



Обработка металлов (технология • оборудование • инструменты)

Сайт журнала: http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov



Модальный анализ шлифовальных кругов различных характеристик для определения их интегральных упругих показателей

Александр Жуков^{a, *}, Дмитрий Ардашев^b, Виктор Батуев^c, Виктор Кулыгин^d, Егор Шулежко^e

Южно-Уральский государственный университет, пр. Ленина, 76, г. Челябинск, 454080, Россия

^a  <https://orcid.org/0000-0002-9328-7148>,  zhukovas@susu.ru; ^b  <https://orcid.org/0000-0002-8134-2525>,  ardashevdy@susu.ru;
^c  <https://orcid.org/0000-0001-9969-4310>,  batuevvv@susu.ru; ^d  <https://orcid.org/0009-0000-8509-1420>,  kulyginvl@susu.ru;
^e  <https://orcid.org/0000-0002-5709-4285>,  schuleshko21@mail.ru

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

УДК 621.923.02+004.942

История статьи:

Поступила: 04 мая 2025
 Рецензирование: 25 мая 2025
 Принята к печати: 05 июня 2025
 Доступно онлайн: 15 сентября 2025

Ключевые слова:

Шлифование
 Шлифовальный круг
 Собственные колебания шлифовального круга
 Интегральные упругие показатели шлифовального круга
 Модальный анализ
 Коэффициент участия
 Спектральный состав
 Частота собственных колебаний
 Компьютерное моделирование COMSOL Multiphysics
 Конечно-элементный анализ

Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-29-20029, <https://rscf.ru/project/25-29-20029/>

АННОТАЦИЯ

Введение. В рамках решения глобальной задачи по разработке математической модели звукового давления, генерируемого процессом шлифования, возникла необходимость определения фактических значений интегральных показателей упругости шлифовальных кругов для использования в качестве параметров модели. Это позволит расширить область применения модели и максимизировать полезный прикладной эффект от ее применения. В статье описывается подход определения коэффициентов Пуассона и модулей Юнга для шлифовальных кругов разных характеристик. Параметры упругости инструмента выступают **предметом** исследования. **Целью работы** является установление зависимости фактических значений интегральных упругих показателей от характеристики шлифовального круга с помощью модального анализа. **Метод исследования** состоит в комбинации экспериментального исследования спектров частот собственных колебаний и модального анализа, реализованного с помощью метода конечных элементов в специализированном программном обеспечении. Кроме того, используются элементы регрессионного анализа для получения эмпирических зависимостей интегральных упругих параметров шлифовальных кругов от размера фракции абразивного зерна и твердости. **Результаты и обсуждение.** Основным полезным результатом работы является установление фактических значений коэффициентов Пуассона и модулей Юнга для шлифовальных кругов рассматриваемых характеристик. Выбор характеристик шлифовальных кругов позволил исследовать влияние размера фракции абразивного зерна и твердости на его интегральные упругие свойства. Создание математической модели звукового давления, генерируемого процессом шлифования, и методики прогнозирования периода стойкости шлифовального круга на его основе позволит повысить эффективность операций шлифования за счет снижения доли подготовительно-заключительного времени и увеличения доли машинного времени, снижения расхода производственных ресурсов и более полного использования периода стойкости инструмента.

Для цитирования: Модальный анализ шлифовальных кругов различных характеристик для определения их интегральных упругих показателей / А.С. Жуков, Д.В. Ардашев, В.В. Батуев, В.Л. Кулыгин, Е.И. Шулежко // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2025. – Т. 27, № 3. – С. 71–86. – DOI: 10.17212/1994-6309-2025-27.3-71-86.

Введение

Прогнозирование периода стойкости шлифовального круга по косвенному акустическому критерию закономерно вызывает необходимость в исследовании его динамических свойств. Разработка модели звукового давления, генерируемого процессом шлифования, требует принять значения модулей упругости шлифовального круга для корректного расчета мод и частот соб-

*Адрес для переписки

Жуков Александр Сергеевич, аспирант
 Южно-Уральский государственный университет,
 пр. Ленина, 76,
 454080, г. Челябинск, Россия
 Тел.: +7 351 272-32-94, e-mail: zhukovas@susu.ru

ственных колебаний, являющихся источником акустического поля. По характеристикам такого поля становится возможным прогнозирование во времени множества выходных параметров процесса шлифования: сил резания, параметров качества обработки [1, 2] (шероховатости, отклонений формы заготовки, наличия прижогов и др.) и жесткости технологической системы. Последовательность проявления собственных мод колебаний шлифовального круга, неразрывно связанных с его упругими показателями, определяет характер акустического отклика системы при эксплуатации – то, каким образом она будет реагировать на внешнее возбуждение при шлифовании.

Эффективным методом определения динамических характеристик механической системы выступает модальный анализ. В машиностроении этот метод применяется для решения широкого круга задач – от проектирования и оптимизации конструкций машин, механизмов и деталей до диагностики и мониторинга состояния оборудования. Возрастающая потребность в совершенствовании конструкций современных металлорежущих станков и инструментов с точки зрения виброустойчивости, повышения их надежности и жесткости привела к возникновению новых и эффективных применений модального анализа. В работах [3–8] проводится параметрическая оптимизация как конструкции отдельных элементов станков (шпинделей, станин и др.), так и комплексной конструкции станков. Конструкции станков с числовым программным управлением, многоосевые высокоточные станки особенно часто оптимизируются посредством модального анализа. В работах [9–13] с помощью модального анализа проектируют режущий инструмент, а также совершенствуют существующие конструкции токарных резцов, сверл и фрез по критериям виброустойчивости и повышения динамического баланса при обработке. Определение собственных форм и частот колебаний конструкции систем, эксплуатация которых сопряжена с динамическими вибрационными нагрузками, вне зависимости от ее масштаба является необходимым расчетом на этапах проектирования, испытаний или модернизации. Если преобладающий режим работы системы приводит к возникновению вибраций на резонансной частоте, то в конструкцию вно-

сят изменения во избежание аварийных ситуаций.

Сложность и многокомпонентность структуры шлифовального круга в значительной степени осложняет задачу определения показателей его упругости, необходимых для расчета его собственных колебаний. Параметры упругости абразивного инструмента крайне слабо представлены в технической литературе – они не систематизированы, не установлены соответствия между ними и характеристикой шлифовальных кругов. Значения упругих свойств абразивных инструментов – коэффициента Пуассона и модуля Юнга, не приводятся в справочниках, удается найти лишь отдельные данные, полученные экспериментально для шлифовальных кругов конкретных характеристик.

При этом разнообразие существующих и вновь возникающих рецептур шлифовальных кругов чрезвычайно широко. В зависимости от характеристики шлифовального круга значительно варьируются пропорции его компонентов (абразивный материал, связка и поры), а также их свойства [14]. Точный расчет значений упругих параметров шлифовального круга с учетом свойств каждого компонента и условий их взаимодействия друг с другом – задача исключительно трудоемкая. Для ее упрощения предлагается использовать модальный анализ, чтобы оценить упругие свойства системы как целого, без детализации по компонентам.

Целью работы является установление зависимости фактических значений интегральных упругих показателей от характеристики шлифовального круга с помощью модального анализа. Для достижения цели необходимо решить следующие **задачи**:

- провести экспериментальное исследование частот собственных колебаний шлифовальных кругов различных характеристик;
- выполнить расчет частот и мод собственных колебаний шлифовальных кругов для множества комбинаций значений их упругих и геометрических параметров в специализированном программном обеспечении методом конечных элементов;
- провести сравнение и добиться соответствия экспериментальных и расчетных значений частот собственных колебаний шлифовальных кругов;

• установить фактические значения коэффициента Пуассона и модуля Юнга для всех исследуемых шлифовальных кругов.

Методика исследований

В табл. 1 приведен перечень характеристик шлифовальных кругов, задействованных в

исследовании интегральных упругих показателей.

Выбор шлифовальных кругов для исследования проводился таким образом, чтобы обеспечить возможность исследования влияния изменений зернистости, твердости и абразивного материала инструмента на его интегральные упругие свойства (рис. 1).

Таблица 1

Table 1

Характеристики шлифовальных кругов по ГОСТ Р 52781–2007

Grinding wheels characteristics according to GOST R 52781–2007

№ ШК / GW No.	Размеры ШК $D \times H \times d$, мм / GW dimensions $D \times H \times d$, mm	Абразивный материал / Abrasive material	Зернистость / Grit	Твердость / Hardness
1	600×50×305	25A	F36	L
2			F46	
3			F60	
4			F80	
5			F120	
6	500×63×305	F60	F60	N
7				P
8	500×63×305			S
9	600×50×305	14A		L
10		64C		
11	600×40×305	92A		

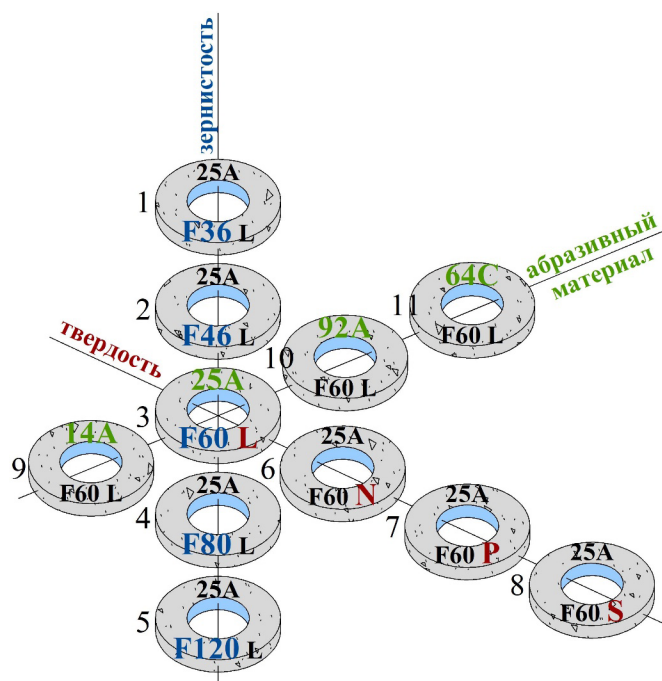


Рис. 1. Исследуемые шлифовальные круги

Fig. 1. Grinding wheels under study

Влияние изменения зернистости на упругие свойства исследовалось на шлифовальных кругах № 1, 2, 3, 4 и 5. Зернистость изменяется от F36 до F120 (от H50 до H10 по ГОСТ 2424–84), средний размер фракции зерна – от 0,5 до 0,11 мм. Прочие характеристики неизменны.

Влияние изменения твердости на упругие свойства исследовалось на шлифовальных кругах № 3, 6, 7 и 8. Твердость изменяется от L до S (от CM2 до T2 по ГОСТ 2424–84). Прочие рецептурные характеристики неизменны.

Для исследования влияния различных абразивных материалов на упругие свойства шлифовальных кругов рассмотрены круги № 3, 9, 10 и 11:

- белый электрокорунд 25A с содержанием $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ 99 %. Применяется при чистовом и профильном шлифовании закаленных сталей, заточке быстрорежущих инструментов;

- нормальный электрокорунд 14A с содержанием $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ 93 %. Применяется при черновом шлифовании;

- хромотитанистый электрокорунд 92А с содержанием $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ 60–75 %. Применяется при шлифовании закаленных сталей, обработке с большим съемом металла и обдирочном шлифовании;

- зеленый карбид кремния 64С с содержанием SiC 96–97 %. Применяется при окончательной заточке и доводке твердосплавного инструмента, хонинговании, суперфинишировании [14, 15].

Структура рассматриваемых шлифовальных кругов – средняя (номера структуры 5, 6, 7), связка – керамическая.

Экспериментальное исследование собственных колебаний шлифовальных кругов

Натурный эксперимент с регистрацией спектра собственных частот колебаний шлифовальных кругов проводился следующим образом. Собственные колебания ШК возбуждаются ударным воздействием согласно схеме на рис. 2. Регистрация акустического сигнала, генерируемого собственными колебаниями ШК, осуществляется прибором ИЧСК-2 (измеритель собственных частот колебаний) бесконтактным способом. ШК устанавливается вертикально на опору. Чувствительный элемент прибора (микрофон) ИЧСК-2 необходимо расположить под углом $45^\circ \pm 15^\circ$ относительно диаметра, проходящего через точку опоры ШК. Обеспечивается минимальный зазор между цилиндрической поверхностью ШК, касание поверхности не допускается. Место воздействия ударником (молотком) также расположено под углом $45^\circ \pm 15^\circ$ относительно диаметра, проходящего через точку опоры ШК, симметрично расположению микрофона. Удар наносится по цилиндрической поверхности исследуемого ШК в направлении к его центру. Сила и площадь воз-

действия не имеют существенного значения, поскольку предметом исследования выступают не амплитуды собственных колебаний, а их частоты. При настройке прибора на работу требуется указать следующие параметры:

- вид изделия – абразивы / лопатки / другие изделия;
- вид абразивного материала – 14А / 25А / 92А / 64С;
- вид связки – бакелитовая / вулканитовая / керамическая;
- геометрические форму и размеры ШК (коэффициент формы);
- плотность ШК;
- частотный диапазон измерений.

Эксперимент включает по 10 измерений частот собственных колебаний каждого ШК, после чего определяется усредненный спектральный состав собственных колебаний для каждого ШК. На рис. 3 приведен пример спектрограммы десяти измерений собственных частот ШК 1 600×50×305 25А F60 L 7 V 50 2кл ГОСТ Р 52781–2007 – шлифовального круга № 3.

Модальный анализ собственных колебаний шлифовальных кругов

Проведен компьютерный имитационный эксперимент по исследованию собственных частот и мод колебаний с использованием метода конечных элементов в программной среде COMSOL Multiphysics. Данный программный продукт широко применяется в различных инженерных расчетах по всему миру и хорошо зарекомендовал себя при решении акустических и вибрационных задач [16–20].

Разработана модель шлифовального круга с возможностью параметрического управления

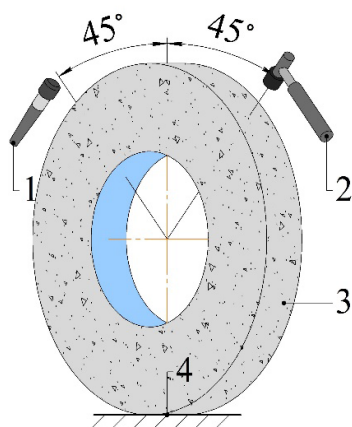


Рис. 2. Схема измерений частот собственных колебаний ШК:

1 – микрофон; 2 – молоток; 3 – исследуемый шлифовальный круг; 4 – опора

Fig. 2. Scheme of measuring frequencies of GW natural vibrations:

1 – microphone; 2 – hammer; 3 – grinding wheel under study; 4 – base

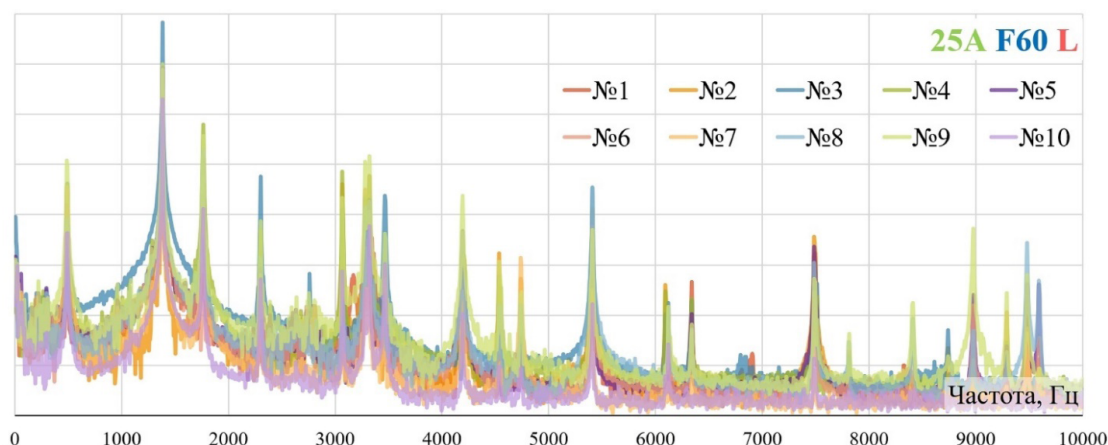


Рис. 3. Спектральный состав собственных колебаний шлифовального круга № 3

Fig. 3. Spectral composition of grinding wheel No. 3 natural vibrations

ее геометрий и упругими показателями. Связь между собственными частотами колебаний ШК и его геометрическими размерами, формой и упругими показателями выражается уравнением

$$f_i = F_i(a, \nu) \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где $F_i(a, \nu)$ – коэффициент формы – параметр, зависящий от геометрических размеров и формы тела ($a = f(D, d, H)$), от коэффициента Пуассона (ν) и моды колебаний. Параметры модели сведены в табл. 2.

Для каждого варианта параметров ШК (D , d , H и ν , E , ρ) проводился расчет собственных мод и частот колебаний с целью установления соответствия значениям частот, полученным экспериментально. Сравнение приведено в разделе «Сравнение экспериментальных и расчетных спектральных составов шлифовальных кругов».

Результаты и их обсуждение

Моды собственных колебаний шлифовальных кругов

Компьютерное моделирование показало, что порядок проявления собственных мод колебаний шлифовальных кругов остается неизменным для широкого диапазона значений ν , E и ρ . Значения собственных частот, связанных с модами, для разных значений (и комбинаций значений) упругих параметров изменяются. В табл. 3 сведены значения собственных частот и соответствующие им моды в порядке их проявления для шлифовального круга № 3 – ШК 1 600×50×305 25A F60 L 7 V 50 2кл ГОСТ Р 52781–2007. Так, парой низших мод являются изгибные моды с двумя узловыми диаметрами – f_1 и f_2 ($n = 2$, $s = 0$), после которых проявляется изгибная мода f_3 с одной узловой окружностью ($n = 0$, $s = 1$), называемая в литературе «зонтичной» модой [21].

Таблица 2

Table 2

Параметры модели шлифовального круга
Grinding wheel model parameters

Обозначение / Symbol	Описание / Description
Геометрические параметры модели / Geometrical model parameters	
D	Наружный диаметр ШК / GW outer diameter
d	Посадочный диаметр ШК / GW inner diameter
H	Высота ШК / GW height
Упругие параметры материала модели / Elastic parameters of model material	
ν	Коэффициент Пуассона / <i>Poisson's ratio</i>
E	Модуль Юнга / <i>Young's modulus</i>
ρ	Плотность / <i>Density</i>

Таблица 3

Table 3

Порядок проявления собственных мод колебаний шлифовального круга*

Occurrence order of grinding wheel natural oscillations modes*

№ / No.	1	2	3	4	5	6	7
f , Гц	544,59	544,62	1187,6	1429,7	1429,71	1451,8	1451,81
Мода / Mode							
	Кратные моды / Repeated modes			Кратные моды / Repeated modes		Кратные моды / Repeated modes	
№ / No.	8	9	10	11	12	13	14
f , Гц	1983,3	1983,5	2555,5	2555,51	3440,4	3440,8	3503,5
Мода / Mode							
	Кратные моды / Repeated modes		Кратные моды / Repeated modes		Кратные моды / Repeated modes		
№ / No.	15	16	17	18	19	20	
f , Гц	3508,8	3508,81	3850,0	3850,1	4503,5	4503,51	
Мода / Mode							
	Кратные моды / Repeated modes		Кратные моды / Repeated modes		Кратные моды / Repeated modes		

* – ШК 1 600×50×305 25A F60 L 7 V 50 2кл ГОСТ Р 52781–2007.

Этот результат согласуется с результатами аналитических расчетов мод колебаний шлифовальных кругов Б.А. Глазовского и И.Б. Москоленко [22]. Буквами n и s обозначаются соответственно число узловых диаметров и узловых окружностей при исследовании колебаний дисков с центральным осевым отверстием, к которым относятся шлифовальные круги рассматриваемых размеров.

Изгибные моды, проявившиеся парами, – f_4 и f_5 ($n = 3, s = 0$), f_{10} и f_{11} ($n = 4, s = 0$), f_{17} и f_{18} ($n = 5, s = 0$) – сходны между собой, отличаются числом узловых диаметров. Пары мод f_8 и f_9 ($n = 1, s = 1$), f_{12} и f_{13} ($n = 2, s = 1$) отличаются наличием узловой окружности и разным числом узловых диаметров. Пары мод f_6 и f_7 ($n = 2, s = 0$), f_{15} и f_{16} ($n = 3, s = 0$), f_{19} и f_{20} ($n = 1, s = 1$) и мода f_{14} ($n = 0, s = 1$) относятся к классу

радиальных мод – для них характерны напряжения растяжения-сжатия, при котором колебания микрообъемов происходят в плоскости шлифовального круга.

Выделяется особенность парного проявления мод, имеющих узловые диаметры ($n \neq 0$). Такие моды называются кратными – это моды колебаний, имеющие близкие (или совпадающие) значения собственных частот, одинаковый набор, но разную ориентацию узловых линий. Кратные моды проявляются парами и отличаются относительным смещением узловых диаметров на некоторый угол. Проявляются такие моды в системах с высокой степенью симметрии (например, в круглых дисках, сферических оболочках, квадратных пластинах). Их проявления подтверждаются как экспериментальными исследованиями, так и аналитическими расчетами [23–26].

Наименьшее число узловых линий, будь то узловые диаметры или узловые окружности, характерны для низших мод – т. е. собственных мод, формирующихся на самых низких частотах, характерных для системы «шлифовальный круг». С увеличением узловых линий, проявляющихся в форме колебательного движения конкретной моды, возрастает частота, на которой эта мода возникает. Известно, что низшие моды имеют первостепенное значение в общей динамике колебательного процесса упругого твердого тела. Для описания значимости вклада каждой моды введены коэффициенты модального участия и модальной массы. Подробнее в контексте исследования эти коэффициенты рассматриваются в разделе «Коэффициенты модального участия».

Коэффициенты модального участия

Коэффициент участия показывает относительный вклад каждой моды в перемещение или вращение системы при возбуждении определенным образом в определенном направлении. Поскольку вращательных мод и угловых колебаний шлифовального круга в результате компьютерного моделирования выявлено не было, то коэффициенты участия для вращательных направлений здесь не рассматриваются.

К расчету коэффициентов участия прибегают при необходимости определения параметров внешней нагрузки, которая потенциально спо-

собна вызвать в системе нежелательный резонанс [27]. В результате такого расчета становится возможным определить значимость каждой моды, участвующей в колебательном процессе. Таким модам присущи высокие энергии колебаний и большая чувствительность к нагрузкам определенного характера. При расчетах на прочность после выявления значимой моды либо изменяют режимы эксплуатации системы, либо модернизируют конструкцию во избежание нежелательных последствий.

На рис. 4 приведен график коэффициентов участия шлифовального круга № 3 – ШК 1 600×50×305 25A F60 L 7 V 50 2кл ГОСТ Р 52781–2007 – по трем координатным осям, из которого видно, что моды f_1 и f_2 – наиболее значимые собственные моды колебаний шлифовального круга. Наиболее сильно эти моды проявляются в направлениях X и Y . Что касается оси Z , то наибольший вклад в этом направлении вносит «зонтичная» мода f_3 .

Именно эта мода планируется к использованию для акустического мониторинга процесса шлифования. При введении граничных условий модель шлифовального круга ограничивается в перемещениях – моделируется жесткое закрепление по посадочному диаметру на шпиндель станка. Кроме этого, задается условие предвари-

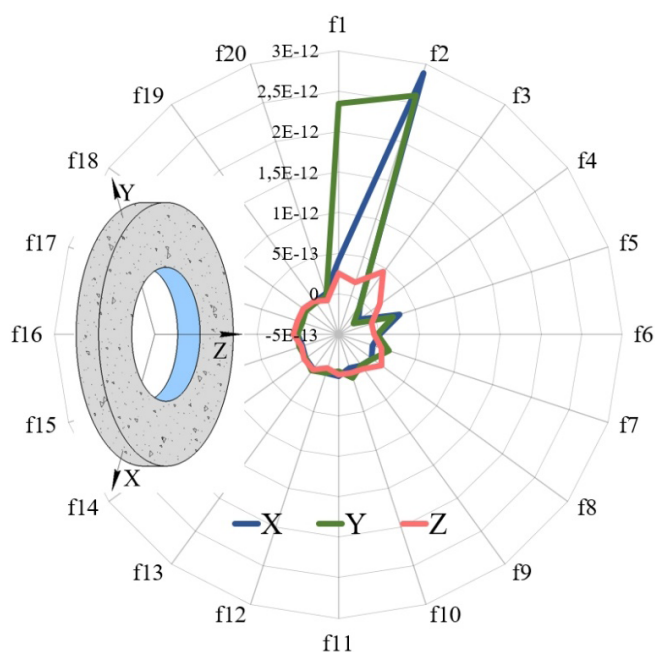


Рис. 4. Коэффициенты участия мод собственных колебаний шлифовального круга по осям координат
Fig. 4. Participation factors of the natural vibration modes of the grinding wheel along the coordinate axes

тельно напряженного состояния, распределенного по объему шлифовального круга, которое возникает под действием центробежных сил при вращении с частотой 1590 об/мин. В результате расчета собственных мод в соответствии с указанными граничными условиями порядок их проявления значительно меняется. Низшей и наиболее значимой модой, обладающей наибольшими значениями коэффициентов модального участия и модальной массы, является изгибная мода с одной узловой окружностью, совпадающей с областью заделки, – «зонтичная» мода. Участие этой моды в общей динамике колебаний шлифовального круга многократно превалирует (более 30 раз) над прочими и соответственно создает наиболее мощную акустическую волну.

Сравнение экспериментальных и расчетных спектральных составов шлифовальных кругов

На рис. 5, а–л черными линиями показаны спектральные составы, полученные экспериментальным способом по методике, описанной в разделе «Экспериментальное исследование собственных колебаний шлифовальных кругов». Эти графики показывают распределение частот собственных колебаний шлифовальных кругов исследуемых характеристик.

В процессе компьютерного моделирования и проведения модального анализа подбирались значения коэффициентов Пуассона (ν) и модуля Юнга (E) таким образом, чтобы расчетные значения частот (показаны на графиках красными вертикальными линиями) совпадали с экспериментальными частотами. Выполнялась задача параметрической оптимизации методом подбора. Добиться полного совпадения возможно только при идеальном соответствии реальных геометрических размеров шлифовальных кругов их моделируемым аналогам.

Совпадение частот было достигнуто на удовлетворительном уровне. Отклонение значений расчетных частот от экспериментальных не превышает 5 %. В результате были получены значения интегральных упругих параметров ν и E для каждого из рассматриваемых шлифовальных кругов:

- 1) 25A F36 L – $\nu = 0,25$; $E = 51,25$ ГПа;
- 2) 25A F46 L – $\nu = 0,215$; $E = 46$ ГПа;
- 3) 25A F60 L – $\nu = 0,18$; $E = 41,5$ ГПа;

- 4) 25A F80 L – $\nu = 0,17$; $E = 40$ ГПа;
- 5) 25A F120 L – $\nu = 0,16$; $E = 45,5$ ГПа;
- 6) 25A F60 N – $\nu = 0,22$; $E = 48$ ГПа;
- 7) 25A F60 P – $\nu = 0,225$; $E = 54$ ГПа;
- 8) 25A F60 S – $\nu = 0,2$; $E = 67,5$ ГПа;
- 9) 14A F60 L – $\nu = 0,25$; $E = 41,2$ ГПа;
- 10) 64C F60 L – $\nu = 0,26$; $E = 43$ ГПа;
- 11) 92A F60 L – $\nu = 0,27$; $E = 53$ ГПа.

Таким образом, данный подход к определению ν и E признается результативным, хоть и трудозатратным. Совпадение расчетных частот с экспериментальными позволяет утверждать, что моделируемые значения коэффициента Пуассона и модуля Юнга шлифовальных кругов соответствуют реальным значениям своих прототипов. Следовательно, основная цель данной работы достигнута.

В настоящее время ведется работа над созданием математической модели звукового давления, генерируемого процессом шлифования, а также методики прогнозирования периода стойкости шлифовального круга по акустическому показателю. В этой модели в обязательном порядке требуется учет реальных значений параметров упругости шлифовальных кругов, а также установление соответствия между ними и характеристикой круга.

Значения ν и E , полученные в ходе настоящего исследования, применялись в качестве параметров при разработке модели звукового давления процесса шлифования. Предварительные результаты показывают качественное соответствие и адекватность модели экспериментальным акустическим данным, полученным при исследовании процесса шлифования.

Зависимость интегральных упругих параметров от характеристики шлифовального круга

В результате исследования шлифовальных кругов № 1, 2, 3, 4 и 5 установлено влияние размера фракции абразивного зерна на величину упругих параметров ν и E . С уменьшением размера фракции абразивного зерна значение коэффициента Пуассона уменьшается. Значение модуля Юнга при этом снижается до достижения значения размеров зерна 0,2 мм, после чего происходит изменение тренда на увеличение. Однако для однозначного заключения о том, что при дальнейшем снижении зернистости

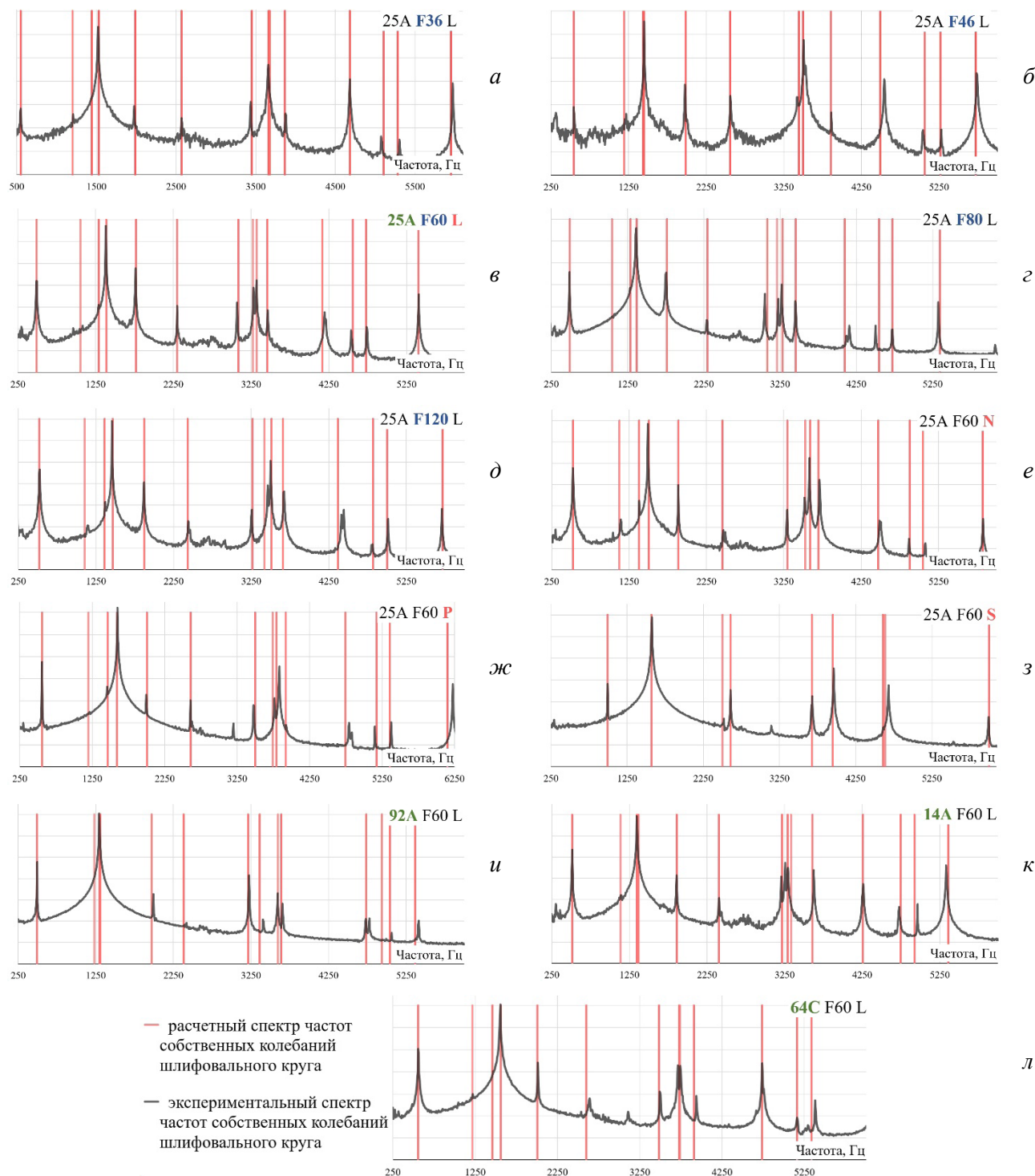


Рис. 5. Сравнение эмпирических и расчетных спектральных составов собственных колебаний шлифовальных кругов:

a – 25A F36 L; *б* – 25A F46 L; *в* – 25A F60 L; *г* – 25A F80 L; *д* – 25A F120 L; *е* – 25A F60 N; *ж* – 25A F60 P; *з* – 25A F60 S; *и* – 14A F60 L; *к* – 92A F60 L; *л* – 64C F60

Fig. 5. Comparison of empirical and calculated spectral compositions of natural vibrations of grinding wheel:

a – 25A F36 L; *б* – 25A F46 L; *в* – 25A F60 L; *г* – 25A F80 L; *д* – 25A F120 L; *е* – 25A F60 N; *ж* – 25A F60 P; *з* – 25A F60 S; *и* – 14A F60 L; *к* – 92A F60 L; *л* – 64C F60

рост модуля Юнга будет продолжаться, данных недостаточно.

На рис. 6 приведены графики, отражающие эту зависимость в координатах «зернистость –

коэффициент Пуассона» и «зернистость – модуль Юнга». Далее с помощью пакета MS Excel были получены уравнения регрессии и регрессионные кривые. Регрессионные кривые, построенные

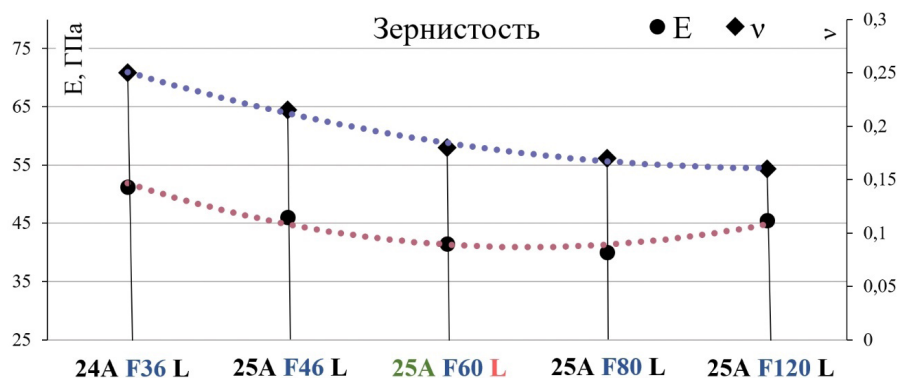


Рис. 6. Влияние зернистости шлифовального круга на величину коэффициента Пуассона и модуля Юнга

Fig. 6. Influence of grinding wheel grit on the value of Poisson's ratio and Young's modulus

по экспериментальным данным, выражаются полиномиальными зависимостями второй степени с уровнем достоверности аппроксимации $R^2 = 0,949$ для кривой зависимости модуля Юнга и $R^2 = 0,993$ для кривой зависимости коэффициента Пуассона. Это свидетельствует о сильной корреляции между значениями ν , E и фактором зернистости:

$$\nu = 0,0054x^2 - 0,054x + 0,3;$$

$$E = 1,75x^2 - 12,25x + 62,35.$$

Необходимо отметить, что данные регрессионные зависимости не претендуют на универсальность и могут использоваться исключительно для тех условий, в которых были получены. Так, например, могут быть определены значения ν и E для шлифовального круга, характеристика которого повторяет характеристики рассматриваемых кругов: абразивный материал – белый электрокорунд, твердость – L, средняя структура – 6, на керамической связке. Для такого шлифовального круга зернистостью F100 (размер зерна 0,15...0,11 мм) значения коэффициента Пуассона и модуля Юнга составляют $\nu = 0,164$; $E = 42,66$ ГПа.

Аналогичным образом было установлено влияние значения твердости на упругие показатели шлифовальных кругов. Увеличение твердости шлифовального круга приводит к увеличению значений модуля Юнга. Модуль

Юнга характеризует жесткость системы, ее способность сопротивляться упругим деформациям. Это находит отражение при исследовании собственных колебаний твердого тела. Для шлифовальных кругов с более высоким значением E наблюдается смещение частот собственных колебаний в область высоких частот (см. рис. 5). Известно, что изменение твердости шлифовальных кругов одной и той же структуры происходит за счет перераспределения пропорций основных компонентов – зерна, связки и пор. Увеличению твердости способствует снижение объема пор и увеличение объема связки. Из этого можно заключить, что имеет место положительная корреляция между твердостью и жесткостью (выраженной через модуль Юнга), т. е. между характеристиками пластических и упругих деформаций шлифовального круга.

Коэффициент Пуассона с ростом твердости возрастает на промежутке от L до P, после чего, достигнув максимального значения ($\nu = 0,23$), начинает снижаться. Графики приведены на рис. 7.

Полученные регрессионные зависимости также имеют значения уровня достоверности аппроксимации, близкие к единице ($R^2 = 0,9913$ для кривой зависимости модуля Юнга и $R^2 = 0,999$ для кривой зависимости коэффициента Пуассона). Следовательно, имеет место силь-

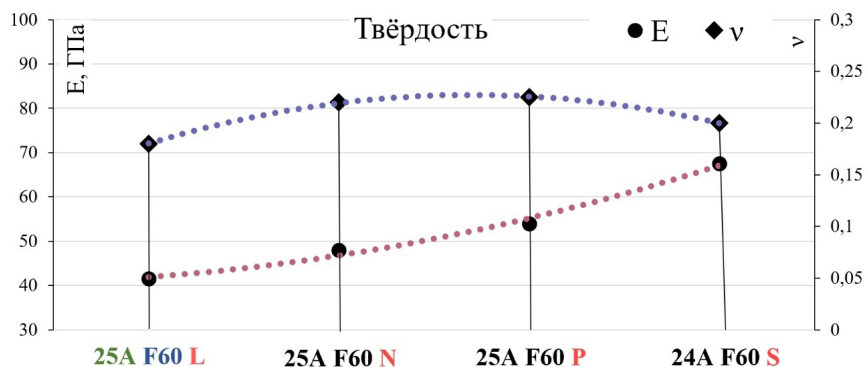


Рис. 7. Влияние твердости шлифовального круга на величину коэффициента Пуассона и модуля Юнга

Fig. 7. Influence of grinding wheel hardness on the value of Poisson's ratio and Young's modulus

ная корреляция между значениями ν , E и фактором твердости:

$$\nu = -0,0162x^2 + 0,0877x + 0,109;$$

$$E = 1,75x^2 - 0,35x + 40,5.$$

С помощью данных эмпирических регрессионных моделей могут быть определены значения ν и E шлифовальных кругов из белого электрокорунда зернистостью F60 средней структуры на керамической связке для ряда значений твердости – К, М, О, R, Т:

- 25А F60 К имеет значения $\nu = 0,148$; $E = 40,76$ ГПа;

- 25А F60 М имеет значения $\nu = 0,2$; $E = 43,91$ ГПа;

- 25А F60 О имеет значения $\nu = 0,227$; $E = 50,56$ ГПа;

- 25А F60 R имеет значения $\nu = 0,217$; $E = 60,713$ ГПа;

- 25А F60 Т имеет значения $\nu = 0,175$; $E = 74,36$ ГПа.

Получены значения коэффициента Пуассона и модуля Юнга для шлифовальных кругов из нормального электрокорунда, белого электрокорунда, хромотитанистого электрокорунда и зеленого карбида кремния (рис. 8). Поскольку абразивный материал шлифовального круга не может иметь количественного выражения, нет смысла в проведении регрессионного анализа и разработке эмпирических зависимостей, как в случае с исследованием влияния размеров фракции зерна и значения твердости на упругие параметры инструмента. Значения параметров ν и E на графиках рис. 8 не дают возможности дополнительных приложений и дополнительных знаний, кроме непосредственно полученных.

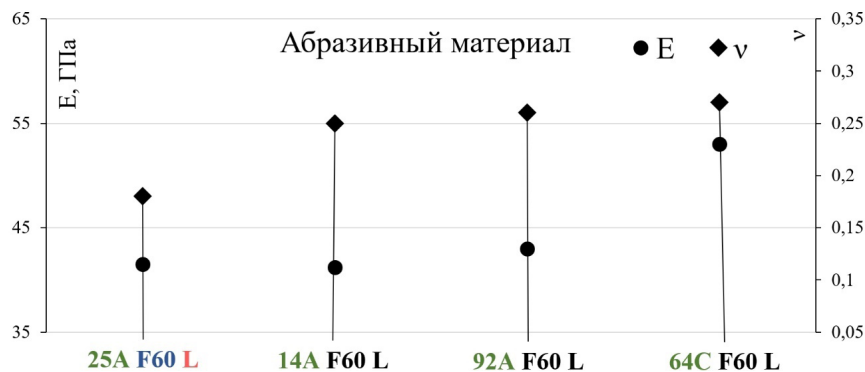


Рис. 8. Влияние абразивного материала на величину коэффициента Пуассона и модуля Юнга

Fig. 8. Influence of abrasive material on the value Poisson's ratio and Young's modulus

Выводы

1. Порядок проявления собственных мод колебаний шлифовальных кругов остается неизменным для широкого диапазона значений ν и E . Низшими собственными модами, колебания которых используют при акустическом контроле шлифовальных кругов, является пара изгибных мод $f1$, $f2$ ($n = 2$, $s = 0$) и изгибная мода $f3$ ($n = 0$, $s = 1$).

2. В отсутствие граничных условий наиболее значимый вклад в динамику колебательного процесса шлифовального круга вносят моды $f1$ и $f2$ ($n = 2$, $s = 0$) в направлениях координатных осей X и Y . В направлении оси Z наибольший вклад вносит собственная мода $f3$ ($n = 0$, $s = 1$), однако этот вклад значительно уступает вкладу пары мод $f1$ и $f2$.

3. В результате установления соответствия между экспериментальными и расчетными составами спектров распределения частот собственных колебаний шлифовальных кругов определены значения коэффициентов Пуассона и модуля Юнга для исследованных шлифовальных кругов. Значения изменяются в следующих диапазонах: $0,16 < \nu < 0,27$; $40 \text{ ГПа} < E < 67,5 \text{ ГПа}$.

Шлифовальные круги разных характеристик, существенно различающиеся по ряду параметров (например, 25А F80 L и 25А F60 S), могут иметь незначительно отличающиеся величины коэффициента Пуассона ($\nu = 0,17$ и $\nu = 0,2$ соответственно). Это обстоятельство подтверждает необходимость точного определения интегральных упругих показателей инструмента для корректного моделирования звукового давления

процесса шлифования, поскольку даже небольшая ошибка при определении значения коэффициента Пуассона может привести к несоответствию характеристики моделируемого круга реальной характеристике.

4. Получены эмпирические регрессионные зависимости интегральных упругих параметров шлифовальных кругов от размера фракции абразивного зерна и от твердости с высоким уровнем достоверности аппроксимации.

Список литературы

1. Ардашев Д.В., Жуков А.С. Исследование спектрального состава свободных акустических колебаний шлифовальных кругов на керамической связке // *Металлообработка*. – 2023. – № 1 (133). – С. 3–20. – DOI: 10.25960/мо.2023.1.3.
2. Ардашев Д.В., Жуков А.С. Исследование взаимосвязи режущей способности инструмента с параметрами акустического сигнала в процессе профильного шлифования // *Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты)*. – 2022. – Т. 24, № 4. – С. 64–83. – DOI: 10.17212/1994-6309-2022-24.4-64-83.
3. Analysis of dynamic characteristics for machine tools based on dynamic stiffness sensitivity / C. Li, Z. Song, X. Huang, H. Zhao, X. Jiang, X. Mao // *Processes*. – 2021. – Vol. 9 (12). – Art. 2260. – P. 1–16. – DOI: 10.3390/pr9122260.
4. Developing and testing the proto type structure for micro tool fabrication / H. Xiao, X. Hu, S. Luo, W. Li // *Machines*. – 2022. – Vol. 10 (10). – Art. 938. – P. 1–21. – DOI: 10.3390/machines10100938.
5. Modeling the static and dynamic behaviors of a large heavy-duty lathe machine under rated loads / C.-Y. Lin, Y.-P. Luh, W.-Z. Lin, B.-C. Lin, J.-P. Hung // *Computation*. – 2022. – Vol. 10 (12). – Art. 207. – P. 1–18. – DOI: 10.3390/computation10120207.
6. Study on kinematic structure performance and machining characteristics of 3-axis machining center / T.-C. Chan, C.-C. Chang, A. Ullah, H.-H. Lin // *Applied Sciences*. – 2023. – Vol. 13 (8). – Art. 4742. – P. 1–29. – DOI: 10.3390/app13084742.
7. Behera R., Chan T.-C., Yang J.-S. Innovative structural optimization and dynamic performance enhancement of high-precision five-axis machine tools // *Journal of Manufacturing and Materials Processing*. – 2024. – Vol. 8 (4). – Art. 181. – P. 1–25. – DOI: 10.3390/jmmp8040181.
8. Vázquez C.R., Guajardo-Cuéllar A. Prediction of vertical vibrations of a CNC router type geometry // *Applied Sciences*. – 2024. – Vol. 14 (2). – Art. 621. – P. 1–23. – DOI: 10.3390/app14020621.
9. Real-time estimation for cutting tool wear based on modal analysis of monitored signals / Y. Chi, W. Dai, Z. Lu, M. Wang, Y. Zhao // *Applied Sciences*. – 2018. – Vol. 8 (5). – Art. 708. – P. 1–13. – DOI: 10.3390/app8050708.
10. Stability analysis and structure optimization of unequal-pitch end mills / W. Nie, M. Zheng, S. Xu, Y. Liu, H. Yu // *Materials*. – 2021. – Vol. 14 (22). – Art. 7003. – P. 1–13. – DOI: 10.3390/ma14227003.
11. Chatter and surface waviness analysis in Oerlikon face hobbing of spiral bevel gears / J. Wang, J. Qian, K. Huang, Z. Shang, J. Yu // *Aerospace*. – 2024. – Vol. 11 (7). – Art. 535. – P. 1–25. – DOI: 10.3390/aerospace11070535.
12. Experimental identification of milling process damping and its application in stability lobe diagrams / C. Mladjenovic, K. Monkova, A. Zivkovic, M. Knezev, D. Marinkovic, V. Ilic // *Machines*. – 2025. – Vol. 13 (2). – Art. 96. – P. 1–24. – DOI: 10.3390/machines13020096.
13. Experimental-analytical method for determining the dynamic coefficients of turning tools / L. Nowakowski, S. Blasiak, M. Skrzyniarz, J. Rolek // *Materials*. – 2025. – Vol. 18 (3). – Art. 563. – P. 1–15. – DOI: 10.3390/ma18030563.
14. Овчинников А.И. Материалы для абразивного инструмента. Обзор // *Наука и образование*. – 2013. – № 7. – С. 41–68. – DOI: 10.7463/0713.0577449.
15. Абызов А.М. Оксид алюминия и алюмооксидная керамика (Обзор). Ч. 1. Свойства Al_2O_3 и промышленное производство дисперсного Al_2O_3 // *Новые огнеупоры*. – 2019. – № 1. – С. 16–23. DOI: 10.17073/1683-4518-2019-1-16-23.
16. Design and experimental study of longitudinal-torsional composite ultrasonic internal grinding horn / H. Zhang, F. Jiao, Y. Niu, C. Li, Z. Zhang, J. Tong // *Micromachines*. – 2023. – Vol. 14 (11). – Art. 2056. – P. 1–17. – DOI: 10.3390/mi14112056.
17. Li F., Chen Y., Zhu D. Revealing the sound transmission loss capacities of sandwich metamaterials with re-entrant negative Poisson's ratio configuration / F. Li, Y. Chen, D. Zhu // *Materials*. – 2023. – Vol. 16 (17). – Art. 5928. – P. 2–21. – DOI: 10.3390/ma16175928.
18. A normal mode model based on the spectral element method for simulating horizontally layered acoustic waveguides / Y. Zhang, H. Tu, Y. Wang, G. Xu, D. Gao // *Journal of Marine Science and Engineering*. – 2024. – Vol. 12 (9). – Art. 1499. – P. 1–16. – DOI: 10.3390/jmse12091499.
19. Acoustic sensors for monitoring and localizing partial discharge signals in oil-immersed transformers under array configuration / Y. Wang, D. Zhao, Y. Jia, S. Wang, Y. Du, H. Li, B. Zhang // *Sensors*. – 2024. – Vol. 24 (14). – Art. 4704. – P. 1–24. – DOI: 10.3390/s24144704.
20. Fundamental study of phased array ultrasonic cavitation abrasive flow polishing titanium alloy tubes / Y. Dai, S. Li, M. Feng, B. Chen, J. Qiao // *Materials*. – 2024. – Vol. 17 (21). – Art. 5185. – P. 1–19. – DOI: 10.3390/ma17215185.
21. Юганов В.С. Использование низкочастотных акустических колебаний для текущего контроля процесса шлифования: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.08. – Ульяновск, 1999. – 198 с.
22. Глаговский Б.А., Москобенко И.Б. Низкочастотные акустические методы контроля в машиностроении. – Л.: Машиностроение, 1977. – 203 с.



23. *Смирнов В.А., Нанасов М.П.* Расчет частот и форм колебаний круглой пластинки // Перспективы развития строительных конструкций: материалы научно-практической конференции. – Л.: ЛДНТП, 1987. – С. 68–72.

24. *Иванов В.П.* Колебания рабочих колес турбомашин. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.

25. *Макаева Р.Х., Каримов А.Х., Царева А.М.* Исследование резонансных колебаний дисков с применением голографической интерферометрии // Вестник двигателестроения. – 2012. – № 2. – С. 161–165.

26. *Царева А.М.* Экспериментально-расчетный метод определения резонансных частот и форм колебаний деталей типа дисков с применением голографической интерферометрии: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.02.04, 05.02.02. – Казань, 2007. – 20 с.

27. Structural and modal analysis of a small wind turbine blade considering composite material and the IEC 61400-2 standard / M. Vázquez, V. López, R. Campos, E. Cadenas, P. Marin // *Energies*. – 2025. – Vol. 18 (3). – Art. 566. – P. 1–26. – DOI: 10.3390/en18030566.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© 2025 Авторы. Издательство Новосибирского государственного технического университета. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



Obrabotka metallov - Metal Working and Material Science

Journal homepage: http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov



Modal analysis of various grinding wheel types for the evaluation of their integral elastic parameters

Aleksandr Zhukov^{a,}, Dmitrii Ardashev^b, Victor Batuev^c, Victor Kulygin^d, Egor Schuleshko^e*

South Ural State University, 76 Prospekt Lenina, Chelyabinsk, 454080, Russian Federation

^a <https://orcid.org/0000-0002-9328-7148>, zhukovas@susu.ru; ^b <https://orcid.org/0000-0002-8134-2525>, ardashevdy@susu.ru;
^c <https://orcid.org/0000-0001-9969-4310>, batuevvv@susu.ru; ^d <https://orcid.org/0009-0000-8509-1420>, kulyginvl@susu.ru;
^e <https://orcid.org/0000-0002-5709-4285>, schuleshko21@mail.ru

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 04 May 2025
 Revised: 25 May 2025
 Accepted: 05 June 2025
 Available online: 15 September 2025

Keywords:

Grinding
 Grinding wheel
 Grinding wheel natural vibrations
 Grinding wheel integral elastic indices
 Modal analysis
 Participation factor
 Spectral composition
 Natural vibrations frequency
 Computer modelling
 COMSOL Multiphysics
 Finite element analysis

Funding

The study was funded by the Russian Science Foundation grant No. 25-29-20029, <https://rscf.ru/en/project/25-29-20029/>

ABSTRACT

Introduction. In developing a mathematical model for the sound pressure generated by the grinding process, it became necessary to determine the actual values of the integral elastic parameters of grinding wheels to use as inputs in the model. This will expand the applicability of the model and maximize its practical utility. This paper describes an approach to determining *Poisson's* ratios and *Young's* moduli for grinding wheels with different characteristics. The elastic properties of the tool are the **subject** of this study. The **purpose** is to establish the relationship between actual values of integral elastic parameters and grinding wheel characteristics via modal analysis. **The research method** combines experimental investigation of natural frequency spectra and modal analysis, implemented via the finite element method in specialized software. Additionally, regression analysis is employed to derive empirical dependencies of the integral elastic parameters of grinding wheels on abrasive grain size and hardness. **Results and discussion.** The main result of this work is the determination of the actual values of *Poisson's* ratios and *Young's* moduli for grinding wheels with the studied characteristics. The selection of grinding wheel characteristics allowed for the investigation of the influence of abrasive grain size and hardness on its integral elastic properties. The development of a mathematical model for sound pressure generated by the grinding process, along with a methodology for predicting the service life of grinding wheels based on this model, will improve grinding operation efficiency by reducing the machine-setting time, increasing processing time, reducing consumption of manufacturing resources, and optimizing tool lifespan utilization.

For citation: Zhukov A.S., Ardashev D.V., Batuev V.V., Kulygin V.L., Schuleshko E.I. Modal analysis of various grinding wheel types for the evaluation of their integral elastic parameters. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty) = Metal Working and Material Science*, 2025, vol. 27, no. 3, pp. 71–86. DOI: 10.17212/1994-6309-2025-27.3-71-86. (In Russian).

References

1. Ardashev D.V., Zhukov A.S. Issledovanie spektral'nogo sostava svobodnykh akusticheskikh kolebaniy shlifoval'nykh krugov na keramicheskoi svyazke [Research of spectral composition of natural acoustic vibrations of ceramic-bonded grinding wheels]. *Metalloobrabotka = Metalworking*, 2023, no. 1 (133), pp. 3–20. DOI: 10.25960/mo.2023.1.3. (In Russian).

* Corresponding author

Zhukov Aleksandr S., Ph.D. (Engineering) student
 South Ural State University,
 76 Prospekt Lenina,
 454080, Chelyabinsk, Russian Federation
 Tel.: +7 351 272-32-94, e-mail: zhukovas@susu.ru



2. Ardashev D.V., Zhukov A.S. Investigation of the relationship between the cutting ability of the tool and the acoustic signal parameters during profile grinding. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty) = Metal Working and Material Science*, 2022, vol. 24, no. 4, pp. 64–83. DOI: 10.17212/1994-6309-2022-24.4-64-83. (In Russian).
3. Li C., Song Z., Huang X., Zhao H., Jiang X., Mao X. Analysis of dynamic characteristics for machine tools based on dynamic stiffness sensitivity. *Processes*, 2021, vol. 9 (12), art. 2260, pp. 1–16. DOI: 10.3390/pr9122260.
4. Xiao H., Hu X., Luo S., Li W. Developing and testing the proto type structure for micro tool fabrication. *Machines*, 2022, vol. 10 (10), art. 938, pp. 1–21. DOI: 10.3390/machines10100938.
5. Lin C.-Y., Luh Y.-P., Lin W.-Z., Lin B.-C., Hung J.-P. Modeling the static and dynamic behaviors of a large heavy-duty lathe machine under rated loads. *Computation*, 2022, vol. 10 (12), art. 207, pp. 1–18. DOI: 10.3390/computation10120207.
6. Chan T.-C., Chang C.-C., Ullah A., Lin H.-H. Study on kinematic structure performance and machining characteristics of 3-axis machining center. *Applied Sciences*, 2023, vol. 13 (8), art. 4742, pp. 1–29. DOI: 10.3390/app13084742.
7. Behera R., Chan T.-C., Yang J.-S. Innovative structural optimization and dynamic performance enhancement of high-precision five-axis machine tools. *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, 2024, vol. 8 (4), art. 181, pp. 1–25. DOI: 10.3390/jmmp8040181.
8. Vázquez C.R., Guajardo-Cuéllar A. Prediction of vertical vibrations of a CNC router type geometry. *Applied Sciences*, 2024, vol. 14 (2), art. 621, pp. 1–23. DOI: 10.3390/app14020621.
9. Chi Y., Dai W., Lu Z., Wang M., Zhao Y. Real-time estimation for cutting tool wear based on modal analysis of monitored signals. *Applied Sciences*, 2018, vol. 8 (5), art. 708, pp. 1–13. DOI: 10.3390/app8050708.
10. Nie W., Zheng M., Xu S., Liu Y., Yu H. Stability analysis and structure optimization of unequal-pitch end mills. *Materials*, 2021, vol. 14 (22), art. 7003, pp. 1–13. DOI: 10.3390/ma14227003.
11. Wang J., Qian J., Huang K., Shang Z., Yu J. Chatter and surface waviness analysis in Oerlikon face hobbing of spiral bevel gears. *Aerospace*, 2024, vol. 11 (7), art. 535, pp. 1–25. DOI: 10.3390/aerospace11070535.
12. Mladjenovic C., Monkova K., Zivkovic A., Knezev M., Marinkovic D., Ilic V. Experimental identification of milling process damping and its application in stability lobe diagrams. *Machines*, 2025, vol. 13 (2), art. 96, pp. 1–24. DOI: 10.3390/machines13020096.
13. Nowakowski L., Blasiak S., Skrzyniarz M., Rolek J. Experimental-analytical method for determining the dynamic coefficients of turning tools. *Materials*, 2025, vol. 18 (3), art. 563, pp. 1–15. DOI: 10.3390/ma18030563.
14. Ovchinnikov A.I. Materialy dlya abrazivnogo instrumenta. Obzor [Materials for an abrasive tool. Review]. *Nauka i obrazovanie = Science and Education*, 2013, no. 7, pp. 41–68, DOI: 10.7463/0713.0577449. (In Russian).
15. Abyzov A.M. Oksid alyuminiya i alyumooksidnaya keramika (Obzor). Ch. 1. Svoistva Al_2O_3 i promyshlennoe proizvodstvo dispersnogo Al_2O_3 [Aluminum oxide and alumina ceramics (Review). Part 1. Properties of Al_2O_3 and industrial production of dispersed Al_2O_3]. *Novye ognepupory = New Refractories*, 2019, no. 1, pp. 16–23. DOI: 10.17073/1683-4518-2019-1-16-23.
16. Zhang H., Jiao F., Niu Y., Li C., Zhang Z., Tong J. Design and experimental study of longitudinal-torsional composite ultrasonic internal grinding horn. *Micromachines*, 2023, vol. 14 (11), art. 2056, pp. 1–17. DOI: 10.3390/mi14112056.
17. Li F., Chen Y., Zhu D. Revealing the sound transmission loss capacities of sandwich metamaterials with re-entrant negative Poisson's ratio configuration. *Materials*, 2023, vol. 16 (17), art. 5928, pp. 2–21. DOI: 10.3390/ma16175928.
18. Zhang Y., Tu H., Wang Y., Xu G., Gao D. A normal mode model based on the spectral element method for simulating horizontally layered acoustic waveguides. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2024, vol. 12 (9), art. 1499, pp. 1–16. DOI: 10.3390/jmse12091499.
19. Wang Y., Zhao D., Jia Y., Wang S., Du Y., Li H., Zhang B. Acoustic sensors for monitoring and localizing partial discharge signals in oil-immersed transformers under array configuration. *Sensors*, 2024, vol. 24 (14), art. 4704, pp. 1–24. DOI: 10.3390/s24144704.
20. Dai Y., Li S., Feng M., Chen B., Qiao J. Fundamental study of phased array ultrasonic cavitation abrasive flow polishing titanium alloy tubes. *Materials*, 2024, vol. 17 (21), art. 5185, pp. 1–19. DOI: 10.3390/ma17215185.
21. Yuganov V.S. *Ispol'zovanie nizkochastotnykh akusticheskikh kolebanii dlya tekushchego kontrolya protsessy shlifovaniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [Use of low-frequency acoustic oscillations for current control of the grinding process. PhD eng. sci. diss.]. Ul'yanovsk, 1999. 198 p.

22. Glagovskii B.A., Moskovenko I.B. *Nizkочастотные акустические методы контроля в машиностроении* [Low-frequency acoustic control methods in mechanical engineering]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1977. 203 p.
23. Smirnov V.A., Nanasov M.P. [Calculation of frequencies and forms of vibrations of a round plate]. *Perspektivy razvitiya stroitel'nykh konstruktov* [Prospects of building structures development]. Materials of scientific-practical conference. Leningrad, LDNTP Publ., 1987, pp. 68–72. (In Russian).
24. Ivanov V.P. *Kolebaniya rabochikh koles turbomashin* [Vibrations of turbomachine impellers]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983. 224 p.
25. Makaeva R.Kh., Karimov A.Kh., Tsareva A.M. Issledovanie rezonansnykh kolebaniy diskov s primeneniem golograficheskoi interferometrii [Research of resonance vibrations of discs with application of holographic interferometry]. *Vestnik dvigatelestroeniya = Herald of Aeroenginebuilding*, 2012, no. 2, pp. 161–165.
26. Tsareva A.M. *Ekspertimetal'no-raschetnyi metod opredeleniya rezonansnykh chastot i form kolebaniy detalei tipa diskov s primeneniem golograficheskoi interferometrii*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Experimental-calculation method of determination of resonance frequencies and vibration forms of disc-type parts using holographic interferometry. Author's abstract of PhD eng. sci. diss.]. Kazan', 2007. 20 p.
27. Vázquez M., López V., Campos R., Cadenas E., Marin P. Structural and modal analysis of a small wind turbine blade considering composite material and the IEC 61400-2 standard. *Energies*, 2025, vol. 18 (3), art. 566, pp. 1–26. DOI: 10.3390/en18030566.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

© 2025 The Authors. Published by Novosibirsk State Technical University. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).