, pp. 119162W.
9. Маричев В. Н., Бочковский Д. А. *Лидарные исследования термического режима стратосферы над Томском за 2012–2015 гг.*, Т. 31: Оптика атмосферы и океана, 2018.
10. Pincus R.C., Barnett V., Lewis T. *Outliers in Statistical Data*, 3rd edition, vol. XVII: J. Wiley & Sons, 1994.
11. Tukey John W. *Exploratory Data Analysis*: Addison-Wesley, 1977. 712 pp.
12. Rees D., Barnett J.J., Labitske K. COSPAR International Reference Atmosphere: 1986. Part II, Middle Atmosphere Models, *Adv. Space Res.*, 1990. vol. 10, pp. 267-315.

Информация об авторах



Маричев Валерий Николаевич ✉ – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук (ИОА СО РАН), Томск, Россия
ORCID 0000-0002-7367-6605.



Бочковский Дмитрий Андреевич ✉ – кандидат технических наук, научный сотрудник, Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук (ИОА СО РАН), Томск, Россия,
ORCID 0000-0002-9127-2065.



Елизаров Алексей Игоревич ✉ – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук (ИОА СО РАН), Томск, Россия,
ORCID 0000-0001-5847-8793.

References

- [1] URL: <http://cedarweb.vsp.ucar.edu/wiki/images/7/7b/CLRV1.pdf> (date of access: 25.04.2024)
- [2] URL: <http://cedarweb.vsp.ucar.edu/wiki/images/1/1c/CLRV2.pdf> (date of access: 25.04.2024)
- [3] Angot G., Keckhut Ph., Hauchecorne A., Claud Ch. Contribution of stratospheric warmings to temperature trends in the middle atmosphere from the lidar series obtained at Haute-Provence Observatory (44°N). *Journal of Geophysical Research Atmospheres*. 2012. vol. 117. D21102.
- [4] Funatsu B. M., Claud C., Keckhut P., Steinbrecht W., Hauchecorne A. Investigations of stratospheric temperature regional variability with lidar and AMSU. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*. 2011. vol. 116. D08106.
- [5] Hoffmann P., Singer W., Keuer D., Hocking M. W. K., Kunze, Murayama Y. Latitudinal and longitudinal variability of mesospheric winds and temperatures during stratospheric warming events. *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.* 2007. vol. 69. pp. 2355-2356.
- [6] Keckhut P., et al. Review of ozone and temperature lidar validations performed within the framework of the network for the detection of stratospheric change. *J. Environ. Monit.* 2004. vol. 6. pp. 721–733.
- [7] Keckhut, P., et al. An evaluation of uncertainties in monitoring middle atmosphere temperatures with the ground-based lidar network in support of space observations. *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.* 2011. vol. 73. pp. 627–642.
- [8] Marichev V. N., Bochkovskii D. A., Elizarov A. I. Construction of a thermodynamical model of the middle atmosphere of Western Siberia from the results of lidar monitoring. *Proc. SPIE*. 2021. vol. 11916. 119162W.
- [9] Marichev V. N., Bochkovskii D. A. Lidar studies of the thermal regime of the stratosphere over Tomsk for 2012–2015. *Atmospheric and Oceanic Optics*. 2018. vol. 31. pp. 28–37.
- [10] Pincus R.C., Barnett V., Lewis T. *Outliers in Statistical Data*. 3rd edition. J. Wiley & Sons. 1994. vol. XVII. pp. 256-256.
- [11] Tukey John W. *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley. 1997. 712 p.
- [12] Rees D., Barnett J.J., Labitske K. *COSPAR International Reference Atmosphere: 1986. Part II, Middle Atmosphere Models*. *Adv. Space Res.* 1990. vol. 10. pp. 267-315.

Information about the authors



Marichev Valeriy Nikolaevich ✉ – D. Sci. (Phys.& Math.), main staff scientist, V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS (IAO SB RAS), Tomsk, Russia
 ORCID 0000-0002-7367-6605.



Bochkovskiy Dmitriy Andreevich ✉ – PhD (Tech.), staff scientist, V. E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS (IAO SB RAS), Tomsk, Russia,
 ORCID 0000-0002-9127-2065.



Elizarov Alexey Igorevich ✉ – PhD (Tech.), senior researcher, V. E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS (IAO SB RAS), Tomsk, Russia,
 ORCID 0000-0001-5847-8793.

ФИЗИКА

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-106-116>

Научная статья

Полный текст на русском языке

УДК 551.524.7



Лидарные исследования вертикального распределения аэрозоля в стратосфере над Томском в 2023 г.

*В. Н. Маричев**, *Д. А. Бочковский*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, 634055, г. Томск,
площадь Академика Зуева, д. 1, Россия

Аннотация. В статье представлены исследования внутригодовой изменчивости вертикально-временной структуры фонового аэрозоля и его интегрального наполнения в стратосфере на основе анализа оптических характеристик аэрозоля. Результаты получены на лидарном комплексе станции высотного зондирования атмосферы ИОА СО РАН за 2023 г. Зондирование проводилось в ночное время суток, диапазон высот зондирования - от 10 до 50 км. В качестве параметра, описывающего вертикальную стратификацию аэрозоля, представлена оптическая характеристика $R(H)$ — отношение аэрозольного рассеяния. По данным мониторинга, как и в предыдущие годы, установлена устойчивая тенденция накопления аэрозоля в нижней стратосфере в холодный период года с максимальным содержанием в январе ($R \approx 1.5$ на высотах 10–30 км). В марте начинается убывание, и вертикальная стратификация аэрозоля оценивается средним значением $R \approx 1.2$ в слое 10–20 км, до практического отсутствия в июне-июле ($R \leq 1.1$). С сентября начинается рост содержания аэрозоля в нижней стратосфере до его максимального значения в зимний период. В верхней стратосфере (30–50 км) в течение всего года фоновый аэрозоль практически отсутствует. В качестве сравнительного анализа и контроля за временной динамикой аэрозольного наполнения стратосферы в статье приводится параметр B - интегральный коэффициент обратного аэрозольного рассеяния за период с 2017 – начало 2024 гг. В целом по годам максимальные аэрозольные наполнения стратосферы происходит в зимние месяцы и центрируются относительно января. Вместе с тем оно неравномерно распределено по годам и отмечается резкими и значительными колебаниями.

Ключевые слова: стратосфера, аэрозоль, лидар

Получение: 18.06.2024; Исправление: 12.08.2024; Принятие: 17.08.2024; Публикация онлайн: 26.08.2024

Для цитирования. Маричев В. Н., Бочковский Д. А. Лидарные исследования вертикального распределения аэрозоля в стратосфере над Томском в 2023 г. // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 47. № 2. С. 106-116. EDN: FDVVKM. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-106-116>.

Финансирование. НИР выполнена в рамках проекта государственного задания ИОА СО РАН

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

*Корреспонденция:  E-mail: marichev@iao.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Маричев В. Н., Бочковский Д. А., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)



PHYSICS

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-106-116>

Research Article

Full text in Russian

MSC 86A10



Lidar studies of the vertical distribution of aerosol in the stratosphere over Tomsk in 2023

V. N. Marichev, D. A. Bochkovsky*

V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS (IAO SB RAS), 634055, Tomsk, Academician Zuev square, 1, Russia

Abstract. The article presents studies of the intra-annual variability of the vertical-temporal structure of the background aerosol and its integral content in the stratosphere based on an analysis of the optical characteristics of the aerosol. The results were obtained at the lidar complex of the station for high-altitude atmospheric sounding of the IAO SB RAS for 2023. The sounding was carried out at night, the sounding altitude range was from 10 to 50 km. The optical characteristic $R(H)$ — aerosol scattering ratio — is presented as a parameter describing the vertical stratification of the aerosol. According to monitoring data, as in previous years, a stable tendency for aerosol accumulation in the lower stratosphere during the cold period of the year with maximum content in January ($R \approx 1.5$ at altitudes of 10–30 km) has been established. In March, a decrease begins, and the vertical stratification of aerosol is estimated at an average value of $R \approx 1.2$ in the 10-20 km layer, to virtual absence in June-July ($R \leq 1.1$). From September, the aerosol content in the lower stratosphere begins to increase to its maximum value in winter. In the upper stratosphere (30-50 km) there is virtually no background aerosol throughout the year. As a comparative analysis and control over the temporal dynamics of the aerosol filling of the stratosphere, the article provides parameter B — the integral aerosol backscatter coefficient for the period from 2017 to the beginning of 2024. In general, over the years, the maximum aerosol filling of the stratosphere occurs in the winter months and is centered relative to January. At the same time, it is unevenly distributed over the years and is marked by sharp and significant fluctuations.

Key words: stratosphere, aerosol, lidar.

Received: 18.06.2024; Revised: 12.08.2024; Accepted: 17.08.2024; First online: 26.08.2024

For citation. Marichev V. N., Bochkovsky D. A. Lidar studies of the vertical distribution of aerosol in the stratosphere over Tomsk in 2023. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 106-116. EDN: FDVVKM. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-106-116>.

Funding. The research was carried out within the framework of the project of the state assignment of the IOA SB RAS

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

*Correspondence:  E-mail: marichev@iao.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Marichev V. N., Bochkovsky D. A., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

В 2023 г. на лидарном комплексе ИОА СО РАН продолжались наблюдения за поведением аэрозольной компоненты стратосферы над Томском в различные месяцы года. Для указанного периода, как и периода предыдущих нескольких лет, характерным являлось отсутствие мощных вулканических извержений, которые могли бы оказывать влияние на заметное возмущение аэрозольной компоненты стратосферы Северного полушария, включая регион Западной Сибири. Поэтому имелась возможность проследить особенности вертикально-временной изменчивости наполнения стратосферы фоновым аэрозолем и его интегральным содержанием для Западной Сибири, включая приведенные в работах [1–3] исследования предыдущих лет за достаточно длительный временной интервал. Используемая для анализа первичная информация состояла из массива данных из 75 суммарных сигналов, накопленных в отдельные ночи 2023 г. Для сравнительно анализа были взяты результаты лидарного мониторинга стратосферы за 2017 – начало 2024 гг.

Аппаратура, условия проведения мониторинга, определяемые параметры

Измерения проводились на лидарном комплексе, передатчиком которого являлся лазер LS-2137U-UV3 на АИГ:Nd3+ с излучением на длине волны 532 нм, энергией импульсов 400 мДж с частотой генерации 10 Гц. Обратнорассеянное излучение поступало на телескоп системы Ньютона с приемным зеркалом диаметром 1 м и фокусным расстоянием 2 м. Прием световых сигналов проводился по двум каналам с разделением в соотношении 10% и 90% в целях уменьшения динамического диапазона (ближняя и дальняя зона приема). Разделенные оптические сигналы поступали на фотосенсорные модули (фирма Hamamatsu), где происходило их преобразование в электрические сигналы в режиме счета фотонов. Далее производилась их регистрация в счетчике фотонов с дальнейшей передачей данных в компьютер для сбора и накопления. Зондирование проводится в ночное время суток. Диапазон высот зондирования - от 10 до 50 км. Используемое вертикальное разрешение измерения сигнала (длина строба) составляет 192 м. Единичная серия измерений равнялась 10 мин., а среднее время проведения измерений за ночь – около двух часов. В качестве параметра, описывающего вертикальную стратификацию аэрозоля, представлена оптическая характеристика $R(H)$ – отношение аэрозольного рассеяния.

$$R(H) = \frac{\beta(H)}{\beta_M(H)} = \frac{\beta_M(H) + \beta_A(H)}{\beta_M(H)} = 1 + \frac{\beta_A(H)}{\beta_M(H)},$$

где, H – текущая высота, $\beta_M(H)$, $\beta_A(H)$ – коэффициенты молекулярного и аэрозольного обратного рассеяния света.

Контроль за временной динамикой аэрозольного наполнения стратосферы проводился с использованием параметра B – интегрального коэффициента

обратного аэрозольного рассеяния, определяемого по формуле:

$$B = \int_{H_1}^{H_2} \beta(h) dh,$$

где, $H_1 = 10$ км, $H_2 = 30$ км.

Данные параметры R и B широко используются в мировой практике лидарного мониторинга атмосферы для исследования пространственно-временной динамики аэрозольной компоненты [4].

Результаты наблюдений

Профили стратификации аэрозоля для холодного периода года, (январь, февраль), представлены на рис. 1. Из-за неблагоприятных погодных условий (облачное небо) измерения были ограничены пятью отдельными ночами наблюдений. Несмотря на значительный временной разрыв в измерениях (в среднем 10 суток), в январе наблюдается устойчивая структура вертикальной стратификации аэрозоля с основным содержанием в нижней стратосфере (10-30 км). Для февраля отмечается аналогичная ситуация с некоторым уменьшением содержания аэрозоля в нижней половине стратосферы (на высоте 15 км $R = 1.2-1.3$ для февраля по сравнению с $R = 1.4$ для января) и высоты слоя основного аэрозольного наполнения до 20-25 км.

Вертикальное распределение аэрозоля в весенний период показано на рис. 2.

Следует отметить заметную динамику вертикальной стратификации аэрозоля в весенний период 2023 года, в отличие от наблюдений прошлых лет. Так, в марте вертикальная стратификация аэрозоля оценивается средним значением $R \simeq 1.2$ в слое 10-20 км и основным содержанием аэрозоля в слое от 10 до 30 км., в апреле отношение рассеяния на в слое 10-20 км испытывает заметные колебания от 1.1 до 1.3, а слой основного аэрозольного наполнения стратосферы остается постоянным (10-30 км.). В мае слой основного содержания аэрозоля сокращается до высоты 25 км, вместе с тем наблюдаются дни с повышенным содержанием аэрозоля (3, 10, 11 мая) с $R \simeq 1.5$ на высоте 10 км. Данное обстоятельство, вероятнее всего, связано с заносом пирокумулятивных облаков от лесных пожаров.

Летний периода года (рис. 3) характерен низким значением аэрозольной компоненты в стратосфере, при котором отмечаются случаи незначительного содержания аэрозоля в отдельных участках слоя 15-25 км ($R \leq 1.1$). Ниже 15 км наблюдаемые всплески аэрозольного рассеяния могут быть. Следует отметить заметную динамику вертикальной стратификации аэрозоля в весенний период 2023 года, в отличие от наблюдений прошлых лет. Выше 25 км присутствие аэрозоля не наблюдается.

Далее с сентября происходит рост аэрозольного наполнения нижней стратосферы (рис. 4). Особняком выделяется случаи резкого увеличение содержания аэрозоля в отдельные даты осеннего периода, которое в отдельных

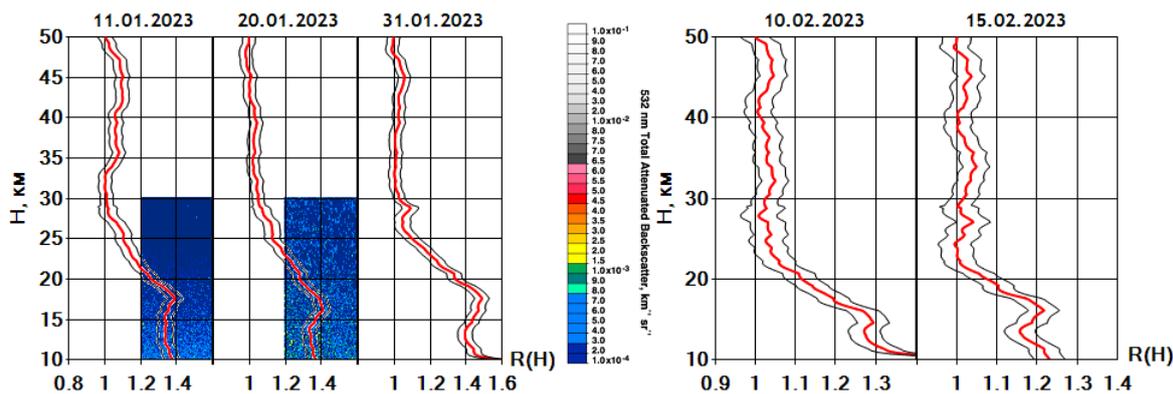


Рис. 1. Профили вертикальной стратификации аэрозоля за январь - февраль 2023 г., выраженные через параметр отношение рассеяния R (кривые красного цвета, черного - коридор стандартного отклонения). Цветовой градацией обозначена стратификация аэрозоля, выраженная через коэффициент обратного рассеяния, полученная спутником Калипсо

[Figure 1. Profiles of vertical stratification of aerosol for January - February 2023, expressed in terms of the scattering ratio parameter R (curves in red, black - the standard deviation corridor). The color gradation indicates the stratification of the aerosol, expressed in terms of the backscattering coefficient obtained by the Calypso satellite]

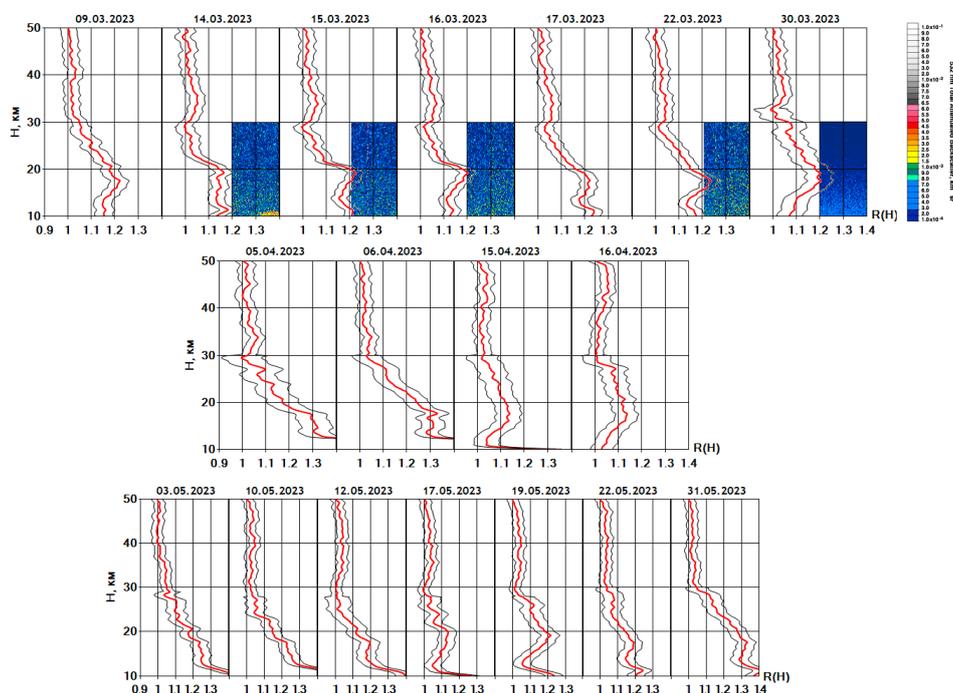


Рис. 2. Профили вертикальной стратификации аэрозоля весны 2023 г.

[Figure 2. Profiles of vertical stratification of aerosol in spring 2023]

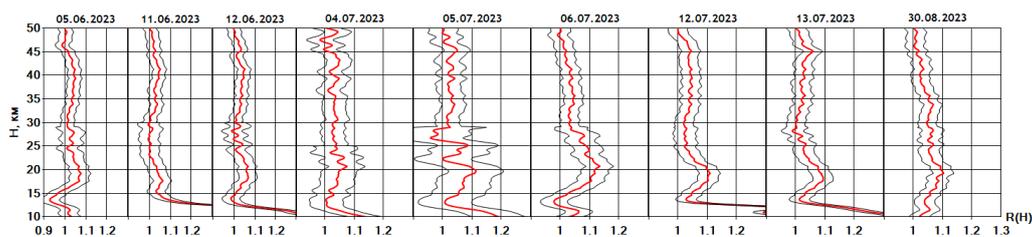


Рис. 3. Стратификация аэрозольного наполнения в июне – августе 2023 г.
 [Figure 3. Stratification of aerosol filling in June – August 2023]

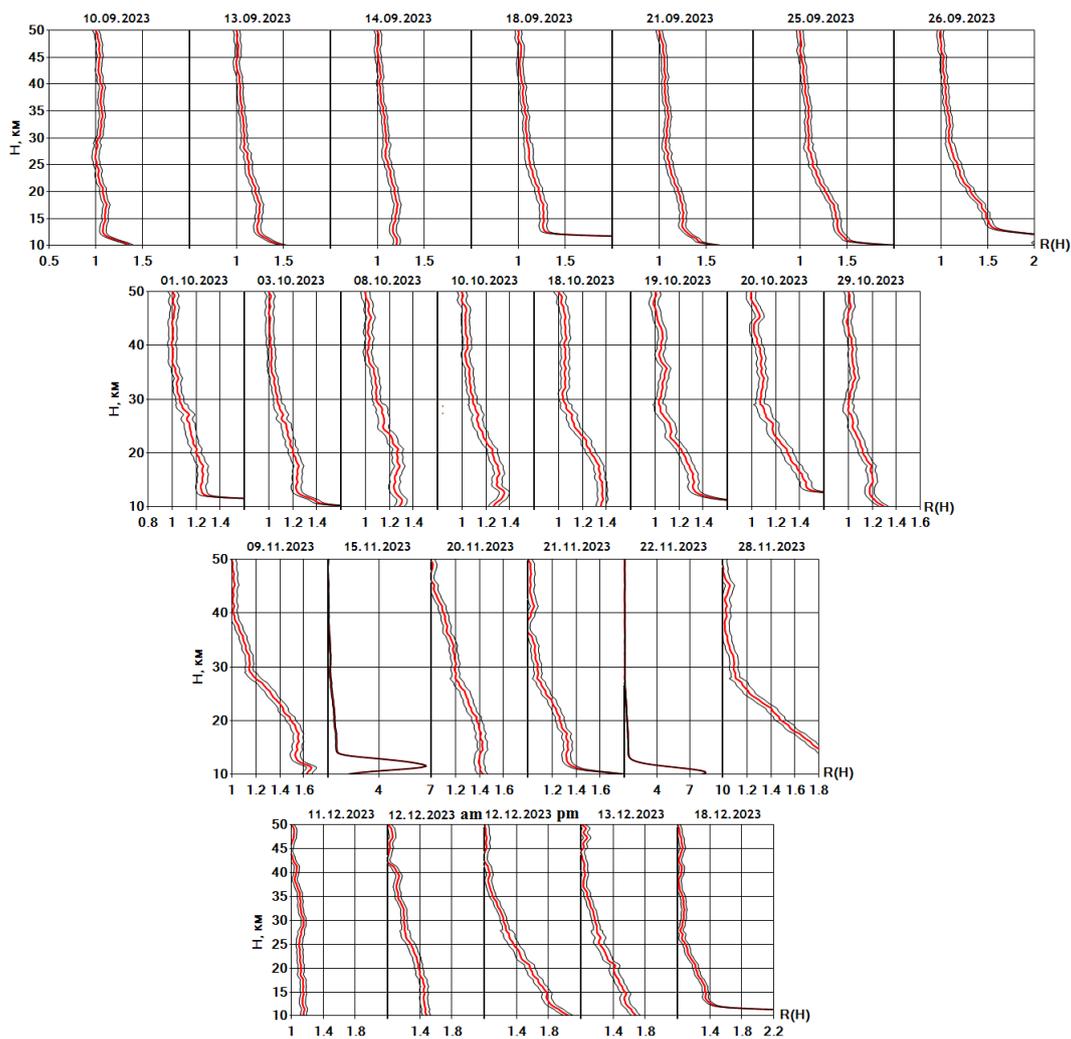


Рис. 4. Стратификация аэрозольного наполнения в сентябре – декабре 2023 г.
 [Figure 4. Stratification of aerosol filling in September – December 2023]

случаях превышает его максимальные значения декабря-января, наблюдаемых обычно как в предыдущие годы, так и в этом году. Вероятнее всего, данный факт, как и отмечалось выше, связан с заносом аэрозоля, образовавшегося от пожаров в Восточной Сибири. Заметим, что одним из наиболее впечатляющих явлений, исследования которого стали развиваться в последние два десятилетия

– это выброс аэрозолей горения в нижнюю стратосферу при образовании мощных пирокумулятивных кучево-дождевых облаков [4–11]. В декабре происходит максимальное наполнение стратосферы аэрозолем до высот 40 км.

Временная динамика полного наполнения стратосферы фоновым аэрозолем с началом от 2017 до 2022 гг. и дополненная наблюдениями 2023 г., выраженная через параметр интегрального коэффициента обратного аэрозольного рассеяния B , представлена на рис. 5.

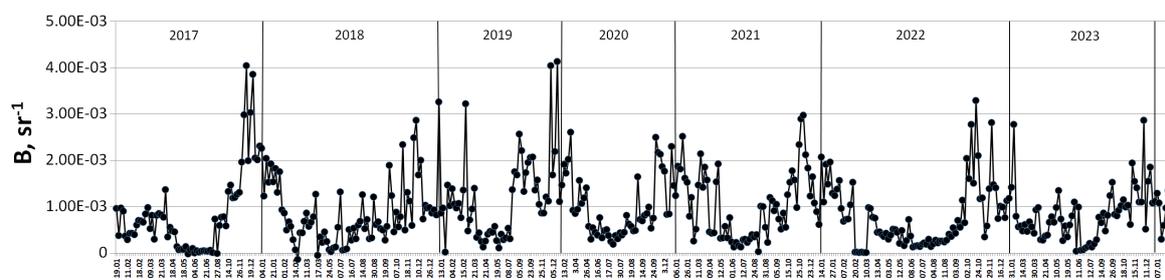


Рис. 5. Временной ход интегрального коэффициента обратного рассеяния над Томском.

[Figure 5. The time course of the integral backscattering coefficient over Tomsk]

В целом по годам максимальные аэрозольные наполнения стратосферы, как видно из рисунка, происходит в зимние месяцы и центрируются относительно января. Вместе с тем оно неравномерно распределено по годам и отмечается резкими и значительными колебаниями. Последние наиболее проявились с конца 2017 г. по начало 2020 г. В период 2020–2023 гг. амплитуда колебаний заметно снизилась. Для наглядности в виде цветовой градации на рис. 6 представлена внутригодовая динамика вертикального наполнения стратосферы аэрозолем.

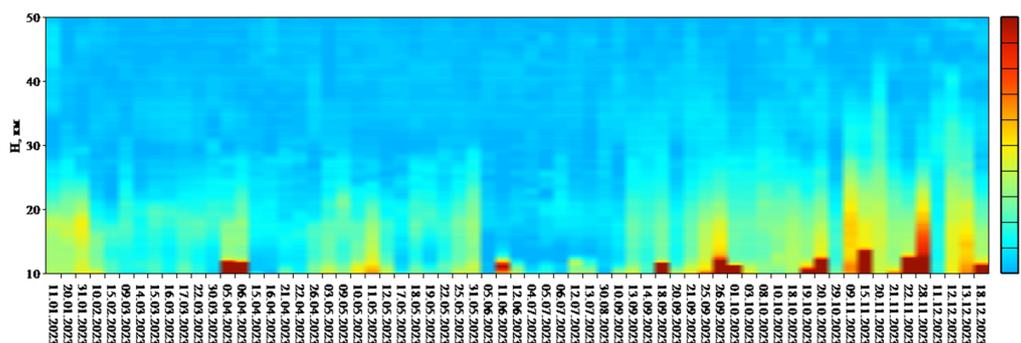


Рис. 6. Динамика вертикальной стратификации аэрозоля за 2023 г., выраженная через оптический параметр отношения рассеяния R

[Figure 6. The dynamics of the vertical stratification of the aerosol in 2023, expressed in terms of the optical parameter of the scattering ratio R]

Из рис.6 видны даты с заметным содержанием аэрозоля в нижнем слое стратосферы 10-15 км, который, как отмечалось неоднократно, может быть вызван

возникновением аэрозоля от лесных пожаров и появлением циррусов. Подобные случаи с всплесками аэрозольного содержания преимущественно наблюдались во второй половине года. В целом аэрозольное наполнение ограничивается преимущественно высотой 30 км, выше наблюдается молекулярное наполнение.

Заключение

По результатам лидарного мониторинга стратосферы Западной Сибири за 2023 г. подтвержден факт максимального наполнения нижней стратосферы (10-30 км) фоновым аэрозолем зимой, его малым содержанием, вплоть до полного отсутствия, летом и промежуточным значением с убыванием весной и ростом осенью. В верхней стратосфере (30-50 км) фоновый аэрозоль в летний период года практически отсутствует. Тем самым, включая подтверждение данного факта предыдущими многолетними измерениями, выявляется внутригодовая цикличность аэрозольного наполнения стратосферы Западной Сибири.

Список литературы

1. Маричев В. Н., Бочковский Д. А., Елизаров А. И. Оптические характеристики стратосферного аэрозоля Западной Сибири по результатам лидарного мониторинга в 2010–2021 гг., *Оптика атмосферы и океана*, 2022. Т. 35, №9(404), С. 717–721 DOI: 10.15372/AOO20220904.
2. Marichev V. N., Bochkovsky D. A. Study of variability of the background aerosol content in the stratosphere over tomsk by lidar measurement data in 2016-2019. / *Atmospheric physics 2020*, Proceedings of 26th international symposium on atmospheric and ocean optics, 06–10 jule 2020, vol. 11560. Moscow, SPIE, 2020, pp. 1766–1770 DOI: 10.1117/12.2575300.
3. Marichev V. N., Bochkovskii D. A. Monitoring the Variability of the Stratospheric Aerosol Layer over Tomsk in 2016–2018 Based on Lidar Data., *Russian meteorology and hydrology*, 2021. vol. 46, no. 1, pp. 43–51 DOI: 10.3103/S1068373921010064.
4. Trickl T., Giehl H., Jaeger H., Vogelmann H. 35 Yr of stratospheric aerosol measurements at Garmisch-Partenkirchen: From Fuego to Eyjafjallajökull, and beyond, *Atmospheric Chemistry and Physics*, 2013. vol. 13, no. 10, pp. 5205–5225 DOI: 10.5194/acp-13-5205-2013.
5. Cheremisin A. A., Marichev V. N., Bochkovskii D. A., Novikov P. V., Romanchenko I. I. Stratospheric Aerosol of Siberian Forest Fires According to Lidar Observations in Tomsk in August 2019, *Atmospheric and Oceanic Optics*, 2022. vol. 35, no. 1, pp. 57–64 DOI: 10.1134/S1024856022010043.
6. Vaughan G., Ricketts H. M., Schultz D. M., Draude A. P., Adam M., Sugier J., Wareing D. P. Transport of Canadian forest fire smoke over the UK as observed by lidar, *Atmospheric Chemistry and Physics*, 2018. vol. 18, no. 15, pp. 11375–11388 DOI: 10.5194/acp-18-11375-2018.
7. Ansmann A., Baars H., Haarig M., Seifert P., Engelmann R., Wandinger U., Chudnovsky A., Mattis I., Veselovskii I. Extreme levels of Canadian wildfire smoke in the stratosphere over central Europe on 21–22 August 2017, *Atmospheric Chemistry and Physics*, 2018. vol. 18, no. 16, pp. 11831–11845 DOI: 10.5194/acp-18-11831-2018.
8. Khaykin S. M., Godin-Beekmann S., Hauchecorne A., Pelon J., Ravetta F., Keckhut P. Stratospheric smoke with unprecedentedly high backscatter observed by lidars above southern France, *Geophysical Research Letters*, 2018. vol. 45, no. 15, pp. 1639–1646 DOI: 10.1002/2017gl076763.
9. Siddaway J. M., Petelina S. V. Transport and evolution of the 2009 Australian Black Saturday bush fire smoke in the lower stratosphere observed by OSIRIS on Odin, *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 2011. vol. 116, no. D6 DOI: 10.1029/2010JD015162.
10. Fromm M., Alfred J., Hoppel K., Hornstein J., Bevilacqua R., Shettle E., Servranckx R., Li Z., Stocks B. Observations of boreal forest fire smoke in the stratosphere by POAM III, SAGE II, and lidar in 1998, *Geophysical Research Letters*, 2000. vol. 27, no. 9, pp. 1407–1410 DOI: 10.1029/1999GL011200.

11. Korshunov V. A., Zubachev D.S. Characteristics of Stratospheric Aerosol from Data of Lidar Measurements over Obninsk in 2012–2015, *Atmospheric and Oceanic Optics*, 2017. vol. 30, no. 3, pp. 226–233 DOI: 10.1134/S1024856017030083.

Информация об авторах



Маричев Валерий Николаевич ✉ – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук (ИОА СО РАН), г. Томск, Россия, [ORCID 0000-0002-7367-6605](https://orcid.org/0000-0002-7367-6605).



Бочковский Дмитрий Андреевич ✉ – кандидат технических наук, научный сотрудник, Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук (ИОА СО РАН), г. Томск, Россия, [ORCID 0000-0002-9127-2065](https://orcid.org/0000-0002-9127-2065).

References

- [1] Marichev V.N., Bochkovsky D.A., Elizarov A.I. Optical-aerosol model of the Western Siberian stratosphere based on lidar monitoring results, *Atmospheric and Oceanic Optics*, 2022, vol. 35, no. 9(404), pp. 717–721. DOI: 10.15372/AOO20220904 (In Russian).
- [2] Marichev V.N., Bochkovsky D.A. Study of variability of the background aerosol content in the stratosphere over tomsk by lidar measurement data in 2016-2019, In: *Proceedings of 26th international symposium on atmospheric and ocean optics(06–10 jule 2020)*, Part 11560, *Atmospheric physics 2020*, 2020, pp. 1766–1770. DOI: 10.1117/12.2575300
- [3] Marichev V.N., Bochkovskii D.A. Monitoring the Variability of the Stratospheric Aerosol Layer over Tomsk in 2016–2018 Based on Lidar Data, *Russian meteorology and hydrology*, 2021, vol. 46, no. 2, pp. 43–51. DOI: 10.3103/S1068373921010064
- [4] Trickl T., Giehl H., Jaeger H., Vogelmann H. 35 Yr of stratospheric aerosol measurements at Garmisch-Partenkirchen: From Fuego to Eyjafjallajökull, and beyond, *Atmospheric Chemistry and Physics*, 2013, vol. 13, no. 10, pp. 5205–5225. DOI: 10.5194/acp-13-5205-2013
- [5] Cheremisin A.A., Marichev V.N., Bochkovskii D.A., Novikov P.V., Romanchenko I.I. Stratospheric Aerosol of Siberian Forest Fires According to Lidar Observations in Tomsk in August 2019, *Atmospheric and Oceanic Optics*, 2022, vol. 35, no. 1, pp. 57–64. DOI: 10.1134/S1024856022010043
- [6] Vaughan G., Ricketts H. M., Schultz D. M., Draude A. P., Adam M., Sugier J., Wareing D. P. Transport of Canadian forest fire smoke over the UK as observed by lidar, *Atmospheric Chemistry and Physics*, 2018, vol. 18, no. 15, pp. 11375–11388. DOI: 10.5194/acp-18-11375-2018
- [7] Ansmann A., Baars H., Haarig M., Seifert P., Engelmann R., Wandinger U., Chudnovsky A., Mattis I., Veselovskii I. Extreme levels of Canadian wildfire smoke in the stratosphere over central Europe on 21–22 August 2017, *Atmospheric Chemistry and Physics*, 2018, vol. 18, no. 16, pp. 11831–11845. DOI: 10.5194/acp-18-11831-2018
- [8] Khaykin S.M., Godin-Beekmann S., Hauchecorne A., Pelon J., Ravetta F., Keckhut P. Stratospheric smoke with unprecedentedly high backscatter observed by lidars above southern France, *Geophysical Research Letters*, 2018, vol. 45, no. 15, pp. 1639–1646. DOI: 10.1002/2017gl076763
- [9] Siddaway J.M., Petelina S.V. Transport and evolution of the 2009 Australian Black Saturday bush fire smoke in the lower stratosphere observed by OSIRIS on Odin, *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 2011, vol. 116, no. D6. DOI: 10.1029/2010JD015162
- [10] Fromm M., Alfred J., Hoppel K., Hornstein J., Bevilacqua R., Shettle E., Servranckx R., Li Z., Stocks B. Observations of boreal forest fire smoke in the stratosphere by POAM III, SAGE II, and lidar in 1998, *Geophysical Research Letters*, 2000, vol. 27, no. 9, pp. 1407–1410. DOI: 10.1029/1999GL011200
- [11] Korshunov V.A., Zubachev D.S. Characteristics of Stratospheric Aerosol from Data of Lidar Measurements over Obninsk in 2012–2015, *Atmospheric and Oceanic Optics*, 2017, vol. 30, no. 3, pp. 226–233. DOI: 10.1134/S1024856017030083

Information about the authors



Marichev Valeriy Nikolaevich ✉ – D. Sci. (Phys. & Math.), Professor, Chief scientific researcher, V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS (IAO SB RAS), Tomsk, Russia,  ORCID 0000-0002-7367-6605.



Bochkovskiyy Dmitriy Andreevich ✉ – PhD (Tech.), Researcher, V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS (IAO SB RAS), Tomsk, Russia,  ORCID 0000-0002-9127-2065.

ФИЗИКА

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-117-128>

Научная статья

Полный текст на русском языке

УДК 532.594



Образование капиллярно-гравитационных волн в потоке под воздействием системы состоящей из двух вихрей

*И. А. Пастухов^{*1}, А. И. Руденко²*

¹ Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, 236041, г. Калининград, ул. А. Невского, 14, Россия

² Калининградский государственный технический университет, 236022, г. Калининград, пр. Советский, 1, Россия

Аннотация. На основании метода, предложенного Келдышем, изучен случай образования волновых движений на поверхности идеальной однородной бесконечной жидкости, когда под поверхностью жидкости на конечной глубине помещен вихревой симметричный диполь. В рамках двумерной задачи рассматривалась плоская бегущая волна синусоидальной формы, в которой каждая ее частица будет двигаться по окружности, расположенной в вертикальной плоскости, то есть центр окружности будет совпадать с направлением распространения волны. В качестве источника возмущений выбран не одиночный вихрь, а волновой диполь. Получены два асимптотических решения для профиля волны на свободной поверхности: профиль капиллярно-гравитационных волн до источника возмущений, где ключевую роль в формировании волновых возмущений играет поверхностное натяжение; профиль капиллярно-гравитационных волн после источника возмущений, при формировании которого доминирующей является сила тяжести. Показано, что при разложении асимптотических решений в ряд Тейлора для профиля волны на свободной поверхности, для капиллярно-гравитационных волн характерны следующие закономерности: при сравнительно небольших расстояниях от источника возмущений профиль волны фактически линейный, приближения не вносят существенного влияния, то есть волна стремится к предельной форме; но, по мере удаления от волнового диполя начинает формироваться синусоидальный профиль волны. На формирование профиля волны оказывает влияние изменение глубины источника возмущения. Так, например, при уменьшении h в капиллярно-гравитационной волне преобладает капиллярная составляющая, а при увеличении h более весомый вклад вносит гравитационная составляющая.

Ключевые слова: капиллярно-гравитационные волны, след функции тока, потенциал скорости, профиль волны, вихревой диполь.

Получение: 29.06.2024; Исправление: 16.08.2024; Принятие: 18.08.2024; Публикация онлайн: 26.08.2024

Для цитирования. Пастухов И. А., Руденко А. И. Образование капиллярно-гравитационных волн в потоке под воздействием системы состоящей из двух вихрей // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 47. № 2. С. 117-128. EDN: IMNHVJ. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-117-128>.

Финансирование. Грант Российского научного фонда № 22-19-20157 (<https://rscf.ru/project/22-19-20157/>) и грант в форме субсидии из бюджета Калининградской области №14-С/2023.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

*Корреспонденция: ✉ E-mail: paigor@stud.kantiana.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Пастухов И. А., Руденко А. И., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)



PHYSICS

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-117-128>

Research Article

Full text in Russian

MSC 76B15



Formation of capillary-gravity waves in the flow under the influence of a system consisting of two vortices

I. A. Pastukhov^{*1}, *A. I. Rudenko*²

¹ Immanuel Kant Baltic Federal University, 236041, Kaliningrad, st. A. Nevsky, 14, Russia

² Kaliningrad State Technical University, 236022, Kaliningrad, Sovetsky Ave., 1, Russia

Abstract. Capillary-gravity waves significantly change the general circulation of the water surface of the World Ocean: attenuation and collapse of longer waves, gas exchange and mixing in the upper layer, kinematics of surface suspensions, and, therefore, require additional study. In the framework of a two-dimensional problem, the paper considers surface capillary-gravity waves without taking into account wind effects, but taking into account the isobaric approximation. The approach proposed by Keldysh is chosen as a quantitative basis. The object of perturbation located at a finite depth is a vortex dipole with constant curl. Two asymptotic solutions were obtained on the basis of analytical calculations: the first solution describes the profile of capillary-gravity waves located behind the vortex dipole; the second solution is the profile of capillary-gravity waves in front of the perturbation source. It is shown that the capillary component of the wave dominates in the formation of waves in front of the perturbation source, and the gravitational component dominates behind the obstacle. The relations between isobaric and barotropic effects on the free surface are qualitatively analyzed. The case for the gravitational component is considered; for this purpose, the technique of representing the wave profile using a Taylor polynomial was used.

Key words: capillary-gravity waves, current function trace, velocity potential, wave profile, vortex dipole

Received: 29.06.2024; Revised: 16.08.2024; Accepted: 18.08.2024; First online: 26.08.2024

For citation. Pastukhov I. A., Rudenko A. I. Formation of capillary-gravity waves in the flow under the influence of a system consisting of two vortices. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 117-128. EDN: IMNHVJ. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-117-128>.

Funding. The grant of the Russian Science Foundation No. 22-19-20157 (<https://rscf.ru/project/22-19-20157>) and the grant in the form of a subsidy from the budget of the Kaliningrad region No. 14-C/2023.

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

*Correspondence:  E-mail: paigor@stud.kantiana.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Pastukhov I. A., Rudenko A. I., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

Волны на поверхности жидкости являются наиболее распространенным видом волновых движений, встречающимся в природных условиях. Классификация поверхностных волн представляет собой широкий спектр [1, 2], среди которого выделим поверхностные гравитационные и капиллярные волны, которым присуща, главным образом, нелинейность [3–5]. Свободные поверхностные на поверхности жидкости образуются под воздействием силы тяжести, деформирующей поверхность жидкости, с учетом поверхностного натяжения, причем эти две причины действуют одновременно; при $\lambda \geq 10$ см преобладает сила тяжести, а в обратном случае существенный вклад вносит поверхностное натяжение. В формировании капиллярной волны ключевым параметром является поверхностное натяжение; так, например, для воды, находящейся при температуре 20°C коэффициент поверхностного натяжения составляет $\sigma = 74$ в единицах системы CGS.

Механизм эволюции волновых движений на свободной поверхности может быть упрощен за счет того, что динамическое воздействие ветра отсутствует, что и было, в первую очередь, выполнено работе.

Необходимо заметить, что в отличие от капиллярных и гравитационных волн, капиллярно-гравитационные волны, которые стали объектом изучения, имеют минимальную скорость, зависящую от параметров жидкости, плотности и коэффициента поверхностного натяжения. Особый интерес в изучении капиллярно-гравитационных волн связан с влиянием гравитации на их предельную форму. Так в [6–8] показано, что на вершине предельной волны скорость постоянна и равна фазовой скорости; данное свойство позволяет применить условие квазистатического приближения для определения профиля капиллярно-гравитационной волны.

Предположим, что на некоторой глубине, под свободным уровнем, находится баротропная стационарная вихревая структура (вихревой диполь) с постоянной завихренностью, которая взаимодействует с набегающим на нее течением; жидкость имеет бесконечную глубину. Такое взаимодействие может вносить определенный вклад в формирование волновых движений на поверхности жидкости, поскольку вихревой диполь будет являться преградой [2, 9, 10], которая может влиять на энергетический спектр волнового потока до преграды и после нее.

В качестве метода исследования выбран метод, предложенный М. В. Келдышем [11], для определения волновых движений жидкости бесконечной глубины. В [1] рассмотрен случай формы волновых движений свободной поверхности, когда в поток погружен одиночный точечный вихрь; отличительной особенностью нашей статьи является то, что в поток жидкости погружен вихревой симметричный диполь, скорости вращения которого являются противоположно направленными.

Физическая постановка и решение двумерной задачи

Задача. Рассмотрим идеальную однородную несжимаемую жидкость бесконечной глубины. Модельное пространство будем считать двумерным, при этом ось Ox направим горизонтально, а ось Oy направим вертикально вверх, ускорение свободного падения g направлено вниз. Предположим, что на некоторой глубине h под невозмущенной поверхностью жидкости находится источник возмущения, который представляет собой систему состоящую из двух точечных вихрей, расположенных симметрично относительно начала координат. На данную систему вихрей набегают поток, необходимо установить форму волн, профили волн, на невозмущенной поверхности. Примем, что при $h \rightarrow -\infty$ скорость потока принимает постоянное значение равное некоторой величине c .

Первоначально рассмотрим волновые движения, в котором присутствуют капиллярные волны. В качестве исходных уравнений используем интеграл Бернулли-Коши. Уравнение, связывающее профиль волны с потенциалом будет иметь следующий вид:

$$\eta = \frac{c}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\sigma}{\rho g} \frac{d^2 \eta}{dx^2}, \quad c \frac{d\eta}{dx} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

где $\varphi(x, y)$ — потенциал скорости, $\eta(x, y)$ — профиль волновой поверхности, ρ — плотность среды, c — базовая основная, фазовая, скорость потока, g — ускорение свободного падения.

Далее введем соотношения между потенциалом скорости $\varphi(x, y)$ и следом функции тока $\psi(x, y)$:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (2)$$

С учетом данных соотношений (2) второе уравнение в (1) для случая свободной поверхности $y = 0$ примет вид: $c \frac{d\eta}{dx} = \frac{\partial \psi}{\partial x}$.

Откуда следует, что

$$\psi(x) = c\eta(x). \quad (3)$$

Формула (3) представляет собой одномерный случай, связывающий след функции тока $\psi(x)$ с профилем свободной поверхности $\eta(x)$, что в дальнейшем упрощает математические расчеты решаемой задачи. Подставляя последнее равенство в первое уравнение системы (1), получим однородное дифференциальное уравнение второго порядка, связывающее потенциал скорости и след функции тока:

$$\frac{\sigma}{\rho g} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi = 0. \quad (4)$$

Далее введем характеристическую функцию $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$, выраженную в комплексных переменных, и продифференцируем ее дважды по

переменной x , а затем перепишем (4) таким образом, чтобы получить равенство, которое имеет смысл для действительных значений комплексного переменного:

$$\frac{i\sigma}{\rho g} \frac{d^2 w}{dz^2} - \frac{c^2}{g} \frac{dw}{dz} - iw = 0. \quad (5)$$

Формула (5) представляет собой однородное дифференциальное уравнение второго порядка применительно к характеристической функции.

С другой стороны характеристическую функцию, описывающую систему двух точечных вихрей в комплексных переменных, центр тяжести которых имеет координаты $(0, -h)$, введем следующим образом:

$$w(z) = \frac{i\Gamma}{2\pi} [\ln|z - ih| - \ln|z + ih|], \quad (6)$$

где $z = x + iy$ — алгебраическая форма комплексного числа, Γ — общая завихренность системы двух точечных вихрей (вихревой диполь). Введем выражение для вспомогательной функции $W(z)$ с учетом (5):

$$W(z) = \frac{i\sigma}{\rho g} \frac{d^2 w}{dz^2} - \frac{c^2}{g} \frac{dw}{dz} - iw, \quad (7)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность жидкости. С учетом формулы (6) преобразуем формулу (7):

$$W(z) = \frac{\Gamma}{2\pi} [\ln|z - ih| - \ln|z + ih|] + \frac{ic^2\Gamma}{2\pi g} \left[\frac{1}{z + ih} - \frac{1}{z - ih} \right] + \frac{\sigma\Gamma}{2\pi\rho g} \left[\frac{1}{(z - ih)^2} - \frac{1}{(z + ih)^2} \right]. \quad (8)$$

Будем считать, что внутри области потока жидкости существует только одно возмущение — система двух точечных вихрей, а, следовательно, функция

$$G(z) = \frac{i\sigma}{\rho g} \frac{d^2 w}{dz^2} - \frac{c^2}{g} \frac{dw}{dz} - iw - \left\langle \frac{\Gamma}{2\pi} [\ln|z - ih| - \ln|z + ih|] + \frac{ic^2\Gamma}{2\pi g} \left[\frac{1}{z + ih} - \frac{1}{z - ih} \right] + \frac{\sigma\Gamma}{2\pi\rho g} \left[\frac{1}{(z - ih)^2} - \frac{1}{(z + ih)^2} \right] \right\rangle \quad (9)$$

будет голоморфной как внутри потока, так и внутри его области, при этом действительная часть функции (8) равна нулю для действительных значений z , а действительная часть функции $G(z)$ не будет равна нулю для действительных значений комплексного числа. Тогда, на основании (9), получим дифференциальное уравнение со специальной частью правого вида в комплексных переменных:

$$\frac{i\sigma}{\rho g} \frac{d^2 w}{dz^2} - \frac{c^2}{g} \frac{dw}{dz} - iw = \frac{\Gamma}{\pi} \ln \left| \frac{z - ih}{z + ih} \right| + i \frac{4\sigma h \Gamma}{\pi \rho g} \frac{z}{(z^2 + h^2)^2}. \quad (10)$$

Решение (10) дает следующий результат:

$$w(z) = \frac{i\Gamma}{\pi\sigma(\gamma_1 - \gamma_2)} \left\{ \rho g \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 \gamma_2} \ln \left| \frac{z - ih}{z + ih} \right| + \frac{\rho g - \sigma\gamma_1^2}{\gamma_1} \int \left(\frac{1}{z + ih} - \frac{1}{z - ih} \right) e^{\gamma_1(z-\xi)} d\xi + \frac{\sigma\gamma_2^2 - \rho g}{\gamma_2} \left(\frac{1}{z + ih} - \frac{1}{z - ih} \right) e^{\gamma_2(z-\xi)} d\xi \right\}, \quad (11)$$

где $\gamma_1 = -\frac{i\rho c^2}{2\sigma} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4\sigma g}{\rho c^4}} \right)$, $\gamma_2 = -\frac{i\rho c^2}{2\sigma} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\sigma g}{\rho c^4}} \right)$, $\gamma_1 - \gamma_2 = -\frac{i\rho c^4}{\sigma} \sqrt{1 - \frac{4\sigma g}{\rho c^4}}$. Коэффициент γ_1 относится к волновым движениям, где ключевую роль играет капиллярность; натурные наблюдения показывают, что капиллярные волны формируются навстречу потоку перед препятствием, поэтому пределы интегрирования в первом интеграле, стоящем в фигурной скобке (11), примем от ∞ до z . Коэффициент γ_2 относится к волновым движениям за формирование которых отвечает сила тяжести, тогда пределы интегрирования во втором интеграле, стоящем в (11), следует взять от $-\infty$ до z . Следовательно, формула (10) с учетом пределов интегрирования может быть записана:

$$w(z) = \frac{i\Gamma}{\pi\sigma(\gamma_1 - \gamma_2)} \left\{ \rho g \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 \gamma_2} \ln \left| \frac{z - ih}{z + ih} \right| + \frac{\rho g - \sigma\gamma_1^2}{\gamma_1} \int_{\infty}^z \left(\frac{1}{z + ih} - \frac{1}{z - ih} \right) e^{\gamma_1(z-\xi)} d\xi + \frac{\sigma\gamma_2^2 - \rho g}{\gamma_2} \int_{-\infty}^z \left(\frac{1}{z + ih} - \frac{1}{z - ih} \right) e^{\gamma_2(z-\xi)} d\xi \right\}. \quad (12)$$

Затем введем обозначения: $\gamma_1 = -i\omega_1$, $\gamma_2 = -i\omega_2$; $\omega_1 = \frac{2\pi c}{\lambda_1}$, $\omega_2 = \frac{2\pi c}{\lambda_2}$ — действительные и положительные числа. Используя формулы теории интегральных вычетов [12, 13], получим асимптотические формулы решения (12) с учетом (3) для профиля свободной волновой поверхности.

Если $z = \infty$, тогда:

$$\eta(x) = \frac{2\Gamma(\rho g - \sigma\gamma_2^2)}{\sigma c(\gamma_1 - \gamma_2)\gamma_2} e^{-h\omega_2} \sin \omega_2 x. \quad (13)$$

Если $z = -\infty$, тогда:

$$\eta(x) = \frac{2\Gamma(\rho g - \sigma\gamma_1^2)}{\sigma c(\gamma_1 - \gamma_2)\gamma_1} e^{-h\omega_1} \sin \omega_1 x. \quad (14)$$

Формула (13) показывает то, что за вихревым симметричным дуплетом на свободной поверхности формируются синусоидальные волны, порождаемые силой тяжести; формула (14) показывает, что перед источником возмущений формируются волны короткого диапазона капиллярной природы.

Анализ численного решения поставленной задачи

Анализ численного решения проведем, опираясь на асимптотические решения (13), (14). На рис. 1 представлены графики зависимости профиля волн (13), формирующихся на свободной поверхности, за источником возмущения в зависимости от глубины погруженного волнового диполя.

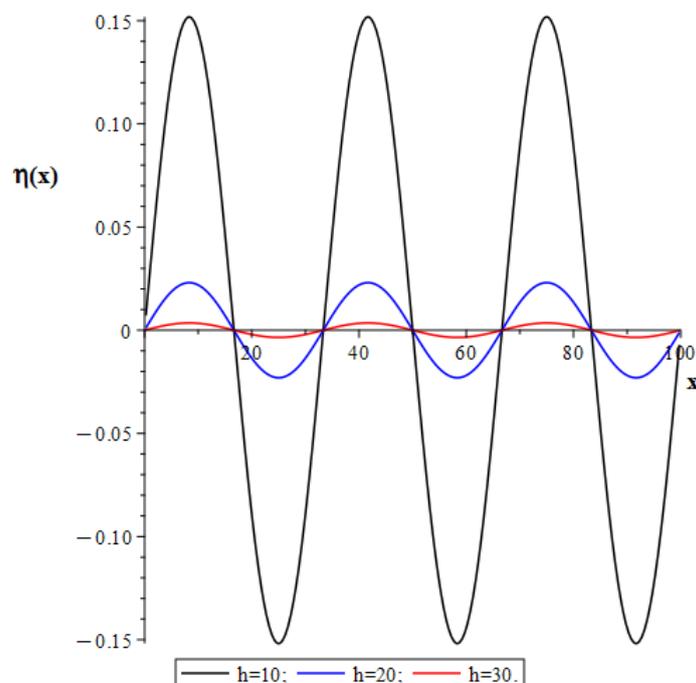


Рис. 1. Зависимость профиля гравитационных волн, формирующихся за преградой, в зависимости от глубины погружения волнового диполя. Линия черного цвета - для глубины $h = 10$; линия синего цвета - для глубины $h = 20$; линия красного цвета - для глубины $h = 30$.

[Figure 1. Dependence of the profile of gravitational waves formed behind an obstacle, depending on the depth of immersion of the wave dipole. Black line - for depth $h = 10$; blue line - for depth $h = 20$; red line - for depth $h = 30$.]

Из рис. 1 видно, что с уменьшением глубины погружения источника возмущения, форма волны, возникающей за источником, стремится к некоторому предельному значению, при этом гребень волны заостряется. Данное явление можно объяснить тем, что баротропное возмущение преобладает над суммарным давлением, атмосферным и гидродинамическим. С увеличением глубины погружения вихревого диполя наблюдается обратное явление: суммарное давление, атмосферное и гидродинамическое, начинает преобладать над баротропным давлением; гребни волн становятся более пологими. Необходимо отметить, что волны были рассмотрены одного и того же периода, чтобы было проще провести сравнение. На перепад давления на свободной поверхности оказывает влияние физико-химический состав среды жидкости; так же необходимо

отметить, что перепад давления влияет на изменение кинетической энергии волновых возмущений на поверхности жидкости.

На рис. 2 представлены графики зависимости профиля волн (14), формирующихся на свободной поверхности, перед источником возмущения в зависимости от глубины погруженного волнового диполя.

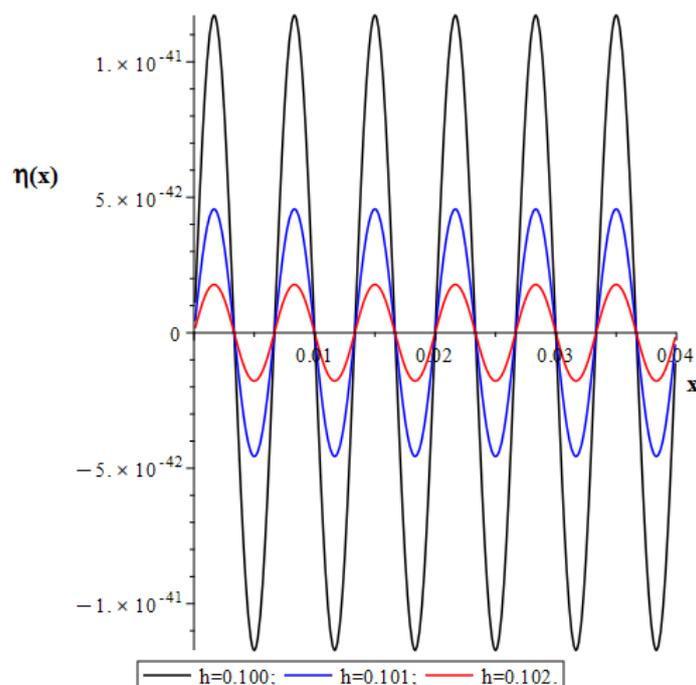


Рис. 2. Зависимость профиля капиллярных волн, формирующихся перед преградой, в зависимости от глубины погружения волнового диполя. Линия черного цвета - для глубины $h = 0.100$; линия синего цвета - для глубины $h = 0.101$; линия красного цвета - для глубины $h = 0.102$.

[Figure 2. Dependence of the profile of capillary waves formed in front of the barrier, depending on the depth of immersion of the wave dipole. Black line - for depth $h = 0.100$; blue line - for depth $h = 0.101$; red line - for depth $h = 0.102$.]

Рис. 2 демонстрирует образование капиллярных волн на свободной поверхности перед источником волнового возмущения, волновой диполь, в зависимости от глубины погружения диполя. Необходимо отметить, что перепад глубин для диполя хоть и весьма несущественный, но он оказывает огромную роль на амплитуду капиллярных волн. Так, например, уменьшение глубины погружения ведет к увеличению амплитуды капиллярных волн, при уменьшении глубины на $\Delta h \approx 0.001$ амплитуда капиллярных волн увеличивается примерно в 50 раз. Ключевым моментом при формировании капиллярных волн является динамическая составляющая, возникающая от диполя. Обилие капиллярных волн на свободной поверхности перед источником возмущения напоминает некоторое подобие суоя, то есть вода начинает “закипать”.

На рис. 3 представлены графики зависимости профиля гравитационных волн (13), формирующихся на свободной поверхности, за источником возмущения; профиль волны $\eta(x)$ представим в виде многочлена Тейлора до пятого порядка по параметру ω_2 . Глубину погружения волнового источника считаем фиксированной и равной $h = 10$.

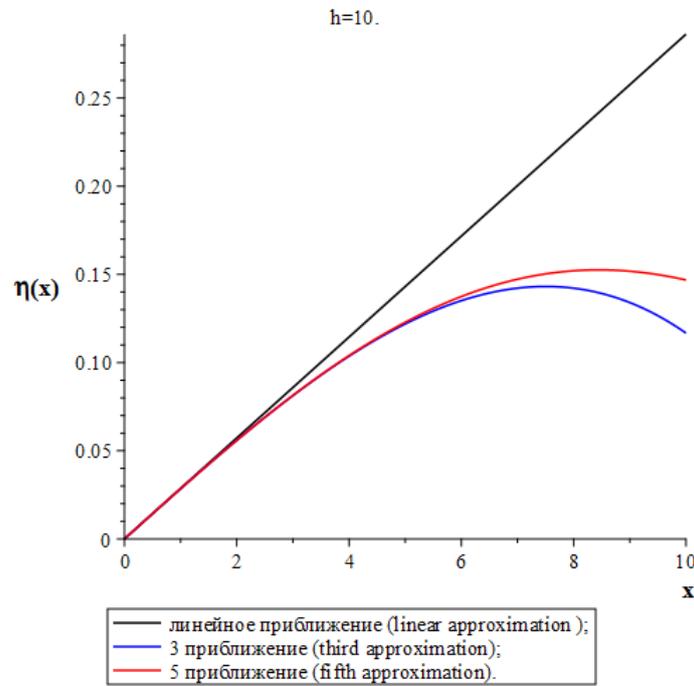


Рис. 3. Зависимость профиля гравитационных волн, формирующихся за преградой, в зависимости от глубины погружения волнового диполя. Линия черного цвета – линейное приближение; линия синего цвета – третье приближение; линия красного цвета – пятое приближение.

[Figure 3. Dependence of the profile of gravitational waves formed behind an obstacle, depending on the depth of immersion of the wave dipole. Black line - linear approximation; blue line - third approximation; red line - fifth approximation.]

Рассмотрим (13), используя ее разложение в ряд Тейлора, но ограничимся многочленом Тейлора до пятого порядка малости (если $\lambda_2 \rightarrow \infty$, то $\omega_2 \rightarrow 0$):

$$\eta(x) = \frac{2\Gamma(\rho g - \sigma\gamma_2^2)}{\sigma c(\gamma_1 - \gamma_2)\gamma_2} e^{-h\omega_2} \left(\omega_2 x - \frac{(\omega_2 x)^3}{3!} + \frac{(\omega_2 x)^5}{5!} \right). \quad (15)$$

Фактически рис. 3 построен на основании последней формулы, а, следовательно, опираясь на разложение, можно сделать следующие ключевые выводы: во-первых, при малых расстояниях от источника возмущений профиль волны фактически линейный, приближения не вносят существенного влияния, то есть волна якобы стремится к предельной форме; во-вторых, по мере удаления от волнового диполя начинает формироваться синусоидальный профиль волны-для третьего приближения (синяя линия) гребень является более пологим, чем для

пятого приближения (красная линия). Черная линия (линейное приближение) представляет собой асимптоту для гребней синусоидальных гравитационных волн.

Заключение

Если рассматривать плоскую бегущую волну синусоидальной формы, то каждая ее частица будет двигаться по окружности, расположенной в вертикальной плоскости, центр которой будет совпадать с направлением распространения волны. Поскольку радиус окружности гораздо меньше по сравнению с длиной волны, следовательно, он должен экспоненциально убывать при удалении от поверхности жидкости, что соответствует случаю (13). Анализ асимптотического решения (14) показывает, что для капиллярной составляющей волны возникает неустойчивость, обусловленная увеличением глубины погружения волнового диполя и увеличением коэффициента поверхностного натяжения жидкости, что согласуется с результатами, отраженными в работах [4, 14, 15]. Очевидно, что капиллярно-гравитационные волны играют важную роль в общей циркуляции водной поверхности, затухание и обрушение более длинных волн, газообмен и перемешивание в верхнем слое, кинематике поверхностных взвесей, а следовательно, требуют дополнительного изучения.

Список литературы

1. Сретенский Л. Н. *Теория волновых движений жидкости*. М.: Наука, 1977. 816 с.
2. Гилл А. *Динамика атмосферы и океана*, В 2-х томах, Т. 1. М.: Мир, 1986. 399 с.
3. Уизем Дж. *Линейные и нелинейные волны*. М.: Мир, 1977. 638 с.
4. Бабенко К. И. Несколько замечаний к теории поверхностных волн конечной амплитуды, *ДАН СССР*, 1987. Т. 294, № 5, С. 1033–1037.
5. Зайцев А. А., Руденко А. И. К теории стационарных волн на горизонтальном течении с линейным профилем скорости, *ПМТФ*, 2006. Т. 47, № 3, С. 43–49.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Гидродинамика*. М.: Наука, 1986. 736 с.
7. Овсянников Л. В. *Задача о нестационарном движении жидкости со свободной границей*. Новосибирск: Наука, 1967. 108 с.
8. Каменкович В. М., Кошляков М. Н., Монин А. С. *Синоптические вихри в океане*, 2-е издание. Л.: Гидрометеоздат, 1987. 510 с.
9. Ламб Г. *Гидродинамика*. М.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
10. Габов С. Л. *Введение в теорию нелинейных волн*. М.: Изд-во МГУ, 1988. 287 с.
11. Келдыш М. В. *Избранные труды. Механика*. М.: Наука, 1985. 568 с.
12. Владимиров В. С., Жаринов В. В. *Уравнение математической физики*. М.: Физико-математическая литература, 2000. 400 с.
13. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. *Методы теории функций комплексного переменного*. М.: Наука, 1965. 716 с.
14. Красовский Ю. П. Теория установившихся волн конечной амплитуды, *Журнал вычислит. математ. и математ. физики*, 1961. Т. 1, С. 836–855.
15. Монин А. С., Красицкий В. П. *Явления на поверхности океана*. Л.: Гидрометеоздат, 1985. 375 с.

Информация об авторах



Пастухов Игорь Андреевич ✉ – аспирант по направлению "Физика конденсированного состояния", младший научный сотрудник, БФУ имени И. Канта, Калининград, Россия,  ORCID 0009-0006-0925-9686.



Руденко Алексей Иванович ✉ – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий, КГТУ, Калининград, Россия,  ORCID 0000-0002-5666-9841.

References

- [1] Sretensky L. N. Teoriya volnovykh dvizheniy zhidkosti [Theory of wave motions of liquid]. Moscow: Nauka, 1977. 816 p. (In Russian)
- [2] Gill A. Dinamika atmosfery i okeana [Dynamics of the Atmosphere and Ocean]. In 2 volumes, Vol. 1. M: Mir, 1986. 399 p. (In Russian)
- [3] Wisem J. Lineynyye i nelineynyye volny [Linear and nonlinear waves]. Moscow: Mir, 1977. 638 p. (In Russian)
- [4] Babenko K. I. Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo [Methods of the theory of functions of a complex variable]. Moscow: Nauka, 1965. 716 p. (In Russian)
- [5] Zaitsev A. A., Rudenko A. I. To the theory of stationary waves on a horizontal flow with a linear velocity profile. PMTF, 2006. vol. 47, no. 3, pp. 43-49. (In Russian)
- [6] Landau L. D., Lifshits E. M. Gidrodinamika [Hydrodynamics]. Moscow: Nauka, 1986. 736 p. (In Russian)
- [7] Ovsyannikov L. V. Zadacha o neustanovivshemsya dvizhenii zhidkosti so svobodnoy granitsey [Problem of unsteady motion of a liquid with a free boundary]. Novosibirsk: Nauka, 1967. 108 p. (In Russian)
- [8] Kamenkovich V. M., Koshlyakov M. N., Monin A. C. Sinopticheskiye vikhri v okeane [Synoptic eddies in the ocean]. 2nd edition. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1987. 510 p. (In Russian)
- [9] Lamb G. Gidrodinamika [Hydrodynamics]. Moscow: Gostekhizdat. 1947. 928 p. (In Russian)
- [10] Gabov S. L. Vvedeniye v teoriyu nelineynykh voln [Introduction to the theory of nonlinear waves]. Moscow State University, 1988. 287 p. (In Russian)
- [11] Keldysh M. V. Izbrannyye trudy. Mekhanika [Selected Works. Mechanics]. Moscow: Nauka, 1985. 568 p. (In Russian)
- [12] Vladimirov V. S., Zharinov V. V. Uravneniya matematicheskoy fiziki [Equations of Mathematical Physics]. Moscow: Physico-mathematical literature, 2000. 400 p. (In Russian)
- [13] Lavrentiev M. A., Shabat B. V. Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo [Methods of the theory of functions of a complex variable]. Moscow: Nauka, 1965. 716 p. (In Russian)
- [14] Krasovskiy Y. P. Theory of steady-state waves of finite amplitude. Zhurnal Computat.matemat. i matemat. fizika. 1961. V. 1, pp. 836–855. (In Russian)
- [15] Monin A. S., Krasitsky V. P. Yavleniya na poverkhnosti okeana [Phenomena on the ocean surface]. Leningrad: Gidrometeoizda, 1985. 375 p. (In Russian)

Information about the authors



Pastukhov Igor Andreevich ✉ – Postgraduate student in the field of "Physics of Condensed Matter", research assistant, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia ,
 ORCID 0009-0006-0925-9686.



Rudenko Aleksey Ivanovich ✉ – Ph.D.(Phys. and Math.), Associate Professor, Dep. of Applied Mathematics and Information Technology, Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia,
 ORCID 0000-0002-5666-9841.

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-129-142>

Научная статья

Полный текст на русском языке

УДК 550.8.07, 550.8.08



Опыт работы с прибором георадар «Тритон-М» на территории города Петропавловск-Камчатский (Камчатка)

*В. Ю. Павлова**

ФГБОУ ВО «Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»,
683032, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4, Россия

Аннотация. Определение возможностей применения метода георадиолокации, относящегося к методам малоглубинной геофизики, в сейсмоактивных районах позволит повысить информативность и достоверность результатов, особенно при инженерно-геологических изысканиях для обеспечения сейсмостойкого строительства в геодинамических активных областях, к которым относится Камчатка. Для оптимизации метода георадиолокации необходимо сопоставление и анализ результатов наблюдений в различных геологических условиях. Поскольку метод георадиолокации интенсивно развивается в последние годы, то теоретические исследования в области обработки данных необходимо иллюстрировать многочисленными примерами практического использования георадаров на разных объектах исследования. Цель исследований заключается в создании научно-методической основы метода георадиолокации применительно к Камчатке, включая методику обработки и интерпретации данных, с учетом практического опыта применения на различных объектах. В статье приводятся опыт и особенности работы с прибором георадар «Тритон-М» на территории города Петропавловск-Камчатский. Объектом исследований являются геологические особенности и грунтовые условия территории города Петропавловска-Камчатского, требующие уточнения и детального изучения. Охарактеризованы некоторые результаты георадиолокационного профилирования. Даны рекомендуемые значения параметров измерений при проведении работ. С практической точки зрения самыми важными параметрами георадара являются глубина зондирования (глубинность) и разрешающая способность по глубине. Прибор георадар «Тритон-М» применим для решения геологических задач на территории города Петропавловск-Камчатский, при этом оптимально подобранные значения параметров измерений минимизируют запись помех и дают более точную полезную информацию о зондируемой среде. Для точной интерпретации радарограмм необходимо использовать сведения о геологическом строении исследуемой территории.

Ключевые слова: Камчатка, город Петропавловск-Камчатский, георадар, метод георадиолокации, радарограммы, обработка данных

Получение: 28.06.2024; Исправление: 15.08.2024; Принятие: 19.08.2024; Публикация онлайн: 26.08.2024

Для цитирования. Павлова В. Ю. Опыт работы с прибором георадар «Тритон-М» на территории города Петропавловск-Камчатский (Камчатка) // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 47. № 2. С. 129-142. EDN: ОКЕВКJ. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-129-142>.

Финансирование. Работа выполнена в рамках реализации Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030. Дальний Восток» и в рамках реализации гранта ФГБОУ ВО «КамГУ им. Витуса Беринга» №124020800006-9 на тему научного проекта «Уточнение грунтовых условий и геологического строения территории города Петропавловск-Камчатский с помощью метода георадиолокации» (руководитель Павлова В.Ю.).

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

*Корреспонденция:  E-mail: verpavlova88@gmail.com

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Павлова В. Ю., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)





Experience with the «Triton-M» georadar device in the Petropavlovsk-Kamchatsky city (Kamchatka)

V. Yu. Pavlova*

Vitus Bering Kamchatka State University, 683032, Petropavlovsk-Kamchatsky, st. Pogranichnaya, 4, Russia

Abstract. Determining the possibilities of using the ground penetrating radar method, which is a method of shallow geophysics, in seismically active areas will increase the information content and reliability of the results, especially in engineering and geological surveys to ensure seismic-resistant construction in geodynamically active areas, which include Kamchatka. To optimize the ground penetrating radar method, it is necessary to compare and analyze the results of observations in various geological conditions. Since the ground penetrating radar method has been intensively developing in recent years, theoretical research in the field of data processing must be illustrated by numerous examples of the practical use of ground penetrating radars at various research sites. The purpose of the research is to create a scientific and methodological basis for the georadar method in relation to Kamchatka, including methods for processing and interpreting data, taking into account practical experience of application at various sites. The object of the research is the geological features and soil conditions of the territory of the Petropavlovsk-Kamchatsky city, requiring clarification and detailed study. The article describes the experience and features of working with the «Triton-M» georadar device in the Petropavlovsk-Kamchatsky city. Some results of ground penetrating radar profiling are characterized. Recommended values of measurement parameters during work are given. From a practical point of view, the most important parameters of the ground penetrating radar are the probing depth and the depth resolution. The «Triton-M» ground penetrating radar device is applicable for solving geological problems in the territory of the Petropavlovsk-Kamchatsky city, while optimally selected values of measurement parameters minimize the recording of interference and provide more accurate useful information about the probed environment. For accurate interpretation of radargrams, it is necessary to use information about the geological structure of the studied territory.

Key words: Kamchatka, the Petropavlovsk-Kamchatsky city, georadar, the GPR method, radargrams, data processing.

Received: 28.06.2024; Revised: 15.08.2024; Accepted: 19.08.2024; First online: 26.08.2024

For citation. Pavlova V. Yu. Experience with the «Triton-M» georadar device in the Petropavlovsk-Kamchatsky city (Kamchatka). *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 129-142. EDN: OKEVKJ. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-129-142>.

Funding. The work was carried out as part of the realization of the Strategic Academic Leadership Program «Priority 2030. The Far East» and as part of the implementation of the grant of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «KamSU. Vitus Bering» №124020800006-9 on the topic of the scientific project «Clarification of soil conditions and the geological structure of the territory of Petropavlovsk-Kamchatsky using the method of geolocation» (head Pavlova V. Yu.).

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. The author participated in the writing of the article and is fully responsible for submitting the final version of the article to the press.

*Correspondence:  E-mail: verpavlova88@gmail.com

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Pavlova V. Yu., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

Определение возможностей применения метода георадиолокации, относящегося к методам малоглубинной геофизики, в сейсмоактивных районах позволит повысить информативность и достоверность результатов, особенно при инженерно-геологических изысканиях для обеспечения сейсмостойкого строительства в геодинамических активных областях, к которым относится Камчатка [1].

Задачи исследования:

1. Оценка применимости и последующая адаптация метода георадиолокации для изучения грунтовых условий в сейсмоактивном регионе.
2. Разработка методики обработки и интерпретации данных георадиолокации применительно к Камчатке.
3. Комплексный анализ данных георадиолокации с учетом геологических, геоморфологических, гидрогеологических особенностей исследуемых объектов на Камчатке.

Объектом исследований являются геологические особенности и грунтовые условия территории города Петропавловска-Камчатского (рис. 1, 2), требующие уточнения и детального изучения [2–4].

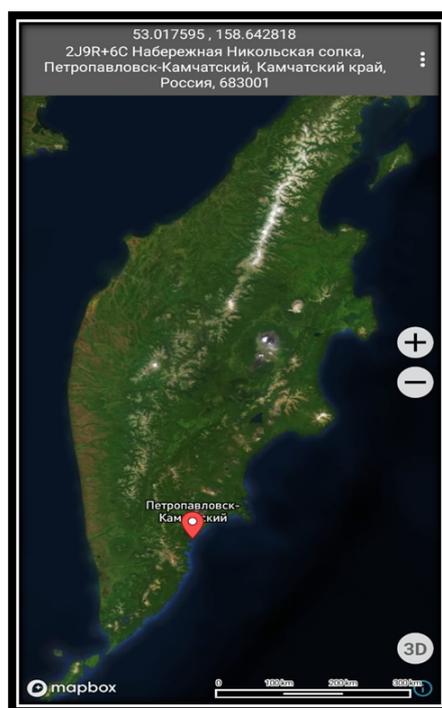


Рис. 1. Объект исследования на карте (Россия, Камчатка, город Петропавловск-Камчатский)

[Figure 1. The object of study on the map (Russia, Kamchatka, the Petropavlovsk-Kamchatsky city)]

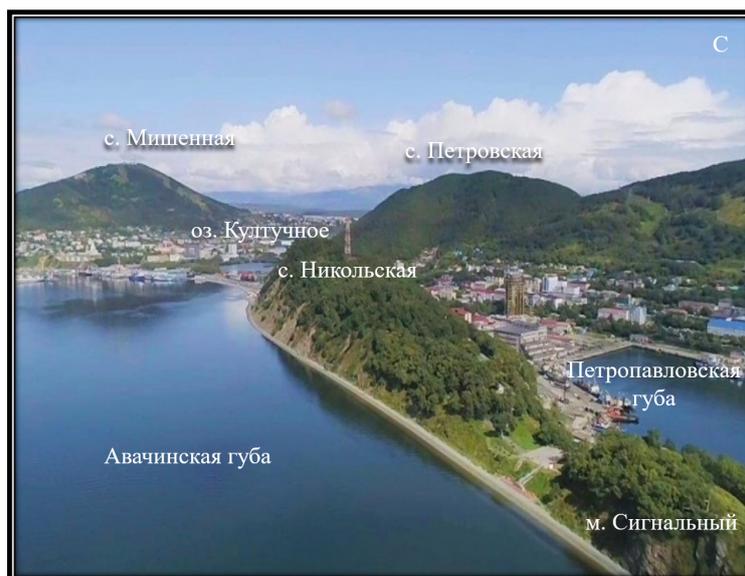


Рис. 2. Объекты исследования на территории города Петропавловск-Камчатский: сопка Никольская, Култучное озеро, сопка Мишенная (Россия, Камчатка)
 [Figure 2. Object of study in the territory of the city of Petropavlovsk-Kamchatsky city: Mount Nikolskaya, Lake Kultuchnoe, Mount Mishennaya (Russia, Kamchatka)]

Камчатским филиалом Дальневосточного треста инженерно-строительных изысканий (КФ ДальТИСИЗ) в 1971–1974 гг. были проведены инженерно-геологические исследования в г. Петропавловске-Камчатском и составлены карты фактического материала, геологическая, геоморфологическая, гидрогеологическая и карта инженерно-геологических условий в масштабе 1:10000. Территория города по инженерно-геологическим условиям разделена на четыре области: А, Б, В и Г. В каждой из выделенных областей были выделены благоприятные, условно благоприятные, условно неблагоприятные и неблагоприятные районы для строительства. Карты микросейсмического районирования г. Петропавловск-Камчатский, составленные в 1974 и 1981 гг., были объединены в единую карту СМР с выделением зон сейсмической интенсивности VIII, IX и X баллов. Разжижение грунтов при сильных землетрясениях в г. Петропавловске-Камчатском происходит, в основном, в зоне с сейсмической опасностью X баллов. Эта зона занимает 30% площади в северной, северо-восточной и центральной частях города в местах распространения обводненных грунтов различного генезиса. В зону с сейсмичностью X баллов отнесены: а) щебенистые, дресвяные и супесчаные грунты средней плотности (объемный вес 2.0 - 2.10 г/см³) с глубиной залегания УГВ 10% обеспеченности менее 3 м; б) менее плотные дресвяные, супесчаные и песчаные грунты (объемный вес менее 2.0 г/см³) с глубиной залегания УГВ до 4 м; в) заилованные, заторфованные и другие слабые грунты; г) склоны круче 15%, сложенные рыхлыми грунтами; д) склоны крутизной 10–20% при наличии других неблагоприятных факторов:

повышенной влажности, малой плотности отложений, повышенного содержания в них песка и супеси; е) обрывы и склоны крутизной более 30%, сложенные рыхлыми и коренными породами; ж) насыпные и намывные грунты при глубине залегания подземных вод менее 4–6 м; з) участки повышенной интенсивности сотрясения при землетрясении 1971 г., независимо от инженерно-геологических условий. Участки развития опасных физико-геологических процессов (оползни, обвалы, лавины) также отнесены к X-балльной зоне [5].

Для оптимизации метода георадиолокации необходимо сопоставление и анализ результатов геофизических наблюдений в различных геологических условиях. Полуостров Камчатка – часть активной Курило-Камчатской островодужной системы, протягивающейся на 2000 км от Японии на юге, до сочленения с Алеутской дугой на севере. Современное единство этой системы проявляется в непрерывном глубоководном желобе, сейсмофокальной зоне и поясе активного вулканизма. [6]. Малко-Петропавловская зона (МПЗ), расположенная на юго-восточном побережье полуострова Камчатка, простирается в северо-западном направлении от Авачинского залива до реки Быстрая (Малкинская). Она ограничена региональными разрывными нарушениями – Петропавловским и Вилючинским разломами северо-западного простирания – и субмеридиональным разломом, ориентированным вдоль реки Быстрая [7]. Формирование МПЗ связано с историей развития Тихоокеанской плиты и северо-западного обрамления Пацифики и, в частности, с аккрецией Кронотской палеодуги к континентальной окраине Камчатки [8–10]. Необходимость исследования проявляется в изучении грунтовых условий строительных площадок для обеспечения безопасности при дальнейшем проектировании инфраструктуры в районах с высокой сейсмической активностью и разнообразным сложным геологическим строением.

Актуальность исследований заключается в следующем [11]:

1. Для оптимизации метода георадиолокации необходимо сопоставление и анализ результатов наблюдений в различных геологических условиях.
2. Поскольку метод георадиолокации интенсивно развивается в последние годы, то теоретические исследования в области обработки данных необходимо иллюстрировать многочисленными примерами практического использования георадаров на разных объектах исследования.

Цель исследований заключается в создании научно-методической основы метода георадиолокации применительно к Камчатке, включая методику обработки и интерпретации данных, с учетом практического опыта применения на различных объектах.

Конструкция и принцип действия георадара «Тритон-М»

Для проведения исследований используем прибор георадар «Тритон-М» (рис. 3).

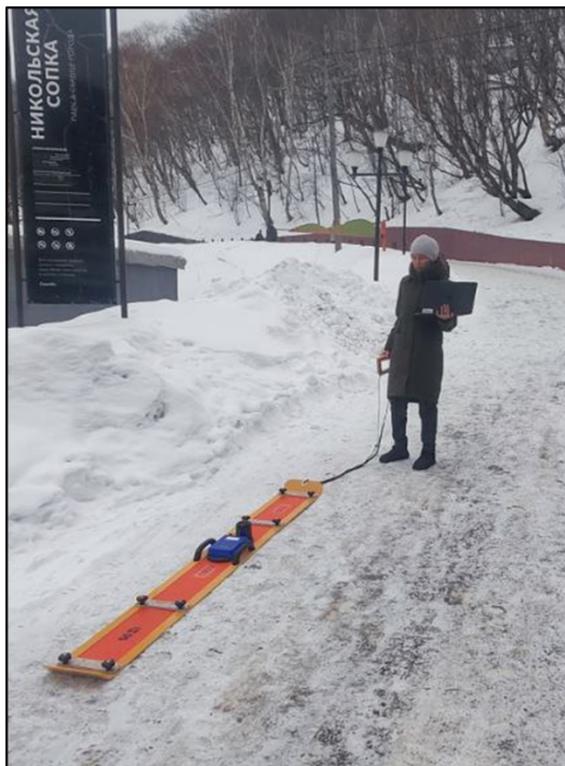


Рис. 3. Оператор с георадаром «Тритон-М»
[Figure 3. Operator with the «Triton-M» georadar]

Глубинный георадар «Тритон-М» оснащен одной приемно-передающей антенной. Длина георадара составляет 2 м, частота 100 и 50 МГц. Этот георадар позволяет получать отражения от границ с залеганием до 50 метров. Управление георадаром осуществляется в режиме реального времени. Прием данных зондирования производится на ноутбук по сети Wi-Fi.

Георадар «Тритон-М» представляет собой портативный радиолокатор, который, в отличие от классического, направляет зондирующие электромагнитные импульсы в исследуемую среду, а не в свободное пространство. Исследуемой средой может быть земля (отсюда наиболее распространенное название - георадар), вода, стены зданий и т.п.

Передающая антенна изделия излучает электромагнитные импульсы, которые для получения высокой разрешающей способности имеют очень малую длительность (единицы наносекунд) и достаточно широкий спектр излучения.

Выбор длительности импульса является компромиссом между необходимой глубиной зондирования и разрешающей способностью прибора – чем короче импульс, тем выше разрешающая способность, но меньше глубина зондирования.

Излученный передающей антенной в исследуемую среду электромагнитный импульс отражается от находящихся в ней предметов или любых неоднородностей, имеющих отличную от среды диэлектрическую проницаемость или проводимость. Такими неоднородностями могут быть локальные объекты, пустоты, границы раздела слоев различных пород, участки с различной влажностью и т.д.

В итоге на вход приемной антенны поступает сигнал, представляющий собой комбинацию сигнала, излученного передающей антенной и попавшего непосредственно в приемную антенну (сигнал прямого прохождения или прямая волна), и сигналов, отраженных от различных неоднородностей исследуемой среды (отраженная волна). Этот результирующий сигнал называется трассой. Очевидно, что любые подповерхностные неоднородности дадут отклик в волновой структуре принимаемого сигнала. Отраженный сигнал принимается приемной антенной, преобразуется в цифровой вид и запоминается для дальнейшей обработки [12–14].

Особенности работы с прибором «Тритон-М»

При работе георадара «Тритон-М» по поверхности исследуемой среды на экран монитора выводится совокупность трасс (радарограмма, или профиль), по которому можно определить местонахождение, глубину залегания и протяженность объектов (рис. 4).

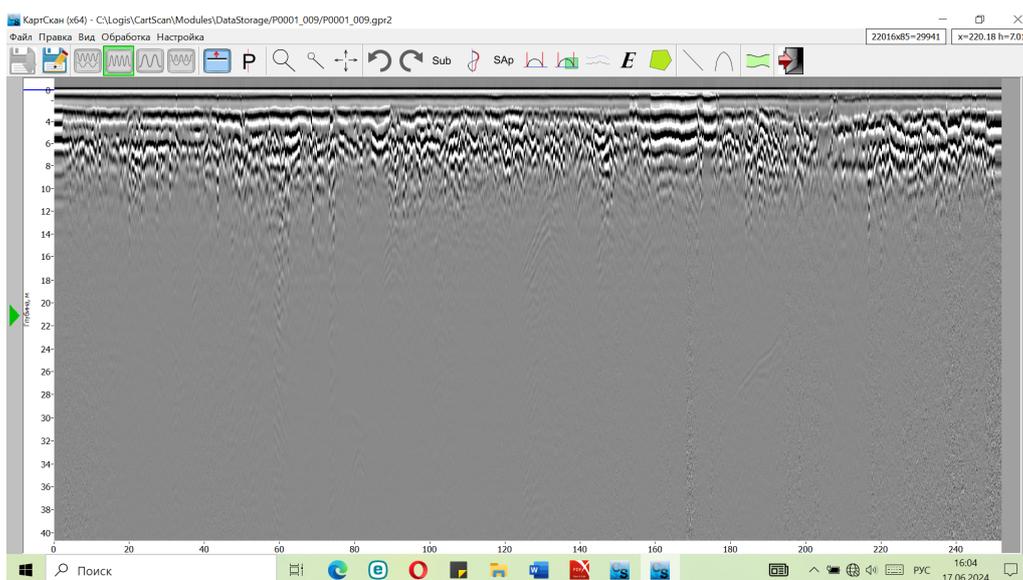


Рис. 4. Пример радарограммы в программе (георадар «Тритон-М». Город Петропавловск- Камчатский)

[Figure 4. For example – radargram in the CartScan program (georadar «Triton-M». The Petropavlovsk- Kamchatsky)]

Из-за широкой диаграммы направленности георадара локальные объекты наблюдаются не только в точке непосредственно под ним, но также на некотором удалении в обе стороны. При этом расстояние до объекта описывается характерной гиперболой, образуя так называемую дифрагированную волну. Объект, от которого возникла дифрагированная волна, находится в точке, соответствующей вершине гиперболы (рис. 5 и 6).

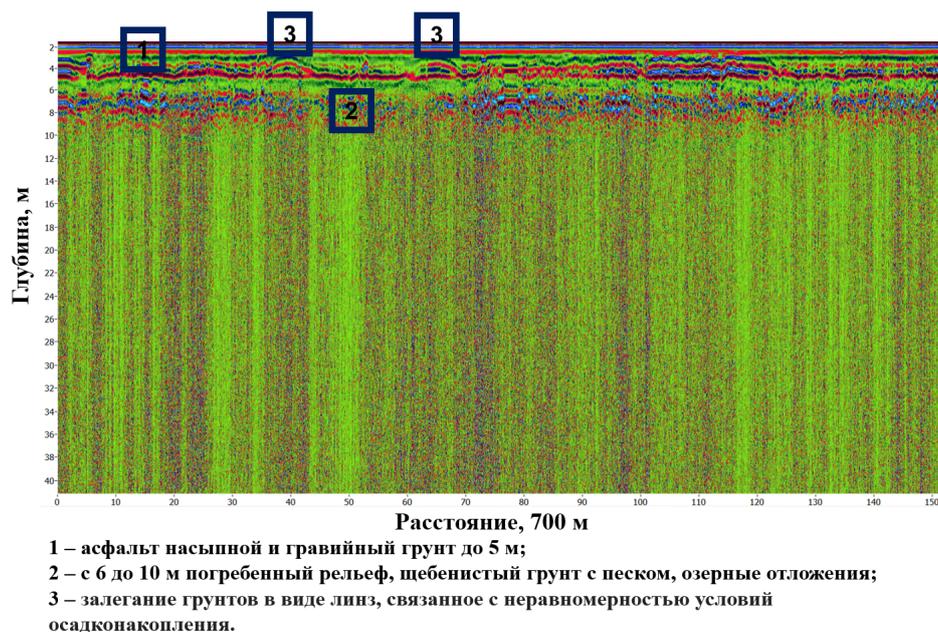


Рис. 5. Радарограмма 1, полученная в прибрежной зоне Култучного озера (город Петропавловск- Камчатский)
 [Figure 5. Radarogram 1 (Kultuchnoye Lake, the Petropavlovsk- Kamchatsky city)]

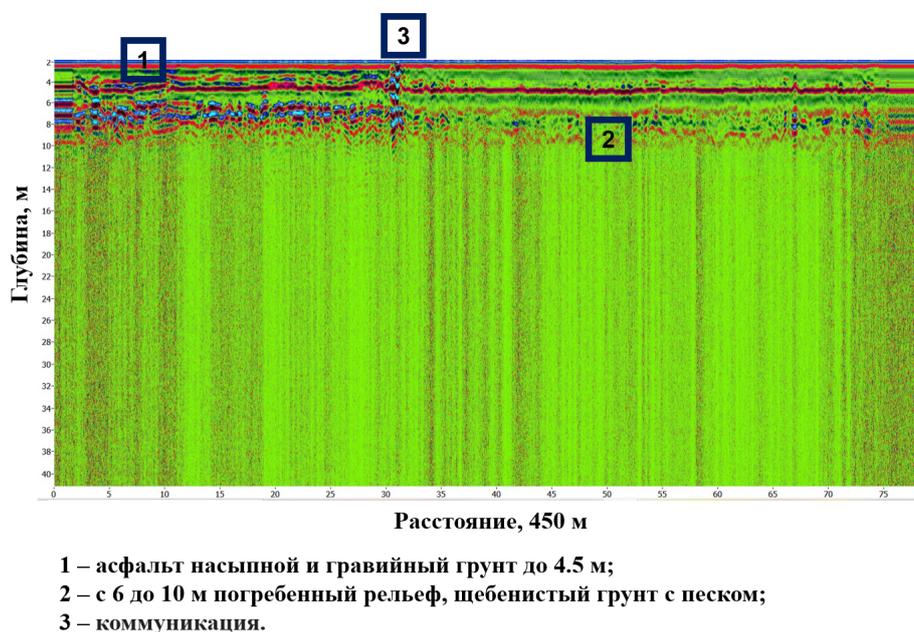


Рис. 6. Радарограмма 2, полученная в прибрежной зоне Култучного озера (город Петропавловск- Камчатский)
 [Figure 6. Radarogram 2 (Kultuchnoye Lake, the Petropavlovsk- Kamchatsky city)]

С практической точки зрения самыми важными параметрами георадара являются глубина зондирования (глубинность) и разрешающая способность по глубине.

Разрешающая способность по глубине – это минимальное расстояние по вертикали между двумя объектами, при котором возможно раздельное наблюдение этих объектов. Разрешающая способность зависит от длительности зондирующего импульса – чем меньше длительность импульса, тем выше разрешающая способность.

Рекомендации по оптимизации проведения работ при использовании георадара «Тритон-М»

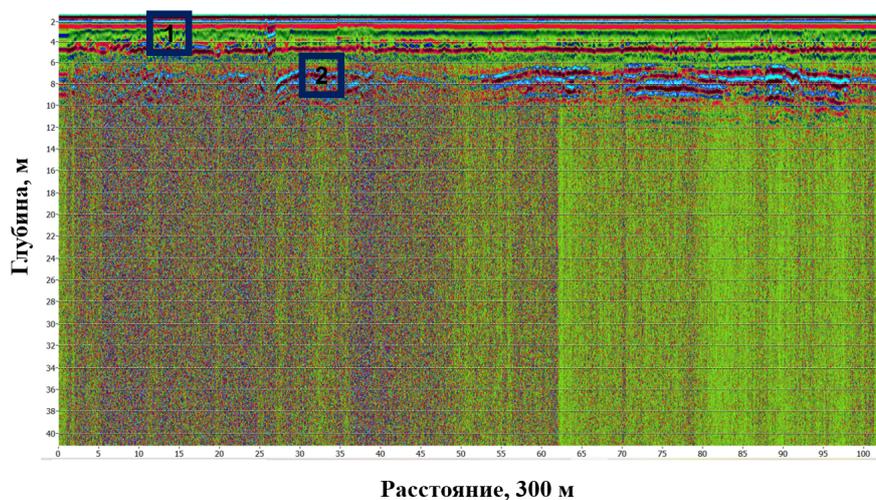
Перед началом измерительных работ рекомендуется провести пробную запись радарограммы на выбранной территории, с целью идентификации помех (в частности, уровня записи воздушных волн) и определения выбора параметров измерений.

Глубина зондирования георадара «Тритон-М» зависит как от технических характеристик георадара (излучаемой мощности, чувствительности и т.д.), так и от электрических свойств исследуемой среды. При распространении электромагнитной волны в среде, отличной от вакуума, происходит растекание токов проводимости в объеме среды, приводящее к затуханию электромагнитной волны. Поэтому важнейшей характеристикой, влияющей на глубину зондирования, является удельное затухание в среде. Соответственно, чем больше удельное затухание в среде, тем меньше достижимая глубина зондирования.

Особенностью практически всех природных и искусственных сред является значительное увеличение удельного затухания с ростом частоты. Поэтому для увеличения глубинности стоит использовать как можно более низкие частоты. Но при уменьшении частоты ухудшается разрешающая способность георадара. Поэтому выбор центральной частоты георадара (100 МГц или 50 МГц) является компромиссом между требуемой разрешающей способностью (необходимо уменьшать длительность импульса, т.е. повышать частоту) и глубиной зондирования (необходимо понижать частоту). С учетом противоречия между глубиной зондирования и разрешающей способностью задание одного из этих параметров практически однозначно определяет центральную частоту спектра зондирующего сигнала.

Обнаружение локальных объектов на радарограммах, полученных при проведении зондирования возможно по наличию отраженных от них сигналов, как в реальном времени, так и в постобработке сохраненных файлов. Сигналы, отраженные от обнаруженных объектов, отрисовываются на радарограммах в зависимости от направления перемещения антенного блока относительно оси объекта при проведении зондирования. При движении антенного блока перпендикулярно оси объекта или под острым углом объект отображается как одиночная гипербола. При движении антенного блока вдоль оси объекта отрисовка

отраженных сигналов на экране монитора радара-обнаружителя происходит, как показано на рис. 7.



1 – асфальт, уплотненный насыпной грунт до 6 м;
2 – с 6 до 10 м погребенный рельеф, морские прибрежные отложения.

Рис. 7. Радарограмма 3, полученная в прибрежной зоне Култучного озера (город Петропавловск-Камчатский)
 [Figure 7. Radarogram 3 (Kultuchnoye Lake, the Petropavlovsk- Kamchatsky city)]

Если перемещение антенного блока происходит вдоль оси протяженного объекта (труба, кабель), то велика вероятность того, что оператор может пропустить или не заметить объект [14, 15].

Некоторые рекомендуемые значения параметров измерений для проведения работ на территории города Петропавловск-Камчатский с помощью георадара «Тритон-М»:

- количество точек по глубине – 511 (максимальное качество на большие глубины, можно использовать 255, но только при оперативной поисковой работе);
- развертка по глубине – 100-200 нс (изменяется ступенчато, если в нижней части радарограммы отсутствует область шумов, можно увеличить значение);
- режим сканирования – “Непрерывно”;
- эpsilon – 7 (значение диэлектрической проницаемости “Сухо”-7, “Влажно”-20, “Вода”-80) - можно выбрать желаемое значение диэлектрической проницаемости из типовых стандартных значений, или задать произвольное значение, исходя из априорной информации зондируемой среды; более точно можно рассчитать по полученной радарограмме).

Заключение

Прибор георадар «Тритон-М» активно используется для решения геологических задач на территории города Петропавловск-Камчатский, при этом оптимально подобранные значения параметров измерений минимизируют запись помех и дают более точную полезную информацию о зондируемой среде. Для точной интерпретации радарограмм необходимо использовать сведения о геологическом строении исследуемой территории.

Аббревиатуры

СМР Сейсмическое микрорайонирование

УГВ Уровень грунтовых вод

Список литературы

1. СП 14.13330.2018. *Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81**. Москва: Стандартинформ, 2018. 115 с.
2. Шеймович В. С. *Государственная геологическая карта Российской Федерации 1:200000. Серия Южно-Камчатская. Листы N-57-XXI (Северные Коряки), N-57-XXVII (Петропавловск-Камчатский), N-57-XXXIII (Сопка Мутновская)*. Москва: Объясн. зап., 2000. 302 с.
3. Савельев Д. П., Палечек Т. Н., Портнягин М. В. Кампанские океанические кремнисто-вулканогенные отложения в фундаменте восточного камчатского вулканического пояса, *Тихоокеанская геология*, 2005. Т. 24, № 2, С. 46–54.
4. Bergal-Kuvikas O., Bindeman I., Chugaev A., Larionova Y., Perepelov A., Khubaeva O. Pleistocene-Holocene Monogenetic Volcanism at the Malko-Petropavlovsk Zone of Transverse Dislocations on Kamchatka: Geochemical Features and Genesis, *Pure and Applied Geophysics*, 2022. vol. 179, pp. 3989–4011 DOI: 10.1007/s00024-022-02956-7.
5. Константинова Т. Г. *Поведение грунтов и зданий при сильных землетрясениях*. Обнинск: ФИЦ ЕГС РАН, 2020. 188 с.
6. Есин Е. И., Василевский А. Н., Бушенкова Н. А. Пространственные корреляции особенностей рельефа, гравитационного поля и аномалий скоростей сейсмических волн центральной зоны Камчатского региона, *Геология и геофизика*, 2024. Т. 65, № 2, С. 303-318.
7. Гонтовая Л. И., Попруженко С. В., Низкоус И. В., Апрельков С. Е. Верхняя мантия Камчатки: Глубинная модель и связь с тектоникой, *Тихоокеанская геология*, 2008. Т. 27, № 2, С. 80–91.
8. Селиверстов Н. И. *Строение дна прикамчатских акваторий и геодинамика зоны сочленения Курило-Камчатской и Алеутской островных дуг*. Москва: Научный мир, 1998. 164 с.
9. Авдейко Г. П., Бергаль-Кувикас О. В. Геодинамические условия образования адакитов и Nb-обогащенных базальтов (NEAB) на Камчатке, *Вулканология и сейсмология*, 2015. № 5, С. 1–13.
10. Агибалов А. О., Бергаль-Кувикас О. В., Зайцев В. А., Макеев В. М., Сенцов А. А. Взаимосвязь морфометрических параметров рельефа, характеризующих трещиноватость верхней части литосферы, и проявлений вулканизма Малко-Петропавловской зоны, *Геофизические процессы и биосфера*, 2023. Т. 22, № 2, С. 122-133.
11. Павлова В. Ю., Делемень И. Ф. *Применение метода георадиолокации на Камчатке*. Москва: Издательский дом Академии Естествознания, 2020. 144 с.
12. Владов М. Л., Старовойтов А. В. *Введение в георадиолокацию*. Москва: издательство МГУ, 2004. 153 с.
13. Старовойтов А. В. *Интерпретация георадиолокационных данных*. Москва: издательство МГУ, 2008. 192 с.
14. Руководство по эксплуатации: *Комплект Тритон-М*. Раменское: ООО «Логические Системы», 2021. 13 с.

15. Программный комплекс CartScan: *Руководство оператора*. Москва: ООО «Логис», 2022. 94 с.

Информация об авторе



Павлова Вероника Юрьевна ✉ – кандидат геолого-минералогических наук, доцент кафедры биологии и наук о Земле факультета естественных и технических наук, ведущий научный сотрудник международной интегративной научно-исследовательской лаборатории экстремальных явлений Камчатки, ФГБОУ ВО «Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга», Петропавловск-Камчатский, Россия,  ORCID 0000-0003-4753-1928.

References

- [1] SP 14.13330.2018. Construction in seismic areas. Updated edition of SNIIP II-7-81*. Moscow, Standartinform, 2018, 115 p. (In Russian)
- [2] Sheimovich V.S. State geological map of the Russian Federation 1:200000. South Kamchatka series. Sheets N-57-XXI (Northern Koryaks), N-57-XXVII (Petropavlovsk-Kamchatsky), N-57-XXXIII (Mount Mutnovskaya), 2000, 302 p. (In Russian)
- [3] Savelyev D. P., Palechek T. N., Portnyagin M. V. Campanian oceanic siliceous-volcanogenic deposits in the basement of the eastern Kamchatka volcanic belt, *Pacific Geology*, 2005, vol. 24, no. 2, pp. 46–54. (In Russian)
- [4] Bergal-Kuvikas O., Bindeman I., Chugaev A., Larionova Y., Perepelov A., Khubaeva O. Pleistocene-Holocene Monogenetic Volcanism at the Malko-Petropavlovsk Zone of Transverse Dislocations on Kamchatka: Geochemical Features and Genesis, *Pure and Applied Geophysics*, 2022, vol. 179, pp. 3989–4011. DOI: 10.1007/s00024-022-02956-7.
- [5] Konstantinova T. G. Behavior of soils and buildings during strong earthquakes. Obninsk, FRC EGS RAS, 2020, 188 p. (In Russian)
- [6] Esin E. I., Vasilevskiy A. N., Bushenkova N. A. Spatial correlations between the terrain features, gravitational field and seismic velocity anomalies in the central Kamchatka region. *Russian Geology and Geophysics*, 2024, vol. 65, no. 2, pp. 285-298 (In Russian)
- [7] Gontovaya L.I., Popruzhenko S.V., Nizkous I.V., Aprelkov S.E. Upper Kamchatka mantle: Depth model and relationship with tectonics, *Pacific Geology*, 2008, vol. 27, no 2, pp. 80–91. (In Russian)
- [8] Seliverstov N. I. Stroyeniye dna kamchatskikh vod i geodinamika zony sochleneniya Kurilo-Kamchatskoy i Aleutskoy ostrovnykh dug [Structure of the bottom of the Kamchatka waters and geodynamics of the articulation zone of the Kuril-Kamchatsky and Aleutian island arcs]. Moscow: Scientific World, 1998, 164 p. (In Russian)
- [9] Avdeyko G. P., Bergal-Kuvikas O. V. Geodynamic conditions of formation of adakites and Nb-enriched basalts (NEAB) in Kamchatka, *Volcanology and Seismology*, 2015, no 5, p. 1–13. (In Russian)
- [10] Agibalov A. O., Bergal-Kuvikas O.V., Zaitsev V.A., Makeev V.M., Sentsov A.A. The relationship between morphometric parameters of the relief characterizing the cracking of the upper part of the lithosphere and manifestations of volcanism of the Malko-Petropavlovsk Zone, *Geophysical Processes and Biosphere*, 2023, vol.22, no2, pp. 122-133. (In Russian)
- [11] Pavlova V. Yu., Delemen I. F. *Primeneniye metoda georadiolokatsii na Kamchatke* [Application of the ground penetrating radar method in Kamchatka]. Moscow, Publishing House of the Academy of Natural Sciences, 2024, 144 p. (In Russian)
- [12] Vladov M. L., Starovoytov A. V. *Vvedeniye v georadar* [Introduction to ground penetrating radar]. Moscow, Moscow State University Publishing House, 2004, 153 p. (In Russian)
- [13] Starovoytov A. V. *Interpretatsiya dannykh georadara* [Interpretation of ground penetrating radar data]. Moscow, Moscow State University Publishing House, 2008, 192 p. (In Russian)
- [14] Operating manual: Triton-M kit. Ramenskoye, Logical Systems LLC, 2021, 13 p. (In Russian)
- [15] CartScan software package: Operator's manual. Moscow: LogiS LLC, 2022, 94 p. (In Russian)

Information about the author



Pavlova Veronika Yurievna✉ – PhD (Geol. & Mineral.), Assistant Professor of the Department of Biology and Earth Sciences, Leading Researcher at the International Integrative Research Laboratory of Extreme Phenomena in Kamchatka, Vitus Bering Kamchatka State University, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia,  ORCID 0000-0003-4753-1928.

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

 <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-143-156>

Научная статья

Полный текст на русском языке

УДК 550.8.07, 550.8.08



Опыт работы с прибором георадар «ПИТОН-3» на территории города Петропавловск-Камчатский (Камчатка)

*В. Ю. Павлова*¹, Р. Р. Акбашев^{1,2}*

¹ ФГБОУ ВО «Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга», 683032, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4, Россия

² Камчатский филиал ФГБУН Федерального исследовательского центра «Единая геофизическая служба РАН», 683023, г. Петропавловск-Камчатский, бул. Пийпа, 9, Россия

Аннотация. Определение возможностей применения метода георадиолокации, относящегося к методам малоглубинной геофизики, в сейсмоактивных районах позволит повысить информативность и достоверность результатов, особенно при инженерно-геологических изысканиях для обеспечения сейсмостойкого строительства в геодинамических активных областях, к которым относится Камчатка. Для оптимизации метода георадиолокации необходимо сопоставление и анализ результатов наблюдений в различных геологических условиях. Поскольку метод георадиолокации интенсивно развивается в последние годы, то теоретические исследования в области обработки данных необходимо иллюстрировать многочисленными примерами практического использования георадаров на разных объектах исследования. Цель исследований заключается в создании научно-методической основы метода георадиолокации применительно к Камчатке, включая методику обработки и интерпретации данных, с учетом практического опыта применения на различных объектах. В статье приводятся опыт и особенности работы с прибором георадар «ПИТОН-3» на территории города Петропавловск-Камчатский. Объектом исследований являются геологические особенности и грунтовые условия территории города Петропавловск-Камчатского, требующие уточнения и детального изучения. Охарактеризованы некоторые результаты георадиолокационного профилирования. Даны рекомендуемые значения параметров измерений при проведении работ. Георадар «ПИТОН-3» - геофизическая аппаратура радиолокационного подповерхностного зондирования. Данный георадар информативен для исследования на большие глубины при решении геологических задач на территории города Петропавловск-Камчатский. Стоит учесть, что теряется информативность верхней части зондируемой среды (более мелкие геологические структуры можно не обнаружить). Для точной интерпретации получаемых радарограмм необходимо использовать сведения о геологическом строении исследуемой территории.

Ключевые слова: Камчатка, город Петропавловск-Камчатский, георадар, метод георадиолокации, радарограммы, обработка данных

Получение: 28.06.2024; Исправление: 17.08.2024; Принятие: 19.08.2024; Публикация онлайн: 26.08.2024

Для цитирования. Павлова В. Ю., Акбашев Р. Р. Опыт работы с прибором георадар «ПИТОН-3» на территории города Петропавловск-Камчатский (Камчатка) // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2024. Т. 47. № 2. С. 143-156. EDN: HVSZMP. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-143-156>.

Финансирование. Работа выполнена в рамках реализации Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030. Дальний Восток» и в рамках реализации гранта ФГБОУ ВО «КамГУ им. Витуса Беринга» №124020800006-9 на тему научного проекта «Уточнение грунтовых условий и геологического строения территории города Петропавловск-Камчатский с помощью метода георадиолокации» (руководитель Павлова В.Ю.).

Конкурирующие интересы. Конфликт интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:**  E-mail: verpavlova88@gmail.com

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Павлова В. Ю., Акбашев Р. Р., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)





Experience with the «PYTHON-3» georadar device in the Petropavlovsk-Kamchatsky city (Kamchatka)

V. Yu. Pavlova*¹, R. R. Akbashev^{1,2}

¹ Vitus Bering Kamchatka State University, 683032, Petropavlovsk-Kamchatsky, st. Pogranichnaya, 4, Russia

² Kamchatsky branch of the Federal Research Center «Unified Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences», 683023, Petropavlovsk-Kamchatsky, bul. Piipa, 9, Russia

Abstract. Determining the possibilities of using the ground penetrating radar method, which is a method of shallow geophysics, in seismically active areas will increase the information content and reliability of the results, especially in engineering and geological surveys to ensure seismic-resistant construction in geodynamically active areas, which include Kamchatka. To optimize the ground penetrating radar method, it is necessary to compare and analyze the results of observations in various geological conditions. Since the ground penetrating radar method has been intensively developing in recent years, theoretical research in the field of data processing must be illustrated by numerous examples of the practical use of ground penetrating radars at various research sites. The purpose of the research is to create a scientific and methodological basis for the georadar method in relation to Kamchatka, including methods for processing and interpreting data, taking into account practical experience of application at various sites. The object of the research is the geological features and soil conditions of the territory of the Petropavlovsk-Kamchatsky city, requiring clarification and detailed study. The article describes the experience and features of working with the «PYTHON-3» georadar device in the Petropavlovsk-Kamchatsky city. Some results of ground penetrating radar profiling are characterized. Recommended values of measurement parameters during work are given. Georadar «PYTHON-3» - geophysical equipment for radar subsurface probing. This georadar is informative for research at great depths when solving geological problems in the Petropavlovsk-Kamchatsky city. It is worth considering that the information content of the upper part of the probed environment is lost (smaller geological structures may not be detected). For an accurate interpretation of the resulting radargrams, it is necessary to use information about the geological structure of the territory under study.

Key words: Kamchatka, the Petropavlovsk-Kamchatsky city, georadar, the GPR method, radargrams, data processing.

Received: 28.06.2024; Revised: 17.08.2024; Accepted: 19.08.2024; First online: 26.08.2024

For citation. Pavlova V. Yu., Akbashev R. R. Experience with the «PYTHON-3» georadar device in the Petropavlovsk-Kamchatsky city (Kamchatka). *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 47: 2, 143-156. EDN: HVSZMP. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-47-2-143-156>.

Funding. The work was carried out as part of the implementation of the Strategic Academic Leadership Program «Priority 2030. The Far East» and within the framework of the implementation of the grant of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «KamSU named after Vitus Bering» №124020800006-9 on the topic of the scientific project «Clarification of soil conditions and geological structure of the territory of Petropavlovsk-Kamchatsky using the method of georadiolocation» (head Pavlova V. Yu.).

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

*Correspondence:  E-mail: verpavlova88@gmail.com

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Pavlova V. Yu., Akbashev R. R., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

В сейсмоактивных регионах при проведении инженерно-геологических изысканий важна достоверность и информативность получаемых результатов об исследуемой среде. Такой подход обеспечивает надежность в сейсмостойком строительстве [1].

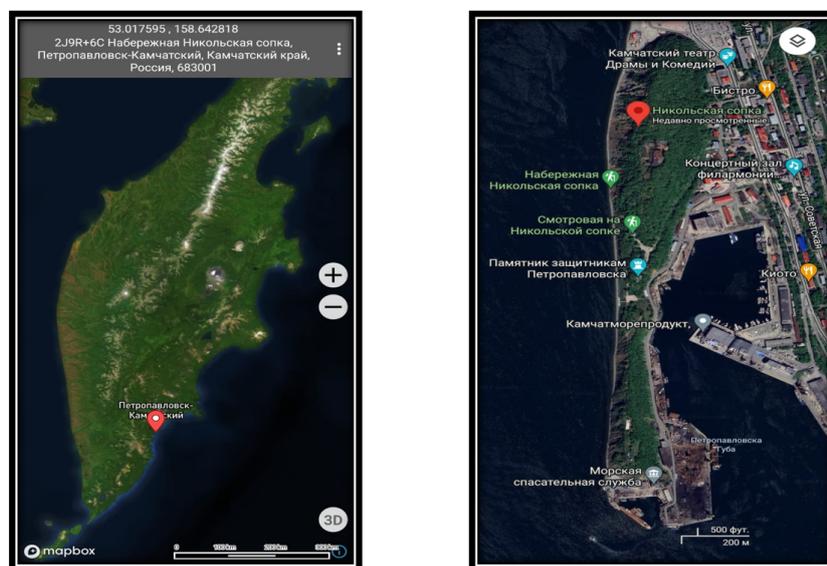
Задачи исследования:

1. Оценка применимости и последующая адаптация метода георадиолокации для изучения грунтовых условий в сейсмоактивном регионе.
2. Разработка методики обработки и интерпретации данных георадиолокации применительно к Камчатке.
3. Комплексный анализ данных георадиолокации с учетом геологических, геоморфологических, гидрогеологических особенностей исследуемых объектов на Камчатке.

Объектом исследований являются геологические особенности и грунтовые условия территории города Петропавловска-Камчатского (рис. 1, 2), требующие уточнения и детального изучения [2–4].

Объект исследований:

Камчатка: Сопка Никольская в центре города Петропавловск-Камчатский.



Общая схема расположения объекта исследования на карте.

Рис. 1. Объект исследования на карте (Россия, Камчатка, город Петропавловск-Камчатский)

[Figure 1. The object of study on the map (Russia, Kamchatka, the Petropavlovsk-Kamchatsky city)]

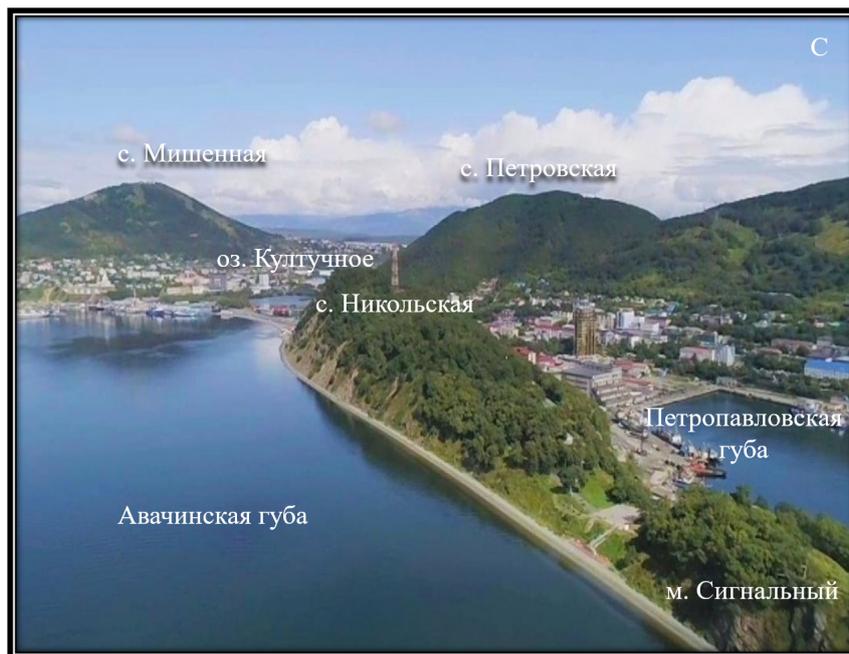


Рис. 2. Объекты исследования на территории города Петропавловск-Камчатский: сопка Никольская, Култучное озеро, сопка Мишенная (Россия, Камчатка)
 [Figure 2. Object of study in the territory of the city of Petropavlovsk-Kamchatsky city: Mount Nikolskaya, Lake Kultuchnoe, Mount Mishennaya (Russia, Kamchatka)]

Камчатским филиалом Дальневосточного треста инженерно-строительных изысканий (КФ ДальТИСИЗ) в 1971–1974 гг. были проведены инженерно-геологические исследования в г. Петропавловске-Камчатском и составлены карты фактического материала, геологическая, геоморфологическая, гидрогеологическая и карта инженерно-геологических условий в масштабе 1:10000. Территория города по инженерно-геологическим условиям разделена на четыре области: А, Б, В и Г. В каждой из выделенных областей были выделены благоприятные, условно благоприятные, условно неблагоприятные и неблагоприятные районы для строительства. Карты микросейсмического районирования г. Петропавловск-Камчатский, составленные в 1974 и 1981 гг., были объединены в единую карту СМР с выделением зон сейсмической интенсивности VIII, IX и X баллов. Разжижение грунтов при сильных землетрясениях в г. Петропавловске-Камчатском происходит, в основном, в зоне с сейсмической опасностью X баллов. Эта зона занимает 30% площади в северной, северо-восточной и центральной частях города в местах распространения обводненных грунтов различного генезиса. В зону с сейсмичностью X баллов отнесены: а) щебенистые, дресвяные и супесчаные грунты средней плотности (объемный вес 2.0 - 2.10 г/см³) с глубиной залегания УГВ 10% обеспеченности менее 3 м; б) менее плотные дресвяные, супесчаные и песчаные грунты (объемный вес менее 2.0 г/см³) с глубиной залегания УГВ до 4 м; в) заилованные, заторфованные и

другие слабые грунты; г) склоны круче 15%, сложенные рыхлыми грунтами; д) склоны крутизной 10–20% при наличии других неблагоприятных факторов: повышенной влажности, малой плотности отложений, повышенного содержания в них песка и супеси; е) обрывы и склоны крутизной более 30%, сложенные рыхлыми и коренными породами; ж) насыпные и намывные грунты при глубине залегания подземных вод менее 4–6 м; з) участки повышенной интенсивности сотрясения при землетрясении 1971 г., независимо от инженерно-геологических условий. Участки развития опасных физико-геологических процессов (оползи, обвалы, лавины) также отнесены к X-балльной зоне [5].

Полуостров Камчатка – часть активной Курило-Камчатской островодужной системы, протягивающейся на 2000 км от Японии на юге, до сочленения с Алеутской дугой на севере. Современное единство этой системы проявляется в непрерывном глубоководном желобе, сейсмофокальной зоне и поясе активного вулканизма. [6]. Малко-Петропавловская зона (МПЗ), расположенная на юго-восточном побережье полуострова Камчатка, простирается в северо-западном направлении от Авачинского залива до реки Быстрая (Малкинская). Она ограничена региональными разрывными нарушениями – Петропавловским и Вилучинским разломами северо-западного простирания – и субмеридиональным разломом, ориентированным вдоль реки Быстрая [7]. Формирование МПЗ связано с историей развития Тихоокеанской плиты и северо-западного обрамления Пацифики и, в частности, с аккрецией Кривоносовой палеодуги к континентальной окраине Камчатки [8–10]. Необходимость исследования проявляется в изучении грунтовых условий строительных площадок для обеспечения безопасности при дальнейшем проектировании инфраструктуры в районах с высокой сейсмической активностью и разнообразным сложным геологическим строением.

Актуальность данных исследований заключается в следующем [11]:

1. Для оптимизации метода георадиолокации необходимо сопоставление и анализ результатов наблюдений в различных геологических условиях.
2. Поскольку метод георадиолокации интенсивно развивается в последние годы, то теоретические исследования в области обработки данных необходимо иллюстрировать многочисленными примерами практического использования георадаров на разных объектах исследования.

Цель исследований заключается в создании научно-методической основы метода георадиолокации применительно к Камчатке, включая методику обработки и интерпретации данных, с учетом практического опыта применения на различных объектах.

Георадар «ПИТОН-3» - геофизическая аппаратура радиолокационного подповерхностного зондирования. Основные области применения: картирование поверхности коренных пород под толщей рыхлых отложений; гляциология; обнаружение карстовых полостей; картирование уровня грунтовых вод в песчаных отложениях; картирование дна и донных отложений пресноводных водоемов; картирование палеорусел рек; археология и криминалистика; обнаружение

захоронений промышленных отходов; картирование талых зон в вечномёрзлых породах.

Конструкция и принцип действия георадара «ПИТОН-3»

Метод георадиолокации (англ. Ground-penetrating radar, GPR) как метод геофизического обследования основан на излучении широкополосного сигнала радиочастотного диапазона в толщу среды и регистрации отклика – сигнала, являющегося суперпозицией амплитуд прямых, отраженных и преломленных волн, достигших приемной антенны. В результате георадиолокационных исследований получают временные разрезы – радарограммы. Радарограммы – это волновая картина, совокупность трасс вдоль профиля съемки, протяженные по глубине оси синфазности отраженного сигнала, белые (отрицательные полуволны) и черные (положительные полуволны) [12, 13].

Для проведения исследований использовали прибор георадар «ПИТОН-3» (рис. 3).



Рис. 3. Оператор с георадаром «ПИТОН-3» (Камчатка)
[Figure 3. Operator with the «PYTHON-3» georadar (Kamchatka)]

Глубинный георадар «ПИТОН-3» оснащен одной приемно-передающей антенной. Длина георадара составляет 6.4 м, частота 24 МГц. Этот георадар позволяет получать отражения от границ с залеганием до 100 метров, а при исследованиях на сухих грунтах глубинность может достигать до 200 метров. Управление георадаром осуществляется в режиме реального времени. Прием данных зондирования производится на ноутбук по сети Wi-Fi.

Вся электронная часть георадара вместе с батареями питания размещается внутри небольшого модуля, закреплённого непосредственно на одном из диполей приемно-передающей антенны, смонтированной на пластиковой лыже. Специальный кожух обеспечивает защиту электронного модуля от механических

воздействий. Георадар протаскивается по поверхности зондируемой среды вручную или с помощью транспортного средства.

Данные зондирования отображаются на дисплее компьютера в реальном времени. Программное обеспечение «Prism 2.5» позволяет осуществлять обработку поступающей информации и представлять ее на дисплее в удобном для оператора виде.

Конструкция георадара «ПИТОН-3» позволяет в зависимости от решаемых задач изменять частоту зондирующего сигнала в полевых условиях. Это осуществляется путем изменения длины антенны от минимального размера $d=1.0\text{ м}$ ($f_{\text{max}} \approx 100\text{ МГц}$) до максимального $d=4.0\text{ м}$ ($f_{\text{min}} \approx 25\text{ МГц}$). Значения частот указаны для антенн, находящихся на поверхности среды с диэлектрической проницаемостью равной 5. Для изменения длины антенны используются дополнительные пластины, прикрепляемые к центральному антенному модулю и друг с другом.

Соединение в различных комбинациях центрального модуля с антенными пластинами обеспечивает различную частоту зондирующего сигнала, максимальную глубину зондирования и разрешающую способность.

Конструкция и длина георадара выбирается в соответствии с решаемой задачей. В пешем варианте георадар транспортирует один человек, протаскивая его по поверхности зондируемой среды с помощью буксировочной штанги с ручкой.

Электронный блок закреплён на центральном антенном модуле и имеет тумблер включения, светодиод, предохранитель и разъем, используемый для заряда встроенного аккумулятора. Внутри электронного модуля находятся передатчик, приемник, антенный переключатель, стробоскопический преобразователь, 16-разрядный аналого-цифровой преобразователь и Wi-Fi адаптер. Антенны Wi-Fi адаптера находятся внутри блока у передней радиопрозрачной стенки блока, поэтому для надёжной связи с компьютером оператор должен всегда находиться впереди георадара в направлении, указанном стрелкой на внешнем защитном кожухе.

Электронный блок обеспечивает излучение и приём сигналов с частотой повторения 115 кГц, их стробоскопическое преобразование и 16-разрядное оцифровывание для передачи в компьютер по беспроводному каналу связи 28 трасс в секунду, каждая из которых содержит 1024 отсчёта. Максимальный временной интервал приема сигналов установлен равным 2000 наносекунд. Все изменения временного интервала зондирования, усиление и фильтрация сигнала происходят только в компьютере. При этом сигнал сохраняется в компьютере неусиленным и нефильТРованным, а функция усиления и параметры фильтра сохраняются в файле вместе с сигналом. При открытии сигнального файла эти параметры считываются и сигнал на экране отображается точно таким же, каким он был при зондировании. Затем оператор может изменять параметры усиления и фильтрации сигнала для достижения оптимальных значений. Уровень защищённости электронного блока от внешних воздействий – IP67 [14].

Особенности работы с прибором «ПИТОН-3»

Перед началом работы с георадаром необходимо установить конфигурацию компьютера для соединения с георадаром по беспроводной линии связи Wi-Fi. Включение георадара индицируется загоранием светодиода.

Далее запускается программа «Prism 2.5». В меню устанавливается конфигурация антенны (длина), выбирается нужный временной интервал, усиление и настраивается цифровой фильтр. Предварительную настройку цифрового фильтра осуществляет программа «Prism 2.5» сама как Предустановленный (англ. Preset).

Направление движения указано стрелкой на кожухе георадара. Оператор с компьютером должен находиться впереди георадара для устойчивой связи по Wi-Fi интерфейсу.

Важно быть внимательным при поворотах, особенно с длинной лыжей. Рекомендуется при поворотах приподнимать носики антенной лыжи.

При работе георадара «ПИТОН-3» по поверхности исследуемой среды на экран монитора выводится совокупность трасс (радарограмма, или профиль), по которому можно определить местонахождение, глубину залегания и протяженность объектов зондируемой среды (рис. 4).

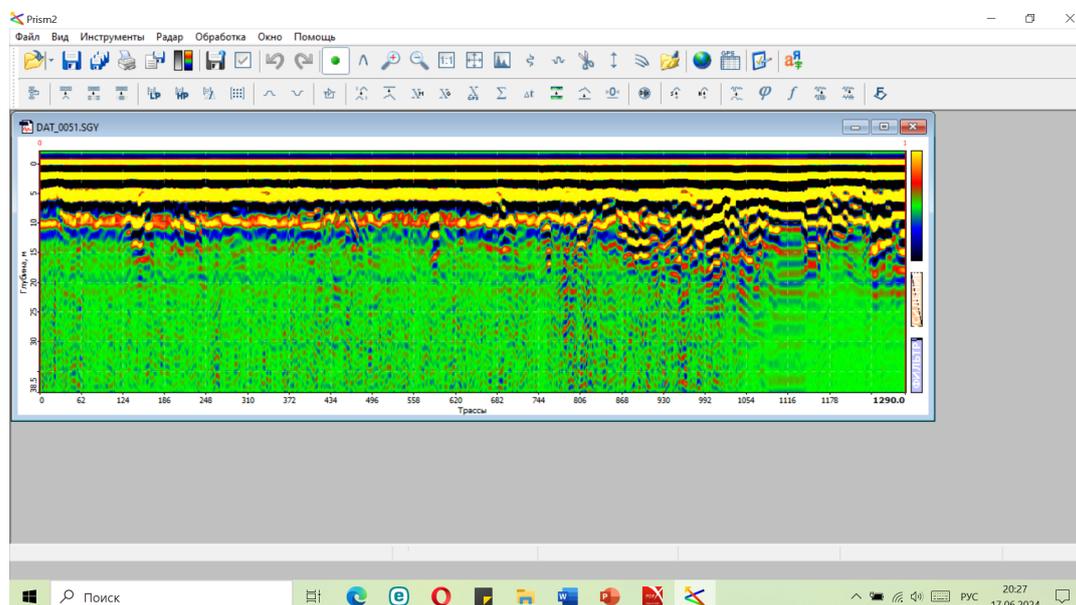


Рис. 4. Пример радарограммы в программе Prism 2.5 (георадар «ПИТОН-3». Сопка Никольская, город Петропавловск- Камчатский)

[Figure 4. For example – radargram in the Prism 2.5 program (georadar «PYTHON-3». Mount Nikolskaya, the Petropavlovsk- Kamchatsky)]

Рекомендации по оптимизации проведения работ при использовании георадара «ПИТОН-3»

Перед началом измерительных работ рекомендуется провести пробную запись радарограммы на выбранной территории, с целью идентификации помех (в частности, уровня записи воздушных волн) и определения выбора параметров измерений.

При анализе получаемой информации следует иметь в виду, что скорость распространения электромагнитных волн в зондируемой среде (если это – не воздух) не равна скорости света, а меньше ее в коэффициент замедления раз. Коэффициент замедления равен квадратному корню от диэлектрической проницаемости среды. Учет этого фактора в программе Prism 2.5 делается автоматически [15].

Все параметры настройки георадара программа сохраняет в специальном файле. Причем сохраняются все параметры для всех типов антенн. Если вносишь какие-либо изменения в параметры, то по окончании настройки параметры сохраняются. При последующих запусках программы именно эти параметры и будут установлены. Такая функция удобна при проведении больших работ на одном объекте исследования.

При работе на территории города Петропавловск-Камчатский наиболее информативным видом отображения данных зондирования является, как правило, плотностной профиль в цветовой шкале цветов (рис. 5),

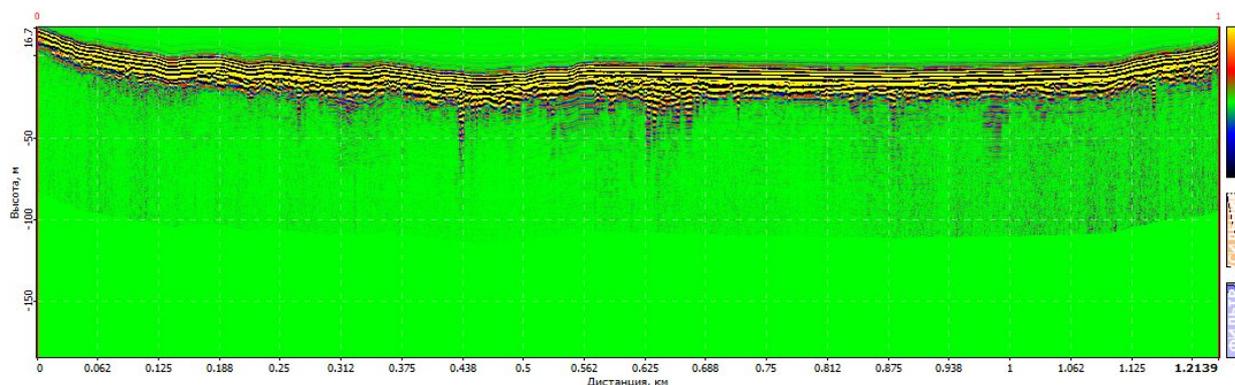


Рис. 5. Радарограмма в цветовой шкале цветов (сопка Никольская, город Петропавловск-Камчатский)

[Figure 5. Radargram in the color scale of colors (Mount Nikolskaya, the Petropavlovsk-Kamchatsky city)]

поскольку в черной-белой шкале цветов (рис. 6) не отображаются ярко геологические структуры мелкого масштаба (слои, трещинные зоны и т.д.)

GPS проводник (англ. GPS tracker) – отображение пройденного пути в процессе зондирования, при позиционировании с помощью GPS.

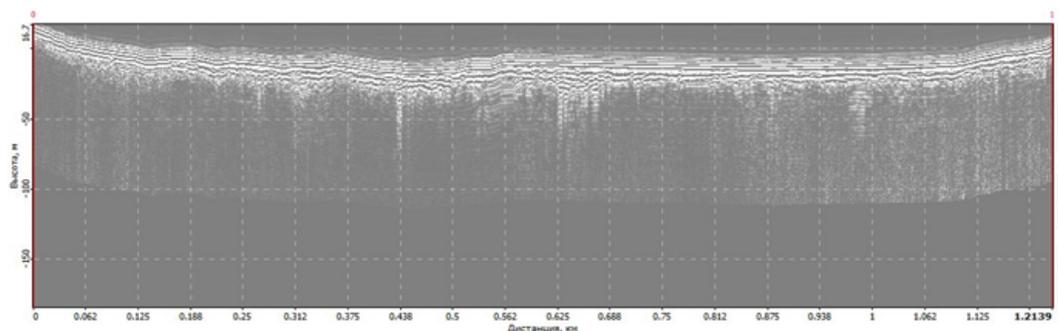


Рис. 6. Радарограмма в черной-белой шкале цветов (сопка Никольская, город Петропавловск-Камчатский)
 [Figure 6. Radargram in black and white color scale (Mount Nikolskaya, the Petropavlovsk-Kamchatsky city)]

Использование данной функции позволяет отобразить радарограмму с учетом рельефа местности, что помогает при обработке и интерпретации увидеть особенности расположения имеющихся геологических структур (угол наклона слоев, мощность и др.) (рис. 7).

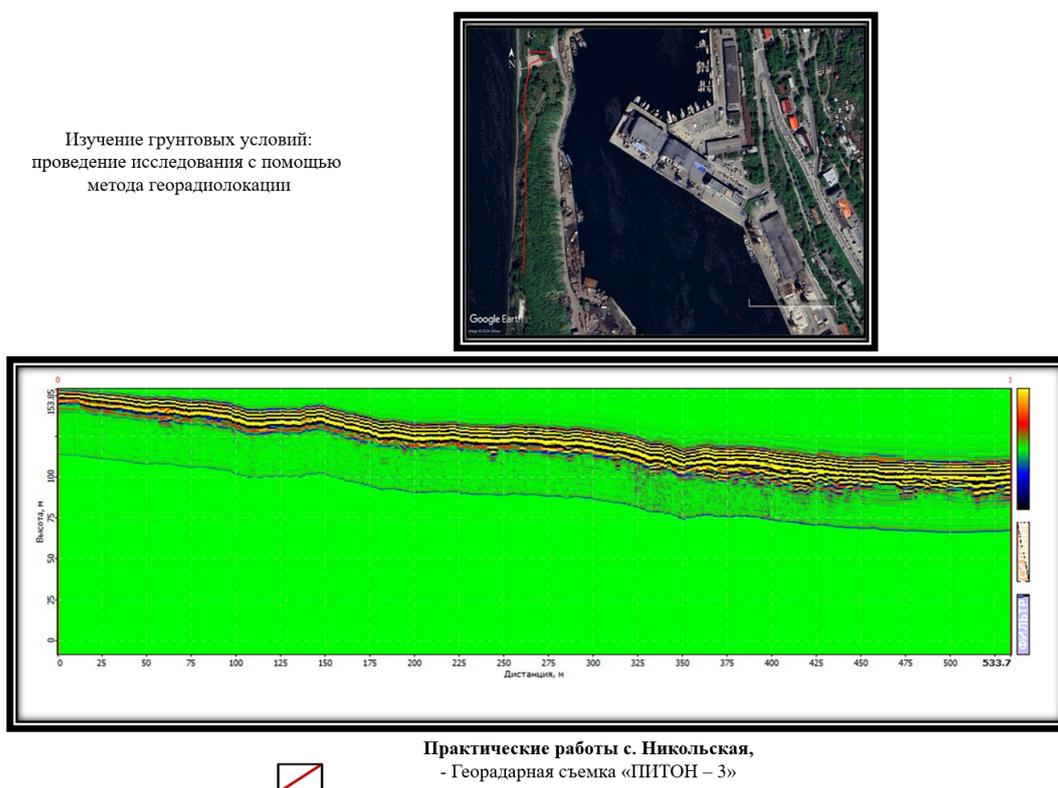


Рис. 7. Радарограмма (сопка Никольская, город Петропавловск-Камчатский)
 [Figure 7. Radargram (Mount Nikolskaya, the Petropavlovsk-Kamchatsky city)]

Заключение

Прибор георадар «ПИТОН» информативен для исследования на большие глубины при решении геологических задач на территории города Петропавловск-Камчатский. Стоит учесть, что теряется информативность верхней части зондируемой среды (более мелкие геологические структуры можно не обнаружить). Для точной интерпретации получаемых радарограмм необходимо использовать сведения о геологическом строении исследуемой территории.

Аббревиатуры

СМР Сейсмическое микрорайонирование

УГВ Уровень грунтовых вод

Список литературы

1. СП 14.13330.2018. *Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81**. Москва: Стандартинформ, 2018. 115 с.
2. Шеймович В. С. *Государственная геологическая карта Российской Федерации 1:200000. Серия Южно-Камчатская. Листы N-57-XXI (Северные Коряки), N-57-XXVII (Петропавловск-Камчатский), N-57-XXXIII (Сопка Мутновская)*. Москва: Объясн. зап., 2000. 302 с.
3. Савельев Д. П., Палечек Т. Н., Портнягин М. В. Кампанские океанические кремнисто-вулканогенные отложения в фундаменте восточного камчатского вулканического пояса, *Тихоокеанская геология*, 2005. Т. 24, № 2, С. 46–54.
4. Bergal-Kuvikas O., Bindeman I., Chugaev A., Larionova Y., Perepelov A., Khubaeva O. Pleistocene-Holocene Monogenetic Volcanism at the Malko-Petropavlovsk Zone of Transverse Dislocations on Kamchatka: Geochemical Features and Genesis, *Pure and Applied Geophysics*, 2022. vol. 179, pp. 3989–4011 DOI: 10.1007/s00024-022-02956-7.
5. Константинова Т. Г. *Поведение грунтов и зданий при сильных землетрясениях*. Обнинск: ФИЦ ЕГС РАН, 2020. 188 с.
6. Есин Е. И., Василевский А. Н., Бушенкова Н. А. Пространственные корреляции особенностей рельефа, гравитационного поля и аномалий скоростей сейсмических волн центральной зоны Камчатского региона, *Геология и геофизика*, 2024. Т. 65, № 2, С. 303-318.
7. Гонтовая Л. И., Попруженко С. В., Низкоус И. В., Апрельков С. Е. Верхняя мантия Камчатки: Глубинная модель и связь с тектоникой, *Тихоокеанская геология*, 2008. Т. 27, № 2, С. 80–91.
8. Селиверстов Н. И. *Строение дна прикамчатских акваторий и геодинамика зоны сочленения Курило-Камчатской и Алеутской островных дуг*. Москва: Научный мир, 1998. 164 с.
9. Авдейко Г. П., Бергаль-Кувикас О. В. Геодинамические условия образования адакитов и Nb-обогащенных базальтов (NEAB) на Камчатке, *Вулканология и сейсмология*, 2015. № 5, С. 1–13.
10. Агибалов А. О., Бергаль-Кувикас О. В., Зайцев В. А., Макеев В. М., Сенцов А. А. Взаимосвязь морфометрических параметров рельефа, характеризующих трещиноватость верхней части литосферы, и проявлений вулканизма Малко-Петропавловской зоны, *Геофизические процессы и биосфера*, 2023. Т. 22, № 2, С. 122-133.
11. Павлова В. Ю., Делемень И. Ф. *Применение метода георадиолокации на Камчатке*. Москва: Издательский дом Академии Естествознания, 2020. 144 с.
12. Владов М. Л., Старовойтов А. В. *Введение в георадиолокацию*. Москва: издательство МГУ, 2004. 153 с.
13. Старовойтов А. В. *Интерпретация георадиолокационных данных*. Москва: издательство МГУ, 2008. 192 с.
14. *Инструкция по эксплуатации: Георадар «ПИТОН-3»*. Рига: НПФ «Радарные Системы», 2022. 4 с.

15. Инструкция пользователям *Prism2.59*.. Рига.: НПФ «Радарные Системы», 2014. 66 с.

Информация об авторах



Павлова Вероника Юрьевна ✉ – кандидат геолого-минералогических наук, доцент кафедры биологии и наук о Земле факультета естественных и технических наук, ведущий научный сотрудник международной интегративной научно-исследовательской лаборатории экстремальных явлений Камчатки, ФГБОУ ВО «Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга», Петропавловск-Камчатский, Россия,  ORCID 0000-0003-4753-1928.



Акбашев Ринат Рафикович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории акустического и радонового мониторинга Камчатского филиала ФГБУН Федерального исследовательского центра «Единая геофизическая служба РАН», научный сотрудник международной интегративной научно-исследовательской лаборатории экстремальных явлений Камчатки, ФГБОУ ВО «Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга», Петропавловск-Камчатский, Россия,  ORCID 0000-0002-0737-9610.

References

- [1] SP 14.13330.2018. Construction in seismic areas. Updated edition of SNIIP II-7-81*. Moscow, Standartinform, 2018, 115 p. (In Russian)
- [2] Sheimovich V.S. State geological map of the Russian Federation 1:200000. South Kamchatka series. Sheets N-57-XXI (Northern Koryaks), N-57-XXVII (Petropavlovsk-Kamchatsky), N-57-XXXIII (Mount Mutnovskaya), 2000, 302 p. (In Russian)
- [3] Savelyev D. P., Palechek T. N., Portnyagin M. V. Campanian oceanic siliceous-volcanogenic deposits in the basement of the eastern Kamchatka volcanic belt, *Pacific Geology*, 2005, vol. 24, no. 2, pp. 46–54. (In Russian)
- [4] Bergal-Kuvikas O., Bindeman I., Chugaev A., Larionova Y., Perepelov A., Khubaeva O. Pleistocene-Holocene Monogenetic Volcanism at the Malko-Petropavlovsk Zone of Transverse Dislocations on Kamchatka: Geochemical Features and Genesis, *Pure and Applied Geophysics*, 2022, vol. 179, pp. 3989–4011. DOI: 10.1007/s00024-022-02956-7.
- [5] Konstantinova T. G. Behavior of soils and buildings during strong earthquakes. Obninsk, FRC EGS RAS, 2020, 188 p. (In Russian)
- [6] Esin E. I., Vasilevskiy A. N., Bushenkova N. A. Spatial correlations between the terrain features, gravitational field and seismic velocity anomalies in the central Kamchatka region. *Russian Geology and Geophysics*, 2024, vol. 65, no. 2, pp. 285-298 (In Russian)
- [7] Gontovaya L.I., Popruzhenko S.V., Nizkous I.V., Aprelkov S.E. Upper Kamchatka mantle: Depth model and relationship with tectonics, *Pacific Geology*, 2008, vol. 27, no 2, pp. 80–91. (In Russian)
- [8] Seliverstov N. I. Stroyeniye dna kamchatskikh vod i geodinamika zony sochleneniya Kurilo-Kamchatskoy i Aleutskoy ostrovnykh dug [Structure of the bottom of the Kamchatka waters and geodynamics of the articulation zone of the Kuril-Kamchatsky and Aleutian island arcs]. Moscow: Scientific World, 1998, 164 p. (In Russian)
- [9] Avdeyko G. P., Bergal-Kuvikas O. V. Geodynamic conditions of formation of adakites and Nb-enriched basalts (NEAB) in Kamchatka, *Volcanology and Seismology*, 2015, no 5, p. 1–13. (In Russian)
- [10] Agibalov A. O., Bergal-Kuvikas O.V., Zaitsev V.A., Makeev V.M., Sentsov A.A. The relationship between morphometric parameters of the relief characterizing the cracking of the upper part of the lithosphere and manifestations of volcanism of the Malko-Petropavlovsk Zone, *Geophysical Processes and Biosphere*, 2023, vol.22, no2, pp. 122-133. (In Russian)
- [11] Pavlova V. Yu., Delemen I. F. *Primeneniye metoda georadiolokatsii na Kamchatke* [Application of the ground penetrating radar method in Kamchatka]. Moscow, Publishing House of the Academy of Natural Sciences, 2024, 144 p. (In Russian)
- [12] Vladov M. L., Starovoytov A. V. *Vvedeniye v georadar* [Introduction to ground penetrating radar]. Moscow, Moscow State University Publishing House, 2004, 153 p. (In Russian)
- [13] Starovoytov A. V. *Interpretatsiya dannykh georadara* [Interpretation of ground penetrating radar data]. Moscow, Moscow State University Publishing House, 2008, 192 p. (In Russian)
- [14] Operating instructions: GPR “PYTHON-3”. Riga: NPF "Radar Systems 2022. 4 p. avrora-arm.ru (In Russian)
- [15] Instructions for Prism2.59 users. Riga: NPF "Radar Systems 2014. 66 p. (In Russian)

Information about the authors



Pavlova Veronika Yuriievna ✉ – PhD (Geol. & Mineral.), Assistant Professor of the Department of Biology and Earth Sciences, Leading Researcher at the International Integrative Research Laboratory of Extreme Phenomena in Kamchatka, Vitus Bering Kamchatka State University, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia,  ORCID 0000-0003-4753-1928.



Akbashev Rinat Rafikovich – PhD (Phys. & Math.), Researcher at the laboratory of acoustic and radon monitoring of the Kamchatka, Kamchatsky branch of the Federal Research Center UGS RAS, Researcher at the International Integrative Research Laboratory of Extreme Phenomena in Kamchatka, Vitus Bering Kamchatka State University, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia,  ORCID 0000-0002-0737-9610.

ВЕСТНИК КРАУНЦ
(Камчатской региональной ассоциации «Учебно-научный центр»)
Физико-математические науки
2024. Т. 47. № 2

Главный редактор Ю.В. Марапугет
Редактор, технический редактор Р.И. Паровик
Компьютерная верстка LaTeX Р.И. Паровик
Макет обложки CorelDRAW И.Р. Бондарева

Учредители: ФГБУН Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
ФГБОУ ВО «Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Адрес учредителей, редакции и издательства:
684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7
Тел. (4153) 133-193, parovik@krasec.ru, feshchenko@krasec.ru, www.ikir.ru
683032, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4
Тел. (4152) 427-078, parovik@krasec.ru, www.kamgu.ru

Подписано в печать 02.09.2024. Дата выхода в свет 20.09.2024. Формат 60x84/8.
Бумага офсетная. Печать цифровая. Гарнитура «Times New Roman».
Усл. печ. л. 16,36. Тираж 500 экз.

Опечатано
в Издательско-полиграфическом центре НГУ, 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2

Bulletin KRASEC
(Kamchatka Regional Association «Scientific-Education Centre»)
Physical and Mathematical Sciences
2024. vol. 47. no. 2

Editor-in-Chief Yu. V. Marapulets
Technical Editor R.I. Parovik
Computer Makeup LaTeX R.I. Parovik
Cover Mockup CorelDRAW I.R. Bondareva

Establishers: Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS,
Vitus Bering Kamchatka State University
Address of establishers, editors office and publisher's house:
684034, Kamchatskiy kray, v. Paratunka, Mirnaya St., 7
Phone (4153) 133-193, parovik@krasec.ru, feshchenko@krasec.ru, www.kamgu.ru
683032, Petropavlovsk-Kamchatskiy, Pogranichnaya St., 4
Phone (4152) 427-078, parovik@krasec.ru, www.kamgu.ru
Signed to print 02.09.2024. Imprint day 20.09.2024. Format 60x84/8
Offset paper. Digital printing. Font «Times New Roman»
Conv. printer's sheet 16,36. Editions 500 copies.

Printed
In Publishing and Printing Center of NSU, 630090, Novosibirsk, st. Pirogova, 2

