

**Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН**

# **УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ**

***Выпуск 110  
Июль 2024***

**СБОРНИК  
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл. №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

**Москва – 2024**

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
*Институт проблем управления*  
*им. В.А. Трапезникова*

**УПРАВЛЕНИЕ  
БОЛЬШИМИ  
СИСТЕМАМИ**

**СБОРНИК ТРУДОВ**

*Выпуск 110*

**Москва – 2024**

### КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики: Васильев С.Н., Желтов С.Ю., Каляев И.А., Куржанский А.Б., Попков Ю.С., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Галяев А.А., Савватеев А.В.; д-ра техн. наук: Кузнецов О.П. (ИПУ РАН), Павлов Б.В. (ИПУ РАН), Рутковский В.Ю. (ИПУ РАН).

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор:** академик Новиков Д.А. **Зам. главного редактора:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Отв. секретарь:** канд. физ.-мат. наук Горбунова А.В. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Алчинов А.И. (ИПУ РАН), проф. Андриевский Б.Р. (ИТМО), проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ, ГУ ВШЭ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук проф. Ерешко Ф.И. (ВЦ РАН), д-ра техн. наук: проф. Калянов Г.Н. (ИПУ РАН), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН); д-р экон. наук, проф. Клочков В.В. (ИПУ РАН); д-р техн. наук доцент Коргин Н.А. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Кушнер А.Г., проф. Лазарев А.А. (ИПУ РАН); д-ра техн. наук: проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН); д-р биол. наук проф. Михальский А.И. (ИПУ РАН); д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Райгородский А.М. (МФТИ), проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН); д-ра техн. наук: проф. Самуйлов К.Е. (РУДН), проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), проф. Совлуков А.С. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Соловьев С.Ю. (МГУ), проф. Угольницкий Г.А. (ЮФУ); д-ра техн. наук: проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербakov П.С. (ИПУ РАН).

### РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

**Арзамас** – д-р физ.-мат. наук проф. Пакшин П.В. (АПИ НГТУ); **Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Иркутск** – д-р техн. наук проф. Зоркальцев В.И. (ЛИН СО РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Погодаев А.К., проф. Сараев П.В. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И.; **Петрозаводск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); **Санкт-Петербург** – д-р физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), д-р техн. наук проф. Фургат И.Б. (ИПМ РАН).

**Адрес редакции:** 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

**Адрес в интернете:** [ubs.mtas.ru](http://ubs.mtas.ru).

# СОДЕРЖАНИЕ

## *Системный анализ*

---

**Ключков В.В., Варюхина Е.В.**

*Анализ эффективности интеллектуализации управления воздушными судами на уровне авиатранспортной системы.....* 6

**Корнеенко В.П., Рамеев О.А.**

*Методы локального и интегрального многоуровневого агрегирования оценок объектов, измеренных в разнотипных шкалах .....* 42

**Рей А.С., Калашников А.О.**

*Комплексная оценка информационных рисков. I: Краткий обзор подходов и методов .....* 68

## *Математическая теория управления*

---

**Галяев А.А., Долгушин П.Д.**

*О перераспределении целей между перехватчиками в динамической задаче коммивояжёра.....* 87

## *Анализ и синтез систем управления*

---

**Промыслов В.Г.**

*Модель доступности на основе теории сетевого исчисления для потоковой системы обработки данных.....* 113

## *Информационные технологии в управлении*

---

**Саломатин А.А.**

*Разработка метода управления беспилотной авиационной системой с учетом кода IP в задаче транспортировки грузов.....* 149

## *Сетевые модели в управлении*

---

<b>Новиков Д.А., Губанов Д.А.</b> <i>Анализ терминологической структуры теории управления.....</i>	181
---	-----

### *Управление в социально-экономических системах*

---

<b>Гераськин М.И., Иванова М.В.</b> <i>Оптимизация кредитного портфеля банка с учетом рыночного риска на основе метода множителей Лагранжа.....</i>	211
<b>Дранко О.И., Резчиков А.Ф., Степановская И.А., Богомолов А.С., Кушников В.А.</b> <i>Мощь организации: критерий рейтинга .....</i>	235

### *Управление техническими системами и технологическими процессами*

---

<b>Андрианов А.А., Андрианова О.Н.</b> <i>Оценка качества решений в задачах ассимиляции нейтронно-физических данных: обзор подходов и рекомендации по их применению .....</i>	266
<b>Катаев Д.Е.</b> <i>Перспективы развития модального анализа по Ляпунову на основе данных измерений .....</i>	295

### *Управление подвижными объектами и навигация*

---

<b>Павлов Б.В., Каршаков Е.В., Гольдин Д.А., Волковицкий А.К.</b> <i>Технология стендовой калибровки тензорных магнитоградиентных измерительных систем.....</i>	310
--	-----

## **АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫМИ СУДАМИ НА УРОВНЕ АВИАТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ**

**Клочков В. В.<sup>1</sup>,**

*(ФГБУ «НИЦ «Институт имени Н.Е. Жуковского»,  
Москва, ФГБУ ИПУ РАН, Москва)*

**Варюхина Е. В.<sup>2</sup>**

*(ФГБУ «НИЦ «Институт имени Н.Е. Жуковского»,  
Москва)*

*Автоматизация управления воздушными судами позволяет повысить безопасность полетов, доступность авиaperевозок, качество авиатранспортных услуг и снизить воздействие на окружающую среду. Однако для повышения степени автоматизации потребуются и значительные затраты на разработку и внедрение соответствующих систем. Для того чтобы можно было принимать решение о приоритетности разработки тех или иных технологий автоматизации управления ВС, необходимо оценивать их эффективность в комплексе. Предложен методический инструментарий, который позволяет оценивать эффективность таких технологий с экономической точки зрения с учетом изменения стоимости оплаты труда пилотов при внедрении технологии и прочих затрат. С помощью предложенного инструментария проведен анализ условий эффективного внедрения интеллектуальной автоматизации управления воздушными судами на уровне авиатранспортной системы. То есть производится поиск таких значений пассажирооборота, когда емкость рынков, которые открывают новые технологии, ненулевая при сопоставлении зависимостей. Одна из зависимостей показывает, при каких максимальных значениях стоимости пассажирокилометра пассажиры будут совершать определенный объем перелетов, а вторая – минимально приемлемую стоимость пассажирокилометра, при которой авиапроизводители готовы поставлять воздушные суда, позволяющие совершить заданный объем перелетов. Сделан вывод, что повышение степени автоматизации управления ВС будет оправдано с ростом масштабов рынка авиационных работ и услуг.*

Ключевые слова: автоматизация управления, авиация, искусственный интеллект, интеллектуальные системы, оценка эффективности, авиатранспортная система.

---

<sup>1</sup> Владислав Валерьевич Клочков, д.э.н., к.т.н. (vlad\_klochkov@mail.ru).

<sup>2</sup> Екатерина Витальевна Варюхина, к.т.н. (e.varyukhina@yandex.ru).

## 1. Введение

Одним из важнейших направлений технологического развития авиастроения является автоматизация управления движением воздушных судов (ВС), функционированием их систем и выполнением миссий (далее для краткости – автоматизация управления). Причем в рамках современного технологического уклада основное направление развития технологий управления – технологии искусственного интеллекта, ИИ. В то же время автоматизация управления ВС всегда существенно влияла на безопасность полетов. Внедрение соответствующих инновационных технологий в такой консервативной и жестко регулируемой области как гражданская авиация требует всесторонней оценки достигаемых эффектов и рисков. Как показано в работе [3], интеллектуальная автоматизация управления в авиации будет внедряться поэтапно, с постепенным увеличением ее глубины и полноты замещения авиационного персонала интеллектуальными автоматическими системами. Кроме того, развитие науки и технологий в описанном направлении, а также внедрение соответствующих инноваций требуют значительных затрат, которые должны быть обоснованы. Поэтому перед ответом на вопрос «что требуется для интеллектуализации управления движением и функционированием ВС» необходимо ответить на вопрос «зачем это нужно, какую пользу это может принести». Анализ эффективности позволяет также определить приоритетные направления развития технологий интеллектуальной автоматизации управления ВС (улучшению каких характеристик этих технологий следует уделить внимание в первую очередь) и рациональные пределы их развития на данном этапе (в том числе согласно классификации [3]).

Эффективность новых технологий в авиастроении в настоящее время оценивается системным образом, на различных уровнях целеполагания, в том числе на высшем – на уровне авиатранспортной системы, АТС. Согласно [7], установлены следующие генеральные цели развития науки и технологий в области гражданского авиастроения:

- повышение комплексной безопасности авиационной деятельности (в том числе разработки, производства, технической и лётной эксплуатации авиационной техники);
- снижение вредного воздействия авиационной деятельности (в том числе разработки, испытаний, производства, технической и лётной эксплуатации авиационной техники) на окружающую среду;
- сокращение стоимости транспортных и иных авиационных работ и услуг, оказываемых с помощью авиационной техники российского производства;
- повышение качества транспортных и иных авиационных работ и услуг, оказываемых с помощью авиационной техники российского производства, а также расширение их номенклатуры;
- обеспечение приемлемых себестоимости и длительности разработки, производства, технического обслуживания и ремонта российской авиационной техники;
- обеспечение самостоятельной разработки, производства, технического обслуживания и ремонта авиационной техники (а также её компонентов), критически важной для обеспечения национальной безопасности.

Развитие всех технологий авиастроения, в том числе технологий автоматизации управления ВС, должно быть подчинено достижению этих целей и оцениваться с точки зрения их достижения.

Необходимо учитывать, что при внедрении/изменении авиационных технологий произойдет не только изменение характеристик ВС и авиационной инфраструктуры, но и могут измениться (и скорее всего изменятся) объемы и виды авиационных услуг и работ. Это связано с тем, что технологические инновации в авиастроении могут – благодаря новым качествам авиационной техники, АТ – вызвать качественные изменения в отраслях – потребителях авиационных работ и услуг, даже могут вызывать появление новых сегментов соответствующих рынков. Подробнее такой подход, учитывающий обратные связи между авиацией и надсистемами, в которые она включена,

изложен в работе [5]. Рассматривать такие обратные связи необходимо для корректного прогнозирования и планирования развития как авиастроения и гражданской авиации, так и отраслей-потребителей авиационных работ и услуг.

## **2. Анализ влияния интеллектуальной автоматизации управления воздушными судами на достижение целей развития авиации**

Интеллектуализация управления движением ВС и выполнением миссий предполагает частичное, в перспективе – полное замещение экипажа в решении этих задач управления, что, в свою очередь, открывает возможности снижения утомляемости экипажа, сокращения его потребной численности и/или требований к его квалификации. Именно эти аспекты здесь будут рассмотрены как основной пример положительных эффектов автоматизации управления ВС. В то же время опишем и менее очевидные аспекты автоматизации управления ВС.

Традиционно считается, что описываемое направление развития технологий окажет основное положительное влияние на безопасность полетов (точнее именно повышение безопасности полетов чаще всего декларируется как основная цель развития таких технологий). Безусловно, значительную роль в повышении безопасности полетов будет играть автоматизация и интеллектуализация управления и принятия решений в экстренных ситуациях и особых случаях в полете, что должно понизить влияние «человеческого фактора» на аварийность в авиатранспортной системе будущего. К негативным проявлениям «человеческого фактора» чаще относят неправильные решения и действия экипажа в полете, особенно в экстремальных ситуациях.

Согласно распространенным оценкам, около 70–80% авиационных событий, связанных с безопасностью полетов, возникают по вине человеческого фактора, поэтому ожидается, что автоматизация позволит значительно сократить частоту этих событий. При этом 93% функций в полете на современных коммерческих ВС уже автоматизированы, см. [12, 19].

Факторы, которые влияют на появление инцидентов по вине человеческого фактора, имеют следующие источники: 1) недостаточно эффективное общение; 2) халатность, расслабленность с последующей потерей осознания опасностей; 3) недостаток знаний; 4) отвлеченное внимание, рассеянность; 5) несработанность команды; 6) усталость; 7) недостаток ресурсов; 8) давление под воздействием некоторых обстоятельств; 9) недостаток уверенности в себе, убедительности; 10) стресс; 11) недостаток информации; 12) нормы, т.е. неписанные правила и обычаи, принятые в сообществе летчиков [27].

Наиболее значимые факторы – это недостаточная ситуационная осведомленность, неэффективное общение, чуть в меньшей степени – низкая квалификация, рассеянность, халатность [23].

Причем если в качестве операторов рассматриваются лишь лица, непосредственно участвующие в управлении движением воздушных судов – члены экипажей и авиадиспетчеры, то оставшаяся доля авиационных происшествий, происходящая по «техническим» причинам, т.е. из-за отказов техники, также, в свою очередь, в значительной степени связана с «человеческим фактором», но не в летной, а в технической эксплуатации авиационной техники (т.е. имеют место ошибки или преднамеренные действия персонала, выполняющего техническое обслуживание и ремонт, ТОиР), а также на этапе производства и даже проектирования (конструктивно-производственные недостатки). По текущим оценкам 80% ошибок при техническом обслуживании вызваны человеческим фактором [13]. В такой, более широкой постановке, практически все авиационные происшествия обязаны «человеческому фактору» в тех или иных его проявлениях (что естественно, поскольку авиация в целом является областью техники, созданной людьми, хотя и не полностью ими осознаваемой и контролируемой).

В связи с этим нередко предлагается полностью устранить человека из контура управления, поскольку он рассматривается лишь как источник ошибок, а то и преднамеренных опасных действий. Это обусловлено свойствами человека как активного субъекта,

- не всегда действующего рационально;

- нередко преследующего корыстные интересы, отличные от интересов других;
- обладающего весьма ограниченными когнитивными, физическими и т.п. способностями.

С другой стороны, анализ реальной практики эксплуатации изделий авиационной техники показывает, что «человеческий фактор», т.е. качества, присущие именно человеку, позволяют предотвратить значительное количество инцидентов и авиационных происшествий, многократно превышающее количество все-таки свершившихся событий такого рода. Экипажи парируют отказы техники и влияние неблагоприятных условий эксплуатации; экипажи воздушных судов и авиадиспетчеры парируют ошибки друг друга<sup>1</sup>; наземный персонал, выполняя ТОиР, способствует выявлению и устранению значительной доли конструктивно-производственных недостатков, и т.п.

Так или иначе, за исключением растущего сегмента роботизированных авиационных комплексов, речь идет не о тотальной автоматизации управления ВС (по крайней мере в ближайшие 15–20 лет, см. [3]), а именно о поддержке принятия решений операторами. Необходимость и допустимость полной автоматизации управления (в рамках данного исследования – прежде всего управления воздушными судами, особенно с пассажирами на борту) относится к фундаментальным философским проблемам развития современной техники. В рамках теорий надежности и безопасности сложных систем, см, например, [8], сформулированы общие принципы обеспечения безопасности управления их функционированием, и, в частности, принципы обоснования необходимости или, напротив, нежелательности тотальной автоматизации управления. Кратко можно сформулировать следующий качественный вывод из упомянутых фундаментальных работ. Если функционирование системы, ее внутренние свойства и внешние условия, в которых она применяет-

---

<sup>1</sup> В то же время в перспективе эти «парирования экипажем в полете» тоже можно будет заменить соответствующими интеллектуальными средствами, по достижении ими необходимой надежности и качества выработки управленческих решений.

ся, полностью формализуемы, допустима и даже желательна полная автоматизация управления на основе алгоритмических систем управления. Однако в тех случаях, когда такая полная формализация пока невозможна, тотальная автоматизация недопустима и желательно оставить человека в контуре управления. Его недостатки как активного субъекта являются продолжением его же достоинств, а именно:

- человек способен найти нестандартное и верное решение в неформализуемых сложных ситуациях;
- человек иногда способен действовать самоотверженно за пределами общепринятых представлений о человеческих возможностях.

В идеале развитие искусственного интеллекта направлено на приближение к этим позитивным свойствам при сохранении преимуществ автоматизированных систем – практически неограниченных когнитивных и физических возможностей, беспристрастности и объективности оценок и решений и т.п. В обозримом будущем эта задача не будет решена на удовлетворительном уровне. В то же время, вероятно, грузоперевозки и значительную долю авиационных работ все-таки можно будет осуществлять полностью автоматическими (беспилотными) автономно действующими летательными аппаратами. Это связано с тем, что риски (которые представляют собой комбинацию вероятности происшествия и серьезности его последствий) в данной ситуации можно удержать в приемлемых пределах.

Интеллектуальное управление функционированием систем летательных аппаратов, помимо разгрузки экипажа от решения этих рутинных задач, что позволяет тому сосредоточиться на менее формализуемых задачах выполнения миссии, открывает резервы изменения конфигурации летательных аппаратов как для парирования отказов (в том числе в весьма широких пределах, вплоть до частичной потери аэродинамических поверхностей и органов управления [2, 6]), так и для оптимальной адаптации систем ВС под различные режимы полета. Интеллектуальные системы управления, функционирующие в режиме реального времени, позволяют применять новые аэродинамические компоновки и материалы с новыми свойствами, например,

с «памятью формы», и т.п., меняя конфигурацию и аэродинамические свойства летательного аппарата (планера и, возможно, силовой установки) таким образом, чтобы они максимально соответствовали текущему режиму полета в смысле выбранного критерия оптимальности.

В части управления работой систем летательного аппарата появляются возможности перехода к еще более прогрессивным принципам обеспечения безопасной эксплуатации изделий авиационной техники, чем даже современный принцип эксплуатации по техническому состоянию (ЭТС) – прежде всего к превентивному управлению надежностью систем и их элементов на основе предсказания их состояния, развития повреждений и т.п. Возможно гибкое изменение режимов работы систем с учетом их фактического состояния, возможно – снижение нагрузки на систему до ее ремонта или замены. В этой части задачи управления состоянием элементов и систем АТ (в рамках классификации уровней управления, предложенной в работе [1] обычно относимые к задачам тактического управления АТС, а не оперативного управления ВС) пересекаются с задачами оперативного управления, решаемыми в режиме реального времени.

В сфере управления ВС интеллектуализация предполагается как в части управления движением отдельного летательного аппарата, выполнением его миссии и функционированием его систем, так и в части организации воздушного движения в целом. В этой сфере существуют значительные резервы повышения пропускной способности воздушного пространства, аэропортов и аэроузлов в тех регионах, где это актуально, оптимизации траекторий движения ВС, а также возможности организации надежного аэронавигационного обеспечения полетов в малонаселенных и отдаленных регионах со слаборазвитой наземной инфраструктурой и сложными природно-климатическими условиями. При этом может быть достигнуто, соответственно,

– сокращение времени ожидания воздушными судами очереди на посадку и прочих «непродуктивных» составляющих времени в полете, сокращение длины траектории движения воздушных судов, ее спрямление;

– расширение условий базирования и безопасной эксплуатации воздушных судов, оптимизация авиатранспортной системы отдаленных и малонаселенных регионов.

В соответствии с современными тенденциями развития системы управления воздушным движением происходит перераспределение функций управления и ответственности между наземными диспетчерскими, метеорологическими и другими службами и самим «бортом» и его экипажем. Удельный вес задач, решаемых на борту ВС, возрастает благодаря возросшим возможностям автоматики и самого экипажа при его интеллектуальной поддержке. В то же время это не означает тотальной автономизации отдельных участников воздушного движения, наоборот, они будут теснее интегрированы в единую сеть, но именно как самостоятельные агенты, обладающие возможностями наблюдения воздушной обстановки, метеорологических условий и т.п., накопления, анализа и обмена этой информацией с другими ВС и наземными службами. Соответствующая информационно-управляющая сеть будет распределенной, а не управляемой из одного или немногих центров.

Таким образом, интеллектуализация управления движением воздушных судов и работой их систем способствует достижению всех генеральных целей научно-технологического развития авиации, а именно:

повышению уровня безопасности полетов – за счет

– автоматизации работы операторов и интеллектуальной поддержки принятия ими решений;

– повышения безотказности элементов и систем воздушных судов благодаря более эффективному управлению их техническим состоянием;

– возможности реконфигурации летательных аппаратов и их систем в случае отказов;

повышению доступности авиатранспортных услуг – за счет

– снижения трудоёмкости работы операторов, сложности их работы и уровня требований к их квалификации (а также сокращения их потребного количества в части работников диспетчерских служб, служб метеообеспечения полетов и т.п., но

прежде всего – членов экипажей тех классов воздушных судов, функции которых могут выполняться беспилотной авиацией);

- повышения средней долговечности элементов и систем воздушных судов благодаря более эффективному управлению их техническим состоянием;

- возможности оптимизации конфигурации летательных аппаратов и их систем в соответствии с условиями полета;

- спрямления траекторий движения воздушных судов;

- сокращения потребности в объектах наземной инфраструктуры, вплоть до радиоэлектронного и светотехнического оборудования аэропортов при заданном объеме транспортной работы;

повышению качества авиатранспортных услуг – за счет

- спрямления траекторий движения воздушных судов, сокращения безопасных интервалов эшелонирования и повышения средней рейсовой скорости, в том числе в условиях высокой интенсивности воздушного движения;

- расширения условий базирования и безопасной эксплуатации воздушных судов, в том числе в малонаселенных и отдаленных регионах со слаборазвитой наземной инфраструктурой и сложными природно-климатическими условиями (в том числе повышения регулярности рейсов, «всепогодности» авиации);

- повышения безотказности элементов и систем воздушных судов благодаря более эффективному управлению их техническим состоянием (что, помимо повышения безопасности полетов, также сокращает количество задержек рейсов по техническим причинам);

снижению уровня вредного воздействия авиации на окружающую среду – за счет

- спрямления траекторий движения воздушных судов и, как следствие, сокращения не только эксплуатационных расходов, но и объема выбросов вредных веществ, возможно – снижения уровней шума на местности вблизи аэропортов, также благодаря оптимизации траекторий;

- возможности оптимизации конфигурации летательных аппаратов и их систем, а также режимов их работы в соответ-

ствии с условиями полета, в том числе и для снижения уровня шума на местности.

Таким образом, вопреки упрощённым представлениям, автоматизация (в том числе интеллектуальная) управления движением воздушных судов и работой их систем, выполнением их миссий нацелена не только на решение задач повышения безопасности полетов. Она может и должна способствовать повышению доступности и качества авиатранспортных услуг, а также снижению вредного воздействия авиации на окружающую среду, т.е. достижению всех генеральных целей технологического развития авиации.

### **3. Проблемы развития и внедрения технологий интеллектуальной автоматизации управления воздушными судами**

Несмотря на вышеописанные ожидаемые позитивные эффекты, существует ряд системных (технологических, институциональных, ментальных, даже морально-этических) проблем автоматизации управления ВС, которые необходимо учитывать и решать, чтобы внедрение таких технологий приносило положительные эффекты.

Прежде всего, влияние автоматизации управления на уровень безопасности полетов, нагрузку на экипаж и связанные с этим затраты далеко не однозначно. Увеличение степени автоматизации управления не всегда приводит к сокращению нагрузки на экипаж, что и показано в статье [3]. Напротив, вначале по мере развития технологий автоматизации нагрузка на пилотов не сокращалась, а увеличивалась из-за того, что приходилось следить за еще бóльшим количеством показаний приборов, формально повышающих ситуационную осведомленность экипажа. В работе [3] показано, что по мере увеличения степени автоматизации нагрузка на пилотов вначале растет, достигает своего пика на определенном этапе и лишь затем снижается.

Разумеется, как и любые технические системы, системы автоматического управления ВС подвержены отказам и сбоям. Более того, нарушения в их работе возникают и «на стыке»

между человеком и автоматикой, в области человеко-машинного взаимодействия.

Возможны ошибки и отказы не только самой системы автоматизации, но и ошибки, связанные с тем, что информация от системы автоматизации некорректно или в неполном виде дошла до экипажа [21].

Пилоты могут терять навык ручного управления или переставать следить за работой системы автоматизации, что может привести к неблагоприятному исходу. Например, пилоты, которые постоянно летают с включенным автоматом тяги, могут быстро потерять привычку отслеживать показания скорости. Поэтому когда автомат тяги отключается либо по конструкции, либо из-за неисправности, пилоты могут этого не заметить и не отреагируют даже на большие отклонения скорости. Предлагаются различные решения для данных ситуаций, например, в [15] приводится предложение давать пилотам определенные задания, которые позволят им поддерживать свои когнитивные способности на должном уровне на этапе крейсерского полета, когда нагрузка на пилотов снижена.

При сбое в работе систем автоматизации пилоты часто склонны искать возможности продолжать использовать частичную автоматизацию вместо перехода на полностью ручное управление. Это приводит к тому, что пилоты перегружены второстепенными задачами (например, ищут способ все-таки включить автопилот, утрачивая контроль над ситуацией в целом), а в итоге теряют ситуационную осведомленность и контроль полета в целом [17].

Чаще всего инциденты, связанные с автоматизацией управления ВС, сопряжены со следующими факторами: ситуационная осведомленность, соблюдение процедур, принятие решений, конструкция (архитектура) системы автоматизации, организационная политика и процедуры, связанные с использованием автоматизации [24].

В работе [10] негативные аспекты автоматизации управления ВС систематизированы следующим образом:

- уязвимость любых автоматических систем управления (содержащих датчики, вычислители, приводы), связанная с их неизбежной зависимостью от источников питания;

- возможные технические сбои автоматики, которые иногда могли бы быть скорректированы человеком (положительное проявление человеческого фактора), что особенно актуально для автономных ВС;

- высокая стоимость разработки и внедрения;

- социальные риски (автоматизация управления может привести к потере рабочих мест).

Одна из важнейших комплексных проблем связана с общественным восприятием (причем не полностью беспочвенным, особенно на ранних стадиях развития соответствующих технологий) глубокой автоматизации управления ВС как угрозы безопасности. По данным ряда исследований, причем зарубежных, существует однозначное неприятие/неодобрение обществом беспилотных ВС на сегодняшний день (как пассажирских, так и грузовых в меньшей степени). Например, EASA, NASA изучают отношение общества к городской аэромобильности (внедрение которой требует большой степени автоматизации управления движением ВС). С одной стороны, общество с интересом смотрит на появление возможности более удобного и быстрого перемещения, а с другой – обеспокоено вопросами безопасности, шума, выбросов, защищенности от внешних вмешательств, в том числе кибербезопасности и возможности вмешательства в личную жизнь [25]. Согласно исследованиям мнений 3700 жителей городов ЕС в 2021 году около 17% опрошенных негативно относятся к аэромобильности. Будучи пешеходами, 30% опрошенных не допускают самого факта того, что пилотируемое аэротакси будет летать у них над головой, в случае с беспилотным такси уже 56% не готовы к этому. Отказались бы попробовать использовать аэротакси 25% опрошенных в случае пилотируемого такси и 57% – в случае беспилотного. Что касается сферы применения аэротакси, наиболее приемлемыми сферами являются сферы здравоохранения и безопасности, наименее приемлемыми – использование в личных нуждах [26].

Согласно ряду исследований, выявляющих связь между принятием обществом БАС и сферой их применения, наиболее приемлемыми для населения сферами применения БАС являются служба спасения [11, 14, 16].

Одним из решений для принятия обществом беспилотных ВС является прозрачность информации об операциях ВС, однако важно достичь баланса между необходимостью прозрачности для общественности, конфиденциальностью и защищенностью от внешних воздействий. NASA разрабатывает общедоступный интернет-портал параллельно с проведением разработки и испытаниями беспилотных авиационных систем, БАС [20].

Также DARPA организовало программу «Объяснимый искусственный интеллект» (Explainable Artificial Intelligence (XAI) Program) с целью предоставления компаниям, государственным органам и гражданам большего понимания работы искусственных интеллектуальных систем и повышения доверия к ним конечными пользователями [18].

Тем не менее описанные проблемы постепенно могут быть решены по мере решения ключевых технологических проблем обеспечения безопасности и эффективности интеллектуальной автоматизации управления движением ВС и выполнением их миссий. С научно-технологической точки зрения, интеллектуализация управления движением ВС и выполнения миссий, воздушным движением и функционированием систем авиационной техники требует развития ряда фундаментальных направлений в математических науках и в информационных технологиях (если считать, что собственно теория автоматического управления уже применена в авиационных технологиях и технике в полной мере и дальнейшее углубление автоматизации управления ВС требует решения интеллектуальных задач):

- теории и методов распознавания образов,
- теории и методов управления по неполным данным,
- теории принятия решений в мультиагентных системах и методов бесконфликтного управления групповыми действиями.

#### **4. Оценка влияния интеллектуальной автоматизации управления воздушными судами на доступность авиационных работ и услуг**

Подробнее остановимся на численных оценках возможных социально-экономических следствий интеллектуализации управления воздушными судами. При этом следует оценивать общую стоимость владения изделиями АТ за весь жизненный цикл, причем на уровне АТС.

Рост пассажирооборота превышает рост глобальной экономики. С учетом восстановления пассажирооборота до уровней 2019 года, Боинг прогнозирует спрос на коммерческие ВС в объеме 42595 единиц стоимостью около 8 трлн долларов к 2042 году. Предполагается, что мировое количество коммерческих ВС (магистральных и региональных) составит 48 600 единиц, увеличиваясь на 3,5% в год, причем, около половины ВС будет заменено новыми, более топливо-эффективными моделями [9].

Спрос на квалифицированный авиационный персонал останется устойчивым. Необходимо учитывать, что, с учетом сменности работы пилотов, на одно ВС приходится до 7–8 экипажей. Предполагается, что потребуется 649 000 новых пилотов, 690 000 новых специалистов по ТОиР, 938 000 членов кабинного экипажа в ближайшие 20 лет.

Данный прогноз спроса на авиационный персонал рассчитывался для ВС коммерческой авиации с количеством пассажиров более 30. Прогноз не учитывает вероятность того, что управлять ВС будет один пилот. Однако он учитывает влияние других видов транспорта, таких как аэромобильность и высокоскоростные ЖД.

Средний возраст пилотов в 2017–2022 годах составляет 51 год. Предполагается, что к 2032 году 32% пилотов будут старше 65 лет, 47% пилотов будут старше 65 лет к 2037 году, а 61% – к 2042 году. Следовательно, авиация столкнется в определенный момент с массовым уходом на пенсию и старением пилотов [9].

Важным аспектом является то, что зарплаты пилотов растут последние годы и предполагается, что рост продолжится. В структуре денежных операционных затрат после затрат на топливо следующей статьёй затрат является затраты на оплату труда экипажу. В среднем по коммерческой авиации, по данным IATA, затраты за оплату труда экипажу составляют около 25% денежных операционных затрат [9].

Таким образом, авиация столкнется с большой потребностью в пилотах, обучении их и с увеличением затрат на оплату их труда. Соответственно, сокращение численности экипажа до одночленного может привести к существенной экономии. Согласно тому же прогнозу, доля самолетов, которые допускают применение искусственного интеллекта, методов машинного обучения и дополненной реальности, вырастет с 15% в 2022 году до 70% в 2042 году.

В относительном выражении наибольшая экономия может достигаться на ВС малой вместимости, что особо актуально, поскольку во многих сценариях и стратегиях развития гражданской авиации их роль возрастает как при организации системы прямых межрегиональных авиаперевозок, так и при развитии системы местных воздушных линий в малонаселенных регионах, при переходе части высококомобильных работников к практически ежедневным рабочим поездкам.

Для ВС малой вместимости доля затрат на оплату труда экипажа может быть гораздо выше, чем для магистральных ВС. Так, например, согласно приведенным в таблице 1 расчетам прямых эксплуатационных расходов (ПЭР) самолета Cessna Caravan 208 D, из общей суммы 540 долл./л.ч. (для 9-местного самолета) около 150 долл./л.ч. приходится на оплату труда летного экипажа. В эту сумму входят как переменные выплаты за налет, так и постоянная часть (оклад), приведенная к часу налета.

Использовались следующие данные: стоимость ВС – 2,8 млн долл., стоимость ГСМ в аэропорту базирования за 1 тонну – 770 долл., заработная плата пилота – 2000 долл. в мес., заработная плата инженера/техника – 1000 долл. в мес., стоимость одного нормочаса ТО (Сервисный центр Cessna Aircraft) –

50 долл., стоимость базирования на аэродроме/в аэропорту – 1000 долл. в мес., аэропортовые сборы (взлет-посадка, встреча-выпуск, обеспечение АБ, сверхнормативная стоянка, обслуживание пассажиров, доставка экипажа на перроне, услуга по заправке ГСМ) – 100 долл. за 1 посадку, налет – 1000 часов в год.

Таблица 1. Расчет себестоимости летного часа для Cessna 208B Grand Caravan EX

Статья расходов / описание	Количество	Стоимость, USD
ГСМ (средний расход)	200 кг/час	154
ТО – регламентные работы (общее количество рабочих часов в год в соотв. с налётом)	1 000 часов в год	50
ТО – расходные материалы на регламентное ТО (общая сумма за год)	23 000 USD в год	23
Программное обслуживание двигателя от P&W (включает все работы, HSI и замену двигателя)	119 USD в час	119
Заработная плата пилотов – фиксированная	2 пилота, в час	48
Заработная плата технического состава – фиксированная	1 инженер, в час	12
Оплата за налет (100 долл. в час на экипаж)	0 USD в час	0
Обучение экипажа (входит в стоимость покупки ВС)	0	
Базирование на аэродроме/в аэропорту		12
Аэропортовые сборы (1 посадка (средняя продолжительность рейса – 2,3 часа)		43
Страхование ВС (0,7 % в год от стоимости ВС / Ингосстрах 2017)	19 600 USD в год	20
Налог на имущество (2,2 % в год от стоимости ВС / ОКОФ — 153531020)	58 545 USD в год	59
Себестоимость летного часа		540

Итак, даже для 9-местного ВС соответствующие затраты составляют более 25% ПЭР (причем при сравнительно низких ставках оплаты труда пилотов в России и, наоборот, относи-

тельно высоких, по сравнению с зарубежными странами, ставках оплаты прочих компонент ПЭР, включая даже относительно высокую цену ГСМ в России). Если же вместимость ВС при неизменных ставках оплаты труда экипажа сократится до 4–5 мест, что актуально на МВЛ, как показано в работах [4], в оптимистическом случае, если все прочие компоненты ПЭР снизятся пропорционально, затраты на экипаж достигнут почти 50% ПЭР, а при сокращении вместимости до 1–2 мест (для персональных аэротакси) – будут превышать все прочие составляющие эксплуатационных затрат. Таким образом, их значимое сокращение – хотя бы вдвое – уже может сократить удельные затраты на летный час или пассажиро-километр на десятки процентов, что, в свою очередь, может оказаться решающим для развития соответствующего рынка как массового.

Проблема не только в высоких удельных затратах на оплату труда экипажей в расчете на пассажиро-километр, но и в большой абсолютной потребности в пилотах, особенно если ожидается развитие персонального воздушного транспорта и авиатакси. Для появления рынка персонального авиатранспорта или авиатакси, заменяющих автомобильный транспорт в местном и пригородном сообщении<sup>1</sup>, необходимо, чтобы количество их пилотов (в расчете на тысячу жителей региона) было сопоставимо с количеством водителей такси. Но потребные для их подготовки расходы при нынешней стоимости подготовки и требуемой квалифицированными пилотами ставке зарплаты заведомо превышают финансовые возможности страны как в абсолютном, так и в удельном выражении, в расчете на пассажиро-километр транспортной работы. Поэтому переход к беспилотной пассажирской авиации необходим для развития персонального авиатранспорта (поскольку в противном случае пришлось бы требовать массовой подготовки населения к управлению сложными ВС), беспилотных аэротакси.

---

<sup>1</sup> В том числе в труднодоступных и малонаселенных регионах с неразвитой наземной инфраструктурой, где альтернативой является вездеходный наземный транспорт или некоторые виды водного транспорта – по природно-климатическим причинам, не круглогодичный.

С экономической точки зрения, интеллектуализация управления – как полная его автоматизация, так и частичная, облегчающая и упрощающая процесс управления летательным аппаратом – приводит к сокращению потребной ставки оплаты труда пилотов (при полной автоматизации, т.е. переходу к беспилотному летательному аппарату – теоретически до нуля). Обозначим ее  $z$ , ден. ед./л.ч., причем на весь экипаж летательного аппарата с учетом его численности. Как известно, совершенствование технологий управления ВС уже позволило ее сократить за десятилетия развития современной гражданской авиации многократно – с 5–7 членов до 2 для тяжелых гражданских ВС, как и соответствующие затраты. Для простоты сведем все составляющие оплаты труда экипажа, в том числе и постоянные, к почасовой оплате. Также подразумевается, что в эту сумму включены и приведенные затраты на обучение и подготовку пилотов, т.е. неявно предполагается, что ставки оплаты труда пилотов адекватно отражают в том числе все затраты, понесенные представителями этой профессии и/или государством на их подготовку, контроль квалификации и т.п.

Для приближенной оценки «области существования» технологий интеллектуализации управления и требований к их характеристикам предлагается принять в качестве показателя эффективности ВС и авиатранспортной системы в целом удельный показатель – стоимость пасс.-км, включающую все составляющие эксплуатационных затрат.

При этом следует учитывать, что, во-первых, внедрение таких технологий представляет собой протяженный инвестиционный проект, и для реальной оценки его эффективности необходимо учитывать временную стоимость денег, дисконтируя денежные потоки. При этом на протяжении жизненного цикла ВС могут меняться экономические условия, цены и ставки и т.п. Во-вторых, разумеется, разработка и внедрение технологий автоматизации управления ВС сопряжены с целым рядом рисков – начиная с инновационных рисков недостижения желаемых характеристик технологий в заданные сроки и в рамках выделенных ресурсов и заканчивая техногенными рисками в сфере безопасности полетов, особенно на начальном этапе эксплуатации

высокоавтоматизированных ВС. Соответствующим аспектам оценки эффективности новых технологий посвящен ряд работ отечественных и зарубежных ученых.

Однако приближенные оценки стоимости пасс.-км без дисконтирования и без учета рисков могут использоваться как оптимистические, и если технология неэффективна даже по такому критерию, в реальности она тем более будет признана неэффективной. Тем более что высокие неопределенности параметров будущего протяженного проекта и располагают к приближенным оценкам, скорее, порядков величин, соответствующих области эффективного внедрения технологий автоматизации управления.

Итак, пусть интеллектуальная автоматизация управления ВС сокращает указанную ставку оплаты труда экипажа на  $\Delta z$  ден. ед./л.ч. Оценим экономическую эффективность таких технологических инноваций, учитывая, что они потребуют как исследований и разработок, стоимость которых  $C_{\text{НИОКР}}$  относится к постоянным затратам, так и изменений в конструкции ВС (хотя бы автоматических систем управления, заменяющих полностью или помогающих пилотам), возможно – дополнительных операций ТОиР, связанных с обслуживанием этих систем, и т.п. Эти изменения уже потребуют переменных затрат на каждое изделие и на каждый летный час его эксплуатации. Обозначим эти приведенные к летному часу дополнительные затраты  $\Delta c$ , ден. ед./л.ч. Все прочие статьи затрат, помимо оплаты труда экипажа, приведенные к пассажиро-километру, обозначим  $c_{\text{пр}}$ , ден. ед./пасс.-км. Тогда если пассажироместимость ВС составляет  $m$  мест, а средняя рейсовая скорость –  $v$  км/ч, затраты на пассажиро-километр изначально составляли

$$(1) \quad c_{\text{пкм}} = c_{\text{пр}} + \frac{z}{m \cdot v},$$

а после внедрения интеллектуальных систем управления составят

$$(2) \quad c'_{\text{пкм}} = c_{\text{пр}} + \Delta c + \frac{z - \Delta z}{m \cdot v} + \frac{C_{\text{НИОКР}}}{W \cdot T_{\text{жц}}},$$

где  $T_{жц}$  – длительность жизненного цикла соответствующих технологий, на которую распределяются затраты на их разработку  $C_{ниокр}$ , а  $W$  – суммарный пассажирооборот в новом сегменте рынка авиаперевозок.

Как обсуждалось выше, зависимость удельных затрат на пасс.-км от пассажироместимости может быть весьма сильной, особенно в области малых значений  $m = 4 \div 5$  и, тем более,  $1 \div 2$  мест, которая наиболее актуальна для рассматриваемого здесь гипотетического рынка авиаперевозок. Ниже на рис. 1 изображен пример такой зависимости, построенный на основе данных вышеприведенного примера (т.е.  $z = 150$  ден. ед./л.ч., прочие затраты на летный час составляют 400 ден. ед./л.ч., пассажироместимость исходного ВС составляет  $m = 9$  мест, средняя маршрутная скорость принята равной  $v = 200$  км/ч).



Рис. 1. Зависимость себестоимости авиаперевозок от пассажироместимости ВС (пример)

Сплошная линия соответствует исходному варианту ВС, без автоматизации управления. Пунктиром изображены кривые, соответствующие сокращенным в 3 раза (с квадратными черными маркерами), т.е.  $\Delta z/z = 2/3$ , а также сокращенным до нуля

(с треугольными незакрашенными маркерами), т.е.  $\Delta z = z$ , затратам на оплату труда экипажа. Здесь принято предположение, что прочие затраты в расчете на пасс.-км возрастут на 5% и 10% соответственно, т.е.  $\Delta c/c_{\text{пр}} = 0,05$  для частичной автоматизации управления и 0,1 – для полной. Еще раз подчеркнем, что  $\Delta c$  – это именно прирост прямых затрат на производство и эксплуатацию ВС без учета постоянных издержек на исследования и разработки (они учитываются отдельно и пока на графиках не отражены). Из графиков видно, что по мере сокращения пассажироместности ВС затраты на оплату труда экипажа играют всё большую роль и могут значимо – вдвое и даже больше, при переходе к персональным ЛА (т.е. при  $m = 1 \div 2$ ) – повышать себестоимость авиаперевозок. Это и обуславливает актуальность автоматизации управления прежде всего для малых летательных аппаратов.

Строго говоря, все составляющие ПЭР (не только затраты на оплату труда экипажа, но и все прочие – на ГСМ, ТОиР, амортизация ВС и др.) зависят от пассажироместности ВС, причем чем она выше, тем, как правило, ниже удельные затраты на пасс.-км<sup>1</sup>:  $\partial c_{\text{пр}}/\partial m < 0$ . Но в этом иллюстративном примере данный эффект не учитывается, хотя в области малых значений пассажироместности он, с одной стороны, еще сильнее увеличит удельные затраты, а с другой – несколько сократит долю и значимость затрат на оплату труда экипажа.

Также прочие составляющие ПЭР  $c_{\text{пр}}$  и их возможный прирост при внедрении новых технологий  $\Delta c$  зависят от серийности выпуска соответствующих летательных аппаратов, от размеров их парка в эксплуатации, т.е., в конечном счете, от суммарного пассажирооборота в новом сегменте рынка авиаперевозок:  $\partial c_{\text{пр}}/\partial W < 0$ ,  $\partial \Delta c_{\text{пр}}/\partial W < 0$ . Но здесь для упрощения иллюстративных примеров определения технологических развилок эти положительные эффекты масштаба в производстве и в эксплуатации авиационной техники не учитываются, хотя в реальных

---

<sup>1</sup> Обеспечение приемлемого уровня удельных затрат на ВС малой пассажироместности – актуальная проблема технологического развития российского авиастроения, как показано в работе [4]

расчетах их можно и желательно принимать во внимание. В этом иллюстративном примере достаточно и того, что постоянные затраты на исследования и разработки в области интеллектуальной автоматизации управления ВС с ростом пассажирооборота распределяются на больший объем транспортной работы, что приводит к сокращению удельных затрат на пасс.-км.

Затруднительно определить сумму, в которую обходится разработка и внедрение определенной технологии по автоматизации в общем бюджете, выделяемом на разработки в сфере авиации. В реальности одни и те же специалисты принимают участие в разработке одновременно нескольких технологий. Однако можно попробовать оценить порядок величин по известным данным. Например, предполагается, что технология, позволяющая сократить количество пилотов, довольно сложная в разработке и дорогостоящая. Ее разработка, включая НИОКР и доведение до внедрения серийное производство, будет длиться несколько лет (около 10). Общее финансирование FAA (Федерального управления гражданской авиации США) в 2023 году составляет 23,6 млрд долл. [30]. Отсюда можно грубо оценить по порядку величины стоимость разработки и внедрения такой серьезной технологии как «виртуальный второй пилот» в 25 млрд долл.

В 2023 году Министерством промышленности и торговли Российской Федерации объявлена НИР по исследованию возможности замены второго пилота в гражданских самолётах на виртуальный аналог на базе искусственного интеллекта, ее стоимость составила 2,8 млрд рублей на 2 года [31], что составляет около 2,5 млн долл. Строго говоря, соотношение стоимости НИР к стоимости ОКР и к стоимости прочих этапов зависит от многих параметров, в том числе от серийности предполагаемого производства. Если это соотношение выглядит как 1:10:100, то можно оценить общую стоимость НИОКР и внедрения в серийное производство в 250 млн долл. что на порядок меньше предыдущей оценки.

В сентябре 2023 года в Европейском союзе определили финансирование восьми исследовательских проектов по снижению

влияния на окружающую среду размером 380 млн долл., т.е. по 47 млн долл. на проект [29].

В работе значение  $C_{\text{НИОКР}}$  будем варьировать в диапазоне от 25 до 75 млрд. у.е. (можно считать, что у.е. = долл.).

Предположим, что затраты на исследования и разработки  $C_{\text{НИОКР}}$  составляют

– 25 млрд ден. ед. для частичной автоматизации управления (позволяющей втрое снизить издержки на оплату труда экипажа, как и предполагалось выше в условиях рассматриваемого здесь сквозного примера)

– и 75 млрд ден. ед. для полной автоматизации управления, исключающей потребность в экипаже.

Длительность жизненного цикла технологий примем равной  $T_{\text{ЖЦ}} = 25$  лет. ВС предполагаются двухместными ( $m = 2$ ), а относительные приросты прочих составляющих удельных затрат соответствуют вышеприведенным условиям сквозного примера, т.е. равны соответственно 5% и 10%. Ниже на рис. 2 схематично изображены кривые зависимости от пассажирооборота удельных затрат на пасс.-км.

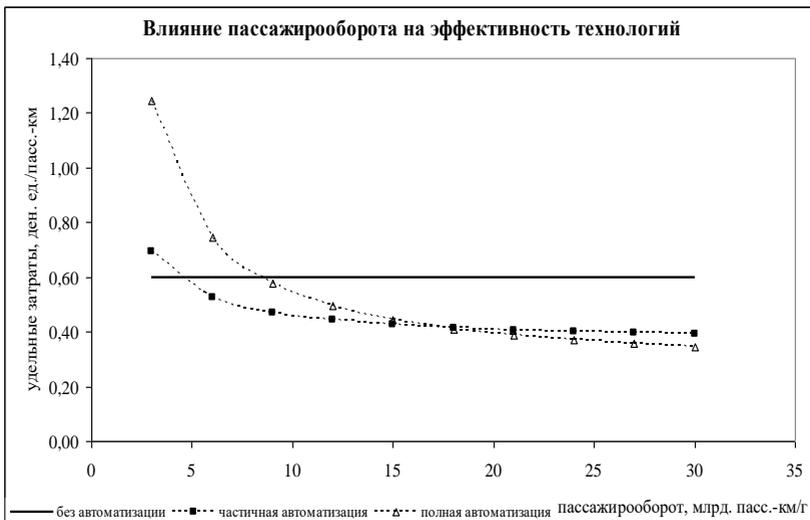


Рис. 2. Зависимость себестоимости авианперевозок от суммарного пассажирооборота в данном сегменте рынка (пример)

- для исходного варианта ВС – без автоматизации управления, требующего высококвалифицированного и, соответственно, высокооплачиваемого экипажа;
- для ВС с интеллектуальной поддержкой управления, что позволяет существенно, хотя и не до нуля, снизить требования к квалификации экипажа, и, в конечном счете, уровень затрат на оплату его труда (а также, косвенно, затрат на подготовку);
- для беспилотных ВС, не требующих экипажа.

По понятным причинам третий вариант требует наибольшего объема затрат на исследования и разработки, но обещает наибольшее сокращение удельных затрат при высоких значениях пассажирооборота. Второй вариант, с интеллектуальной помощью пилоту, занимает промежуточное положение между полной автоматизацией и ее отсутствием. Поэтому «переключение» между перечисленными вариантами технологического развития в области управления движением ВС и функционированием их систем происходит по мере роста пассажирооборота именно в порядке их перечисления. При низких значениях пассажирооборота наиболее выгоднейшей по критерию удельных затрат на пасс.-км остается альтернатива «без автоматизации», точнее, с сохранением ее ныне достигнутого уровня. Фактически можно говорить об оптимальной кривой удельных затрат, являющейся нижней огибающей трех вышеперечисленных графиков, поскольку рационально действующий разработчик и производитель, в зависимости от планируемых объемов выпуска ВС, выберет наиболее дешевую (в расчете на пасс.-км) альтернативу. Причем в реальности возможно несколько дискретных градаций степени автоматизации управления ВС – см. хотя бы классификацию, предложенную в [3]. Каждый такой вариант порождает свою кривую удельных затрат на пасс.-км, а оптимальной кривой будет их нижняя огибающая. При этом возможно, что какие-то варианты технологий автоматизации управления ВС окажутся доминируемыми, т.е. заведомо не лучшими.

С одной стороны, результаты таких технико-экономических расчетов следует принимать во внимание при планировании развития технологий автоматизации управления ВС, в том числе интеллектуальной. Но, с другой стороны, периодизация разви-

тия этих технологий, описанная в [3], обусловлена объективной логикой технологического развития, в том числе необходимостью постепенного внедрения инноваций, влияющих на безопасность полетов. Строго говоря, кривые, построенные для различных уровней автоматизации управления ВС, описанных в работе [3], относятся к разным периодам времени и не могут быть сопоставлены непосредственно как альтернативы технологического развития. Но для вариантов развития технологий автоматизации управления ВС, которые могут быть реализованы в одни и те же сроки, именно предлагаемый здесь подход следует применять для выбора траекторий научно-технологического развития авиастроения в данной сфере.

### **5. Анализ условий эффективного внедрения интеллектуальной автоматизации управления воздушными судами на уровне авиатранспортной системы**

Сокращение удельных затрат на авиационные работы и услуги еще не является достаточным для внедрения технологий интеллектуальной автоматизации управления ВС. Сами гипотетические услуги авиатакси или персональный авиатранспорт (развитие которых и обусловлено внедрением указанных технологий) должны в принципе пользоваться ненулевым и даже значительным<sup>1</sup> спросом, что не является само собой разумеющимся, поскольку в местном или пригородном сообщении воздушному транспорту, как правило, есть альтернативы. Разумеется, пассажирооборот в рассматриваемом новом сегменте рынка авиатранспортных услуг зависит от себестоимости пасс.-км, причем не просто убывающим образом:  $\partial W/\partial \text{спкм} < 0$ , но и, скорее всего, нелинейным, со скачком – более или менее рез-

---

<sup>1</sup> То есть достаточным для обеспечения рентабельности производства и эксплуатации парка таких ВС. При очень малых значениях пассажирооборота и, соответственно, спроса на ВС и численности парка вышеупомянутые эффекты масштаба уже проявятся – причем, в резко негативном смысле, в виде многократного роста удельных затрат на приобретение и обслуживание ВС.

ким, который соответствует образованию рассматриваемых сегментов рынка авиаперевозок и необходимых для их выполнения ВС. Скачок может быть обусловлен «переключением» потенциальных пассажиров с альтернативных видов транспорта (в реальности он, вероятно, будет сглаженным). На рис. 3 схематично изображен возможный вид кривой спроса на соответствующие авиатранспортные услуги.



Рис. 3. Кривая спроса на новый вид авиатранспортных услуг в местном или пригородном сообщении (услуги авиатакси)

Здесь наблюдается падение спроса до нуля при некоторой запретительной цене пассажиро-километра  $C_{пкм}^{запр}$  (т.е. сам новый рынок возникает, если удастся снизить стоимость пассажиро-километра полета ниже этого порога), причем «стартовая» ёмкость этого рынка составляет  $W_{нач}$  пасс.-км./г. При дальнейшем снижении тарифов спрос растет, но не может возрастать неограниченно, даже если полеты станут бесплатными: есть конечная максимальная ёмкость рынка  $W_{max} = W(0) < \infty$ .

Осталось совместить кривые спроса на авиаперевозки и удельных затрат на пасс.-км, приведенные на рис. 3 и 2. Кривая спроса отражает максимальную цену, которую готовы заплатить потребители за данное количество блага, т.е. максимальный та-

риф  $c_{\text{ПКМ}}$ , при котором спрос на авиаперевозки на этом рынке составит  $W$ . Тогда как кривые зависимости удельных затрат от пассажирооборота, напротив, представляют собой кривые предложения, т.е. выражают минимально приемлемую для производителей товаров и услуг цену, по которой они согласны предоставить соответствующее количество блага. Выше было предложено рассматривать нижнюю огибающую таких кривых как оптимальную кривую удельных затрат. Итак, для этой кривой «разрешенной» является область над ней, тогда как для кривой спроса – под ней. Следовательно, область компромисса, который и делает возможным возникновение нового сегмента рынка авиатранспортных услуг, будет непустой лишь в том диапазоне значений пассажирооборота, в котором кривая спроса лежит выше оптимальной кривой удельных затрат – если сам такой диапазон будет непустым. Для этого должно выполняться следующее условие:

$$(3) \quad c_{\text{ПКМ}}^{\text{запр}} > c'_{\text{ПКМ}}(W_{\text{нач}}) = c_{\text{пр}} + \Delta c + \frac{z - \Delta z}{m \cdot v} + \frac{C_{\text{НИОКР}}}{W_{\text{нач}} \cdot T_{\text{ЖЦ}}}.$$

Такое условие выполнимо лишь на относительно ёмких рынках, т.е. в странах или регионах, обладающих достаточным масштабом. Также подразумевается, что без технологических изменений в области управления ВС новый рынок авиаперевозок вообще не возникает, иначе он уже возник бы. То есть  $c_{\text{ПКМ}}^{\text{запр}} < c_{\text{ПКМ}} = c_{\text{пр}} + z/(m \cdot v)$ , как и изображено на рис. 4. Кривая спроса здесь, как и выше на рис. 3, построена в следующих предположениях: запретительный тариф в новом сегменте рынка авиаперевозок составляет  $c_{\text{ПКМ}}^{\text{запр}} = 0,5$  ден. ед./пасс.-км; если тариф будет ниже этого порога, сразу скачкообразно возникает новый сегмент рынка стартовой ёмкостью  $W_{\text{нач}} = 15$  млрд пасс.-км/г; максимальная ёмкость рынка при нулевом тарифе составляет  $W_{\text{max}} = 50$  млрд пасс.-км/г.

При этом, в свою очередь, выбор оптимальной технологической альтернативы – полная или частичная автоматизация управления – также зависит от ёмкости рынка. Если в область компромисса между спросом и предложением попадает точка «переключения» между этими двумя альтернативами (как и по-

казано на рис. 4), выбор будет сделан в пользу полностью беспилотных авиатакси, а если ёмкость рынка окажется для этого недостаточной (условный пример изображен ниже на рис. 5, где максимальная ёмкость рынка снижена с 50 до 20 млрд пасс.-км/г) – технологическое развитие пойдет по пути частичной автоматизации управления, позволяющей существенно облегчить работу пилота и снизить требования к его квалификации, но не устранить его полностью из контура управления.

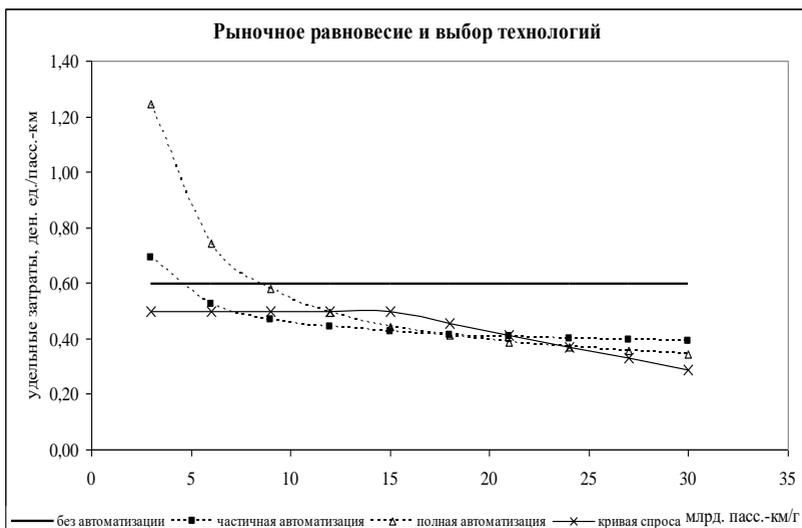
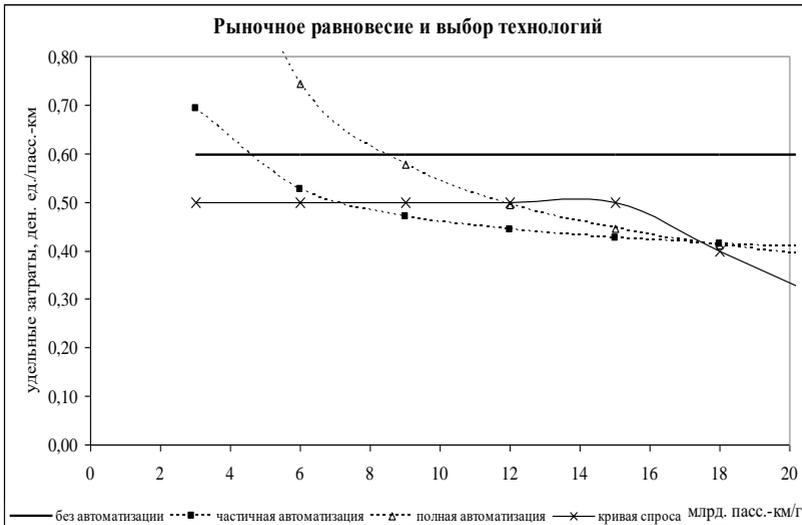


Рис. 4. Условие возникновения рынка новых видов авиатранспортных услуг в местном или пригородном сообщении (пример 1)

В данном исследовании на рис. 2–5 пассажирооборот варьировался от 0 до 50 млрд пасс.-км. Важно отметить, что пассажирооборот взят для определенного сегмента рынка перевозок, потому что рассматриваемые технологии разрабатываются для определенного класса ВС. К примеру, для оценки масштабов, в России в 2021 году местные авиаперевозки составили

2 млрд пкм, внутренние перевозки (включая местные) – 166 млрд пасс.-км [28].



*Рис. 5. Условие возникновения рынка новых видов авиатранспортных услуг в местном или пригородном сообщении (пример 2)*

Количественные примеры, рассмотренные выше, хотя и не являются заведомо нереальными, все-таки носят иллюстративный характер. Чтобы хотя бы приблизительно оценить параметры соответствующих технологических развилки, необходимо задаться реалистичными значениями исходных данных. Здесь предложен именно методический инструментарий для проведения соответствующих расчетов.

В предложенной модели выбор в пользу полной или частичной автоматизации управления за счет использования технологий искусственного интеллекта рассматривался как выбор, продиктованный сугубо экономическими соображениями. В то же время он может быть сделан – причем в пользу более полной автоматизации управления – и по соображениям обеспечения безопасности полетов. При высокой интенсивности воздушного движения, которая, возможно, будет иметь место при массовых

авиаперевозках в местном и пригородном сообщении, «количество перейдет в качество». И для того чтобы обеспечить на приемлемом уровне безопасность полетов при многократном повышении интенсивности воздушного движения, может оказаться недостаточно когнитивных способностей людей как операторов, их пропускной способности (быстродействия) как динамических звеньев в контуре управления. То есть интеллектуализация управления может оказаться не просто наилучшей альтернативой с экономической точки зрения, а непременным требованием для формирования соответствующих рынков авиационных услуг и воздушных судов. Но, разумеется, при этом формирование новых рынков должно быть экономически целесообразным.

## **6. Выводы**

Применение технологий интеллектуальной автоматизации управления ВС позволяет, при неухудшении показателей безопасности полетов, рассчитывать на сокращение себестоимости авиаперевозок и авиационных работ (при повышении их качества, благодаря оптимизации выполнения миссии), причем это сокращение будет тем более значительным в относительном выражении, чем ниже пассажироместимость и грузоподъемность ВС, требуемая масса целевой нагрузки для выполнения авиационных работ.

При этом чем выше степень автоматизации управления ВС, тем выше достигаемое благодаря ей сокращение затрат на оплату труда экипажей, но выше и потребные постоянные затраты на разработку и внедрение технологий автоматизации. Поэтому экономически оправданная глубина автоматизации управления ВС повышается по мере увеличения масштабов соответствующих рынков авиационных работ и услуг.

Предложен метод приближенной оценки «области существования» технологий автоматизации управления ВС в терминах пассажирооборота и затрат на создание технологий. В отличие от известных работ, этот метод, во-первых, позволяет быстро оценить эффективность технологии на основе простых агре-

гированных характеристик, прежде всего глубины автоматизации, измеряемой относительным сокращением удельных затрат на оплату труда экипажа (косвенно отражающих также сложность его подготовки, редкость кандидатов, пригодных к управлению ВС). Поскольку в планировании развития технологий автоматизации управления используются именно такие обобщающие характеристики (см. [2]), предложенный метод может непосредственно использоваться в этих процессах. Во-вторых, получен интуитивно неочевидный вывод о том, что область допустимых объемов перевозок ограничена не только снизу (минимальным объемом для окупаемости), но и сверху – по спросу на такие услуги.

Полученные оценки следует принимать во внимание при планировании (в том числе обосновании затрат и сроков) развития технологий интеллектуальной поддержки экипажей магистральных, региональных ВС (в том числе с перспективой перехода к одночленным экипажам) и ВС местных воздушных линий, авиации общего назначения, технологий автоматического управления движением перспективных аэротакси и беспилотных ВС для выполнения грузовых перевозок и авиационных работ.

### Литература

1. ВАРЮХИНА Е.В., КЛОЧКОВ В.В. *Интеллектуальные авиационные технологии обеспечения безопасности полетов и приемлемой общей стоимости владения авиационной техникой* // Гражданская авиация на современном этапе развития науки, техники и общества. Сборник тезисов докладов Международной научно-технической конференции, посвященной 100-летию отечественной гражданской авиации. – М.: МГТУ ГА, 2023. – С. 441–443.
2. ГЛАСОВ В.В., ЗЫБИН Е.Ю., КОСЬЯНЧУК В.В. *Непараметрический метод функциональной реконфигурации системы управления воздушного судна при отказах исполнительской подсистемы* // Моделирование авиационных систем: Сборник тезисов докладов IV Всероссийской научно-

- технической конференции. – М.: Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, 2020. – С. 210–211.
3. ДУТОВ А.В., ГЛАСОВ В.В., ШАКУН А.В. и др. *Основные цели, задачи, этапы и технологии интеллектуализации комплексов бортового оборудования перспективных воздушных судов гражданской авиации* // Техника воздушного флота. – №1. – 2023. – С. 26–35.
  4. КЛОЧКОВ В.В., РОЖДЕСТВЕНСКАЯ С.М., ФРИДЛЯНД А.А. *Обоснование приоритетных направлений развития авиационной техники для местных воздушных линий* // Научный вестник ГосНИИ ГА. – №20(331). – 2018. – С. 93–102.
  5. КЛОЧКОВ В.В., ТОПОРОВ Н.Б., ЕГОШИН С.Ф. *Интегрированные авиационные системы* // Управление большими системами: сборник трудов. – 2021. – №90. – С. 94–120.
  6. КОСЬЯНЧУК В.В., ГЛАСОВ В.В., ЗЫБИН Е.Ю. *Концепция универсальной интеллектуальной системы реконфигурации подсистем комплекса бортового оборудования сверхзвукового пассажирского самолета* // Материалы XIV Всероссийской мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2021). – Том 3. – Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального университе, 2021. – С. 18-20.
  7. *План деятельности Центра по развитию науки и технологий в авиастроении*, утв. Распоряжением Правительства Российской Федерации № 1959-р от 16.09.2016.
  8. РЕЗЧИКОВ А.Ф. *Проблемы критических ситуаций в человеко-машинных системах* // Материалы 11-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2018, Москва). – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2018. Т.1. – С. 59-65.
  9. *2023 Commercial Market Outlook 2023–2042*, Boeing.
  10. *Advantages and disadvantages of automation in aviation*. – URL: <https://aspiringyouths.com/advantages-disadvantages/automation-in-aviation/> (дата обращения: 12.02.2024).
  11. ANANIA E.C., RICE S., PIERCE M. et al. *Public support for police drone missions depends on political affiliation and*

- neighborhood demographics* // *Technology in Society*. – 2019. – Vol. 57. – P. 95–103.
12. *Autonomous Flight: What We Mean and Why It's First*. – March, 2022. – URL: <https://wisk.aero/news/blog/autonomous-flight-what-we-mean-and-why-its-first/> (дата обращения: 12.02.2024).
  13. *Aviation Maintenance Technician Handbook Addendum – Human Factors*, FAA.
  14. BOUCHER P. *You wouldn't have your granny using them: Drawing boundaries between acceptable and unacceptable applications of civil drones* // *Science and Engineering Ethics*. – 2016. – Vol. 22. – P. 1391–1418.
  15. BROWN J.P. *The Effect of Automation on Human Factors in Aviation* // *The Journal of Instrumentation, Automation and Systems*. – 2016. – Vol. 3, No 2. – P. 31–46.
  16. CLOTHIER R.A., GREER D.A., GREER D.G. et al. *Risk perception and the public acceptance of drones* // *Risk Analysis Journal*. – 2015. – Vol. 35. Iss. 6. – P. 1167–1183.
  17. *Cockpit Automation - Advantages and Safety Challenges*. – URL: <https://skybrary.aero/articles/cockpit-automation-advantages-and-safety-challenges> (дата обращения 12.02.2024).
  18. GUNNING D., VORM E., WANG J.Y. et al. *DARPA's explainable AI (XAI) program: A retrospective* // *Applied AI letters*. – 2021. – Vol. 2. Iss. 4. – P. 1–11.
  19. KHAROUFAH H., MURRAY J., BAXTER G. et al. *A review of human factors causations in commercial air transport accidents and incidents: From to 2000–2016* // *Progress in Aerospace Sciences*. –2018. – Vol. 99.– P. 1–13.
  20. MARTIN L., HOMOLA J., OMAR F. et al. *Giving the public a perspective into Unmanned Aircraft Systems' operations* // *IEEE/AIAA 37th Digital Avionics Systems Conference (DASC)*. – London, UK: IEEE, 2018. – P. 1–7.
  21. MUMAW R. *Not Automation Failures, but Automation Interface Failures* // *Journal of Cognitive Engineering and Decision Making*, January 2024.
  22. *Pilot and Technician Outlook 2023-2042*, Boeing

23. RAY A.T., BHAT A.P., WHITE R. et al. M. *Examining the Potential of Generative Language Models for Aviation Safety Analysis: Case Study and Insights Using the Aviation Safety Reporting System (ASRS)* // Aerospace. – Vol. 10(9): 770. – August 2023.
24. READ G., O'BRIEN A., STANTON N.A. et al. *What is going on? Contributory factors to automation-related aviation incidents and accidents* // Proc. of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting. – 2020. – Vol. 64, Iss. 1. – P. 1697–1701.
25. RIVERA J. *Integration of Civil Unmanned Aircraft Systems (UAS) in the National Airspace System (NAS) Roadmap*. – 2020. – Federal Aviation Administration.
26. *Study on the societal acceptance of Urban Air Mobility in Europe*, EASA, May 19, 2021.
27. *Transport Canada – Human Performance Factors for Elementary Work and Servicing TC14175*.
28. <https://favt.gov.ru/deyatelnost-vozdushnye-perevozki-osnovnyye-proizvodstvennyye-pokazateli-ga/> (дата обращения: 21.03.2024).
29. <https://trimis.ec.europa.eu/news/eu380-million-funding-announced-support-aviation-research-and-innovation-projects> (дата обращения: 21.03.2024).
30. [https://www.transportation.gov/sites/dot.gov/files/2022-03/FAA\\_Budget\\_Estimates\\_FY23.pdf](https://www.transportation.gov/sites/dot.gov/files/2022-03/FAA_Budget_Estimates_FY23.pdf) (дата обращения: 21.03.2024).
31. <https://zakupki.gov.ru/epz/order/notice/ok20/view/documents.html?regNumber=0173100009522000115#> (дата обращения: 21.03.2024).

## **ANALYSIS OF THE AIRCRAFT CONTROL INTELLIGENCE EFFICIENCY AT THE AIRLINE TRANSPORT SYSTEM LEVEL**

**Vladislav Klochkov**, NRC “Zhukovsky Institute”, Moscow, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science (vlad\_klochkov@mail.ru).

**Ekaterina Varyukhina**, NRC “Zhukovsky Institute”, Moscow, Cand.Sc. (e.varyukhina@yandex.ru).

*Abstract: Automation of aircraft control makes it possible to increase flight safety, the availability of air transportation, the quality of air transport services and reduce the impact on the environment. However, to increase the degree of automation, significant costs will be required for the development and implementation of appropriate systems. In order to be able to make a decision on the priority of developing certain aircraft control automation technologies, it is necessary to evaluate their effectiveness in a comprehensive manner. A methodological toolkit is proposed that allows one to evaluate the effectiveness of such technologies from an economic point of view, taking into account changes in the cost of pilots' wages when implementing the technology and other costs. Using the proposed tools, an analysis of the conditions for the effective implementation of intelligent automation of aircraft control at the level of the air transport system was carried out. That is, a search is made for such passenger turnover values when the capacity of the markets that are opened by new technologies is non-zero when comparing dependencies. One of the dependencies shows at what maximum cost per passenger kilometer passengers will make a certain volume of flights, and the second shows the minimum acceptable cost per passenger kilometer at which aircraft manufacturers are ready to supply aircraft that allow a given volume of flights. It is concluded that increasing the degree of automation of aircraft control will be justified with the growth in the scale of the market for aviation works and services.*

**Keywords:** control automation, aviation, artificial intelligence, intelligent systems, efficiency evaluation, air transport system.

УДК 004.89:65.011

ББК 39.52

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.1

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Р.М. Нижегородцевым.*

*Поступила в редакцию 14.02.2024.*

*Опубликована 31.07.2024.*

## МЕТОДЫ ЛОКАЛЬНОГО И ИНТЕГРАЛЬНОГО МНОГОУРОВНЕВОГО АГРЕГИРОВАНИЯ ОЦЕНОК ОБЪЕКТОВ, ИЗМЕРЕННЫХ В РАЗНОТИПНЫХ ШКАЛАХ

**Корнеенко В. П.<sup>1</sup>**

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

**Рамеев О. А.<sup>2</sup>**

(МИРЭА – Российский технологический университет,  
Москва)

*В задачах многокритериального оценивания и выбора объектов с многоуровневой структурой исходные данные, характеризующие объекты, как правило, измерены в разнотипных шкалах. В связи с этим применение аддитивной свёртки для конечных критериев иерархического дерева, отражающего многоуровневую структуру объектов, корректно только для оценок объектов, представленных или преобразованных к единой однородной шкале. В статье введено понятие «вес» в количественной шкале отношений критерия  $(k - 1)$ -го уровня иерархического дерева, определяемого через сумму весов подкритериев  $k$ -го уровня. В этом случае применение процедуры вычисления глобальных нормированных весов, которые принято называть коэффициентами, на каждом уровне иерархии через мультипликативную свёртку локальных коэффициентов, лежащих на пути от корневой вершины, корректно. Предлагаемый метод локального агрегирования оценок объектов с многоуровневой структурой обладает важным свойством, а именно: адекватностью упорядочений объектов в любой вершине иерархической структуры критериев относительно вычисления агрегированных оценок в количественной, порядковой (ранговой) шкале. Показано, при каких условиях интегральный метод агрегированных оценок по глобальным коэффициентам конечных критериев совпадает с локальным. Достоинствами локального метода являются наглядность, возможность понимания и контроля промежуточных результатов аналитиками, большая объективность вычисленных оценок в корневой вершине иерархического дерева. Суть методов и их сравнение показана на примере многокритериального оценивания информационных материалов.*

**Ключевые слова:** иерархическое дерево, локальные и глобальные веса критериев, локальное агрегирование данных, преобразование шкалы.

---

<sup>1</sup> Виктор Павлович Корнеенко, к.т.н., доцент (vkor@ipr.ru).

<sup>2</sup> Олег Ахатович Рамеев, д.т.н., профессор (ierp2002@mail.ru).

## **1. Введение**

Многие прикладные задачи, связанные с построением рейтингов компаний (предприятий, банков, организаций), многокритериальной оценки эффективности деятельности коллективов в организационных системах, многокритериального синтеза сложных технических систем, относятся к классу задач многокритериального оценивания и выбора сложных прикладных объектов с многоуровневой структурой.

В качестве многоуровневых структур рассматриваются древовидные или сетевые, которые обычно отражают иерархическую структуру оцениваемых объектов (альтернатив, вариантов решений, проектов, компаний, сложных экономических, технических, военных систем).

Для объектов с многоуровневой структурой характерно представление системы критериев в виде иерархического дерева с учётом их важности [11, 15, 18, 22]. При этом возникает проблема количественной оценки важности локальных критериев, входящих в вершину более высокого уровня.

Для вычисления локальных весов (коэффициентов) важности критериев иерархического дерева обычно используются экспертные методы. На данный момент методам формирования весовых коэффициентов посвящено огромное число работ [2, 4, 6, 7, 12–14]. Одним из наиболее эффективных методов формирования локальных весов критериев, базирующихся на матрице парных сравнений [10], является метод косвенного измерения предпочтений в количественной шкале отношений [7]. Вычисление весов сводится к лексикографическому упорядочению по важности критериев, входящих в вершины более высокого уровня, что позволяет затем сократить число экспертных сравнений предпочтительности смежных пар в шкале отношений. Формирование локальных коэффициентов важности критериев математически обоснованы и базируется на матрице, обладающей особыми свойствами. Глобальные коэффициенты конечных критериев находятся умножением локальных коэффициентов, лежащих на пути от корневой вершины дерева к исходной конечной.

Первая методика решения многокритериальных задач с многоуровневой структурой под названием ПАТТЕРН (PATTERN)<sup>1</sup> появилась в 1963 г. Она была разработана фирмой «Хониуэлл» в США для оценки эффективности вариантов прогнозирования и планирования при разработке сложных научных и научно-технических программ [11].

Один из этапов методики предполагает построение дерева целей, которое служит для оценки относительной важности критериев. В методе ПАТТЕРН был применён прямой метод экспертного оценивания весов критериев в количественной шкале.

Оценки количественной важности локальных критериев, входящих в вершины более высокого уровня, в долях единицы эксперты проставляют на бланке. Процедура определения коэффициентов проходит в несколько туров, пока не будет согласована со всеми экспертами. Затем осуществляется их пересчёт в глобальные веса для каждой концевой (висячей) вершины дерева перемножением «весов» всех вершин, лежащих на пути, ведущем от данной вершины к общей вершине. После этого для каждого объекта находится агрегированная оценка, равная сумме произведений глобальных весов на веса оценок критериев из отрезка  $[0, 1]$ , соответствующих объекту в концевых вершинах дерева.

Метод агрегирования по аддитивной свертке критериев с глобальными (интегральными) весами нашел также применение в многокритериальной теории полезности [18] и в методе анализа иерархий Т. Саати [22]. В [1] рассматривается функции агрегирования для уменьшения количества критериев в задаче оптимизации. Для этого используются линейная функция агрегирования на основе взаимозамещения переменных и функция осреднения.

В [2] предлагаются методы агрегирования частных показателей в обобщенный показатель, а именно: вычисление средних, аддитивная свёртка, свертка на основе средней степенной функции и др. Однако применение аддитивной свёртки в данных методах корректно только в том случае, когда исходные оценки

---

<sup>1</sup> *Аббревиатура PATTERN – Planning Assistance Through Technical Evaluation from Relevans Number (помощь планированию посредством относительных показателей технической оценки).*

объектов преобразованы в оценки результирующей однородной шкалы [9].

В этом случае критерии в однородных шкалах имеют одинаковый размах и совпадение максимальных (минимальных) значений [5].

В дальнейшем под интегральным методом агрегирования будем понимать формирование обобщённых оценок объектов с многоуровневой структурой в виде аддитивной свертки оценок объектов по конечным критериям с глобальными (интегральными) весами, преобразованными в однородные шкалы.

Настоящая статья является расширенной версией тезисов доклада на 14-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2021, Москва) [8].

## **2. Интегральный метод агрегирования оценок объектов, измеренных в разнотипных шкалах**

Решение задачи агрегирования данных в многоуровневых структурах основано на использовании методов многокритериальной оценки объектов (альтернатив, вариантов, проектов, решений). Очевидными требованиями, предъявляемыми к таким методам, являются следующие:

- а) отсутствие сужения множества объектов;
- б) возможность получения при агрегировании того же типа шкал, что и исходные.

Для иерархических процедур агрегирования группа методов с сужением множества объектов (альтернатив) не подходит, так как при выделении в разных вершинах дерева разных множеств лучших объектов их пересечение может оказаться пустым и мы не получим ни одного объекта, наиболее предпочтительного в целом – по совокупности критериев. Второе требование вытекает из условия применения не разных, а одного и того же метода агрегирования на различных уровнях иерархической структуры критериев.

Решение задачи многокритериального оценивания и выбора аддитивным методом агрегирования данных в иерархических структурах сводится к следующим частным задачам:

- построение иерархической структуры критериев;

- формирование локальных и глобальных коэффициентов важности критериев;
  - выбор шкал и измерение объектов;
  - преобразование исходных оценок объектов в количественных шкалах в единую порядковую;
  - агрегирование данных в иерархической структуре.
- Рассмотрим эти задачи более подробно.

### 2.1. ПОСТРОЕНИЕ ИЕРАРХИЧЕСКОГО ДЕРЕВА УПОРЯДОЧЕННЫХ КРИТЕРИЕВ ПО УБЫВАНИЮ ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНОСТИ

Построение иерархического дерева характерно как для интегрального, так и для локального метода агрегирования. Пусть задано множество объектов  $A = \{a_q: q = \overline{1, n}\}$ . Оценки объектов  $a_q \in A$  по критериям  $f_j, j = \overline{1, m}$ , имеет вид  $x_j^{(q)} = f_j(a_q)$ .

В общем случае будем рассматривать случай, когда шкалы критериев не однородны, т.е. имеют различный размах [5], и разнотипны [20].

Для корпорационных систем управления понятие цели является многоуровневым: задаётся деревом целей, достижение которых обеспечивается иерархической организацией подсистем в систему. При этом предполагается, что достижение целей подсистем более низких уровней иерархии обеспечивает достижение глобальных целей всей системы. В результате обобщённая оценка качества (эффективности) системы состоит из оценок качества её подсистем, т.е. и сам процесс оценивания, и результат будут задаваться многоуровневыми структурами [11, 18, 22].

Одной из проблем для объектов с иерархической структурой показателей в виде дерева является выбор способа перечисления вершин. Для деревьев в основном применяются два способа перечисления – «по ветвям», когда индекс вершины указывает путь к этой вершине, и «по уровням», когда по очереди рассматриваются все уровни сверху вниз, а вершины одного уровня нумеруются подряд слева направо.

Способом перечисления «по ветвям» дерево задаётся в виде множества упорядоченных вершин [15]:

$$(1) ID = \{\mathcal{I}, \mathcal{D}\},$$

где  $\mathfrak{F} = \{F_0, F_{j_1}, \dots, F_{j_1 \dots j_k} \mid j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}; k = \overline{0, n}\}$  – множество вершин (критериев), в которых индекс  $j_1, \dots, j_k$  вершины  $F_{j_1 \dots j_k}$  указывает путь к этой вершине от корневой вершины  $F_0$  ( $k = 0$ );

$\mathcal{D} = \{(F_{j_1 \dots j_{k-1}}, F_{j_1 \dots j_k}) \mid j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}; k = \overline{0, n}\}$  – множество дуг, в которых множество вершин  $\{F_{j_1 \dots j_k}\}$ , упорядоченных по убыванию важности, инцидентно вершине  $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$ ;

$F_0$  – глобальный (обобщённый) корневой критерий верхнего (нулевого) уровня иерархии;

$F_{j_1}$  – групповые критерии 1-го уровня иерархии, являющиеся концевыми вершинами множества дуг  $\{(F_0, F_{j_1}) \mid j_1 = \overline{1, n_0}\}$ ,  $n_0$  – число дуг, инцидентных вершине  $F_0$ ;

$F_{j_1 \dots j_k}$  – групповые критерии  $k$ -го уровня, являющиеся концевыми вершинами дуг  $\{(F_{j_1 \dots j_{k-1}}, F_{j_1 \dots j_k}) \mid j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}\}$ ;

$n_{j_1 \dots j_{k-1}}$  – число дуг, инцидентных вершине  $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$ .

Концевые вершины  $n_{\mathfrak{F}}$ -го нижнего уровня условно обозначены строчными буквами  $f_{j_1 \dots j_n}$ .

Для наглядности изложения материала статьи будем использовать следующие обозначения:

$$F_{j_{k-1}} \equiv F_{j_1 \dots j_{k-1} \xi}, j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}} \equiv \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}, \\ n_{j_{k-1}} \equiv n_{j_1 \dots j_{k-1}}, f_{j_n} \equiv f_{j_1 \dots j_n}.$$

## 2.2. ФОРМИРОВАНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ И ГЛОБАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВАЖНОСТИ КРИТЕРИЕВ

Понятию количественной важности критериев [12–14] соответствует измерение в количественных типах шкал: отношений, разности и абсолютной шкале [21].

*Определение 1.* В количественной шкале отношений критерий  $f_j$  будет более важным, чем критерий  $f_i$ , если вес  $w(f_j)$  критерия  $f_j$  будет превосходить вес  $w(f_i)$  критерия  $f_i$  в  $w_{ji} = \frac{w_j}{w_i} > 1$  раз, и менее важным, если  $w_{ji} = \frac{w_j}{w_i} < 1$ , а при  $w_{ji} = \frac{w_j}{w_i} = 1$  критерии будут являться равноважными.

Пусть  $w_{j_k} = w(F_{j_k})$ ,  $j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}}$ , – веса важности  $F_{j_k}$  подкритериев  $k$ -го уровня, входящих в вершину  $F_{j_{k-1}}$  критерия

$(k - 1)$ -го уровня. Веса подкритериев  $k$ -го уровня, входящих в вершину  $(k - 1)$ -го, т.е. более высокого уровня, принято называть локальными весами [18].

Тогда за вес  $F_{j_{k-1}}$  критерия на  $(k - 1)$ -м уровне примем сумму весов важности подкритериев  $k$ -го уровня:

$$(2) \quad w(F_{j_{k-1}}) = \sum_{j_k=1}^{n_{j_{k-1}}} w(F_{j_{k-1}j_k}) \forall j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}}; \dots; j_1 = \overline{1, n_0},$$

где  $n_{j_{k-1}}$  – число  $F_{j_k}$  подкритериев  $k$ -го уровня, входящих в вершину  $F_{j_{k-1}}$  критерия  $(k - 1)$ -го уровня.

Вес  $F_{j_{n-1}}$  группового критерия на  $(n - 1)$ -м уровне есть сумма весов важности  $f_{j_n} \equiv f_{j_1 \dots j_n}$  конечных критериев  $n$ -го (нижнего) уровня:

$$(3) \quad w(F_{j_{n-1}}) = \sum_{j_n=1}^{n_{j_{n-1}}} w(f_{j_n}) \forall j_n = \overline{1, n_{j_{n-1}}}; \dots; j_1 = \overline{1, n_0},$$

где  $n_{j_{n-1}}$  – число конечных критериев  $n$ -го, входящих в вершину  $F_{j_{n-1}}$  группового критерия  $(n - 1)$ -го уровня.

Вес критерия  $F_{j_{k-1}}$  на  $(k - 1)$ -м уровне, вычисляемый по формуле (2), можно определить через сумму весов важности конечных критериев  $n$ -го уровня, для которых вершина  $F_{j_{k-1}}$  будет корневой:

$$(4) \quad w(F_{j_{k-1}}) = \sum_{j_k=1}^{n_{j_{k-1}}} \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{j_k}} \dots \sum_{j_{n-1}=1}^{n_{j_{n-2}}} \sum_{j_n=1}^{n_{j_{n-1}}} w(f_{j_n}),$$

а вес  $F_0$  корневого критерия иерархического дерева на высшем уровне упорядоченных критериев будет равен сумме всех конечных критериев нижнего уровня:

$$(5) \quad w(F_0) = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \dots \sum_{j_{n-1}=1}^{n_{j_{n-2}}} \sum_{j_n=1}^{n_{j_{n-1}}} w(f_{j_n}).$$

*Определение 2.* Нормированные веса важности критериев  $F_{j_1 \dots j_k}$  на  $k$ -м уровне иерархии, где  $k = 1, 2, \dots, n$ , относительно суммы весов критериев, входящих в вершину  $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$  критерия  $(k - 1)$ -го уровня, принято называть весовыми локальными коэффициентами критериев  $F_{j_1 \dots j_k}$  относительно вершины  $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$ :

$$(6) \quad wl(F_{j_1 \dots j_k}) = \frac{w(F_{j_1 \dots j_k})}{\sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} w(F_{j_1 \dots j_k})},$$

а нормированные относительно суммы всех критериев  $F_{j_1 \dots j_k}$   $k$ -го уровня иерархии называть глобальными (интегральными) коэффициентами критериев  $F_{j_1 \dots j_k}$  на  $k$ -м уровне иерархии:

$$(7) \quad wg(F_{j_1 \dots j_k}) = \frac{w(F_{j_1 \dots j_k})}{\sum_{j_1=1}^{n_0} \dots \sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} w(F_{j_1 \dots j_k})}$$

Возникает вопрос: как связаны веса критериев на каждом уровне?

**Теорема 1 (о сумме весов критериев на  $k$ -м уровне иерархии).** Пусть сумма весов критериев на  $k$ -м уровне иерархического дерева представима в виде

$$(8) \quad w_{\Sigma}(k) = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \dots \sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} w(F_{j_1 \dots j_k}) \quad \forall k = \overline{0, n}.$$

Тогда суммы весов важности критериев на каждом уровне иерархии будут совпадать между собой:

$$(9) \quad w_{\Sigma}(0) = \dots = w_{\Sigma}(k) = \dots = w_{\Sigma}(n) \quad \forall k = 0, 1, \dots, n.$$

Доказательство. Действительно для любого  $k = \overline{0, n}$ , подставив (4) в виде  $w(F_{j_k}) = \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{j_k}} \dots \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} w(f_{j_1 \dots j_n})$  в формулу (8), получим:

$$w_{\Sigma}(k) = \sum_{j_1=1}^{n_0} \dots \sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} \left( \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{j_k}} \dots \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} w(f_{j_1 \dots j_n}) \right)$$

для любого  $k = 0, 1, \dots, n$ . Откуда следует (9). Теорема доказана.

На рис. 1 представлено четырёхуровневое иерархическое дерево упорядоченных критериев с весами важности, которое показывает вклад критериев, начиная с конечных нижнего уровня иерархии, вплоть до корневой вершины  $F_0$  с весом  $w(F_0) = 100$ .

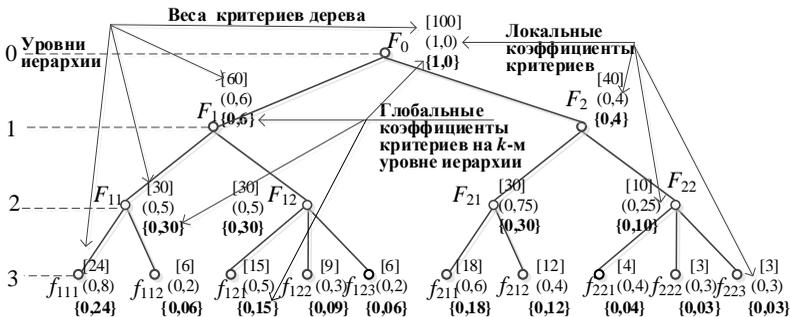


Рис. 1. Четырёхуровневое иерархическое дерево упорядоченных критериев по убыванию важности

При решении прикладных задач в качестве весов важности критериев принимаются веса из отрезка  $[0, 1]$ , которые в сумме

дают единицу и формируются различными экспертными методами [2]. В соответствии с методом косвенных предпочтений [7] вначале эксперты ранжируют критерии, входящие в вершины более высокого уровня иерархического дерева, по убыванию важности.

Каждому эксперту на  $k$ -м уровне иерархии предъявляется множество подкритериев  $\{F_{j_{k-1}1}, \dots, F_{j_{k-1}j_k}, \dots, F_{j_{k-1}n_{j_{k-1}}}\}$ , упорядоченных по убыванию важности и входящих в вершину  $F_{j_{k-1}}$ :

$$(10) F_{j_{k-1}1} \succ F_{j_{k-1}2} \succ \dots \succ F_{j_{k-1}j_k} \succ \dots \succ F_{j_{k-1}n_{j_{k-1}}}, j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}},$$

где  $\succ$  – обозначение нестрогого предпочтения, которое означает для пары критериев строгое предпочтение (обозначение  $\succ$ ) или отношение равнозначности (обозначение  $\approx$ ).

Результаты сравнения не известных заранее весов  $w(F_\xi)$ ,  $w(F_{\xi+1})$  смежных пар подкритериев  $\{F_\xi, F_{\xi+1}\}$ :

$$(11) w_{\xi, \xi+1}^* \approx \frac{w(F_\xi)}{w(F_{\xi+1})}, \xi = j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}},$$

на  $k$ -м уровне иерархии, входящих в вершину  $F_{j_{k-1}}$ , представляются в виде  $(n_{j_{k-1}} - 1)$  наддиагональных элементов

$$(12) (w_{12}^*, w_{23}^*, \dots, w_{\xi, \xi+1}^*, \dots, w_{n_{j_{k-1}}-1, n_{j_{k-1}}}^*),$$

квадратной матрицы  $W_{F_{j_{k-1}}}[w_{\xi, \xi+1}^*]$  попарного сравнения смежных подкритериев  $\{F_\xi, F_{\xi+1}\}$

$$(13) W_{F_{j_{k-1}}} = \begin{pmatrix} 1 & w_{1,2}^* & 0 & \dots & 0 \\ 1/w_{1,2}^* & 1 & w_{2,3}^* & \dots & 0 \\ \dots & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1/w_{n_{j_{k-1}}-1, n_{j_{k-1}}}^* & 1 \end{pmatrix}.$$

При этом количественная оценка (11) означает, что эксперт считает критерий  $F_\xi$  важнее критерия  $F_{\xi+1}$  ( $F_\xi \succ F_{\xi+1}$ ) в  $w_{\xi, \xi+1}^*$  раз, если  $w_{\xi, \xi+1}^* > 1$ , а при  $w_{\xi, \xi+1}^* = 1$  критерии равноважны ( $F_\xi \approx F_{\xi+1}$ ). Исходя из свойства обратной симметрии, равенство  $w_{\xi+1, \xi} = \frac{1}{w_{\xi, \xi+1}^*} < 1$  означает, что количественно критерий  $F_{\xi+1}$  в  $w_{\xi+1, \xi}$  раз менее важен критерия  $F_\xi$ .

При таком подходе достаточно всего лишь  $(n_{j_{k-1}} - 1)$ -го экспертного сравнения вместо  $\frac{(n_{j_{k-1}})^2 - n_{j_{k-1}}}{2}$  при попарном сравнении как, например, в методе анализа иерархий Т. Саати [22].

В [7] показано, что матрица (13) является мультипликативной и обладает рядом свойств, а именно: нормированные элементы столбцов  $w_{\xi}^{\downarrow}, \xi = \overline{1, n_{j_{k-1}}}$ , матрицы  $W_{F_{j_{k-1}}}$  (13), вычисленные по наддиагональным элементам (12) по формуле

$$(14) w_{\eta\xi} = \begin{cases} \prod_{t=\eta}^{\xi-1} w_{t,t+1}^*, \eta < \xi, \forall \eta = \overline{1, \xi-1}, \\ 1, \quad \forall \eta = \xi, \\ \left(\prod_{t=\xi}^{\eta-1} w_{t,t+1}^*\right)^{-1}, \eta > \xi, \forall \eta = \overline{\xi+1, n_{j_{k-1}}} \end{cases}$$

совпадают между собой и равны нормированному весу  $wl(F_{j_k})$  критериев  $F_{j_k}$ , т.е.

$$\tilde{w}_{\xi}^{\downarrow} = \begin{pmatrix} \tilde{w}_{1\xi} \\ \dots \\ \tilde{w}_{n_{j_{k-1}}\xi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} wl_1 \\ \dots \\ wl_{n_{j_{k-1}}} \end{pmatrix} \forall \xi = \overline{1, n_{j_{k-1}}}$$

где  $\tilde{w}_{\eta\xi} = \frac{w_{\eta\xi}}{\sum_{\eta=1}^n w_{\eta\xi}}$  – нормированный элемент  $\xi$ -го столбца  $w_{\xi}^{\downarrow}$ ;  $wl_{\eta} = \tilde{w}_{\eta\xi}$  – локально нормированный вес  $F_{\eta}$  критерия.

За весовые локальные коэффициенты для простоты вычисления лучше принять нормированные элементы последнего столбца матрицы (13), вычисленные по наддиагональным элементам (12):

$$(15) w_{\eta, n_{j_{k-1}}} = \begin{cases} \prod_{t=\eta}^{n_{j_{k-1}}-1} w_{t,t+1}^*, \eta < n_{j_{k-1}}; \\ 1, \quad \eta = n_{j_{k-1}}. \end{cases}$$

При этом для весовых  $wl_{j_1 \dots j_k} = wl(F_{j_1 \dots j_k})$  локальных коэффициентов, входящих в вершину  $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$  более высокого уровня, выполняется условие нормировки:

$$(16) \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} wl_{j_1 \dots j_k} = 1 \quad \forall j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}; k = \overline{1, n_{\mathcal{F}}}$$

а для весового локального коэффициента корневой вершины  $F_0$  выполняется условие  $wl(F_0) = 1$ .

По локальным коэффициентам критериев формируются глобальные (интегральные) «веса»  $wg_{j_1 j_2 \dots j_k} = wg(F_{j_1 j_2 \dots j_k})$  групповых вершин  $F_{j_1 j_2 \dots j_k}, j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}$ , на  $k$ -м уровне иерархии, которые вычисляются в виде произведения локальных коэффициентов вершин, лежащих на пути от корневой вершины  $F_0$  к произвольной групповой вершине  $F_{j_1 \dots j_k}$ :

$$(17) \quad wg_{j_1 \dots j_k} = wl(F_0) \cdot wl(F_{j_1}) \cdot \dots \cdot wl(F_{j_1 \dots j_k}).$$

Глобальный (интегральный) «вес»  $wg_{j_1 j_2 \dots j_n} = wg(f_{j_1 j_2 \dots j_n})$  конечной вершины  $f_{j_1 \dots j_n}$  на  $n$ -м уровне иерархии вычисляется в виде произведения локальных коэффициентов вершин, лежащих на пути от корневой вершины  $F_0$  к произвольной конечной вершине  $f_{j_1 \dots j_n}$ :

$$(18) \quad wg_{j_1 j_2 \dots j_n} = wl_0 \cdot wl_{j_1} \cdot \dots \cdot wl_{j_1 j_2 \dots j_n} = \prod_{k=0}^n \overline{wl_{j_1 j_2 \dots j_k}},$$

где  $j_n = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{n-1}}}; \dots j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}; \dots, j_1 = \overline{1, n_0}$ .

По определению локальный коэффициент корневой вершины совпадает с глобальным  $wl(F_0) = wg(F_0) = 1$  (рис. 1).

Возникает вопрос: будут ли равны глобальные весовые коэффициенты, полученные по мультипликативной свёртке по формуле (17) и вычисленные по формуле (7) как отношение веса критерия к сумме весов по всем критериям  $k$ -го уровня иерархии?

Ответ даёт следующая теорема, которую, не умаляя общности, докажем для глобальных весов конечных критериев.

**Теорема 2 (об аддитивном свойстве мультипликативной свёртки весов критериев).** Пусть для конечного критерия  $f_{j_1 \dots j_n}$  иерархического дерева глобальные коэффициенты получены:

а) нормированием по сумме коэффициентов важности конечных критериев  $n$ -го уровня:

$$(19) \quad wg_{j_1 \dots j_n}^{(\Sigma)} = \frac{w(f_{j_1 \dots j_n})}{\sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \dots \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 \dots j_{n-1}}} w(f_{j_1 \dots j_n})} = \frac{w(f_{j_1 \dots j_n})}{w(F_0)};$$

б) вычислением по мультипликативной свёртке:

$$(20) \quad wg_{j_1 \dots j_n}^{(\Pi)} = wl(F_0) \times wl(F_{j_1}) \times \dots \times wl(f_{j_1 \dots j_n}).$$

Тогда

1. Формулы (19) и (20) равносильны, т.е. их правые части совпадают:

$$(21) \text{wl}(F_0) \times \text{wl}(F_{j_1}) \times \dots \times \text{wl}(f_{j_1 \dots j_n}) = \frac{w(f_{j_1 \dots j_n})}{w(F_0)}.$$

2. Глобальный коэффициент  $\text{wg}(F_{j_k})$  группы критериев  $F_{j_k}$   $k$ -го уровня иерархического дерева равен сумме глобальных коэффициентов  $\text{wg}(F_{j_{k+1}})$  критериев, входящих в эту группу:

$$(22) \text{wg}(F_{j_k}) = \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{j_k}} \text{wg}(F_{j_{k+1}}) = \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{j_k}} \dots \sum_{j_n=1}^{n_{j_{n-1}}} \text{wg}(f_{j_1 \dots j_n}).$$

3. Суммы глобальных коэффициентов критериев на  $k$ -м уровне равны единице:

$$(23) \sum_{j_1=1}^{n_0} \dots \sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} \text{wg}(F_{j_1 \dots j_k}) = 1 \quad \forall k = \overline{1, n}.$$

Доказательство базируется на формулах (2)–(7), (8), (9) и (16)–(18).

Из данной теоремы следует важный вывод, что процедура вычисления глобальных коэффициентов через мультипликативную свёртку локальных коэффициентов важности критериев корректна.

### 2.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОЦЕНОК ОБЪЕКТОВ В ОЦЕНКИ ПОРЯДКОВОЙ БАЛЛЬНОЙ ИЛИ РАНГОВОЙ РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕЙ ШКАЛЫ

Пусть часть оценок  $x_i^{(q)} = f_i(a_q)$  по критериям  $f_i, i = \overline{1, m}$ , представлены в виде экспертных оценок (в ранговой, балльной, количественной шкале). Тогда в качестве результирующей шкалы оправдано применение порядковой шкалы с ранговыми градациями [9].

Рассмотрим подробно преобразование оценок объектов в количественной шкале в оценки порядковой с балльными градациями результирующей шкалы:

$$(24) Sh = \langle r_{min}, r_{max}; b; \{<, =\} \rangle,$$

где  $r_{min} = 1$  ( $r_{max} = b$ ) – минимальный (максимальный) балл порядковой шкалы;  $b$  – число градаций шкалы;  $\{<, =\}$  – отношения, заданные на множестве градаций.

Переход от исходных количественных шкал к результирующей балльной шкале математически может быть осуществлён способом линейного (равномерного) разбиения с шагом, вычисляемым по формуле

$$(25) h_i(b) = \frac{f_i^* - f_{i*}}{b} \quad \forall i = \overline{1, m},$$

где  $m$  – число интервалов разбиения области  $X_i = [f_{i*}, f_i^*]$  значений  $f_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , критериев.

При этом область  $X_i = [f_{i*}, f_i^*]$  значений  $f_i$  критерия разбивается на  $b$  отрезков – классов  $X_{i,r} = [x_{r-1}, x_r]$ ,  $r = \overline{1, b}$ :

$$(26) \mathcal{R}: x_0 < x_1 < \dots < x_{r-1} < x_r < \dots < x_b,$$

где  $x_0 = f_{i*}$ ;  $x_b = f_i^*$ .

Номера классов (отрезков) разбиения будем отождествлять с градациями порядковой результирующей  $b$ -балльной шкалы:

$$(27) R = \{1, 2, \dots, r, \dots, b\}.$$

При равномерном разбиении области  $X_i = [f_{i*}, f_i^*]$  шкальных интервальных значений в исходной шкале и с шагом (25) границы классов определяются по формуле

$$(28) x_r = x_0 + h_i r, \quad r = \overline{1, b},$$

где  $x_0 = f_{i*}$ ,  $x_b = f_i^*$ .

Переход от непрерывной шкалы к результирующей порядковой шкале с равномерным разбиением исходной шкалы представлен на рис. 2.

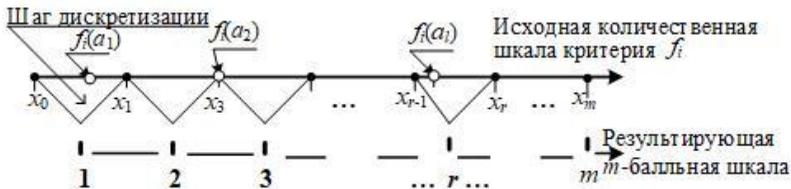


Рис. 2. Равномерное разбиение исходной шкалы

В результате область значений оценок объектов можно представить в виде объединения сегментов (классов):

$$(29) X_i = \bigcup_{r=1}^b X_{i,r}, \quad r = \overline{1, b},$$

где  $X_{i,r} = [x_{r-1}, x_r]$  – сегмент (класс) разбиения;  $i = \overline{1, b}$ .

Правило перехода  $\pi_i$  оценок  $x_i^{(q)}$  объектов в исходной количественной шкале по критерию  $f_i$  к точечным оценкам  $r_i^{(l)}$  в результирующей балльной шкале с шагом дискретизации (4) представим в виде множественно-точечного отображения:

$$(30) \quad \pi_i: [f_{i*} + (r - 1)h_i, f_{i*} + rh_i] \rightarrow r,$$

где  $X_{i,r} = [x_{r-1}, x_r] = [f_{i*} + (r - 1)h_i, f_{i*} + rh_i]$ ;  $r \in R = \{1, 2, \dots, b\}$  – градации результирующей шкалы;  $b$  – число шкальных градаций в порядковой (балльной) шкале.

При этом каждой оценке  $x_i^{(q)}$ ,  $q = \overline{1, n}$ , попадающей в класс  $X_{i,r}$  разбиения, ставится в соответствие оценка  $r_i^{(q)}$  результирующей шкалы по правилу

$$(31) \quad x_i^{(q)} \xrightarrow{\pi_i} r_i^{(q)}, \text{ если } x_i^{(q)} \in X_{i,r} = (x_{r-1}, x_r).$$

В случае попадания интервальной оценки объекта на смежные классы ей присваивается связанный ранг, равный среднему арифметическому значению смежных рангов [19]:

$$(32) \quad x_i^{(q)} \xrightarrow{\pi_i} \bar{r}_i^{(q)} = \frac{r+(r+1)}{2} = r + \frac{1}{2}, \text{ если } x_i^{(q)} \in X_{i,r} \cup X_{i,r+1}.$$

Так, на рис. 2 объекту  $a_2$  будет присвоен связанный ранг

$$(33) \quad r_i^{(2)} = \frac{2+3}{2} = 2,5.$$

#### 2.4. АГРЕГИРОВАНИЕ ДАННЫХ В ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ ПО ГЛОБАЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТАМ КРИТЕРИЕВ

Математическую постановку задачи многокритериального оценивания и выбора объектов по конечным критериям иерархического дерева, отражающего многоуровневую структуру объектов, представим в виде упорядочения

$$a_{q_1} \geq a_{q_1} \geq \dots \geq a_{q_n}$$

объектов  $a_q \in A$  по агрегированным (обобщённым) оценкам в виде аддитивной свёртки:

$$(34) \quad r_{\Sigma}^{(q)}(a_q; ID) = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \dots \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 j_2 \dots j_{n-1}}} w_{g_{j_1 \dots j_n}} \cdot r_{j_1 \dots j_n}^{(q)},$$

представим в виде:

$$(35) \quad F_0 \left( F_{j_1} \left( F_{j_1 j_2} \dots \left( F_{j_1 \dots j_{n-1}} \left( f_{j_1 \dots j_n}(A) \right) \right) \right) \right) \rightarrow \max_{a_{q_1} \geq a_{q_1} \geq \dots \geq a_{q_n}}(\min),$$

где  $\max$  ( $\min$ ) – направление упорядочения объектов.

В зависимости от предпочтений ранжирование объектов может быть выполнено по возрастанию или убыванию обобщённых оценок по конечным вершинам:

$$(36) r_{\Sigma}^{(q)}: a_{q_1} \geq \dots \geq a_{q_n} \Leftrightarrow \begin{cases} r_{\Sigma}^{(q_1)} \geq \dots \geq r_{\Sigma}^{(q_n)}, \\ r_{\Sigma}^{(q_1)} \leq \dots \leq r_{\Sigma}^{(q_n)}. \end{cases}$$

### 2.5. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ, ПОЛУЧЕННЫЕ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ АГРЕГИРОВАНИЯ

На данном этапе исследуется устойчивость результатов многокритериального оценивания, полученных различными методами как с учётом весов критериев, так и без учёта (критерии равноважны). Если результаты дали одинаковые результаты, то решения, полученные различными методами, устойчиво.

В противном случае выполняется метаагрегирование, в результате которого фиксируется обобщённое решение. При этом необходимо ориентироваться на результат близкий к решению, полученному локальным методом.

### 3. Локальный метод агрегирования оценок объектов по ветвям иерархического дерева критериев

При локальном способе агрегирования результаты формирования оценок объектов по критериям агрегируют постепенно – по кустам (вершинам) дерева критериев с учётом весовых локальных коэффициентов критериев, входящих в один куст.

Следует отметить, что хотя локальные методы сложнее в реализации, они более глубоко учитывают имеющуюся информацию и позволяют получить оценки объектов по всем промежуточным критериям дерева в явном виде.

В соответствии с классификацией локальный метод агрегирования оценок объектов подразделяется на методы агрегирования оценок с весами и без весов важности критериев в результирующих количественных или порядковых шкалах, включая ранговые.

Формально алгоритм локального метода с весами и без весов

важности критериев сводится к следующим шагам.

Шаг 1. *Инициализация.* Преобразовать исходные оценки  $x_{j_1 j_2 \dots j_n}^{(l)}$  объектов  $a_i \in A$  по конечным критериям  $f_{j_1 j_2 \dots j_n}$  иерархического дерева критериев  $ID(1)$  в соответствии с (31), (32) в множество оценок в порядковой  $b$ -балльной шкале:

$$(37) \tilde{R}_{j_1 j_2 \dots j_n} = \{r_{j_1 j_2 \dots j_n}^{(q)} | a_q \in A\}.$$

Шаг 2. *Агрегирование оценок объектов в порядковой шкале в кустах иерархического дерева.* На  $(k - 1)$ -м уровне иерархического дерева, где  $k = n, n - 1, \dots, 1, 0$ , в групповой  $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$  вершине по формуле локального агрегирования находим сумму оценок  $r_{j_1 \dots j_k}^{(q)}, j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}$ :

$$(38) y_{j_1 j_2 \dots j_{k-1}}^{(q)} = \sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} wl(F_{j_1 \dots j_k}) \cdot r_{j_1 \dots j_k}^{(q)}.$$

Шаг 3. *Преобразование в вершине  $F_{j_{k-1}} \equiv F_{j_1 j_2 \dots j_{k-1}}$  агрегированных оценок объектов в оценки результирующей  $b$ -балльной шкалы.* Преобразование задаётся отображением

$$(39) y_{j_1 \dots j_k}^{(q)} \xrightarrow{\pi_{j_{k-1}}} r_{j_1 \dots j_k}^{(q)} \quad \forall r = \overline{1, b},$$

где  $\pi_{j_{k-1}} : [y_0 + (r - 1)h_{j_{k-1}}, y_0 + rh] \rightarrow r, Y_r = [y_{r-1}, y_r]$ ;

$$(40) y_0 = \min_{a_q \in A} y_{j_1 j_2 \dots j_{k-1}}^{(q)}; y_b = \max_{a_q \in A} y_{j_1 j_2 \dots j_{k-1}}^{(q)}; h_{j_{k-1}} = \frac{y_b - y_0}{b}.$$

Шаг 4. *Сравнение объектов в результирующей шкале в корневой вершине  $F_0$  иерархического дерева относительно объектов, принятых за эталон.* В зависимости от предпочтений ранжирование объектов может быть выполнено по возрастанию или убыванию обобщённых оценок в корневой вершине  $F_0$ .

Особенностью локального метода агрегирования является получение обобщённых оценок в корневой вершине  $F_0$  дерева (1) в отличие от интегрального, в котором агрегирования происходит по конечным критериям.

В общем случае результаты агрегирования оценок объектов интегральным и локальным методами различны. Однако результаты агрегирования совпадут только в одном случае, который представим в виде следующего утверждения.

**Теорема 3.** Пусть оценки объектов представлены в единой результирующей шкале по конечным критериям.

Тогда результаты агрегирования (36) оценок интегральным и локальным методами совпадут только в случае, если в локальном алгоритме исключить процедуру преобразования агрегированных оценок объектов в результирующую порядковую шкалу (24).

Доказательство. Доказательство проведём для четырех уровневого иерархического дерева (см. рис. 1).

В качестве исходных данных рассмотрим:

$Wl_1 = \{wl_{j_1} = wl(F_{j_1}) | j_1 = \overline{1, n_0}\}$  – множество весовых локальных коэффициентов групповых критериев первого уровня;

$Wl_2 = \{wl_{j_1j_2} = wl(F_{j_1j_2}) | j_2 = \overline{1, n_{j_1}}; j_1 = \overline{1, n_0}\}$  – множество весовых локальных коэффициентов групповых критериев второго уровня;

$Wl_3 = \{wl_{j_1j_2j_3} = wl(f_{j_1j_2j_3}) | j_3 = \overline{1, n_{j_2}}; j_2 = \overline{1, n_{j_1}}; j_1 = \overline{1, n_0}\}$  – множество весовых локальных коэффициентов конечных критериев третьего уровня;

$Wg_3 = \{wg_{j_1j_2j_3} = wg(f_{j_1j_2j_3}) | j_3 = \overline{1, n_{j_2}}; j_2 = \overline{1, n_{j_1}}; j_1 = \overline{1, n_0}\}$  – множество весовых глобальных коэффициентов конечных критериев третьего уровня, которые вычисляются по формуле

$$(41) \quad wg(f_{j_1j_2j_3}) = wl(F_{j_1}) \cdot wl(F_{j_1j_2}) \cdot wl(f_{j_1j_2j_3}).$$

Для корректного применения аддитивной свёртки оценки объектов по конечным критериям представлены в однородной порядковой шкале в виде множества  $\tilde{R} = \{r_{j_1j_2j_3}^{(q)} | a_q \in A\}$ .

Результат агрегирования интегральным методом можно представить в виде

$$(42) \quad r_{\Sigma}^{(q)} = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} wg(f_{j_1j_2j_3}) \cdot r_{j_1j_2j_3}^{(q)}, a_q \in A.$$

Исключив шаг 3 в локальном методе агрегирования, получим обобщённые оценки в вершинах дерева:

$$F_{j_1j_2}: \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} wl(f_{j_1j_2j_3}) r_{j_1j_2j_3}^{(q)} \quad \forall j_2 = \overline{1, n_{j_1}};$$

$$F_{j_1}: \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} wl(F_{j_1j_2}) \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} wl(f_{j_1j_2j_3}) \cdot r_{j_1j_2j_3}^{(q)} \quad \forall j_1 = \overline{1, n_0};$$

$$F_0: r_{\Sigma}^{(q)} = \sum_{j_1=1}^{n_0} wl(F_{j_1}) \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} wl(F_{j_1j_2}) \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} wl(f_{j_1j_2j_3}) r_{j_1j_2j_3}^{(q)}.$$

Исходя из переместительного свойства сложения, в вершине  $F_0$  получим следующий результат:

$$\sum_{j_1=1}^{n_0} wl(F_{j_1}) \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} wl(F_{j_1j_2}) \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} wl(f_{j_1j_2j_3}) r_{j_1j_2j_3}^{(q)} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_2}} \sum_{j_3=1}^{n_{j_3}} wl(F_{j_1})wl(F_{j_1j_2})wl(f_{j_1j_2j_3}) \cdot r_{j_1j_2j_3}^{(q)} = \\
 &= \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_2}} \sum_{j_3=1}^{n_{j_3}} wg(f_{j_1j_2j_3}) \cdot r_{j_1j_2j_3}^{(q)},
 \end{aligned}$$

где  $wl(F_{j_1})wl(F_{j_1j_2})wl(f_{j_1j_2j_3}) = wg(f_{j_1j_2j_3})$ .

Теорема доказана.

#### 4. Задача оценки информационных материалов

Задача оценки информационных материалов (объектов) стоит не только перед разведывательными подразделениям различных стран [20], но и является одной из важнейших задач коммерческих компаний при ведении конкурентной разведки [16].

Рассмотрим пример решения задачи многокритериального оценивания семи информационных материалов, которые представим в виде множества  $A = \{a_q | q = 1 \div 7\}$ , на модельных данных по пяти критериям:  $f_1$  – актуальность информационных материалов;  $f_2$  – достоверность информационных материалов;  $f_3$  – структурность информационных материалов;  $f_4$  – полнота (содержательность) информационных материалов;  $f_5$  – наглядность информационных материалов.

Исходные оценки  $r_j^{(q)} = f_j(a_q), j = \overline{1, 7}$ , информационных материалов в 10-балльной шкале измерения представим в таблице 1.

Таблица 1. Оценки объектов в 10-балльной шкале измерения

$A$	$r_1^{(q)}$	$r_2^{(q)}$	$r_3^{(q)}$	$r_4^{(q)}$	$r_5^{(q)}$
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
$a_1$	6	5	9	8	6
$a_2$	8	6	7	8	8
$a_3$	10	4	6	10	10
$a_4$	8	8	8	6	6
$a_5$	4	7	10	9	8
$a_6$	8	10	8	9	8
$a_7$	3	8	6	6	8

#### 4.1. ИЕРАРХИЧЕСКОЕ ДЕРЕВО КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ

Исходя из формы и ценности информационных материалов структурируем критерии в виде трёхуровневого иерархического дерева способом перечисления «по ветвям» (рис. 3).

Для представленного на рисунке дерева приняты следующие обозначения:  $F_0$  – обобщённый критерий ценности материалов;  $F_1$  – группа критериев полезности материалов, характеризующих  $f_{11}$  – актуальность материалов,  $f_{12}$  – достоверность материалов;  $F_2$  – группа показателей построения формы материалов, характеризующих  $f_{21}$  – структурность материалов,  $f_{22}$  – полноту (уровень) раскрытия темы материалов,  $f_{23}$  – наглядность материалов.

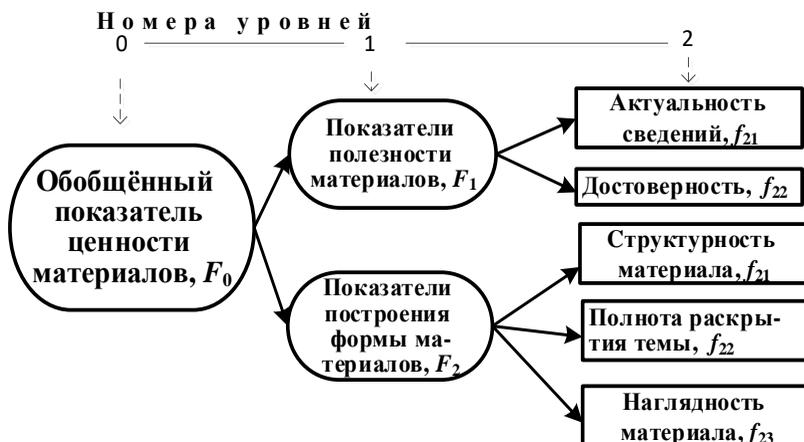


Рис. 3. Иерархическое дерево критериев ценности материалов

#### 4.2. ЭКСПЕРТНАЯ ОЦЕНКА ВЕСОВ ВАЖНОСТИ КРИТЕРИЕВ

Пусть экспертными методами сформированы следующие весовые локальные коэффициенты критериев, а именно:

а) весовые локальные коэффициенты групповых критериев:

$$F_0: wl(F_1) = 0,7; wl(F_2) = 0,3;$$

б) весовые локальные коэффициенты конечных критериев:

$$F_1: wl(f_{11}) = 0,6; wl(f_{12}) = 0,4;$$

$$F_2: wl(f_{21}) = 0,5; wl(f_{22}) = 0,3. wl(f_{23}) = 0,2.$$

Глобальные коэффициенты конечных критериев находим произведением локальных коэффициентов вершин, лежащих на пути от корневой вершины  $F_0$  к произвольной конечной вершине:  $wg(f_{11}) = 0,42$ ;  $wg(f_{12}) = 0,28$ ;  $wg(f_{13}) = 0,15$ ;

$$wg(f_{21}) = 0,09; wg(f_{22}) = 0,06.$$

Легко убедиться, что сумма глобальных коэффициентов равна единице.

#### 4.3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИНТЕГРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Агрегирование данных интегральным методом выполним без и с глобальными коэффициентами критериев по конечным вершинам дерева по формуле:  $y_{\Sigma}^{(q)} = \sum_{j=1}^5 wg(f_j) \times r_j^{(q)}$ , где соответствие между нумерацией конечных критериев дерева на рис. 3 имеет вид  $f_1 \equiv f_{11}$ ,  $f_2 \equiv f_{12}$ ,  $f_3 \equiv f_{13}$ ,  $f_4 \equiv f_{21}$ ,  $f_5 \equiv f_{22}$ .

Результаты агрегирования интегральным механизмом по конечным критериям представлены в столбце 7 таблицы 2, которые затем преобразованы в оценки 10-балльной шкалы (см. ст. 8).

Таблица 2. Оценки объектов с учётом глобальных весов

A	$r_1^{(q)}$	$r_2^{(q)}$	$r_3^{(q)}$	$r_4^{(q)}$	$r_5^{(q)}$	$y_{\Sigma}^{(q)}$	$r_{\Sigma}^{(q)}$
1	2	3	4	5	6	7	8
$a_1$	2,52	1,40	1,35	0,72	0,36	6,35	3
$a_2$	3,36	1,68	1,05	0,72	0,48	7,29	6
$a_3$	4,20	1,12	0,90	0,90	0,60	7,72	8
$a_4$	3,36	2,24	1,20	0,54	0,36	7,70	8
$a_5$	1,68	1,96	1,50	0,81	0,48	6,43	4
$a_6$	3,36	2,80	1,20	0,81	0,48	8,65	10
$a_7$	1,26	2,24	0,90	0,54	0,48	5,42	1

С учётом оценок объектов в 10-балльной шкале имеем упорядочение:  $a_6 > \{a_3 \approx a_4\} > a_2 > a_5 > a_1 > a_7$ .

#### 4.4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛОКАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Агрегирование данных локальным методом выполним с локальными коэффициентами критериев в соответствии с шагами алгоритма.

В таблице 3 представлены результаты агрегирования данных локальным методом с учётом локальных весов критериев.

Таблица 3. Результаты агрегирования локальным методом

A	$F_1$		$F_2$		$F_0$	
	$y_{\Sigma}^{(q)}$	$r_1^{(q)}$	$y_{\Sigma}^{(l)}$	$r_2^{(q)}$	$y_{\Sigma}^{(l)}$	$r_0^{(q)}$
1	2	3	4	5	6	7
$a_1$	5,60	2	8,1	6	3,20	3
$a_2$	7,20	6	7,5	5	5,70	6
$a_3$	7,60	7	8,0	6	6,70	8
$a_4$	8,00	8	7,0	3	6,50	7
$a_5$	5,20	1	9,3	10	3,70	4
$a_6$	8,80	10	8,3	7	9,10	10
$a_7$	5,00	1	6,4	1	1,00	1

С точки зрения анализа устойчивости решений построения результирующего ранжирования можно сделать следующие выводы:

1. В обоих методах агрегирования объект  $a_6$  оказался строго предпочтительнее всех остальных объектов.

2. Объекты  $a_3$  и  $a_4$  при интегральном методе агрегирования оказались эквивалентными, а при локальном объект  $a_3$  строго предпочтительнее  $a_4$ .

3. При обоих методах агрегирования объекты  $a_6, a_3, a_4$  оказались строго предпочтительнее объектов  $a_2, a_5, a_1, a_7$

Сравнение объектов по предпочтительности в 10-балльной шкале наглядно представлено на рис. 4.

В результате получим следующее ранжирование объектов:

$$a_6 > a_3 > a_4 > a_2 > a_5 > a_1 > a_7.$$

Из данного примера видны преимущества локального механизма агрегирования, так как:

– он более гибко учитывает имеющуюся информацию с учётом оценок по отдельным подструктурам критериев в общей структуре (позволил упорядочить объекты  $a_3$  и  $a_4$ );

– обладает большей различающей способностью и, кроме того, он позволяет получить оценки во всех промежуточных вершинах и проанализировать, из каких составляющих складывается окончательный результат.

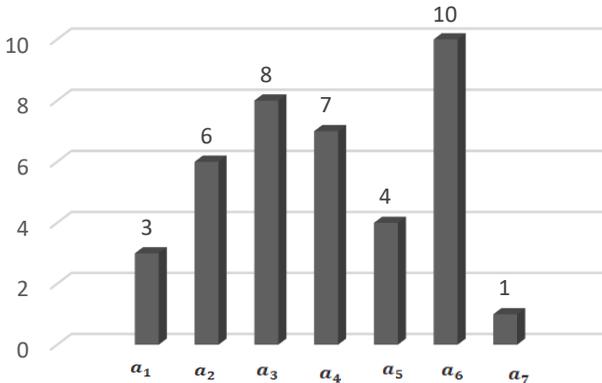


Рис. 4. Сравнение объектов в результирующей шкале

## 5. Заключение

Сложность решения задач многокритериального оценивания и выбора связана с необходимостью применения экспертных методов для оценки весов важности критериев иерархического дерева, отражающего многоуровневую структуру объектов.

В статье предложена удобная нумерация вершин по ветвям иерархического дерева и доказано, что процедура вычисления глобальных коэффициентов через мультипликативную свёртку локальных коэффициентов важности критериев согласуется с определением локальных весовых коэффициентов, определяемых как отношение количественного веса критерия к сумме весов подкритериев, входящих в вершину более высокого уровня.

Метод локального агрегирования оценок объектов обладает важными свойствами, а именно: адекватностью упорядочений объектов в любой вершине дерева относительно вычисления агрегированных оценок, наглядностью, возможностью понимания и контроля промежуточных результатов аналитиками, большей

объективностью вычисленных оценок в корневой вершине дерева. В частности, локальный метод устойчив к наличию ошибок в измерениях исходных оценок объектов, не приводящих к изменению их порядка в процедурах агрегирования.

Результаты агрегирования оценок интегральным и локальным методами совпадут полностью только в случае, если в локальном алгоритме исключить процедуру преобразования агрегированных оценок объектов в результирующую порядковую шкалу.

Представленные научные результаты, а именно: о сумме весов критериев на  $k$ -м уровне иерархии, об аддитивном свойстве мультипликативной свёртки весов критериев, о совпадении результатов агрегирования, математически обоснованы.

### Литература

1. АРИСТОВА Е.М. Упрощение задачи линейной многокритериальной оптимизации с помощью метода агрегирования целевых функций // Вестник ВГУ, серия: системный анализ и информационные технологии. – 2012. – №2. – С. 11–17.
2. АНОХИН А.М., ГЛОТОВ В.А., ПАВЕЛЬЕВ В.В. и др. Методы определения коэффициентов важности критериев // Автоматика и телемеханика. – 1997. – №8. – С. 3–35.
3. БОРИСОВА В.В., ДЕМКИНА О.В., ШАЛАМОВА Н.Г. Методические аспекты построения интегрального показателя оценки готовности экономики России к цифровизации // Экономика: вчера, сегодня, завтра. – 2019. – Том 9, №10А. – С. 137–148.
4. БОРМОТОВ А.Н. Обоснование метода формирования весовых коэффициентов критерия практической оптимальности по результатам математического моделирования композитов // Технические науки. – 2016. – №8. – С. 14–18.
5. ВАСИН А.А., КРАСНОЩЕКОВ П.С., МОРОЗОВ В.В. Исследование операций. – М.: Академия, 2008. – С. 170.
6. ЗОТЬЕВ Д.Б. К проблеме определения весовых коэффициентов на основании экспертных оценок // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2011. – №1. – Т. 77. – С. 75–78.

7. КОРНЕЕНКО В.П. *Метод косвенных предпочтений формирования весов критериев в задачах с многоуровневой структурой* // *Онтология проектирования*. – 2023. – Т. 13, №4(50). – С. 580–596.
8. КОРНЕЕНКО В.П. *Метод локального агрегирования данных объектов с многоуровневой структурой в порядковых шкалах* // *Труды 14-й Международной конференции "Управление развитием крупномасштабных систем" (MLSD-2021)*. – М.: ИПУ РАН, 2021. – С. 485–493. – URL: <https://mlsd2021.ipu.ru/proceedings/485-493.pdf>.
9. КОРНЕЕНКО В.П. *Многокритериальное ранжирование и выбор в ранговых градациях объектов, измеренных в разнотипных шкалах* // *Прикладная математика и вопросы управления*. – 2023. – №4. – С. 55–59.
10. КРИВУЛИН Н.К. и др. *О решении многокритериальных задач принятия решений на основе парных сравнений* // *Компьютерные инструменты в образовании*. – 2020. – №2. – С. 27–58.
11. ЛОПУХИН М.М. *«ПАТТЕРН» – метод планирования и прогнозирования научных работ*. – М.: Советское радио, 1971. – 160 с.
12. ПОДИНОВСКИЙ В.В. *Количественная важность критериев и аддитивные функции ценности* // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 2013. – №1. – С. 133–142.
13. ПОЛИЩУК Л.И. *Об обобщенных критериях с коэффициентами важности в задачах векторной оптимизации* // *Автоматика и телемеханика*. – 1982. – №2. – С. 55–60.
14. ПОСТНИКОВ В.М., СПИРИДОНОВ С.Б. *Методы выбора весовых коэффициентов локальных критериев* // *Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн.* – 2015. – №06. – С. 267–287.
15. РАМЕЕВ О.А. *Оценка качества и агрегирование в многоуровневых системах организационного управления*. – М.: ИКСИ, 1998. – 228 с.
16. ЮЩУК Е.Л., ПЕТРЯШОВ Д.В., КУЗИН А.В. и др. *Конкурентная разведка*. – Екатеринбург: Урал. гос. экон. ун-т., 2015. – 210 с.

17. BELTON V., STEWART T.J. *Multiple criteria decision analysis. An integrated approach.* – Boston : Kluwer, 2003. – 374 p.
18. KEENEY R.L., RAIFFA H. *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-Offs.* – New York: Wiley, 1976. – 569 p.
19. KENDALL M.G. *Rank correlation methods.* – New York: Oxford University, 1990. – 260 p.
20. PLATT W. *Strategic Intelligence Production. Basic Principles.* – New York: Frederic A. Praeger, 1957. – 302 p.
21. PFANZSAGL J. *Theory of measurement.* – Berlin, Heidelberg: Spriger-Verlag, 1971. – 235 p.
22. SAATY T.L. *The Analytic Hierarchy Process.* – New York: McGraw-Hill, 1980. – 257 p.

## METHODS OF LOCAL AND INTEGRAL MULTILEVEL AGGREGATION ESTIMATES OF OBJECTS MEASURED IN DIFFERENT TYPES OF SCALES

**Viktor Korneenko**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Senior Researcher, Ph.D (vkorn@ipu.ru).

**Oleg Rameev**, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Doctor of Science (Eng.), professor (ierp2002@mail.ru).

*Abstract: In the tasks of multi-criteria assessment and selection of objects with a multilevel structure, the initial data characterizing the objects are usually measured in different scales. In this regard, the use of additive convolution for the end criteria of a hierarchical tree reflecting the multilevel structure of objects is correct only for estimates of objects represented or transformed to a single homogeneous scale. The article introduces the concept of weight in the quantitative scale of the relations of the criterion (k-1)-th level of the hierarchical tree, determined by the sum of the weights of the subcriteria of the k-th level. In this case, the application of the procedure for calculating global normalized weights, which are commonly called coefficients, at each level of the hierarchy through a multiplicative convolution of local coefficients lying on the path from the root vertex is correct. The proposed method of local aggregation of estimates of objects with a multilevel structure has an important property, namely: the adequacy of the ordering of objects at any vertex of the hierarchical structure of criteria for calculating aggregated estimates in a quantitative, ordinal (rank) scale. It is shown under what conditions the integral method of aggregated estimates based on global coefficients of the end criteria coincides with the local one. The advantages of the local method are visibility, the ability for analysts to understand and control intermediate results, and greater objectivity of calculated estimates at the root*

*vertex of the hierarchical tree. The essence of the methods and their comparison is shown by the example of a multi-criteria evaluation of information materials.*

**Keywords:** hierarchical tree, local and global weights of criteria, local data aggregation, scale transformation.

УДК 519.8

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.2

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.*

*Поступила в редакцию 25.02.2024.*

*Опубликована 31.07.2024.*

## КОМПЛЕКСНАЯ ОЦЕНКА ИНФОРМАЦИОННЫХ РИСКОВ. I: КРАТКИЙ ОБЗОР ПОДХОДОВ И МЕТОДОВ

Рей А. С.<sup>1</sup>, Калашников А. О.<sup>2</sup>  
(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Сложные информационные системы (в частности, системы Интернета вещей) характеризуются различными видами неопределённости. Среди них можно выделить неопределённость значений отдельных факторов оценки состояния системы в целом, неопределённость взаимного влияния элементов системы друг на друга, а также неопределённости зависимости риска системы в целом от значений локальных рисков как характерные для этого класса систем. Существующие методы оценки информационных рисков сложных систем не учитывают перечисленные типы неопределённости одновременно. В то же время, поскольку именно неопределённость является причиной отклонения системы от целевого режима функционирования, необходимость учитывать хотя бы основные её виды при оценке рисков очевидна. Предлагаемая статья содержит краткий обзор существующих подходов к оценке рисков информационных систем, а также анализ возможности учета перечисленных выше видов неопределенности в рамках каждого из них. По итогам анализа в качестве перспективного был выбран метод комплексной оценки, изначально разработанный для механизма комплексного оценивания организационных систем и в последние годы все чаще использующийся для оценки рисков, в том числе в информационных системах.*

Ключевые слова: сложные информационные системы, интегральный риск, комплексная оценка, учет неопределенности.

### 1. Введение

Постановка и решение задач управления рисками сложных информационных систем в целом предполагает, что предварительно получены обоснованные оценки трех основных факторов информационной безопасности (ИБ): целостности, конфиденциальности и доступности [23]. При этом, хотя сами эти факторы являются универсальными и применимы к любой информационной системе, предложить столь же универсальный алгоритм их

---

<sup>1</sup> Анастасия Сергеевна Рей, м.н.с. (a.rey@ipu.ru).

<sup>2</sup> Андрей Олегович Калашников, д.т.н., г.н.с. (aokalash@ipu.ru).

оценки затруднительно ввиду широкого разнообразия классов информационных систем с различной спецификой.

В случае, если управление интегральным риском информационной системы производится на основе её математической модели с использованием количественного подхода (обычно сводящегося к решению некоторой задачи оптимизации или игры в нормальной форме), алгоритм оценки факторов информационной безопасности должен удовлетворять нескольким базовым критериям, а именно:

- А. включать все значимые факторы риска;
- В. отражать связи и взаимозависимость факторов риска;
- С. выходные значения должны быть представлены как минимум в порядковой шкале (предпочтительно в интервальной или в шкале отношений).

Как будет показано далее, качественные подходы оценки рисков сложных информационных систем доминируют над количественными. По мнению авторов, одной из главных причин этого является отсутствие требования построения модели защищаемой системы для целей оценки её рисков в действующих стандартах ИБ. Отметим, что в нормативной документации не закреплено правило агрегирования оценок трех основных факторов информационной безопасности. Иными словами, даже получив каким-либо образом численные значения, характеризующие риск информационной системы в части конфиденциальности, целостности и доступности обрабатываемых с её помощью данных, специалист по ИБ не может воспользоваться каким-либо стандартным методом для того чтобы охарактеризовать безопасность системы в целом.

Для решения этой проблемы в ранее опубликованной работе [11] был предложен вариант оценки интегрального информационного риска путем агрегирования оценок конфиденциальности, целостности и доступности методом комплексного оценивания (КО) [5]. Будучи разработанным для оценки состояния организационных систем с активными агентами, он изначально проектировался устойчивым к манипуляциям значениями отдельных критериев. Возможность построения различных структур дерева

свёртки позволяет в достаточной мере учесть взаимосвязь критериев, а хорошая сочетаемость с экспертными методами обеспечивает применимость в ситуациях, когда количественная оценка факторов риска затруднена или невозможна. Однако автор работы [11] не обсуждал способы получения оценок этих факторов по отдельности.

Вторым важным вопросом при оценке информационных рисков является учёт различных видов неопределённости. Хотя сбор объективных данных о состоянии информационных систем в силу их природы проще, чем, скажем, для социально-экономических систем, следует учитывать фактор быстрого устаревания накопленных данных из-за высокой степени изменчивости как самих рассматриваемых систем, так и их операционного окружения (которое тоже зачастую представляет собой информационную систему, но большего масштаба). По этой причине необходимость учёта неопределённости при оценивании рисков является объективной и обусловлена их спецификой.

В первой части настоящей работы приведена общая постановка задачи управления рисками сложных систем в условиях неопределённости, представлен краткий обзор существующих подходов и методов оценки информационных рисков, а также анализ возможности их модификации для учёта видов неопределённости, характерных для сложных информационных систем.

Во второй части работы авторы разовьют идею, лежащую в основе работы [11], и предложат алгоритм построения дерева комплексной оценки для получения значений рисков по основным факторам (ИБ): целостности, конфиденциальности и доступности в порядковой шкале. Обоснование выбора именно этого подхода представлено в первой части.

## **2. Формальная постановка задачи управления сложной системой**

Пусть  $Q$  – множество состояний сложной системы;  $\Theta$  – множество состояний внешней для системы среды;  $\theta \in \Theta$  – наблюдаемое в данный момент состояние внешней среды;  $U$  – множество

наборов управляющих воздействий;  $u \in U$  – применяемое воздействие;  $q = q(u, \theta) \in Q$  – состояние системы, определенное применяемым воздействием и состоянием внешней среды.

Опишем зависимость целевой функции управления от состояния системы и состояния внешней среды функционалом  $K = K(u, q, \theta) = K(q(u, \theta))$ . Тогда задача управления заключается в поиске таких оптимальных управляющих воздействий  $u^* \in U$ , что

$$(1) \quad K(u^*, q, \theta) = \max_{u \in U} K(u, q, \theta).$$

Предположим, что существует набор  $(u^*, q^*, \theta^*)$ , при котором целевая функция достигает максимально возможного значения:

$$(2) \quad K(u^*, q^*, \theta^*) = \max_{u \in U} \max_{q \in Q} \max_{\theta \in \Theta} K(u, q, \theta).$$

Введем функцию потерь, равную разности максимальных значений целевой функции и текущего состояния сложной системы:

$$(3) \quad \varphi(u, q, \theta) = K(u^*, q^*, \theta^*) - K(u, q, \theta).$$

Из (3) следует, что задача максимизации целевой функции эквивалентна задачи минимизации функции потерь, т.е.  $K(u^*, q^*, \theta^*) - \max_{u \in U} K(u, q, \theta) = \min_{u \in U} \varphi(u, q, \theta)$ .

Однако в сложных информационных системах полная информированность встречается редко. Чаще всего управляющая система встречается с неопределенностью, т.е. отсутствием полной или достоверной информации о состоянии управляемой системы.

Введем устраняющий неопределенность оператор  $\mathfrak{Z} = \mathfrak{Z}K(u, \cdot, \cdot)$ . Результат его применения к целевой функции зависит только от выбранного управления  $u$ . Тогда задачу поиска оптимального управляющего воздействия  $u^*$ , максимизирующего значение целевой функции в условиях неопределенности, можно представить следующим образом:

$$(4) \quad \mathfrak{Z}(u^*) = \max_{u \in U} \mathfrak{Z}(u).$$

Введем функцию риска

$$(5) \quad \rho(u) = \mathfrak{Z}(u^*) - \mathfrak{Z}(u),$$

где  $\rho(u)$  – риск сложной системы, связанный с применением управляющего воздействия. Тогда задача минимизация риска записывается как

$$(6) \rho(u^*) = \min_{u \in U} \rho(u),$$

и справедливо следующее:

$$(7) u^* = \operatorname{Argmax}_{u \in U} \mathfrak{S}(u) = \operatorname{Argmin}_{u \in U} \rho(u).$$

Иными словами, задача управления сложной системой в условиях неопределенности и эквивалентна задачи минимизации риска.

Отметим, что для её решения необходимо вначале идентифицировать вид функции оценки интегрального риска и, в частности, снимающего неопределённость функционала. Далее в настоящей работе приведён краткий обзор существующих подходов и методов оценки информационных рисков и анализ их на предмет возможности комплексирования с методами учёта видов неопределенности, характерных для информационных систем.

### **3. Краткий обзор существующих подходов и методов оценки информационных рисков**

В семействе стандартов ISO/IEC 27005 [23] риск определен как отклонение ожидаемого состояния системы от ее целевого состояния под воздействием неопределенности. Под неопределенностью при этом понимается то состояние, при котором присутствует недостаток информации о событии, в частности, отсутствие знаний о самом событии либо вероятности или последствий его наступления. Классификация рисков, в том числе и информационной безопасности, а также методология их оценки в общем виде представлены в стандартах, таких как [7, 8, 23, 24]. Предлагаемая в вышеперечисленных стандартах методология оценки рисков в основном сводится к оценке частоты возникновения угрозы и расчета величины ущерба для актива системы. Методы же оценки рисков делятся на количественные, качественные и комбинированные [23].

Исследований в области оценки рисков информационных систем в настоящий момент проводится достаточно много. Специалисты применяют различные подходы и методы с целью построения объективной (по возможности) их оценки. В этом смысле количественный подход является предпочтительным по сравнению с качественным [16], поэтому в последнее время ак-

тивно растет число работ, в которых предлагаются различные методы количественной оценки рисков. Среди последних следует выделить статистические методы [27], в том числе использующие стохастическое моделирование (например методом Монте-Карло). С целью решения последней задачи часто применяются аппарат нечеткой логики [12, 13], энтропийный подход [18], расчет риска с использованием открытого стандарта CVSS (Common Vulnerability Scoring System) [9]. Для построения количественных прогнозов обычно используют теоретико-графовый подход – методы теории графов и матричной записи [20].

Стоит отметить также и попытки учесть неопределенность, вызываемую взаимным влиянием элементов друг на друга. Так, в работе [10] рассматривался системный граф с передачей риска между элементами по его рёбрам в ходе импульсного процесса («Когнитивная игра» [14]). Было найдено условие, которому должна удовлетворять матрица собственных значений такого графа для того, чтобы импульсный процесс был сходящимся. В работе [32] рассматривается другая постановка, при которой сами риски между элементами не передаются, но значение локального риска зависит от положения элемента в системе. Получены точные или приближённые решения для простых структур типа «цепь» и «звезда».

Отметим, что получить релевантные количественные оценки сложнее, чем качественные. Так, довольно распространённым является вычисление значения риска на основе ретроспективных статистических данных, для применения которых необходимо обладать достаточно большим массивом исторических данных о защищаемой системе. Учитывая, что характерной особенностью информационных систем является их непрерывная адаптация под изменяющиеся задачи и операционное окружение, на практике накопленные ретроспективные данные могут оказаться нерелевантными для оценивания рисков. По этой причине для оценки информационных рисков широко применяются (и будут применяться в ближайшем будущем) качественные методы. Например, для построения качественного прогноза используют теоретико-графовые подходы, но связанные с построением деревьев отказов, защиты от атак и иных древовидных структур [22, 30, 31, 35]. К данной группе можно отнести и безмодельный

подход с использованием алгоритмов, основанных на анализе больших данных и машинном обучении [26, 29, 37]. А в работах [6, 25], авторы используют социотехнический подход при оценке рисков с учетом состояния окружающей среды и пользователей системы. С целью качественной объективизации экспертных оценок используется метод попарного сравнения [34] или статистические методы [15]. В работах [4, 28] применяется метод анализа иерархий с последующим агрегированием оценок отдельных факторов в виде взвешенной суммы, в работе [17, 19] применён сценарный подход с целью ранжирования серьезности последствий, а в работе [36] для этой же цели применён метод STRIDE (Spoofing, Tampering, Repudiation, Information Disclosure, Denial of Service, and Elevation of Privilege – подмена, фальсификация, отказ от ответственности, раскрытие информации, отказ в обслуживании и повышение привилегий), в работе [33] предлагается ранжировать риски с помощью FMEA-анализа (анализ режимов отказов и последствий). В работе [21] используется метод анализа уровня блокады и защиты. Авторы выражают оценку рисков через уровни защищенности активов. Уровни защищенности рассчитываются в долях, а затем полученные значения переводятся в качественную шкалу, соответствующую уровню риска. Среди качественных методов стоит отметить и механизм КО [1, 2, 5], позволяющий агрегировать экспертные оценки с результатами объективных измерений (с редукцией в порядковую шкалу). В результате получается структура агрегирования в виде бинарного дерева, причём можно настраивать как порядок свёртывания критериев, так и сами матрицы свёртки.

В дополнение к основанию классификации, закреплённому в стандарте, авторы полагают целесообразным при рассмотрении методов оценки рисков определять, в какой степени тот или иной из них учитывает неопределённость. Последняя играет ключевую роль при построении оценок рисков ввиду того, что является причиной отклонения системы от целевого режима функционирования. При работе со сложными системами наиболее часто приходится иметь дело с неопределённостями следующих видов:

А. неопределённость значений отдельных факторов оценки состояния системы в целом;

В. неопределённость взаимного влияния элементов системы друг на друга;

С. неопределённость зависимости риска системы в целом от значений локальных (точечных) рисков.

Отметим, что даже если ограничиться одним классом сложных систем – информационными системами, методов оценки рисков для таких систем предлагается очень много. В связи с этим представляется разумным попытаться классифицировать предлагаемые методы и инструменты, с тем чтобы отыскать возможные пробелы в этом многообразии. Были проанализированы источники за 2019–2023 гг., направленные на разработку подходов по оценке рисков информационных систем. Результаты исследования сведены в таблицу 1.

**Статистический подход.** К статистическому подходу можно отнести стохастическое моделирование [27] и статистический метод объективизации экспертных оценок [15]. С помощью данного подхода можно учесть неопределенность вида А путем введения в оценку рисков параметров вероятности или влияния в виде диапазона значений, как в [27], или же посредством генерации дискретного распределения на основе взвешенных мнений экспертов [15].

**Нечеткая математика.** Подходы с применением нечеткой логики [12, 13] предполагают использование лингвистических переменных для формирования функции принадлежности на интервальном промежутке, что позволяет учитывать неопределенность вида А.

**Энтропийный подход.** Чаще всего энтропийный подход в задачах по оценке рисков используется с целью определения веса экспертной оценки. В работе [18] авторы используют энтропию Шеннона с целью преобразования нечетких мнений экспертов в числовые значения, тем самым учитывая, в некотором роде, неопределенность вида А.

**Использование открытых стандартов.** Еще одним подходом для оценки рисков является определение факторов риска в рамках системы оценки уязвимостей, заданной некоторым стандартом (открытый стандарт CVSS, стандарты семейств ISO 27005) [9, 23]. В стандартах неопределенность значения факторов предполагается, но в явном виде не учитывается. Тем не менее

в работах, где в алгоритмах с использованием иерархии рисков применяется открытый стандарт, например в [9], в некотором роде учитывается неопределенность вида С в случае, если локальные риски полагаются независимыми.

**Теоретико-графовый подход.** К данному подходу можно отнести методы теории графов [20], включая построение древовидных структур [22, 30, 31, 35]. В работе [20] матрица зависимости функционирования объектов системы позволяет строить оценки, учитывающие взаимное влияние элементов системы, т.е. учитывать неопределенность вида В. При построении древовидных структур (графов атак, отказов, защиты) узлы представляют собой или действия злоумышленников, или решения ЛППР. Элементы же системы в структуру дерева чаще всего не включены и рассматриваются в качестве своего рода «вспомогательных активов» и, следовательно, учет их взаимного влияния не происходит. Тем не менее, поскольку их значения учитываются при оценке интегрального риска системы (см., например, [31]), можно говорить о наличии в рамках подхода механизма учета неопределенности вида С.

**«Когнитивная игра».** Данный метод был специально разработан для формализованной оценки и управления рисками в сложных сетях в условиях, когда элементы системы влияют друг на друга и на интегральный риск [10, 14], что позволяет учитывать неопределенности вида В и С.

**Безмодельный подход.** К безмодельному подходу относятся методы машинного обучения [26, 29, 37], алгоритмы которых собирают и классифицируют большие массивы данных о состоянии системы, а также идентифицируют аномалии, сравнивая неизвестные значения параметров с параметрами, определенными ранее. Это позволяет отнести данные методы к тем, что учитывают неопределенность вида А. Однако учесть неопределенности видов В и С в рамках указанного подхода невозможно.

**Социотехнический подход.** К данному подходу, в первую очередь, относится метод профилирования [6, 25]. Несмотря на то, что авторы работают с неопределенным объектом, так как параметры злоумышленника не могут быть определены точно, они рассматривают исключительно детерминированные случаи, не учитывая неопределенности видов А, В и С.

**Попарное сравнение.** Метод попарного сравнения в большинстве случаев используется с целью объективизации оценок экспертов с дальнейшей их приоритизацией [34]. Параметры оценки рисков информационных систем основаны на точно-заданных весовых коэффициентах, определенных экспертами. Весовые значения критериев и их подкритериев попарно сравниваются без учета взаимного влияния элементов системы друг на друга. Механизмов учета неопределенности рассматриваемых видов метод не содержит.

**Анализ иерархий.** Подход представляет собой качественную оценку рисков и применяется для поддержки принятия решений на основе индексов важности множества критериев. Так, например, в работах [15, 28] оценки экспертов агрегируются в виде взвешенной суммы.

**Сценарный подход.** Метод сценарного анализа чаще всего используют для расчета риска возникновения сценария с последующим ранжированием в зависимости от тяжести последствий. Например, в работах [17, 19] рассматривают вероятностные рисковые ситуации и их воздействия на основе экспертного мнения. Параметры оценивания определяются в детерминированных шкалах. По задумке авторов, вероятность рассмотренных сценариев зависит от ключевых показателей эффективности, а именно, конфиденциальности, целостности, реальности, специальных возможностей, обслуживания, гибкости, безопасности. При этом возможное взаимное влияние этих показателей на риски других сценариев не учитывается. Риск каждого отдельно взятого сценария рассчитывается без учета структуры системы в целом. Таким образом, в сценарном подходе не учтен ни один из рассматриваемых в данной работе видов неопределенности.

**Ранжирование.** Помимо методов, встречающихся в сценарном подходе, для приоритизации факторов риска используют такие методы, как например, FMEA (анализ режимов отказов и последствий) [33] или STRIDE (Spoofing, Tampering, Repudiation, Information Disclosure, Denial of Service, and Elevation of Privilege – подмена, фальсификация, отказ от ответственности, раскрытие информации, отказ в обслуживании и повышение привилегий) [36]. Данные методы включают в себя параметры оценки

локальных рисков сложных систем на основе точно-заданных весовых коэффициентов. Учет неопределенностей видов А, В, С в этих методах не производится.

**Анализ уровня защиты и блокады.** Данный подход представляет собой пример качественной оценки рисков активов и сценариев с помощью анализа уровня блокады и защиты (BDLA) [21] без дальнейшего агрегирования в интегральную оценку и учета рассмотренных в данной работе видов неопределенности.

**Методы агрегирования** должны применяться при переходе от оценки локальных рисков к интегральному. К основным методам можно отнести метод порогового агрегирования [3] и механизм комплексного оценивания [1, 2, 5]. Последний проектировался для использования при управлении организационными системами и потому разработан так, чтобы быть устойчивым к небольшим изменениям значений отдельных критериев. Таким образом, манипулируя структурой дерева и матриц свертки критериев, метод позволяет учесть зависимость интегрального риска от значений локальных рисков и тем самым учесть влияние неопределенности вида В и С.

*Таблица 1. Учет неопределенности в методах и подходах оценки риска при оценке интегрального риска сложных систем*

Группа методов	Основной метод	Возможность количественной оценки риска	Учет неопределенности вида:			Ссылки
			А	В	С	
Статистический подход	Стохастическое моделирование	Да	Да	Нет	Нет	[27]
	Объективизация экспертных оценок	Нет	Да	Нет	Нет	[15]
Нечеткая математика	Методы нечеткой логики	Да	Да	Нет	Нет	[12, 13]
Энтропийный подход	Энтропия Шеннона	Да	Да	Нет	Нет	[18]

Таблица 1 (продолжение).

Использование открытых стандартов	Методы оценки рисков в соответствии со стандартами CVSS, ISO27005	Да	Нет	Нет	Да	[9, 23]
Теоретико-графовый подход	Методы теории графов и матричной записи	Да	Нет	Да	Нет	[20]
	Построение графов отказов, атак, защиты	Нет	Нет	Нет	Да	[22, 30, 31, 35].
«Когнитивная игра»	Когнитивное игровое моделирование	Да	Нет	Да	Да	[10, 14]
Структурный подход			Нет	Да	Нет	[32]
Безмодельный подход	Методы машинного обучения	Нет	Да	Нет	Нет	[26, 29, 37]
Социотехнический подход	Профилирование	Нет	Нет	Нет	Нет	[6, 25]
Попарное сравнение	Метод попарного сравнения	Нет	Нет	Нет	Нет	[34]
Анализ иерархий	Метод анализа иерархий	Нет	Нет	Нет	Нет	[4, 28]
Сценарный подход	Сценарный анализ	Нет	Нет	Нет	Нет	[17, 19]
Ранжирование	FMEA, STRIDE	Нет	Нет	Нет	Нет	[32, 36]
Анализ уровня защиты и блокады	Метод анализа уровня блокады и защиты	Нет	Нет	Нет	Нет	[21]
Методы агрегирования	Пороговое агрегирование	Нет	Нет	Нет	Да	[3]
	Комплексная оценка	Нет	Нет	Да	Да	[1, 2, 5]

По итогам анализа рассмотренных отечественных и зарубежных источников были выявлены следующие недостатки имеющихся подходов и методов, направленных на оценку рисков

сложных систем. Несмотря на то, что для решения задач управления сложными системами, в частности, информационными, возникает необходимость получения оценок текущих значений как локальных рисков защищаемой системы, так и интегрального, характеризующего систему в целом, большинство исследований сфокусировано на оценке локальных рисков. При этом для получения адекватной оценки считается необходимым учесть некоторые неопределенности. Тем не менее крайне мало работ, учитывающих неопределенность значений отдельных факторов оценки системы в целом.

В большинстве своем авторы используют точно заданные параметры, полученные на основе статистических данных, на основе заранее установленной шкалы или на основе предположений, что заведомо неопределенная ситуация является детерминированной. Случаи же с неопределенностью данного вида разрешаются переходом к точному значению либо в виде математического ожидания случайной величины, либо вовсе экспертным методом. Еще одним недостатком в современных подходах к оценке риска сложных систем является то, что влияние риска или критерия одного элемента на другой практически совсем не рассматривается.

Таким образом, анализ показал, что в настоящее время ни один из рассмотренных методов не учитывает одновременно все три вида неопределенности. Тем не менее среди основных методов оценки рисков можно выделить метод комплексного оценивания, делающий упор на качественную оценку, и метод «когнитивной игры», делающий упор на количественную, и каждый из которых по-своему учитывает два вида неопределенности из трех.

Для количественной оценки требуется большой набор данных. Информационные системы имеют возможность накапливать большой массив информации. Однако одной из особенностей данного вида систем является их непрерывная эволюция и изменение порядка своего функционирования, что делает накопленные ранее данные бесполезными. В связи с этим видится разумным для учета всех видов неопределенности сложных информационных систем адаптировать качественный метод, метод КО.

#### 4. Заключение

Для решения задачи эффективного управления сложными информационными системами, формально записываемой в виде (1), можно воспользоваться решением эквивалентной ей задачи минимизации риска (6). Для этого нужно научиться вычислять значения функции риска  $\rho(u) = \mathfrak{Z}(u^*) - \mathfrak{Z}(u)$ , где  $\mathfrak{Z} = \mathfrak{Z}K(u, \cdot, \cdot)$  – снимающий неопределенность функционал, зависящий только от выбранного управляющего воздействия;  $K(q(u, \theta))$  – функционал, описывающий зависимость состояния системы  $q$  от управляющего воздействия  $u \in U$  и состояния внешней среды  $\theta \in \Theta$ ;  $U$  и  $\Theta$  – множества допустимых управляющих воздействий и возможных состояний внешней среды соответственно. Иными словами, необходимо идентифицировать вид функций риска и снимающего неопределенность функционала.

Существующие модели и методы оценки информационных рисков в большинстве своем разрабатывались без учёта видов неопределенности, характерной для сложных информационных систем. В настоящей работе они рассмотрены с точки зрения их потенциала в части учета характерных для рассматриваемого класса систем видов неопределенности. К таковым авторы относят неопределённость значений отдельных факторов оценки состояния системы в целом, неопределённость взаимного влияния элементов системы друг на друга, а также неопределённости зависимости риска системы в целом от значений локальных рисков. По итогам анализа был выделен ряд методов, представляющих с этой точки зрения максимальный интерес.

Среди них особенно перспективным выглядит метод комплексной оценки. Изначально разработанный для механизма комплексного оценивания организационных систем, он обладает рядом дополнительных важных при решении задач оценки рисков свойств и может быть сравнительно легко адаптирован для оценивания рисков любых сложных систем.

Во второй части данной статьи авторы предлагают формализованный алгоритм формирования структуры дерева комплексной оценки интегрального риска сложных систем.

## Литература

1. АЛЕКСЕЕВ А.О. *Исследование устойчивости механизмов комплексного оценивания к стратегическому поведению агентов (на примере согласования политики организации в области риск-менеджмента)* // Прикладная математика и вопросы управления. – 2019. – №4. – С. 136–154.
2. АЛЕКСЕЕВ А.О., КАТАЕВА Т.А. *Применение механизмов комплексного оценивания и матричных неанонимных обобщенных медианных механизмов согласования интересов агентов* // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2021. – №3. – С. 75–89.
3. АЛЕСКЕРОВ Ф.Т., ЯКУБА В.И. *Метод порогового агрегирования трехградационных ранжировок* // Доклады академии наук. – 2007. – Т. 413, №2. – С. 181–183
4. БАКЕЕВ Д.Ш., ТИШИНА Н.А. *Программная реализация оценки рисков безопасности информации на основе гибридного метода* // Приоритетные направления инновационной деятельности в промышленности. Сборник научных статей по итогам пятой международной научной конференции. – 2020. – Т. 2. – С. 6–12.
5. БАРКАЛОВ С.А., НОВИКОВ Д.А., НОВОСЕЛЬЦЕВ В.И. и др. *Модели управления конфликтами и рисками* / Под ред. Д.А. Новикова. – Воронеж: Научная книга, 2008. – 495 с.
6. БЕЗЗАТЕЕВ С.В., ЕЛИНА Т.Н., МЫЛЬНИКОВ В.А. и др. *Методика оценки рисков информационных систем на основе анализа поведения пользователей и инцидентов информационной безопасности* // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2021. – Т. 21, №4. – С. 553–561.
7. *ГОСТ Р 51901.1-2002 Менеджмент риска. Анализ риска технологических систем. – Официальное издание. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002 год.*
8. *ГОСТ Р 52448-2005 Защита информации. Обеспечение безопасности сетей электросвязи. Общие положения. – Официальное издание. – М.: Стандартинформ, 2019 год.*

9. ЗИМА В.М., КРЮКОВ Р.О., КРАВЧУК А.В. *Методика оценивания информационных рисков на основе анализа уязвимостей* // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму. – 2019. – №11–12. – С. 36–46.
10. КАЛАШНИКОВ А.О., АНИКИНА Е.В. *Модели управления информационными рисками сложных систем* // Информационная безопасность. – 2020. – Т. 23, №2. – С. 191–202.
11. КАЛАШНИКОВ А.О. *Управление информационными рисками организационных систем: механизмы комплексного оценивания* // Информационная безопасность. – 2016. – Т. 3, №1. – С. 315–322.
12. КИСЕЛЕВА Т.В., МАСЛОВА Е.В. *Классификация рисков ИТ-сервисов и способы оценивания вероятностей их возникновения* // ИТНОУ: информационные технологии в науке, образовании и управлении. – 2020. – №1 (15). – С. 67–71.
13. КОЛОСОК И.Н., ГУРИНА Л.А. *Оценка рисков управления киберфизической ЭЭС на основе теории нечетких множеств* // Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. – 2019. – Т. 1, №70. – С. 238–247.
14. НОВИКОВ Д.А. *«Когнитивные игры»: линейная импульсная модель* // Проблемы управления. – 2008. – №3. – С. 14–22.
15. AKINROLABU O., NURSE J.R.C., MARTIN A. et al. *Cyber risk assessment in cloud provider environments: Current models and future needs* // Computers & Security. – 2019. – Vol. 87. – P. 101600.
16. ALHAJRI R.M., ALSUNAJDI S.J., ZAGROUBA R. et al. *Dynamic interpretation approaches for information security risk assessment* // Int. Conf. on Computer and Information Sciences (ICCIS-2019). – IEEE, 2019. – P. 1–6.
17. BOLBOT V., THEOTOKATOS G., BOULOUGOURIS E. et al. *A novel cyber-risk assessment method for ship systems* // Safety Science. – 2020. – P. 104908.
18. ERSHADI M.J., FOROUZANDEH M. *Information Security Risk Management of Research Information Systems: A hybrid approach of Fuzzy FMEA, AHP, TOPSIS and Shannon Entropy* // J. Digit. Inf. Manag. – 2019. – Vol. 17, No. 6. – P. 321.

19. GUNES B., KAYISOGLU G., BOLAT P. *Cyber security risk assessment for seaports: A case study of a container port* // Computers & Security. – 2021. – Vol. 103. – P. 102196.
20. HÄCKEL B. *Assessing IT availability risks in smart factory networks* // Business Research. – 2019. – Vol. 12., No. 2. – P. 523–558.
21. HAN C.H., HAN C.H. *Semi-quantitative cybersecurity risk assessment by blockade and defense level analysis* // Process Safety and Environmental Protection. – 2021. – Vol. 155. – P. 306–316.
22. HE W., LI H., LI J. *Unknown vulnerability risk assessment based on directed graph models: a survey* // IEEE Access. – 2019. – Vol. 7. – P. 168201–168225.
23. *ISO/IEC 27005:2022(EN) Information security, cybersecurity and privacy protection — Guidance on managing information security risks* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.iso.org/obp/ui/en/#iso:std:iso-iec:27005:ed-4:v1:en>.
24. *ISO/IEC 31010:2019(EN) Risk management – Risk assessment techniques* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.iso.org/obp/ui/ru/#!iso:std:72140:en>.
25. KIOSKLI K., POLEMI N. *A Socio-Technical Approach to Cyber-Risk Assessment* // World Academy of Science, Engineering and Technology Int. Journal of Electrical and Computer Engineering. – 2020. – Vol. 14, No. 10. – P. 305–309.
26. KORNEEV N.V., KORNEEVA J.V., YURKEVICHYUS S.P. et al. *An Approach to Risk Assessment and Threat Prediction for Complex Object Security Based on a Predicative Self-Configuring Neural System* // Symmetry. – 2022. – Vol. 14, No. 1. – P. 102.
27. KRISPER M., DOBAJ J., MACHER G. et al. *RISKEE: a risk-tree based method for assessing risk in cyber security* // European Conf. on Software Process Improvement. – 2019. – P. 45–56.
28. NTAFLOUKAS K., MCCRUM D.P., PASQUALE L. *A Socio-Technical Approach to Cyber-Risk Assessment* // A Cyber-Physical Risk Assessment Approach for Internet of Things Enabled Transportation Infrastructure. – 2022. – Vol. 12, No. 18. – P. 9241.
29. PALKO D., BABENKO T., BIGDAN A. et al. *Cyber Security Risk Modeling in Distributed Information Systems* // Appl. Sci. – 2023. – Vol. 13, No. 4. – P. 2393.

30. RIOS E., REGO A., ITURBE E. et al. *Continuous quantitative risk management in smart grids using attack defense trees* // Sensors. – 2020. – Vol. 20. – P. 4404.
31. SCHMITZ C., PAPE S. *LiSRA: Lightweight security risk assessment for decision support in information security* // Computers & Security. – 2020. – Vol. 90. – P. 101656.
32. SHIROKY A., KALASHNIKOV A. *Influence of the Internal Structure on the Integral Risk of a Complex System on the Example of the Risk Minimization Problem in a “Star” Type Structure* // Mathematics. – 2023. – Vol. 11(4). – e998.
33. SUBRIADI A.P., NAJWA N.F. *The consistency analysis of failure mode and effect analysis (FMEA) in information technology risk assessment* // Heliyon. – 2020. – Vol. 6, No. 1. – e03161.
34. TUSHER H.M., MUNIM Z.H., NOTTEBOOM T.E. et al. *Cyber security risk assessment in autonomous shipping* // Maritime Economics & Logistics. – 2022. – Vol. 24, No. 2. – P. 208–227.
35. TUSHER H.M., MUNIM Z.H., NOTTEBOOM T.E. et al. *Development of the mechanism of assessing cyber risks in the internet of things projects* // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. 12th Conf., ruSMART-2019. St. Petersburg: Springer International Publishing. – 2019. – P. 481–494.
36. WANG Y., WANG Y.-H., QIN H. et al. *A systematic risk assessment framework of automotive cybersecurity* // Automotive Innovation. – 2021. – Vol. 4. – P. 253–261.
37. WANG Y., XUE W., ZHANG A. *Application of Big Data Technology in Enterprise Information Security Management and Risk Assessment* // Journal of Global Information Management. – 2023. – Vol. 31, No. 3. – P. 1–16.

## **COMPLEX INFORMATION RISKS ASSESSMENT. I: A BRIEF OVERVIEW OF APPROACHES AND METHODS**

**Anastasiya Rey**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, junior researcher (a.rey@ipu.ru).

**Andrey Kalashnikov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Dr. Sc. Eng., chief researcher (aokalash@pu.ru).

*Abstract: Complex information systems (in particular, Internet of Things systems) are characterized by various types of uncertainty. Among them, one can distinguish the uncertainty of the values of individual factors for assessing the state of the system as a whole, the uncertainty of the mutual influence of system elements on each other, as well as the uncertainty of the dependence of the risk of the system as a whole on the values of local risks — as characteristic of this class of systems. The existing methods of assessing information risks of complex systems do not take into account the listed types of uncertainty at the same time. At the same time, since uncertainty is the reason for the deviation of the system from the target mode of operation, the need to take into account at least its main types when assessing risks is obvious. The proposed article contains a brief overview of existing approaches to risk assessment of information systems, as well as an analysis of the possibility of taking into account the above types of uncertainty within each of them. Based on the results of the analysis, the integrated assessment method was chosen as a promising one, originally developed for the mechanism of integrated assessment of organizational systems, and in recent years it has been increasingly used for risk assessment, including in information systems.*

Keywords: complex information systems, integral risk, complex assessment, accounting for uncertainty.

УДК 004.056.5

ББК 16.8

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.3

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.В. Горбуновой.*

*Поступила в редакцию 18.04.2024.*

*Опубликована 31.07.2024.*

## О ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИИ ЦЕЛЕЙ МЕЖДУ ПЕРЕХВАТЧИКАМИ В ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ КОММИВОЯЖЁРА<sup>1</sup>

Галяев А. А.<sup>2</sup>, Долгушин П. Д.<sup>3</sup>  
(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Рассматривается динамическая задача коммивояжёра (ДЗК) с прямолинейно и равномерно движущимися целями. Параметры закона движения целей, такие как начальное положение, скорость и направление, считаются заранее известными. В иностранной литературе для подобной задачи употребительно название «moving-target traveling salesman problem» (MTTSP). В рамках общей постановки рассмотрена частная подзадача – задача о перераспределении целей между двумя коммивояжёрами (перехватчиками). В качестве критерия оптимальности исследуется временной критерий, т.е. наибольшее из времён работ двух перехватчиков. Полагая известным оптимальный план обхода целей для одного перехватчика, ставится задача о поиске оптимального плана для каждого из двух при заданной исходной конфигурации целей. Тем самым исследуемая в работе в рамках MTTSP подзадача отличается от общей постановки наличием дополнительной информации. Для этой постановки предложены два алгоритма перераспределения целей, проведен их статистический анализ и представлены результаты их работы. Первый из алгоритмов более точен, т.е. характеризуется меньшей средней ошибкой, но более длителен в исполнении. Второй алгоритм демонстрирует более быструю работу за счёт уменьшения точности.*

Ключевые слова: динамическая задача коммивояжёра, комбинаторная оптимизация, задача перераспределения целей.

### 1. Введение

Задача коммивояжёра (ЗК, Travelling salesman problem, TSP) в классической постановке [4] хорошо изучена. Коммивояжёру (перехватчику, хищнику) необходимо объехать (перехватить, догнать) конечный набор городов (целей, жертв) – точек на плоскости – за наименьшее возможное время. На данный момент TSP

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда №23-19-00134

<sup>2</sup> Андрей Алексеевич Галяев, д.т.н., г.н.с (galaev@ipu.ru).

<sup>3</sup> Павел Дмитриевич Долгушин, техник (dolpad@ipu.ru).

решается численно [5] для достаточного для практики количества целей. На рис. 1 показаны интуитивно понятные правила исправления неоптимальных путей в классической ЗК, которые перестают работать на различных обобщениях этой задачи.

Классическая постановка со временем обросла целой плеядой разноплановых обобщений. В середине прошлого века была сформулирована «динамическая задача коммивояжёра» (ДЗК, Moving-target TSP – MTTSP) [2]. В этой постановке цели движутся равномерно и прямолинейно, закон движения заранее известен. Исследования, поиски вокруг ДЗК продолжались весь XX век [6], активно продолжаются и в последние годы [1, 7, 8, 11]. Чаще всего обобщения сводятся к различным моделям динамики [9, 3, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21], переходу от одного перехватчика к нескольким и к различным критериям оптимальности. Из-за многогранности проблем, возникающих в ДЗК, появляются докторские диссертации, полностью посвящённые лишь этой тематике [10]. В некоторых современных работах демонстрируется впечатляющая эффективность подходов, использующихся в MTTSP, для решения сугубо практических задач [12].

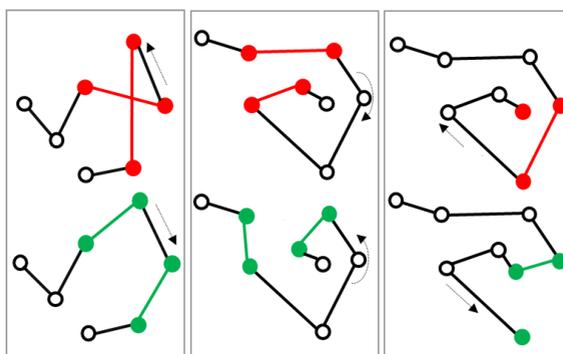


Рис. 1. Исправление неоптимальных путей в классической ЗК

Сказать про ДЗК, что она является решённой или близкой к этому, преждевременно. Резкий скачок сложности при конструировании алгоритма вычисления оптимального плана при пере-

ходе от статики к динамике чувствуется на следующем примере: если все цели неподвижны на одной прямой, то поиск кратчайшего их обхода очевиден: коммивояжёру нужно сначала пройти все цели слева от стартовой позиции, потом справа, получив какое-то время обхода  $t_1$ , затем, наоборот, сначала пройти все цели справа, затем слева, получив суммарное время  $t_2$ , а оптимальное время во всей задаче будет минимумом из  $t_1, t_2$ .

В задаче же ДЗК, где цели нестатичны, даже в одномерном пространстве, т.е. на прямой, описанный выше, наивный алгоритм неоптимален. Поясним на примере (рис. 2) и отметим, что пример этот будет «общего положения», а не специальным образом подобранным. Пусть на прямой отмечен красным единствен­ный перехватчик, движущийся со скоростью  $v$ , слева от него цели 1, 3, справа – 2, 4, третья и четвёртая цели почти покоятся вдали от перехватчика, а первая и вторая от него быстро удаляются, пусть даже с равными скоростями. Если в данной конфигурации действовать как если бы задача была классической ЗК, то за то долгое время, пока перехватчик будет лететь до далёкой третьей цели и возвращаться, быстрая цель 2 успеет удалиться за четвёртую цель и тем самым порядок обхода  $\{1, 3, 4, 2\}$  будет неоптимальным.

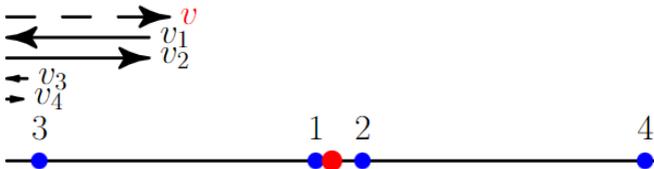


Рис. 2. Пример конфигурации, в которой облёт всех целей по одну сторону от перехватчика, затем по другую, не является оптимальным

Оптимально же будет сначала схватить цели в порядке  $\{1, 2\}$ , что произойдёт быстро, так как они расположены почти у перехватчика, затем, очевидно,  $\{4, 3\}$ . Тем самым оптимальный план  $\{1, 2, 4, 3\}$  – план, в котором перехватчику придётся сменить направление движения дважды, что невозможно в оптимальном

алгоритме в случае классической ЗК.

В работе [6] представлен точный алгоритм для ДЗК в одномерном случае с квадратичной по количеству целей сложностью.

Актуальность разработки методов решения ДЗК обусловлена важностью для практических приложений, таких как обслуживание расположенных на территории подвижных объектов, при снабжении или инспекции рыболовецких судов, находящихся в районе лова, при защите объектов от множественного применения беспилотников, и многих других. На (рис. 3) схематично изображена начальная конфигурация и решение МТТСП задачи для одного перехватчика и трёх целей.

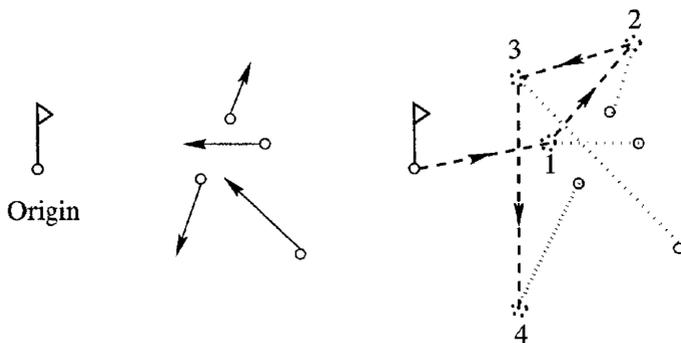


Рис. 3. Пример оптимального решения в ДЗК

В рамках ДЗК в данной работе исследуется задача – сужение ДЗК, которую авторы назвали *задачей о перераспределении целей*. Опираясь на оптимальный план перехвата одним перехватчиком множества прямолинейно движущихся целей, требуется установить оптимальный план для двух перехватчиков при условии, что они выходят из одной точки (или двух очень близких точек) и конфигурация целей в фазовом пространстве остается неизменной. Затем требуется провести анализ двух полученных планов и установить закономерности в очередности обхода целей.

Работа состоит из нескольких разделов. Во введении обсуждается мотивация проведенного исследования. Во втором разделе рассматривается математическая постановка задачи и вводятся необходимые определения. В третьем разделе формируется набор эвристических правил, на основании которых строится алгоритм перераспределения целей. В четвертом разделе формулируется итоговый алгоритм, в заключении приводятся выводы о проделанной работе и дальнейшие планы исследований.

## 2. Постановка задачи

Для постановки задачи о перераспределении целей, сначала сформулируем ДЗК для случая одного, затем двух перехватчиков.

### 2.1. Один перехватчик

Пусть на плоскости выбрана декартова система координат, в начальный момент времени  $t = 0$  имеются  $M \in \mathbb{N}$  целей-точек с известными координатами  $(x_i(0), y_i(0))$ ,  $i \in \{1, \dots, M\}$ , а в точке  $(0, 0)$  находится один перехватчик.

Пусть закон движения перехватчика  $(x(t), y(t))$  имеет лишь два ограничения: перемещение должно быть *непрерывным*  $x(t), y(t) \in C(\mathbb{R}_+)$  и модуль скорости не должен превосходить 1 в тех точках, где скорость определена. Любую задачу можно привести к *единичному* ограничению сверху благодаря обезразмериванию.

Пусть закон движения целей – равномерное и прямолинейное движение – известен:

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i \cos(\psi_i), & x_i(0) = x_i^0, \\ \dot{y}_i(t) = v_i \sin(\psi_i), & y_i(0) = y_i^0, \end{cases}$$

где  $i \in \{1, \dots, M\}$  – номер цели, а постоянные параметры  $v_i \in [0, 1)$  и  $\psi_i \in [0, 2\pi)$  – модуль скорости цели и угол наклона траектории к оси абсцисс соответственно. Если бы по модулю скорость цели была не меньше скорости перехватчика, то задача, вообще говоря, вырождалась бы в том смысле, что не при любых исходных параметрах перехватчик мог бы перехватить все цели.

*Определение 1.* Для удобства совокупность начальных условий для движущихся целей и перехватчика и всех параметров задачи назовём **начальной конфигурацией**.

*Определение 2.* Для перехватчика **планом**  $\pi(k)$  по перехвату  $k \in \{0, \dots, M\}$  целей назовём упорядоченную последовательность из  $k$  различных чисел из  $\{1, \dots, M\}$ .

Например, если план перехватчика имеет вид  $\{1, 3, 2\}$ , то это значит, сначала он должен перехватить цель с номером 1, затем 3, затем 2. План из нуля целей, т.е. *пустой план*, интерпретируется как указание к бездействию.

*Определение 3.* Множество всех планов из  $k$  целей назовём  $\Pi_k$ ,  $|\Pi_k| = C_M^k \cdot k!$ .

Отметим характеристику плана  $\pi$  – **суммарное время исполнения**  $T_{sum}(\pi)$  – т.е. полное время, за которое перехватчик обойдёт все предписанные ему цели.

**Критерием** оптимальности в рамках ДЗК для одного перехватчика выбрана  $T_{sum}(\pi)$ , где  $\pi \in \Pi_M$ . Нетрудно показать, что при таком критерии перехватчик должен двигаться по *ломаной*.

Итого в рамках работы динамика перехватчика описывается системой уравнений

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = v(t) \cos(\psi(t)), & x(0) = x^0, \\ \dot{y}(t) = v(t) \sin(\psi(t)), & y(0) = y^0, \end{cases}$$

где  $(v, \psi)$  – управляющие параметры,  $v(t) \in [0, 1]$ ,  $\psi(t) \in [0, 2\pi)$ , параметр  $v$  – модуль скорости перехватчика, а  $\psi$  – направление его скорости на плоскости – *кусочно постоянная функция*. В работе [6] доказана так называемая «no-waiting lemma» – «принцип движения на максимальной скорости», говорящий, что тогда для минимизации  $T_{sum}$  перехватчик должен двигаться с максимальной скоростью, т.е.  $v(t) \equiv 1$  и

$$(3) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = \cos(\psi(t)), & x(0) = x^0, \\ \dot{y}(t) = \sin(\psi(t)), & y(0) = y^0. \end{cases}$$

Благодаря этому принципу задача переходит в разряд *дискретных*, что есть упрощение исходной постановки.

Тогда наилучшим (с точки зрения введённого критерия) будет план  $\pi_*$ :

$$(4) \quad \pi_* \in \arg \min_{\pi \in \Pi_M} T_{sum}(\pi).$$

Так как множество планов  $\Pi_M$  конечно и не пусто, то наилучший план всегда существует. Быть может, не единственный, хотя в данном случае вероятность случайным образом сгенерировать начальную конфигурацию, допускающую несколько оптимальных планов, нулевая. Объединяя всё вышесказанное, можно сформулировать задачу оптимизации для одного перехватчика в следующем виде.

**Задача 1.** Для  $M$  целей с динамикой (1) требуется найти оптимальный по критерию  $T_{sum}(\cdot)$  план перехвата  $\pi_* \in \Pi_M$  перехватчиком с динамикой (3).

Решением этой задачи является план (4).

## 2.2. О перехвате одной цели и способе вычисления суммарного времени плана

Введём естественные инвариантные обозначения:  $\mathbf{d}_0$  – вектор от перехватчика к цели в начальный момент времени и  $\mathbf{v}_0$  – вектор-скорость цели. Нетрудно показать, что перехватчик должен лететь по прямой, но по какой именно? Решение приведено, например, в работе, [2].

Оптимальное время перехвата  $t^*$  удовлетворяет соотношению

$$(5) \quad t^* = \frac{\langle \mathbf{d}_0, \mathbf{v}_0 \rangle + \sqrt{\langle \mathbf{d}_0, \mathbf{v}_0 \rangle^2 - d_0^2(v_0^2 - 1)}}{1 - v_0^2}.$$

Зная эту величину, нетрудно найти точку перехвата и направление оптимального перелёта. Тем самым в общем случае суммарное время исполнения плана  $\pi = \{\pi_1, \dots, \pi_M\}$  по перехвату  $M$  целей одним перехватчиком может быть найдено по формуле

$$(6) \quad T_{sum}(\pi) = \begin{cases} t_1^*, & M = 1, \\ t_M^* + T_{sum}(\pi \setminus \pi_M) = t_M^* + \dots + t_1^*, & M > 1, \end{cases}$$

где  $t_i^*$  – время перехвата  $i$ -й цели из позиции, которая сложилась после перехвата  $(i - 1)$ -й цели. Графически введённые переменные поясняет (рис. 4).



Рис. 4. Перехват одним перехватчиком. Красным цветом обозначен перехватчик, синим – цели

### 2.3. Два перехватчика

Поставим ДЗК для двух перехватчиков. Фиксируем некоторую начальную конфигурацию для задачи с одним перехватчиком. У этой задачи есть решение – оптимальный план  $\pi_*$ . Добавим в рассмотрение второго перехватчика и поместим его в начальный момент времени  $t = 0$  в начало координат, т.е. в ту же точку, откуда стартует исходный перехватчик. С точки зрения характеристик и возможностей второй перехватчик – полная копия первого.

Теперь, снабдив перехватчики планами, например,  $\{3, 5, 2\}$  и  $\{1, 4\}$  соответственно, подразумеваем, что первый перехватчик должен обойти цели в порядке 3, 5, 2, а второй – 1, 4.

**Определение 4.** Двумерным планом на  $M$  целей, т.е. на все цели, участвующие в задаче, в случае двух перехватчиков с непересекающимися планами  $\pi_1(k_1)$  и  $\pi_2(k_2)$ ,  $k_1 + k_2 = M$ , назовём упорядоченный набор из двух планов  $\pi^2 = (\pi_1(k_1); \pi_2(k_2))$ .

Итого, если задача с двумя перехватчиками снабжена двумерным планом  $\pi^2 = (\pi_1, \pi_2)$ , это означает, что первый перехватчик должен обойти все цели согласно плану  $\pi_1$ , второй –  $\pi_2$ , причём никакую цель не обойдут дважды и никакую не пропустят. По сути, с этого момента задача с двумя перехватчиками разбилась на две задачи с единственным перехватчиком.

Отметим характеристику двумерного плана – **суммарное время исполнения**  $T_{sum}^2(\pi^2)$  – это максимум из времён исполнений первым и вторым перехватчиком своих планов  $\pi_1(k_1)$  и  $\pi_2(k_2)$  соответственно. То есть  $T_{sum}^2(\pi^2) = \max(T_{sum}(\pi_1(k_1)), T_{sum}(\pi_2(k_2)))$ . Эта величина и служит **кри-**

**тери**ем в случае двух перехватчиков.

*Определение 5.* Множество всех двумерных планов на  $M$  целей назовём  $\Pi_M^2$ ,  $|\Pi_M^2| = (M + 1)!$ .

Наилучшим с точки зрения введённого критерия будет двумерный план  $\pi_*^2$ :

$$(7) \quad \pi_*^2 \in \arg \min_{\pi^2 \in \Pi_M^2} T_{sum}^2(\pi^2).$$

Итак, можно сформулировать задачу оптимизации для двух перехватчиков в следующем виде.

**Задача 2.** Для  $M$  целей с динамикой (1) требуется найти оптимальный по критерию  $T_{sum}^2(\cdot)$  двумерный план перехвата  $\pi_*^2 \in \Pi_M^2$  двумя перехватчиками с динамикой (3).

Решением этой задачи является двумерный план (9).

Пример решения МТТСП задачи для двух перехватчиков и пяти целей продемонстрирован на (рис. 5).

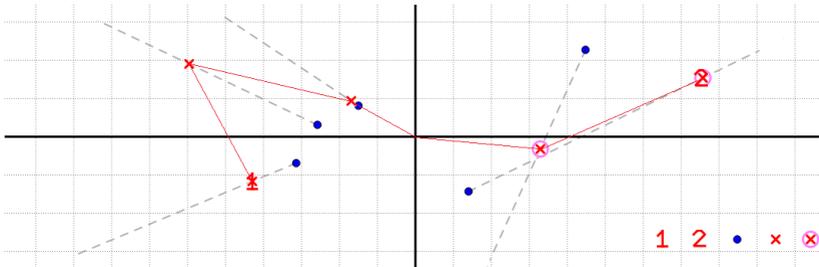


Рис. 5. Два перехватчика вылетают из нуля, первый перехватывает цели, показанные крестиком без кружка, второй – оставшиеся

#### 2.4. Задача о перераспределении целей

Теперь сформулируем задачу, обсуждаемую в данной работе. Пусть фиксирована начальная конфигурация  $K$  задачи 1, известен её оптимальный план  $\pi_*$ . В  $K$  добавим второго перехватчика с той же стартовой позицией, что и у первого. Тем самым задача 1 перешла в задачу 2. Задача о перераспределении целей состоит в том, чтобы предложить алгоритм  $A$ , дающий двумерный план  $\pi^2$  для данной начальной конфигурации  $K$ ,

пользуясь тем, что известен *оптимальный* одномерный план  $\pi_*$ , т.е.  $\pi^2 = A(K, \pi_*)$ . Провести статистический анализ этого алгоритма, оценить возможность его применения, сравнить конструируемый план  $\pi^2$  с оптимальным двумерным планом  $\pi_*^2$ .

Имеется ли прикладной интерес в такой постановке? Да, к примеру, если целей 11, а у перехватчика возможность перехватить только 10 из них, то либо потребуется применение второго перехватчика, либо конструктивное улучшение первого, что далеко не всегда возможно, иначе почему за конвейерной лентой стоит не один сверхспециалист, а несколько рабочих?

### 3. Построение алгоритма

В данном разделе будет сформулирован набор *эвристических* правил, с учётом которых будет конструироваться план  $\pi^2$ . Наложённые на построение плана ограничения будут высекать из  $\Pi_M^2$  множество  $\tilde{\Pi}_M^2$ , состоящее лишь из тех планов, которые удовлетворяют ограничениям. Это множество будем называть **множеством поиска**.

Определение 6. *Наилучший по критерию  $T_{sum}^2(\cdot)$  план  $\pi^2 \in \tilde{\Pi}_M^2$  будем называть субоптимальным.*

Отметим, что

$$\min_{\pi^2 \in \Pi_M^2} T_{sum}^2(\pi^2) \leq \min_{\pi^2 \in \tilde{\Pi}_M^2} T_{sum}^2(\pi^2).$$

Рассчитав относительную ошибку  $\frac{T_{sum}^2(\pi^2) - T_{sum}^2(\pi_*^2)}{T_{sum}^2(\pi_*^2)}$  между оптимальным  $\pi_*^2$  и субоптимальным  $\pi^2$  планами, можно будет судить об успешности каждого правила в отдельности и всего алгоритма в целом. Заметим, что разные ограничения высекают, вообще говоря, разные множества поиска, что будет совершенно ясно из дальнейшего.

#### 3.1. Параметры численных экспериментов

В ходе работы для анализа каждого из правил для  $M = 9, \dots, 14$  было проведено по 1000 экспериментов, в которых

начальные позиции и скорости целей генерировались случайным образом, позиции – в квадрате  $10 \times 10$  с центром в нуле. Что касается скоростей целей, они лежали на отрезке  $[0,5; 0,8]$ . Оба перехватчика стартуют из нуля.

Шаг при генерации координат и скоростей был равен  $0,01$ , т.е. возможные значения для координат –  $\{-10,00; -9,99; -9,98; \dots; 9,99; 10,00\}$ , для скоростей –  $\{0,50; 0,51; \dots; 0,79; 0,80\}$ . Выбор исходного квадрата размером  $10 \times 10$  не нарушает общности, благодаря обезразмериванию. Скорости выбраны с отрезка  $[0,5; 0,8]$  с целью приближения эксперимента к реальности: для перехвата медленных целей ( $v < 0,5$ ) оптимизация не так критична, для слишком быстрых ( $v > 0,8$ ) либо успех маловероятен, либо, при возможности, стоит использовать более быстрый перехватчик.

### 3.2. Правило сохранения первой цели – правило СПЦ

Если в конкретном случае  $\pi_* = \{3, 1, 2\}$ , значит у одного перехватчика есть *какая-то причина* начинать облёт именно с цели 3. К примеру, если в начальной конфигурации скорость какой-то одной цели много больше всех остальных, её нередко приходится перехватывать первой для оптимального обхода. Но если у одного перехватчика была причина начинать оптимальный обход именно с 3, то, может, для одного из двух перехватчиков в той же начальной конфигурации причина начинать с 3 также сохранится?

Правило СПЦ. Пусть  $\pi_* = \{\pi_1, \dots, \pi_M\}$ . Тогда будем строить двумерный план  $\pi^2 = (\pi_1(k_1); \pi_2(k_2))$ ,  $k_1 + k_2 = M$ , так, что первый перехватчик должен лететь именно к первой цели  $\pi_1$ , т.е.  $\pi_1(k_1) = \{\pi_1, \dots\}$ . Заметим, что так как оба перехватчика стартуют из одной и той же точки, то нет разницы между двумерными планами  $\pi^2 = (\pi_1(k_1); \pi_2(k_2))$  и  $\tilde{\pi}^2 = (\pi_2(k_2); \pi_1(k_1))$ . Потому в правиле первая цель отдаётся именно первому перехватчику, а не первому или второму.

Отметим, что при следовании правилу СПЦ субоптимальный план не всегда совпадает с оптимальным. Пример демонстрируется на (рис. 6).

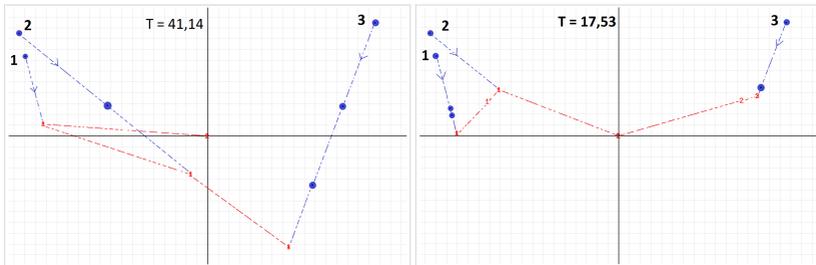


Рис. 6. Оптимальный план  $\pi_* = \{1, 2, 3\}$ , в то время как  $\pi_*^2 = (\{2, 1\}, \{3\})$

В одномерном плане последовательность  $\{1, 2, 3\}$  оказалась оптимальной, так как при таком плане точки перехвата всех целей выстроились практически в линию. В двумерном же плане, отдав цель 3 второму перехватчику, никакой «удачной» линии для первого перехватчика нет, а обслужить цели в порядке  $\{2, 1\}$  намного выгоднее, чем в порядке  $\{1, 2\}$ . В данной конкретной ситуации скорость цели 2 существенно выше цели 1, и потому если сначала лететь к цели 1, цель 2 успеет улететь слишком далеко. Для данной начальной конфигурации оптимальные времена  $T_{sum}(\pi_*) = 41,14$ ,  $T_{sum}(\pi_*^2) = 17,53$ .

Исследуем, как часто при следовании *правилу СПЦ* субоптимальный план совпадает с оптимальным и найдём среднюю относительную ошибку при следовании *правилу СПЦ*.

Каждому столбцу на гистограмме соответствует своя тысяча численных экспериментов. Поясним значение красного столбца: для него проделали 1000 экспериментов, в каждом из которых изначальное количество целей *не* было фиксированным, а определялось случайно, от 9 до 14. Тем самым последний столбец можно воспринимать как минимум как проверку достоверности предыдущих результатов: значение его обязано быть в *некотором смысле* средним по сравнению со всеми остальными. Моделирование показывает, что так и происходит (рис. 7).

Средняя ошибка по всем столбцам при следовании *правилу СПЦ* не выше 4% с небольшим дрейфом к уменьшению при увеличении числа целей. Отметим, что на обеих гистограммах

проявляется некоторая рассинхронность между случаем чётного и нечётного числа целей. При чётном количестве целей результаты чуть лучше.

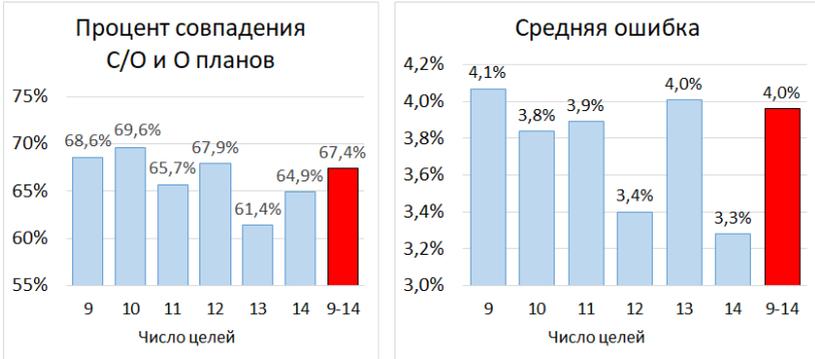


Рис. 7. Статистические показатели для СПЦ (совпадение и средняя ошибка)

Интересно посмотреть на среднюю ошибку, названную в работе **фактической** (рис. 8). Под фактической ошибкой понимается не средняя ошибка за все эксперименты, а средняя ошибка за те из них, в которых эта ошибка была *не* нулевой.

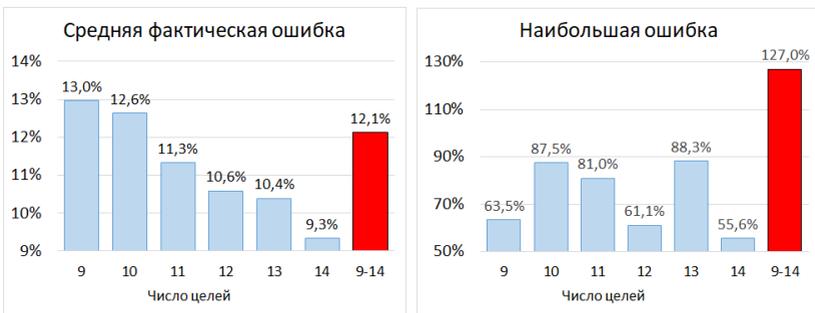


Рис. 8. Статистические показатели для СПЦ (средняя фактическая и наибольшая ошибки)

Величина не превысила 13% с тенденцией к уменьшению. Эта величина важна, потому как если бы она оказалась огромной, это бы означало, что следование *правилу СПЦ* даёт либо нулевую ошибку, либо огромную, *без выраженной середины*.

Отслеживалась и наибольшая ошибка за все эксперименты. Отметим, что в отличие от предыдущих характеристик на эту существенно влияет число экспериментов, что согласуется с логикой: чем больше экспериментов, тем больше возможностей попасть в «наихудшую» начальную конфигурацию. Тем же объясняется и то, почему красный столбец совершенно не выглядит «средним».

Велика ли наибольшая ошибка в 100%? Если окажется, что субоптимальный план привёл к ошибке в 100%, а в то же время бóльшая часть планов приводит к ошибке меньшей, значит, субоптимальный план плох, так как явно хуже среднего. В то же время, если субоптимальный план вновь хуже оптимального в два раза, а средняя ошибка по всем планам, например – в три, то субоптимальный план вовсе не плох.

Следующие рисунки поясняют сказанное. При пяти целях,  $M = 5$ , полным перебором были рассмотрены всевозможные двумерные планы для одной заданной начальной конфигурации,  $|\Pi_5^2| = 6! = 120$ . Для каждого из планов было рассчитано суммарное время исполнения  $T_{sum}^2(\cdot)$  и максимальная удалённость от нуля по всем целям за всё время исполнения плана  $\max\text{Dist}(\cdot)$ .

Подробнее о вышеупомянутой характеристике: пусть  $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(t)$  – радиус-вектор  $i$ -й цели. Тогда

$$\max\text{Dist}(\pi^2) = \max_{i \in \{1, \dots, M\}} \max_{t \in [0, T_{sum}^2(\pi^2)]} |\mathbf{r}_i(t)|.$$

Данная характеристика *может трактоваться* как субкритерий для задачи. Если у двух двумерных планов совпадают времена исполнения, то выберем из них тот, у кого будет *меньше* показатель  $\max\text{Dist}(\cdot)$ , ведь это будет означать, что перехватчики выполняют работу за равное время, однако во втором случае удалятся от локации вылета на меньшее расстояние.

Итак, одна точка на графике отвечает одному двумерному плану (рис. 9). По абсциссе отложено *время исполнения плана*, по ординате – *максимальная удалённость от нуля по всем целям в ходе данного плана*. Красным отмечен субоптимальный план – лучший из всех тех, что удовлетворяли *правилу СПЦ*.

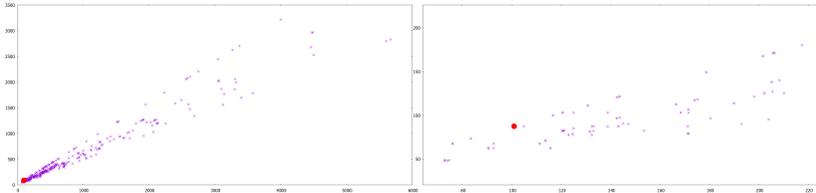


Рис. 9. Результаты всевозможных двумерных планов для некоторой конфигурации в осях  $(T_{sum}^2, \maxDist)$ ,  $M = 5$

Ниже показана та же статистика, но при  $M = 7$  (рис. 10). Дополнительно отметим следующее: при приближении на графике видны планы, совпадающие по времени исполнения. Как было отмечено ранее, в случае *одного* перехватчика случайно попасть в такую ситуацию почти невозможно. Дело в том, что в случае ДЗК для нескольких перехватчиков, существование *нескольких* оптимальных планов вовсе *не нулевое* по вероятности.

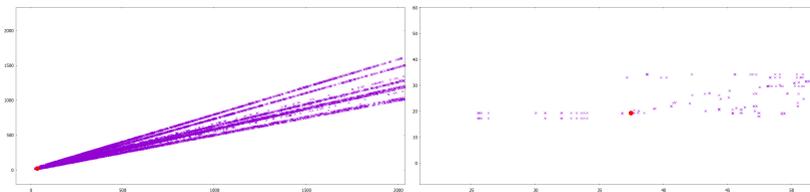


Рис. 10. Результаты всевозможных двумерных планов для некоторой конфигурации в осях  $(T_{sum}^2, \maxDist)$ ,  $M = 7$

Если оптимальное решение  $\pi_*^2 = (\pi_1(k_1), \pi_2(k_2))$  таково, что  $T_{sum}(\pi_1(k_1)) \gg T_{sum}(\pi_2(k_2))$ , т.е.  $T_{sum}(\pi_*^2) = T_{sum}(\pi_1(k_1))$ , то может случиться так, что перестановка целей внутри второго плана конечно приведёт к изменению времени его исполнения,

но новое время всё ещё *не* превысит время исполнения плана первого перехватчика и потому время исполнения двумерного плана не изменится.

**Замечание 1.** Отметим, что в случае сделанных выше двух экспериментов все планы лежат в ярко выраженном конусе. Исследование его может стать основой последующих работ.

Итак, во многих случаях сохранение первой цели даёт хороший результат. Границы применимости видны из приведённой выше статистики. Если средняя ошибка в конкретной практической задаче в 4% приемлема, значит, можно сокращать перебор за счёт *правила СПЦ*.

**Замечание 2.** Хорошие результаты при сохранении первой цели заставляют задуматься о том, не будут ли они приемлемы при сохранении *двух* первых целей. Что сократит перебор ещё существеннее. Ясно однако, что сохранение первых двух целей в случае, когда целей всего 4, вряд ли приведёт к успеху, а когда целей 10, напротив, очень даже может.

Для 9–14 целей были проделаны аналогичные эксперименты при сохранении первых *двух* целей. Средняя и средняя фактические ошибки составляли около 10% и 15% соответственно.

Хотя фактическая ошибка увеличилась незначительно, средняя возросла в 2,5 раза, что в какой-то практической задаче всё ещё будет приемлемо, а в какой-то – нет. Ясно, что эффективность сохранения первых двух целей будет понемногу увеличиваться при росте количества целей. Однако, в силу ограничений в возможностях в численных опытах и невозможности сбора всей статистики для 15 и более целей, пришлось отказаться от дальнейших исследований в эту сторону.

### 3.3. Серия правил о сохранении удачных нитей

Рассмотрим время исполнения оптимального одномерного плана,  $T_{sum}(\pi_*) = t_1^* + t_2^* + \dots + t_M^*$ , где  $t_1^*$  – время перелёта из нуля к первой цели, затем  $t_2^*$  – время перелёта от первой ко второй и т.д. Построим вектор длительностей перелётов  $\Delta \mathbf{t}^* = \Delta \mathbf{t}^*(\pi_*) = (t_1^*, \dots, t_M^*) \in \mathbb{R}^M$ . Среди его компонентов

найдем наименьшую. Идеино, если компонента  $t_j^*$  – наименьшая, это означает, что в ходе исполнения плана общая конфигурация так сложилась, что цели с номерами  $j - 1$  и  $j$  оказались в какой-то момент близки друг с другом и потому, перехватив  $(j - 1)$ -ю, перехватчику было удобно перехватывать  $j$ -ю цель.

Эту пару будем называть **удачной нитью** длины два, точнее, *первой* удачной нитью длины два. Вторая по малости компонента  $\Delta t^*$  отвечает какой-то другой паре целей, её назовём *второй* удачной нитью длины два и т.д. По тому же принципу получают удачные нити длины три и более. Длины три – тройка целей в оптимальном плане, которая была последовательно перехвачена быстрее остальных троек.

Тогда естественно исследовать, будут ли эти удачные нити сохраняться при переходе от одного к двум перехватчикам. Если окажется, что вероятность сохранения удачной нити приемлема, то при проведении полного перебора можно будет учитывать только те планы, в которых нить сохраняется.

Например, если удачная нить длины два –  $(2, 1)$ , а целей всего 5, то нужно рассматривать только те двумерные планы, в которых между целями 2 и 1 нет никаких других. Фактически это позволяет считать две цели 2 и 1 как единое целое, что сильно сокращает перебор.

**Замечание 3.** Первая компонента  $t_1^*$  не берётся в расчёт, так как она показывает не близость каких-то двух целей в какой-то момент времени, а близость первой цели и начала координат. Тогда «сохранить» такую нить значит, что нужно посещать начало координат и первую цель  $\pi_1$  без каких-либо целей между ними, т.е. из начала координат надо лететь сразу же к цели  $\pi_1$ , говоря по-простому, нужно следовать *правилу СПЦ*.

**Замечание 4.** Если удачная нить длины три –  $(2, 1, 3)$ , то при переборе нужно учитывать не только планы, в которых есть последовательность 213, но и любая её перестановка. Удачная нить  $(2, 1, 3)$  означает, что цели 2, 1, 3 в какой-то момент были близки и потому их удобно перехватывать вместе как единое целое, порядок неважен.

Рассмотрим пример: для некоторой конфигурации,  $M = 8$ , в таблице 1 в первой строке записан оптимальный одномерный план  $\pi_*$ , а во второй – вектор длительностей перелётов  $\Delta t^*(\pi_*)$ .

В таблице 2 записан оптимальный двумерный план  $\pi_*^2$  для той же начальной конфигурации.

Таблица 1. Длительности перелета между целями в оптимальном плане для одного перехватчика

$\pi_*$	6	8	2	4	1	7	3	5
$\Delta t^*(\pi_*)$	11,37	5,14	3,32	1,40	26,54	77,43	15,74	462,83

Таблица 2. Оптимальный двумерный план

$\pi_1(2)$	5	7				
$\pi_2(6)$	8	2	4	3	1	6

Первая удачная нить длины два – (2, 4), вторая – (8, 2) и т.д. Первая удачная нить длины три – (8, 2, 4), вторая – (6, 8, 2) и т.д.

По второй таблице видим, что первая нить длины два сохранилась, вторая тоже. Первая нить длины три сохранилась, вторая – нет.

Итого, можно сформулировать серию правил конструирования двумерного плана  $\pi^2$ , при которых в плане должна сохраняться  $n$ -я удачная нить длины  $k$ .

Правило (1; 2). Пусть  $\pi_* = \{\pi_1, \dots, \pi_M\}$ . Пусть  $\pi_j$  – меньшая из компонент вектора длин перелётов  $\Delta t^*(\pi_*)$ . Тогда номера целей  $\pi_{j-1}, \pi_j$  образуют первую удачную нить длины два. Тогда будем строить двумерный план  $\pi^2 = (\pi_1(k_1); \pi_2(k_2))$ ,  $k_1 + k_2 = M$ , так, чтобы в нём эта нить сохранялась.

Правило (2; 2). Аналогично правилу (1; 2) будем конструировать  $\pi^2 = (\pi_1(k_1); \pi_2(k_2))$ ,  $k_1 + k_2 = M$ , так, чтобы сохранялась вторая удачная нить длины два.

Правило (3; 2). Сохраняется третья удачная нить длины два.

Правило (1; 3). Сохраняется первая удачная нить длины три.

Правило (2;3). Сохраняется вторая удачная нить длины три.

Приведём данные статистического анализа по данным пяти правилам (рис. 11, 12, 13, 14, 15)



Рис. 11. Статистика правила (1;2)



Рис. 12. Статистика правила (2;2)

Результаты *правила (1;2)* и *правила (2;2)* косвенно подтверждают исходную гипотезу о том, что сохранение первой удачной нити длины два важнее второй. Результаты при сохранении второй нити хуже, чем при сохранении первой. Тем не менее нельзя сказать, что они хуже существенно. Средние ошибки выросли не более чем на 4%.



Рис. 13. Статистика правила (3;2)

Судя по рис. 13, результаты стали хуже, но ухудшились они ещё меньше, чем при переходе от *правила (1;2)* к *правилу (2;2)*.

Приведём статистику для сохранения первой нити длины три.



Рис. 14. Статистика правила (1;3)

Сохранение трёх целей существенно сокращает перебор, а результаты при этом ухудшаются. Тем не менее средняя ошибка всё ещё не превышает 10%.

Приведём статистику для сохранения второй нити длины три.



Рис. 15. Статистика правила (2;3)

При сохранении второй удачной нити средние ошибки для 9 и 10 целей превысили 10%, фактические средние подобрались к 19%.

На всех графиках ошибок заметен дрейф показателя в сторону уменьшения при росте числа целей. Это означает, что применение правил тем *меньше* вносит ошибку, чем *больше* целей.

Отдельно прокомментируем первый график в каждой из пяти приведённых групп. Процент совпадения *субоптимального* и *оптимального* планов далёк от ста, для правил (1;3), (2;3) он приближается к 40%. Если интерпретировать этот процент как «вероятность правильного ответа», то результат, конечно, неудовлетворителен, но дело в том, что так интерпретировать этот график неверно. Фактически означенный процент – это вероятность

получить при использовании соответствующего правила нулевую ошибку, т.е. идеальный результат.

#### 4. Итоговый алгоритм

Разумеется, при использовании статистически более успешных правил страдает быстродействие, верно и обратное: выигрыш в скорости влечёт за собой потерю точности. Потому естественно представить два антогонистических алгоритма, алгоритм с упором на точность и алгоритм с упором на скорость:

В случае, когда недопустима средняя ошибка больше 4%, единственно возможным к использованию правилом является *правило* (1; 2) – правило сохранения первой удачной нити длины два.

В случае же, когда точность не так критична и нужно получить больший выигрыш в скорости, разумно использовать *правило* (1; 3) – о сохранении первой удачной нити длины три.

Отметим, что *правило СПЦ* даёт почти те же результаты, что *правило* (1; 2), с небольшим выигрышем по скорости, но и небольшой утратой в точности, из-за чего выбор был отдан всё же *правилу* (1; 2).

*Правила* (2; 2) и (3; 2) в сравнении с (1; 2) не дают выигрыша в скорости и проигрывают в точности. Что и до всех численных экспериментов диктовалось логикой, однако всё же было проверено и экспериментально. То же самое стоит сказать о *правиле* (2; 3) в сравнении с (1; 3).

##### **Алгоритм 1.** (точность):

1. Пусть фиксирована некоторая начальная конфигурация  $K$  задачи 2 с  $M$  целями,  $5 \leq M \leq 14$ , пусть для задачи 1 с той же начальной конфигурацией известен оптимальный план  $\pi_*$ .

2. Найдём вектор длительностей перелётов  $\Delta t^*(\pi_*)$ . Найдём  $l_2^1$  – первую удачную нить длины два.

3. Образует множество поиска  $\tilde{\Pi}_M^2 \subset \Pi_M^2$  из тех лишь двумерных планов, что сохраняют нить  $l_2^1$ .

4. Наконец, конструируемый двумерный план  $\tilde{\pi}^2$  таков, что
- (8) 
$$\tilde{\pi}^2 \in \arg \min_{\pi^2 \in \tilde{\Pi}_M^2} T_{sum}^2(\pi^2).$$

Поиск данного минимума осуществляется перебором, выигрыш в скорости обуславливается  $|\tilde{\Pi}_M^2| < |\Pi_M^2|$ .

**Алгоритм 2.** (скорость):

1. Пусть фиксирована некоторая начальная конфигурация  $K$  задачи 2 с  $M$  целями,  $5 \leq M \leq 14$ , пусть для задачи 1 с той же начальной конфигурацией известен оптимальный план  $\pi_*$ .

2. Найдём вектор длительностей перелётов  $\Delta t^*(\pi_*)$ . Найдём  $l_3^1$  – первую удачную нить длины три.

3. Образует множество поиска  $\tilde{\Pi}_M^2 \subset \Pi_M^2$  из тех лишь двумерных планов, что сохраняют нить  $l_3^1$ .

- Наконец, конструируемый двумерный план  $\tilde{\pi}^2$  таков, что
- (9) 
$$\tilde{\pi}^2 \in \arg \min_{\pi^2 \in \tilde{\Pi}_M^2} T_{sum}^2(\pi^2).$$

Поиск данного минимума осуществляется перебором, выигрыш в скорости обуславливается  $|\tilde{\Pi}_M^2| < |\Pi_M^2|$ .

## 5. Заключение

В работе была рассмотрена задача о перераспределении целей (раздел 2.4) как задача – сужение динамической задачи коммивояжёра для двух перехватчиков. Для её решения в ходе работы были предложены шесть эвристических правил. Каждое из этих правил было подвергнуто статистическому анализу, были оценены такие показатели, как средняя ошибка, наибольшая ошибка, вероятность получения нулевой ошибки, а также средняя ошибка среди тех случаев, в которых ошибка была ненулевой (фактическая средняя ошибка).

Статистическое моделирование, проведённое для 9–14 целей, подтвердило целесообразность использования сформулированных эвристических правил и позволило подтвердить изначальную гипотезу о том, что чем больше целей необходимо обойти, тем к меньшей ошибке приводит использование этих правил. Тем самым получены основания полагать, что использова-

ние данных правил не теряет эффективности и при большем, чем 14, числе целей.

Проведённые эксперименты обнаружили как минимум две закономерности, которые требуют дальнейшего объяснения и могут стать основами для будущих работ. Во-первых, это рассинхронность статистических показателей для *правила СПЦ* в случае чётного и нечётного числа целей, во-вторых – нахождение всех двумерных планов в ярко-выраженном конусе, видимом на рис. 9–11. В будущем возможна работа в целях нахождения строгого математического обоснования существованию данных конусов.

Кроме того, существенный интерес представляет одновременное использование сформулированных правил между собой и оценка эффективности данного подхода. Наконец, качественно более трудным для дальнейшего выглядит изучение задачи ДЗК с другим критерием оптимизации, а именно, не с суммарно затраченным временем, а суммарно пройденным перехватчиками расстоянием.

### Литература

1. ГАЛЯЕВ А.А., ЯХНО В.П., ЛЫСЕНКО П.В. и др. *Оптимизация плана перехвата прямолинейно движущихся целей* // Автоматика и телемеханика. – 2023. – Т. 10. – С. 18–36.
2. СИХАРУЛИДЗЕ Г.Г. *Об одном обобщении задачи коммивояжера. I* // Автоматика и телемеханика. – 1971. – Т. 8. – С. 116–123.
3. BUZIKOV M.E., GALYAEV A.A. *Minimum-time lateral interception of a moving target by a Dubins car* // Automatica. – 2022. – Vol. 135.
4. MENGER K. *Das botenproblem* // Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums 2. – 1932. – Vol. 39. – P. 11–12.
5. LAWLER E.L., LENSTRA J.K., RINNOOY KAN A.H.G. et al. *The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization* // 1985. – P. 1–476.

6. HELVIG C., ROBINS G., ZELIKOVSKY A. *The moving-target traveling salesman problem* // Journal of Algorithms. – 2003. – Vol. 49. – P. 153–174.
7. STIEBER A., FUGENSCHUH A. *Dealing with time in the multiple traveling salespersons problem with moving targets* // Central European Journal of Operations Research. – 2020. – Vol. 30. – P. 991–1017.
8. CHOUBEY N.S. *Moving target travelling salesman problem using genetic algorithm* // Int. J. Comput. Appl. – 2013. – Vol. 70. – P. 30–34.
9. ISAIAH P., SHIMA T. *Motion planning algorithms for the Dubins travelling salesperson problem* // Automatica. – 2015. – Vol. 53. – P. 247–255.
10. STIEBER A. *The multiple traveling salesperson problem with moving targets* // Cottbus Mathematical Preprints. – 2022.
11. AHRENS B. *The tour construction framework for the dynamic Travelling Salesman Problem* // IEEE SoutheastCon. – 2015. – P. 1–8.
12. SMITH C.D. *Assessment of genetic algorithm based assignment strategies for unmanned systems using the multiple traveling salesman problem with moving targets* // Thesis (M.S.), Department of Civil and Mechanical Engineering, University of Missouri. – 2021.
13. VANA P., ALVES NETO A., FAIGL J. et al. *Minimal 3D dubins path with bounded curvature and pitch angle* // IEEE Int. Conf. Robot. Autom., IEEE. – 2020 – P. 8497–8503.
14. AKULENKO L.D., SHMATKOV A.M. *Transfer of a dynamic object onto the surface of an ellipsoid* // J. Comput. Syst. Sci. Int. – 2018. – Vol. 57(1). – P. 63–71.
15. PATSKO V.S., FEDOTOV A.A. *Attainability set at instant for one-side turning dubins car* // IFAC-Papers. – 2018. – Vol. 51(32). – P. 201–206.
16. RUBI B., PEREZ R., MORCEGO B. *A survey of path following control strategies for UAVs focused on quadrotors* // J. Intell. Robot. Syst. – 2020. – Vol. 98(2). – P. 241–265.

17. BUZIKOV M.E., GALYAEV A.A. *Time-optimal interception of a moving target by a dubins car* // Automation and Remote Control. – 2021. – Vol. 82(5). – P. 745–758.
18. CACASE S., LAI A.C., LORETI P. *Modeling and optimal control of an octopus tentacle* // SIAM J. Control. Optim. – 2020. – Vol. 58(1). – P. 59–84.
19. MANYAM G.S., CASBEER D.W., VON MOLL A., FUCHS Z. *Shortest dubins paths to intercept a target moving on a circle* // J. Guid. Control. Dyn. – 2022. – Vol. 45(11). – P. 2107–2120.
20. PECSVARADI T. *Optimal horizontal guidance law for aircraft in the terminal area* // IEEE Trans. Automat. – 1972. – Vol. 17(6) – P. 763–772.
21. SHKEL A.M., LUMELSKY V. *Classification of the Dubins set* // Robot. Auton. Syst. – 2001. – Vol. 34(4) – P. 179–202.

## ON REDISTRIBUTION OF TARGETS BETWEEN INTERCEPTORS IN MOVING TARGETS TRAVELING SALESMAN PROBLEM

**Andrey Galyaev**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Sciences, Corresponding Member of RAS (galaev@ipu.ru).

**Pavel Dolgushin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, technician (dolpad@ipu.ru).

*Abstract: The paper considers a moving target traveling salesman problem (MTTSP) with rectilinearly and uniformly moving targets. Parameters of the targets' law of motion such as initial positions, velocities and motion directions considered to be known. Within the framework of the general formulation, a private subtask is considered – task on the redistribution of targets between two traveling salesmen (interceptors). Time criterion is used as an optimization criterion. Time criterion here is maximum operating time of two interceptors. Assuming that the optimal plan for bypassing targets for one interceptor is known, the task is to find the optimal plan for each of the two with a given initial target configuration. Thus, the under study problem differs from the general MTTSP in having some additional information. For considered problem two algorithms for redistributing targets are proposed, statistical analysis of both of them is carried out and the results of their work are presented. The first one is more precise but is slower. The second one is faster because of less precision.*

Keywords: MTTSP, combinatorial optimization, target redistribution problem.

УДК 517.977

ББК 22.161.83

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.4

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.А. Печниковым.*

*Поступила в редакцию 27.02.2024.*

*Дата опубликования 31.07.2024.*

# МОДЕЛЬ ДОСТУПНОСТИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ СЕТЕВОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ПОТОКОВОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ<sup>1</sup>

Промыслов В. Г.<sup>2</sup>,

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Анализируется проблема проектирования системы с учетом доступности для цифровых вычислительных систем, ориентированных на потоковую обработку данных. Доступность рассматривается в контексте модели «конфиденциальность, целостность доступность (КЦД)» информационной безопасности. Доступность характеризуется тем, что она является оценкой временных свойств системы, ее функции или компонента в заданных условиях в конкретный момент времени. Для оценки доступности предложена трехуровневая референтная модель, связанная с различным представлением системы на архитектурном и функциональном уровне. Рассмотрена реализация модели в рамках теории сетевых исчислений (ТСИ), что позволяет рассчитать предельные (консервативные) оценки временных параметров в системе. Показана применимость модели с ТСИ в инженерной практике для анализа доступности в распределенных цифровых вычислительных системах с конкурентной обработкой потоковых данных. Полученная оценка доступности может быть использована для диагностики отклонений поведения системы в результате ошибок или враждебных действий злоумышленника, а также при проектировании для обоснования архитектуры и характеристик компонентов системы.*

Ключевые слова: доступность, модель, проектирование, теория сетевых исчислений, анализ, информационная безопасность.

## 1. Введение

Современные цифровые системы управления, особенно для технических объектов, имеют достаточно сложную архитектуру, выражающуюся в наличии распределенной структуры, в рамках которой компоненты обмениваются информацией для выполнения одной из функций системы. Необходимость информационного взаимодействия в системе накладывает ограничения на характе-

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00338, <https://rscf.ru/project/23-19-00338>.

<sup>2</sup> Виталий Георгиевич Промыслов, к.ф.-м.н., в.н.с. ([vp@ipu.ru](mailto:vp@ipu.ru)).

ристики компонентов и потоки информации в ней. Такие ограничения учитываются при проектировании и разработке системы. В современной практике, в соответствии с принципом безопасного проектирования [30], важным типом ограничений являются ограничения, связанные с информационной безопасностью. В информационной безопасности (ИБ) принято характеризовать качество информации через такие свойства как конфиденциальность, целостность и доступность, и совокупность трёх базовых свойств ИБ называется моделью КЦД. Модель была предложена Зальцером и Шрёдером (Saltzer и Schroeder) в семидесятых годах XX века [35]. Выбор трех свойств связан с принятой концепцией ИБ, которая позволяет описать любое событие ИБ через три свойства КЦД. Данная классификация свойств безопасности сохранилась в большинстве современных моделей информационной безопасности [31]. Однако если сам набор свойств в основном стабилен, то в последнее время в связи с усилением роли информационной безопасности в промышленных системах, связанных с реальным временем, происходит перераспределение их приоритета. В частности, на первый план выступают свойства, связанные с доступностью [9]. Термин «доступность» используется во многих дисциплинах, связанных с техническими системами, и его интерпретация зависит от того, в рамках какой дисциплины рассматривается доступность. Например, в контексте классической надежности обычно в качестве параметров доступности рассматривают такие усредненные параметры как наработка на отказ, время готовности и др. [8]. Для оценки временных параметров систем в рамках задач надежности разработаны многочисленные методы, из которых стоит выделить методы теории массового обслуживания (ТМО). В применении ТМО для компьютерных и цифровых систем имеется многочисленная литература, например, ставшая классической работа [4]. Однако использование ТМО для оценки доступности в контексте информационной безопасности не всегда оправдано; это связано с одной стороны, со значительными трудностями расчета систем в случае нетривиальных статистических распределений для потоков и времени обслуживания в системе [3, 5], с другой стороны – с особенностями интерпретации доступности в информационной безопасности: так, в работе [21]

выделяют шесть видов интерпретации доступности, которые связаны как с внешними, так и внутренними характеристиками и состоянием системы. В основном свойство доступности связано с временными параметрами системы, причем используются как мгновенные оценки доступности, так и усредненные, вероятностные оценки [21]. Однако в ИБ, в отличие от других дисциплин, чаще используют именно мгновенные оценки. Например, определение, данное в серии стандартов МЭК 62443 [9] и принятое в работе, характеризует доступность как «способность компонента выполнить требуемое действие при заданных условиях в заданный момент времени или в продолжение заданного интервала времени, если предоставлены необходимые внешние ресурсы». Определение подчеркивает неразрывную связь доступности с временными характеристиками и важность гарантированности отклика на заданное воздействие в определенном интервале времени. Необходимо отметить, что доступность в ИБ не ограничивается временными характеристиками, хотя они являются основными, она может зависеть от показателей надежности, удобства сопровождения и качества технической поддержки и наличия прав доступа, однако данные характеристики не рассматриваются в работе. Для их оценки в вычислительных сетях можно применять хорошо разработанные риск-ориентированные подходы [10].

Для временных характеристик доступности встает вопрос о выборе «подходящего» метода проектирования и анализа систем для оценки требуемых параметров доступности. Для задач безопасности, в частности, были предложены референтная модель и метрика, которые декомпозируют свойство доступности в виде ограничений на суммарную задержку передачи информации между узлами системы [2, 15], и для расчета ограничений предполагалось применить теорию сетевых исчислений [16]. Термин «референтная модель» используется в смысле обобщенного описания системы с указанием основных ее составляющих и связей между ними. Теория сетевых исчислений (ТСИ) (Network Calculus) – это подход [22, 23] к анализу потоковых систем, который позволяет описать архитектуру системы в виде набора ограничений на основные параметры, такие как скорость

и неравномерность потоков, производительность узлов и получить оценки для параметров, связанных с временем и буферизацией данных, также в виде ограничений. В основном ТСИ нашло применение для анализа цифровых систем передачи и обработки данных реального времени. В работе [16] применение ТСИ для оценки доступности цифровой системы управления иллюстрируется на примере тривиальной системы с последовательной обработкой данных и простой топологией без ветвлений и циклов порождающих взаимовлияний потоков на компонентах.

В работах [2, 15] модель доступности выражена как композиция элементов, включающая метрики доступности, множество функций, архитектуру системы, описание используемой платформы, множество задержек и временных параметров. В качестве меры доступности используется время передачи сигнала от источника до приемника, которое сравнивается с заданным в спецификации временем на выполнение функции в системе с последовательным соединением компонентов и единственным потоком на входе.

Очевидно, что подход к оценке доступности, методика ее расчета зависят как от топологии исследуемой системы, так и свойств конкретных компонентов и внешних условий, выраженных во входных потоках информации, поступающих в систему. Цель данной работы – развить референтную модель доступности [15, 16] для задач проектирования и анализа цифровых распределенных систем общего вида.

Поэтому, в отличие от ранее сформулированной дополненной референтной модели, основное внимание будет уделено двум аспектам:

- расширению применимости модели доступности на распределенные цифровые системы с конкурентными потоками данных;
- разработке «вычислимой» модели, приспособленной для инженерных расчетов доступности вычислительных систем, для которых граф, описывающий информационную структуру, не содержит циклов.

В частности, будут рассмотрены системы, не требующие топологии сети в виде дерева, но предполагающие «прямую» обработку информации в компонентах (узлах) («feed forward») системы [36].

Научная новизна работы заключается в том, что в дополненной модели доступность может оцениваться на каждом из трех уровней представления системы: архитектурном, платформы и функциональном. Для этого предлагается применить ТСИ не только для оценки граничных значений отдельных параметров в узлах системы, но и для расчета обобщенных детерминированных характеристик, позволяющих рассчитать временные характеристики многокомпонентных систем с конкурентными потоками на различных уровнях их представления. Для систем с прямой обработкой данных в рамках развития референтной модели доступности будет дана ее практическая интерпретация в терминах ТСИ.

В работе также приведены и дополнены некоторые основные положения ТСИ, необходимые для понимания интерпретации модели доступности, однако для более полного ознакомления с теорией следует обратиться к специальной литературе, например [32].

Системы с циклической зависимостью алгоритмов обработки информации между компонентами системы не обсуждаются в работе, расчет таких систем возможен в ТСИ для некоторого класса систем, методика расчета предложена в [23] и развита далее многими авторами [28]. В отличие от систем без циклической зависимости, расчет налагает серьезные ограничения на параметры системы, связанные со сходимостью используемых алгоритмов расчета [32]. Более подробно применения ТСИ для систем, содержащих циклические зависимости, исследуется в работах [36, 37, Гл. 6].

Заметим, что в рамках расширений ТСИ возможно соотнести параметры, полученные посредством ТСИ, со статистическими оценками для ТМО [20, 29]. Данные подходы расширяют основные понятия ТСИ для случая вероятностного подхода к основным определениям ТСИ, что приводит к возможности перехода от ТСИ к ТМО и обратно.

Однако объединение ТСИ и ТМО вместе с преимуществом комплексного подхода к оценке временных параметров системы вводит в ТСИ проблему интерпретации величин, имеющих нетривиальное распределение, и методов работы с ними, что с инженерной точки зрения снижает прозрачность получаемых результатов. Вместе с тем простота и прослеживаемость вычислений, определяющие возможность проведения исчерпывающего анализа и тестирования системы, являются важным свойством для задач информационной безопасности, во многом связанных с ее культурой доверия [7]. Поэтому далее ТСИ будет рассматриваться в ее «классическом» детерминированном виде.

В работе приведен пример расчёта доступности для модели системы с применением ТСИ, а также показана возможность реализации системы в виде макета с параметрами ограниченными ТСИ. Основной задачей как моделирования, так и проверки на экспериментальном макете является показать преимущества применения ТСИ в качестве метода оценки доступности.

## 2. Модель ТСИ

### 2.1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТСИ

Для оценки доступности предлагается использовать метод Network Calculus [22, 23], также известный как теория сетевых исчислений (ТСИ). В своем классическом варианте ТСИ описывает систему в виде набора ограничений на потоки информации, передаваемые в системе, а также на ресурсы, которые каждый компонент может представить для потока.

Рассмотрим систему  $S$ , представленную на рис. 1.

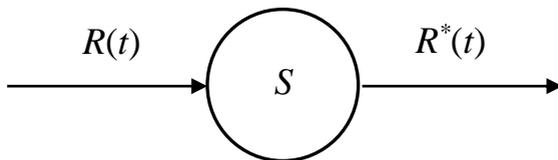


Рис. 1. Простая модель системы в контексте ТСИ

Система  $S$  рассматривается как чёрный ящик, который на вход получает входной поток данных  $r$ , а на выходе выдаёт выходной поток  $r^*$ . В ТСИ обычно рассматривается не мгновенная реализация потока  $r$ , а его представление в виде неубывающей функции – кумулятивного потока  $R$ .

*Определение.* (Кумулятивная) функция потока есть неотрицательная неубывающая функция времени:

$$R(t) = 0, T < 0; R: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}, R(t) \leq R(s), \forall t < s.$$

Функция потока может рассматриваться как интеграл

$$(1) R(t) = \int_0^t r(u)du, \text{ при } r(t) \geq 0, t \geq 0.$$

Считаем, что в системе предполагается отсутствие потерь:

$$(2) R(t) = R^*(t), t \rightarrow \infty,$$

и добавление информации при ее обработке на серверах:

$$(3) R(t) \geq R^*(t), \forall t \geq 0.$$

При таких ограничениях выполняется принцип казуальности (причинности).

*Определение.* Функция потока является казуальной, если  $R(t) = 0 \quad \forall t < 0$ .

Заметим, что для систем с потерями есть расширения ТСИ [24], однако в настоящей работе система считается казуальной, т.е. для каждого компонента выполняются условия (2) и (3). Такое допущение не влияет существенно на применимость ТСИ в референтной модели доступности для систем потоковой обработки и может означать нулевые начальные условия в момент запуска системы.

Для описания системы в ТСИ используются операторы мини(макси)-плюс алгебры [37]. Будем использовать нотацию, введённую в рамках работы [32]. В частности, будут использоваться обозначения  $\otimes$  для операции миниплюс конволюции и  $\oslash$  – для миниплюс деконволюции.

В ТСИ для описания классов потоков и ресурса, доступного на серверах при их обработке, используются их представления в виде ограничений: огибающей (конверта) потока и кривой обслуживания. Переход от потока и ресурса к их ограничениям позволяет не рассматривать конкретную реализацию потока, а работать с классом потоков, удовлетворяющих ограничениям.

*Определение.* Огибающей потока  $R(t)$  называется такая казуальная функция  $\alpha(t)$ , что для  $\forall s, t \geq 0, s \leq t$ :

$$(4) R(t) - R(s) \leq \alpha(t - s).$$

Огибающая потока может быть выражена через оператор миниплюс обратной свертки:

$$(5) \alpha \geq R \oslash R.$$

Легко видеть, что  $\forall T > 0 \alpha(T)$  является наибольшим объемом данных, поступившим с потоком  $R(t)$  за время  $T$ . Практические рекомендации по расчету огибающей потока можно найти в работе [1].

Кривая обслуживания для одного потока в ТСИ определяет ограничения на ресурс, который занимает сервер на обслуживание каждого потока данных. Данная характеристика является имманентной, не зависящей от внешних условий характеристикой системы. Для определения характеристик системы ТСИ в рамках выходных потоков введем определение строгой кривой обслуживания системы [32].

*Определение.* Функция  $\beta$  – это (минимальная) кривая обслуживания системы  $S$  с входным потоком  $R$  и выходным потоком  $R^*$ :

$$R^*(t) - R(s) \geq \beta(t - s) \quad \forall s, t \geq 0, s \leq t.$$

Кривая обслуживания может быть выражена через оператор миниплюс свертки:

$$(6) R^* \geq R \otimes \beta.$$

Практические рекомендации по расчету кривой обслуживания можно найти в работе [13].

В ТСИ важное значение имеют кривые обслуживания специального вида – строгие кривые обслуживания (strict service curve).

*Определение.* Функция  $\beta$  является строгой кривой обслуживания системы  $S$  с входным потоком  $R$  и выходным потоком, если для любого периода времени  $\forall t, s \geq 0, s \leq t, u = t - s$ :

$$R^*(u) \geq \beta(u).$$

Результатами расчета в ТСИ являются ограничения (наихудшие и наилучшие) на две основные характеристики системы  $S$ :  
задержку при обработке данных в системе;  
размер буферизируемых данных.

Для оценки доступности наибольшую важность имеет максимальная задержка обработки данных в системе  $D_{max}$  [32]:

$$(7) \quad D_{max} = h(\alpha, \beta),$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – огибающие потока и кривая обслуживания. Она задается следующим выражением [5]:

$$(8) \quad h(\alpha, \beta) = \inf\{d \geq 0: (\alpha \oslash \beta)(-d) \leq 0\} \\ = \sup_{t \geq 0}\{\inf\{d \geq 0: \alpha(t) \leq \beta(t + d)\}\}.$$

## 2.2. ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ В ТСИ

В предыдущем параграфе система, описываемая ТСИ, была тривиальной, реальные системы имеют более сложную структуру. В частности, на одном сервере могут обрабатываться несколько потоков, несколько серверов могут быть расположены на едином ресурсе и т.д.

Рассмотрим оценку доступности для цифровых систем с потоковой обработкой данных. Проблемным вопросом при анализе систем с применением ТСИ является выделение характеристик, связанных с конкретным потоком и/или конкретным компонентом из интегральных характеристик системы, так как совместная обработка потоков, их агрегирование на сервере в общем случае не являются линейной операцией.

Необходимо также учитывать, что результаты анализа агрегирования потоков зависят от дисциплины обработки (планировщика) отдельных потоков на едином ресурсе, который описывается кривой обслуживания. Далее мы рассмотрим только две основные дисциплины: последовательная обработка (англ. FIFO) и дисциплина с произвольным выбором (Arbitrary). Расширение ТСИ для других дисциплин можно найти в работе [19].

Основой для анализа нетривиальных систем в ТСИ является набор теорем, представленных в работах [17, 23, 32]. Они позволяют получить ограничения на основные характеристики одного потока при условии наличия другого потока. Формулировки теорем приведем ниже.

### **Теорема 1. (О последовательном объединении серверов).**

*Пусть в системе  $S$  есть два последовательно соединённых сервера с кривыми обслуживания  $\beta^1, \beta^2$ . Тогда общая кривая обслуживания для системы может быть выражена как*

$$(9) \beta = \beta^1 \otimes \beta^2.$$

Доказательство см. [37 с. 28].

**Теорема 2. (Огибающая выходного потока).** Пусть поток  $f$  ограничен кривой  $\alpha$  и обрабатывается в сервере  $s$  с кривой обслуживания  $\beta$ . Тогда выходной поток  $f'$  будет ограничен огибающей  $\alpha'$ :

$$(10) \alpha'(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \alpha \oslash \beta(t). & \end{cases}$$

Доказательство см. [37, с. 7].

*Определение.* Будем называть кривую обслуживания остаточной кривой обслуживания  $\beta^{lo}$ , если она является кривой обслуживания, которая может быть выделена компонентом для обработки одному потоку при условии, что на нем уже обрабатывается другой более высокоприоритетный поток.

**Теорема 3.** Рассмотрим систему  $S$ , которая на сервере  $s$  имеет строгую кривую обслуживания  $\beta$  и обрабатывает два потока  $f_1$  и  $f_2$  с огибающими  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . При произвольной дисциплине обслуживания потоков на компоненте (*arbitrary/blind multiplexing*), когда порядок обслуживания потоков не определен, поток  $f_1$  получит остаточную кривую обслуживания не хуже, чем

$$(11) \beta^{lo} = \sup_{0 \leq s \leq t} (\beta(s) - \alpha_2(s)).$$

Доказательство см. [37, с. 176]. Заметим, что в [32] приведена несколько другая запись, связанная с тем, что в формулировке опущен оператор  $\sup$ . В этом случае необходима специальная оговорка о казуальности  $\beta_1(t)$ .

**Теорема 4.** Рассмотрим систему  $S$ , которая на сервере  $s$  имеет кривую обслуживания  $\beta$  и обрабатывает два потока  $f_1$  и  $f_2$  с огибающими  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . При последовательной дисциплине обслуживания поток  $f_1$  получит остаточную кривую обслуживания не хуже, чем

$$(12) \beta_{\theta}^{lo} = \sup_{0 \leq s \leq t} (\beta(s) - \alpha_2(s - \theta))1(t > \theta),$$

где  $\theta \geq 0$  – некоторый произвольный параметр,  $\beta_{\theta}^{lo}$  описывает семейство кривых, которые, если удовлетворяют условию казуальности, также являются кривыми обслуживания для потока  $x_1$ .

Доказательство см. [37, с. 177]

Рассмотрим следствие теоремы 4 в виде модификации дисциплины последовательного обслуживания с ожиданием. Такая

дисциплина может быть реализована в компонентах с циклическим алгоритмом обработки поступающей информации на основе опроса наличия информации во входном канале без блокирования. Опрос происходит с некоторым периодом  $T$ ; если информации нет, то программа засыпает на время  $T$ , а если информация есть, то она обрабатывается в порядке поступления. Однако если время обработки меньше, чем период опроса, то система блокируется на оставшееся от этого время.

Одной из кривых обслуживания для такой системы является кривая вида  $\beta(t - T)$ , где  $\beta(t)$  – кривая обслуживания для системы без блокирования. Данное выражение легко выводится, если представить систему в виде последовательного соединенных компонента с фиксированной задержкой и компонента обработки потока. Однако такая оценка будет достаточно грубой. Лучшая оценка может быть получена, если учесть физический смысл параметра  $\theta$  в формуле (12) как наименьшего времени, когда, во-первых, компонент отработал всплеск данных потока  $f_2$  и, во-вторых, установившаяся скорость поступления данных для  $f_2$  меньше, чем производительность сервера. В этом случае можно считать, что при  $t \geq \theta$  у сервера есть ресурсы для обработки порции данных потока  $f_1$ .

*Следствие 1.* Рассмотрим систему  $S$ , которая реализована на компоненте  $u$ , имеет кривую обслуживания  $\beta$  и обрабатывает два потока  $f_1$  и  $f_2$  с огибающими  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Обслуживание происходит не чаще, чем за интервал  $T$ . Тогда при последовательной дисциплине обслуживания на компоненте поток  $x_1$  получит кривую обслуживания не хуже, чем:

(13)  $\beta_{\theta}^{lo}(t) = \sup_{0 \leq s \leq t} (\beta(s - (T - \theta)^+) - \alpha_2(s - \theta))1(t > \theta)$ ,  
 где  $\theta \geq 0$  – некоторый произвольный параметр, надстрочный символ  $+$  обозначает функцию вида

$$(T - \theta)^+ = \begin{cases} (T - \theta), & \theta < T, \\ 0, & T \leq \theta; \end{cases}$$

$1(t)$  – булева функция:

$$1(x) = \begin{cases} 1, & x == true, \\ 0, & x == false; \end{cases}$$

$\beta_{\theta}^{lo}$  описывает семейство кривых, которые, если они удовлетворяют условию казуальности, также являются кривыми обслуживания для потока  $f_1$ .

Доказательство следствия следует из анализа функционирования системы. Для систем, где  $\theta$  превышает  $T$ , кривая обеспечивает реализацию дисциплины последовательного обслуживания. Если  $\theta$  меньше  $T$ , то кривая обслуживания всей системы представляет собой кривую обслуживания с последовательным компонентом задержки на  $(T - \theta)$ , ч.т.д.

Для удобства работы с формулами (11)–(13) введем оператор  $\ominus$ :

$$(14) \beta \ominus (\theta, \alpha) = \sup_{0 \leq s \leq t} (\beta(s - (T - \theta)^+ - \alpha(s - \theta))1(t > \theta)).$$

Теоремы 1-4 и следствие 1 совместно с основными положениями ТСИ (п. 2) об ограничениях на задержку в системе позволят рассчитать для систем, где компоненты удовлетворяют условиям теорем 2-4, ограничения на задержку как между серверами где происходит обработка данных, так и интегральную задержку для потока на его пути.

Как указано выше, анализ системы в рамках ТСИ сталкивается с трудностями описания взаимодействия потоков, если топология системы содержит циклы. Далее мы сосредоточимся на классе систем, относящихся к системам без циклических зависимостей в путях обработки потоков (feed forward).

Рассмотрим референтную модель описания доступности в системе, построенную в рамках ТСИ, для чего сначала приведем основные положения модели и покажем ее применение в оценке доступности.

### 3. Референтная модель доступности

В работах [2, 15] предложена референтная модель доступности, которая выделяет шесть основных уровней в задаче оценки доступности: метрика, функция, система, платформа, задержка, временные параметры. Основываясь на данной модели, предложим модель, более ориентированную на практическое применение, где разделены элементы, отражающие абстрактное представление системы, и, собственно, методы оценки доступности,

а также расширена применимость модели для систем со многими потоками.

Модифицированная модель содержит пять элементов: три основных элемента определяют уровни представления системы, используемые для анализа, и два вспомогательных элемента, связанных с методом расчета доступности. Основные элементы:

- Архитектурный уровень, который задается множеством компонентов платформы и отношениями между ними. Примером такого описания может быть модель информационных потоков в исследуемой системе.

- Уровень платформы, который задается множеством компонентов системы и их показателями, например, задержки в максимальном времени обработки данных на компоненте.

- Функциональный уровень, который задается совокупностью действий анализируемой системы, направленной на достижение определенной цели, которая выражается в терминах архитектурного уровня или платформы. Например, характеристика «время архивирования данных» в системе складывается из времени прохождения данных по тракту обработки плюс время записи данных на носитель на сервере, выполняющем архивирование.

Вспомогательные:

- Метрика доступности  $A$ , позволяет задать множество времен доступа к информации  $D = \{d_i\}$  (задержку) для каждого множества элементов анализируемого уровня системы.

- Барьерная функция  $L$ .

*Определение.* Метрика доступности  $A$  – это функция, которая каждому элементу основного уровня представления системы ставит в соответствие некоторое вещественное число, называемое задержкой:  $A: M \rightarrow D, D \subseteq \mathbb{R}$ . Далее, когда говорится о метрике, под ней будет пониматься метрика доступности.

*Определение.* Барьерной функцией  $L$  для оценки доступности  $E$  называется непрерывная функция, определенная внутри допустимого множества задержек  $D$ , ставящая для каждой задержки  $d \in D$ , рассчитанной по метрике  $A$ , значение  $\{true, false\}$ , в зависимости от того удовлетворяет задержка заданным условиям или нет,  $L: D \rightarrow \{true, false\}$ .

Для того чтобы определить, что такое доступность, положим, что оценка доступности  $E$  разбивается на серию индивидуальных задач оценки доступности  $e \in E$ , где каждая отдельная задача  $e$  может быть разрешена при помощи некоторого единого эффективного условия  $l \in L$ :

$$l(d) = \begin{cases} 1, & 0 \leq d \leq d_{max}, \\ 0, & d > d_{max}. \end{cases}$$

*Определение.* Оценкой доступности  $E$ , или просто доступностью, назовем операцию логического ИЛИ для значений  $e$  по совокупности индивидуальных задач:

$$(15) E: L \times D \rightarrow \{true, false\},$$

$$(16) E(D) = \bigvee_{i \in N, d_i \in D, d_{i max} \in D} l(d_i, d_{i max}).$$

Для инженерных задач является обычным представление системы в виде графа, где узлы графа представляют собой компоненты, где происходит обработка информации, а ребра графа представляют собой отношения, возникающие между узлами при выполнении определенной функции системы. В работе для простоты предполагается, что все узлы – это компоненты, обрабатывающие по какому-либо алгоритму информацию, а ребра – это линии связи между компонентами, по которым могут идти информационные потоки. Каждый из уровней представления системы является обобщением представления системы на более низком уровне.

Рассмотрим подробнее основные уровни, а также предложим для каждого метрику и барьерную функцию.

### 3.1. АРХИТЕКТУРНЫЙ УРОВЕНЬ

Рассмотрим архитектурный уровень  $\Sigma$ , который представлен потоками информации, циркулирующими в системе. Система состоит из серверов обрабатывающих потоки данных, соединённых направленными связями.

Определим основные элементы архитектуры, посредством которых можно рассчитать доступность потоков данных. Пусть:

$S = \{s_i\}$  – множество серверов в системе;

$F = \{f_i\}$  – потоки информации. Поток задается в виде пути в графе  $G$  от  $s_i$  к  $s_j$ ,  $s_i, s_j \in S$  и огибающей  $\alpha$  **Ошибка! Источник ссылки не найден.** на входе.

Каждый сервер описывается кортежем  $(F, l, \beta)$ , где

$\beta: F \rightarrow F$  – передаточная функция сервера, заданная в виде кривой обслуживания  $\beta$ , **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, и дисциплины обслуживания. Считаем, что преобразование является монотонным:  $\forall f', f'' \in F f' \geq f'' \Rightarrow \beta(f') \geq \beta(f'')$ .

$l: F \rightarrow \{true, false\}$  – барьерная функция проверки соответствия входных потоков условиям. Функция  $l(F) = true$ , если при заданных параметрах потока сервер может выполнить преобразование  $\beta$  за указанное время.

Тогда  $G = (S, F)$  – конечный помеченный ориентированный граф, представляющий текущие доступы в системе. Элементы множеств  $S$  являются вершинами графа. Элементы множества  $F$  являются ребрами графа,  $|F| = |S| \times |S|$ .

На графе  $G$  определено множество маршрутов  $\mathcal{P}$ ,  $|\mathcal{P}| = |F|$ , т.е. для каждого из потоков  $f_i$  в графе  $G$  определен маршрут из набора последовательных ребер, соединяющих начало и конец маршрута  $\mathcal{P}_i$ , через вершины графа, где происходит обработка потока:

$$(17) \mathcal{P}_i = \bigcup_{k=1}^{l_j} (s_{i,k-1}, s_{i,k}), (s_{i,k-1}, s_{i,k}) \in E.$$

Метрика задаётся отображением

$$(18) A_\Sigma: F \rightarrow D.$$

Метрика сопоставляет для каждого потока информации некоторую величину, связанную с задержкой передачи информации по маршруту, связанному с потоком.

Оценка доступности задается формулой (15).

Отметим, что возможно рассмотреть ситуацию, когда отдельные серверы системы физически разделяют один и тот же ресурс. Пусть:  $S = \{s_i\}$  – множество серверов в системе, разбитое на подмножества  $S_j = \{s_i\}, \subseteq S$ , такие, что  $S_j \cap S_j = \emptyset, i \neq j$  и  $\bigcup_j S_j = S$ . В этом случае если ресурс задан своей кривой обслуживания, то, приняв модель разделения ресурса в виде планировщика задач, можно рассчитать ресурс, доступный для каждого из серверов подмножества  $S_j$  на общем ресурсе  $j$  [28]. Однако далее для упрощения предполагается, что серверы имеют фиксированный ресурс полностью задаваемой своей кривой обслуживания.

### 3.2. УРОВЕНЬ ПЛАТФОРМЫ

Рассмотрим уровень представления системы в виде платформы  $P$ , когда не выделяются сценарии ее использования, а в основном анализируется работа отдельных элементов. Примером может служить анализ производительности распределенной системы на уровне технических средств, отдельных компьютеров, коммутаторов и других устройств. Уровень платформы  $P$  по основным элементам аналогичен уровню представления для архитектуры системы, однако отличается используемой метрикой для оценки доступности. В отличие от уровня архитектуры, где анализируются временные характеристики потоков данных на пути обработки их в системе, для платформы оценка доступности связана с временными характеристиками отдельных узлов в системе.

Метрика задаётся отображением:

$$(19) A_P: S \rightarrow D$$

### 3.3. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

Функциональный уровень может быть описан в терминах уровней, приведенных выше. Его определение во многом зависит от задачи, поставленной при оценке доступности системы. Определим наиболее общие элементы функционального уровня и отношения между ними:

$\Phi = \{\phi_i\}$  – множество функций, выполняемых системой.

Для каждой функции определено множество компонентов уровней архитектуры ( $\Sigma$ ) и платформы ( $P$ ), участвующих в выполнении функции  $\phi_i$ , через отображение:

$$(20) Q: \Sigma \times P \rightarrow \Phi$$

Декомпозиция системы на функциональном уровне связана с конкретными сценариями эксплуатации системы и может проводиться аналогично анализу дерева отказов в системе, например, по методике FMEA [6].

Метрика доступности  $A$  задаётся соответствующими метриками для компонентов более низкого уровня, в терминах которых описывается функция.

$$A: \Phi \rightarrow D,$$

Метрика сопоставляет для каждой из функций, выполняемых системой, некоторую величину, связанную с задержкой доступа к данной функции. В соответствии с уравнением (20), данная метрика может быть представлена как композиции для метрик более низкого уровня представления системы:

$$A = A_{\Sigma} \circ A_P,$$

где  $A_{\Sigma}, A_P$  – метрики для архитектурного уровня и уровня платформы соответственно, через которые выражена заданная функция.

Оценка доступности задается уравнением (15).

Отметим, что подходы ТСИ можно двояко использовать в задаче оценки доступности. Первый сценарий применения ТСИ состоит в том, что метод используется для расчета максимальных значений временных параметров, которые потом будут использованы как ограничения в барьерной функции для расчета  $d_{max}$ .

Во втором сценарии по параметрам работающей системы рассчитываются максимально возможные задержки и делается вывод, удовлетворяет ли система ранее заданным ограничениям.

Оба сценария являются рабочими сценариями для практики, однако далее исследуется только второй сценарий; переход между сценариями не составляет трудностей.

Рассмотрим на макете программной системы пример оценки доступности для двух уровней референтной модели. Для оценки доступности выбрана относительно простая система, которую можно анализировать аналитически, что позволяет проследить подходы к реализации модели доступности с применением ТСИ.

## **4. Пример расчета доступности системы с последовательной обработкой данных**

### **4.1. ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ**

Рассмотрим систему без циклов в путях обработки данных (рис. 2).

Все серверы в системе реализуют одинаковую дисциплину обслуживания конкурентных потоков. Такое ограничение принято только для упрощения и наглядности приводимых выкладок.

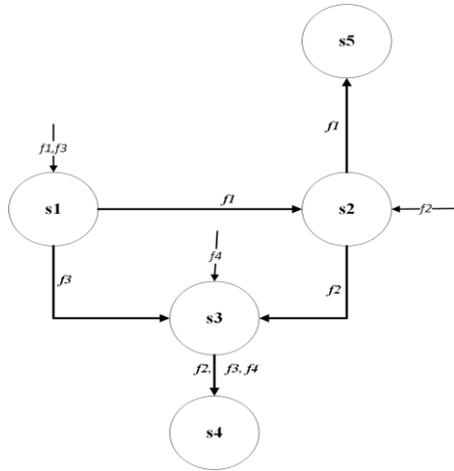


Рис. 2. Архитектура системы с путями потоков

Пусть в системе имеется пять серверов  $S = \{s_1..s_5\}$ , имеющих кривые обслуживания вида:

$$\beta_i^{R,T}(t) = \begin{cases} R(t - T), & t > T, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

В систему поступают четыре потока  $F = f_1, \dots, f_4$ , огибающая потока  $i$  задана в виде кривой  $\alpha_i(t) = rt + b$ .

Так как некоторые режимы работы системы кроме расчетной модели проверялись на макете, то параметры модели выбраны с учетом ограничений используемых вычислительных средств для макетирования.

Так как адекватность макетирования во многом зависит от точности задания различных постоянных времени, которые для ОС с ядром Linux общего назначения составляет порядка 1 мс [14], то в соответствии с этим основные параметры производительности сервера и скорости потоков выбирались менее одного Кбайт. Для задержки  $T$  кривой обслуживания выбрана задержка порядка 1 с, что позволяло упростить отладку макета.

Параметры потоков и серверов обслуживания в примере заданы одинаковыми, так как пример служит для пояснения предлагаемой модели расчета доступности с помощью ТСИ, и одно-

образе параметров позволяет относительно просто продемонстрировать изменение доступности при варьировании параметров.

Зададим маршруты  $\mathcal{P} = \{\mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_4\}$ , в системе для каждого из потоков для архитектурного уровня представления системы последовательностями ребер в графе  $G$ :

- $\mathcal{P}_1 = \{(s_1, s_2), (s_2, s_5)\}$ ,
- $\mathcal{P}_2 = \{(s_2, s_3), (s_3, s_4)\}$ ,
- $\mathcal{P}_3 = \{(s_1, s_3), (s_3, s_4)\}$ ,
- $\mathcal{P}_4 = \{(s_3, s_4)\}$ .

Если необходимо указать огибающую потока на выходе определенного компонента, используется нотация  $\alpha_i^j(t)$ , где  $i$  – номер потока, к которому относится огибающая,  $j$  – номер компонента.

Для каждого уровня модели доступности приведен вид кривых обслуживания и огибающих потоков, необходимых для расчета задержки с применением формулы (6). Расчет максимальной задержки проводится в программе, написанной на языке Java на основе библиотеки для ТСИ [34]. Библиотека позволяет моделировать все три дисциплины обслуживания, для которых кривая обслуживания при совместной обработке потоков определялась теоремами 2–4 и выражениями (11)–(13) соответственно. Однако ниже приведены расчеты только дисциплины с произвольным выбором, так как результаты по другим дисциплинам не дают каких-либо принципиально новых данных о применимости модели оценки доступности на основе ТСИ.

В примерах моделировалась оценка доступности при изменении производительности компонентов системы и параметров потоков:

- Производительности всех серверов в системе. Такое поведение системы возможно, если, например, используются атаки на отказ в обслуживании, связанные с замедлением системы при обработке специально подобранных данных.
- Скорость входных потоков. Такое поведение системы возможно, если скорости потоков на входе меняются в результате DoS атаки.
- Неравномерность входных потоков.

Для апробации модели сделан макет системы в виде набора программ на языке С [12], реализующих сервер и задающих генераторы входных потоков, которые объединялись через сеть в моделируемую систему. Каждый сервер и каждый генератор потока оформлен в виде отдельного процесса ОС.

Для уменьшения влияния сетевых эффектов на измерения использовалась эмуляция сети в пределах одного компьютера и ограничивалась скорость и неравномерность потоков.

Программа генератора входных потоков работает в циклическом режиме, за фиксированный период в одну секунду посылается объем данных  $r$ , разбитый на посылки размера не более  $b$ .

Поток с необходимой огибающей генерировался по формуле  $\alpha(t) = C \frac{t}{T} + B$ , где  $T$ - период времени, в течение которого посылается объем данных размером  $C$ , упакованный в пакеты объемом не более чем  $B$ . Скорость потока  $r = \frac{C}{T}$ , неравномерность  $b = B$ . Чтобы учесть влияние работы системных процессов, для используемой ОС на основе ядра Linux проведено дополнительное моделирование, в котором оценивалась огибающая потока (рис. 3), поле чего опытным путем подбирались коэффициенты для скорости потока для соответствия теоретической огибающей.

Сервер реализован в виде программы с циклическим алгоритмом опроса каналов с вызовом системной функции *poll* [25].

Если ни на одном из каналов нет данных, то сервер останавливает опрос на время  $T$ . Для задания кривой обслуживания в сервере реализован алгоритм побайтной обработки поступающего пакета с задержкой между обработкой на время, обратно пропорциональное величине  $R$ . Порядок опроса каналов при совместной обработке нескольких потоков зависит от установленной дисциплины обслуживания. Для дисциплины с последовательной обработкой одновременно опрашиваются сразу все каналы, и если данные доступны по нескольким каналам, канал для обработки выбирается случайным образом один. Для дисциплины с произвольным выбором все каналы, обрабатываемые сервером, сканируются последовательно. Каждый новый цикл начинается со случайно выбранного канала, для которого выполняется вызов *poll* с ожиданием с временем  $T$ , и если данные присутствуют за это время, то они обрабатываются, а если нет, то

переходят к следующему каналу, который опрашивается без ожидания, после опроса всех каналов и обработки доступных данных цикл повторяется.

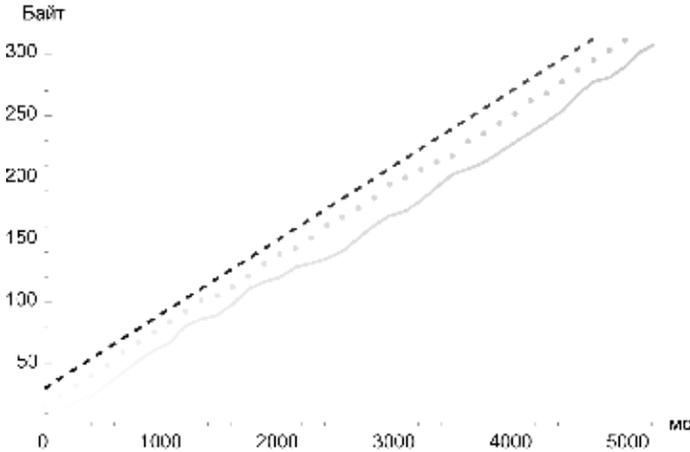


Рис. 3. Интегральный поток (сплошная линия), огibaющая потока (пунктир), линейная аппроксимация (штрихованная линия) [1], для потока на выходе генератора сигнала.

Теоретическая скорость потока  $r = 60$  байт/с,  
 неравномерность  $b = 30$  байт

Аналогично как для огibaющей потока для калибровки программы оценивалась кривая обслуживания [13] и подбиралась скорость обработки данных на сервере, чтобы экспериментальная кривая обслуживания соответствовала теоретической минимальной с параметрами  $T, R$ . Минимальная теоретическая кривая обслуживания ограничивает снизу экспериментальную кривую обслуживания. Так как точная оценка минимальной кривой обслуживания на основе только экспериментальных данных является в общем случае нерешенной задачей, использовались приближенные методы [13] для оценки параметра  $R$  и  $T$  для конфигурации с единственным потоком на входе сервера. Далее полученные параметры  $R, T$  проверялись для системы с одним сервером

с несколькими потоками на входе, в результате экспериментальная кривая обслуживания получила резерв около 20%, который учитывает обработку данных ОС.

Более детально алгоритм генерации потока и его обработки описан в коде программ [12].

На макете измерялись те же параметры, что и рассчитывались в модели. В качестве значений выбиралось максимальное значение соответствующей задержки за время работы макета. В работе приведены данные эксперимента на макете за час работы. Выбор времени моделирования на макете обоснован практическими соображениями, «разумностью» затраченных ресурсов, а также тем, что большинство постоянных времени процессов в компьютерах ОС на базе ядра Linux не превышают десятков минут (а чаще значительно меньше).

#### 4.2. АНАЛИЗ ДОСТУПНОСТИ НА УРОВНЕ ПЛАТФОРМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТСИ

Для оценки доступности используем интерпретацию теорем 2, 4, когда потоки, обрабатываемые на серверах, не разделяются, а рассматриваются как объединённый поток (TFA – Total Flow Analysis) [18], и ограничения по задержке вычисляются для объединённого потока на каждом из серверов по формуле:

$D = h(\alpha_{\Sigma}, \beta)$ , где  $\alpha_{\Sigma}$  – объединённая огибающая потоков на входе сервера.

Приведем формулы для расчета максимальной задержки только для серверов на пути одного потока. Задержки для серверов, которые входят в маршруты других потоков, но не входят в данный, могут быть рассчитаны аналогично.

Пример теоретических кривых обслуживания для каждого из компонентов на пути потока 2 (рис. 2) и объединённые огибающие потока на входах серверов приведены в таблице 1. Здесь  $\beta_i^{l_0, k}$  обозначает остаточную кривую обслуживания для компонента  $s_k$ ,  $\{s_k\} \subseteq S$ . Для обозначения номера конкретного сервера для величин  $\alpha_{\Sigma}, \beta$  добавляется надстрочный индекс с номером сервера, нижний индекс обозначает, для какого потока рассчитывается остаточная кривая обслуживания.

Таблица 1 Кривые обслуживания и огибающие потока относительно Потока 2 по методу TFA

Поток 2	
$\beta_1^{lo,1} = (\beta^1 \ominus (\theta_1^1, a_3^1))$	$a_{\Sigma}^1 = \alpha_3 + \alpha_1;$ $a_3^1 = \alpha_3$
$\beta_2^{lo,1} = \beta^2 \otimes (\ominus (\theta_1^2, a_2^2))$	$a_{\Sigma}^2 = \alpha_2 + a_1^1;$ $a_1^2 = \alpha_1 \oslash \beta_1^{lo,1}$ $a_2^2 = \alpha_2$
$\beta^5$	$a_{\Sigma}^1 = a_1^5$ $a_1^5 = a_1^2 \oslash \beta_2^{lo,1}$
$\beta^3$	$a_{\Sigma}^3 = \alpha_4 + a_2^2 + a_3^1;$ $a_3^1 = \alpha_3 \oslash \beta^1$ $a_2^2 = a_2^2 \oslash \beta^2$
$\beta^5$	$a_{\Sigma}^5 = (a_{\Sigma}^3 \oslash \beta^3)$

Рассмотрим оценку доступности на уровне платформы на основе измеренных и рассчитанных по ТСИ значений. Измерения и расчет проводились по всем четырём потокам с применением метода TFA для задержек по каждому из серверов; дополнительно по каждому из потоков указана полная задержка, рассчитанная по методу раздельного анализа потоков, описанному ниже. Примеры расчета задержки для дисциплины обслуживания с произвольным выбором на каждом из серверов приведены в таблице 2 вместе с измеренными на макете значениями.

Таблица 2. Сравнение задержки для ТСИ и макета системы.

Параметры серверов системы:  $R = 500$  байт/с,  $T = 1$  с,

параметры входных потоков:  $r = 60$  байт/с,  $b = 30$  байт

Задержка по серверу	Поток 1 ( $d_1$ с)		Поток 2 ( $d_2$ с)		Поток 3 ( $d_3$ с)		Поток 4 ( $d_4$ с)	
	ТСИ	Экс.	ТСИ	Экс.	ТСИ	Экс.	ТСИ	Экс.
Сервер 5	1,3	<b>1,0</b>						
Сервер 4			2,9	<b>2,1</b>	2,9	1,9	2,9	1,9
Сервер 3			2,3	<b>1,8</b>	2,3	1,8	2,3	1,7
Сервер 2	1,7	1,3	1,7	1,4				
Сервер 1	1,5	1,2			1,5	<b>1,3</b>		

Для оценки стабильности работы системных процессов эксперименты с измерением задержки на макете были повторены 10 раз, и в таблице 2 приведены средние значения, максимальное значение доверительного интервала с доверительной вероятностью 0,95 для измеренных на серверах задержек составляет 86 мс.

Как видно из таблицы, рассчитанные задержки больше измеренных экспериментальных задержек для отдельных потоков, что является следствием того, что для расчета использовалась минимальная кривая обслуживания (б). Для того чтобы рассматривать результаты измерений в рамках метода TFA, необходимо использовать максимальное значение из задержек каждого из потоков, обрабатываемых на сервере. Максимальные из измеренных на серверах задержки выделены в таблице жирным шрифтом, различие в расчетном значении по ТСИ для минимальной кривой обслуживания и измеренном на макете не превышает 30%. Все измеренные задержки находятся в рамках результатов ТСИ, которая ограничивает значение задержки сверху. Относительное расхождение объясняется особенностями передачи данных в ядре ОС, которые сложно учесть в макете, и наличием редких событий, увеличивающих задержку, например одновременного прихода больших пакетов данных для каждого из потоков, обрабатываемых сервером, регистрация которых требует значительного увеличения времени эксперимента.

#### *4.3. АНАЛИЗ ДОСТУПНОСТИ НА АРХИТЕКТУРНОМ УРОВНЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТСИ*

Оценка доступности на архитектурном уровне требует более высокой степени детализации системы. Например, это может быть выражено в том, что для каждого из потоков  $\{f_1, \dots, f_4\}$  по всем серверам, входящим в его маршрут, оценивается отдельно кривая обслуживания (теоремы 2 и 3 в зависимости от реализуемой дисциплины обработки) и для потока оценивается общая кривая обслуживания по всей цепочке серверов (правило 1).

В ТСИ такой подход известен как отдельный анализ SFA (separate flow analysis), когда для фоновых потоков вычисляется общая доля потребляемых ресурсов, которая потом позволяет вычислить по теореме 3 общий остаточный ресурс (общую кривую

обслуживания)  $\beta^{lo}$  для анализируемого потока и на основе  $\beta^{lo}$  далее вычислить ограничения на максимальную задержку. Наличие общей кривой обслуживания по потоку позволяет использовать принцип «платить за выбросы один раз» (pay burst only once) [32] и получить лучшую оценку для максимальной задержки. Заметим, что рассчитанные значения максимальной задержки с применением принципа «платить за выбросы однажды» могут отличаться от интегральной задержки, полученной суммированием отдельных задержек по пути потока.

При использовании ТСИ существует возможность различной последовательности применения теорем 2, 4 и правила 1, заключающаяся в том, в какой последовательности выполнять операции  $\ominus$ ,  $\otimes$  при расчете кривой обслуживания для потока. Известно, что когда приоритет отдается операции объединения кривых обслуживания перед применением оператора  $\ominus$ , принцип «платить за мультиплексирования только раз» (PMO – Play Multiplexing Only Once) позволяет получить лучшую оценку для максимальной задержки в системе [18]. Однако последний принцип возможен только для систем, имеющих вложенную топологию (nested networks) [38], т.е. когда отдельные потоки в пределах пути не разъединяются, чтобы потом соединиться. Поэтому результаты приведем без учета данного принципа.

Рассмотрим применение методов ТСИ для расчета доступности в исследуемом макете. Анализ ограничений по кривым обслуживания и огибающие потоков по пути для каждого из потоков приведены в таблице 3. Здесь для  $\beta_k^{lo}(t)$  нижний индекс обозначает сервер  $s_k$ .

Для сравнения расчетных и измеренных значений воспользуемся измерениями, сделанными для уровня платформы (таблица 2), и проведём суммирование по задержкам для серверов на пути каждого из потоков и сравним с результатами по SFA (таблица 4), Экспериментальные значения отличаются менее чем на 20% от расчетных для минимальной теоретической кривой обслуживания.

Таблица 3. Кривые обслуживания и огибающие потоков

Остаточная кривая обслуживания	Огибающая потока
Поток 1	
$\beta_1^{lo} = \beta^1 \otimes (\beta^2 \ominus (\theta_2^2, a_2^2)) \otimes \beta^4$	$a_2^2 = \alpha_2;$
Поток 2	
$\beta_2^{lo} = \beta^2 \otimes ((\beta^3 \ominus (\theta_4^3, a_4^3)) \ominus (\theta_3^3, a_3^3)) \otimes ((\beta^4 \ominus (\theta_4^4, a_4^4)) \ominus (\theta_3^4, a_3^4))$	$a_4^3 = \alpha_4$ $a_3^3 = a_3^1 \oslash (\beta^1 \ominus (\theta_1^1, a_1^1))$ $a_3^4 =$ $= a_3^1 \oslash (\beta^1 \ominus (\theta_1^1, a_1^1)) \otimes ((\beta^3 \ominus (\theta_2^3, a_2^3)) \ominus (\theta_4^3, a_4^3))$ $a_4^4 = \beta^3 \otimes \alpha_4$
Поток 3	
$\beta_3^{lo} = (\beta^1 \ominus (\theta_1^1, a_1^1)) \otimes ((\beta^3 \ominus (\theta_2^3, a_2^3)) \ominus (\theta_4^3, a_4^3)) \otimes ((\beta^4 \ominus (\theta_2^4, a_2^4)) \ominus (\theta_4^4, a_4^4))$	$a_1^1 = \alpha_1$ $a_4^3 = \alpha_4$ $a_2^3 = a_2^2 \oslash (\beta^2 \otimes ((\beta^3 \ominus (\theta_4^3, a_4^3)) \ominus (\theta_3^3, a_3^3)))$ $a_4^4 = a_4^3 \oslash \beta^3$
Поток 4	
$\beta_4^{lo} = \beta^3 \otimes \beta^4$	$\alpha_4$

Таблица 4. Сравнение задержки по потоку для ТСИ и макета системы,  $R = 500$  байт/с,  $T = 1$  с, параметры входных потоков:  $r = 60$  байт/с,  $b = 30$  байт. На серверах реализована дисциплина обработки с произвольным выбором

Полная задержка по потоку (SFA)	Поток 1 ( $d_1$ с)		Поток 2 ( $d_2$ с)		Поток 3 ( $d_3$ с)		Поток 4 ( $d_4$ с)	
	ТСИ	Экс.	ТСИ	Экс.	ТСИ	Экс.	ТСИ	Экс.
	3,5	3,5	5,1	5,3	5,0	5,0	4,2	3,6

Экспериментальная задержка по второму потоку оказалась несколько выше, чем значение ТСИ, что отражает большее влияние ядра ОС и ошибку измерений на каждом из серверов по пути потока с учетом, что пути для потоков  $f_2, f_3$  самые «длинные» в системе и начальный сервер  $s_3$  для потока  $f_2$ , в отличие от потока  $f_3$ , обрабатывается совместно с уже возмущенным после обработки потоком  $f_1$  с увеличенной неравномерностью.

Для архитектурного уровня рассмотрим также оценку доступности при изменении параметров системы или входных потоков. На рис. 4, 5 показаны изменения максимальной задержки для потоков 1-4 для произвольной дисциплины обслуживания на серверах.

Для графика варьировалась производительность серверов и неравномерности потоков в диапазоне  $R = 200 - 650$  байт/с,  $T = 1$  с, параметры входных потоков:  $r = 60$  байт/с,  $b = 5 - 50$  байт.

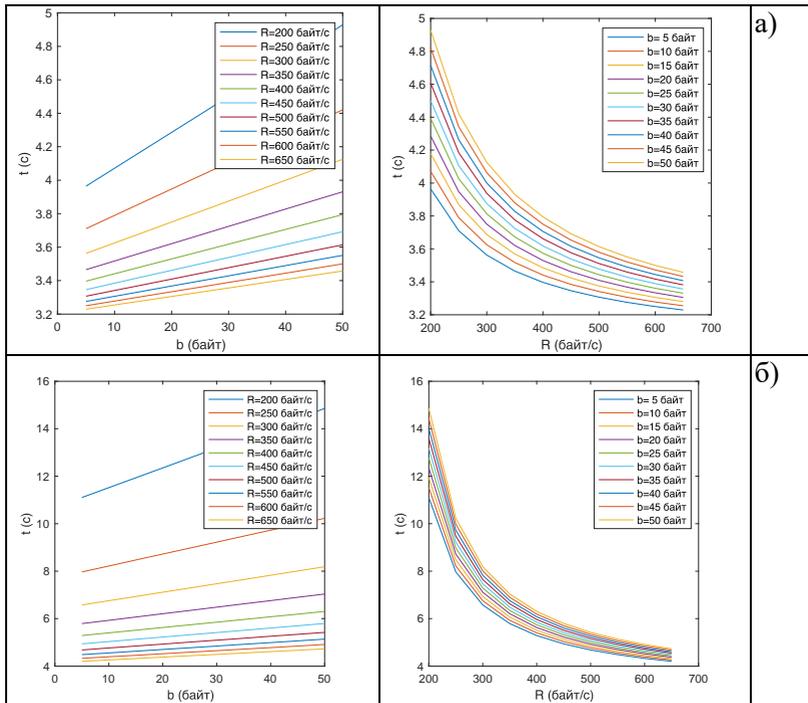


Рис. 4, Изменение максимальной задержки для потоков 1–2 – а), б) соответственно – от  $b$  (слева) и  $R$  (справа) при фиксированных  $R$  и  $b$

Как видно из графиков, общий характер зависимости максимальной задержки от неравномерности потоков линейный и обратно пропорциональный производительности сервера. Первый

поток наименее чувствителен (рис. 4) к моделируемым изменениям системы с точки зрения задержки прохождения данных, так как он имеет относительно короткий маршрут обработки в системе и мало взаимодействует с другими потоками. Остальные потоки в исследуемом диапазоне изменения параметров имеют пороговое  $R$  значение, при котором начинается резкий рост задержки прохождения данных, что связано с тем, что у части серверов нагрузка приближается к критической. Такое поведение для реальной системы необходимо учитывать при оценке доступности, например установления пороговых значений для барьерной функции.

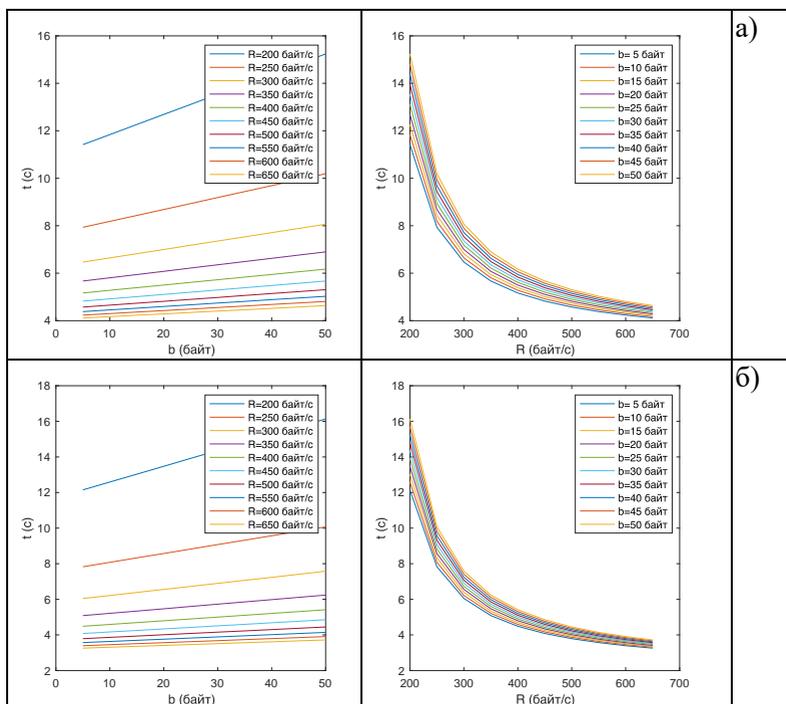


Рис. 1. Изменение максимальной задержки для потоков 3–4 – а), б) соответственно – от  $b$  (слева) и  $R$  (справа) при фиксированных  $R$  и  $b$

#### 4.4. АНАЛИЗ ДОСТУПНОСТИ НА ФУНКЦИОНАЛЬНОМ УРОВНЕ

Как указано выше, анализ на функциональном уровне зависит от сценариев применения системы и целей, поставленных при анализе доступности. В качестве входных данных могут быть использованы результаты для оценки максимальной задержки, полученные как на архитектурном уровне, так и на уровне платформы. Анализ доступности может рассматриваться как набор ограничений на время, которое требуется на обработку информации по нескольким маршрутам потоков и/или для набора серверов, задействованных в реализации конкретной функции.

Например, в случае анализа на уровне архитектуры интегральная задержка для всего может быть равна сумме задержек на компонентах, принимающих участие в выполнении функции:

$$D_i = \sum_{j \in S} d^j.$$

Если функциональный анализ проводится на архитектурном уровне, то возможный сценарий на установку ограничений для максимальной задержки как суммы максимальных задержек потоков данных, используемых для выполнения функции:

$$D_i = \sum_{j \in P_i} d^j.$$

### 5. Обсуждение и заключение

Проблеме проектирования и анализа цифровых систем с заданными параметрами доступности с технической точки зрения не всегда уделялось достаточное внимание, несмотря на то, что доступность является приоритетной целью для многих промышленных систем управления [9], например, при реализации принципа безопасного проектирования и обеспечения информационной безопасности. Одной из причин недостаточного внимания являлось отсутствие практических методов ее оценки для компьютерных систем. В работе предложена референтная модель доступности для анализа систем, призванная решить данную проблему. Модель задает три уровня, на которых анализируется доступность в системе, а также определяет набор вспомогательных методов, необходимых для применения модели.

В работе в качестве основы для реализации вспомогательных методов предложено использовать теорию сетевых исчислений (ТСИ). Ее применение логично с точки зрения получаемых на выходе ТСИ значений для максимальной задержки обработки данных в системе и применения их в референтной модели доступности. Применение ТСИ для оценки доступности не является единственно возможным методом реализации предложенной референтной модели. Например, альтернативой могут служить и методы теории массового обслуживания (ТМО), и просто прямые измерения, если система доступна для анализа. Преимуществом ТСИ является уход от необходимости статистического описания характеристик системы, которое необходимо, например, в случае ТМО и его замены более простыми в инженерном плане детерминированными ограничениями на потоки и компоненты системы, ТСИ и ТМО во многом дополняют друг друга. Кроме детерминированного подхода ТСИ, существует ее стохастическая интерпретация [20, 27]. Однако наш опыт показывает, что в практических приложениях использование стохастической ТСИ не всегда оправдано, так как она лишает ТСИ прозрачности вычислений и независимости от знания статистических характеристик системы и в инженерном плане имеет схожие ограничения, что и ТМО.

Для более точного описания различных дисциплин с совместной обработкой потоков в ТСИ разработаны соответствующие кривые обслуживания. В работе предложено расширение кривой обслуживания при последовательной обработке сигналов на дисциплину с последовательной обработкой сигнала с ожиданием и блокированием работы при отсутствии данных на входе.

Недостатками ТСИ, уже указанными ранее, является условие отсутствия потерь данных или их генерации внутри системы, что на практике сужает класс компьютерных систем, где может применяться ТСИ. Частично данное ограничение обходится в развитии ТСИ для потоков с переменным масштабом [24], однако их применение должно быть основано на детальном знании внутренних алгоритмов работы системы.

Серьезным ограничением для ТСИ является ее ориентированность на системы, где отсутствуют циклические зависимости

как внутри потока, так и между потоками. Необходимость выделения систем с циклической зависимостью определяется трудностями обеспечения сходимости алгоритмов при расчете огибающих потоков и остаточной кривой обслуживания. Данная проблема еще не нашла общего решения и требует дальнейшего внимания.

Интерпретация референтной модели доступности на основании положений ТСИ позволило решить задачу оценки доступности для распределенных цифровых систем с конкурентными потоками данных и предложить реализацию, адаптированную для инженерных расчетов.

Предложенная в работе трехуровневая референтная модель доступности акцентирует внимание на том, что доступность должна анализироваться, по возможности, на всех уровнях референтной модели, так как оценка доступности на функциональном уровне является композицией результатов, полученных для архитектурного уровня и/или уровня платформы референтной модели.

В примере оценки доступности, приведенном в работе, рассматривалось влияние изменения производительности компонентов на задержку в обработке потока данных на компонентах системы. Понижение загрузки отдельных компонент из-за изменения производительности или уменьшения неравномерности потоков ожидаемо приводит к улучшению максимальной задержки как по потокам на системном уровне, так и для локальных характеристик по задержке на компонентах. Однако изменение задержки при малой производительности системы быстрее проявляется на потоках, чей путь наиболее пересекается с другими потоками в системе.

Апробация применения референтной модели доступности на основе ТСИ с использованием макета показало, что эксперимент не противоречит теории и измеренная задержка не превышает предельных характеристик, рассчитанных с помощью ТСИ. Как и ожидалось, ТСИ дает максимальную задержку большую, чем удалось измерить на макете, так как при расчете в качестве кривой обслуживания принята минимальная кривая обслуживания. В среднем различие измеренной и рассчитанной задержки не пре-

вышает 30%. Однако следует отметить, что соответствие рассчитанной и измеренных максимальных задержек могло варьироваться в зависимости от дисциплины обслуживания и от эксперимента к эксперименту в пределах сотни мс. Одним из источников вариативности при измерениях на макете является то, что в отличие от модели, рассчитываемой аналитически, в макете поток между серверами претерпевает дополнительную обработку в сетевом ядре операционной системы, учет влияния которого является трудной задачей. Создание программной реализации сервера ТСИ с соответствующей дисциплиной наталкивается на трудности неоднозначности интерпретации минимальной кривой обслуживания, когда фактически отпрядены только нижние границы производительности сервера, между тем обратная задача описания реальной системы решается удовлетворительно [29, 33]. Рассмотренный в работе пример системы для наглядности имеет небольшой размер, однако иерархическая структура модели с одной стороны и масштабируемость ТСИ [26, 36] – с другой дает возможность применить предложенную модель для систем с большим количеством компонентов.

Референтная модель доступности и ее интерпретация в ТСИ имеет более широкое применение чем только в задачах информационной безопасности. Предложенную модель можно применять для синтеза и обоснования архитектуры распределенных модульных систем совместно с другими моделями и методами синтеза систем [11].

### Литература

1. БАЙБУЛАТОВ А.А., ПРОМЫСЛОВ В.Г. *Аппроксимация огибающей в приложениях «Network calculus»* // Проблемы управления. – 2016. – №6. – С. 59–64.
2. БАЙБУЛАТОВ А.А., ПРОМЫСЛОВ В.Г. *О свойстве доступности и его метрике для АСУ ТП АЭС* // Труды 15-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2022). – М.: ИПУ РАН, 2022. – Т. 3. – С. 1020–1024.
3. БАХАРЕВА Н.Ф., ТАРАСОВ В.Н. *Аппроксимативные методы и модели массового обслуживания, Исследование компьютерных сетей.* – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2017. – 328 с.

4. ВИШНЕВСКИЙ В.М. *Теоретические основы проектирования компьютерных сетей*. – М.: Техносфера, 2003. – 512с.
5. ВИШНЕВСКИЙ В.М., ГОРБУНОВА А.В. *Применение методов машинного обучения к решению задач теории массового обслуживания* // ИТиВС. – 2021. – №4. – С.70–82.
6. *ГОСТ Р 51901,12-2007 (МЭК 60812:2006) Метод анализа видов и последствий отказов*.
7. *ГОСТ Р ИСО /МЭК 15408-1-2008 Методы и средства обеспечения безопасности. Критерии оценки безопасности информационных технологий. Часть 1. Введение и общая модель*.
8. *ГОСТ Р 27,002-2009 Национальный стандарт Российской Федерации. Надежность в технике. Термины и определения*.
9. *ГОСТ Р 56205-2014 ИЕС/ТС 62443-1-1:2009 Защищенность (кибербезопасность) сети и системы. Часть 1-1. Терминология, концептуальные положения и модели*.
10. КАЛАШНИКОВ А.О., АНИКИНА Е.В. *Управление информационными рисками сложной сети на основе метода стохастического имитационного моделирования (часть 1)* // Информация и безопасность. – 2019. – Т. 22, Вып. 1. – С. 6–13.
11. КУЗНЕЦОВ Н.А., КУЛЬБА В.В., КОВАЛЕВСКИЙ С.С. и др. *Методы анализа и синтеза модульных информационно-управляющих систем*. – М.: Физматлит, 2002. – 800 с.
12. *Программы для эмуляции сервера и задающего генератора потока на языке C*. – URL: <https://www.dropbox.com/scl/fo/txbbdux1nr89сbunr9yi7/h?rlkey=h6hc6y36a1h6r9ex0kwf8iejn&dl=0> (дата обращения: 12.01.2024).
13. ПРОМЫСЛОВ В.Г., СЕМЕНКОВ К.В., ЖАРКО Е.Ф. *Оценка собственной характеристики киберфизической системы методом сетевых исчислений* // Управление большими системами. – 2023. – Вып. 105. – С. 6–29.
14. ADAM G. *Real-Time Performance and Response Latency Measurements of Linux Kernels on Single-Board Computers* // *Computers*. – 2021. – Vol. 10(64). – DOI: 10.3390/computers10050064.
15. BAYBULATOV A.A., PROMYSLOV V.G. *Industrial Control System Availability Assessment with a Metric Based on Delay and Dependency* // *IFAC-PapersOnLine*. – Elsevier, Amsterdam, 2021. – Vol. 54, Iss. 13. – P. 472–476.
16. BAYBULATOV A.A., PROMYSLOV V.G. *A Metric for the IACS Availability Risk Assessment* // *Proc. of the Int. Russian Automation Conf.*

- (RusAutoCon), Sochi: IEEE, 2022. – P. 750–754. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9896250>.
17. BECK M., SCHMITT J. *The disco stochastic network calculator version 1.0: When waiting comes to an end* // Proc. Valuetools. – 2013. – P. 282–285.
  18. BONDORF S., SCHMITT J. *The DiscoDNC v2 – A Comprehensive Tool for Deterministic Network Calculus* // EAI Endorsed Trans. on Internet of Things. – 2014. – Vol. 1. – DOI: 10.4108/icst.valuetools.2014.258167.
  19. CHAKRABORTY S., SIMON K., THIELE L. *A general framework for analysing system properties in platform-based embedded system designs* // Proc. of the Conf. on Design, Automation and Test in Europe – Vol. 1, DATE'03. – Washington, DC, USA, IEEE Computer Society, 2003. – P. 10190–10195
  20. CHANG C.-S. *Stability, queue length and delay, ii, stochastic queueing networks* // Proc. IEEE CDC. – 1992. – Vol. 1. – P. 1005–1010.
  21. CHEN Q., ABERCROMBIE R. SHELDON F. *Risk Assessment For Industrial Control Systems Quantifying Availability Using Mean Failure Cost (MFC)* // Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing Research. – 2015. – Vol. 5. – P. 205-220. – DOI: 10.1515/jaiscr-2015-0029.
  22. CRUZ R.L. *A Calculus for Network Delay, Part I: Network Elements in Isolation* // IEEE Trans. on Information Theory. – Jan. 1991. – Vol. 37. – P. 114–131.
  23. CRUZ R.L. *A Calculus for Network Delay, Part II: Network Analysis Information Theory* // IEEE Trans. on Information Theory. – Jan. 1991. – Vol. 37. – P. 132–141.
  24. FIDLER M., SCHMITT J. *On the way to a distributed systems calculus: An end-to-end network calculus with data scaling* // Proc. of the Joint Int. Conf. on Measurement and Modeling of Computer Systems. – P. 287–298. – DOI: <https://doi.org/10.1145/1140277>.
  25. *ISO/IEC/IEEE 9945:2009 Information technology Portable Operating System Interface (POSIX®) Base Specifications.* – Iss. 7.
  26. JACOBS N., HOSSAIN-MCKENZIE S., SUMMERS A. *Modeling Data Flows with Network Calculus in Cyber-Physical Systems: Enabling Feature Analysis for Anomaly Detection Applications* // Information. – 2021. – Vol. 12. – P. 255. – DOI: <https://doi.org/10.3390/info12060255>.
  27. JIANG Y., LIU Y. *Stochastic Network Calculus.* – Springer, 2008.

28. JONSSON B., PERATHONER S., THIELE L. et al. *Cyclic dependencies in modular performance analysis* // Proc. of the 8th ACM Int. Conf. on Embedded software, EMSOFT'08, New York, NY, USA, 2008, ACM. – P. 179–188.
29. KUROSE J. *On computing per-session performance bounds in high-speed multi-hop computer networks* // Proc. of ACM SIGMETRICS. – 1992. – P. 128–139.
30. FLUCHS S., TAŞTAN E., TRUMPF T. et al. *Traceable Security-by-Design Decisions for Cyber-Physical Systems (CPSs) by Means of Function-Based Diagrams and Security Libraries* // Sensors. – 2023. – Vol. 23. – P. 5547. – DOI: <https://doi.org/10.3390/s2312554>.
31. GEISMANN J., BODDEN E. *A systematic literature review of model-driven security engineering for cyber-physical systems* // Journal of Systems and Software. – 2020. – Vol. 169. – P. 110697. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jss.2020.110697>.
32. LE BOUDEC J.-Y., THIRAN P. *Network Calculus: A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet*. Online Version of the Book Springer Verlag, – LNCS 2050. Version April 26, 2012. – 263 p.
33. LUIGI A., GIUSEPPE B., D'ACQUISTO G. *Service curve estimation by measurement: an input output analysis of a softswitch model* // Proc. of the Third Int. Conf. on Quality of Service in Multiservice IP Networks (QoS-IP'05), 2005. – Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. – P. 49–60. – DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-540-30573-6\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-540-30573-6_4).
34. *NetworkCalculus.org DNC (NCorg DNC)*. – URL: <https://github.com/NetCal/DNC> (дата обращения: 12.12.2023).
35. <https://www.cl.cam.ac.uk/teaching/1011/R01/75-protection.pdf> (дата обращения: 30.03.2024).
36. SCHMITT J.B., ZDARSKY F.A., MARTINOVIC I. *Improving Performance Bounds in Feed-Forward Networks by Paying Multiplexing Only Once* // GI/ITG MMB, 2008.
37. SIMON I. *Recognizable sets with multiplicities in the tropical semiring* // Mathematical Foundations of Computer Science. Lecture Notes in Computer Science. – 1988. – Vol. 324. – P. 107–120.
38. SCHEFFLER A., BONDORF S., SCHMITT J. *Analyzing FIFO-Multiplexing Tandems with Network Calculus and a Tailored Grid Search* // The 34th Int. Teletraffic Congress (ITC-2022), 2022.

## **AVAILABILITY MODEL BASED ON NETWORK CALCULUS FOR DATA FLOW PROCESSING SYSTEM**

**Vitaly Promyslov, V.A. Trapeznikov** Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand,Sc, (vp@ipu.ru).

*Abstract: The work examines the problem of assessing accessibility in digital computing systems focused on flow data processing, Availability is considered in the context of the confidentiality, integrity, availability (CIA) model of information security, Availability is characterized by the fact that it is a “point” assessment of the time characteristics of a system, its function or element, To assess availability, a three-level reference model is proposed, associated with different representations of the system at the architectural and functional levels, The formulation of the model is considered within the framework of the network calculus theory (NC), which makes it possible to apply this model to calculate the accessibility of digital computing systems in practice, To test the model, the work analyzes the availability of the system on a mock-up of a digital computing system with competitive processing of streaming data on the server, The possibility of calculating system parameters for various disciplines of processing competing threads on the server is shown.*

**Keywords:** availability, model, design, analysis, network calculus, information security.

УДК 021.8 + 025.1

ББК 78.34

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.5

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.Г. Лебедевым.*

*Поступила в редакцию 26.02.2024.*

*Опубликована 31.07.2024.*

## РАЗРАБОТКА МЕТОДА УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНОЙ АВИАЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ С УЧЕТОМ КОДА IP В ЗАДАЧЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ ГРУЗОВ

Саломатин А. А.<sup>1</sup>

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Статья посвящена разработке метода управления беспилотной авиационной системой с учетом кода IP в задаче транспортировки грузов. Проводится короткий обзор работ, посвященных методам и алгоритмам группового управления беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) при транспортировке грузов. Предлагаются новые математические модели и метод управления гетерогенной группой БПЛА в задаче транспортировки грузов. Основой для их разработки служит учет кода IP для формирования метеорологических ограничений маршрутной сети. Первая и вторая характеристические цифры кода IP позволили определить ограничения влияния дождя, снега и снежной крупы. Отмеченные явления могут нести серьезные последствия для БПЛА, осуществляющих полёт, приводить их к различного рода неисправностям. Лицо, принимающее решение (ЛПР), может осуществлять выбор БПЛА для выполнения миссии с необходимыми показателями цифр кода IP, тем самым осуществляя реконфигурацию беспилотной авиационной системы (БАС), и формировать более эффективные с точки зрения управления решения. Проводится вычислительный эксперимент, подтверждающий данное утверждение. Для рассмотренных районов применение нового метода, учитывающего код IP для БПЛА, позволяет улучшить оценку эффективности по сравнению с существующим методом.*

Ключевые слова: беспилотная авиатранспортная система, беспилотный летательный аппарат, грузоперевозки, управление беспилотной авиатранспортной системой, код IP.

### 1. Введение

Необходимость совершенствования процессов организации и управления транспортно-экспедиционной деятельностью, необходимостью обеспечения качества транспортно-логистических услуг для грузоотправителей, повсеместной цифровизацией

---

<sup>1</sup> Александр Александрович Саломатин, м.н.с. (karateka30@mail.ru).

транспортной отрасли в соответствии с программой развития положений цифровой экономики Российской Федерации до 2035 г. делает актуальным создание интеллектуальных транспортных систем с использованием современных информационно-телекоммуникационных технологий и глобальной навигационной системы [12, 14].

Проводятся исследования в области оптимизации управления транспортно-логистической деятельностью и автоматизации на основе интеллектуальных систем, показывающие, что для транспортировки грузов перспективным становится применение беспилотных авиационных систем (БАС), входящих в состав интеллектуальных транспортных систем. Использование беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) для доставки посылок преодолевает ограничения пространства на местности, сокращает рабочую силу потребление, является более дешевым и гибким и, таким образом, компенсирует недостатки традиционной логистики. В горных районах и сельской местности, где не хватает людских ресурсов, беспилотные летательные аппараты также могут быстро доставлять грузы.

Для управления БАС в задаче транспортировки грузов эффективным является применение математических моделей, методов и алгоритмов, обеспечивающих оптимальные решения при выполнении поставленных грузоперевозок. Повышение эффективности методов и алгоритмов достигается в том числе за счет учета метеорологических ограничений.

В работе [7] развивается подход к формированию наискорейших маршрутов полета легкого беспилотного летательного аппарата (БПЛА) в поле постоянного ветра на основе решения разновидностей задачи коммивояжера и учитываются скорость и направление ветра. Данные метеорологические характеристики также учитываются в работе [8], где проводится сравнительный анализ нескольких вариантов разработанного авторами программно-алгоритмического обеспечения решения задач маршрутизации полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра.

В работе [20] проводится анализ моделей и алгоритмов задачи маршрутизации транспортных средств. В [22] проводится анализ применения муравьиного алгоритма для оптимизации

в задаче маршрутизации с временными окнами. В [18] проводится анализ применения генетического алгоритма для оптимизации в задаче маршрутизации. Несмотря на то, что маршрутизация используется в задаче транспортировки грузов, в данных работах не учитываются метеорологические характеристики.

Работа [23] посвящена разработке алгоритмов маршрутизации дронов для БАС с учетом трех основных аспектов маршрутизации дронов: планирования траектории, зарядки и безопасности, где учитывается наличие экстремальных погодных условий (сильный ветер, снег, дождь), но без детального анализа и без предположений о полете БПЛА в таких условиях.

Работа [1] хоть и не посвящена напрямую транспортировке грузов, но отмечает возможные критические отказы и их последствия, возникающие в ходе проведения испытаний беспилотных летательных аппаратов военного и специального назначения. Учитывается вероятность обледенения, наличие дождя, снега, града, тумана и грозы, вероятность удара молнии в БПЛА, скорость и направление ветра.

Примечательна работа [5], в которой проводится анализ открытых литературных источников по вопросам эксплуатации и практического применения БПЛА в условиях воздействий факторов внешней среды. В качестве метеорологических характеристик рассматривают высоту нижней границы облачности, метеорологическую дальность видимости, скорость ветра, наличие явления погоды (гроза, обледенение, болтанка БПЛА).

Скорость ветра, наличие тумана, дождя, снега, температура, вероятность обледенения, направление ветра учитывается в работе [6], где исследуется влияние метеоусловий на полет БПЛА серии SUPERCAM и вырабатываются рекомендации по управлению в зависимости от метеоусловий.

Анализ эффективности транспортировки компонентов крови с применением БПЛА, представляющей собой транспортную задачу, представлена в [9]. В работе упоминаются две метеорологические характеристики, влияющие на полет БПЛА: температура местности и скорость ветра.

В зарубежных исследованиях [15, 17], посвященных поиску решений для транспортной задачи и её подзадач, метеорологиче-

ские характеристики и вовсе отсутствуют: изначально предполагается, что доставку грузов возможно осуществить при заданных условиях.

Проведенный анализ литературы показывает, что при разработке метода управления БАС в задаче транспортировки грузов не учитываются коды IP применяемых БПЛА, значения которых могут влиять на безопасность полетов БПЛА при дожде, выпадении снега и снежной крупы.

Стоит отметить, что в рамках одной климатической зоны могут применяться БПЛА с разными показателями кода IP. Так, Zipline использует дроны нескольких типов для осуществления доставок рецептов, лекарств, биоматериалов в Юте, Арканзасе, Кот-д'Ивуаре, Нигерии, Гане, Кении, Руанде, Японии [10]. Первый тип дронов применяется для ультраточной доставки (радиус 16 км), а второй – с большой дальностью действия и большой площадью покрытия (радиус 100 км). Дроны обладают различными летно-техническими показателями и в зависимости от условий задачи (расстояния, массы груза, погодных условий и др.) могут быть выбраны для доставки конкретных грузов.

При этом компаниям свойственно расширять свои зоны влияния, так что парк БПЛА, имеющихся в наличии у компании, также по рациональным причинам может увеличиться в будущем. Более того, могут появиться новые компании, осуществляющие доставки грузов с различными кодами IP в рамках одной климатической зоны. Наличие большого парка БПЛА позволяет производить реконфигурацию используемой беспилотной авиационной системы для транспортировки грузов и повышать эффективность транспортировки грузов. Также обслуживание дронов разных типов может различаться, а их нерациональное использование может приводить к затратам, поэтому большое значение в транспортировке грузов также имеет формирование эффективной группы БПЛА для транспортировки грузов в выбранные зоны.

Цель текущей работы заключается в повышении эффективности транспортировки грузов с помощью гетерогенной группы БПЛА за счет разработки метода управления.

## **2. Моделирование задачи транспортировки грузов с помощью группы беспилотных летательных аппаратов**

Прежде чем перейти к описанию применения кода IP в транспортировке грузов с помощью группы БПЛА, представим общую постановку задачи транспортировки грузов с помощью группы БПЛА [4].

Пусть имеется некоторое количество потребителей материально-технических средств, распределенных в пространстве. От всех или некоторых потребителей в текущий момент времени имеются заявки на доставку материальных средств. Имеется центр обработки заявок, в задачи которого входит прием заявок на доставку грузов, их обработка, планирование процессов выполнения доставок и контроль их осуществления. На местности расположены пункты хранения грузов (склады), которые характеризуются местоположением (координатами) и объемами хранящихся в текущий момент времени грузов различных типов. Каждый груз в источнике, помимо типа, характеризуется габаритными размерами, массой, условиями хранения и транспортировки, приоритетностью доставки и/или другими свойствами. Транспортные средства (БПЛА) базируются в местах расположения грузов, т.е. в источниках. Каждое транспортное средство характеризуется грузоподъемностью, объемом перевозимых грузов, коэффициентами использования грузоподъемности, скоростью движения, временем подготовки к повторному применению и/или другими параметрами. Заданы параметры инфраструктуры. Также имеется информация о возможности или невозможности различных пунктов принимать и обслуживать БПЛА различных типов. Известна метеорологическая обстановка, которая характеризуется осадками, направлением и силой ветра, вероятностью возникновения неблагоприятных погодных условий и/или др. Имеется маршрутная сеть воздушного транспорта, заданная в виде сети маршрутов с привязкой к координатам. Предполагается, что для каждого маршрута могут быть рассчитаны затраты, связанные с полным временем полета БВС различных типов. Требуется разработать сценарий транспортировки грузов из источников в стоки так, чтобы удовлетворить потребности стоков. При

этом сценарий должен быть эффективным по ряду показателей, среди которых могут быть время доставки, затраты ресурсов, степень удовлетворения потребностей, рациональность загрузки БПЛА и др. На основе разработанного сценария сформировать множество миссий и набор полетных заданий.

Под источниками понимаются хабы, а под стоками – пункты назначения. Терминология предложена для авиоперевозок в [13].

С учетом приведенного содержательного описания, формализация задачи транспортировки грузов может быть представлена следующим образом:

$$(1) E(X, R, T^S, T^D, Z) \rightarrow \max, X \in X_F,$$

где  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$  – эффективности сценариев по выбранному множеству показателей;  $X$  – оптимальный сценарий;  $R$  – маршрутная сеть;  $T^S$  – потребности груза в источниках;  $T^D$  – потребности груза в стоках;  $X_F$  – множество допустимых сценариев.

Полученная оптимизационная задача фактически представляет собой не одну, а множество взаимосвязанных задач поиска, оптимизации и выбора решений. Состав задач во многом зависит от фактического набора данных, задающих параметры БАС, но в общем случае он может быть сведен к следующему набору:

- 1) управление маршрутной и транспортной сетью;
  - а) построение/актуализация маршрутной сети;
  - б) построение/актуализация транспортной сети;
- 2) формирование множества сценариев транспортировки грузов;
  - в) формирование плана транспортировки грузов;
  - г) выбор транспортных средств с заданными характеристиками;
  - д) формирование плана загрузки транспортных средств;
  - е) оптимизация размещения грузов на БАС;
  - ж) распределение транспортных средств по маршрутам;
- 3) оценка и выбор оптимального сценария.

В текущей работе при решении задачи транспортировки грузов наибольшее внимание уделяется задачам построения маршрутов.

рутной сети, выбора транспортных средств с заданными характеристиками, разработке для данных задач новых методов и алгоритмов с учетом кода IP.

### **3. Учет кода IP при транспортировке грузов с помощью группы беспилотных летательных аппаратов**

«Код IP обозначает степень защиты, обеспечиваемых оболочкой, от доступа к опасным частям, попадания внешних твердых предметов, воды, а также для предоставления дополнительной информации, связанной с такой защитой» [3]. Он состоит из двух характеристических цифр, а также двух дополнительных букв при необходимости. Первая цифра кода обозначает защиту оборудования от проникновения твердых частиц. Вторая цифра кода обозначает защиту оборудования от вредного воздействия в результате проникновения воды. Первая дополнительная буква связана с защитой людей от доступа к опасным частям. Вторая дополнительная буква связана со вспомогательной информацией, относящейся к высоковольтным аппаратам, состоянию движения во время испытаний защиты от воды, состоянию неподвижности во время испытаний защиты от воды.

У каждого БПЛА есть встроенная защита от воды, которая технически прописана значением второй характеристической цифры кода IP. Связь некоторых значений второй характеристической цифры со степенью защиты от воды показана в таблице 1. Частицы воды содержатся в дожде, могут образоваться при выпадении снега и снежной крупы.

Дождь может привести к различным неисправностям БПЛА:

- прекращение работы элементов БПЛА или всего БПЛА ввиду короткого замыкания в связи с разъемлением водой мелких электронных деталей;
- снижение управляемости и стабильности полета БПЛА ввиду ударов капель о пропеллеры;
- затруднение работы навигационных систем и сенсоров БПЛА;

– ухудшение качества съемки для БПЛА с камерой ввиду попадания капель дождя на линзы камеры и наличия капель в воздухе.

Таблица 1. Степень защиты от воды на основе некоторых вторых характеристических цифр кода IP

Вторая характеристическая цифра	Степень защиты	
	Краткое описание	Определение
0	Нет защиты	-
1	Защищено от вертикально падающих капель воды	Вертикально падающие капли воды не должны оказывать вредного воздействия
2	Защита от вертикально падающих капель воды, когда оболочка отклонена на угол до 15 градусов	Вертикально падающие капли воды не должны оказывать вредного воздействия, когда оболочка отклонена на угол до 15 градусов включительно
3	Защита от воды, падающей в виде дождя	Вода, падающая в виде брызг в любом направлении, составляющем угол до 60 градусов включительно с вертикалью, не должна оказывать вредного воздействия
4	Защищено от сплошного обрызгивания	Вода, падающая в виде брызг на оболочку с любого направления, не должна оказывать вредного воздействия

При попадании снежинок на поверхность БПЛА снег может изменять свое состояние с твердого на жидкое, что приводит к неисправности работы элементов, как и в случае с дождем.

Итак, из таблицы 1 следует, что для беспрепятственной работы БПЛА на заданном маршруте при наличии дождя значение второй характеристической цифры должно быть не меньше трёх, чтобы БПЛА и его элементы не выходили из строя.

С другой стороны, снежинки представляют собой твердые частицы и могут не таять [2]. Поэтому при определении ограничений в связи с влиянием снега и снежной крупы важно учитывать также первую характеристическую цифру кода IP для БПЛА. Связь некоторых значений показателя со степенью защиты от внешних твердых предметов представлена в таблице 2.

Таблица 2. Степень защиты от внешних твердых предметов на основе некоторых первых характеристических цифр кода IP

Первая характеристическая цифра	Степень защиты	
	Краткое описание	Определение
0	Нет защиты	–
1	Защищено от внешних твердых предметов диаметром больше или равным 50 мм	Щуп-предмет – сфера диаметром 50 мм – не должен проникать полностью
2	Защищено от внешних твердых предметов диаметром больше или равным 12,5 мм	Щуп-предмет – сфера диаметром 12,5 мм – не должен проникать полностью
3	Защищено от внешних твердых предметов диаметром больше или равным 2,5 мм	Щуп-предмет – сфера диаметром 2,5 мм – не должен проникать ни полностью, ни частично
4	Защищено от внешних твердых предметов диаметром больше или равным 1,0 мм	Щуп-предмет – сфера диаметром 1,0 мм – не должен проникать ни полностью, ни частично

Для исправной работы БПЛА в случае снега и снежной крупы дополнительно учитывается защита от твердых частиц. Из таблицы 2 следует, что для беспрепятственной работы БПЛА на заданном маршруте при наличии снега значение первой характеристической цифры должно быть не меньше четырех, чтобы БПЛА и его элементы не выходили из строя. Такое утверждение следует из того, что диаметр снежной крупы варьируется от 2 до 5 мм.

Значения первой и второй характеристической цифры кода IP учитываются в разрабатываемом методе управления при решении подзадач: построении маршрутной сети и выборе транспортных средств с заданными характеристиками.

Рассмотрим подробнее предлагаемый метод управления БАС с учетом кода IP в задаче транспортировки грузов.

Первым шагом является построение маршрутной сети.

Модель маршрутной сети можно представить следующим образом:

$$(2) \langle S, SP, D, DP, Q, QP, A, AP_1, AP_2, W_1, W_2, I; R \rangle,$$

где  $S, SP$  – множество источников и их характеристик;  $D, DP$  – множество стоков и их характеристик;  $Q, QP$  – множество промежуточных пунктов и их характеристик;  $A$  – множество транспортных средств;  $AP_2$  – множество, содержащее характеристики транспортных средств – первую характеристическую цифру кода IP  $r_{i1}$ , вторую характеристическую цифру кода IP  $r_{i2}$ ;  $AP_1$  – множество, содержащее остальные характеристики транспортных средств;  $I$  – информация о текущем распределении угроз, физико-географических характеристиках местности и другая информация, важная для лица, принимающего решение (ЛПР);  $W_1$  – множество, содержащее информацию о метеорологических характеристиках – скорости и направлении ветра;  $W_2$  – множество, содержащее информацию о метеорологических характеристиках – наличии дождя, наличии снега и снежной крупы;  $R$  – маршрутная сеть с набором характеристик и параметров, определяемых моделью:

$$(3) R = \langle S, D, Q, \Gamma, C, U_1, U_2 \rangle,$$

где  $\Gamma = \{ \Gamma_f \}$  – карта (граф) маршрутов с привязкой к координатам;  $C = \{ \| C_f(A_l, Y_p) \| \}$  – множество матриц, задающее затраты ресурсов из множества  $Y = \{ Y_p \}$  при использовании транспортного средства  $A_l$  на маршруте  $\Gamma_f$ ;  $U_2 = \| U_2(A_l, \Gamma_f) \|$  – матрица дополнительных ограничений маршрутной сети, содержит знания о значениях следующих характеристик: индикатор дождя  $u_{if}^r$  и индикатор снега и снежной крупы  $u_{if}^s$ ;  $U_1 = \| U_1(A_l, \Gamma_f) \|$  – матрица других дополнительных ограничений маршрутной сети.

Следующим шагом алгоритма является построение транспортной сети  $TN$ . Транспортная сеть представляет собой маршрутную сеть, для которой, дополнительно к параметрам модели маршрутной сети, задано текущее распределение расположения транспортных средств в источниках  $V$ , характеристики грузов  $GP$ , величины запасов грузов в источниках  $T^S$ , величины потребностей грузов в стоках (пунктах назначения)  $T^D$ . Модель транспортной сети имеет вид:

$$(3) \langle R, A, V, G, GP, T^S, T^D; TN \rangle,$$

где определения параметров  $R, A, V, G, GP, T^S, T^D$  соответствуют введенным ранее;  $TN$  – построенная транспортная сеть (включающая в себя все перечисленные группы параметров).

После формируется план транспортировки грузов  $Y$ . Определяется, какие маршруты из числа имеющихся в транспортной сети и доступных на текущий момент с учетом состояния последней следует задействовать для транспортировки грузов и какое количество единиц груза каждого типа подлежит транспортировке по выбранным маршрутам, для того чтобы обеспечить выполнение текущих заявок на доставку с минимизацией издержек и/или времени на транспортировку. Обозначим  $y_{k,f}$  – количество единиц груза  $G_k$ , подлежащих транспортировке по маршруту  $\Gamma_f$ . Тогда план транспортировки грузов может быть задан следующим образом:

$$(4) Y = \{y_{k,f} = y(G_k, \Gamma_f) \mid G_k \in G, \Gamma_f \in \Gamma\},$$

где  $\Gamma$  – определенный ранее граф (карта) маршрутов.

Постановка оптимизационной задачи имеет вид:

$$(5) E(Y, TN) \rightarrow \max, Y \in Y_f,$$

где  $TN$  – состояние транспортной сети, определенное путем ее построения на предыдущем этапе;  $E$  – множество целевых показателей, по которым производится оценка эффективности плана транспортировки (суммарные затраты, время и др.).

Далее формируется план загрузки транспортных средств. Для каждого источника  $T$  (пункта, в котором находятся грузы, предназначенные для перевозки) определяется план загрузки транспортных средств  $Z_T$ , определяющий количество единиц груза, транспортируемых по определенным маршрутам на определенных транспортных средствах так, чтобы целевая функция,

представленная некоторым множеством показателей  $E$ , приобрело оптимальное значение (например, степень заполненности БАС). Информационная модель задачи выглядит следующим образом:

$$(6) \langle Z_T, GP_T, Y_T, A_T, AP_T, I_T; Z_T \rangle,$$

где  $Z_T$  – план загрузки транспортных средств, задающий количество единиц груза, транспортируемых по маршрутам, на борту транспортных средств.

План  $Z_T$  определяется из оптимизационной задачи вида

$$(7) E(G_T, GP_T, Y_T, A_T, AP_T, I_T; Z) \rightarrow \max,$$

где  $E$  – множество целевых показателей, по которым производится оценка эффективности плана (приоритетность доставки различных типов грузов, степень заполненности БПЛА, рациональность использования транспортных средств и др.).

Для задачи формирования плана транспортировки грузов из источников (пунктов хранения) в стоки (пункты назначения) можно предложить следующую схему формализации.

Пусть транспортная сеть состоит  $m$  источников ( $A_1, A_2, \dots, A_m$ ),  $n$  стоков ( $B_1, B_2, \dots, B_n$ ) и  $r$  промежуточных пунктов ( $C_1, C_2, \dots, C_r$ ). Предположим вначале, что транспортируемый в данной сети груз является однородным или взаимозаменяемым. В этом случае должны быть заданы величины  $a_i > 0$  запаса груза в источниках  $A_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , объемы потребностей  $b_j > 0$  в грузе в стоках  $B_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , а также объемы дополнительных потребностей  $c_t$  в грузе в промежуточных пунктах (на складах)  $C_t$ ,  $t = 1, \dots, r$ . При этом если  $c_t > 0$ , то это означает, что на соответствующем складе имеется фактическая потребность в грузе (например, в связи с необходимостью сделать резерв), а  $c_t < 0$  означает, что на складе имеется запас груза (т.е. отрицательная величина дополнительной потребности связана с избытком). В свою очередь  $c_t = 0$  означает, что данный промежуточный пункт является транзитным.

Пусть заданы средние затраты  $d_{it}$  на транспортировку единицы груза из источника  $A_i$  в промежуточный пункт  $C_t$ , а также средние затраты  $q_{ij}$  на транспортировку единицы груза из промежуточного пункта  $C_t$  в сток  $B_j$ .

Пусть в сети может транспортироваться  $p$  видов груза ( $G_1, G_2, \dots, G_p$ ), тогда запасы и потребности различных видов груза будут заданы следующим образом:  $a_{ik} > 0$  – запасы груза  $G_k$  в источниках  $A_i, i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, p; b_{jk} > 0$  – объемы потребностей в грузе  $G_k$  в стоках  $B_j, j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, p; c_{tk}$  – объемы дополнительных потребностей в грузе  $G_k$  в промежуточных пунктах  $C_t, t = 1, \dots, r; k = 1, \dots, p$ .

Заданы средние затраты  $d_{itk}$  на транспортировку единицы груза  $G_k$  из источника  $A_i$  в промежуточный пункт  $C_t$ , а также средние затраты  $q_{tjk}$  на транспортировку единицы груза  $G_k$  из промежуточного пункта  $C_t$  в сток  $B_j$ .

Соответственно, переменные задачи будут иметь вид:  $x_{itk}$  – количество единиц груза  $G_k$ , транспортируемого из источника  $A_i$  в промежуточный пункт  $C_t$ ;  $y_{tjk}$  – количество единиц груза  $G_k$ , транспортируемого из промежуточного пункта  $C_t$  в сток  $B_j$ .

С учетом введенных обозначений, оптимизационная модель приобретает следующий вид:

$$(8) \sum_{i=1}^m \sum_{t=1}^r \sum_{k=1}^p d_{itk} x_{itk} + \sum_{t=1}^r \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p q_{tjk} y_{tjk} \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$(9) \begin{cases} \sum_{t=1}^r x_{itk} = a_{ik}, & i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, p; \\ \sum_{t=1}^r y_{tjk} = b_{jk}, & j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, p; \\ \sum_{i=1}^m x_{itk} - \sum_{j=1}^n y_{tjk} = c_{tk}, & t = 1, \dots, r; k = 1, \dots, p; \\ x_{itk} \geq 0, & i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, r; k = 1, \dots, p; \\ y_{tjk} \geq 0, & t = 1, \dots, r; j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, p. \end{cases}$$

Эффективность плана транспортировки грузов может оцениваться не суммарными издержками, а временем, затрачиваемым на его реализацию. В этом случае план транспортировки оценивается по времени прохождения транспортным средством наиболее продолжительного маршрута.

Для решения задачи поиска плана транспортировки, оптимального по времени, необходимо иметь информацию о длительности прохождения каждого участка маршрутной сети транспортным средством, т.е. множество  $L = \{l_{ij}\}$ , где  $l_{ij}$  – время, затрачиваемое транспортным средством на перелет между пунктами  $i$  и  $j$  (данная величина может рассчитываться как сумма вре-

мени выполнения операций, необходимых для подготовки к перелету, а также после завершения перелета, включая операции погрузки и разгрузки).

Следующим шагом является выбор транспортных средств с заданными характеристиками, где для заданного маршрута транспортировки осуществляется подбор БАС с определенным набором технических и эксплуатационных параметров с учетом характеристик транспортируемого груза, распределения угроз и др. При выборе транспортных средств с заданными характеристиками кода IP модель можно представить следующим образом:

$$(10) \langle G_F, GP_F, A_F, AP_{1F}, AP_{2F}, U_{1F}, U_{2F}, H_{1C}, H_{2C}; C^*, D^* \rangle,$$

где  $G_F, GP_F$  – множество грузов и их характеристик для заданного маршрута  $F$ ;  $A_F$  – множество транспортных средств для маршрута  $F$ ;  $AP_{2F}$  – множество, содержащее характеристики транспортных средств – первую характеристическую цифру кода IP  $r_{i1F}$ , вторую характеристическую цифру кода IP  $r_{i2F}$ ;  $AP_{1F}$  – множество, содержащее остальные характеристики транспортных средств;  $U_{2F}$  – матрица дополнительных ограничений маршрутной сети, содержащая сведения об индикаторе дождя  $u_{iF}^r$ , индикаторе снега и снежной крупы  $u_{iF}^s$ ;  $U_{1F}$  – матрица других дополнительных ограничений маршрутной сети;  $H_{2C}$  – множество требований к характеристикам транспортных средств, первой характеристической цифре кода IP, второй характеристической цифре кода IP;  $H_{1C}$  – множество требований к другим характеристикам транспортных средств;  $C^*$  – множество критериев оценки альтернативных вариантов транспортных средств и/или характеризующих их параметров (формируется на основе множества требований  $H_{1C}$  и  $H_{2C}$ );  $D^*$  – решающее правило, задающее некоторую процедуру (алгоритм) оценки и выбора альтернативных вариантов с учетом множества критериев.

Вне зависимости от смыслового содержания конечной целью подобного процесса является предъявление ЛПП проранжированного множества альтернативных технических решений. На основе анализа предъявленного множества дальнейшими действиями ЛПП могут быть изменение исходных условий и повторение процесса, усечение множества, выбор среди допустимых

альтернатив наиболее предпочтительной с последующей ее реализацией. Основу для формализации этапов данного алгоритма составляет математический аппарат теории нечетких множеств, базирующийся на обобщении классического понятия множества для более корректного и полного описания объектов с нечеткими границами.

Предпоследним шагом является распределение транспортных средств по маршрутам, в результате которого с учетом периода планирования  $T_H$  формируется сценарий  $X$  транспортировки грузов в виде распределения транспортных средств по маршрутам с заданием плана загрузки и размещением грузов на БАС. Поиск сценария осуществляется решением оптимизационной задачи. Критерий оценки управления транспортно-логистической деятельностью  $E$  может различаться и устанавливается лицом, принимающим решение. Ими могут быть качество, экономичность, действенность, производительность, прибыльность, результативность и др. критерии, а также их комбинации. Модель можно представить следующим образом:

$$(11) \langle R, Y, A, AP, Z, U, C, T_H; X \rangle,$$

где  $R$  – маршрутная сеть;  $Y$  – план транспортировки грузов;  $A$  – множество транспортных средств;  $AP$  – наборы параметров, характеризующих транспортные средства;  $Z$  – распределение транспортных средств по узлам маршрутной сети (пунктам базирования);  $U$  – множество дополнительных ограничений маршрутной сети;  $C$  – множество показателей, характеризующих затраты различных типов ресурсов на транспортировку грузов (стоимость, время и др.);  $T_H$  – продолжительность периода планирования.

Выходной параметр  $X$  задает сценарий транспортировки грузов в виде распределения транспортных средств по маршрутам сети (для каждого транспортного средства при этом может быть задан план загрузки и размещения грузов на БПЛА), при этом решается оптимизационная задача вида, где в роли целевых показателей, как было отмечено выше, выступают затраты различных типов ресурсов

$$(12) C(X) \rightarrow \min.$$

Рассмотрим математическую модель для данного шага.

Введем следующие обозначения:

$N$  – число узлов транспортной сети;

$d_{ij}, i, j = 1, \dots, N$ , – расстояние между  $i$ -м и  $j$ -м узлами транспортной сети;

$a_{ij}, i, j = 1, \dots, N$ , – объем груза, необходимого для транспортировки из  $i$ -го узла транспортной сети в  $j$ -й узел в течение всего периода планирования;

$S_i^{max}, i = 1, \dots, N$ , – максимальное количество БПЛА, которое может принять  $i$ -й узел транспортной сети в течение всего периода планирования;

$Q_i^{max}, i = 1, \dots, N$ , – максимальное количество БПЛА, которые могут базироваться в  $i$ -м узле транспортной сети в течение всего периода планирования;

$K$  – общее количество доступных БПЛА;

$V_k, k = 1, \dots, K$ , – набор технических и эксплуатационных параметров  $k$ -го БПЛА;

$b_k, k = 1, \dots, K$ , – вместимость  $k$ -го БПЛА;

$c_k, k = 1, \dots, K$ , – удельные затраты на эксплуатацию  $k$ -го БПЛА на единицу времени;

$L_k, k = 1, \dots, K$ , – максимально допустимое количество перелетов, которое может выполнить  $k$ -й БПЛА в течение периода планирования (данное ограничение может быть обусловлено техническими требованиями и/или опытом эксплуатации БПЛА соответствующего типа);

$l(k) = 1, \dots, L_k$  – показатель, задающий номер перелета, выполняемого  $k$ -м БПЛА;

$h_{ij}^k, k = 1, \dots, K; i, j = 1, \dots, N$ , – индикатор допустимости перелета, принимает значение 1, если  $k$ -й БПЛА может совершить перелет из  $i$ -го узла транспортной сети в  $j$ -й узел, и 0 – иначе (при этом  $h_{ii}^k = 0 \forall i = 1, \dots, N, k = 1, \dots, K$ );

$T$  – продолжительность периода планирования;

$TP^k$  – время, требуемое для выполнения операций по обслуживанию  $k$ -го БПЛА перед вылетом и после завершения перелета;

$T_{ij}^k, k = 1, \dots, K; i, j = 1, \dots, N$ , – средняя продолжительность перелета  $k$ -го БПЛА из  $i$ -го узла транспортной сети в  $j$ -й узел (данная величина определяется на основе расстояний между узлами и скоростными характеристиками БПЛА конкретного типа).

Переменными задачи являются следующие бинарные величины:

$x_{i,j,l(k)}^k$ ,  $k=1, \dots, K$ ;  $i, j=1, \dots, N$ ;  $l(k)=1, \dots, L_k$ , – индикатор выполнения  $k$ -м БПЛА перелета с номером  $l(k)$  из  $i$ -го узла транспортной сети в  $j$ -й узел.

Далее введем ограничения рассматриваемой задачи.

Бинарные переменные, соответствующие перелету из узла транспортной сети в тот же самый узел, тождественно равны нулю:

$$(13) x_{i,i,l(k)}^k = 0, k=1, \dots, K; i=1, \dots, N; l(k)=1, \dots, L_k.$$

БПЛА не может выполнять более одного перелета одновременно:

$$(14) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_{i,j,l(k)}^k \leq 1, k=1, \dots, K; l(k)=1, \dots, L_k.$$

Последовательность выполняемых каждым БПЛА перелетов должна начинаться с перелета, имеющего номер 1, и не должна иметь разрывов:

$$(15) \sum_{j=1}^N x_{i,j,l(k)+1}^k \leq \sum_{j=1}^N x_{i,j,l(k)}^k, k=1, \dots, K; \\ i=1, \dots, N; l(k)=1, \dots, L_k - 1.$$

После завершения очередного перелета БПЛА может совершить следующий по одному из разрешенных для него маршрутов либо остаться в пункте базирования:

$$(16) \sum_{j=1}^N x_{i,j,l(k)}^k \leq (1 - \sum_{j=1}^N x_{i,j,l(k)+1}^k) + \sum_{j=1}^N (h_{i,j}^k \cdot x_{i,j,l(k)+1}^k), \\ k=1, \dots, K; i=1, \dots, N; l(k)=1, \dots, L_k - 1.$$

Путем преобразований можно получить более простую форму записи для данного ограничения:

$$(17) \sum_{j=1}^N x_{i,j,l(k)}^k \leq 1 - \sum_{j=1}^N (x_{i,j,l(k)+1}^k \cdot (1 - h_{i,j}^k)).$$

Ограничения на пропускную способность узлов транспортной сети:

$$(18) \sum_{k=1}^K \sum_{l(k)=1}^{L_k} \sum_{i=1}^N x_{i,j,l(k)}^k \leq S_j^{max}, j=1, \dots, N.$$

Ограничения на количество БПЛА, приписанных к каждому пункту базирования:

$$(19) \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N x_{i,j,l(k)=1}^k \leq Q_i^{max}, i=1, \dots, N.$$

Суммарное время пребывания БПЛА на маршруте ограничено продолжительностью периода планирования:

$$(20) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (x_{i,j,l(k)=1}^k \cdot TP^k) + \\ \sum_{l(k)=1}^{L_k} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (x_{i,j,l(k)}^k \cdot (T_{i,j}^k + TP^k)) \leq T, k=1, \dots, K.$$

В конце периода планирования каждый БПЛА должен оказаться в пункте базирования:

$$(21) \sum_{l(k)=1}^{L_k} \sum_{j=1}^N x_{i,j,l(k)}^k = \sum_{l(k)=1}^{L_k} \sum_{j=1}^N x_{j,i,l(k)}^k, \\ k = 1, \dots, K; i = 1, \dots, N.$$

Условие транспортировки всего имеющегося запаса груза:

$$(22) a_{ij} - \sum_{k=1}^K \sum_{l(k)=1}^{L_k} (x_{i,j,l(k)}^k \cdot b_k) \leq 0, i, j = 1, \dots, N.$$

Целевая функция соответствует суммарным затратам на эксплуатацию БПЛА и подлежит минимизации по бинарным переменным  $x_{i,l(k)}^k$  при заданных ограничениях:

$$(23) \sum_{k=1}^K \sum_{l(k)=1}^{L_k} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (c_k \cdot x_{i,j,l(k)}^k \cdot T_{i,j}^k) \rightarrow \min.$$

После того как было получено множество различных сценариев, каждый из которых сформирован с использованием определенного набора входных параметров и оптимизирован на основе различных целевых показателей, возникает задача комплексной оценки сформированных сценариев по набору критериев и выбора на основе этого наиболее предпочтительного сценария, который далее будет реализован. Задаются система предпочтений  $P$  и набор критериев  $C$  и вычисляется множество  $X^*$ , содержащее один оптимальный сценарий, либо несколько ранжированных сценариев. Модель задачи имеет вид:

$$(24) \langle X_F, C, P; D, X^* \rangle,$$

где  $X_F$  – множество допустимых сценариев, сформированных в результате решения перечисленных выше задач;  $C$  – набор критериев оценки сценариев;  $P$  – система предпочтений, определяющая стратегию сравнения сценариев по набору критериев  $C$ ;  $D$  – множество решающих правил, построенных на основе системы предпочтений  $P$  и задающих методы и алгоритмы сравнения сценариев;  $X^*$  – результирующее множество сценариев с установленной на нем структурой предпочтений.

Множество  $X^*$  может содержать оптимальный сценарий, либо несколько сценариев, ранжированных по предпочтительности, либо распределение сценариев по некоторым классам.

Функциональные схема алгоритма разработанного метода управления группой БПЛА в задаче транспортировки грузов представлена на рис. 1.

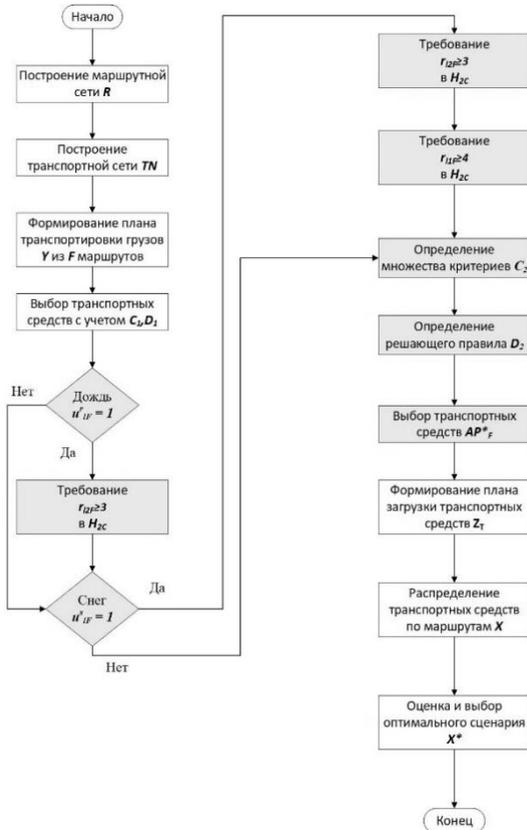


Рис. 1. Блок-схема алгоритма разработанного метода управления

Алгоритм позволяет получать новые эффективные решения, представленные оптимальным сценарием транспортировки грузов, обладающим более высокой оценкой эффективности управления.

#### 4. Эксперимент и его результаты

Для подтверждения эффективности разработанного метода управления проводится эксперимент в программной среде GAMA и Python.

Оценка оптимального сценария будет вычисляться по формуле

$$(25) E_X = \sum_{k=1}^n \sum_{l(k)=1}^N (flight\ hour_k * time_{l(k)} + cargo\ cost_{l(k)}),$$

где  $flight\ hour_k$  – стоимость летного часа для  $k$ -го БПЛА;  $time_{l(k)}$  – среднее время  $l(k)$  перелета;  $cargo\ cost_{l(k)}$  – стоимость груза, перевозимого при перелете  $l(k)$ .

Данная оценка оптимального сценария является частным случаем формулы (23), приведенной в предыдущем разделе.

Выбраны три района, расположенные недалеко от Москвы, Петропаловска-Камчатского и Архангельска. Считается, что доставка в такие районы может быть затруднительной, поскольку они находятся далеко от транспортных магистралей и обладают слабо развитым транспортно-логистическим сервисом. Созданы три карты этих районов для дальнейшего использования в программном комплексе. Пример карты местности с отраженными БПЛА разных типов, источников и стоков в эксперименте представлен на рис. 2.

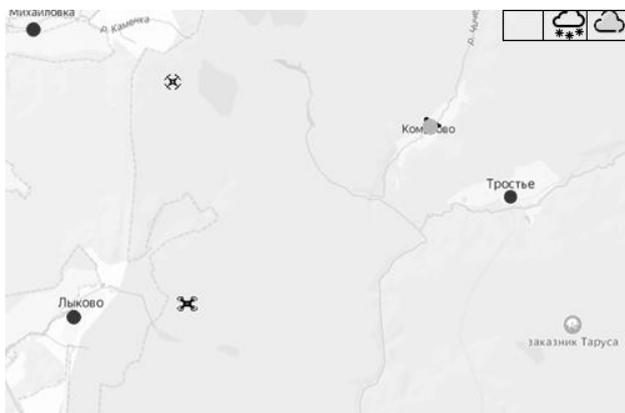


Рис. 2. Пример карты местности в эксперименте

На рис. 2 представлен район, расположенный вблизи Москвы, отмечены источники и стоки, а также БПЛА. Карта местности использовалась в программной среде GAMA для визуализации и симуляции полета группы БПЛА в эксперименте.

Выбор программной среды GAMA для проведения эксперимента определен следующими факторами:

1. GAMA является бесплатной, таким образом доступом к ней обладает любой пользователь.

2. GAMA успешно справляется с визуализацией и симуляцией поведения агентов, под которыми в текущем случае могут выступать БПЛА, грузы, стоки, источники, промежуточные пункты.

3. GAMA обладает большим набором готовых модулей, что означает возможность легкого обучения и адаптирования информации под желаемые задачи [24].

Таким образом, GAMA обеспечивает достаточные возможности для мониторинга и контроля над полетом группы БПЛА.

Использование GAMA позволило провести качественную визуализацию и симуляцию полета группы БПЛА для транспортировки грузов на основе данных, рассчитанных в Python, с использованием специальных средств отображения – карты местности, БПЛА, иконок, отражающих метеорологические условия. При написании программного обеспечения в GAMA учитывались следующие готовые модули: «Импорт SHP», «PNG иконки», «Эксперимент и симуляция», «Следование пути».

Сформированы координаты центров четырёх источников, одного стока и четырёх промежуточных пунктов. Считается, что местность не является горной и высота местности для всех точек карты местности равна. Высота полета задается относительно высоты местности и принимает значение 130 м. Предполагается, что все источники, стоки и промежуточные пункты могут обслуживать поддерживаемые типы транспортных средств, отправлять и принимать любые типы транспортных средств. В качестве используемых БПЛА рассматривались БПЛА трёх типов с заданным набором характеристик (см. таблицу 3).

Также задана стоимость летного часа 150 р. В качестве грузов были выбраны 4 единицы грузов, по одной каждого типа. Тип груза определялся его уникальным названием и массой. Предполагалось, что грузы упакованы в коробки и каждый БПЛА может перевозить лишь одну коробку. Сами грузы были выбраны на основе статистики о спросе на основные товары, в котором нуждается человек и осуществляет покупки [11]. К таким товарам относятся телефон, обувь, еда (пицца), медикаменты. Для каждого груза определена его масса вместе с упаковкой. Это 0,5, 1, 0,8,

1,2 кг соответственно. Потребность в стоке – по 1 единице каждого груза. Запасы в источниках – по 1 единице каждого груза.

Таблица 3. Характеристики БПЛА в эксперименте

Характеристика	БПЛА №1 (самодельный)	DJI Mavic Air 2	DJI Agras MG-1
Тип	1	2	3
Первая характеристическая цифра кода IP	4	4	5
Вторая характеристическая цифра кода IP	3	3	2
Максимальная крейсерская скорость, м/с	15	19	17
Скорость взлета, м/с	6	5	5
Скорость посадки, м/с	6	4	3
Максимальная грузоподъемность, кг	0,6	0,3	3

Характеристики, связанные с метеорологической обстановкой – индикатор дождя, индикатор снега и снежной крупы, – были сформированы на основе собранной статистики для Москвы, Петропавловска-Камчатского и Архангельска за 2023 год [11]. Некоторые значения собранных индикаторов дождя и снега представлены на рис. 3–5.

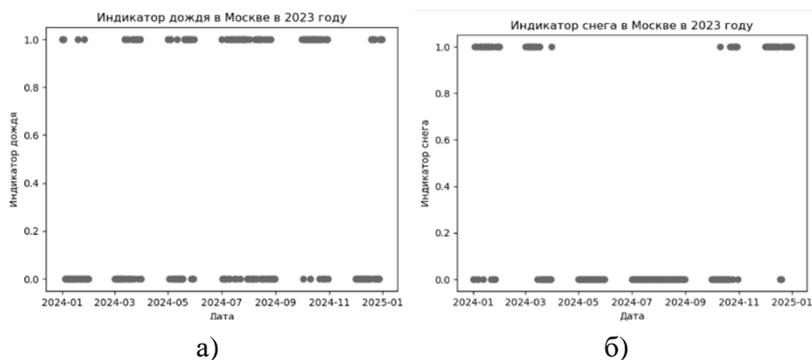


Рис. 3. Индикаторы дождя и снега в Москве за 2023 год в эксперименте

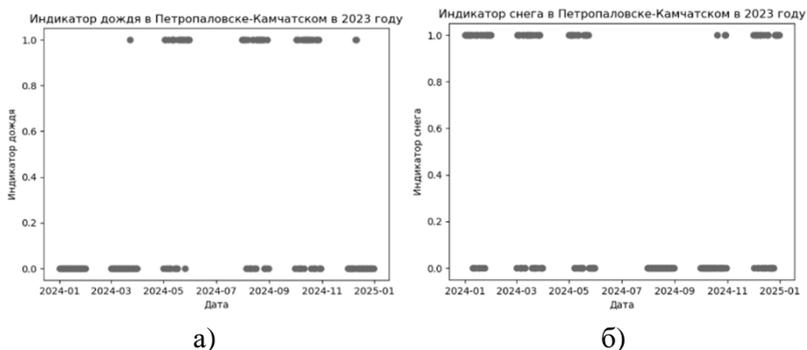


Рис. 4. Индикаторы дождя и снега в Петропавловске-Камчатском за 2023 год в эксперименте

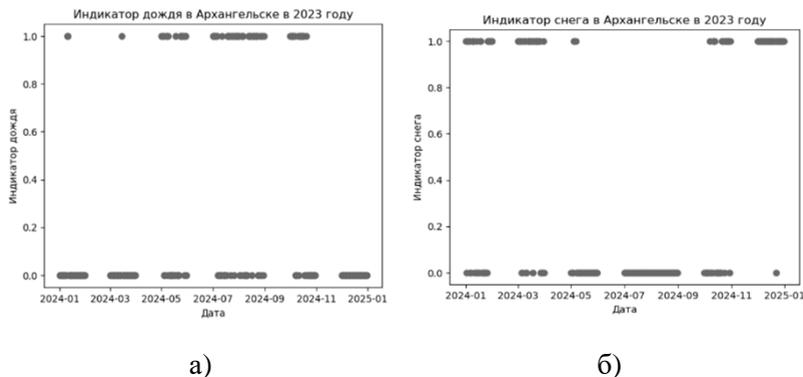


Рис. 5. Индикаторы дождя и снега в Архангельске за 2023 год в эксперименте

После сбора данных о наличии дождя, снега и снежной крупы за 2023 год для каждого из районов производилась обработка и группировка информации об явлениях, состоящая из следующих шагов:

- 1) вычисление вероятности снега и снежной крупы, дождя на исследуемом временном периоде;
- 2) генерация индикаторов дождя, снега и снежной крупы на основе вычисленной вероятности.

Допустим, имеются значения  $e_i$ , в колонке Явления, среди которых значения  $s_i$ , определяют наличие снега и снежной крупы, значения  $r_i$ , определяют наличие дождя, а значения  $n_3$  свидетельствуют об отсутствии явлений.

Расчет вероятности снега и снежной крупы на исследуемом временном периоде производился по формуле

$$(26) P_s = \frac{n_1}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n I(e_i = \text{«Снег»})}{n},$$

где  $I(e_i = \text{«Снег»})$  – индикатор, принимающий значение 1 при выполнении условия и 0 – при невыполнении условия.

Расчет вероятности дождя на исследуемом временном периоде производится по формуле

$$(27) P_r = \frac{n_2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n I(e_i = \text{«Дождь»})}{n},$$

где  $I(e_i = \text{«Дождь»})$  – индикатор, принимающий значение 1 при выполнении условия и 0 при невыполнении условия.

Для генерации  $m_1$  индикаторов снега и снежной крупы  $u_k^s, k = 1, \dots, m_1$ , в качестве метеорологических ограничений маршрутной сети воспользуемся формулой

$$(28) u_k^s = \begin{cases} 1 & \text{с вероятностью } P_s, \\ 0 & \text{с вероятностью } 1 - P_s. \end{cases}$$

Для генерации  $m_2$  индикаторов снега и снежной крупы  $u_k^r, k = 1, \dots, m_2$ , в качестве метеорологических ограничений маршрутной сети воспользуемся формулой

$$(29) u_k^r = \begin{cases} 1 & \text{с вероятностью } P_r, \\ 0 & \text{с вероятностью } 1 - P_r. \end{cases}$$

Время планирования (максимальное время симуляции) приравниваем к 24 ч. Такое время задано примерно, но предположительно в течение 24 ч все доставки могут быть осуществлены при заданных условиях. На этапе реконфигурации БАС используются муравьиный и генетический алгоритм. Другие ограничения для построения маршрутной сети отсутствуют. Решение задачи распределения транспортных средств по маршрутам происходит с помощью методов The Clarke & Wright [16], Sweep [19], генетического [21] и муравьиного [25] алгоритма. Пусть для каждой исследуемой зоны генерируется по 365 ограничений, связанных с погодными условиями. Таким образом, общее число сформиро-

ванных ограничений – 1095, а общее количество полученных решений – 4380. Выбор данного количества ограничений определялся годичным циклом, в течение которого можно использовать группы БПЛА для транспортировки грузов при различных метеорологических условиях, при этом 1095 ограничений для каждого района можно считать достаточно большим числом для формирования репрезентативной выборки. В качестве оценок эффективности используются две: среднее время транспортировки грузов и эффективность, отражающая «экономический эффект», определяемые формулами (23) и (25). Примеры результатов применения разработанных методов управления в транспортировке грузов и существующего метода для Москвы представлены в таблицах 4, 5, 6. «Старая модель» в таблице 4 означает, что для выбора транспортных средств с заданными характеристиками по формуле (10) наличие снега и дождя относится к неблагоприятным условиям проведения полета, т.е.  $A_F \in \emptyset$  при  $u_{iF}^r = 0$  или  $u_{iF}^s = 0$  в  $U_{2F}$ .

Таблица 4. Результаты эксперимента для Москвы

№	Индекс дождя, индекс снега	Оценка эфф. №1 (старая модель), с	Оценка эфф. №1 (новая модель), с	Оценка эфф. №2 (старая модель), руб	Оценка эфф. №2 (новая модель), руб
1	1,0	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,0	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,0	1015,00	1015,00	270,00	270,00
4	0,0	1024,34	1024,34	456,89	456,89
...	...	...	...	...	...
1459	1,0	0,00	1058,96	0,00	1149,18
1460	1,0	0,00	1063,13	0,00	1232,64
Среднее	–	595,00	740,91	430,71	522,76
Дисперсия	–	264600,80-	208088,70	202970,80	202970,80

Таблица 5. Результаты эксперимента для Петропавловска-Камчатского

№	Индекс дожда, индекс снега	Оценка эфф. №1 (старая модель), с	Оценка эфф. №1 (новая модель), с	Оценка эфф. №2 (старая модель), руб	Оценка эфф. №2 (новая модель), руб
1	0,0	1022,69	1022,69	423,72	423,72
2	0,0	1023,71	1023,71	444,21	444,21
3	0,0	1023,71	1023,71	444,21	444,21
4	1,0	0,00	0,00	0,00	0,00
...	...	...	...	...	...
1459	0,0	1024,88	1024,88	467,68	467,68
1460	0,0	1015,00	1015,00	270,00	270,00
Среднее	–	666,62	809,10	271,83	322,61
Дисперсия	–	237306,20	172290,30	44726,47-	34654,49

Таблица 6. Результаты эксперимента для Архангельска

№	Индекс дожда, индекс снега	Оценка эфф. №1 (старая модель), с	Оценка эфф. №1 (новая модель), с	Оценка эфф. №2 (старая модель), руб	Оценка эфф. №2 (новая модель), руб
1	1,0	0,00	1017,22	0,00	314,37
2	0,0	1016,96	1016,96	309,15	309,15
3	0,0	1016,96	1016,96	309,15	309,15
4	0,1	0,00	0,00	0,00	0,00
...	...	...	...	...	...
1459	1,0	0,00	0,00	0,00	0,00
1460	0,0	1018,70	1018,70	343,94	343,94
Среднее	–	624,57	754,11	199,00	238,07
Дисперсия	–	245718,20	198812,50	26322,64	21526,02

В результате были получены следующие выводы:

1. Москва. Применение нового метода позволяет повысить оценку эффективности №1 на 24,52% при уменьшении дисперсии на 16,63% по сравнению со стандартным методом, но уменьшает

оценку эффективности №2 на 21,37% при уменьшении дисперсии на 2,45%.

2. Петропавловск-Камчатский. Применение нового метода позволяет повысить оценку эффективности №1 на 21,37% при уменьшении дисперсии на 27,40% по сравнению со стандартным методом, но уменьшает оценку эффективности №2 на 18,68% при уменьшении дисперсии на 22,52%.

3. Архангельск. Применение нового метода позволяет повысить оценку эффективности №1 на 20,74% при уменьшении дисперсии на 19,09% по сравнению со стандартным методом, но уменьшает оценку эффективности №2 на 19,63% при уменьшении дисперсии на 18,22%.

Вычисленные общие средние значения оценок эффективностей представлены в таблице 7.

*Таблица 7. Результаты эксперимента*

Метод управления	Оценка №1	Оценка №2
Стандартный метод	628,73	300,51
Новый метод	768,04	361,14

Из таблицы 7 следует, что применение нового метода управления группой БПЛА позволяет повысить оценку эффективности №1 на 20,17% по сравнению со стандартным методом, но уменьшает оценку эффективности №2 на 22,15%.

Пусть для ЛПР более предпочтительна оценка эффективности №1, тогда можно сделать вывод, что разработанный метод управления гетерогенной группой БПЛА в транспортировке грузов позволяет повысить эффективность транспортировки грузов. Данный факт подтверждается результатами проведенного эксперимента, где оценка эффективности повысилась на 20,17% по сравнению с полученной в результате применения стандартного метода.

## **5. Заключение**

Данная работа посвящена разработке метода управления БАС с учетом кода IP в задаче транспортировки грузов. Анализ моделей, методов и алгоритмов управления группой БПЛА

в транспортировке грузов показывает, что они не учитывают характеристику – код IP, который является определяющим при формировании метеорологических ограничений для маршрутной сети и выборе транспортных средств с заданными характеристиками.

Значение первой характеристической цифры кода IP БПЛА отражает его степень защиты от проникновения твердых частиц. Значение второй характеристической цифры кода отражает степень защиты от попадания воды. Таким образом, можно учитывать данные характеристики при формировании метеорологических ограничений: дождя, снега и снежной крупы. Расширенная маршрутная сеть позволяет лучше анализировать и проводить мониторинг выполнения доставки грузов, принимать решения с учетом данных ограничений. При этом ЛПР может выбирать транспортные средства (БПЛА) с необходимыми ему характеристиками, в том числе учитывая значения первой и второй характеристической цифры кода IP. Формирование требований, учитывающих код IP, позволяет формировать новые полеты в условиях дождя, снега и снежной крупы, которые в большинстве случаев могут оказаться рискованными, т.е. вызывать неисправности при полете БПЛА и, соответственно, при доставке грузов. Метод управления группой БПЛА в задаче транспортировки грузов с реконфигурацией БАС в зависимости от заданных метеорологических условий позволяет сформировать критерии и решающие правила для формирования состава БАС, и обеспечить лучшую по сравнению с существующими методами оценку эффективности управления. Данный факт был подтвержден в вычислительном эксперименте, в результате которого показано, что разработанный метод позволяет повысить оценку эффективности транспортировки грузов на 20,17% по сравнению с оценкой, полученной в результате применения стандартного метода.

Разработанный метод управления БАС в задаче транспортировки грузов можно в дальнейшем попытаться улучшить за счет учета новых метеорологических ограничений, например, связанных с облачностью и температурой.

## Литература

1. АНТОХИН Е.А., ПАНАСЕНКО Н.Н., АТАКИЩЕВ О.И. и др. *Обеспечение безопасности испытаний беспилотных летательных аппаратов военного и специального назначения* // Известия института инженерной физики. – 2019. – №2(52). – С. 71–76.
2. АСТАПЕНКО П.Д., БАРАНОВ А.М., ШВАРЕВ И.М. *Погода и полеты самолетов и вертолетов*. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 276 с.
3. *ГОСТ 14254-2015 (IEC 60529:2013). Степени защиты, обеспечиваемые оболочками (код IP)*. – М.: Стандартинформ, 2019. – 36 с.
4. ЗАХАРОВА А.А., КУТАХОВ В.П., МЕЩЕРЯКОВ Р.В. и др. *Моделирование задач транспортировки грузов в беспилотной авиационной системе* // Авиакосмическое приборостроение. – 2023. – №3. – С. 3–15.
5. КУЗНЕЦОВ И.Е., МЕЛЬНИКОВ А.В., РОГОЗИН Е.А. и др. *Методика учета влияния метеорологических факторов на эффективность применения беспилотных летательных аппаратов на основе системного анализа* // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2018. – Т. 45, №2. – С. 125–139.
6. ЛАЗУТКИН А.В., УРВАНЦЕВ Р.А., ФЛОРОВ А.В. и др. *Анализ статистических данных о полетах беспилотных летательных аппаратов серии SUPERCAM в сложных метеорологических условиях для картографии и видеоразведки* // Перспективы развития и применения комплексов с беспилотными летательными аппаратами. Сборник статей и докладов по материалам ежегодной научно-практической конференции. – 2016. – С. 268–272.
7. МОИСЕЕВ Д.В., ЧИНЬ В.М. *Вычислительные аспекты и прикладное программное обеспечение оптимальной маршрутизации полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра* // Вестник евразийской науки. – 2017. – Т. 9, №3(40). – С. 92.

8. МОИСЕЕВ Д.В., ЧИНЬ В.М., МОЗОЛЕВ Л.А. и др. *Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра на основе решения разновидностей задачи коммивояжера* // Труды МАИ. – 2015. – №79. – С. 8.
9. НОСОВ А.М., САВЕЛЬЕВ А.И., ВИЛЬЯНИНОВ В.Н. и др. *Опыт транспортировки компонентов крови с применением беспилотного летательного аппарата* // Медицина катастроф. – 2022. – №3. – С. 65–69.
10. *Официальный сайт компании Zipline.* – URL: <https://www.flyzipline.com/technology> (дата обращения: 27.06.2023)
11. *Официальный сайт федеральной службы государственной статистики.* – URL: <https://rosstat.gov.ru/> (дата обращения: 29.12.2023)
12. *Распоряжение Правительства Российской Федерации от 28 июля 2017 г. № 1632-р: официальный сайт. Программа «Цифровая экономика»* – URL: <http://static.government.ru/media/files/9gFM4FHj4PsB79I5v7yLVuPgu4bvR7M0.pdf> (дата обращения: 20.10.2023).
13. РОМАНЕНКО В.А. *Математические модели функционирования аэропортов в условиях современного авиатранспортного рынка: монография.* – Самара: ООО «Издательство Ас Гард», 2010. – 244 с.
14. *Транспортная стратегия Российской Федерации на период до 2030 года. Совет Безопасности Российской Федерации: официальный сайт.* – URL: <http://www.scrf.gov.ru/security/economic/document123/> (дата обращения: 20.10.2023).
15. BOYCHEV I.Z. *Research algorithms to optimize the drone route used for security* // IEEE XXVII Int. Scientific Conf. Electronics (ET-2018). – 2018. – P. 1–4.
16. CLARKE G., WRIGHT J.W. *Scheduling of vehicles from a Central Depot to a Number of the Delivery Point* // Operations Research. – 1964. – P. 568–581.
17. DERPICH I., MIRANDA D., SEPULVEDA J. *Using drones in a warehouse with minimum energy consumption* // 7th Int. Conf. on Computers Communications and Control (ICCC-2018). – 2018. – P. 97–102.

18. GJORSHEVSKI H., TRIVODALIEV K., KOSOVIC I.N. et al. *Dynamic Programming Approach for Drone Routes Planning* // 26th Telecommunications Forum (TELFOR-2018). – 2018. – P. 1–4.
19. HANAFI R., RUSMAN M., MARDIN F. et al. *Distribution Route Optimization of a Capacitated Vehicle Routing Problem by Sweep Algorithm* // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – P. 1–6.
20. LIONG C.Y., WAN I., OMAR K. *Vehicle routing problem: Models and solutions* // Journal of Quality Measurement and Analysis. – 2008. – Vol. 4. – P. 205–218.
21. MITCHELL M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. – The MIT Press, 1998. – P. 2.
22. NEOGI A., MOUNIKA S., KALYANI S. et al. *A Comprehensive Study of Vehicle Routing Problem With Time Windows Using Ant Colony Optimization Techniques* // Int. Journal of Engineering and Technology (UAE). – 2018. – P. 80–85.
23. RAIVI A., HUDA S., ASIFUL M. et al. *Drone routing for drone-based delivery systems: a review of trajectory planning, charging, and security* // Sensors. – 2023. – P. 23.
24. TAILLANDIER P., GAUDOU B., GRIGNARD A. et al. *Building, composing and experimenting complex spatial models with the GAMA platform* // Geoinformatica. – 2019. – Vol. 23(2). – P. 299–322.
25. WALDNER J. *Nanocomputers and Swarm Intelligence*. – John Wiley & Sons, Inc., 2008. – P. 225.

## **DEVELOPMENT OF A METHOD FOR CONTROLLING UNMANNED AIRCRAFT SYSTEMS TAKING INTO ACCOUNT THE IP CODE IN THE TASK OF CARGO TRANSPORTATION**

**Alexander Salomatin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Junior Researcher (karateka30@mail.ru).

*Abstract: The paper is devoted to the development of a method for controlling unmanned aerial systems taking into account the IP code in the task of cargo transportation. A short review of works devoted to methods and algorithms of group control*

*of unmanned aerial vehicles (UAVs) in cargo transportation is carried out. New mathematical models and method of control of heterogeneous group of UAVs in the task of cargo transportation are proposed. The basis for their development is the consideration of the IP code for the formation of meteorological constraints of the route network. The first and second characteristic digits of the IP code allowed us to determine the limitations of the influence of rain, snow and snowdrifts. These phenomena can have serious consequences for UAVs in flight, leading them to various kinds of malfunctions. The decision maker (DM) can select the UAV for the mission with the required IP code digits, thus reconfiguring the unmanned aerial system (UAS) and forming more effective solutions from the management point of view. A computational experiment is conducted to confirm this statement. For the considered areas, the application of the new method, taking into account the IP code for the UAV, allows to improve the efficiency estimation in comparison with the existing method.*

**Keywords:** unmanned air transport system, unmanned aerial vehicle, cargo transportation, unmanned air transport system control, IP code.

УДК 629.7

ББК 39.58

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.6

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.К. Погодаевым.*

*Поступила в редакцию 07.05.2024.*

*Опубликована 31.07.2024.*

## АНАЛИЗ ТЕРМИНОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Новиков Д. А.<sup>1</sup>, Губанов Д. А.<sup>2</sup>  
(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Словарь основных понятий научной области важен для стандартизации терминологии, а также для поддержки образования и междисциплинарных исследований, он способствует взаимопониманию и эффективной коммуникации в этой области. В области теории управления экспертами ИПУ РАН разработана система основных понятий, которая включает 1047 терминов (для каждого предоставляется название, перевод и описание со ссылками на другие термины). Цель настоящего исследования заключается в анализе взаимосвязей между ключевыми сетевыми характеристиками этой системы понятий и в валидации разработанного словаря с точки зрения его системности и принципов выделения понятий: иерархичности, сбалансированности, значимости и модульности. В работе подтверждено соблюдение иерархичности терминов от общего к частному. Найдены четко определенные группы в сети терминов и установлена иерархическая структура связей между группами. При движении по иерархии сверху вниз обнаружено уменьшение структурной значимости терминов и увеличение сложности как в целом, так и в отдельных группах терминов (что отражает модульность и сбалансированность). Подтверждена значимость терминов на основе статистики их встречаемости в корпусе текстов по теории управления.*

Ключевые слова: терминологическая структура, теория управления, сетевой анализ, принципы построения системы понятий.

### 1. Введение

В настоящее время существует большое число печатных и электронных словарей и глоссариев, применяемых для разных целей. В области теории управления в СССР системная терминология была разработана в далеком 1988 году (см. [3]). За прошедшие десятилетия существенно изменились представления о теории и технологиях управления, появились новые классы систем управления, их модели, методы и средства.

---

<sup>1</sup> Дмитрий Александрович Новиков, д.т.н., академик РАН (novikov@ipu.ru).

<sup>2</sup> Дмитрий Алексеевич Губанов, д.т.н. (gubanov@ipu.ru).

Настоящая статья посвящена исследованию взаимосвязи характеристик системы основных понятий теории управления, разработанной экспертами ИПУ РАН в 2023 году (см. [4]). Ее гипертекстовая версия размещена по адресу <https://www.ipu.ru/education/glossary>.

В разделе 2 описан подход к исследованию, а также исходные данные для анализа. В разделе 3 изложены основные сетевые показатели и характеристики. В разделе 4 – полученные результаты их анализа (для системы терминов в целом и для отдельных их групп).

Все рисунки приведены в Приложении в конце статьи после Заключения.

Электронным приложением является таблица<sup>1</sup>, содержащая характеристики всех терминов.

## **2. Подход к исследованию и исходные данные**

**Основная цель** настоящего исследования заключается в анализе взаимосвязей между ключевыми сетевыми характеристиками системы основных понятий теории управления, разработанной экспертами ИПУ РАН в 2023 году. Относительно системности и критериев выделения основных понятий необходимы пояснения. Они требуют (в отличие от современных печатных [9] и гипертекстовых [8] словарей по теории управления, включающих лишь список терминов с определениями) валидации разработанного словаря с использованием следующих принципов:

- а) построение иерархии терминов от общего к частному (в том числе отсутствие циклов по ссылкам в их определениях);
- б) обеспечение сбалансированности терминов в этой иерархии с точки зрения их объема и содержания;
- в) распределение терминов в иерархии таким образом, чтобы отражалось уменьшение их структурной значимости и увеличение сложности при движении сверху вниз;
- г) подтверждение значимости терминов на основе статистики их встречаемости в публикациях по теории управления.

---

<sup>1</sup> [https://www.ipu.ru/sites/default/files/page\\_file/CS\\_gloss\\_measures\\_app.xlsx](https://www.ipu.ru/sites/default/files/page_file/CS_gloss_measures_app.xlsx).

**Исходные данные** – текст публикации «Теория управления: словарь системы основных понятий» [4]. Словарь состоит из 1047 терминов, для каждого предоставляется название, перевод и описание с ссылками на другие термины. Из этих 1047 терминов – 333 униграммы<sup>1</sup>, 492 биграмы, 163 триграммы, 46 4-грамм, 12 5-грамм, 1 6-грамма.

Пример термина-униграммы в словаре (курсивом выделены гиперссылки на другие термины из словаря): «Агент (*agent*) – 1) автономный, интеллектуальный элемент системы, который взаимодействует с другими ее элементами и внешней средой; 2) управляемый субъект (например, человек, группа или коллектив, или организация); 3) в моделях иерархических игр – игрок, делающий ход вторым при известном ходе центра».

#### Этапы обработки словаря:

1. Извлечение структурных элементов (терминов, их определений и ссылок) из текста словаря с использованием регулярных выражений и методов анализа текстов.

2. Обработка текстов публикаций сотрудников ИПУ РАН (и их соавторов) по теории управления за 2004–2023 годы (далее – корпус текстов) (токенизация, лемматизация, формирование *n*-грамм, формирование словарей терминов публикаций) (см. подходы [5, 10]). Корпус текстов состоит из 17 тыс. полнотекстовых публикаций, число авторов – около 8 тыс.

3. Формирование сети терминов словаря (далее – сеть терминов).

4. Расчет показателей, характеризующих термины словаря: сетевых показателей и показателей встречаемости в текстах.

5. Анализ взаимосвязей между показателями и характеристиками, валидация словаря.

Исходный список терминов формировался экспертно. Оказалось, что доля суммарной встречаемости терминов из словаря среди научных терминов корпуса текстов превышает 80 % (см. критерий «г» выше).

Сеть терминов представляет собой связный ориентированный граф (вершины – термины, дуги – ссылки на другие термины из словаря в описаниях терминов) без петель и без кратных дуг.

---

<sup>1</sup> Униграмма – термин из 1 слова, биграмма – из двух, ..., *n*-грамма – из *n* слов.

Сеть терминов содержит минимальное число циклов (см. критерий «а» выше)<sup>1</sup>.

### 3. Показатели, характеризующие термины словаря

В соответствии с методикой, предложенной в [1, 2], найдем для рассматриваемой сети терминов (для каждого термина  $i$  от 1 до 1047) первичные сетевые показатели (см. [6, 7, 11]):

- $\text{indegree}_i$  – число входящих дуг;
- $\text{outdegree}_i$  – число исходящих дуг;
- $\text{pagerank}_i$  – вероятность попадания в данную вершину при случайном блуждании по дугам сети;
- $\text{clo\_in}_i$  – близость вершин сети к данной вершине;
- $\text{clo\_out}_i$  – близость данной вершины ко всем остальным вершинам сети;
- $\text{betw}_i$  – посредничество вершины: характеризует «встречаемость» вершины  $i$  на кратчайших путях сети между парами всех остальных вершин.

На основе первичных показателей для каждого термина определяются два производных:

- «значимость термина»<sup>2</sup> количественно характеризует его эффективную «используемость» в описании других терминов;
- «сложность термина» количественно (условно) показывает, насколько другие термины используются в его описании.

Значимость  $i$ -го термина вычисляется по формуле ( $0 \leq S \leq 1$ ):

$$(1) S_i = \frac{\max R - R_i}{\max R - \min R},$$

где  $R_i = \max\{\text{Rank indegree}_i, \text{Rank clo\_in}_i, \text{Rank pagerank}_i\}$ .

Здесь и далее Rank – функция вычисления ранга величины. Значимость  $i$ -го термина максимальна при  $S_i = 1$ .

В свою очередь, сложность  $i$ -го термина вычисляется по формуле ( $0 \leq R \leq 1$ ):

$$(2) C_i = \frac{\max r - r_i}{\max r - \min r},$$

---

<sup>1</sup> Исключениями являются циклы длины два, отражающие отношения «синоним», «антоним» и «часть–целое».

<sup>2</sup> «Значимость термина» и «структурная значимость термина» в данной работе являются взаимозаменяемыми понятиями.

где  $r_i = \max\{\text{Rank } outdegree_i, \text{Rank } clo\_out_i\}$ .

Сложность  $i$ -го термина максимальна при  $C_i = 1$ .

Дополнительно рассчитаем следующие показатели:

- $level_i$  – уровень вершины в сети (вершины уровня 0 не имеют исходящих дуг, уровня 1 ссылаются на вершины уровня 0 и т.д.);

- $weight_i$  – вес вершины в графе: число вершин, из которых есть путь в данную вершину;

- $freq_i$  – встречаемость вершины-термина в корпусе текстов.

Значения всех перечисленных показателей для всех терминов словаря приведены в таблице – электронном приложении.

К перечисленным показателям можно применить методы анализа, направленные на изучение взаимосвязи между ними.

## 4. Результаты анализа

### 4.1. ВЗАИМОСВЯЗЬ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТЕРМИНОВ

Используя разработанную сеть терминов и результаты обработки текстов публикаций (см. этап 2), рассчитаем все вышеперечисленные структурные (на основе сети связей) и статистические (на основе встречаемости в публикациях) показатели. На рис. 1 представлены значения коэффициентов ранговой корреляции Спирмена для показателей, характеризующих сеть терминов теории управления.

Выделим три кластера «близких по Спирмену» показателей (коэффициент ранговой корреляции Спирмена  $> 0,9$ ):

- Кластер «*значимость*»: значимость (significance), вес (weight), полустепень захода (indegree), pagerank, входящая близость (clo\_in), посредничество (betw).

- Кластер «*сложность*»: сложность (complexity), полустепень исхода (outdegree), исходящая близость (clout).

- Кластер «*встречаемость*» состоит из одного показателя - частоты встречаемости терминов в корпусе публикаций ИПУ РАН (freq).

Рассмотрим зависимости между представителями этих кластеров (см. на рис. 2 попарные диаграммы рассеяния).

Значимость и сложность слабо коррелируют между собой, что логично: чем сложнее термин, тем реже он употребляется. В то же время неплохо коррелируют значимость и встречаемость: чем значимее термин, тем чаще он встречается в текстах. Также наблюдается слабая отрицательная корреляция между встречаемостью и сложностью.

Для показателя встречаемости терминов в корпусе текстов построим распределение терминов по убыванию этого показателя (см. рис. 3): кумулятивная кривая<sup>1</sup> выходит на уровень насыщения в точке примерно 300 терминов (данные кумулятивной встречаемости хорошо аппроксимируются функцией арктангенса ( $R^2 = 0,99$ )). На рис. 4 (облако слов) можно увидеть наиболее часто встречающиеся термины.

Для наглядного представления значимости терминов построим их распределение по убыванию (см. рис. 5). Словарь содержит примерно 400 значимых (с отличной от нуля значимостью) терминов (наиболее значимые из них представлены в виде облака слов – см. рис. 6).

**Иерархия терминов.** Наверное, термины более общего характера должны находиться в иерархической структуре сети терминов «выше», чем более специфические. Для того чтобы проверить эту гипотезу, разобьем экспертно все термины на четыре группы (по убыванию степени общности):

1. Философские категории.
2. Общенаучные термины.
3. Термины, специфичные для теории управления.
4. Термины, специфичные для смежных областей.

Построим граф связей между введенными группами терминов (см. рис. 7). В этом графе вершиной является группа, направление связей отражает направление ссылок в описаниях терминов, а вес каждой связи определяется количеством связей между конкретными терминами внутри и между группами.

В словаре заметно преобладание терминов, специфичных для теории управления, в то время как общенаучных терминов

---

<sup>1</sup> Здесь и далее кумулятивная кривая отражает накопление весов терминов (промежуточную их сумму), начиная с самого часто встречающегося или значимого термина.

меньше в три раза, а «философские категории» представлены в наименьшем объеме. Стоит отметить отсутствие некорректных определений более общих терминов через более специфичные термины (см. критерий «а» выше).

Различаются ли группы терминов в точки зрения их структурной сложности, значимости и встречаемости? Приведем в таблице 1 усредненные значения показателей.

Таблица 1. Средние показатели в группах и число терминов

Группа	Сложность	Значимость	Встречаемость	Число терминов
1 (философские категории)	0,05	0,90	0,16	27
2 (общенаучные термины)	0,35	0,61	0,06	208
3 (термины, специфичные для теории управления)	0,41	0,17	0,001	631
4 (термины, специфичные для смежных областей)	0,41	0,22	0,001	181

В группах последовательно, с одной стороны, возрастает средняя сложность, а с другой – снижается значимость и встречаемость терминов (см. критерии «а»–«в» выше). Доля суммарной встречаемости терминов группы 1 составляет 0,231, группы 2 – 0,713, группы 3 – 0,048, группы 4 – 0,008.

Проведем далее анализ для каждой из групп терминов теории управления.

#### 4.2. ТЕРМИНЫ – ФИЛОСОФСКИЕ КАТЕГОРИИ

Рассчитаем ранговую корреляцию Спирмена для показателей, характеризующих термины из группы «философские категории» (рис. 8).

На рис. 9 и 10 приведены соответственно график кумулятивной встречаемости и облако терминов, построенное по этому критерию. На рис. 11 и 12 – аналогично для критерия «значимость». Отметим, что термины из группы «философские категории» имеют примерно одинаковую значимость (рис. 13).

#### 4.3. ОБЩЕНАУЧНЫЕ ТЕРМИНЫ

Рассчитаем ранговую корреляцию Спирмена для показателей, характеризующих общенаучные термины (рис. 14).

На рис. 15 и 16 приведены соответственно график кумулятивной встречаемости и облако терминов, построенное по этому критерию. На рис. 17 и 18 – аналогично для критерия «значимость».

#### 4.4. ТЕРМИНЫ, СПЕЦИФИЧНЫЕ ДЛЯ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Рассчитаем ранговую корреляцию Спирмена для показателей, характеризующих специфичные для теории управления термины (рис. 19). На рис. 20 и 21 приведены соответственно график кумулятивной встречаемости и облако терминов, построенное по этому критерию. На рис. 22 и 23 – аналогично для критерия «значимость».

На рис. 24 и 25 приведены примеры (для двух компонент связности) графов связей между значимыми терминами, специфичными для теории управления.

#### 4.5. ТЕРМИНЫ, СПЕЦИФИЧНЫЕ ДЛЯ СМЕЖНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Рассчитаем ранговую корреляцию Спирмена для показателей, характеризующих специфичные для смежных областей термины (рис. 26). На рис. 27 и 28 приведены соответственно график кумулятивной встречаемости и облако терминов, построенное по этому критерию. На рис. 29 и 30 – аналогично для критерия «значимость».

Результаты раздела 4 показывают, что в целом и на уровне отдельных групп терминов являются значимыми следующие зависимости:

- показатель *значимость термина* (significance) тесно коррелирует с показателями «вес» (weight), полустепень захода (indegree), pagerank, входящая близость (clo\_in) и посредничество (betw);

- показатель *сложность термина* (complexity) тесно коррелирует с полустепенью исхода (outdegree) и исходящей близостью (clout);
- показатель *встречаемость* является независимым и не связан с другими показателями.

Следовательно, для анализа системы понятий можно использовать всего три показателя: значимость, сложность и встречаемость.

Для аппроксимации кумулятивных кривых встречаемости и значимости использовались разнообразные семейства функций, в том числе с тяжелыми хвостами и логистические. Результаты показывают, что для всех групп терминов наилучшие результаты дает обратная тригонометрическая функция (арктангенс). Можно отметить, что кривые встречаемости имеют тенденцию к насыщению или стабилизации на определенном уровне (т.е. при достижении определенного количества терминов).

Кроме того, приведенные облака терминов «говорят» о том, что и система основных понятий, и ее группы терминов адекватно отражают предмет теории управления.

#### **4. Заключение**

В настоящем исследовании проведен анализ взаимосвязей между ключевыми сетевыми характеристиками системы основных понятий теории управления, разработанной экспертами ИПУ РАН. Проведена валидация разработанного словаря, оценена системность выделения основных понятий. Показано соблюдение иерархичности терминов – от общего к частному: четкая иерархическая структура связей между определениями терминов без циклических ссылок в определениях; иерархическая структура связей между группами терминов: философские категории, общенаучные термины, термины, специфичные для теории управления, и термины, специфичные для смежных областей. Распределение терминов таково, что наблюдается уменьшение их структурной значимости и увеличение сложности при движении по иерархии сверху вниз: в группах терминов последовательно, с одной стороны, возрастает средняя сложность, а с другой – снижа-

ется значимость и встречаемость терминов. Подтверждена значимость терминов на основе статистики их встречаемости в корпусе текстов по теории управления.

Перспективными направлениями дальнейших исследований являются: сравнение результатов анализа встречаемости понятий в области теории управления в различных источниках публикаций (в частности, в тех или иных журналах и конференциях по теории управления), сопоставление с системами понятий в других областях знаний.

## ПРИЛОЖЕНИЕ.

	level	weight	indegree	outdegree	pagerank	clo_in	clo_out	betw	complexity	significance	freq
level	1,00	-0,23	-0,22	-0,41	-0,22	-0,23	0,01	-0,16	-0,23	-0,23	-0,26
weight	-0,23	1,00	0,99	0,03	0,99	1,00	-0,18	0,90	-0,12	0,99	0,64
indegree	-0,22	0,99	1,00	0,04	0,99	0,99	-0,17	0,91	-0,11	1,00	0,64
outdegree	-0,41	0,03	0,04	1,00	0,03	0,03	0,56	0,20	0,85	0,04	0,09
pagerank	-0,22	0,99	0,99	0,03	1,00	0,99	-0,17	0,91	-0,11	0,99	0,62
clo_in	-0,23	1,00	0,99	0,03	0,99	1,00	-0,18	0,90	-0,12	0,99	0,64
clo_out	0,01	-0,18	-0,17	0,56	-0,17	-0,18	1,00	0,01	0,83	-0,17	-0,14
betw	-0,16	0,90	0,91	0,20	0,91	0,90	0,01	1,00	0,07	0,91	0,58
complexity	-0,23	-0,12	-0,11	0,85	-0,11	-0,12	0,83	0,07	1,00	-0,11	-0,06
significance	-0,23	0,99	1,00	0,04	0,99	0,99	-0,17	0,91	-0,11	1,00	0,63
freq	-0,26	0,64	0,64	0,09	0,62	0,64	-0,14	0,58	-0,06	0,63	1,00

Рис. 1. Парные ранговые корреляции показателей вершин сети терминов

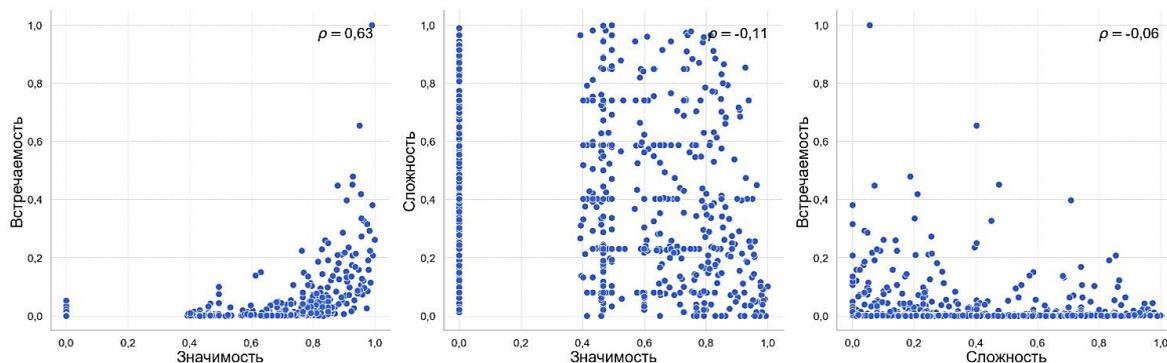


Рис. 2. Диаграммы рассеяния показателей «встречаемость», «значимость» и «сложность»

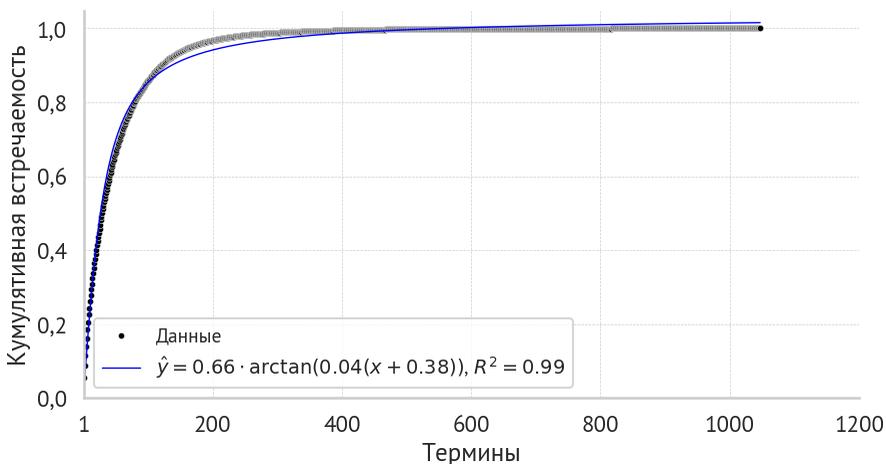


Рис. 3. Встречаемость терминов

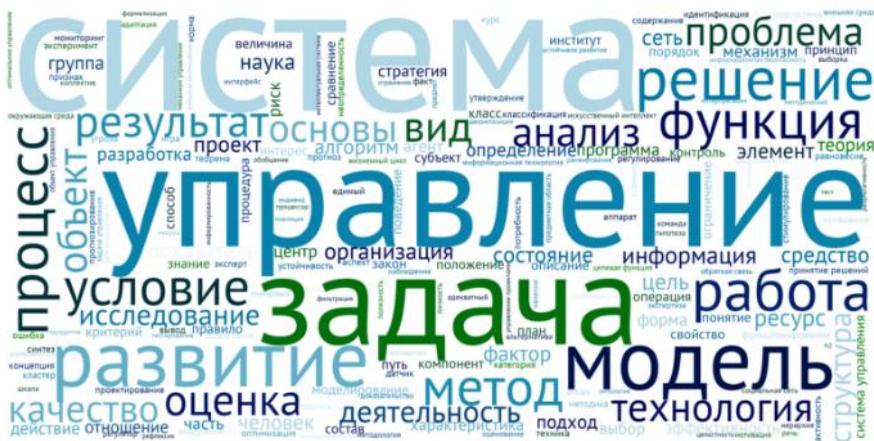


Рис. 4. Встречаемость терминов: облако терминов



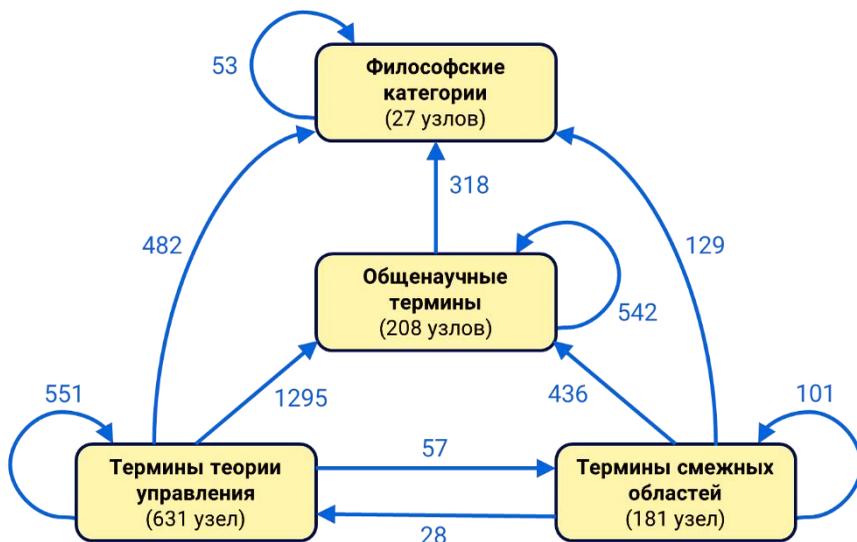


Рис. 7. Граф связей между группами терминов

	level	weight	indegree	outdegree	pagerank	clo_in	clo_out	betw	complexity	significanc	freq
level	1,00	-0,64	-0,01	0,66	-0,40	-0,46	0,68	0,63	0,68	-0,11	0,14
weight	-0,64	1,00	0,08	-0,60	0,67	0,74	-0,66	-0,30	-0,66	0,28	-0,04
indegree	-0,01	0,08	1,00	0,08	0,62	0,61	0,09	0,30	0,09	0,96	0,67
outdegree	0,66	-0,60	0,08	1,00	-0,28	-0,34	0,96	0,84	0,96	-0,07	0,17
pagerank	-0,40	0,67	0,62	-0,28	1,00	0,93	-0,34	0,11	-0,34	0,75	0,28
clo_in	-0,46	0,74	0,61	-0,34	0,93	1,00	-0,40	0,06	-0,40	0,76	0,27
clo_out	0,68	-0,66	0,09	0,96	-0,34	-0,40	1,00	0,77	1,00	-0,05	0,21
betw	0,63	-0,30	0,30	0,84	0,11	0,06	0,77	1,00	0,77	0,24	0,20
complexity	0,68	-0,66	0,09	0,96	-0,34	-0,40	1,00	0,77	1,00	-0,05	0,21
significanc	-0,11	0,28	0,96	-0,07	0,75	0,76	-0,05	0,24	-0,05	1,00	0,57
freq	0,14	-0,04	0,67	0,17	0,28	0,27	0,21	0,20	0,21	0,57	1,00

Рис. 8. Корреляции Спирмена показателей терминов «философские категории»

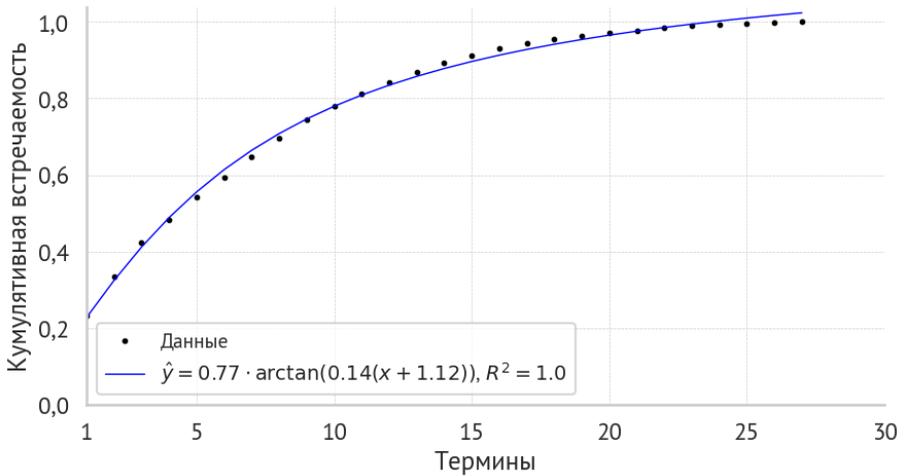


Рис. 9. Встречаемость терминов «философские категории»



Рис. 10. Встречаемость терминов «философские категории»

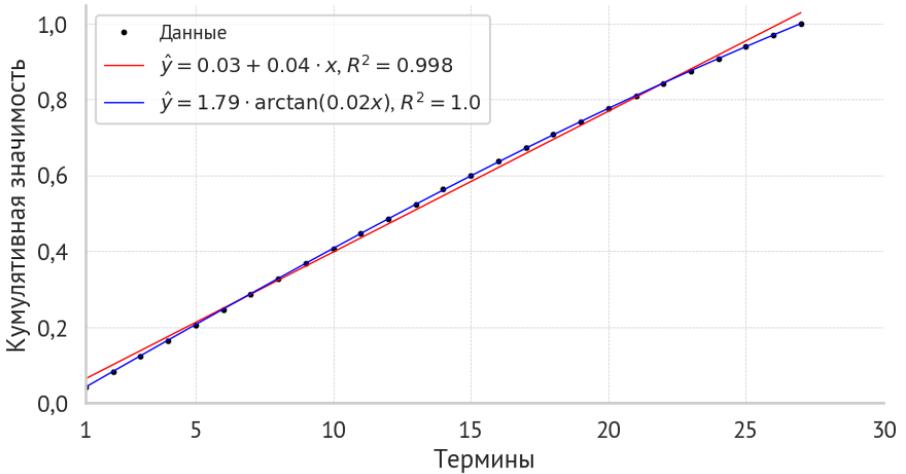


Рис. 11. Значимость терминов «философские категории»

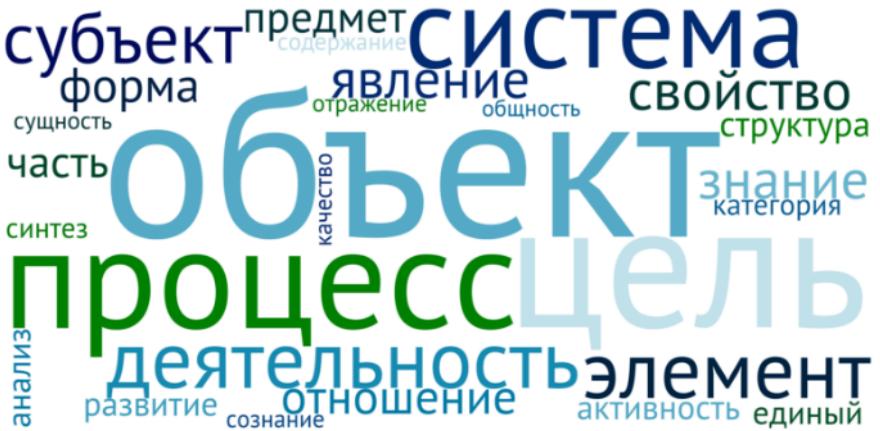


Рис. 12. Значимость терминов «философские категории»

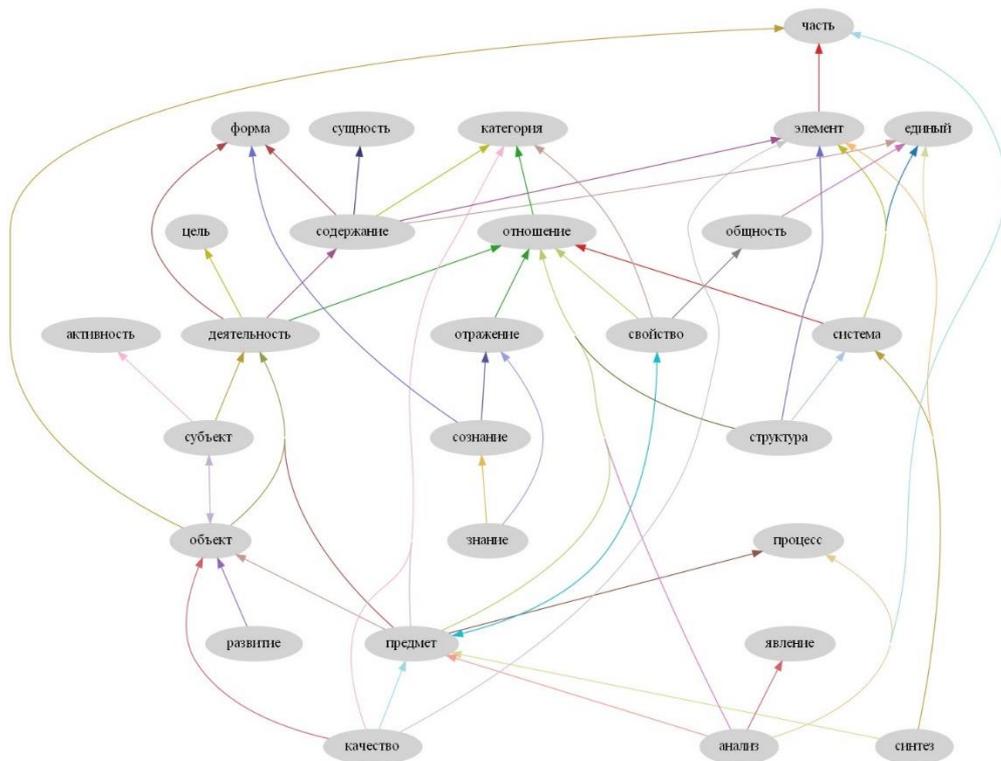


Рис. 13. Граф связей между значимыми терминами группы «философские категории»

	level	weight	indegree	outdegree	pagerank	clo_in	clo_out	betw	complexity	significance	freq
level	1,00	-0,29	-0,27	-0,19	-0,32	-0,31	0,24	-0,13	0,07	-0,28	-0,27
weight	-0,29	1,00	0,82	-0,06	0,89	0,97	-0,29	0,69	-0,19	0,88	0,67
indegree	-0,27	0,82	1,00	0,00	0,95	0,85	-0,19	0,74	-0,10	0,98	0,77
outdegree	-0,19	-0,06	0,00	1,00	0,01	-0,02	0,62	0,35	0,82	0,00	0,03
pagerank	-0,32	0,89	0,95	0,01	1,00	0,93	-0,20	0,77	-0,10	0,97	0,72
clo_in	-0,31	0,97	0,85	-0,02	0,93	1,00	-0,24	0,76	-0,14	0,91	0,69
clo_out	0,24	-0,29	-0,19	0,62	-0,20	-0,24	1,00	0,26	0,90	-0,20	-0,15
betw	-0,13	0,69	0,74	0,35	0,77	0,76	0,26	1,00	0,33	0,76	0,59
complexity	0,07	-0,19	-0,10	0,82	-0,10	-0,14	0,90	0,33	1,00	-0,11	-0,09
significance	-0,28	0,88	0,98	0,00	0,97	0,91	-0,20	0,76	-0,11	1,00	0,76
freq	-0,27	0,67	0,77	0,03	0,72	0,69	-0,15	0,59	-0,09	0,76	1,00

Рис. 14. Корреляции Спирмена показателей общенаучных терминов

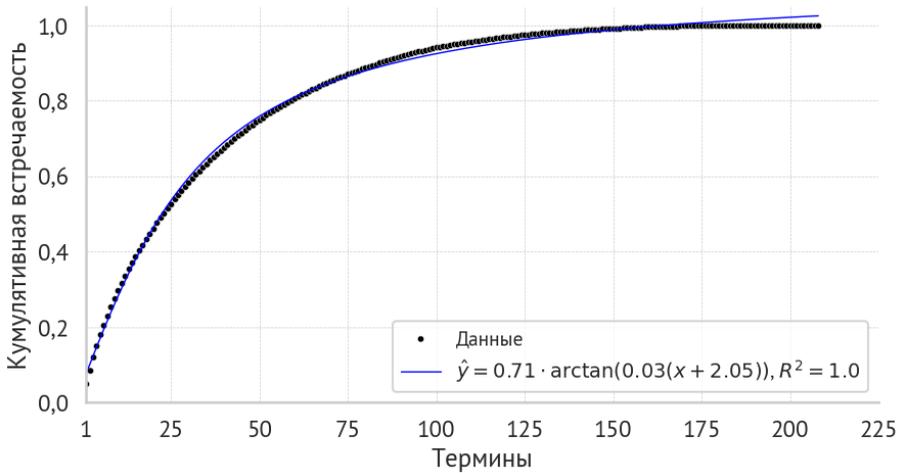


Рис. 15. Встречаемость общенаучных терминов

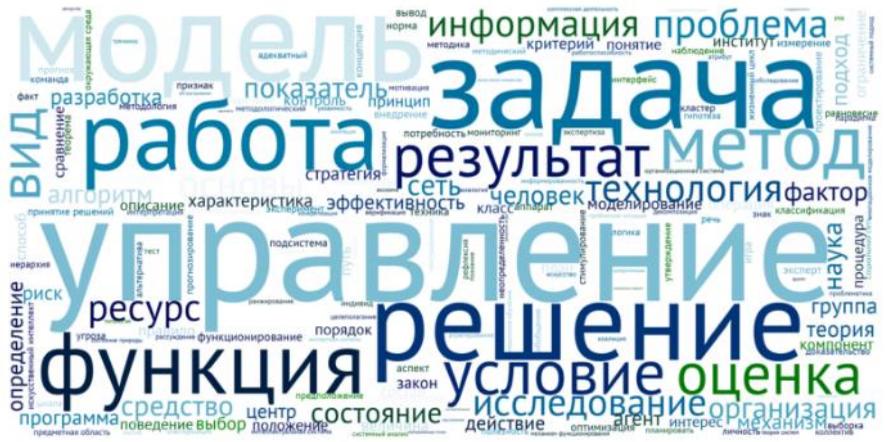


Рис. 16. Встречаемость общенаучных терминов

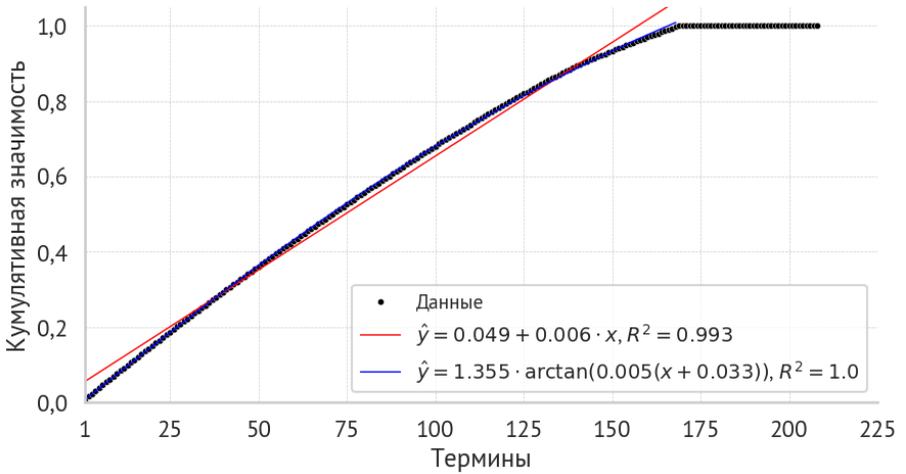


Рис. 17. Значимость общенаучных терминов

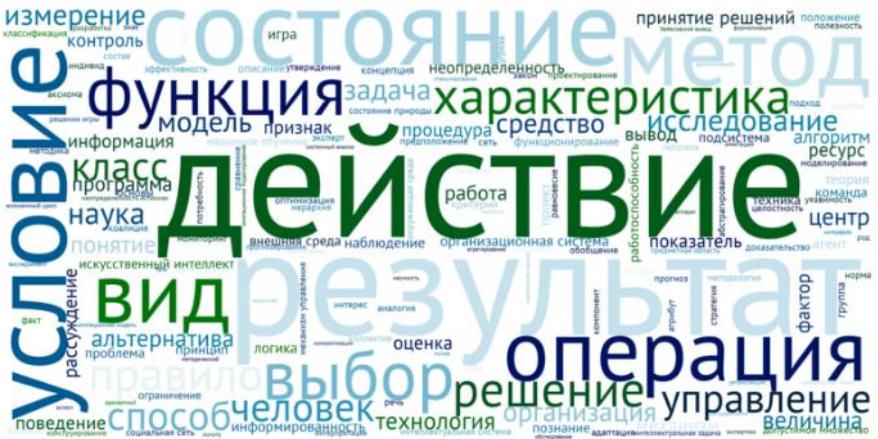


Рис. 18. Значимость общенаучных терминов

	level	weight	indegree	outdegree	pagerank	clo_in	clo_out	betw	complexity	significanc	freq
level	1,00	-0,06	-0,06	-0,55	-0,05	-0,06	-0,19	-0,08	-0,43	-0,06	-0,11
weight	-0,06	1,00	0,99	0,06	0,99	1,00	0,00	0,94	0,03	0,99	0,38
indegree	-0,06	0,99	1,00	0,06	0,99	1,00	0,00	0,94	0,03	1,00	0,38
outdegree	-0,55	0,06	0,06	1,00	0,06	0,06	0,57	0,15	0,88	0,06	0,13
pagerank	-0,05	0,99	0,99	0,06	1,00	0,99	0,01	0,95	0,03	1,00	0,37
clo_in	-0,06	1,00	1,00	0,06	0,99	1,00	0,00	0,94	0,03	1,00	0,38
clo_out	-0,19	0,00	0,00	0,57	0,01	0,00	1,00	0,10	0,81	0,01	0,06
betw	-0,08	0,94	0,94	0,15	0,95	0,94	0,10	1,00	0,13	0,95	0,37
complexity	-0,43	0,03	0,03	0,88	0,03	0,03	0,81	0,13	1,00	0,03	0,10
significanc	-0,06	0,99	1,00	0,06	1,00	1,00	0,01	0,95	0,03	1,00	0,38
freq	-0,11	0,38	0,38	0,13	0,37	0,38	0,06	0,37	0,10	0,38	1,00

Рис. 19. Корреляции Спирмена показателей терминов, специфичных для теории управления»





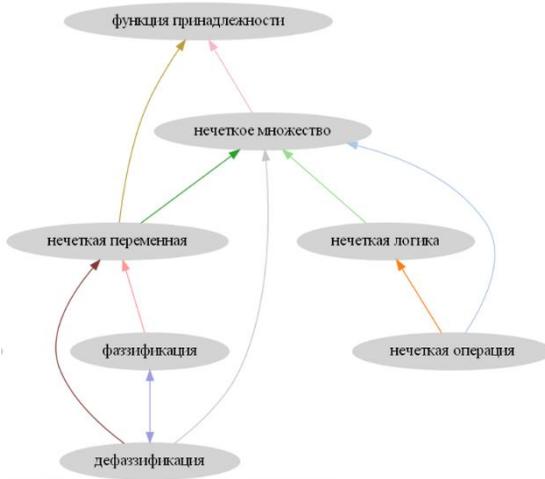


Рис. 24. Граф связей между значимыми терминами, специфичными для теории управления (компонента связности «функция принадлежности»)



Рис. 25. Граф связей между значимыми терминами, специфичными для теории управления (компонента связности «результат деятельности»)

	level	weight	indegree	outdegree	pagerank	clo_in	clo_out	betw	complexity	significance	freq
level	1,00	0,08	0,07	-0,47	0,11	0,08	-0,07	0,03	-0,38	0,08	-0,08
weight	0,08	1,00	0,98	0,09	0,97	1,00	0,10	0,89	0,06	0,98	0,44
indegree	0,07	0,98	1,00	0,10	0,98	0,99	0,10	0,90	0,06	0,99	0,44
outdegree	-0,47	0,09	0,10	1,00	0,06	0,09	0,55	0,21	0,91	0,09	0,18
pagerank	0,11	0,97	0,98	0,06	1,00	0,98	0,12	0,90	0,03	0,99	0,41
clo_in	0,08	1,00	0,99	0,09	0,98	1,00	0,10	0,89	0,05	0,99	0,44
clo_out	-0,07	0,10	0,10	0,55	0,12	0,10	1,00	0,26	0,74	0,11	0,09
betw	0,03	0,89	0,90	0,21	0,90	0,89	0,26	1,00	0,19	0,91	0,46
complexity	-0,38	0,06	0,06	0,91	0,03	0,05	0,74	0,19	1,00	0,05	0,13
significance	0,08	0,98	0,99	0,09	0,99	0,99	0,11	0,91	0,05	1,00	0,43
freq	-0,08	0,44	0,44	0,18	0,41	0,44	0,09	0,46	0,13	0,43	1,00

Рис. 26. Корреляции Спирмена показателей терминов, специфичных для смежных областей

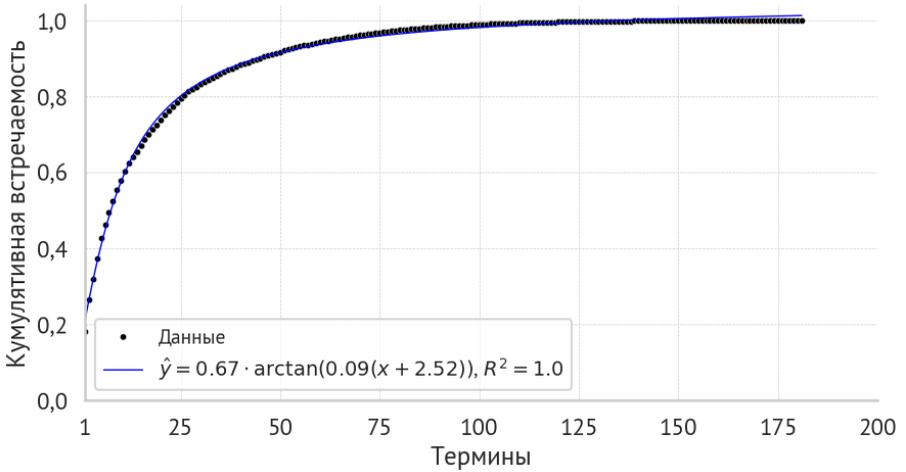


Рис. 27. Встречаемость терминов, специфичных для смежных областей

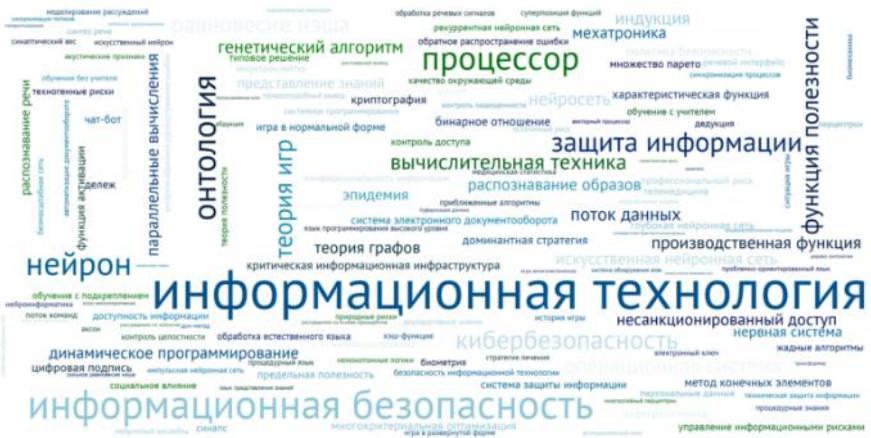


Рис. 28. Встречаемость терминов, специфичных для смежных областей



## Литература

1. ГУБАНОВ Д.А., НОВИКОВ Д.А. *Методы извлечения и анализа терминологических структур смежных предметных областей (на примере методологии)* // *Онтология проектирования*. – 2018. – Т. 8, №3(29). – С. 347–365.
2. ГУБАНОВ Д.А., НОВИКОВ Д.А., МАКАРЕНКО А.В. *Методы анализа терминологической структуры предметной области* // *Управление большими системами*. – 2013. – Вып. 43. – С. 5–33.
3. *Теория управления. Терминология*. – Вып. 107. М.: Наука, 1988. – 56 с.
4. *Теория управления: словарь системы основных понятий*. – Москва: УРСС, 2024. – 128 с.
5. ASTRAKHANTSEV NA, FEDORENKO DG, TURDAKOV D.YU. *Methods for Automatic Term Recognition in Domain Specific Text Collections: A Survey* // *Programming and Computer Software*. – 2015. – Vol. 41(6). – P. 336–349.
6. BLOCH F., JACKSON M., TEBALDI P. *Centrality Measures in Networks* // *Social Choice and Welfare*. – 2023. – Vol. 61. – P. 413–453.
7. CHEBOTAREV P.Yu., GUBANOV D.A. *How to choose the most appropriate centrality measure?* // arXiv: 2003.01052v1. – URL: <https://arxiv.org/abs/2003.01052>.
8. *Glossary of Control Engineering Terms*. – URL: [www.actc-control.com/glossary](http://www.actc-control.com/glossary).
9. KARBA R., KOCIJAN J., BAJD T. et al. *Terminological Dictionary of Automatic Control, Systems and Robotics*. – Heidelberg: Springer, 2024. – 249 p.
10. MANNING C., SCHÜTZE H. *Foundations of Statistical Natural Language Processing*. – MIT press, 1999. – 620 p.
11. WAN Z., МАHAJAN Y., KANG B. et al. *A survey on Centrality Metrics and their Network Resilience Analysis* // *IEEE Access*. – 2021. – Vol. 9. – P. 104 773–819.

## **ANALYSIS OF THE TERMINOLOGICAL STRUCTURE OF CONTROL THEORY**

**Dmitry Novikov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (novikov@ipu.ru).

**Dmitry Gubanov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science (gubanov@ipu.ru).

*Abstract: A glossary of fundamental concepts is crucial for standardizing terminology, supporting education, and fostering interdisciplinary research, enhancing mutual understanding and effective communication in the field. In control theory, experts from the Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences developed a concept system that encompasses 1047 terms, each with a name, translation, and description, including references to other terms. This study aims to analyze the interconnections between the system's key network characteristics and validate the glossary's systematicity and principles of concept selection: hierarchy, balance, significance, and modularity. We confirmed the hierarchical organization of terms and identified clearly defined groups with established hierarchical structure of references. The research noted a reduction in the terms' structural significance and an increase in complexity when moving through the hierarchy from top to bottom, indicating modularity and balance. The analysis validated the terms' significance by their frequency of occurrence in control theory texts.*

**Keywords:** terminological structure, control theory, network analysis, principles of systematizing concepts.

УДК 519.24

ББК 22.17

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.7

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.Г. Чхартишвили.*

*Поступила в редакцию 14.03.2024.*

*Опубликована 31.07.2024.*

## ОПТИМИЗАЦИЯ КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ БАНКА С УЧЕТОМ РЫНОЧНОГО РИСКА НА ОСНОВЕ МЕТОДА МНОЖИТЕЛЕЙ ЛАГРАНЖА

Гераськин М. И.<sup>1</sup>, Иванова М. В.<sup>2</sup>

(ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», Самара)

*Рассматривается проблема формирования оптимального портфеля кредитов коммерческого банка. Предметом исследования является механизм формирования прибыли банка за счет кредитования физических лиц. Актуальность темы исследования обусловлена тем, что в текущее время в условиях увеличивающейся конкуренции на рынке финансовых услуг одной из актуальных задач банков является оптимизация кредитных портфелей. Один из способов решения этой задачи – разработка математической модели, которая позволит эффективно управлять кредитным портфелем и оптимизировать финансовые риски. Разработана оптимизационная модель и также проанализированы статистические данные, на основе которых составляются регрессионные модели, анализируются ограничения, учитываемые в модели. Предложены условия оптимизации кредитного портфеля банка, позволяющие максимизировать прибыль банка. Оптимизационные модели позволяют выбрать такие доли видов кредитования, которые максимизируют совокупную прибыль банка от кредитования физических лиц. Также определен комплекс условий оптимального кредитного портфеля, обеспечивающий ограничение на риск волатильности процентных ставок, который является одним из видов рыночного риска. Приведены результаты численных экспериментов на примере банка ПАО «ВТБ», показывающие экономический эффект от предложенных разработок. Полученные результаты и разработанные модели оптимизации кредитного портфеля могут применяться для планирования банками своей деятельности. Выполненное исследование расширяет научные рамки понимания значимости применения процессов оптимизации при составлении кредитного портфеля банками.*

Ключевые слова: банковский кредит, оптимизация, функция Лагранжа, кредитный портфель, ипотечный кредит, автомобильный кредит, потребительский кредит.

---

<sup>1</sup> Михаил Иванович Гераськин, д.э.н., профессор (innovation@ssau.ru).

<sup>2</sup> Мария Владимировна Иванова, аспирант (ivanova.maria.ami@gmail.com).

## **1. Введение**

В настоящее время на рынке финансовых услуг наблюдается общая тенденция роста процентных ставок по кредитам, что приводит к увеличивающейся конкуренции среди коммерческих банков. Наряду с этим возрастает волатильность процентных ставок, что обуславливает все большие колебания доходности кредитных операций. Вследствие этого растут риски волатильности процентных ставок банков.

Коммерческий банк всегда стоит перед выбором: выдавать кредиты с высоким риском и получать большие доходы или предоставлять менее рискованные кредиты с меньшей доходностью. При этом имеется в виду риск колебания доходности, приводящий к снижению прибыли. Решая эту дилемму, банк должен учитывать множество факторов. Один из способов предотвращения потерь в результате рассматриваемого риска – это диверсификация кредитов.

В представленных условиях одной из актуальных задач банков является оптимизация кредитных портфелей таким образом, чтобы эффективность деятельности стала максимальной. Один из способов решения этой задачи – разработка математической модели, которая позволит эффективно управлять кредитным портфелем и оптимизировать риски волатильности процентных ставок.

## **2. Обзор литературы**

Исследователи [5, 14] уделяют значительное внимание связям между депозитной политикой и кредитной политикой банков. Другие исследователи [2, 16, 20] рассматривают проблему банковских рисков, в том числе связанных с кредитованием физических лиц. Среди этих рисков мы анализируем риски волатильности процентных ставок, которые относятся к рыночным банковским рискам.

В качестве основы при составлении кредитных портфелей предлагается использовать модель Гарри Марковица.

Рассмотрим подходы, которые применяют различные авторы к реализации этой модели.

В работе Т.О. Калугиной при применении модели Марковица [8] составляют оптимальный кредитный портфель банка так, чтобы достигался максимум процентного дохода и минимизировался кредитный риск.

В работах В.И. Дубровина и О.И. Юськив, В.В. Лупандина и И.С. Егорова, Р.С. Олексик, Т.С. Коршуновой, У.Н. Гарибовой, Е.В. Симоненковой для оптимизации инвестиционного портфеля агента финансового рынка авторы ставят целью минимизацию риска портфеля [3, 6, 9, 11, 13, 17].

А.А. Федосеев в работах [18, 19] предлагает модификацию модели Марковица для формирования инвестиционного портфеля путем добавления дополнительных критериев, которыми являются ликвидность актива, определяемая по близости реальных цен покупки и продажи акций, и оборот актива. Таким образом сформированы трехкритериальная и четырехкритериальная модели.

Л.М. Мамедова и Ш.Э. Казимов решают портфельную задачу Марковица с акциями фондового рынка США [12]. Для этого модель Марковица модифицируется путем сведения модели к однокритериальной задаче оптимизации с помощью линейной свертки критериев.

К.В. Криничанский и А.В. Безруков представляют решение задачи оптимизации портфеля ценных бумаг в рамках обобщения модели Марковица для случая квадратичной зависимости риска от доходности и линейной функции полезности, объединяющей риск и доходность портфеля; оптимизация портфеля в такой упрощенной постановке производится с применением функции Лагранжа [10].

И.С. Иванченко и Д.Д. Осеи описывают результаты оптимизации портфеля золотовалютных резервов при помощи модели Блэка – Литтермана, максимизируя доходность без анализа влияния доходности портфеля на его риск, и применяют метод множителей Лагранжа [7].

Таким образом, обзор литературы подтверждает научную значимость темы работы. В рассмотренных публикациях не

представлено решение задач оптимизации портфеля активов для реальных статистических данных с помощью метода Лагранжа, применение которого позволяет нам исследовать чувствительность оптимального портфеля к параметрам функций доходности активов и уровню ограничения на риск портфеля.

Предлагаемый нами подход позволяет найти систему уравнений оптимизации, которая дает возможность проанализировать чувствительность оптимального решения к параметрам задачи, т.е. при задании определенного значения объема кредитования и определенного значения максимального значения риска можно узнать, каким образом изменятся доли кредитов в портфеле. При этом можно исследовать зависимость доходности от уровня ограничения на риск. Также наше исследование включает проведение численных экспериментов на основе реальных статистических данных в банковской деятельности, что позволяет оптимизировать реальные процессы при помощи построенной модели.

### **3. Постановка и решение задачи оптимизации кредитного портфеля**

Целью коммерческого банка является получение прибыли, которая в значительной части формируется от кредитования физических лиц. Кредитный портфель банка определяется как структура различных видов кредитов, сумма долей которых в портфеле представляет собой естественное ограничение (сумма равна единице). Поскольку каждый из видов кредитов приносит различную прибыль в зависимости от объемов и доходности кредитования и приводит к различным рискам волатильности в зависимости от волатильности доходности, то необходимо оптимизировать кредитный портфель таким образом, чтобы общая прибыль банка была максимальной и риск волатильности процентных ставок не превышал допустимый уровень.

Для решения задачи формирования оптимального кредитного портфеля предлагается разработать математическую модель.

В качестве целевой функции рассматривается прибыль банка, определяемая следующим выражением:

$$(1) \quad \pi(Q) = \sum_{k=1}^3 \pi_k(Q_k),$$

где  $Q$  – общий объем кредитования банка,  $Q = \sum_{k=1}^3 Q_k$ ;  $\pi_k$  – прибыль от  $k$ -го вида кредитования ( $k=1$  – ипотечное кредитование,  $k=2$  – автомобильное кредитование,  $k=3$  – потребительское кредитование).

Доли видов кредитов  $X_k$  в суммарном кредитном портфеле  $Q$  связаны с объемами различных видов кредитования  $Q_k$  через величину общего объема кредитного портфеля:

$$Q_k = QX_k,$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1.$$

Прибыль от  $k$ -го вида кредитования вычисляется по формуле

$$(2) \quad \pi_k = r_k - C_k,$$

где  $r_k$  – доходы от  $k$ -го вида кредитования:

$$(3) \quad r_k = A_k (Q_k + W_k)^{B_k+1},$$

где  $Q_k$  – объем кредитования  $k$ -го вида;  $A_k$ ,  $B_k$ ,  $W_k$  – коэффициенты регрессии.

Издержки на  $k$ -й вид кредитования вычисляются по формуле

$$(4) \quad C_k = c_k (Q_k + \omega_k)^{\rho_k},$$

где  $C_k$  – издержки на кредитование  $k$ -го вида;  $c_k$ ,  $\rho_k$ ,  $\omega_k$  – коэффициенты регрессии.

Степенные функции вида (3), (4) позволяют выразить разнообразие свойств бизнес-процесса организации. В степенных функциях издержек (4) параметр  $\rho_k$  характеризует темп роста издержек; тип агента с низким темпом роста издержек

соответствует положительной (возрастающей) отдаче (эффекту) от расширения масштаба, тип агента с высоким темпом роста – отрицательной (убывающей) отдаче [23]. Аналогично в степенных функциях доходов (3) показатель степени  $W_k$  выражает наклон кривой спроса на продукт организации.

Для учета риска будем использовать параметры дисперсии  $\sigma_k^2$  и корреляции  $cor_{ik}$  ретроспективных значений доходности по видам кредитов. Для нахождения значений  $\sigma_k^2$  и  $cor_{ik}$  воспользуемся формулами [4, стр. 100, 147]:

$$(5) \quad \sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (r_{it} - \bar{r}_i)^2}{n},$$

$$(6) \quad cor_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n (r_{it} - \bar{r}_i)(r_{jt} - \bar{r}_j)}{\sigma_i \sigma_j},$$

где  $i, j = 1, 2, 3$  – индексы, соответствующие виду кредита;  $r_{it}$ ,  $r_{jt}$  – доходы от  $i$ -го и  $j$ -го видов кредитования в период времени  $t$ ;  $\bar{r}_i, \bar{r}_j$  – средние доходы от  $i$ -го и  $j$ -го видов кредитования;  $n$  – количество анализируемых ретроспективных периодов,

При этом задача учитывает параметр вариации кредитного портфеля  $\sigma_p$ , или риск волатильности процентных ставок портфеля, [4, стр. 148]:

$$(7) \quad \sigma_p = \sqrt{\sum_{k=1}^3 X_k^2 \sigma_k^2 + 2(X_1 X_2 cor_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_1 X_3 cor_{13} \sigma_1 \sigma_3 + X_2 X_3 cor_{23} \sigma_2 \sigma_3)},$$

который не должен превышать заданный уровень допустимого риска  $\sigma_{доп}$ .

Поскольку при максимизации прибыли оптимальное решение (доли кредитов в портфеле) будет находиться на верхней границе ограничения по риску [1], то от неравенства ( $\sigma_p \leq \sigma_{доп}$ ) возможен переход к равенству ( $\sigma_p = \sigma_{доп}$ ).

Задача формирования оптимального кредитного портфеля примет вид:

$$(8) \left\{ \begin{array}{l} \pi = \sum_{k=1}^3 \pi_k (QX_k) = \sum_{k=1}^3 (A_k (QX_k + W_k)^{B_k+1} - c_k (QX_k + \omega_k)^{\rho_k}) \rightarrow \max, \\ \sigma_p = \sqrt{\sum_{k=1}^3 X_k^2 \sigma_k^2 + 2(X_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 + X_2 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3)} = \sigma_{\text{дон}}, \\ \sum_{k=1}^3 X_k = 1, \\ X_k \geq 0. \end{array} \right.$$

Целью исследования будет являться нахождение таких значений  $X_k$ , которые позволят максимизировать  $\pi$ .

#### 4. Методы решения

Решение задачи оптимизации (8) предлагается основывать на методе множителей Лагранжа. Составим функцию Лагранжа для задачи оптимизации портфеля из  $n$  активов:

$$(9) \quad \mathcal{L} = \sum_{k=1}^3 \pi_k + \lambda_0 (1 - \sum_{k=1}^3 X_k) + \lambda_1 (\sigma_{\text{дон}}^2 - \sum_{k=1}^3 X_k^2 \sigma_k^2 - 2(X_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 + X_2 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3)).$$

Необходимые условия оптимальности примут вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{X_1} &= \pi'_{1X_1} + \pi'_{2X_1} + \pi'_{3X_1} - \lambda_0 - (\lambda_1 X_1^2 \sigma_1^2)'_{X_1} - \\ &- (\lambda_1 X_2^2 \sigma_2^2)'_{X_1} - (\lambda_1 X_3^2 \sigma_3^2)'_{X_1} - (\lambda_1 2X_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2)'_{X_1} - \\ &- (\lambda_1 2X_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3)'_{X_1} - (\lambda_1 2X_2 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3)'_{X_1} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{X_2} &= \pi'_{1X_2} + \pi'_{2X_2} + \pi'_{3X_2} - \lambda_0 - (\lambda_1 X_1^2 \sigma_1^2)'_{X_2} - \\ &- (\lambda_1 X_2^2 \sigma_2^2)'_{X_2} - (\lambda_1 X_3^2 \sigma_3^2)'_{X_2} - (\lambda_1 2X_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2)'_{X_2} - \\ &- (\lambda_1 2X_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3)'_{X_2} - (\lambda_1 2X_2 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3)'_{X_2} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{X_3} &= \pi'_{1X_3} + \pi'_{2X_3} + \pi'_{3X_3} - \lambda_0 - (\lambda_1 X_1^2 \sigma_1^2)'_{X_3} - \\ &- (\lambda_1 X_2^2 \sigma_2^2)'_{X_3} - (\lambda_1 X_3^2 \sigma_3^2)'_{X_3} - (\lambda_1 2X_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2)'_{X_3} - \\ &- (\lambda_1 2X_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3)'_{X_3} - (\lambda_1 2X_2 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3)'_{X_3} = 0, \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}'_{\lambda_0} = 1 - X_1 - X_2 - X_3 = 0,$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{\lambda_i} = & \sigma_{\text{доп}}^2 - X_1^2 \sigma_1^2 - X_2^2 \sigma_2^2 - X_3^2 \sigma_3^2 - \\ & - 2X_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - 2X_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - 2X_2 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 = 0. \end{aligned}$$

Подставим в эти формулы производные функций прибыли (2) с учетом (3), (4), а затем выразим из этих формул  $\lambda_0$ :

$$\begin{aligned} \lambda_0 = & \left[ A_1 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right] - \\ & - 2X_1 \lambda_1 \sigma_1^2 - 2\lambda_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - 2\lambda_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3, \\ \lambda_0 = & \left[ A_2 Q(B_2 + 1)(QX_2 + W_2)^{B_2} - c_2 Q \rho_2 (QX_2 + \omega_2)^{\rho_2 - 1} \right] - \\ & - 2X_2 \lambda_1 \sigma_2^2 - 2\lambda_1 X_1 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - 2\lambda_1 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3, \\ \lambda_0 = & \left[ A_3 Q(B_3 + 1)(QX_3 + W_3)^{B_3} - c_3 Q \rho_3 (QX_3 + \omega_3)^{\rho_3 - 1} \right] - \\ & - 2X_3 \lambda_1 \sigma_3^2 - 2\lambda_1 X_1 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - 2\lambda_1 X_2 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \end{aligned}$$

Эта система уравнений приводит к следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} & \left[ A_1 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right] - \\ & - 2X_1 \lambda_1 \sigma_1^2 - 2\lambda_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - 2\lambda_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 = \\ & = \left[ A_2 Q(B_2 + 1)(QX_2 + W_2)^{B_2} - c_2 Q \rho_2 (QX_2 + \omega_2)^{\rho_2 - 1} \right] - \\ & - 2X_2 \lambda_1 \sigma_2^2 - 2\lambda_1 X_1 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - 2\lambda_1 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3, \\ & \left[ A_1 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right] - \\ & - 2X_1 \lambda_1 \sigma_1^2 - 2\lambda_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - 2\lambda_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 = \\ & = \left[ A_3 Q(B_3 + 1)(QX_3 + W_3)^{B_3} - c_3 Q \rho_3 (QX_3 + \omega_3)^{\rho_3 - 1} \right] - \\ & - 2X_3 \lambda_1 \sigma_3^2 - 2\lambda_1 X_1 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - 2\lambda_1 X_2 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3. \end{aligned}$$

Выразим из этих уравнений  $\lambda_1$ :

$$\lambda_1 = \frac{\left[ A_1 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right]}{2 \left[ X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 \sigma_2^2 - X_1 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \right]} - \frac{\left[ A_2 Q(B_2 + 1)(QX_2 + W_2)^{B_2} - c_2 Q \rho_2 (QX_2 + \omega_2)^{\rho_2 - 1} \right]}{2 \left[ X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 \sigma_2^2 - X_1 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \right]},$$

$$\lambda_1 = \frac{\left[ A_1 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right]}{2 \left[ X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_3 \sigma_3^2 - X_1 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \right]} - \frac{\left[ A_3 Q(B_3 + 1)(QX_3 + W_3)^{B_3} - c_3 Q \rho_3 (QX_3 + \omega_3)^{\rho_3 - 1} \right]}{2 \left[ X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_3 \sigma_3^2 - X_1 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \right]}.$$

В результате после проведения преобразований система уравнений, учитывающая параметр риска, примет вид

$$(10a) \quad \frac{\left[ A_1 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right]}{2 \left[ X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 \sigma_2^2 - X_1 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \right]} - \frac{\left[ A_2 Q(B_2 + 1)(QX_2 + W_2)^{B_2} - c_2 Q \rho_2 (QX_2 + \omega_2)^{\rho_2 - 1} \right]}{2 \left[ X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 \sigma_2^2 - X_1 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \right]} = \frac{\left[ A_4 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right]}{2 \left[ X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_3 \sigma_3^2 - X_1 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \right]} - \frac{\left[ A_3 Q(B_3 + 1)(QX_3 + W_3)^{B_3} - c_3 Q \rho_3 (QX_3 + \omega_3)^{\rho_3 - 1} \right]}{2 \left[ X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_3 \sigma_3^2 - X_1 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 \right]},$$

$$(10b) \quad 1 - X_1 - X_2 - X_3 = 0,$$

$$(10в) \quad \sigma_{\text{доп}}^2 - X_1^2 \sigma_1^2 - X_2^2 \sigma_2^2 - X_3^2 \sigma_3^2 - X_1 X_2 \text{cor}_{12} \sigma_1 \sigma_2 - X_1 X_3 \text{cor}_{13} \sigma_1 \sigma_3 - X_2 X_3 \text{cor}_{23} \sigma_2 \sigma_3 = 0.$$

При этом в случае, когда  $\sigma_{\text{доп}}^2 \rightarrow \infty$ , т.е. в случае, когда параметр риска не учитывается, система (10) примет вид:

$$\begin{aligned} & \left[ A_1 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right] = \\ & = \left[ A_2 Q(B_2 + 1)(QX_2 + W_2)^{B_2} - c_2 Q \rho_2 (QX_2 + \omega_2)^{\rho_2 - 1} \right], \\ & \left[ A_1 Q(B_1 + 1)(QX_1 + W_1)^{B_1} - c_1 Q \rho_1 (QX_1 + \omega_1)^{\rho_1 - 1} \right] = \\ & = \left[ A_3 Q(B_3 + 1)(QX_3 + W_3)^{B_3} - c_3 Q \rho_3 (QX_3 + \omega_3)^{\rho_3 - 1} \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, выведены системы уравнений, решение которых позволяет найти оптимальную структуру кредитного портфеля, состоящего из трех видов кредитов, при различных значениях допустимого уровня риска портфеля.

## 5. Результаты численных экспериментов

На основе фактических данных о доходах по видам кредитования и данных об объемах кредитования банка ПАО ВТБ [21] построены графики зависимости доходов от объемов кредитования (рис. 1–3), на основе которых можно составить регрессионные модели согласно формулам (3) и (4) для получения расчетных значений доходов.

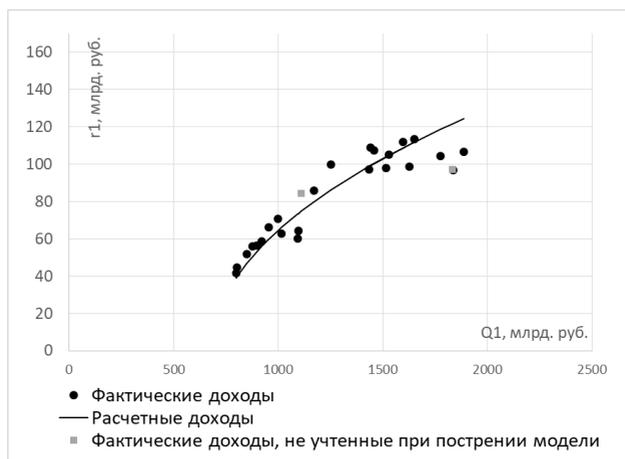


Рис. 1. Зависимость доходов от ипотечного кредитования от объемов ипотечного кредитования

Для построения графиков (рис. 1–7) были использованы данные за 24 периода (поквартально с 2015 до 2021 гг.), так как согласно решению Банка России от 29 декабря 2022 года на официальном сайте в сети Интернет Банк России не раскрывает отчетность и информацию, составленные кредитными организациями, начиная с отчетности за 2022 год и заканчивая отчетностью за 3 квартал 2023 года, в объеме, в котором она не раскрывается кредитными организациями [22].

Также некоторые периоды отражают особенности, не связанные с общими явлениями, поэтому соответствующие

точки не учитывались при составлении модели; на рисунках такие точки показаны серым цветом.

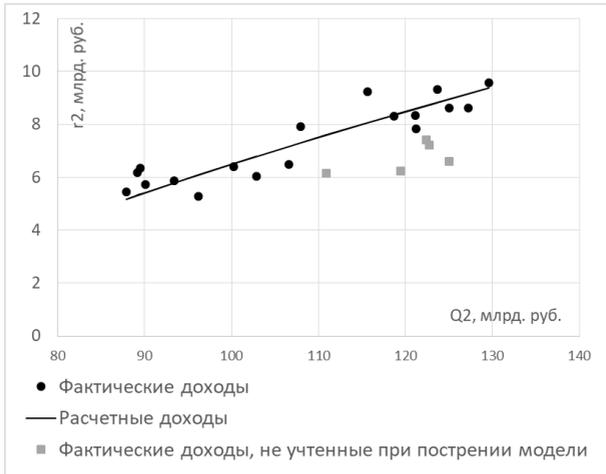


Рис. 2. Зависимость доходов от автомобильного кредитования от объемов автомобильного кредитования

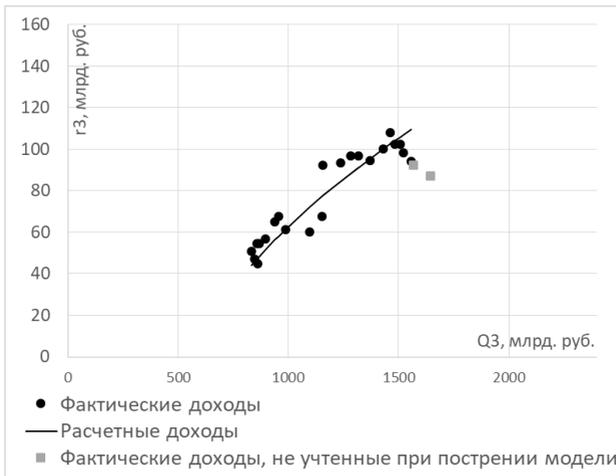


Рис. 3. Зависимость доходов от потребительского кредитования от объемов потребительского кредитования

Регрессионные модели функций дохода вида (3), рассчитанные методом наименьших квадратов в табличном процессоре Excel, а также значения коэффициента детерминации и критерия Фишера представлены в таблице 1.

Таблица 1. Регрессионные модели дохода от различных видов кредитования

Вид кредитования	Регрессионная модель	Коэффициент детерминации	Критерий Фишера (расчетный)	Табличное значение критерия Фишера (при уровне значимости 0,05)
Ипотечное	$r_1 = 4(Q_1 - 690)^{0,485}$	$R^2 = 0,88$	$F = 154$	$F = 2,06$
Автомобильное	$r_2 = 0,411(Q_2 - 55)^{0,725}$	$R^2 = 0,83$	$F = 73,24$	$F = 2,37$
Потребительское	$r_3 = 1,46(Q_3 - 610)^{0,63}$	$R^2 = 0,87$	$F = 133,85$	$F = 2,1$

Коэффициенты детерминации моделей выше граничного значения 0,7, принятого для оценки достоверности [15], поэтому представленные регрессионные модели будут использованы в дальнейшем для вычисления расчетного дохода банка от разных видов кредитования.

На основе фактических данных расходов по видам кредитования построены графики зависимости издержек от объемов кредитования (рис. 5–7), на основе которых можно составить регрессионные модели для получения расчетных значений издержек.

Поскольку графики доходов являются вогнутыми, а графики издержек выпуклые, то это позволит найти оптимальное решение, т.е. функции прибыли будут вогнутые и унимодальные.

Регрессионные модели издержек вида (4), а также значения коэффициента детерминации и критерия Фишера представлены в таблице 2.

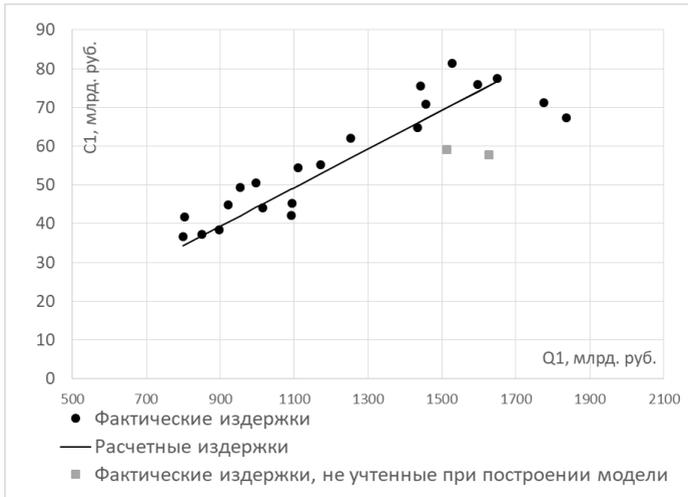


Рис. 5. Зависимость издержек на ипотечное кредитование от объемов ипотечного кредитования

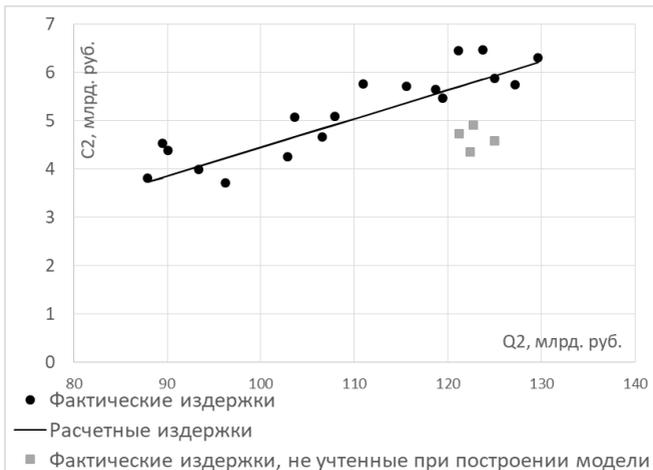


Рис. 6. Зависимость издержек на автомобильное кредитование от объемов автомобильного кредитования

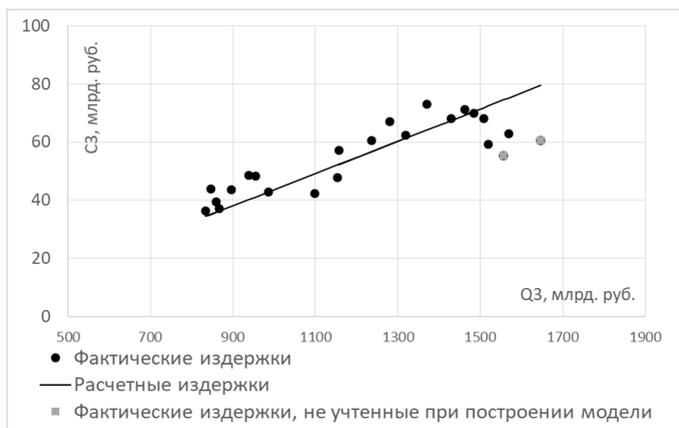


Рис. 7. Зависимость издержек на потребительское кредитование от объемов потребительского кредитования

Таблица 2. Регрессионные модели издержек на различные виды кредитования

Вид кредитования	Регрессионная модель	Коэффициент детерминации	Критерий Фишера (расчетный)	Табличное значение критерия Фишера (при уровне значимости 0,05)
Ипотечное	$C_1 = 0,0046(Q_1 - 100)^{1,01}$	$R^2 = 0,85$	$F = 102$	$F = 2,19$
Автомобильное	$C_2 = 0,058(Q_2 - 25)^{1,005}$	$R^2 = 0,78$	$F = 56,7$	$F = 2,3$
Потребительское	$C_3 = 0,05(Q_3 - 200)^{1,013}$	$R^2 = 0,73$	$F = 51,4$	$F = 2,14$

Подставив регрессионные модели из таблиц 1, 2 в формулу (2), частные формулы прибыли от видов кредитования примут вид:

$$(11) \pi_1 = 4(Q_1 - 690)^{0,485} - 0,0046(Q_1 - 100)^{1,01},$$

$$(12) \pi_2 = 0,411(Q_2 - 55)^{0,725} - 0,058(Q_2 - 25)^{1,005},$$

$$(13) \pi_3 = 1,46(Q_3 - 610)^{0,63} - 0,05(Q_3 - 200)^{1,013}.$$

Таким образом, определены формулы вычисления показателей прибыли банка от разных видов кредитования, на основе которых проводится оценка эффективности деятельности организации.

Прибыль без учета оптимизации рассчитывается по сформированным регрессионным моделям, в которые подставляются прогнозируемые объемы кредитов. Для решения систем уравнений (10) в таблице 3 приведем значения  $\sigma_k^2$ ,  $\sigma_k$  и  $cor_{ik}$ .

Таблица 3. Параметры дисперсии и корреляции

Параметр	$\sigma_1^2$	$\sigma_2^2$	$\sigma_3^2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$cor_{12}$	$cor_{13}$	$cor_{23}$
Значение параметра	21,8	0,2	24,5	4,7	0,45	4,95	0,91	0,97	0,94

Из таблицы можно сделать вывод о том, что наиболее рискованным является потребительский кредит, наименее рискованным является автомобильный кредит. Корреляции между видами кредитов высоки, что говорит о том, что при увеличении долей кредитов риск также будет увеличиваться.

После подстановки численных данных в систему (10) из регрессий (таблицы 1 и 2) систему можно будет решить. Для решения системы уравнений, состоящей из 3 уравнений, т.е. для нахождения 3 неизвестных ( $X_1, X_2, X_3$ ), необходимо подставить значения  $Q$  и  $\sigma_{доп}$ , а затем воспользоваться инструментом «Поиск решений» в процессоре MS Excel.

Для тестирования реалистичности модели на рис. 8 представлены диаграммы, позволяющие сравнить величины фактических и оптимизированных долей кредитов по состоянию на 31.03.2021, когда  $Q = 3798,8$  млрд руб. При этом фактическое значение риска было равно  $\sigma = 4,63$  млрд руб., а ограничение на риск при оптимизации установлено  $\sigma_{доп} = 4$  млрд руб.

На основе рисунка можно сделать вывод о том, что при оптимизации сократилась доля ипотечных кредитов и выросли доли автомобильных и потребительских кредитов.

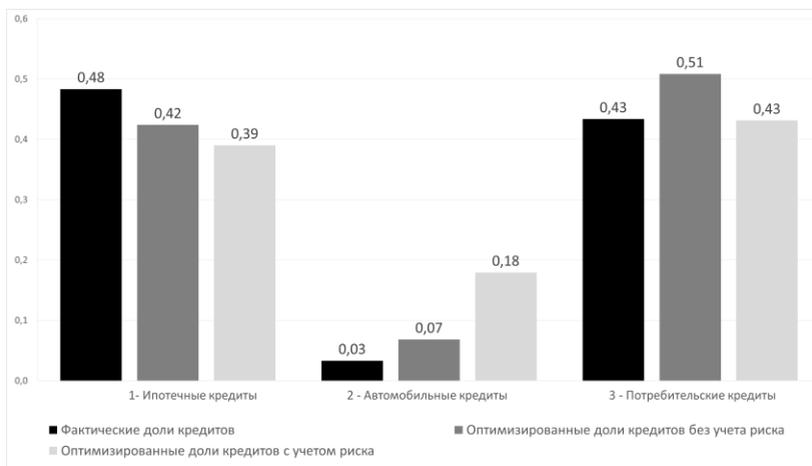


Рис. 8. Сравнение фактических и оптимизированных долей кредитов на 31.03.21 с учетом и без учета риска

Оптимизация без учета параметра риска приводит к тому, что по сравнению с фактическими данными:

- доля ипотечных кредитов снижается до 0,42;
- доля автомобильных кредитов повышается до 0,07;
- доля потребительских кредитов повышается до 0,51.

Потребительский кредит обладает большей прибыльностью, чем ипотечный и автомобильный кредиты, поэтому оптимизация приводит к распределению долей кредитов таким образом, чтобы суммарная прибыль банка была наибольшей.

Оптимизация с учетом параметра риска приводит к тому, что по сравнению с долями, полученными без учета параметра риска:

- доля ипотечных кредитов снижается до 0,39;
- доля автомобильных кредитов повышается до 0,18;
- доля потребительских кредитов остается на уровне 0,43.

Такой результат связан с параметром дисперсии, который характеризует рискованность каждого из видов кредитов. При оптимизации риска снижаются доли кредитов, у которых дисперсия наибольшая (ипотечный, потребительский), и

повышается доля кредита, у которого значение дисперсии наименьшее (автомобильный).

На рис. 9 представлены диаграммы, позволяющие сравнить показатели фактической и оптимизированной прибыли портфеля на 31.03.21.

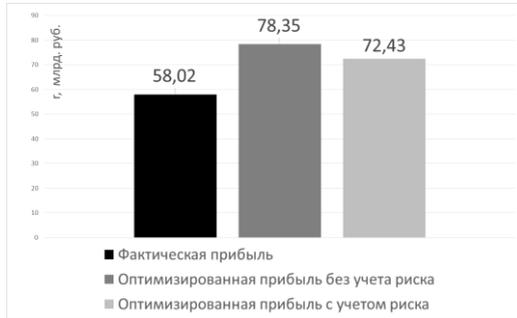


Рис. 9. Сравнение фактической и оптимизированной прибыли портфеля

На основе рисунка можно сделать вывод о том, что при оптимизации долей кредитов без учета риска прибыль банка по сравнению с фактической увеличивается на 20,33 млрд руб., а с учетом риска – на 14,41 млрд руб.

Составим прогноз суммарного объема кредитования физических лиц. Для этого построим график объемов кредитования за 25 периодов (31.03.2015 – 30.06.2021 гг.) и подберем к нему линию тренда, которая будет наиболее точно отражать динамику объема кредитования во времени.

При этом регрессионная модель принимает вид  $Q = 4(t + 37)^{1,67}$ , коэффициент детерминации  $R^2 = 0,94$ , критерий Фишера расчетный  $F_{расч} = 360$ , критерий Фишера табличный  $F_{табл} = 1,996$ . Регрессионная модель может считаться адекватной и достоверной.

Тогда в периоде №38 (30.06.2024), для которого будут проводиться численные эксперименты, объем кредитования банка будет равен  $Q = 5412,68$  млрд руб. Ограничение на значение риска примем равным  $\sigma_{доп} = 4,2$  млрд руб.

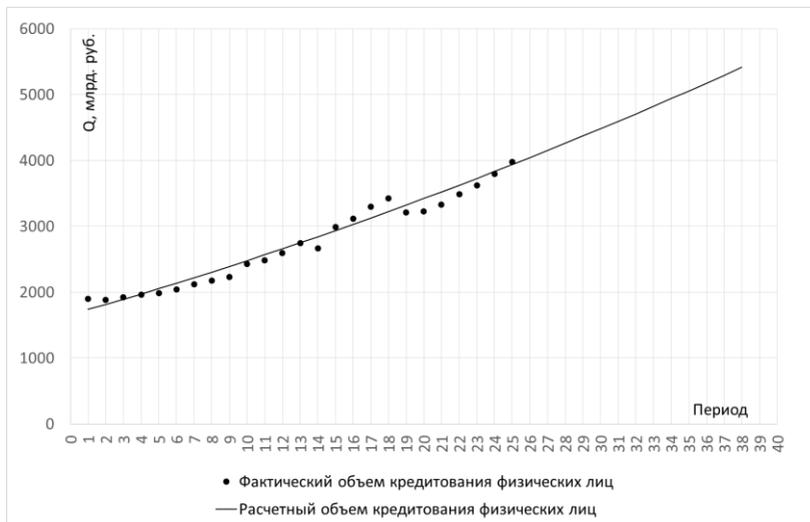


Рис. 10. Фактический и расчетный объем кредитования физических лиц

На основе системы уравнений оптимизации кредитного портфеля рассчитаем значения долей кредитов в общем объеме кредитования с учетом параметра риска и без учета параметра риска для периода №38 (рис. 11).

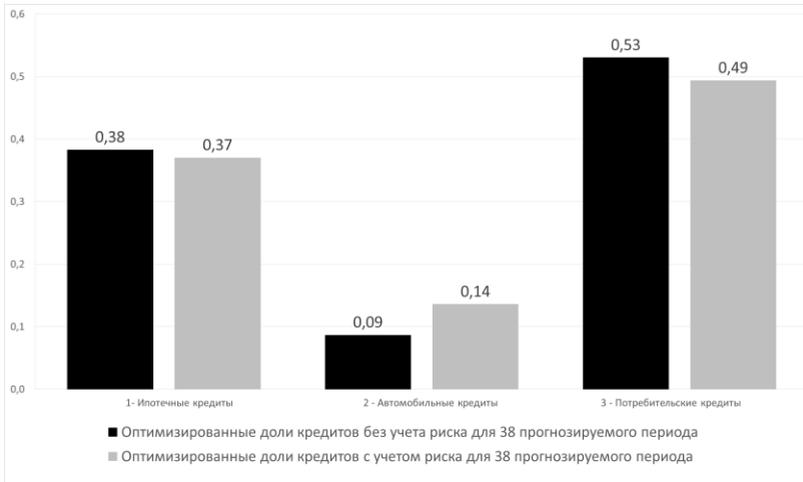
На основе рисунка можно сделать вывод о том, что при оптимизации сократилась доля ипотечных кредитов и выросли доли автомобильных и потребительских кредитов.

Оптимизация без учета параметра риска дает следующие результаты:

- доля ипотечных кредитов равна 0,38;
- доля автомобильных кредитов равна 0,09;
- доля потребительских кредитов равна 0,53.

Оптимизация с учетом параметра риска приводит к тому, что по сравнению с долями, полученными при оптимизации без учета риска:

- доля ипотечных кредитов снижается до 0,37;
- доля автомобильных кредитов увеличивается до 0,14;
- доля потребительских кредитов снижается до 0,49.



*Рис. 11. Сравнение оптимизированных долей кредитов с учетом и без учета риска*

Такой результат подтверждает выводы, сделанные на основе результатов расчетов, представленных ранее. Доля автомобильного кредита повышается при наложении ограничения на параметр риска, так как дисперсия этого вида кредитования наименьшая, а доли ипотечного и потребительского видов кредитования снижаются, так как их дисперсия наибольшая.

На рис. 12 представлены диаграммы, позволяющие сравнить показатели оптимизированных прибылей портфеля за 38-й прогнозный период с учетом и без учета риска, а также показать, как изменился риск с учетом оптимизации.

На основе рисунка можно сделать вывод о том, что при оптимизации портфеля кредитов с учетом параметра риска прибыль банка снижается с 82,95 млрд руб. до 81,65 млрд руб., а параметр риска снижается с 4,42 млрд руб. до 4,2 млрд руб.

Таким образом, в результате оптимизации кредитного портфеля при снижении риска снижается и сумма прибыли банка. Предложенная система оптимизации позволяет снизить риск на 5% при снижении прибыли на 2%.

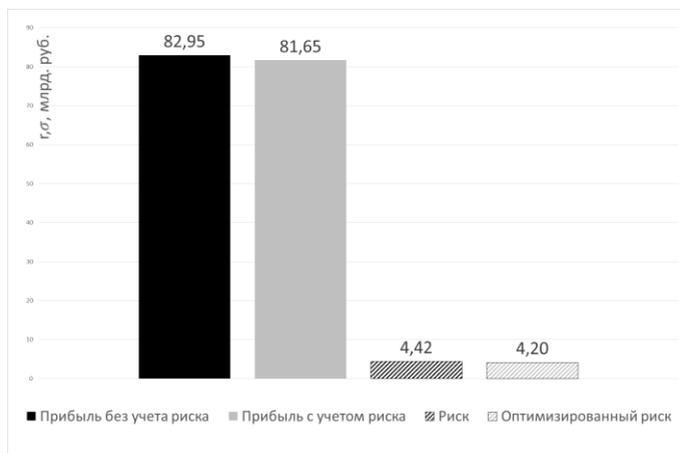


Рис. 12 Сравнение оптимизированной прибыли портфеля с учетом и без учета риска за 38 период

## 6. Заключение

Разработана модель, позволяющая оптимизировать прибыль коммерческого банка от кредитования физических лиц. Модель сформирована на основе методов регрессионного анализа и множителей Лагранжа и с учетом концепции Марковица.

В результате расчетов по модели на основе фактических статистических данных за период 31.03.2015 – 30.06.2021 гг. была сформирована оптимизированная структура кредитного портфеля банка, при которой максимизируется прибыль, а в случае ограничения параметра риска расчеты позволили максимизировать прибыль и снизить риск.

Модель может применяться для вычисления оптимальных структур кредитных портфелей в прогнозных периодах, а также позволяет управлять риском при планировании деятельности.

Важно отметить, что в результате сформировано две модели, позволяющие максимизировать прибыль кредитного портфеля. Одна из моделей включает в себя параметр риска, на

который устанавливается ограничение, вторая модель максимизирует прибыль портфеля без учета параметра риска. Также произведен анализ экономической эффективности предложенной модели оптимизации.

### Литература

1. БЕРЗОН Н.И., ВОЛОДИН С.Н. *Оценка финансовых активов по критерию «Риск – доходность» с учетом длительности инвестирования* // Экономический журнал ВШЭ. – 2010. – №3. – С. 311–325.
2. БОРИСЕНКО Ю.Л. *Анализ проблем кредитных отношений в работе банка* // Экономика, управление, финансы: теория и практика: сборник. – 2019. – С. 114
3. ГАРИБОВА У.Н. *Построение инвестиционного портфеля по модели г. Марковица* // Хроноэкономика. – 2017. – №6(8). – С. 41–46.
4. ГЕРАСЬКИН М.И., СИМАГИНА С.Г. *Управление инновациями: математические методы* : учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2018.
5. ДАНИЛОВА Т.Н., СМЕРНОВА О. С. *Банк как финансовый посредник трансформации сбережений в инвестиции* // Финансы и кредит. – 2004. – №11(149). – С. 20–26.
6. ДУБРОВИН В.И., ЮСЬКИВ О.И. *Модели и методы оптимизации выбора инвестиционного портфеля* // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2008. – №1(19). – С. 49–59.
7. ИВАНЧЕНКО И.С., ОСЕИ Д.Д. *Оптимизация структуры российских золотовалютных резервов при помощи модели Блэка – Литтермана* // Финансовый журнал. – 2018. – №1(41). – С. 26–38.
8. КАЛУГИНА Т.О. *Применение портфельной теории Марковица при формировании оптимального кредитного портфеля* // Современные тенденции в экономике и управлении: новый взгляд. – 2014. – №30. – С. 167–171.

9. КОРШУНОВА Т.С. *Формирование инвестиционного портфеля по модели марковица* // Хроноэкономика. – 2021. – №6(34). – С. 37–42.
10. КРИНИЧАНСКИЙ К.В., БЕЗРУКОВ А.В. *Некоторые практические задачи модели оптимизации портфеля* // Журнал экономической теории. – 2012. – №3. – С. 142–147.
11. ЛУПАНДИН В.В., ЕГОРОВ И.С. *Применение модели Марковица для расчета оптимального портфеля* // Достижения науки и образования. – 2019. – №1(42). – С. 34–35.
12. МАМЕДОВА Л.М.К., КАЗИМОВ Ш.Э. О. *Оптимизация инвестиционного портфеля на основе многокритериальной математической модели на фондовом рынке способом линейной свертки* // Проблемы науки. – 2018. – №4(28). – С. 80–85.
13. ОЛЕКСИК Р.С. *Формирование инвестиционного портфеля на основании модели Марковица* // Хроноэкономика. – 2016. – №2(2). – С. 29–31.
14. ПРОДОЛЯТЧЕНКО П.А. *Процесс депозитования в деятельности банка* // Финансы и кредит. – 2012. – №47(527). – С. 22–26.
15. СЕМЕНЬЧЕВ В.К. *Методология и цифровая платформа анализа динамики отраслевых циклов для сбалансированного и устойчивого пространственного развития России*. – Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2022. – 348 с.
16. СЕМУКОВА Ю.М. *Управление рисками в коммерческом банке* // Экономика и бизнес: теория и практика. – 2020. – №6. – С. 512–518.
17. СИМОНЕНКОВА Е.В. *Формирование инвестиционного портфеля по модели Марковица* // Хроноэкономика. – 2017. – №6(8). – С. 37–42.
18. ФЕДОСЕЕВ А.А. *Модификация модели Марковица путем учитывания дополнительных характеристик ценных бумаг* // Известия ТулГУ. Естественные науки. – 2015. – №3. – С. 117–126.

19. ФЕДОСЕЕВ А.А. *Решение трехкритериальной и четырехкритериальной моделей Марковица* // Известия ТулГУ. Естественные науки. – 2014. – №3. – С. 197–207.
20. ЧЕРНОВАЛОВ С.С. *Способы и инструменты риск-менеджмента при управлении банковскими рисками* // Известия СПбГЭУ. – 2012. – №3. – С. 124–127.
21. <https://www.vtb.ru/ir/statements/results/> (дата обращения: 07.05.2023).
22. [https://www.cbr.ru/about\\_br/dir/rsd\\_2022-12-29\\_23\\_03/](https://www.cbr.ru/about_br/dir/rsd_2022-12-29_23_03/) (дата обращения: 23.11.2023).
23. WALTERS A.A. *Production and cost functions: and econometric survey* // *Econometrica*. – 1963. – Vol. 31, No. 1. – P. 1–66.

## **OPTIMIZATION OF THE BANK'S LOAN PORTFOLIO TAKEN INTO ACCOUNT OF MARKET RISK BASED ON THE LAGRANGE MULTIPLIERS METHOD**

**Michail Geraskin**, Samara National Research University, Samara, Doctor of Science, professor (innovation@ssau.ru).

**Maria Ivanova**, Samara National Research University, Samara, Graduate Student (ivanova.maria.ami@gmail.com).

*Abstract: The article considers the problem of forming an optimal portfolio of commercial bank loans. The subject of the study is the mechanism of bank profit formation through lending to individuals. The relevance of the research topic is due to the fact that at present, in the conditions of increasing competition in the financial services market, one of the urgent tasks of banks is the optimization of loan portfolios. One of the ways to solve this problem is to develop a mathematical model that will allow effectively managing the loan portfolio and optimizing financial risks. An optimization model has been developed and statistical data have been analyzed, on the basis of which regression models are compiled, and the limitations taken into account in the model have been analyzed. The conditions for optimizing the bank's loan portfolio are proposed, allowing for maximizing the bank's profit. Optimization models allow choosing such shares of lending types that maximize the bank's total profit from lending to individuals. A set of conditions for the optimal loan portfolio has also been determined, providing a limit on the risk of interest rate volatility, which is one of the types of market risk. The results of numerical experiments on the example of PAO VTB Bank are presented, showing the economic effect of the proposed developments. The obtained results and the developed models of loan portfolio optimization can be used for planning of the banks' activities. The conducted research expands the scientific framework of*

*understanding the importance of applying optimization processes in compiling the loan portfolio by banks.*

Keywords: bank loan, optimization, Lagrange function, loan portfolio, mortgage loan, car loan, consumer loan.

УДК 330.4

ББК 65.05

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.8

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.В. Клочковым.*

*Поступила в редакцию 18.12.2023.*

*Опубликована 31.07.2024.*

## **МОЩЬ ОРГАНИЗАЦИИ: КРИТЕРИЙ РЕЙТИНГА**

**Дранко О. И.<sup>1</sup>, Резчиков А. Ф.<sup>2</sup>, Степановская И. А.<sup>3</sup>**

*(Институт проблем управления*

*им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

**Богомолов А. С.<sup>4</sup>, Кушников В. А.<sup>5</sup>**

*(Саратовский научный центр РАН, Саратов)*

*В современных условиях развития цифровой экономики одним из основных инструментов оценки роста и развития организаций становится рейтинговое. Его основу составляет анализ совокупности финансовых и нефинансовых показателей их деятельности в интересах прогнозирования потенциальных трендов их развития в будущем. Примерами могут служить рейтинг конкурентоспособности, ведения бизнеса, инновационный рейтинг, кредитный рейтинг, рейтинг инвестиционной привлекательности. Высокие позиции предприятий по указанным рейтингам в основном свидетельствуют об их успешном развитии. В то же время все большую роль играет рейтинговое, ориентированное на непосредственную поддержку принятия управляющих экономических решений. Актуальную проблему совершенствования методов рейтингового составляет поиск критериев оценки способности предприятий мобилизовать свои ресурсы для получения эффекта окупаемости инвестиций в их развитие. Данное исследование посвящено разработке теоретико-методологического подхода к рейтингованию организаций как важнейших субъектов экономической деятельности, формирующих ВВП страны. Рассматривается задача определения точек инвестирования. Вводится индикатор «мощь» организации как некоторый обобщающий экономический показатель. Предложена методика расчета индикатора. На фактических данных показывается связь индикатора «мощь» с величиной индикаторов инвестиций (инвестированного капитала) и доходов. Показано, что для крупнейших организаций страны компонента активов играет определяющую роль. Рассмотрена подзадача влияния рассматриваемого индикатора на инвестиционные ресурсы. Предложенная методика проиллюстрирована расчетами по открытым данным российских организаций Федеральной налоговой службы России.*

---

<sup>1</sup> Олег Иванович Дранко, д.т.н., доцент ([drankooi@ipu.ru](mailto:drankooi@ipu.ru)).

<sup>2</sup> Александр Федорович Резчиков, д.т.н., профессор, чл.-корр. РАН ([rw4cy@mail.ru](mailto:rw4cy@mail.ru)).

<sup>3</sup> Ираида Александровна Степановская, к.т.н., с.н.с. ([irstepan@ipu.ru](mailto:irstepan@ipu.ru)).

<sup>4</sup> Алексей Сергеевич Богомолов, д.т.н., доцент ([bogomolov@iptmuran.ru](mailto:bogomolov@iptmuran.ru)).

<sup>5</sup> Вадим Алексеевич Кушников, д.т.н., профессор ([kushnikoff@yandex.ru](mailto:kushnikoff@yandex.ru)).

Ключевые слова: математическая модель, управление, критерии, принятие решений, оптимизация, прогнозирование, индикатор, рейтинг, идентификация параметров, комплексная модель, крупномасштабные системы, анализ данных, обработка данных, big data.

## **1. Введение**

В общем виде управление предприятиями является сложным многофакторным многокритериальным процессом [22].

Развитие экономики будет определяться «точками роста» на уровне отраслей и предприятий [6]. Для формирования точек роста нужны ресурсы: финансовые инвестиции, квалифицированные кадры, энергоресурсы и т.п. Каким образом поставить и решать оптимизационную задачу распределения ресурсов? В крупномасштабной системе на уровне экономики один из подходов – выделить главные составляющие, по сути – использовать «20 × 80».

Одним из факторов является размер компании. А как измерить размер организации? По занимаемой площади? По объему продаж? По количеству работников?

Единственного правильного ответа наверняка нет, и ответ сильно зависит от контекста задачи управления. Наш вариант ответа: при капитализме приоритет должен отдаваться критерию капитала. А вы заметили, что в предыдущем абзаце капитал не упоминался и при чтении не возникло вопросов про отсутствие этого критерия?

Капитал организации может быть выражен в нескольких измеримых индикаторах. Рабочие варианты: активы как суммарный капитал, собственный капитал, капитализация как стоимость бизнеса. Ниже обсуждаются эти варианты.

## **2. Обзор**

В качестве моделей комплексирования сложных и разнообразных объектов различной природы выделим 2 типовые модели:

1. Модель взвешенной суммы (взвешенной линейной комбинацией, Weighted Sum Model)

$$(1) K_{BC} = \sum_i w_i K_i,$$

где  $K_{BC}$  – сводный показатель по различным критериям,  $K_i$  – значение отдельного критерия,  $w_i$  – вес критерия,  $i$  – индекс критерия.

2. Модель матричной свертки. При оценке состояния сложных объектов и систем, измеряемых набором разнородных показателей, часто достаточно на начальном этапе получить своевременное представление лишь о том, к какой категории относится состояние объекта. Значение каждого показателя описывается в порядковых шкалах, например, «плохо», «средне», «хорошо». Для получения итогового значения используются «матричные свертки» [3–5]. Описание модели матричной свертки применительно к развитию регионов приведено в [21]. Пример матричной свертки по двух критериев размерностью 3 приведен на рис. 1, для такой размерности подходит термин «светофор».

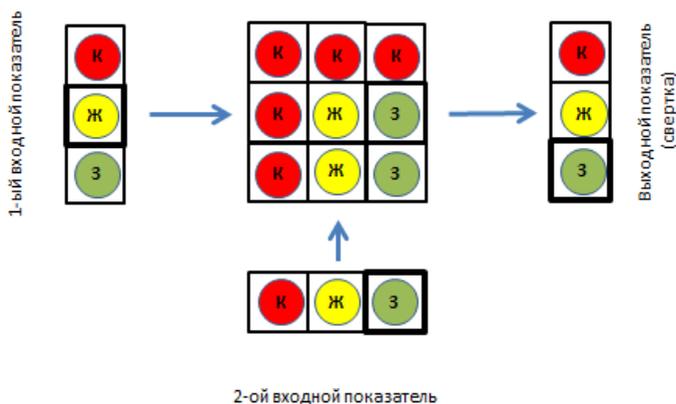


Рис. 1. Пример матричной свертки по типу «светофор»

Примером такой модели может быть матрица критичности рисков. При формировании матрицы рисков используют двумерную свертку «ущерб» – «вероятность». На рис. 2 приведен

урезанный пример матрицы критичности рисков. Детальнее см. «Матрица критичности» в работе [10]

У Щ Е Р Б	Существенный (3 балла)			
	Средний (2 балла)			
	Незначительный (1 балл)			
	Оценка (баллы)	Низкая (1 балл)	Средняя (2 балла)	Высокая (3 балла)
		ВЕРОЯТНОСТЬ		

Рис. 2. Матрица критичности рисков

Модели формирования целевых критериев, основанные на когнитивных картах [16, 35, 36, 42], позволяют определить связи между индикаторами, но на текущий момент служат дополняющим методом для количественных расчетов.

Обзор Киберленинки [18] по размеру и критериям рейтинга организаций показал, что есть много работ по применению рейтингов и их формирующих индикаторов, но задача содержательного выбора индикаторов не является массовой.

Обзор работ Google Академии [41] по размеру и критериям рейтинга организаций показывает отдельные работы. В работе [19] делается обзор некоторых публикаций, рассматриваются законодательные нормы отнесения к крупным предприятиям, выделяются роль и признаки бюджето- и градообразующих предприятий. Указывается перечень параметров, характеризующих размер предпринимательства в зарубежных исследованиях: численность, годовой оборот (выручка), валюта баланса (сумма активов), добавленная стоимость.

Критерии отнесения к малому и среднему предприятию в 2023–2024 годах регламентированы федеральным законом № 209-ФЗ от 24.07.2007 «О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации». Закон учитывает следующие критерии: структура собственности, среднесписоч-

ная численность работников, доход хозяйственных обществ. Параметры по доходу для микропредприятий, малых и средних предприятий конкретизируются Постановлением Правительства Российской Федерации от 4 апреля 2016 г. N 265 «О предельных значениях дохода, полученного от осуществления предпринимательской деятельности, для каждой категории субъектов малого и среднего предпринимательства».

Критерий крупнейших налогоплательщиков установлен по критерию доходов Приказом Федеральной налоговой службы от 16.05.2007 г. № ММ-3-06/308.

Наименование критерия «мощь» созвучно со словом «мощность». Под мощностью предприятия обычно понимают максимально возможный выпуск продукции. В данном контексте под «мощь» понимается «сила» – возможность концентрирования всех ресурсов предприятия. В английском языке могут использоваться термины «power» или «potency» – потенциал. Некоторая ассоциация есть с экономической «мощью» предприятия, в которой сочетаются как ресурсы (активы), так и возможности по получению дохода.

Авторы будут признательны за развитие и, может, более удачное название этого понятия.

В частности, в Национальном исследовательском институте мировой экономики и международных отношений имени Е.М. Примакова Российской академии наук» (ИМЭМО РАН) выпускается ежегодник по «Морской мощи» [25]. Среди критериев: морские ресурсы (ИМР), морские силы и средства (ИМС), морская деятельность (ИМД) (рис. 3).

Приведем примеры некоторых рейтингов крупнейших организаций. Данные рейтинги можно использовать для анализа отдельных крупнейших организаций, и на этой основе определения некоторых параметров развития страны (тренды, производительность труда и т.п.). Основным недостатком является то, что указаны данные только 50–100–600 организаций.

По каким показателям упорядочивают (рейтингуют) организации?

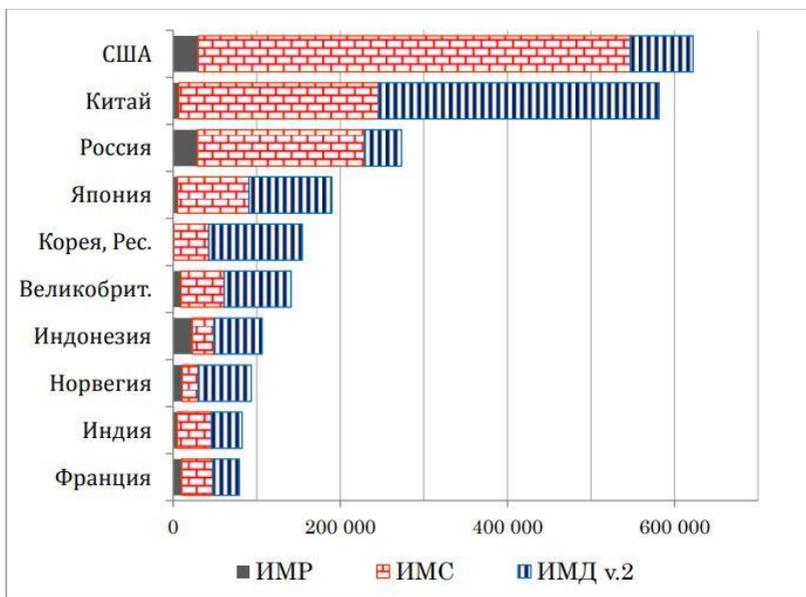


Рис. 3. Ведущие морские державы в 2021 г., компоненты индекса морской мощи-21 [7]

1. По выручке.

Пример: Рейтинговая группа RAEX [28] выделяет 600 крупнейших российских компаний (в ряде случаев – по международным стандартам финансовой отчетности) по выручке (объему реализации продукции), приводя информацию по чистой прибыли. Рейтинг формируется с задержкой на 2 года. Рейтинг невозможно использовать для анализа организаций вне крупнейших 600 компаний.

РБК-Рейтинг [27] при составлении рейтингов учитывает выручку, чистую прибыль, ранее использовался индикатор активов. Приводятся данные по 500 крупнейшим организациям, включая банки. Последний рейтинг в открытом доступе сформирован с задержкой на 3 года.

Пример рейтинга по отдельному региону и отдельной отрасли [44] позволяет проработать меры региональной поддержки. Для такого анализа федеральные и мировые рейтинги не

обеспечивают необходимую информацию: слишком крупные компании, слишком малый перечень организаций.

2. По активам.

Пример: Список крупнейших компаний России по версии Forbes [43] на основе рейтинга Forbes Global 2000. Рассматриваются показатели: выручка, прибыль, активы, рыночная стоимость. В рейтинг за 2021 г. входит 24 российские компании.

3. По чистой прибыли.

Пример: Информацию о 100 крупнейших компаний России по чистой прибыли приводит Форбс [1]. Информация доступна с задержкой 1 год.

4. По капитализации (рыночной стоимости).

Пример: выше упоминался рейтинг крупнейших компаний 2000 Форбс, одним из показателей которого является рыночная стоимость.

Московская биржа (МОЕХ) предоставляет информацию о рыночной стоимости организаций, которые котируются на этой бирже [30] При небольшом количестве (240 на 31.12.2023) организаций расчет рейтинга выглядит простой задачей.

5. По численности.

Пример: 50 крупнейших работодателей России – 2023. Рейтинг Forbes [2].

Отметим, что открытые данные по среднесписочной численности ФНС России не предоставляют информацию о крупнейших работодателях России.

Обработка рейтингов по численности и выручке по сопоставимому перечню организаций позволяет определить производительность труда этих организаций. Производительность труда крупнейших организаций может выступать «бенчмарком» (benchmark) – ориентиром, целевым показателем для других организаций. В работе [39] показана очень сильная зависимость производительности труда от выручки на выборке 148 тыс. малых и микропредприятий России. Аппроксимация в виде степенной функции оказалась наиболее удачной по критерию максимизации коэффициента детерминации  $R^2 = 0,9787$ :

$$(2) \quad l_p = 33,6 S^{0,3976},$$

где  $l_p$  – производительность труда,  $S$  – выручка.

Обработка данных по выручке и активам позволяет определить типовые параметры для оценки необходимых инвестиций, см. анализ по различным отраслям в работе [12].

### 3. Постановка задачи

Формально задачу можно поставить в следующем виде. Рассматривается максимизация экономического результата страны за рассматриваемый период, измеряемого индикатором ВВП (валовой внутренний продукт), что можно записать как

$$(3) \quad G \rightarrow \max ,$$

где  $G$  – ВВП (валовой внутренний продукт, Gross Domestic Product). При этом ВВП страны складывается из валовых добавленных стоимостей (ВДС) отдельных отраслей:

$$(4) \quad G = \sum_i GVA_i ,$$

где  $GVA_i$  – валовая добавленная стоимость (Gross Value Added)  $i$ -той отрасли, а НДС каждой отрасли в свою очередь складывается из НДС отдельных предприятий:

$$(5) \quad GVA_i = \sum_{j \in L} VA_{ij} ,$$

где  $VA_{ij}$  – добавленная стоимость предприятия  $j$  отрасли  $i$ ,  $L$  – множество индексов предприятий отрасли.

Обозначим множество всех организаций страны  $R$ . У множества  $R$  выделяется множество  $Q \in R$  организаций с доступной информацией. В данной работе рассматривается информация о финансово-экономическом положении (финансовая отчетность).

Требуется выделить массив (подмножество)  $N \in Q$ , обработка которого максимизирует полноту обрабатываемых данных. Обработка информации по каждой организации сопровождается собственными затратами  $c$ .

Пусть для примера в качестве критерия обрабатываемой информации будем рассматривать выручку  $S$  организаций. Этот показатель является определяющим для формирования (а при управлении – и роста) валового внутреннего продукта GDP.

Задача 1. Выделить подмножество заданной размерности  $N^*$  множества организаций  $Q$ , определяющее основной состав и структуру экономики страны:

$$(6) \sum_{n \in N} S(n) \rightarrow \max,$$

$$\text{Dim } N \leq N^*;$$

где  $S(n)$  – выручка (Sales)  $n$ -й организации;  $n$  – индекс организаций,  $\text{Dim}$  – размерность множества,  $N^*$  – предельное количество обрабатываемых организаций.

Критерий минимальной размерности выглядит интуитивно понятным: обрабатывать небольшое, но достаточное количество данных проще. Ниже в таблице 3 будет показано распределение организаций по размеру. Правило «20 × 80» [20] проявляется в этом распределении в гипертрофированном виде. В данном варианте 1,7% организаций формируют 75,9% суммарной выручки. По данным Единой межведомственной информационно-статистической системы (ЕМИСС), выручка полного круга организаций России в 2021 г. составила 301 308 млрд руб [8]. По данным ФНС, представлена отчетность 2 355 тыс. организаций за 2021 г. [9]. Величина рабочего массива (выборка-1000) организаций составляет примерно 40 тыс. организаций с выручкой 228 762 млрд руб. (таблица 2).

Очевидно, что минимизация количества приводит к решению поиска более крупных организаций, поэтому задача 1 сводится к задаче 2 и 3.

Задача 2. Выделить подмножество организаций с размером более порогового: найти  $j \in N$ , такие что  $S(j) \geq S^*$ .

Решение задачи 2 требует определить формальный критерий размера, и это проблема выбора крупных организаций.

Собственно, поиск и обработка выборок организаций для анализа развития социально-экономического развития и формирования темы данной публикации.

Задача 3. Определить степень достаточности выборки для анализа.

Хорошо известны решения задачи 3, применимые для социологических исследований: определяется размер выборки при

контролируемой точности. Но решения таких задач осуществляются в предположении нормальности распределения выборок примерно одного размера. Для выборок экономических агентов размер различается на несколько порядков. Решение задачи 3 предполагается осветить в следующих публикациях, в данной работе – рассмотреть задачу 2.

#### **4. Модель основного критерия выбора**

В начальном варианте решения задачи 2 были отобраны организации с критерием выручка  $K_B$  (строка 2110 отчета о финансовых результатах). Среди этих организаций ПАО «Газпром» и т.п.

$$(7) \quad K_B = K_{2110}.$$

В выборку-1000 попали многие крупнейшие организации, но... Некоторые крупнейшие холдинговые организации не попали в выборку, потому что в качестве основного источника у них не выручка (от продажи товаров и услуг), а получаемые дивиденды. Например, у ПАО «Полюс» (ИНН 7703389295) нулевая выручка за 2019–2021 гг., но «доходы от участия в других организациях» составляют 36-84 млрд руб. Таким образом, необходим дополнительный критерий  $K_{\text{Прд}}$  – сумма доходов не от выручки. В российской отчетности выделяются строки «Доходы от участия в других организациях», «Проценты к получению», «Прочие доходы» (строки 2310, 2320, 2340 отчета о финансовых результатах):

$$(8) \quad K_{\text{Прд}} = K_{2310} + K_{2320} + K_{2340},$$

где  $K_{2310}$  – сумма «Доходов от участия в других организациях»,  $K_{2320}$  – сумма «Процентов к получению»,  $K_{2340}$  – сумма «Прочих доходов».

Сумма критериев выручки  $K_B$  и доходов не от выручки  $K_{\text{Прд}}$  формирует критерий полных доходов:

$$(9) \quad K_D = K_B + K_{\text{Прд}}.$$

Но некоторые организации являются «держателями активов» и формируют доходы на минимальном уровне, достаточном для обслуживания обязательств. Например, ООО «Газпром Переработка Благовещенск» (ИНН 7706413348) в 2021 г. при

выручке от продаж 3,2 млрд руб. и прочих доходах 77,7 млрд руб. владела активами более 1 трлн руб. (точнее, 1 024,0 млрд руб.) Активы организации резко увеличивались в 2018–2021 гг., организация являлась «центром инвестиций» и явной «точкой роста». Для выявления и анализа таких организаций необходим критерий  $K_A$  – активы. В активах и пассивах можно выделять оборотные и внеоборотные активы, собственный и заемный капитал, но, на наш взгляд, это компоненты второго уровня детализации.

Критерий чистой прибыли  $K_{2400}$  (строки 2400 отчета о финансовых результатах) является «вложенным» для критерия полных доходов  $K_D$ , поэтому отдельно этот критерий не выделяем.

Критерий капитализации (рыночной стоимости) является очень интересным критерием [11, 17, 32]. Но подтвержденные данные по капитализации на фондовой бирже есть всего для 240 организаций. Общая сумма капитализации российских организаций на Московской бирже составляла 57 трлн руб. на конец 4 кв. 2023 г. Из этих компаний 20 крупнейших организаций обеспечили капитализацию 43 трлн руб. или 76% от итога [31]. На текущий момент капитализация является критерием анализа достаточно небольшого числа отдельных организаций, котирующихся на организованном рынке (бирже). В работах [13–15, 38] предложены модели и алгоритмы экспресс-оценки стоимости, которые могут быть применены для оценки и анализа стоимости по массовой выборке организаций.

В данной работе используется упрощенная модификация матричной свертки. Рассмотрим критерий с рабочим названием «мощь» (power)  $K_M$ , объединяющий критерии доходов  $K_D$  и активов  $K_A$ :

$$(10) K_M = \max \{K_D, K_A\}.$$

Предварительно рассматривался вариант взвешенной суммы с весами критериев  $w_D = 0,5$  и  $w_A = 0,5$ , но в процессе работы (анализов) от него отказались

$$(11) K_B = w_D K_D + w_A K_A.$$

Критерий взвешенной суммы  $K_B$  оказался не таким удобным для массовых анализов, так как в критерии мощи  $K_M$  легче

проследить доминирующую компоненту. Значения  $K_m$  больше  $K_v$ , что немаловажно при построении рейтингов.

## **5. Источники информации**

Для формирования рейтингов ключевую роль играют источники информации. При наличии общедоступных источников формирования данных проведение расчетов опирается на проверяемые данные.

Концепция «открытых данных» постепенно распространяется по миру. В частности, Global Open Data Index формирует рейтинг стран по открытости данных [40] по следующим критериям: Government Budget, National Statistics, Procurement, National Laws, Administrative Boundaries, Draft Legislation, Air Quality, National Maps, Weather Forecast, Company Register, Election Results, Locations, Water Quality, Government Spending, Land Ownership.

Для нашего исследования важен критерий «Company Register» (реестр компаний). Открытые данные из реестров компаний могут использоваться для многих целей. Например, партнеры могут увидеть финансовое положение, численность, адреса, судебные дела и другую информацию. Среди лидеров по открытости данных по «Company Register» такие страны как Аргентина, Австралия, Франция, Великобритания, Япония, Северная Ирландия, Норвегия, Россия, Сингапур, Таиланд, Канада (см. рис. 4).

В России концепция открытых данных стала активно развиваться после принятия «Концепции формирования в Российской Федерации электронного правительства до 2010 года» (Распоряжение Правительства РФ от 06.05.2008 N 632-р). В частности, указано: «оперативный доступ к открытой информации, содержащейся в ведомственных информационных системах», «повышение открытости информации о деятельности органов государственной власти и расширение возможности доступа к ней и непосредственного участия организаций, граждан и институтов гражданского общества в процедурах формирова-

ния и экспертизы решений, принимаемых на всех уровнях государственного управления».

Rank	Place	Breakdown	Score
1	Argentina		100%
1	Australia		100%
1	France		100%
1	Great Britain		100%
1	Japan		100%
1	Northern Ireland		100%
1	Norway		100%
1	Russia		100%
1	Singapore		100%

Рис. 4. Company Register [37]

Можно выделить следующие группы агентов – хозяйственных субъектов:

- А<sub>к</sub>: Коммерческие организации всех видов собственности.
- А<sub>б</sub>: Бюджетные организации. План счетов – бюджетных организаций, ориентирован на финансирование от государства. Например, крупнейшее образовательное учреждение ФГБОУ ВО МГУ им. М.В. Ломоносова имеет активов на 185 млрд руб. на конец 2022 г.[33]

- А<sub>ф</sub>: Финансово-кредитные организации (например, Сбербанк и т.п. На 01.01.2024 г. величина активов-нетто Сбербанка составила 50 695,7 млрд руб.[29]). План счетов финансово-кредитных организаций (банков) «зеркальный» по сравнению с организациями (в организациях – «кредит полученный» в пассивах, в банке – «кредит выданный» в активах), и прямое «сведение» отчетности невозможно.

- А<sub>и</sub>: Индивидуальные предприниматели и самозанятые.
- А<sub>н</sub>: Население. Будем считать, что отдельные агенты из этой категории имеют достаточно небольшой размер, и опера-

ции агентов этой категории учитываются в категориях агенты  $A_K$  и  $A_\Phi$ .

В текущей работе не учтены агенты  $A_{И}$ ,  $A_{Б}$ ,  $A_{Ф}$  и  $A_{Н}$ . Основная причина – несовместимость исходных данных  $A_K$  и  $A_\Phi$ , отсутствие открытых данных для  $A_{Б}$ ,  $A_{И}$  и  $A_{Н}$ .

Федеральная служба государственной статистики Российской Федерации (Росстат) с 2012 по 2018 гг. публиковала массивы открытых данных по финансовой отчетности [24]. Массивы данных Росстата включали информацию о финансовой отчетности примерно 2,2 млн российских организаций.

С 2019 г. функция ведения открытых данных по финансовой отчетности перешла к Федеральной налоговой службе Российской Федерации (ФНС). Сервис бухгалтерской (финансовой) информации (БФО) ФНС [9] в открытом доступе позволяет получить доступ к данным отдельных организаций, а благодаря API доступу – повторить эту процедуру по каждой интересующей организации (всего около 3,2 млн организаций, но за отдельные 2019–2022 годы – от 2,3 до 2,5 млн организаций).

Следует отметить, что в условиях санкций многие организации не обязаны представлять годовую бухгалтерскую (финансовую) отчетность в целях формирования государственного информационного ресурса бухгалтерской (финансовой) отчетности (ГИР БО).

Для оперативной обработки используется выборка крупных и средних организаций с помощью приемов обработки больших массивов данных. Текущий порог – значение критерия выборки более 1 млрд руб. (далее – «выборка-1000»)

(12)  $K \geq 1\,000$  млн руб.

Достаточно сложный вопрос – чистка «неадекватных» данных. Например, ООО «ЛИМ»[23] (ИНН 7816405117) в 2019 г. показало выручку 1 841 млрд руб., а в 2020–2022 гг. выручка изменялась в диапазоне 1,6-1,8 млрд руб. Разница в 1000 раз. Величина активов изменялась в диапазоне 0,19-0,28 млрд руб. Авторы не могут проверить исходные данные, но предполагают, что это техническая ошибка бухгалтера (перепутали рубли и тыс. руб. в один год). Для обработки авторы исключали «неадекватные» организации вручную и с помощью некоторых

расчетных приемов. Процедура достаточно трудоемкая, мы смогли ее применить для очень крупных организаций.

## 6. Расчеты

В данном разделе приведены иллюстрирующие расчеты по распределению организаций при формировании критерия  $K_M$  по данным за 2021 г. Выбор года обусловлен сроком активизации санкций.

В выборке-1000 за 2021 г. определена 40 347 организация (см. таблицу 1). В целом по выборке-1000 активы превышают доходы: 296 003 млрд руб. против 259 006 млрд руб. (рис. 5).

Таблица 1. Распределение организаций по категориям, 2021 г.

Категория	Итого	$K_A > K_D$		$K_A < K_D$			
		по всем	Всего	$K_B > K_{Прд}$	$K_B < K_{Прд}$	Всего	$K_B > K_{Прд}$
К-во организаций, ед.	40 347	12 255	9 889	2 366	28 092	27 517	575
Сумма активов, млрд руб.	296 003	221 583	176 173	45 410	74 420	72 936	1 484
Сумма доходов, млрд руб.	259 006	82 939	70 401	12 538	176 067	170 448	5 619
Сумма выручки, млрд руб.	228 762	66 011	62 216	3 795	162 751	161 365	1 386
Сумма прочих доходов, млрд руб.	30 244	16 928	8 185	8 743	13 316	9 083	4 233

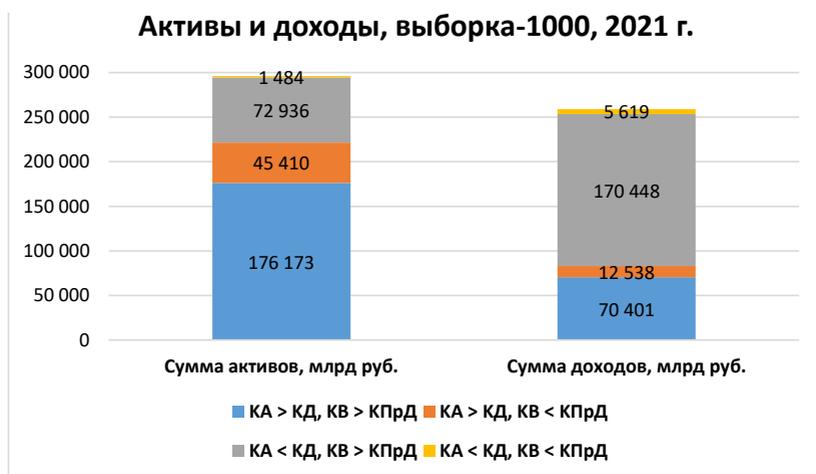


Рис. 5. Активы и доходы выборки-1000 за 2021 г. по категориям

Больше организаций, в которых доходы превышают активы (28 тыс. против 12 тыс. организаций). Но! Большая часть активов сосредоточена именно в этих организациях: 221 583 млрд руб. против 74 420 млрд руб. Выявлена 31 организация-триллионик ( $K_M > 1\,000$  млрд руб.) с суммарными активами 88 497 млрд руб. и доходами 44 504 млрд руб., из них в 23 организациях активы превышают доходы (суммарные активы 78 688 млрд руб., суммарные доходы – 30 821 млрд руб.).

Выделим также организации с  $K_A > K_D$ , в которых  $K_B < K_{ГрД}$ . То есть это организации – «держатели активов», получающие доходы от вложения в активы в форме дивидендов или процентов. К этой категории относится 2 тыс. организаций, на них приходится 15% активов и 5% доходов.

Таким образом, для супер-крупного бизнеса (триллионники) критерий активов более существенен, чем критерий доходов.

У подавляющего большинства организаций выборки-1000 выручка превышает прочие доходы: 37 тыс. против 3 тыс. организаций.

Пример данных по некоторым крупнейшим организациям приведен в таблице 2.

Таблица 2. Пример данных по крупнейшим организациям, 2021 г., млрд руб.

Наименование	$K_A$ , Активы	$K_D$ , Доходы	$K_B$ , Выручка	$K_M$ , Мощь
ПАО «ГАЗПРОМ»	20 337	8 850	6 389	20 337
ОАО «РОССИЙСКИЕ ЖЕЛЕЗНЫЕ ДОРОГИ»	7 437	2 053	1 964	7 437
ГК «АГЕНТСТВО ПО СТРАХОВАНИЮ ВКЛАДОВ»	3 460	109	75	3 460
ГУП «МОСКОВСКИЙ МЕТРОПОЛИТЕН»	3 443	165	157	3 443
ПАО «ГАЗПРОМ НЕФТЬ»	2 509	2 995	2 675	2 995
ПАО «НЕФТЯНАЯ КОМПАНИЯ «ЛУКОЙЛ»	2 101	2 428	2 389	2 428
ООО «ГАЗПРОМ КАПИТАЛ»	2 010	644	487	2 010
ОАО «ЯМАЛ СПГ»	1 808	880	562	1 808
АО «ТАНДЕР»	666	1 814	1 755	1 814
ООО «АГРОТОРГ»	418	1 717	1 680	1 717

Таблица 2 (продолжение).

ПАО «РОССЕТИ»	1 644	266	248	1 644
МК ПАО «ОБЪЕДИНЁННАЯ КОМПАНИЯ «РУСАЛ»	1 413	176	163	1 413
ПАО «НОВАТЭК»	1 411	1 061	730	1 411
ПАО «ТАТНЕФТЬ» ИМЕНИ В.Д. ШАШИНА	975	1 145	1 069	1 145
ООО «АРКТИК СПГ 2»	1 097	108	4	1 097
ООО «ГАЗПРОМ ЭКСПОРТ»	1 079	54	22	1 079
ООО «ЛУКОЙЛ-ЗАПАДНАЯ СИБИРЬ»	919	1 074	1 054	1 074
АО «ГАЗСТРОЙПРОМ»	1 070	604	579	1 070
ООО «ГАЗПРОМ ПЕРЕРАБОТКА БЛАГОВЕЩЕНСК»	1 024	84	3	1 024

На рис. 6 показано расположение крупнейших организаций на карте в качестве средства визуального анализа данных [28]. Высота столбцов соответствует индикатору  $K_M$ . Обе столицы доминируют, первая – по совокупности организаций, вторая – прежде всего благодаря ПАО «Газпром» (ИНН 7736050003). Отметим, что привязка по карте проведена по юридическому адресу, что не всегда совпадает с расположением активов и точек генерации доходов.

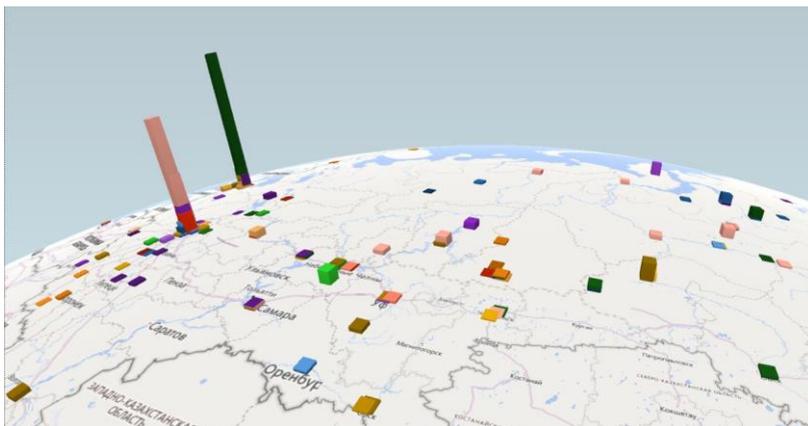


Рис. 6. Расположение крупнейших организаций по адресам

На рис. 7 показано распределение организаций выборки-1000 по критериям  $K_A$  и  $K_D$ . Версия графика при  $K_A > 1$  млрд

руб. и  $K_D > 1$  млрд руб. не является «прозрачной» из-за наложения многих точек. Версия графика при  $K_A > 10$  млрд руб. и  $K_D > 10$  млрд руб. выглядит более наглядной и передает вид «облака» распределения.

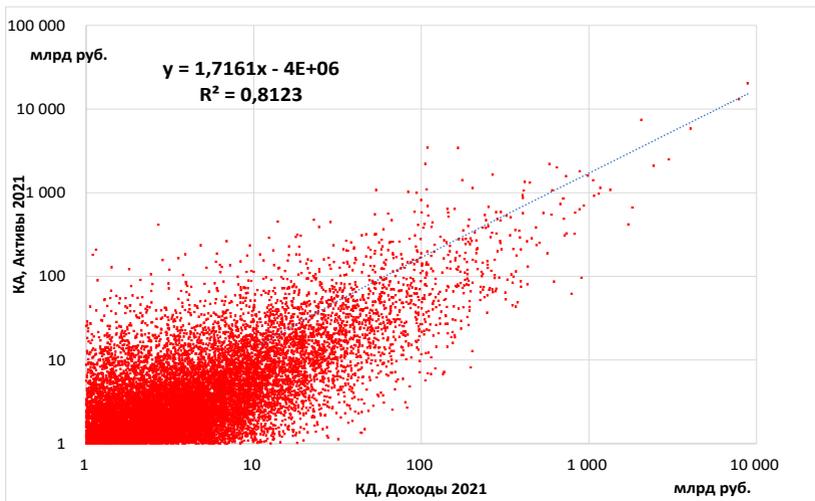


Рис. 7. Распределение критериев  $K_A$  и  $K_D$  выборки-1000 за 2021 г. по организациям

Регрессионная зависимость  $K_A$  от  $K_D$ , показанная на рис. 7, имеет идентифицированные параметры

$$(13) K_A = a_A K_D + b_A + \varepsilon_A,$$

где  $a_A$  – переменный коэффициент линейной регрессии;  $b_A$  – постоянный член линейной регрессии;  $\varepsilon$  – ошибка.

Для нашей выборки-1000 переменный коэффициент линейной регрессии  $a_A = 1,7161$  значительно выше 1, т.е. активы значительно больше доходов. В целом следует ожидать, что при выбранной форме критерия  $K_M$  в виде (4) активы будут определяющим компонентом.

В таблице 3 и на рис. 8 показано распределение суммарных результатов с группировкой по размеру организаций. В качестве размера организации рассматривается десятичный логарифм по индикатору  $K_M$ , выраженному в тыс. руб.

$$(14) S = \text{Log}_{10}(K_M).$$

Таблица 3. Распределение организаций по размеру, 2021 г.

Лог $K_M$	Количество организаций	$K_M$ , Мощность, млрд руб.	$K_A$ , Активы, млрд руб.	$K_D$ , Доходы, млрд руб.
10,0	2	33 476	33 476	16 704
9,5	4	20 180	20 180	6 370
9,0	25	38 714	34 841	21 430
8,5	95	48 522	36 519	31 444
8,0	348	59 875	42 693	38 920
7,5	1 036	55 633	38 763	38 141
7,0	3 092	52 196	36 085	36 106
6,5	9 177	49 485	32 499	36 342
6,0	19 234	35 166	19 619	29 517
5,5 и менее	7 334	4 403	1 328	4 031
Общий итог	40 347	397 650	296 003	259 006

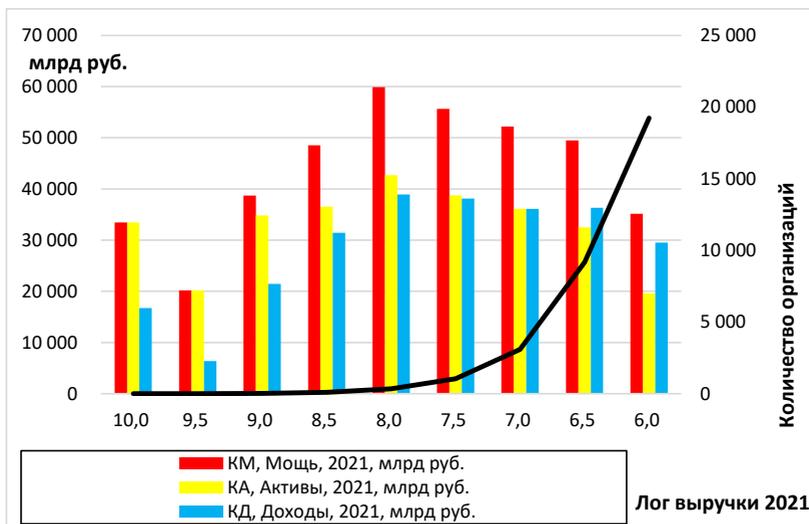


Рис. 8. Распределение критериев  $K_M$ ,  $K_A$ ,  $K_D$  выборки-1000 за 2021 г. по размеру организаций

Для большей наглядности шаг по размеру выбран 0,5. Количество организаций резко нарастает с уменьшением размера (черная линия на рис. 8). Суммарные валовые показатели  $K_M$ ,  $K_A$ ,  $K_D$  находятся на примерно одном уровне.

Для супер-крупных организаций ( $S = 9 \div 10$ ) значение  $K_M$  определяется  $K_A$ , для средних ( $S \leq 6$ ) значение  $K_M$  определяется  $K_A$ , в промежутке роль  $K_A$  и  $K_A$  сопоставима.

## 7. Влияние критерия на ресурсы (инвестиции)

В данном разделе рассмотрим, каким образом выбор критерия или его компонент зависит (или влияет) на ресурс развития – инвестиции.

В качестве чистых суммарных инвестиций, накопленных за все время функционирования организации, будем использовать инвестированный капитал  $IC$ :

$$(15) IC_t = E_t + D_t,$$

где  $IC$  – инвестированный капитал (Invested Capital);  $E$  – собственный капитал (Equity);  $D$  – долг (Debt);  $t$  – индекс времени.

Прирост значения  $IC$  за период соответствует чистым инвестициям  $I_t$  этого периода (приросту основного и оборотного капитала). Под чистыми инвестициями  $I_t$  здесь будем понимать

$$(16) I_t = IC_t - IC_{t-1}$$

для  $t > 0$ . Обратно, накопленный инвестированный капитал есть сумма инвестиций:

$$(17) IC_t = \sum_{j=0}^t I_j.$$

Инвестированный капитал отличается от капитала всего на величину кредиторской задолженности (и некоторых обычно небольших статей краткосрочных пассивов). Кредиторская задолженность формируется в операционном процессе и может рассматриваться как «естественный» источник финансирования, связанный с затратами и доходами.

Интерпретация результатов расчетов на графиках рис. 9–11 следующая. Инвестированный капитал  $IC$  описывается регрессионной зависимостью  $IC$  от  $K_d$ :

$$(18) IC = a_{IC,d} K_d + b_{IC,d} + \varepsilon_{IC,d},$$

$$IC = a_{IC,A} K_A + b_{IC,A} + \varepsilon_{IC,A},$$

где  $a_{IC,Д}$ ,  $b_{IC,Д}$  – переменный и постоянный коэффициент линейной регрессии от доходов  $K_Д$ ;  $a_{IC,А}$  и  $b_{IC,А}$  – переменный и постоянный член линейной регрессии от доходов  $K_А$ ;  $\varepsilon$  – ошибка регрессии.

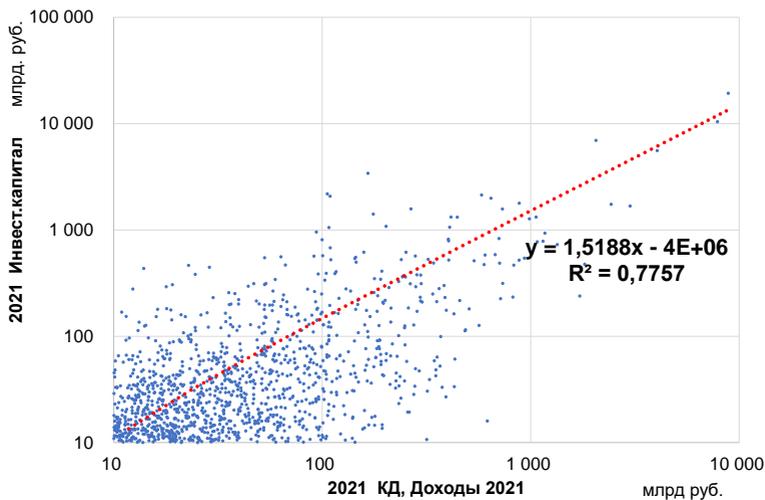


Рис. 9. Зависимость инвестированного капитала  $IC$  выборки-1000 от доходов  $K_Д$  за 2021 г.

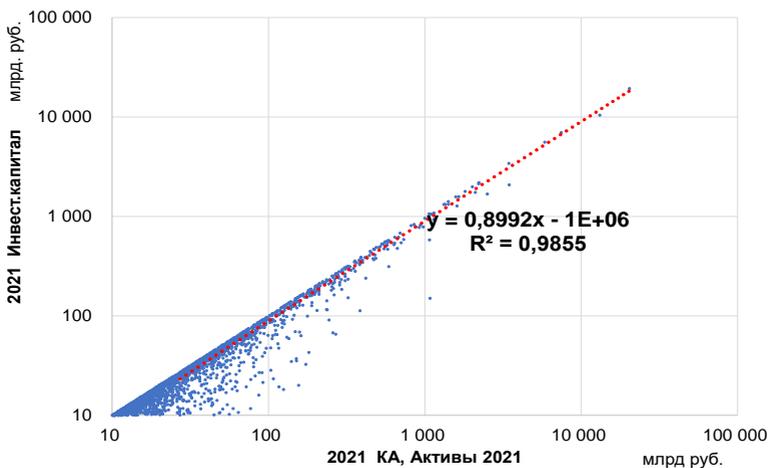


Рис. 10. Зависимость инвестированного капитала  $IC$  выборки-1000 от активов  $K_А$  за 2021 г.

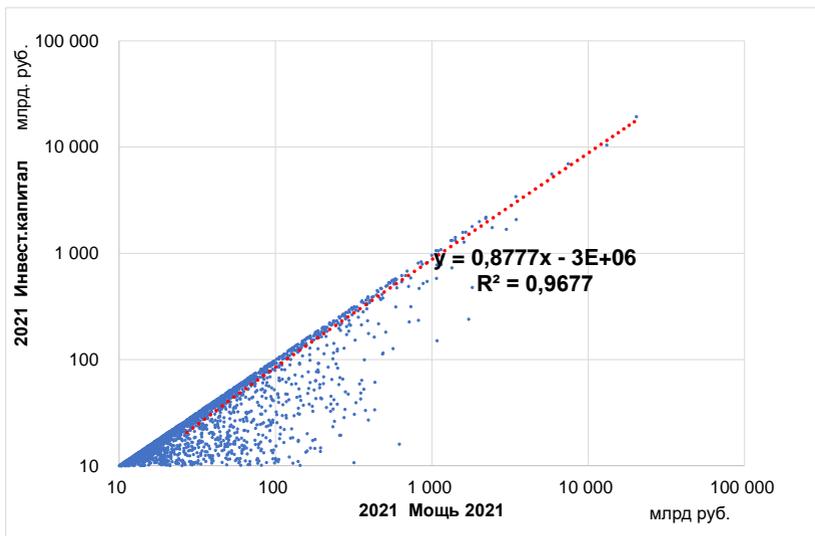


Рис. 11. Зависимость инвестированного капитала  $IC$  выборки-1000 от мощности  $K_M$  за 2021 г.

Для выборки-1000 переменный коэффициент линейной регрессии  $a_{IC,Д} = 1,5188 > 1$ , т.е. с увеличением размера организаций инвестированный капитал  $IC$  увеличивается быстрее доходов  $K_Д$ .

Для выборки-1000 переменный коэффициент линейной регрессии  $a_{IC,А} = 0,8992 < 1$  при  $R^2 = 0,9855$ , т.е. с увеличением размера организаций инвестированный капитал  $IC$  увеличивается медленнее активов  $K_А$ . Эта зависимость легко объясняется тем, что инвестированный капитал  $IC$  является частью пассивов, которые равны активам.

Таким образом, инвестированный капитал  $IC$  определяется активами  $K_А$ , а активы  $K_А$  являются более весомым фактором при формировании сводного критерия  $K_M$ . При определении инвестиционных ресурсов есть некоторая «закольцовка»: инвестированный капитал  $IC$  определяется критерием «мощи»  $K_M$ , критерием «мощь»  $K_M$  определяется индикатором активов  $K_А$  (особенно для крупных организаций), инвестированный капитал  $IC$  является частью активов  $K_А$ .

Вывод: приведенные данные и расчеты на их основании показывают, что при анализе инвестиционных ресурсов сводный критерий  $K_M$  является более предпочтительным, чем анализ зависимостей от доходов  $K_D$ .

## 8. Программная реализация модели

Реализованный программный комплекс по формированию и обработке данных организаций ориентирован на использование интеллектуальных технологий Business Intelligence. Общую схему работы можно представить следующей последовательностью (рис. 12):

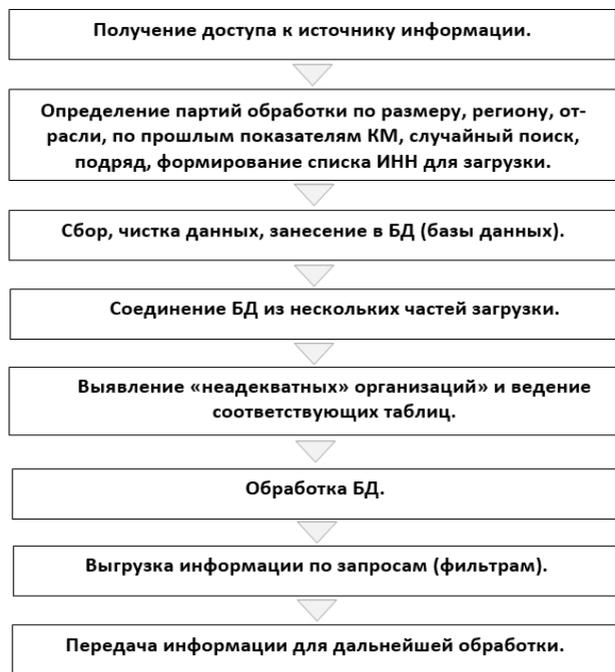


Рис. 12. Информационно-логическая схема решения задачи оперативного управления процессом

- Получение доступа к источнику информации.
- Определение партий обработки по размеру, региону, отрасли, по прошлым показателям  $K_M$ , случайный поиск, подряд, формирование списка ИНН (индивидуальный номер налогоплательщика) для загрузки.
  - Сбор, чистка данных, занесение в БД (базу данных).
  - Соединение БД из нескольких частей загрузки.
  - Выявление «неадекватных» организаций» и ведение соответствующих таблиц.
  - Обработка БД.
  - Выгрузка информации по запросам (фильтрам).
  - Передача информации для дальнейшей обработки.

Платформа-интегратор ежегодных данных обо всех предприятиях России, формируемых потоками больших из открытых источников, позволяет обрабатывать информацию с помощью приемов технологии Big Data. К числу последних относятся финансовая отчетность организаций, данные по экспорту и импорту (Федеральная таможенная служба), данные Федеральной налоговой службы, данные Росстата о индексах промышленного производства и инфляции.

Платформа-интегратор рассчитана на реализацию востребованного в настоящее время дата-центричного подхода Data Science [34], ориентированного на разработку развивающегося набора методик и сервисов для реализации сложного трудоемкого процесса подготовки к сбору данных, их обработки и презентации информации для анализа динамики развития производственной структуры России на разных уровнях, включая локальный (уровень одного предприятия), групповой (кластерный, отраслевой, региональный, межотраслевой) и национальный с присущими ему транснациональными связями. На сегодняшний день сервисы платформы-интегратора обеспечивают сопровождение потоков больших данных, используя методы имитационного моделирования и статистики.

Оценка предприятий по комплексному критерию  $K_M$  «мощь» относится к разряду технологий Business Intelligence,

интерпретирующих данные в формате поддержки сетевых решений.

Комплекс программ реализован в сочетании нескольких сред, каждая из которых реализует свой перечень функций (Питон, Access, Excel).

На момент написания статьи обработана информация 2,5 млн российских организаций. Рабочее подмножество организаций с показателями для выборки-1000 составляет 48 тыс. организаций.

Объем БД составляет около 15 Гб на начало 2024 г.

## **9. Заключение**

Предложен новый комплексный критерий сортировки организаций с рабочим названием «мощь». Критерий учитывает величину активов, выручки, прочих доходов организации.

Показано, что этот критерий позволяет лучше выделить крупные организации и легко определяется на основе финансовой отчетности.

Критерий может использоваться при формировании рейтингов компаний, а также их выборке при ограниченном ресурсе по обработке больших массивов информации.

Подтверждающие расчеты проиллюстрированы на данных крупнейших организаций России за 2021 г.

Выборка больших массивов, открытых данных стала возможной на основе концепции электронного правительства и методов обработки big data.

Предложенный критерий «мощь» более предпочтителен для определения необходимых инвестиционных ресурсов, чем выделение финансируемых организаций по критерию доходов.

Критерий «мощь» может использоваться для управления агентами крупномасштабных систем, при идентификации и определении необходимых ресурсов, в задачах распределения ресурсов по крупным агентам и построении причинно-следственных комплексов [26] для анализа взаимовлияния предприятий в различных отраслях.

## Литература

1. *100 крупнейших компаний России по чистой прибыли – 2023. Рейтинг Forbes.* – URL: <https://www.forbes.ru/biznes/497814-100-krupnejsih-kompanij-rossii-po-cistoj-pribyli-2023-rejting-forbes> (дата обращения: 12.03.2024).
2. *50 крупнейших работодателей России – 2023. Рейтинг Forbes.* – URL: <https://www.forbes.ru/biznes/503310-50-krupnejsih-rabotodatelej-rossii-2023-rejting-forbes> (дата обращения: 15.03.2024).
3. БУРКОВ В.Н., БУРКОВА И.В., ЩЕПКИН А.В. *Метод синтеза системы комплексного оценивания* // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2020. – Т. 20, №4. – С. 63–73.
4. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А., ЩЕПКИН А.В. *Механизмы управления эколого-экономическими системами* / Под ред. академика С.Н. Васильева. – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 2008. – 244 с.
5. БУРКОВ В.Н., СЕРГЕЕВ В.А., КОРГИН Н.А. *Идентификация механизмов комплексного оценивания на основе унитарного кода* // Управление большими системами. – 2020. – Вып. 87. – С. 67–85.
6. ВАРНАВСКИЙ В.Г. *Применение мировых моделей «затраты – выпуск» для анализа структурных сдвигов и оценки участия отраслей промышленности России в глобальных производственных цепочках* // Проблемы управления. – 2024. – №2. – С. 51–59. (принята к печати)
7. *Ведущие морские державы в 2021 г., компоненты индекса морской мощи-21.* – URL: <https://www.imemo.ru/files/File/ru/publ/2021/SPR.pdf>.
8. *Выручка (нетто) от продажи товаров, продукции, работ, услуг (за минусом налога на добавленную стоимость, акцизов и иных аналогичных обязательных платежей) по данным бухгалтерской отчетности с 2017 г.* – URL: <https://www.fedstat.ru/indicator/58235> (дата обращения: 23.03.2024).

9. *Государственный информационный ресурс бухгалтерской (финансовой) отчетности* [Электронный ресурс]. – URL: <https://bo.nalog.ru/> (дата обращения: 20.02.2024).
10. *ГОСТ Р 27.303-2021 (МЭК 60812:2018). Национальный стандарт Российской Федерации. Надежность в технике. Анализ видов и последствий отказов (утв. и введен в действие Приказом Росстандарта от 21.09.2021 N 987-ст*
11. ГРЯЗНОВА А.Г., ФЕДОТОВА М.А., ЭСКИНДАРОВ М.А. и др. *Оценка стоимости предприятия (бизнеса)*. – М.: Интерреклама, 2003. – 544 с.
12. ДРАНКО О.И. *Капиталоемкость видов деятельности российской экономики // Аудит и финансовый анализ*. – 2015. – №3. – С. 67–70.
13. ДРАНКО О.И. *Шестой технологический уклад: некоторые экономические сценарии для предприятий // Вестник ЮУрГУ: Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника»*. – 2018. – Т. 18, №2. – С. 131–141.
14. ДРАНКО О.И. *Экспресс-модель оценки стоимости бизнеса // Проблемы управления*. – 2012. – №4. – С. 32–37.
15. ДРАНКО О.И., Филимонов В.С. *Исследование параметров управления в аналитической модели стоимости компании: рост сильных, падение слабых // Проблемы управления*. – 2014. – №6. – С. 52–58.
16. ЗАХАРОВА А.А., ПОДВЕСОВСКИЙ А.Г., ИСАЕВ Р.А. *Нечеткие когнитивные модели в управлении слабоструктурированными социально-экономическими системами // Информационные и математические технологии в науке и управлении*. – 2020. – №4(20). – С. 5–23.
17. КАЗАКОВА Н.А. *Экономический анализ в оценке бизнеса и управлении инвестиционной привлекательностью компании*. – М.: Финансы и статистика, 2013. – 240 с.
18. *Киберленинка*. – URL: <https://cyberleninka.ru/>
19. КОГОТОВ В.В. *Критерии идентификации крупных предприятий в национальной экономике // Экономический журнал*. – 2011. – №23. – С. 90–102.
20. КОХ Р. *Революция 80/20* – М.: ООО «Попурри», 2004. – 336 с.

21. ЛЕВИНТАЛЬ А.Б., ЕФРЕМЕНКО В.Ф., ГУСЕВ В.Б. и др. *Комплексное оценивание и планирование развития региона*. – М.: ИПУ РАН, 2006. – 52 с.
22. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М.: Физматлит, 2021. – 636 с.
23. ООО «ЛИМ». *Бухгалтерская отчетность*. – URL: <https://www.rusprofile.ru/accounting?ogrn=1079847018943> (дата обращения: 14.03.2024).
24. *Открытые данные. Федеральная служба государственной статистики* [Электронный ресурс]. – URL: <https://rosstat.gov.ru/opendata/> (дата обращения: 20.02.2024).
25. ПОЛИВАЧ А.П., ГУДЕВ П.А. *Морские державы 2021: индекс ИМЭМО РАН*. – М.: ИМЭМО РАН, 2021. – 178 с.
26. РЕЗЧИКОВ А.Ф., ТВЕРДОХЛЕБОВ В.А. *Причинно-следственные комплексы взаимодействий в производственных процессах // Проблемы управления*. – 2010. – №3. – С. 51–59.
27. *РБК 500*. – URL: <https://pro.rbc.ru/rbc500> (дата обращения: 15.03.2024).
28. *Рейтинг крупнейших компаний России по объему реализации продукции – RAEX-600* – URL: [https://raex-rr.com/largest/RAEX-600/biggest\\_companies/2022/](https://raex-rr.com/largest/RAEX-600/biggest_companies/2022/) (дата обращения: 15.03.2024).
29. *Рейтинги банков*. – URL: <https://www.banki.ru/banks/ratings/> (дата обращения: 27.03.2024).
30. *Рыночная капитализация*. – URL: <https://www.moex.com/s26/> (дата обращения: 11.03.2024).
31. *Рыночная капитализация ценных бумаг по итогам торгов на фондовом рынке ПАО Московская Биржа на конец IV квартала 2023 года*. – URL: <https://www.moex.com/a8670> (дата обращения: 11.03.2024).
32. СПИРИДОНОВА Е.А. *Оценка стоимости бизнеса: Учебник и практикум*. – М.: Изд-во Юрайт, 2016. – 299 с.
33. *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова». Баланс государственного (муниципального) учреждения*

- (ф.0503730) за 2022 год. – URL: <https://bus.gov.ru/agency/149215/annual-balances-F0503730/7304850> (дата обращения: 27.03.2024).
34. *Что такое Data Science и зачем она нужна бизнесу.* – URL: <https://trends.rbc.ru/trends/industry/cmrm/60740ae09a7947fd64bbed56> (дата обращения: 30.03.2024).
  35. AVDEEVA Z.K., GREBENYUK E.A., KOVRIGA S.V. *Forecasting of Key Indicators of the Manufacturing System in Changing External Environment* // IFAC-PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53 (2). – P. 10720–10725.
  36. AVDEEVA Z.K., KOVRIGA S.V. *The goal-setting of knowledge-intensive industries: decision support based on cognitive maps* // IFAC-PapersOnLine. Denmark: Elsevier Science Publishing Company, Inc. – 2019. – Vol. 52, Iss. 25. – P. 281–286.
  37. *Company Register.* – URL: <http://index.okfn.org/dataset/companies> (дата обращения: 10.03.2024).
  38. DRANKO O.I. *The Aggregate Model of Business Valuation by Three Methods* // Proc. of the 13th Int. Conf. "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). – M.: IPU RAN (IEEE). – 2020. – DOI: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9247842>.
  39. DRANKO O.I., STEPANOVSKAYA I.A., BOGOMOLOV A.S. *Labor Productivity Variations: Big Data Analysis* // Proc. of 7th Int. Conf. on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT 2023). Astrakhan, IEEE. – 2023. – DOI: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10347131>.
  40. *Global Open Data Index. Place overview.* – URL: <http://index.okfn.org/place.html>. (дата обращения: 10.03.2024).
  41. *Google Академия.* – URL <https://scholar.google.com>
  42. PODVESOVSKII A.G., ZAKHAROVA A.A., KOROSTELYOV D.A. et al. *DecisionMaster: A multi-criteria decision support system with ability to combine different decision rules* // SoftwareX. – 2021. – Vol. 16. – P. 100814.
  43. *The Global 2000.* – URL: <https://www.forbes.com/lists/global2000> (дата обращения: 25.03.2024).

44. TYAPKINA M.F. et al. *Rating of agricultural enterprises of Irkutsk region based on multivariate analysis* // European Proc. of Social and Behavioural Sciences. – 2018. – Vol. 50. – P. 1285–1294.
45. ZAKHAROVA A., SHKLYAR A., VEKHTER E. *Visual Data Models in Scientific Search for Interpretation of Multiparametric Signals* // Communications in Computer and Information Science. Cham: Springer. – 2023. CCIS 1909. – P. 117–130.

## POWER OF THE ORGANIZATION: RATING CRITERION

**Oleg Dranko**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, assistant professor (olegdranko@gmail.com).

**Aleksandr Rezhikov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Corresponding Member Russian Academy of Sciences (rw4cy@mail.ru).

**Iraida Stepanovskaya**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., Senior Researcher (irstepan@ipu.ru).

**Alexej Bogomolov**, Federal Research Center «Saratov Research Center of the RAS», Saratov, Doctor of Science, assistant professor (alexbogomolov@yandex.ru).

**Vadim Kushnikov**, Federal Research Center «Saratov Research Center of the RAS», Saratov, Doctor of Science, professor (kushnikoff@yandex.ru).

*Abstract: In today's digital economy development, rating is becoming one of the main tools for assessing the growth and development of organizations. It is based on the analysis of a set of financial and non-financial indicators of their activities in the interests of forecasting potential trends in their development in the future. Examples include competitiveness, doing business, innovation rating, credit rating, investment attractiveness rating. High positions of enterprises according to these ratings mainly indicate their successful development. At the same time, rating is playing an increasingly important role, focused on direct support for managerial economic decision-making. An urgent problem of improving rating methods is the search for criteria for assessing the ability of enterprises to mobilize their resources to obtain the effect of return on investment in their development. This study aimed at developing a theoretical and methodological approach to rating organizations as the most important subjects of economic activity that form the country's GDP. The*

*article considers the problem of determining investment points. The authors introduce a generalizing economic indicator called the "power" of the organization, and the methodology for calculating it. Actual data demonstrate the relationship between the "power" indicator and the value of the indicators of investment (invested capital) and income. The authors show that for the largest organizations in the country, the component of assets plays a decisive role. The subproblem of the influence of the indicator under consideration on investment resources is considered. Calculations carried out on the basis of open data of Russian organizations of the Federal Tax Service of Russia illustrate the proposed methodology.*

**Keywords:** mathematical model, management, criteria, decision-making, optimization, forecasting, indicator, rating, parameter identification, complex model, large-scale systems, data analysis, data processing, big data.

УДК 004.942

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.9

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Ф.Т. Алескеровым.*

*Поступила в редакцию 05.04.2024.  
Опубликована 31.07.2024.*

## ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ АССИМИЛЯЦИИ НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ: ОБЗОР ПОДХОДОВ И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИХ ПРИМЕНЕНИЮ<sup>1</sup>

Андрианов А. А.<sup>2</sup>, Андрианова О. Н.<sup>3</sup>  
(Обнинский институт атомной энергетики  
НИЯУ МИФИ, Обнинск)

*Приводится обзор современных подходов к диагностике и оценке качества результатов ассимиляции данных в задачах моделирования нейтронно-физических процессов в объектах использования атомной энергии. Несмотря на широкое применение методов ассимиляции нейтронно-физических данных в последнее время, вопросам диагностики и оценки качества, достоверности и надежности результатов ассимиляции не уделяется должного внимания. В работе систематизированы и описаны все известные метрики и подходы к оценке качества используемых ковариационных данных, показатели информативности и подобия реакторно-физических экспериментов друг другу и в отношении целевого объекта, способы выявления противоречивых экспериментов и диагностики качества решений на основе различных статистических показателей. Обсуждаются области применения различных метрик и подходов, их преимущества и недостатки, а также авторское видение места каждого из показателей и возможная последовательность их применения при реализации процедур ассимиляции в рассматриваемой предметной области. В работе также приводятся рекомендации, направленные на то, чтобы избежать нефизических решений, минимизировать компенсаторные эффекты при корректировке модельных параметров, включая нейтронные константы и технологические параметры, обеспечить возможность вовлечь в анализ эксперименты, носящие противоречивый характер.*

Ключевые слова: ассимиляция данных, машинное обучение, анализ неопределенности, нейтронно-физическое моделирование, объекты использования атомной энергии, реакторно-физические эксперименты.

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-10154.

<sup>2</sup> Андрей Алексеевич Андрианов, к.т.н., доцент (andreyandrianov@yandex.ru).

<sup>3</sup> Ольга Николаевна Андрианова, к.т.н. (o.n.andrianova@yandex.ru).

## 1. Введение

Ассимиляция данных – процедура корректировки параметров расчетной модели<sup>1</sup> в соответствии с данными наблюдений/измерений [1]. Соответствующие процедуры, позволяющие уточнять расчетные модели и тем самым создавать предпосылки для эффективного практического использования математических методов, являются важным элементом при решении прикладных задач в разных предметных областях, где предъявляются высокие требования к качеству расчетных предсказаний. Данный класс методов активно развивается начиная с 50-х годов XX века, когда возник острый запрос со стороны прикладных наук [4, 6]. На текущий момент создана широкая палитра разнообразных подходов, которые позволяют осуществить [17–20]:

- уточнение параметров моделей на основе результатов наблюдений/измерений;
- численные прогнозы физических характеристик исследуемой системы и определение точностей их расчетного предсказания;
- определение требований к точности параметров модели, необходимых для достижения целевых точностей прогнозов физических характеристик исследуемой системы;
- уточнение условий измерений и снижение их неопределённостей;
- восполнение данных разреженных измерений;
- планирование недостающих измерений на экспериментальных установках, структурно подобных исследуемой системе.

Цель алгоритмов ассимиляции данных состоит в том, чтобы скорректировать исходные параметры модели  $x$ , приблизив их

---

<sup>1</sup> Здесь и далее под термином «модель» будем понимать также совокупность или систему моделей, в которых могут присутствовать как общие, так и различные параметры, требующие уточнения по результатам сопоставления результатов расчетов с экспериментальными данными.

к истинным значениям  $\mathbf{x}_{\text{ист}}$ , используя два источника информации: априорную оценку параметров  $\mathbf{x}_{\text{исх}}$  и измеренные/наблюдаемые значения характеристик  $\mathbf{E}$  [16].

Методы вариационной ассимиляции данных, обсуждаемые в настоящей работе, направлены на поиск оптимально-взвешенного компромисса между исходными параметрами  $\mathbf{x}$  и результирующими характеристиками  $\mathbf{E}$  посредством минимизации целевой функции  $J$ , определяемой следующим образом [6]:

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T \mathbf{M}_x^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + (\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}))^T (\mathbf{W}^T \mathbf{M}_E \mathbf{W})^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x})),$$

где  $\mathbf{x}_0$  – вектор исходных значений параметров модели;  $\mathbf{W}$  – диагональная матрица весов экспериментов (в классической постановке задачи принимается равной единичной матрице);  $\mathbf{M}_x$  и  $\mathbf{M}_E$  – ковариационные матрицы модельных параметров и измерений соответственно ( $\mathbf{M}_{ii} = d_i$  (дисперсия) для  $i = j$ ;  $\mathbf{M}_{ij} = \text{cov}(x_i, x_j)$  для  $i \neq j$ ).

Таким образом, процедура ассимиляции данных сводится к оптимизационной задаче (предполагается, что модель корректно отражает особенности предметной области и необходимо только уточнить ее параметры). Решение оптимизационной задачи – скорректированный набор исходных модельных параметров. При решении прикладных задач важными этапами являются подготовка исходных данных и оценка качества результата. Если результат ассимиляции неудовлетворительный, необходимо скорректировать постановку задачи и/или ее параметры и повторить ассимиляцию. На рис. 1 представлена общая схема процедуры ассимиляции данных.

Несмотря на тот факт, что методы ассимиляции данных достаточно активно применяются в последнее время во всем мире в различных предметных областях, в том числе при моделировании нейтронно-физических процессов в объектах использования атомной энергии (ОИАЭ) [13, 16, 19], вопросам оценки качества результатов ассимиляции экспериментальных нейтронно-физических данных должного внимания не уделяется.

В настоящей работе описаны наиболее популярные метрики и подходы к оценке качества используемых ковариационных данных, показатели информативности и подобия реакторно-физических экспериментов друг другу и в отношении целевого объекта,

способы выявления противоречивых экспериментов и диагностики качества решения, основанные на различных статистических показателях. Отмечены области применения различных метрик и подходов, их достоинства и недостатки, даны рекомендации по их применению. Настоящая работа представляет собой продолжение статьи [1], в которой обсуждается текущее состояние и перспективы развития методов ассимиляции данных в задачах моделирования нейтронно-физических процессов в ОИАЭ.



Рис. 1. Общая схема процедуры ассимиляции данных

## 2. Ассимиляция нейтронно-физических данных

Первоочередной категорией параметров нейтронно-физических моделей, для уточнения которых применяются процедуры ассимиляции, являются нейтронные данные: нейтронные сечения, параметры описания анизотропии рассеяния, спектр нейтронов деления и т.п. [13] Нейтронные данные оцениваются по результатам многочисленных измерений, каждое из которых характеризуется определённой погрешностью [10]. Погрешности возникают из-за наличия различных факторов: метод измерения (разрешение, фон, и пр.), способ нормировки, согласованность

различных циклов измерений, способ параметризации энергетической зависимости и т.д. (см. Приложение 1) Как следствие, приписываемая нейтронным данным погрешность такова, что неопределенность нейтронно-физических расчетов на их основе остается достаточно высокой и не удовлетворяет прикладным запросам, что, в свою очередь, актуализирует задачу по уточнению нейтронных данных в пределах их погрешностей определения по результатам реакторно-физических измерений [2].

При решении прикладных задач могут возникать ситуации, когда расхождения между расчетными и экспериментальными значениями не могут быть устранены корректировкой одних только нейтронных констант в пределах их погрешностей измерения. Возможно, в таких случаях расчетно-экспериментальные расхождения могли быть вызваны другими факторами (например неадекватностью расчётной модели, большими погрешностями технологических параметров и пр.), поэтому минимизация этих расхождений исключительно уточнением нейтронных констант может приводить к нефизичным решениям. В случаях, если надежность экспериментальных данных не вызывает сомнений, возможно выполнить калибровку расчетной модели экспериментов путем корректировки технологических параметров в пределах их погрешностей определения.

Под технологическими параметрами понимают исходные данные расчетной модели реакторно-физического эксперимента или проектируемого объекта, которыми описывают структурные элементы конструкций активной зоны, экранов, отражателей, радиационной защиты [4]. Для случая стационарных задач переноса нейтронов – это геометрические размеры, материальные составы, температуры материалов. Для задач нуклидной кинетики помимо причисленных параметров важную роль играют режимы облучения топлива (длительность облучения и выдержки, тепловая мощность и пр.). В отличие от нейтронных констант, которые являются общими входными данными для расчётных моделей различных объектов (экспериментов, проектируемых реакторных систем, систем внешнего топливного цикла), технологические параметры в общем случае будут отличаться: каждый объект будет описываться своим набором технологических парамет-

ров. В ситуациях, когда влияние неопределённостей технологических параметров на погрешности расчета нейтронно-физического функционала сравнимо по величине с влиянием неопределённостей от нейтронных констант, технологические параметры наряду с нейтронными константами могут считаться дополнительными неизвестными при ассимиляции.

Одна из главных трудностей, с которыми приходится сталкиваться при практическом применении процедуры ассимиляции нейтронно-физических данных, – проблема нехватки экспериментальных данных по измерениям нейтронно-физических характеристик на установках, структурно подобных целевым объектам (из-за высокой стоимости соответствующих реакторно-физических экспериментов) [16]. Эта проблема приводит к необходимости вовлечения в процедуру ассимиляции нейтронно-физических данных всей доступной экспериментальной информации, полученной в рамках альтернативных экспериментальных программ. В этой связи возникает задача анализа разноплановых измерений, которые зачастую могут характеризоваться большими неопределённостями и оказаться противоречивыми друг другу. Противоречивость экспериментальных данных проявляется в том, что рассмотрение таких экспериментальных данных по отдельности приводит к противоположным тенденциям в смещениях  $S(x)$  и параметрах  $x$  для разных измерений [6].

Также при решении прикладных задач в условиях ограниченности экспериментальной информации могут проявляться так называемые эффекты компенсации [14, 15]. Суть этих эффектов состоит в том, что происходит «избыточная» корректировка определенных модельных параметров для компенсации влияния других параметров, которые были либо некорректно учтены, либо вообще исключены из рассмотрения при составлении расчетной модели. Исключение определенных параметров модели из списка корректируемых может происходить на этапе формулирования оптимизационной задачи из-за того, что влияние этих параметров на конкретный измеряемый реакторно-физический функционал мало по сравнению с влиянием других параметров, а другие типы измерений, чувствительные к данным параметрам, не были включены в рассмотрение. Еще одной причиной возник-

новения эффектов компенсации может явиться ситуация, в которой связи или корреляции одних параметров модели с другими либо не были учтены, либо были учтены некорректно.

Одним из примеров, демонстрирующим ситуацию, в которой возможно проявление эффектов компенсации, является эксперимент по измерению так называемых спектральных индексов (отношений скоростей реакций – свёрток нейтронного потока с соответствующими нейтронными сечениями). При анализе таких экспериментов могут проявиться эффекты компенсации (ввиду дробно-линейного характера измеряемого реакторно-физического функционала): например, при корректировке нейтронных сечений на экспериментах по измерению спектрального индекса C8/F9 сечение радиационного захвата  $^{238}\text{U}$  может компенсировать сечение деления  $^{239}\text{Pu}$  [15]. В общем случае при рассмотрении большого числа параметров причины возникновения эффектов компенсации являются трудно диагностируемыми. Наличие эффектов компенсации в ряде случаев можно определить на основе анализа рекомендуемых смещений в уточняемых модельных параметрах.

Выявление взаимодополняющих, информативных, и, напротив, противоречивых экспериментов, а также наличия эффектов компенсации требует проведения проверки корректности и физичности используемых исходных данных и конечных результатов корректировки модельных параметров. Для этого предложены разнообразные метрики оценки информативности и подобия реакторно-физических экспериментов друг другу и в отношении целевого объекта, а также методики выявления противоречивых экспериментов, оценки и диагностики качества решения в задачах ассимиляции экспериментальных нейтронно-физических данных.

### **3. Требования к исходным данным для обеспечения эффективной корректировки**

Поскольку ковариационные матрицы погрешностей нейтронных констант и реакторно-физических экспериментов (обусловлены общими технологическими параметрами, см. При-

ложение 1) являются крайне важной категорией данных при решении задач ассимиляции нейтронно-физических данных, то проверка всех входных данных процедуры на согласованность и непротиворечивость является важным и ответственным этапом.

Анализ непротиворечивости нейтронных констант и экспериментальных данных основан на следующих приближениях и предположениях, невыполнение которых может приводить к рассогласованности входных данных между собой и некорректным результатам:

– Погрешности нейтронных данных распределены в соответствии с заданным многомерным (как правило, нормальным или логнормальным) распределением: принятые значения нейтронных констант являются адекватными (в пределах погрешностей) оценками математических ожиданий соответствующих величин, диагональные элементы ковариационной матрицы являются достаточно точными оценками дисперсий этих величин, а недиагональные элементы корректно описывают взаимозависимость возможных отклонений разных констант от их математических ожиданий.

– В случае, когда корректируются исключительно нейтронные константы, расчетно-экспериментальные расхождения (см. Приложение 2) анализируемого набора экспериментов должны быть обусловлены только неточностью констант и погрешностями измерений.

– Реакторно-физические эксперименты адекватно описываются разработанными для них расчетными бенчмарк-моделями: погрешность результата расчета, связанная с неточностью используемой бенчмарк-моделью, существенно меньше суммарной расчетной и экспериментальной погрешности.

– Погрешности результатов расчета, обусловленные неточным знанием условий выполнения эксперимента, и погрешности результатов измерений распределены по известным законам, полностью определяющимися расчетными значениями измерявшихся величин и их ковариационной матрицей, а также экспериментальными значениями этих величин и их ковариационной матрицей.

Отмеченные предположения накладывают определенные требования к реакторно-физическим экспериментам и матрицам погрешностей нейтронных констант и технологических параметров. К числу наиболее значимых требований следует отнести следующие группы требований. Общие требования к матрицам погрешностей [8]:

– Значения погрешностей нейтронных данных должны соответствовать их погрешностям измерений, не иметь неоправданно высоких или низких значений, резких скачков (более чем в 8 раз). Аномально высокие («в разы» превышающие 100%) и аномально низкие (нулевые значения погрешностей для небольших, но ненулевых значений параметров) значения погрешностей должны быть скорректированы или отфильтрованы [10], иначе такие погрешности невозможно интерпретировать в качестве характеристик многомерных распределений (нормального или логнормального)<sup>1</sup>.

– Ковариационные матрицы погрешностей по определению должны быть симметричны, значения коэффициентов корреляции должны лежать в пределах от  $-1$  до  $+1$ , а на диагонали – строго равны единице.

– Ковариационные матрицы погрешностей должны быть положительно (полуположительно) определены (данное требование может не выполняться, когда при записи ковариационных матриц происходит округление значений ковариаций либо вследствие возникновения ошибок при их определении).

Требования к реакторно-физическим экспериментам:

---

<sup>1</sup> Например, для групповых нейтронных констант существует ряд маркеров, выявляющих нефизичность оценок их погрешностей. Нереалистичные (заниженные) значения погрешностей нейтронных констант, которые не соответствуют возможностям измерительной техники: для сечений нейтронных реакций – погрешность полного сечения  $< 1\%$ , упругого рассеяния  $< 2\%$ , захвата  $< 2\%$ , неупругого рассеяния  $< 3\%$ , деления  $< 0,7\%$ ,  $\nu < 0,7\%$ , реакция  $(n, 2n) < 3\%$ , другие  $< 3\%$ . Небольшие погрешности малых значений нейтронных сечений, измерение которых с высокой точностью нереализуемо (например, нейтронное сечение  $< 3$  мбарн, а погрешность  $< 25\%$ ) или нулевые значения погрешностей для ненулевых значений сечений.

– Реакторно-физические эксперименты должны иметь простую геометрию и хорошо известный состав. Все неопределенности, влияющие на результат, должны быть минимизированы и оценены (например, посредством уточнения значений технологических параметров). Расчетная модель должна быть полна и адекватна условиям проведения эксперимента.

– Должна быть выполнена корректная оценка экспериментальной погрешности, а в случае серии экспериментов – определена ковариационная матрица погрешностей.

– Перед процедурой корректировки должен быть выполнен анализ экспериментов на их информативность применительно к целевой установке, а также оценены коэффициенты подобия экспериментов друг другу (эксперименты должны быть информативными, взаимодополнительными и непротиворечивыми).

– Должна быть продемонстрирована непротиворечивость набора экспериментов (как для всей совокупности экспериментов, так и для их отдельных групп): в результате корректировки должны возникать смещения в уточняемых модельных параметрах одного знака.

#### **4. Способы диагностики и оценка качества результатов ассимиляции нейтронно-физических данных**

Для обеспечения физически приемлемого и корректного уточнения параметров нейтронно-физических моделей рекомендуется оценивать разнообразные диагностические метрики как до, так и после применения формальных процедур ассимиляции данных. Оценка до корректировки помогает выявить и устранить противоречия в экспериментальных данных и сформулировать оптимизационную задачу, оценка после корректировки с опорой на ее результаты характеризует качество полученного решения. На практике соответствующие оценки проводятся неоднократно: пересматривается набор экспериментов, анализируется, как те или иные изменения в формальной постановке оптимизационной задачи влияют на уточняемые модельные параметры. В резуль-

тате реализации нескольких таких циклов получается найти сбалансированное физически корректное решение, а также сформировать понимание основных факторов, определяющих решение, и тем самым объяснить результаты/механизм корректировки.

#### 4.1. МЕТРИКИ ИНФОРМАТИВНОСТИ И НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Анализ всей имеющейся экспериментальной информации перед корректировкой необходим как для отбора информативных, так и выявления взаимодополняющих и противоречивых реакторно-физических экспериментов. Ниже указаны основные рекомендуемые метрики, которые можно использовать для этих целей [15].

Для формирования набора информативных экспериментов вычисляют коэффициенты корреляции между каждым экспериментом и целевой системой и между различными экспериментами. Коэффициент корреляции между двумя системами  $i$  и  $j$  может быть вычислен по формуле [6]

$$\rho_{ij} = \frac{(\mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}_j)}{[(\mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}_i)(\mathbf{S}_j^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}_j)]^{1/2}},$$

где  $\mathbf{M}_x$  – ковариационная матрица общих параметров расчетных моделей,  $\mathbf{S}$  – коэффициенты чувствительности к этим параметрам реакторных функционалов. С математической точки зрения этот коэффициент представляет собой корреляцию Пирсона (значение изменяется в пределах от  $-1$  до  $1$ ). Таким образом в качестве количественной характеристики меры подобия измеряемых и предсказываемых величин выбрана безразмерная величина, определяемая сверткой коэффициентов чувствительностей измеряемых и предсказываемых характеристик к общим для обеих систем параметрам (эксперимент  $i$  и  $j$  или эксперимент и целевая система) с ковариационной матрицей этих параметров.

Коэффициент корреляции между экспериментом и целевой системой иногда также называют коэффициентом информативности, или подобия, эксперимента целевой системе: чем выше его значение и ближе к  $1$ , тем большей информативностью/подобием

обладает рассмотренный эксперимент в отношении целевой системы. На практике рекомендуется исключать из рассмотрения эксперименты с коэффициентом подобия к целевой системе ниже 0,3.

Анализируя значения коэффициентов корреляции между экспериментами и целевой системой можно выявить комплементарные (или взаимодополняющие) эксперименты. Если коэффициент корреляции между экспериментами много меньше единицы, но при этом коэффициенты подобия обоих экспериментов высоки (более 0,3), существует сильная взаимодополняемость этих экспериментов с точки зрения их вклада в уточнение модельных параметров целевой системы. В этом случае оба эксперимента полезны для корректировки и должны быть использованы при реализации процедур ассимиляции данных.

Для выявления противоречивости в экспериментальных данных рассматривают различные статистические показатели  $\chi^2$ . Второе слагаемое оптимизируемой целевой функции  $J$  представляет собой квадратичную форму и имеет распределение  $\chi^2$  с  $n$  степенями свободы, которое при достаточно больших значениях  $n$  будет стремиться к нормальному распределению с параметрами  $N(n, \sqrt{2n})$  (см. Приложение 2):

$$\chi^2 = (\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}))^T (\mathbf{W}^T \mathbf{M}_{EC} \mathbf{W})^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x})),$$

где  $\mathbf{M}_{EC} = \mathbf{M}_E + \mathbf{M}_C$  – сумма ковариационных матриц, обусловленных погрешностью измерений и расчета рассматриваемого реакторного функционала.

Данное наблюдение используют для предварительной оценки согласованности экспериментальных данных. С помощью  $\chi^2$ -тестов можно определить качество соответствия между наблюдаемыми  $\mathbf{E}$  и определяемыми с помощью расчетной модели результатами  $\mathbf{C}(\mathbf{x})$  (см. Приложение 2).

Поскольку при реализации методов ассимиляции данных допускается, что расчетно-экспериментальные расхождения могут выходить за пределы экспериментальной погрешности, но при этом эти расхождения лежат в пределах погрешности расчетов, обусловленной неопределённостью параметров модели, то рассмотренные ниже показатели помогают выявить такие эксперименты, для которых нарушается это условие.

Для выявления несогласованности в расчетных и экспериментальных данных определяют «индивидуальное» значение  $\chi$  каждого эксперимента, измеряемое в сигмах:

$$\chi_{ind,i} = \frac{(E_i - C_i)}{\sqrt{\mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}_i + \mathbf{M}_{EC}}}$$

Это значение соответствует отношению расчетно-экспериментального отклонения к неопределенности, обусловленной погрешностью измерений, точностью выполнения расчетов и неопределенностью всех параметров модели.

Показатель  $\chi_{diag,i}$  также выявляет несоответствие в ковариационных и экспериментальных данных (если  $\chi_{diag,i} \gg 1$ ) и представляет собой значение отношения расчетно-экспериментального отклонения к диагональным значениям полной ковариационной матрицы, измеряемое в сигмах:

$$\chi_{diag,i} = \frac{|E_i - C_i|}{\sqrt{(\mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S} + \mathbf{M}_{EC})_{ii}^{-1}}}$$

где под  $\sqrt{(\mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S} + \mathbf{M}_{EC})_{ii}^{-1}}$  понимается квадратный корень из диагонального элемента  $ii$  обратной матрицы  $\mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S} + \mathbf{M}_{EC}$ .

Если индивидуальное или диагональное значения  $\chi$  существенно превышают единицу, то это может указывать на наличие несоответствия между расчетно-экспериментальным расхождением и ковариационными матрицами  $\mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}$ ,  $\mathbf{M}_E$  и  $\mathbf{M}_C$ . Другими словами, в этом случае расчетно-экспериментальное расхождение не может быть обусловлено только неопределенностью в параметрах модели и погрешностью экспериментов, а значит эксперименты, для которых эти показатели имеют большие значения, должны быть пересмотрены/переоценены.

Также может быть рассмотрен вклад каждого эксперимента в минимизируемый функционал  $J$ :

$$\chi_{con,i} = \frac{(\mathbf{E} - \mathbf{C})^T (\mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S} + \mathbf{M}_{EC})_{ii}^{-1} (E_i - C_i)}{n}$$

Если соответствующий вклад конкретного эксперимента в функционал  $J$  меньше 0, то этот эксперимент крайне важен для

процедуры ассимиляции данных, поскольку его включение позволит значительно снизить расчетно-экспериментальные расходы.

Следующий показатель – так называемый фактор Ишикавы – позволяет выявить эксперименты, рассмотрение которых не приводит к корректировке параметров модели:

$$IS_i = \frac{\mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}_i}{\mathbf{M}_{ECi}}$$

В случае, когда фактор Ишикавы принимает очень маленькие значения  $IS_i \ll 1$ , это означает, что в процессе ассимиляции данных откорректированные параметры и их погрешности останутся неизменными ( $\mathbf{x}' \approx \mathbf{x}$  и  $\mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x' \mathbf{S}_i \approx \mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}_i$ ). Такая ситуация может возникать, если эксперимент имеет очень плохую точность измерений, в этом случае стоит пересмотреть оценку погрешности измерений. В случае, когда фактор Ишикавы  $IS_i \gg 1$ , апостериорная погрешность расчета станет равной погрешности измерений ( $\mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x' \mathbf{S}_i \approx \mathbf{M}_{ECi}$ ), а значит, такой эксперимент крайне важен для процедуры ассимиляции данных. Если фактор Ишикавы  $IS_i \approx 1$ , это означает, что апостериорная погрешность расчета снизится примерно вдвое ( $\mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x' \mathbf{S}_i \approx \mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}_i / 2$ ).

#### 4.2. МЕТРИКИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РЕШЕНИЙ

После получения формального решения оптимизационной задачи рекомендуется проанализировать результаты на предмет корректности решения. Решение считается неприемлемым, если:

- полученное смещение значения корректируемого параметра превышает априорную погрешность определения этого параметра;
- значения откорректированных параметров перестают иметь физический смысл (отрицательные, слишком большие или слишком маленькие значения);
- наблюдаются аномально большие изменения в параметрах, имеющих небольшую чувствительность к рассмотренным расчетным функционалам;
- смещения в параметрах значительные, но при этом изменение апостериорной погрешности невелики.

Если после корректировки минимизируемый функционал  $J$  снизился незначительно по сравнению с начальным значением, вычисленным для неоткорректированных параметров, следует вернуться к этапу анализа показателей  $\chi^2$  и выполнить корректировку с уменьшением веса тех экспериментов, которые эти показатели выявили как малоинформативные. Другими словами, вычисление показателей  $\chi^2$  позволяет приоритизировать набор экспериментов и выявить те эксперименты, включение которых в процедуру ассимиляции данных заведомо может приводить к некорректным смещениям в модельных параметрах.

Для отслеживания улучшений результатов корректировки вследствие исключения или введения матрицы весов для малоинформативных и/или противоречивых экспериментальных данных используют так называемый показатель Кука, определяемый следующей формулой [14]:

$$D_i = (\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}')^T \mathbf{M}'_x{}^{-1} (\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'),$$

где  $\mathbf{x}'$  – набор откорректированных параметров на всей рассмотренной совокупности экспериментальных данных;  $\mathbf{x}'_i$  – набор откорректированных параметров, полученных при условии, что эксперимент  $i$  был исключен из процедуры корректировки или его вес был изменен;  $\mathbf{M}'_x$  – апостериорная ковариационная матрица параметров  $\mathbf{x}$ .

Небольшое значение показателя Кука ( $D_i$ ) свидетельствует о незначительном влиянии эксперимента  $i$  на результат корректировки. Большое значение  $D_i$  говорит о высокой информативности рассматриваемого эксперимента. Таким образом, коэффициент Кука устанавливает взаимосвязь между весом эксперимента и смещением в параметрах модели и является альтернативным способом проверки согласованности и корректности всей совокупности данных, необходимых для проведения процедуры уточнения модельных параметров.

#### 4.3. ПОКАЗАТЕЛИ, ВЫЯВЛЯЮЩИЕ ЭФФЕКТЫ КОМПЕНСАЦИИ

Для выявления возможных эффектов компенсации предложены три метрики [15].

1. *Мобильность* параметра  $i$  при корректировке определяется соотношением:

$$mob_i = \text{sgn}(\mathbf{M}_{x,i} \mathbf{I}) \sqrt{|\mathbf{M}_{x,i} \mathbf{I}|},$$

где  $\mathbf{I}$  – единичный вектор,  $\mathbf{M}_{x,i}$  – ковариационная матрица характеристики  $x$  в отношении параметра  $i$ ,  $\text{sgn}(x) = x/|x|$ . Данная метрика показывает потенциально возможную величину смещения корректируемого параметра с учетом его корреляций с другими параметрами. В случае, когда ковариационная матрица имеет диагональный вид  $\mathbf{M}_x$  (т.е. все недиагональные элементы матрицы – ковариации – равны нулю),  $mob_i$  представляет собой стандартное отклонение параметра  $x_i$ . Смещение параметра  $x_i$  в процессе корректировки не должно превышать  $mob_i$ . Если смещение параметра значительно выше этого показателя, то это может свидетельствовать о наличии эффектов компенсации.

2. *Показатель силы корректировки* для эксперимента  $i$  и рассматриваемого типа  $j$  параметров (например, один тип нейтронных реакций) определяется как

$$\mathbf{F}_{i,j} = \|(\Delta x/x)_{i,j}\| / \|\mathbf{I}\| \cos(\theta),$$

$$(\Delta x/x)_{i,j} = \mathbf{M}_{\sigma,j} \mathbf{S}_{i,j} (\mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S} + \mathbf{M}_{EC})_{i,j}^{-1} (1 - C_i/E_i),$$

$$\cos(\theta) = (\Delta x/x)_{i,j} \cdot \mathbf{I} / \|(\Delta x/x)\| \cdot \|\mathbf{I}\|.$$

Здесь  $\|\cdot\|$  – евклидова норма матрицы;  $(\Delta x/x)_{i,j}$  представляет собой вектор относительных смещений набора параметров  $\mathbf{x}$  при корректировке, в результате которой только один тип  $j$  параметров скорректирован с использованием только одного реакторно-физического измерения. Для нейтронных реакций показатель силы корректировки представляет собой среднее значение изменения сечения взаимодействия нейтронов с ядрами вещества по всем энергетическим группам. Используя этот показатель, можно проранжировать эксперименты по степени влияния на результаты корректировки конкретного типа параметров и определить эксперимент, который оказывает наибольшее влияние на соответствующий параметр. Тем самым в случае обнаружения сильных смещений параметров этот показатель позволяет определить

причину этих смещений – выявить эксперименты, включение которых в процедуру ассимиляции данных приводит к эффектам компенсации.

3. *Потенциал корректировки* рассчитывается по формуле, аналогичной формуле расчета показателя силы корректировки, путем замены  $C_i/E_i$  на  $\langle C_{ni} \rangle / \langle E_{ni} \rangle$ , где под  $\langle \rangle$  понимают усреднение по серии аналогичных измерений  $n_i$ .

Данный показатель позволяет выявить наличие эффектов компенсации. Если более двух экспериментов имеют большие значения потенциала корректировки, но при этом они имеют противоположные значения показателя силы корректировки, то это может свидетельствовать о том, что рассмотренный параметр не будет корректироваться, однако при этом другие параметры будут корректироваться сильно (иметь большие смещения). Причина может заключаться в том, что коэффициенты чувствительности к рассмотренному параметру для этих двух экспериментов имеют противоположный знак. В этом случае набор реакторно-физических экспериментов, использованных для корректировки, следует пересмотреть: добавить независимые измерения или изменить веса экспериментов.

#### 4.4. СПОСОБЫ НИВЕЛИРОВАНИЯ ЭФФЕКТОВ КОМПЕНСАЦИИ

Можно выделить следующие основные причины, приводящие к эффектам компенсации при корректировке исходных параметров нейтронно-физических моделей с использованием процедур ассимиляции нейтронно-физических данных:

- исключение из рассмотрения важных параметров, влияющих на результат расчетного моделирования реакторно-физических экспериментов;
- рассмотрение ограниченного (небольшого) числа экспериментов с типовыми измерениями, выполненных на одной экспериментальной установке и/или с использованием одной экспериментальной методики (результаты измерений сильно коррелируют между собой);

– некорректное установление функциональных связей между уточняемыми параметрами и рассматриваемыми измерениями (отсутствие учета важных корреляций и/или неправильное определение сильных корреляций).

Минимизировать вероятность возникновения эффектов компенсации можно следующими способами:

- расширение числа уточняемых параметров модели;
- вовлечение в процедуру корректировки большего числа разноплановых, взаимодополняющих экспериментов, различных типов измерений, экспериментов, выполненных на различных установках и/или независимыми группами экспериментаторов;
- пересмотр оценок ковариационных матриц параметров и экспериментов: выявление и устранение некорректностей в функциональных связях между уточняемыми модельными параметрами и экспериментальными данными.

## **5. *Ассимиляция нейтронно-физических данных с учетом требований к качеству уточняемых параметров***

Несмотря на многообразие существующих апробированных и хорошо себя зарекомендовавших реализаций процедуры ассимиляции нейтронно-физических данных, сохраняется потребность в их дальнейшем развитии и совершенствовании [11]. Описанные выше приемы оценки качества решения в задачах по уточнению исходных модельных параметров применимы ко всем из них и могут быть использованы как на предварительном этапе при формулировании соответствующей задачи на поиск экстремума целевой функции, так и на этапе постобработки результатов корректировки.

Вместе с тем реализуются попытки развития таких методов ассимиляции нейтронно-физических данных, в которые были бы изначально встроены механизмы учета требований к качеству корректируемых данных, что позволяло бы минимизировать усилия эксперта при формулировании соответствующей оптимизационной задачи. Основная цель таких усилий состоит в том,

чтобы справиться прежде всего с наиболее опасными при решении практических задач ситуациями, в которых в выборках присутствует даже небольшое число резко выделяющихся наблюдений (выбросов). Наличие таких выбросов способно сильно повлиять на результат корректировки, например, применение классического подхода к ассимиляции данных на основе метода максимального правдоподобия приводит к тому, что значения уточненных исходных данных могут перестать нести в себе какой-либо смысл. Для исключения влияния таких выбросов предлагаются различные выбросоустойчивые (робастные) методы ассимиляции, позволяющие либо снизить влияние «плохих» наблюдений, либо полностью их исключить. Эти методы делают возможным отличить объективно «плохие» или «противоречивые» наблюдения от тех наблюдений, в которых содержится значимая и не дублируемая в других наблюдениях информация.

Учет дополнительных требований к качеству результатов ассимиляции нейтронно-физических данных может быть выполнен посредством перехода к решению задачи на поиск условного минимума как в рамках детерминистического, так и стохастического подходов. Характерная особенность детерминистических методов – необходимость расчета коэффициентов чувствительности, что позволяет свести задачу по ассимиляции нейтронно-физических данных к задаче квадратичного программирования. Вводя дополнительный набор ограничений, отражающий требования к корректируемому данным, осуществляется переход к задаче на условный минимум [9].

Стохастические методы не требуют расчета коэффициентов чувствительности, но сопряжены с многовариантными расчетами [12, 17, 20]. В рамках стохастического подхода веса, используемые для определения параметров апостериорного распределения, могут быть определены на основе комбинации метода BFMC (Backward-Forward Monte-Carlo) с методом формирования выборки с отклонением [20]. Такая комбинация представляется эффективным вариантом для решения задач ассимиляции нейтронно-физических данных, где имеется значительная неопределенность входных данных и присутствуют выбросы в результатах отдельных наблюдений.

Еще одной возможной модификацией процедуры ассимиляции нейтронно-физических данных является формулировка этой задачи как задачи многоцелевой оптимизации. В этом случае вместо объединения нескольких составляющих обобщенного  $\chi^2$  в один показатель их можно рассматривать независимо. Таким образом, возникает задача многоцелевой оптимизации, где каждую составляющую обобщенного  $\chi^2$  требуется минимизировать. Поскольку решение многоцелевой задачи оптимизации подразумевает поиск недоминируемых или Парето-эффективных решений (под которыми понимают такие допустимые решения, для которых не существует никакого другого допустимого решения, имеющего по всем критериям одновременно не худшие оценки и хотя бы по одному критерию – строго лучшие), то в результате применения соответствующих вычислительных алгоритмов можно получить целый спектр решений, каждое из которых будет обладать определенными преимуществами над другими.

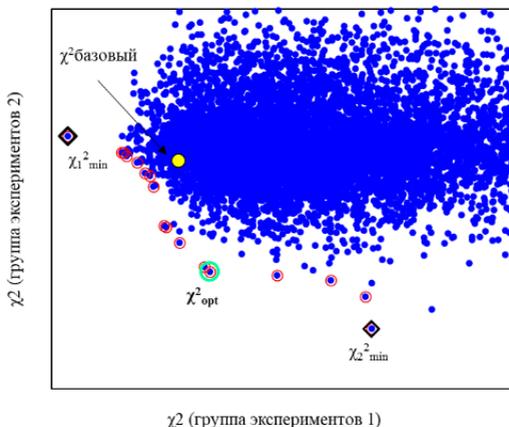


Рис. 2. Иллюстрация множества недоминируемых решений в пространстве двух критериев применительно к задачам ассимиляции нейтронно-физических данных<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Иллюстрация рассогласованности измерений изотопного состава и масс элементов в облучательных экспериментах [3]: уменьшение  $\chi^2$  одного типа измерений по определению массовых долей топливных изотопов  $^{234-238}_{92}\text{U}$ ,  $^{238-242}_{94}\text{Pu}$

Выбор наиболее приемлемого решения из набора недоминируемых может быть выполнен экспертным образом или с применением тех или иных формальных методов поддержки принятия решений в условиях многокритериальной оценки. Например, множество недоминируемых решений в пространстве двух критериев, каждый из которых необходимо минимизировать, будет представлять собой юго-западную границу множества допустимых решений (см. рис.2).

Применение описанного подхода целесообразно в тех случаях, когда наблюдается большой разброс в диапазонах изменения отдельных составляющих обобщенного  $\chi^2$ , что приводит к тому, что классическая реализация процедуры, оперирующая обобщенным  $\chi^2$ , становится малоинформативной с прикладной точки зрения.

## 6. Заключение

Все исходные параметры, вовлекаемые в процедуру ассимиляции нейтронно-физических данных, включая нейтронные константы, технологические параметры, результаты реакторно-физических измерений, взаимосвязаны. Соответствующие функциональные взаимосвязи описываются априорными ковариационными матрицами, которые в значительной степени определяют результаты корректировки параметров нейтронно-физических моделей. По этой причине необходима проверка корректности и согласованности всех вовлекаемых в процедуру ассимиляции априорных ковариационных матриц.

В результате применения процедуры ассимиляции уточняются значения модельных параметров, характеризующие их погрешности снижаются, корректируются ковариационные матрицы. Установление новых взаимосвязей между параметрами в результате ассимиляции приводит к повышению точности расчетного предсказания характеристик целевых систем.

---

*и др., приводит к увеличению  $\chi^2$  для другого типа измерений – масс топливных элементов (уран, плутоний и др.). Оптимальный вариант корректировки выбирается из вариантов, отмеченных красными окружностями на рисунке, с учетом физичности смещений в параметрах расчетной модели.*

Для оценки качества решений в задачах ассимиляции экспериментальных нейтронно-физических данных предложены разнообразные диагностические метрики. Эти метрики учитывают изменения как значений параметров, так и появление новых взаимосвязей между всеми корректируемыми параметрами. На этой основе оказывается возможным выполнить проверку корректности и физичности значений уточненных модельных параметров и связанных с ними апостериорных ковариационных матриц.

Рассмотренные в настоящей работе метрики и практики диагностики и оценки качества решений используются специалистами при решении прикладных задач, тем не менее их нельзя считать исчерпывающими и достаточными. Есть все основания полагать, что со временем будут появляться дополнительные показатели и альтернативные подходы, содействующие получению надежных, качественных, физически приемлемых и обоснованных решений. Приоритетными задачами остаются: дальнейшее повышение эффективности вовлечения в анализ наличествующей экспериментальной информации (выявление информативных и комплементарных экспериментов, снижение рисков потери информативности в случае вовлечения в анализ взаимно противоречивых экспериментов), раскрытие и разъяснение механизмов корректировки, нивелирование возможных компенсаторных эффектов.

Тем не менее в условиях применения классических парадигм ассимиляции нейтронно-физических данных дальнейший рост разнообразия метрик и подходов к оценке качества решений повлечет за собой дополнительную нагрузку на выполняющих анализ специалистов. Отмеченное обстоятельство актуализирует задачу разработки альтернативных подходов к ассимиляции нейтронно-физических данных, в которые должны быть интегрированы механизмы автоматического учета набора формулируемых специалистом требований к качеству решения.

### **Литература**

1. АНДРИАНОВ А.А., АНДРИАНОВА О.Н. *Ассимиляция данных в задачах моделирования нейтронно-физических процес-*

- сов в объектах использования атомной энергии: текущее состояние и перспективы развития // Управление большими системами: сборник трудов. – 2023. – №104. – С. 118–134. – DOI 10.25728/ubs.2023.104.5.
2. АНДРИАНОВ А.А., АНДРИАНОВА О.Н., ГОЛОВКО Ю.Е. *Методика оценки интегральных экспериментов для использования в задаче оценки точности нейтронно-физических расчетов* // Депонированная рукопись. – №68-B2021. – 2021. – 58 с.
  3. АНДРИАНОВ А.А., АНДРИАНОВА О.Н., КОРОВИН Ю.А. и др. *Программный комплекс оптимизации параметров нейтронно-физических моделей с учетом результатов интегральных экспериментов* // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2023. – №2. – С. 148–161.
  4. ВАНЬКОВ А.А., ВОРОПАЕВ А.И., ЮРОВА Л.Н. *Анализ реакторно-физического эксперимента*. – М.: Атомиздат, 1977. – 88 с.
  5. МАНТУРОВ Г.Н. *Методическое – константное и программное обеспечение нейтронно-физических расчетов быстрых реакторов и оценки погрешностей расчетных предсказаний*. – Дисс. д-ра тех. наук. – М.: НИЦ «КИ», 2017. – 202 с.
  6. УСАЧЕВ Л.Н., БОБКОВ Ю.Г. *Теория возмущений и планирование эксперимента в проблеме ядерных данных для реакторов*. – М.: Атомиздат, 1980. – 88 с.
  7. ХУДСОН Д. *Статистика для физиков*. – М.: Мир, 1970. – 295 с.
  8. *Assessment of Existing Nuclear Data Adjustment Methodologies (2011) Working Party on International Evaluation Co-Operation* // Intermediate Report of the WPEC Subgroup 33. Report/NEA/OECD. Paris, 152 pp.
  9. CACUCI D.G., BUJOR M. *Sensitivity and uncertainty analysis, data assimilation, and predictive best-estimate model calibration* // Handbook of Nuclear Engineering. Springer, Boston. – 2010. – DOI: [https://doi.org/10.1007/978-0-387-98149-9\\_17](https://doi.org/10.1007/978-0-387-98149-9_17) (дата обращения: 18.03.2023).
  10. *NEA (2010) Covariance Data in the Fast Neutron Region* // Final report of WPEC subgroup 24, NEA/NSC/WPEC/DOC(2010)427, OECD, Paris.

11. GRECHANUK P., RISING M.E., PALMER T.S. *Using machine learning methods to predict bias in nuclear criticality safety* // Journal of Computational and Theoretical Transport. – 2019. – Vol. 47. – P. 552–565.
12. HOEFER A., BUSS O. *Assessing and improving model fitness in MOCABA data assimilation* // Ann. Nucl. Energy. – 2021. – Vol. 162. – P. 10–21.
13. IVANOV E., SAINT-JEAN C., SOBES V. *Nuclear data assimilation, scientific basis and current status* // EPJ Nuclear Sci. Technol. – 2021. – DOI: <https://doi.org/10.1051/epjn/2021008> (дата обращения: 18.03.2023).
14. *NEA (2013) Methods and Issues for the Combined Use of Integral Experiments and Covariance Data* // A report by the Working Party on International Nuclear Data Evaluation Co-operation of the NEA Nuclear Science Committee, NEA/NSC/WPEC/DOC(2013)445, OECD, Paris.
15. *NEA/NSC/R (2016) 6 (2017) Methods and Approaches to Provide Feedback from Nuclear and Covariance Data Adjustment for Improvement of Nuclear Data Files* // Intermediate Report. Nuclear Science NEA/OECD. Paris. – 43 p.
16. PALMIOTTI G., SALVATORES M. *The role of experiments and of sensitivity analysis in simulation validation strategies with emphasis on reactor physics* // Ann. Nucl. Energy. – 2013. – Vol. 52. – P. 10–21.
17. DRAGT J.B. *Statistical considerations on techniques for adjustment* // RCN-122. – Reactor Centrum Nederland. – 1970. – P. 85–105.
18. ROCHMAN D., SCIOLLA C.M. *Nuclear data uncertainty propagation for a typical PWR fuel assembly with burnup* // Nuclear Engineering and Technology. – 2014. – Vol. 46, No. 3. – P. 353–362.
19. ROWLANDS J.L., MACDOUGALL L.D. *The use of integral measurements to adjust cross-sections and predicted reactor properties* // Proc. of the Int. Conf. on Fast Critical Experiments and their Analysis. – ANL-7320. – 1966.
20. SIEFMAN D., HURSIN M., ROCHMAN D. et.al. *Stochastic vs. sensitivity-based integral parameter and nuclear data adjustments* // Eur. Phys. J. Plus. – 2018. – Vol. 133, No. 12. – P. 429–438.

## **Приложение 1. Оценка экспериментальных и расчетных погрешностей реакторно-физических измерений**

Оценка экспериментальной погрешности реакторно-физических измерений осуществляется следующим образом. Характеристики  $R_j$ , измеряемые в реакторно-физических экспериментах ( $k_{эф}$ , отношения сечений и т.д.), можно представить в виде функции от многих параметров:  $R_j = f_j(x_i)$ . Часть параметров  $x_i$  может быть измерена, например, отношения скоростей счета, период разгона реактора, масса образца и т.п. Другие параметры  $x_i$  – константы (опорные сечения взаимодействия, массы ядер и т.д.). Некоторые параметры  $x_i$  являются поправочными коэффициентами и определяются расчетным или экспериментальным путем (влияние штанг измерительных устройств, влияние степени подкритичности реактора на спектр нейтронов и т.д.). Все параметры имеют погрешности, которыми определяется погрешность измеряемых величин  $R_j$ . Условия проведения эксперимента также известны с определенной погрешностью (размеры критических сборок, концентрация ядер различных материалов). Корреляционные связи между параметрами  $x_i$  возникают по нескольким причинам. Во-первых, погрешности  $x_i$  могут быть связаны между собой (например, опорные сечения). Во-вторых, измеряемые функционалы  $R_j$  могут зависеть от общих параметров  $x_i$ . Ковариационная матрица  $\mathbf{M}_{E,R_j}$  погрешностей набора экспериментальных данных определяется следующим образом:

$$\mathbf{M}_{E,R_j} = \sum_i S_{ij}^T D_i S_{ij} + D_j^{cm}$$

где  $S_{ij} = (\partial R_j / \partial x_i)$  – коэффициенты чувствительности измеряемой характеристики  $R_j$  к параметрам  $x_i$ ;  $D_i$  – ковариационная матрица погрешностей параметров  $x_i$ ;  $D_j^{cm}$  – матрица статистических погрешностей.

При оценке расчетной погрешности реакторно-физических измерений предполагается, что каждый из параметров расчетной модели (нейтронные константы и технологические параметры) можно охарактеризовать средним значением и среднеквадратичным отклонением. Расчетное значение измеряемого реакторного параметра  $R$  в общем случае можно представить функцией  $f_R(x_i)$

от нейтронных констант и технологических параметров  $x_i$ . Предполагается, что функция  $f_R$  слабо меняется в области изменения ее аргументов, ограниченной среднеквадратичными отклонениями ее аргументов от их средних значений. В этом случае применимо представление  $f_R$  в виде разложения в ряд Тейлора в окрестности средних значений параметров с точностью до членов первого порядка и дисперсия  $\sigma_R$  параметра  $R$  может быть определена следующим образом:

$$\sigma_R = \mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S},$$

где  $\mathbf{S}$  – вектор с элементами  $\partial f_R / \partial x_i$ ,  $\mathbf{M}_x$  – ковариационная матрица погрешности констант, которая имеет следующий вид:

$$\mathbf{M}_x = \begin{pmatrix} \sigma_x^1 \sigma_x^1 & \sigma_x^1 \sigma_x^2 \rho_{12} & \dots & \sigma_x^1 \sigma_x^n \rho_{1n} \\ \sigma_x^1 \sigma_x^2 \rho_{12} & \sigma_x^2 \sigma_x^2 & \dots & \sigma_x^2 \sigma_x^n \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_x^1 \sigma_x^n \rho_{1n} & \sigma_x^2 \sigma_x^n \rho_{2n} & \dots & \sigma_x^n \sigma_x^n \end{pmatrix},$$

где  $\rho_{ij}$  – коэффициент корреляции между  $i$  и  $j$  параметрами расчётной модели.

## **Приложение 2. Классическая постановка задачи ассимиляции нейтронно-физических данных**

В качестве классических методов ассимиляции данных в различных предметных областях используют широко распространённые методы оценки неизвестных параметров регрессионных моделей по выборочным данным: обобщенный метод наименьших квадратов (МНК) и метод максимального правдоподобия (ММП). Применительно к задачам ассимиляции экспериментальных нейтронно-физических данных для использования этих двух методов необходимо линеаризировать зависимость определяемого в реакторно-физическом эксперименте нейтронно-физического функционала от модельных параметров. Реакторные функционалы  $\mathbf{C}(\mathbf{x})$  в общем случае нелинейным образом зависят от набора параметров  $\mathbf{x}$ . Вместе с тем предполагается, что соответствующая функция слабо меняется в области изменения ее аргументов, ограниченной среднеквадратичными отклонениями ее аргументов от их средних значений. В этом случае  $\mathbf{C}(\mathbf{x})$  можно

разложить в ряд Тейлора для функции нескольких переменных с точностью до членов первого порядка. В матричном виде можно записать следующее соотношение:

$$C(\mathbf{x}) \approx C(\mathbf{x}_0) + \mathbf{S}^T \Delta \mathbf{x},$$

где  $\Delta \mathbf{x}$  – вектор смещений параметров, а  $S_{ij} = \partial C_i(x_j)/\partial x_j$  – матрица коэффициентов чувствительности результата  $i$ -го реакторно-физического эксперимента к  $j$ -му параметру.

Обобщенный МНК основан на минимизации суммы квадратов расчётно-экспериментальных расхождений [7]:

$$J_{\text{МНК}} = (\mathbf{Q} - \mathbf{S}^T \Delta \mathbf{x})^T \mathbf{M}_E^{-1} (\mathbf{Q} - \mathbf{S}^T \Delta \mathbf{x}),$$

где  $\mathbf{E}$  – результаты измерения, представляющие собой вектор из  $n$  различных величин  $E_1, \dots, E_n$ ,  $\mathbf{Q} = \mathbf{E} - C(\mathbf{x}_0)$  – вектор расчётно-экспериментальных смещений,  $\mathbf{M}_E$  – ковариационная матрица погрешностей экспериментов.

Если ввести предположение о том, что ошибки измерений имеют нормальное распределение, то в этом случае  $J_{\text{МНК}}$  имеет распределение  $\chi^2$  с  $n$  степенями свободы. При достаточно больших значениях  $n$  плотность вероятности распределения  $J_{\text{МНК}}$  будет стремиться к нормальному распределению с параметрами  $N(n, \sqrt{2n})$  [7]. Данное наблюдение используют для статистической проверки гипотез и предварительной оценки согласованности экспериментальных данных.

Поскольку параметры физических моделей являются измеримыми физическими величинами и они содержат случайные ошибки этих измерений, то предполагается, что их величины имеют многомерное нормальное распределение с математическим ожиданием  $\mathbf{x}_0$  и ковариационной матрицей погрешностей  $\mathbf{M}_x$ . Кроме того, немаловажным является требование к величинам смещений параметров  $\Delta \mathbf{x}$ , которые не должны превышать погрешности их определения. Эти обстоятельства учитываются в ММП и в стохастических подходах к ассимиляции данных, основанных на теореме Байеса. В обоих случаях минимизируемый функционал имеет следующий вид [6]:

$$\begin{aligned} J_{\text{ММП}} &= \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_x^{-1} \Delta \mathbf{x} + (\mathbf{Q} - \mathbf{S}^T \Delta \mathbf{x})^T \mathbf{M}_E^{-1} (\mathbf{Q} - \mathbf{S}^T \Delta \mathbf{x}) = \\ &= \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_x^{-1} \Delta \mathbf{x} + J_{\text{МНК}}. \end{aligned}$$

Задача ассимиляции данных в такой постановке сводится к безусловной минимизации функции  $J_{\text{ММП}}$  от смещений

в нейтронных константах  $\Delta \mathbf{x}$ . Условие, состоящее в том, что уточненные значения параметров должны лежать в пределах ошибок их измерений (заданных ковариационной матрицей  $\mathbf{M}_x$ ), является нежестким и записывается в минимизируемый функционал  $J_{\text{ММП}}$  в виде слагаемого  $\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_x^{-1} \Delta \mathbf{x}$ .

При  $x_j = x_{0j}$  получаем начальное значение функции  $J_0$  для неотректированных модельных параметров:

$$J_0 = J_{\text{ММП}} = J_{\text{МНК}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{M}_E^{-1} \mathbf{Q} = [\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}_0)]^T \mathbf{M}_E^{-1} [\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}_0)].$$

Соотношение для минимального значения  $J_{\text{мин}}$ , которое определяется путем подстановки в уравнение для функции  $J_{\text{ММП}}$  выражения для смещений  $\Delta \mathbf{x}_{\text{мин}}$ , безусловно минимизирующих функцию  $J_{\text{ММП}}$ , определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_{\text{мин}} &= \mathbf{M}_x \mathbf{S} (\mathbf{M}_E + \mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S})^{-1} [\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}_0)], \\ J_{\text{мин}} &= [\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}_0)]^T (\mathbf{M}_E + \mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S})^{-1} [\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}_0)]. \end{aligned}$$

Фактически данное соотношение означает, что в случае когда параметры модели являются физическими величинами и известны их погрешности (заданные ковариационной матрицей  $\mathbf{M}_x$ ), погрешность расчетно-экспериментального отклонения  $\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}_0)$  есть сумма погрешностей измерений (определяемых ковариационной матрицей  $\mathbf{M}_E$ ) и расчетов (обусловленной погрешностями параметров и определяемой ковариационной матрицей  $\mathbf{S}^T \mathbf{M}_x \mathbf{S}$ ). Соотношения для  $J_0$  и  $J_{\text{мин}}$  полезны для статистической проверки гипотез при помощи критерия согласия  $\chi^2$  о нормальности распределений ошибок экспериментов и параметров модели (нейтронных данных и/или технологических параметров) до и после выполнения процедуры ассимиляции данных.

## ASSESSING THE QUALITY OF NEUTRONICS PARAMETERS ADJUSTMENT: AN OVERVIEW OF APPROACHES AND RECOMMENDATIONS FOR THEIR USE

**Andrei Andrianov**, Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering  
NRNU MEPhI, Obninsk, Ph.D., Associate Professor  
(andreyandrianov@yandex.ru)

**Olga Andrianova**, Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering  
NRNU MEPhI, Obninsk, Ph.D. (o.n.andrianova@yandex.ru).

*Abstract: The article presents a comprehensive review of state-of-the-art approaches to diagnosing and assessing the quality of data assimilation results in neutronics modeling problems. Despite the widespread use of data assimilation procedures worldwide to refine the parameters of neutronics models based on reactor experiment results there is a lack of attention given to the issues of diagnostics and quality assessment in this specific area. This stage is crucial in ensuring the reliability and accuracy of assimilation results. By adhering to relevant recommendations, it is possible to avoid obtaining non-physical solutions, minimize compensatory effects when adjusting initial data, and include contradictory experiments in the analysis. The article discusses the most popular metrics and approaches for assessing the quality of covariance data, as well as indicators of informativeness and similarity between reactor physics experiments and the target object. It also covers methods for identifying contradictory experiments and diagnosing the quality of the solution using various statistical indicators. The article highlights the areas of application for different metrics and approaches, as well as their advantages and disadvantages, providing recommendations for their use.*

**Keywords:** data assimilation, machine learning, uncertainty analysis, neutronics modelling, nuclear facilities, reactor experiments.

УДК 621.039.51

ББК 31.4

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.10

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Н.А. Коргиным.*

*Поступила в редакцию 10.01.2024.*

*Опубликована 31.07.2024.*

## ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПО ЛЯПУНОВУ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Катаев Д. Е.<sup>1</sup>

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Для современных электроэнергетических систем (ЭЭС) проблема исследования их устойчивости продолжает быть особо актуальной в связи с тенденциями развития структур генерации и потребления. Модальный анализ по Ляпунову совмещает два подхода к оценке устойчивости систем и ЭЭС в частности: модальный анализ и спектральные разложения функций Ляпунова. Данная работа продолжает исследование возможностей проведения модального анализа по Ляпунову на основе данных об измерениях в системе. Решается задача численной оценки качества работы реализации такого модального анализа в зависимости от используемого метода идентификации и значений его параметров. Работа предлагает метод такой оценки, с его помощью уточняет выводы предшествующей работы и демонстрирует силу влияния нелинейных искажений идентифицируемого сигнала на результат. Также работа предлагает дальнейшие пути развития данного направления.*

Ключевые слова: электроэнергетическая система, модальный анализ, Прони анализ, уравнение Ляпунова, спектральное разложение.

### 1. Введение

Современные электроэнергетические системы (ЭЭС) представляют собой сложные технические объекты, включающие множество генераторов, которые работают в единой сети, с роторами, вращающимися с синхронной скоростью. Проблема обеспечения устойчивости ЭЭС остается актуальной из-за изменений в генерации энергии из возобновляемых источников, активности потребителей и использования силовой электроники. Установки для распределенной генерации, подключаемые через выпрямительно-инверторные блоки, снижают инерцию системы и увеличивают опасность нарушений устойчивости [1, 10, 16, 18].

При исследовании устойчивости ЭЭС при малых возмущениях используется классический подход математической теории

<sup>1</sup> Дмитрий Евгеньевич Катаев, к.т.н., с.н.с. (dekataev@ipu.ru).

устойчивости динамических систем, важным аспектом которого является определение собственных чисел матрицы линейной или, как в случае ЭЭС, линеаризованной системы. В широком смысле как спектральный анализ, так и модальный анализ подразумевают изучение свойств динамических систем в терминах частот и связанных с ними величин, таких как амплитуды, коэффициенты демпфирования, энергия, собственные значения и векторы [1].

В общем случае существует два базовых подхода: методы, основанные на модели, и методы, основанные на измерениях. Построение модели или, тем более, цифрового двойника большой сложной энергосистемы является нетривиальной задачей. Так, в [15] отмечается, что во время аварии 10 августа 1996 года в американской Западной Электроэнергетической системе (WSCC) данные, получаемые диспетчерским центром от модели, существенно различались с реальными данными измерений. Измерительные методы, напротив, могут обновлять оценки мод системы, исходя из потоков измерительных данных в реальном времени. Таким образом, они имеют определенные преимущества перед модельными для задачи исследования устойчивости ЭЭС в реальном времени [3, 17].

Среди измерительных методов в рамках данной работы наиболее интересны те из них, которые идентифицируют систему, ее передаточную функцию или спектр с соответствующими амплитудными характеристиками. К таковым относятся Прони-анализ [22], разложение по динамическим модам (Dynamic Mode Decomposition) [9], алгоритм ERA (Eigensystem Realization Algorithm) [21] и др. [8, 17].

Модальный анализ по Ляпунову совмещает два подхода к оценке устойчивости: модальный анализ и спектральные разложения функций Ляпунова [6, 11]. Он позволяет оценивать колебания в системе в терминах вариации энергии. Также существует его обобщение для билинейных систем [12]. Большинство существующих исследований модального анализа по Ляпунову и предшествующих им исследований методов спектрального разложения грамианов требуют наличия линейной модели исследу-

емой системы. В предыдущей работе данного цикла [4] исследованы возможности создания системы модального анализа по Ляпунову по измерениям на основе Прони-анализа. Хотя принципиальная возможность построения такой системы и была продемонстрирована, полученные результаты не позволяют пока говорить о практическом применении. Целью текущей работы является поиск путей улучшения качества работы предлагаемой системы модального анализа.

## 2. Постановка задачи

Напомним основные понятия модального анализа по Ляпунову, важные для задачи проведения анализа по данным измерений [4]. При этом обобщим определение конечных субграмианов на произвольный временной интервал, поскольку это будет важно при обсуждении метода разложения на моды Купмана. Рассмотрим линейризуемую систему, представимую в виде возмущаемой начальными условиями линейной системы с одним выходом:

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{[n \times 1]}(t) &= A_{[n \times n]} \mathbf{x}_{[n \times 1]}(t), \mathbf{x}_{[n \times 1]}(0) = \mathbf{x}_{0[n \times 1]}, \\ y_{[1 \times 1]}(t) &= C_{[1 \times n]} \mathbf{x}_{[n \times 1]}(t), \end{aligned}$$

где  $\mathbf{x}_{[n \times 1]}$  – вектор состояния;  $n$  – порядок системы;  $t$  – время;  $A_{[n \times n]}$  – матрица динамики системы;  $y_{[1 \times 1]}$  – выходной сигнал системы, а  $C_{[1 \times n]}$  – матрица выхода системы.

Пусть матрица  $A$  диагонализируема и имеет простой спектр  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ , где  $\lambda_i$  –  $i$ -е собственное число матрицы  $A$ :

$$(2) \quad A = U \Lambda V = (\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_n) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1^T \\ \mathbf{v}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n^T \end{pmatrix},$$

где  $U$  – матрица правых собственных векторов;  $\Lambda$  – матрица со спектром  $A$  на главной диагонали, а  $V$  – матрица левых собственных векторов. Добавим условие нормировки:

$$(3) \quad UV = VU = I,$$

где  $I$  – единичная матрица.

*Определение 1.* Грамианом наблюдаемости системы (1) называется решение  $P$  уравнения Ляпунова [5]

$$(4) \quad A^*P + PA = -C^TC.$$

*Определение 2.* Субграмианы наблюдаемости  $P_i$  и парные субграмианы наблюдаемости  $P_{ij}$  являются элементами разложения грамиана наблюдаемости  $P$  по спектру  $\Lambda$  и определяются как [11]

$$(5) \quad P_i = \sum_j P_{ij} = - \sum_j \frac{\mathbf{v}_i^*(\mathbf{u}_i^\top)^* C^\top C \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^\top}{\lambda_i^* + \lambda_j}, P = \sum_i P_i.$$

*Определение 3.* Модальный вклад по Ляпунову (МВЛ)  $\hat{E}_i$  определяется как [11]

$$(6) \quad \int_0^\infty y^2(\tau) d\tau = \sum_{ij} (\mathbf{x}_0^\top P_{ij} \mathbf{x}_0) = \\ = \sum_i (\mathbf{x}_0^\top \sum_j P_{ij} \mathbf{x}_0) = \sum_i \hat{E}_i, \hat{E}_i = \mathbf{x}_0^\top P_i \mathbf{x}_0.$$

*Определение 4.* Парный модальный вклад по Ляпунову  $\hat{E}_{ij}$  определяется как [11]:

$$(7) \quad \hat{E}_{ij} = \mathbf{x}_0^\top P_{ij} \mathbf{x}_0.$$

*Определение 5.* Конечные субграмианы наблюдаемости  $P_i(t_0, t)$  и парные субграмианы наблюдаемости определяются как  $P_{ij}(t_0, t)$  [14]:

$$(8) \quad P_i(t_0, t) = \sum_j P_{ij}(t_0, t) = \\ = - \sum_j \frac{\mathbf{v}_i^*(\mathbf{u}_i^\top)^* C^\top C \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^\top}{\lambda_i^* + \lambda_j} (e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)t_0} - e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)t}),$$

$$P(t) = \sum_i P_i(t_0, t).$$

*Определение 6.* Соответствующие МВЛ на конечном интервале времени  $\hat{E}_i(t)$  и  $\hat{E}_{ij}(t)$  определяются как [14]:

$$(9) \quad \int_{t_0}^t y^2(\tau) d\tau = \sum_i \hat{E}_i(t_0, t), \hat{E}_i(t_0, t) = \mathbf{x}_0^\top P_i(t_0, t) \mathbf{x}_0.$$

$$(10) \quad \hat{E}_{ij}(t_0, t) = \mathbf{x}_0^\top P_{ij}(t_0, t) \mathbf{x}_0.$$

Обозначения МВЛ  $E_i, E_i(t_0, t), E_{ij}, E_{ij}(t_0, t)$  используем для результатов, полученных методами идентификации из данных измерений.

Поставим задачу обобщенной оценки качества работы реализаций модального анализа по Ляпунову на основе данных измерений. За основу возьмем задачу разложения МВЛ по графу электрической сети. Такое разложение достигается за счет исследования выходов территориально распределенной системы, имеющих географическую привязку. В данном исследовании такими выходами являются измерения амплитуд и углов напряжения в узлах системы, получаемых в качестве реакции системы на одно и то же возмущение. Таким образом исследуется массив выходных сигналов измерения одной и той же величины в географически разных точках системы.

**Задача 1.** Для приведенной задачи разложения МВЛ по графу электрической сети выбрать скалярный численный критерий качества для каждой моды и с его помощью найти оптимальные настройки Прони-анализа либо показать отсутствие таковых.

Подробнее с процедурой построения таких разложений по модели можно ознакомиться в [13], а по данным измерений в [4].

### 3. Решение задачи

Упомянутое в задаче 1 разложение МВЛ по графу электрической сети предполагает, что каждый узел сети является отдельным выходом системы, следовательно, грамианы и субграмианы наблюдаемости в каждом узле будут различаться. Рассмотрим для примера разложение МВЛ  $\hat{E}_i$  по графу сети как вектор следующего вида:

$$(11) \quad \hat{E}_i^v = (\hat{E}_i^{(0)}, \hat{E}_i^{(1)}, \dots, \hat{E}_i^{(n)}),$$

где  $\hat{E}_i^v$  – обозначение вектора разложения МВЛ  $i$ -й моды по графу;  $\hat{E}_i^{(k)}$  – его  $k$ -й элемент, соответствующий  $k$ -му узлу графа, а  $n$  – количество узлов графа. Введем аналогичные обозначения для всех остальных ранее введенных МВЛ. Примем за скаляр-

ный численный критерий качества евклидово расстояние между нормированными векторами  $\hat{E}_i^v$  и  $E_i^v$  или их аналогами.

Тогда можно исследовать качество работы реализации модального анализа по Ляпунову для каждой моды в зависимости от пары наиболее важных для качества работы Прони-анализа параметров – периода повторной дискретизации и количества идентифицируемых мод. Здесь исследуется зависимость введенного критерия качества для нескольких мод в эксперименте, аналогичном описанному в [4], предполагающему одновременную идентификацию сигналов, измеряемых в каждом из 68 узлов сети в ответ на возмущение в одном из генераторов. При этом период дискретизации и количество мод меняются в широком диапазоне. Прони-анализ здесь используется в варианте метода пучка матриц (matrix pencil), однако и в варианте метода наименьших квадратов получены аналогичные результаты. Приведем в качестве примера анализ моды 18. Из трех критических слабодемпфированных мод в системе она, с одной стороны, идентифицируется с приемлемой точностью (в отличие от моды 21), с другой стороны, демонстрирует сложную зависимость точности идентификации от параметров Прони-анализа (в отличие от моды 3). Графические результаты для моды 18 представлены на рис. 1. Из них можно заключить, что в пространстве параметров Прони-анализа существует область вычислительной устойчивости, в которой, в свою очередь, есть область значений параметров, использование которых ведет к близкой к оптимальной точности идентификации конкретной моды. В то же время наилучшим значением критерия качества, соответствующим минимальному расстоянию между двумя нормированными векторами, оказалось значение около 0,31, что для переменной с областью допустимых значений  $[0; 2]$  является результатом лишь условно приемлемым.

Еще одной важной особенностью результатов на рис. 1 являются области вычислительной неустойчивости (белые разрывы в поверхности), соответствующие периодам повторной дискретизации, кратным некоторому значению. Такие области возникают

для разных мод и при использовании разных вариантов Прони-анализа при различных значениях периода дискретизации, что несколько осложняет его оптимальную настройку.

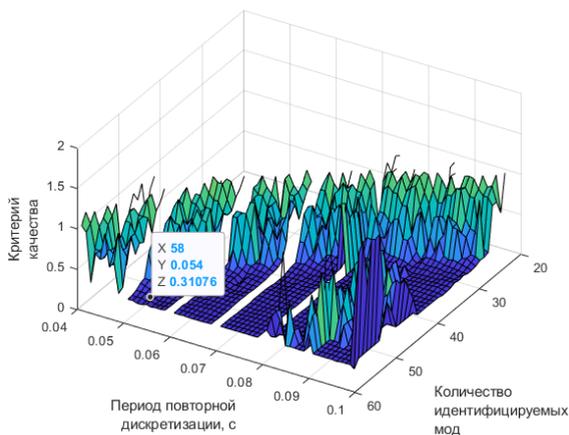


Рис. 1. Зависимость предложенного критерия качества анализа моды 18 от основных настроек Прони-анализа при  $t_0 = 0$

Одной из причин низкой точности идентификации являются нестационарные и/или нелинейные искажения переходного процесса, что в рамках работы с ЭЭС является практически неизбежным. Так, в исходных данных рассматриваемого сценария были обнаружены такие искажения, связанные с неидеальным начальным возмущением длительностью 0,2 секунды. Повторение вышеописанного эксперимента с предобработкой сигнала измененной таким образом, что  $t_0 = 0,2$ , а не  $t_0 = 0$ , как в предыдущем случае, позволило улучшить результаты для моды 18 на треть, со значения критерия качества около 0,31 до значения около 0,21. Графические результаты эксперимента представлены на рис. 2. По сравнению с прошлым экспериментом новым является небольшой тренд на улучшение качества работы при росте количества идентифицируемых мод, однако и области вычислительной неустойчивости в таком случае расширяются.

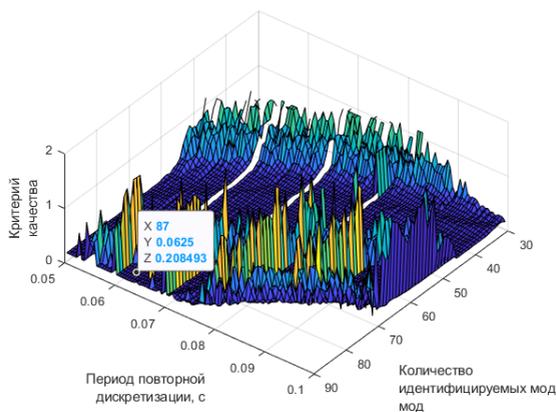


Рис. 2. Зависимость предложенного критерия качества анализа моды 18 от основных настроек Прони-анализа при  $t_0 = 0,2$

Таким образом, выводы предыдущего исследования [4] можно актуализировать следующим образом:

– Метод Прони способен идентифицировать наиболее выраженную часть спектра системы по переходному процессу с умеренными ошибками. Этого достаточно для классического модального анализа. Однако ошибки при оценке амплитуд и начальных фаз колебаний оказывают серьезное влияние на результаты модального анализа по Ляпунову. Во многом это вызвано нестационарными и/или нелинейными искажениями идентифицируемого сигнала, неизбежными при работе с ЭЭС, и может быть частично нейтрализовано корректной предобработкой сигнала. Однако универсального метода для устранения таких искажений нет.

– Предложенный подход принципиально жизнеспособен, однако недостаточная точность идентификации нужных для получения МВЛ параметров представляет собой существенное препятствие для практического использования. Однако в силу того, что предложенный в данной работе численный критерий качества реализаций модального анализа по Ляпунову применим с любым методом идентификации, оставаясь в одном и том же диапазоне

значений, мы можем далее использовать результаты, полученные для Прони-анализа в качестве ориентира при испытании реализаций с другими методами идентификации.

– Повышение точности аппроксимации сигнала путем подбора оптимальных значений параметров метода Прони не имеет решающего влияния на качество работы, за исключением обеспечения вычислительной устойчивости алгоритма.

– Целесообразно продолжать исследование, испытывая другие методы идентификации. В силу того, что точности метода Прони оказалось недостаточно, представляется целесообразным продолжить исследование с более сложными и потенциально более точными методами: разложения по динамическим модам (Dynamic Mode Decomposition) [9] и алгоритмом ERA (Eigensystem Realization Algorithm) [21]. Однако, оба эти метода потребуют дополнительной доработки теоретической части модального анализа по Ляпунову. Альтернативным направлением развития модального анализа по Ляпунову по измерениям может служить нестационарный вариант метода на основе разложения на моды Купмана (KMD, Koopman Mode Decomposition) с помощью [20], например, векторного Прони-анализа [19]. Такая комбинация подходов позволяет явным образом учитывать нестационарность идентифицируемого сигнала, что может благотворно сказываться на точности анализа.

#### **4. Перспективы дальнейшего развития**

Алгоритмы ERA [21] и DMD [9] строят полноценную аппроксимацию динамической системы, но исключительно в дискретном представлении. В классическом модальном анализе, когда исследуется только спектр системы, это не является помехой, так как дискретный спектр всегда можно перевести в непрерывный без ошибок и больших вычислительных затрат. Все остальные параметры, однако, требуют обратной дискретизации, которая является крайне нетривиальной задачей, часто нерешаемой на практике без существенных ошибок. Спектральное разложение грамианов дискретных динамических систем получено в [7],

что позволяет утверждать, что модальный анализ дискретных динамических систем по Ляпунову вообще возможен.

Для построения системы модального анализа по Ляпунову на основе мод Купмана можно ввести определение конечных субграмианов наблюдаемости  $P_i^{TV}(t_k, t_k + \Delta t_k)$  и их парных аналогов  $P_{ij}^{TV}(t_k, t_k + \Delta t_k)$  для нестационарных кусочно-линейных систем, например в таком виде:

$$(12) \quad P_i^{TV}(t_k, t_k + \Delta t_k) = \sum_j P_{ij}^{TV}(t_k, t_k + \Delta t_k) =$$

$$= - \sum_j \frac{\mathbf{v}_i^*(\mathbf{u}_i^\top)^* C^\top C \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^\top}{\lambda_i^* + \lambda_j} (e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)t_k} - e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)(t_k + \Delta t_k)}),$$

$$P(t) = \sum_i P_i(t_k, t_k + \Delta t_k),$$

где  $t_k$  – момент начала  $k$ -го интервала квазистационарности, а  $\Delta t_k$  – его длительность. Тогда МВЛ  $\hat{E}_i(t)$  нестационарной кусочно-линейной системы на конечном интервале времени можно будет определить как

$$(13) \quad \int_{t_0}^t y^2(\tau) d\tau = \sum_i \hat{E}_i^{TV}(t_0, t),$$

$$\hat{E}_i^{TV}(t_0, t) = \sum_{k=1}^m \mathbf{x}_0^\top P_i(t_k, t_k + \Delta t_k) \mathbf{x}_0; t_1 = t_0, t_m + \Delta t_m = t.$$

В оригинальной публикации о конечных субграмианах [2] доказано, что для дифференциальных уравнений Ляпунова с ненулевыми начальными условиями соответствующие решению и начальным условиям субграмианы будут аддитивны, более того, члены спектрального разложения решения такого уравнения, соответствующие ненулевым начальным условиям, сами являются конечными субграмианами. Это позволяет считать, что интуитивно полученные определения (12) и (13) имеют шанс оказаться справедливыми. Они все еще требуют формального доказательства или хотя бы численной валидации, но, по сравнению с созданием дискретного варианта модального анализа по Ляпу-

нову, требуются сравнительно небольшая подготовка для начала работы.

## **5. Выводы и перспективы**

Рассмотрена задача обобщенной оценки качества работы реализаций модального анализа по Ляпунову на основе измерений. Получен построенный на основе частной задачи численный критерий качества, который не зависит от используемого метода идентификации. Далее можно использовать результаты, полученные для Прони анализа в качестве ориентира при испытании реализаций с другими методами идентификации.

Проведено вычислительное исследование нахождения оптимальных параметров метода Прони для исследуемого набора идентифицируемых сигналов. Для конкретной задачи определено множество параметров Прони-анализа, ведущих к наилучшим оценкам качества. Также с помощью предложенного критерия качества продемонстрировано влияние нестационарных искажений в идентифицируемом сигнале на качество работы. По результатам исследования уточнены выводы предыдущей работы, однако метод Прони в классическом скалярном виде по-прежнему считается слишком грубым для использования с модальным анализом по Ляпунову.

Предложены три возможных пути дальнейшего развития модального анализа по Ляпунову на основе данных измерений и проведена необходимая для них дополнительная теоретическая подготовка. Так, для полноценного использования методов DMD и ERA требуется разработать дискретный вариант модального анализа по Ляпунову, а для метода получения разложения по модам Купмана с помощью векторного Прони-анализа требуется нестационарный вариант модального анализа по Ляпунову, первая версия определений модальных вкладов для которого приведена в данной работе.

## Литература

1. ВОРОПАЙ Н.И., ГОЛУБ И.И., ЕФИМОВ Д.Н. и др. *Спектральный и модальный методы в исследованиях устойчивости электроэнергетических систем и управлении ими* // Автоматика и телемеханика. – 2020. – №10. – С. 3–34.
2. КАТАЕВ Д.Е., ЯДЫКИН И.Б. *О решении матричных дифференциальных уравнений Ляпунова частотным методом* // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2016. – №6. – С. 3-15.
3. КАТАЕВ Д.Е. *Развитие и применение метода субграмианов для анализа устойчивости электроэнергетических систем*: Дис. канд. техн. наук. – Москва, 2018. – 127 с. URL: <https://viewer.rsl.ru/ru/rsl01009824744> (дата обращения: 16.03.2023).
4. КАТАЕВ Д.Е., КУТЯКОВ Е.Ю. *Модальный анализ по Ляпунову на основе измерений с помощью Прони-анализа* // Управление большими системами. – 2023. – Вып. 104. – С. 100–117.
5. ЯДЫКИН И.Б. *О свойствах грамианов непрерывных систем управления* // Автоматика и телемеханика. – 2010. – №6. – С. 39–50
6. ЯДЫКИН И.Б., ИСКАКОВ А.Б. *Новые методы оценивания устойчивости и управления в сложных электроэнергетических системах на основе спектрального и структурного анализа* // Труды 13-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2020, Москва). – 2020. – С. 1977–1982.
7. BAKHTADZE N., YADYKIN I. *Discrete Predictive Models for Stability Analysis of Power Supply Systems* // Mathematics. – 2020. – Vol. 8, Iss. 11. – DOI: <http://dx.doi.org/10.3390/math8111943> (дата обращения: 18.03.2024).
8. CHAKRABORTY R., JAIN H., SEO G.-S. *A review of active probing-based system identification techniques with applications in power systems* // Int. Journal of Electrical

- Power and Energy Systems. – 2022. – Vol. 140. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108008> (дата обращения: 17.03.2023).
9. DELGADO FERNANDEZ O., TIISTOLA S., GUSRIALDI A. *Real-Time Data-Driven Electromechanical Oscillation Monitoring using Dynamic Mode Decomposition with Sliding Window* // IFAC-PapersOnLine. – 2022. – Vol. 55, Iss. 9. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.028> (дата обращения: 17.03.2023).
  10. HATZIARGYRIOU N. et al. *Definition and Classification of Power System Stability – Revisited & Extended* // IEEE Trans. on Power Systems. – 2021. – Vol. 36, No.4. – P. 3271–3281. – DOI: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9286772> (дата обращения: 17.03.2022).
  11. ISKAKOV A.B., YADYKIN I.B. *Lyapunov modal analysis and participation factors applied to small-signal stability of power systems* // Automatica. – 2021. – Vol. 132. С. Art. No. 109814.
  12. ISKAKOV A.B., YADYKIN I.B. *On Spectral Decomposition of States and Gramians of Bilinear Dynamical Systems* // Mathematics. – 2021. – Vol. 9(24). – DOI: <https://www.mdpi.com/2227-7390/9/24/3288> (дата обращения: 17.03.2022).
  13. ISKAKOV A.B., KUTYAKOV E.Y., TOMIN N.V. et al. *Estimation of the location of inter-area oscillations and their interactions in electrical power systems using Lyapunov modal analysis* // Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems. – 2023. – Vol. 153. – DOI: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0142061523004313> (дата обращения: 24.03.2024).
  14. КАТАЕВ D.E., KUTYAKOV E.Y. *Physically meaningful Lyapunov modal contributions in linear systems* // Systems Science & Control Engineering. – 2022. – Vol. 10, No. 1. – DOI: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/21642583.2022.2068165> (дата обращения: 06.03.2022).
  15. KOSTEREV D.N., TAILOR C.W., MITTELSTADT W.A.

- Model validation for the August 10, 1996 WSCC system outage* // IEEE Trans. on Power Systems. – 1999. – Vol. 14, No. 3. – P. 967–979. – DOI: <https://ieeexplore.ieee.org/document/780909?arnumber=780909> (дата обращения: 06.03.2022).
16. MILANO F., DORFLER F., HUG G. et al. *Foundations and challenges of low-inertia systems (invited paper)* // Proc. 20 Power Systems Computation Conf. (PSCC). –Manchester, UK, June 11–15. – 2018.
  17. PIERRE J.W., TRUDNOWSKI D., DONNELLY M. et al. *Overview of System Identification for Power Systems from Measured Responses* // 16th IFAC Symposium on System Identification, Brussels, Belgium, July 11–13. – 2012. – P. 989–1000.
  18. SHAIR J., LI H., HU J. et al. *Power system stability issues, classifications and research prospects in the context of high-penetration of renewables and power electronics* // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2021. – Vol. 145. – DOI: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032121003993> (дата обращения: 17.03.2023).
  19. SIDI A. *Vector versions of Prony's algorithm and vector-valued rational approximations* // Adv Comput Math. – 2020. – Vol. 46, No. 30. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s10444-020-09751-9> (дата обращения: 24.03.2024).
  20. SUSUKI Y., ШАКРАБОРТТУ А. *Introduction to Koopman Mode Decomposition for Data-Based Technology of Power System Nonlinear Dynamics* // IFAC PapersOnLine. – 2018. – Vol. 51, No. 28. – P. 327–332.
  21. VANFRETTI L., CHOW J.H. *Identification of Dominant Inter-Area Modes in the Eastern Interconnection from PMU data of the FRCC 2008 Disturbance: an Eigensystem Realization Algorithm Illustration* // Contribution to Special Publication of the Task Force on Modal Identification of Electromechanical Modes. – 2012. – DOI: <http://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:482085/FULLTEXT01.pdf> (дата обращения: 16.03.2023).

22. ZHOU N., HUANG Z., TUFFNER F. et al. *Oscillation detection and analysis* // Rep. / Executor: CIEE. – 2010. – DOI: [https://uc-ciee.org/ciee-old/downloads/ODA\\_Final\\_Report.pdf](https://uc-ciee.org/ciee-old/downloads/ODA_Final_Report.pdf) (дата обращения: 06.03.2022).

## PROSPECTS OF MEASUREMENT-BASED LYAPUNOV MODAL ANALYSIS

**Dmitry Kataev**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., Senior Researcher (dekataev@ipu.ru).

*Abstract: The problem of stability estimation for modern electric power systems (EPS) remains particularly relevant due to the trends in the development of generation and consumption structures. Lyapunov Modal Analysis (LMA) combines two approaches to stability analysis of systems and EPS in particular: modal analysis and spectral decompositions of Lyapunov functions. This work continues the investigation of the possibilities of conducting measurement-based Lyapunov modal analysis. The main problem is numerical evaluation of the performance of such modal analysis implementation depending on the identification method used and the values of its parameters. The work proposes a method for such evaluation, refines the conclusions of previous research, and demonstrates the influence of non-linear distortions of the identified signal on the result. Additionally, the work suggests further directions for the development of this area.*

Keywords: power system, modal analysis, Prony analysis, Lyapunov equation, spectral decomposition.

УДК 519.7

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.11

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.А. Ворониным.*

*Поступила в редакцию 25.03.2024.*

*Дата опубликования 31.07.2024.*

## ТЕХНОЛОГИЯ СТЕНДОВОЙ КАЛИБРОВКИ ТЕНЗОРНЫХ МАГНИТОГРАДИЕНТНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Павлов Б. В.<sup>1</sup>, Каршаков Е. В.<sup>2</sup>,  
Гольдин Д. А.<sup>3</sup>, Волковицкий А. К.<sup>4</sup>  
(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Предложена технология стендовой калибровки тензорной магнитоградиентной измерительной системы. В основе предложенных алгоритмов лежит оценка влияния эталонного магнитного источника, описываемого пространственным распределением скалярного магнитного потенциала, на калибруемый магнитоградиентометр. Разработаны алгоритмы докалибровки векторных датчиков, которые необходимо выполнять в точке с минимальным градиентом магнитного поля или в соленоидальном поле. Разработан алгоритм оценки положения базового датчика, который заключается в последовательных поворотах магнитоградиентной измерительной системы вокруг своего центра при неподвижном калиброванном источнике поля. Разработан алгоритм оценки направления вектора дипольного момента при известном положении датчика относительно источника поля. Разработан алгоритм оценки положения векторных датчиков относительно базового. Разработан алгоритм технологии калибровки тензорного магнитоградиентометра. Реализация описанной технологии калибровки в совокупности с технологией калибровки существующих датчиков магнитной индукции позволила обеспечить калибровку всех параметров магнитоградиентной измерительной системы и определение точного взаимного расположения датчиков и взаимной ориентации всех осей чувствительности.*

Ключевые слова: калибровка, тензорные магнитоградиентометры, магнитоградиентная измерительная система.

### 1. Введение

Эффективность применения магнитоградиентных измерительных систем (МИС) и комплексов радикально зависит от точности измерений. Основная сложность в достижении высо-

---

<sup>1</sup> Борис Викторович Павлов, д.т.н., г.н.с. (pavlov@ipu.ru).

<sup>2</sup> Евгений Владимирович Каршаков, д.т.н., в.н.с. (karshakov@ipu.ru).

<sup>3</sup> Дмитрий Алексеевич Гольдин, к.т.н., с.н.с. (goldind@ipu.ru).

<sup>4</sup> Андрей Кириллович Волковицкий, д.т.н., в.н.с. (avolkovitsky@yandex.ru).

кой измерительной точности МИС связана с необходимостью учета и компенсации значительного числа систематических ошибок различной природы. Решению этой задачи служат предлагаемые методы и алгоритмы калибровки МИС.

В то время как основополагающие принципы, методики и алгоритмы калибровки самих магниточувствительных датчиков известны по значительному числу работ [1, 4–5, 8–9, 11–21], вопросы калибровки магнитоградиентных измерительных систем и комплексов и сегодня представляют сложность в теоретическом плане и при практической реализации. Это связано с тем, что при калибровке МИС помимо коррекции систематических ошибок отдельных чувствительных элементов необходимо скорректировать ошибки разностных измерений. В частности, выполнить оценку параметров тех систематических погрешностей, которые возникают из-за неточного сведения осей чувствительности входящих в систему датчиков, а также в максимальной степени исключить влияние сторонних возмущающих факторов.

В настоящей статье рассматривается технология стендовой калибровки тензорной магнитоградиентной измерительной системы. Главные особенности предложенного решения по сравнению с уже существующими [19, 20] следующие.

При традиционном подходе отдельные датчики магнитного поля в составе МИС разносятся на минимальное расстояние, порядка 1–10 см, чтобы избежать влияния производных потенциала более высокого порядка. Однако это ограничивает чувствительность разностных измерений в слабо градиентных полях. Рассмотренная в работе конструкция обеспечивает повышение чувствительности на порядок благодаря увеличенному расстоянию между датчиками – 1,5 м. Такие размеры не позволяют провести калибровочные эксперименты в соленоидальном поле, как это делается в работе [19].

Был предложен вариант калибровки МИС в поле эталонного источника. Описанию разработанных алгоритмов и посвящена данная статья.

## 2. Исходные данные

Тензорным магнитным градиентометром будем называть конструкцию, включающую четыре векторных магнитометра, работающих в дифференциальном режиме при фиксированном известном разnose датчиков. Один из вариантов конструкции приведен на рис. 1.

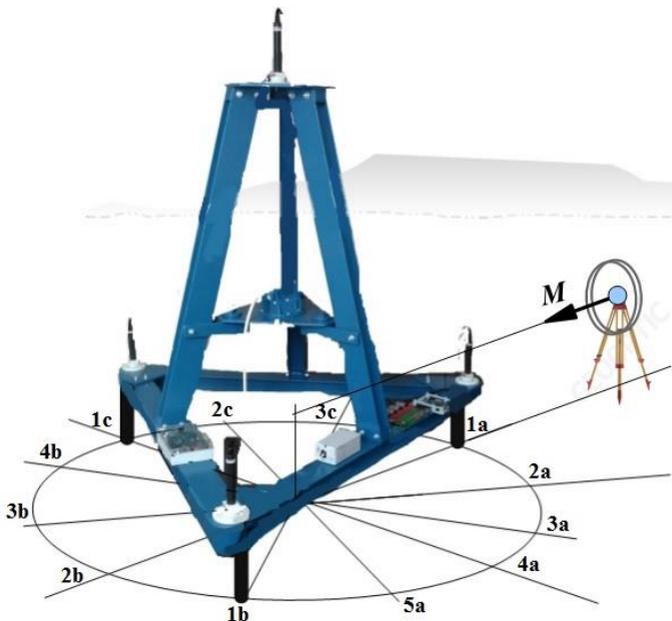


Рис. 1. Магнитоградиентная система

В основе методов стендовой калибровки лежит оценка влияния эталонного магнитного источника (диполя), описываемого пространственным распределением скалярного магнитного потенциала  $U^B$ , на калибруемый магнитоградиентметр:

$$(1) \quad U^B = \frac{\mu\mu_0 |M|}{4\pi |r|^2} (e_r^T e_M).$$

В формуле (1):  $r$  – радиус-вектор точки наблюдения относительно источника поля;  $e_r = r/|r|$  – единичный вектор, направ-

ленный вдоль вектора  $r$ ;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость среды,  $\mu_0$  – магнитная постоянная (в системе СИ);  $M$  – вектор магнитного момента диполя,  $e_M = M/|M|$  – единичный вектор, направленный вдоль вектора  $M$ . Из выражения (1) могут быть получены формулы для расчета значений всех потенциально измеримых параметров.

Выражение для вектора индукции поля (первая производная потенциала), которое устанавливает соотношение между измеряемым вектором и дипольным моментом, имеет вид:

$$(2) \quad B = \frac{\partial U^B}{\partial t} = \frac{\mu\mu_0 |M|}{4\pi|r|^3} (3e_r e_r^T - I) e_M.$$

Здесь  $I$  – единичная матрица 3 на 3,  $e_r e_r^T$  – матрица диадного (покомпонентного) произведения векторов.

Формула (2) удобна тем, что для нее можно выписать обращенную формулу [2, 7]:

$$(3) \quad M = \frac{4\pi|r|^3}{\mu\mu_0} \left( \frac{3}{2} e_r e_r^T - I \right) B.$$

С помощью (3), зная вектор поля и радиус-вектор источник-измеритель, можно вычислить вектор дипольного момента.

При решении задачи стендовой калибровки магнитоградиентной системы предполагается, что:

1. Калибровка системы проходит с использованием поворотного стенда (рис. 1) и эталонного источника поля  $M$ , установленного на расстоянии  $r$  от калибруемой системы.

2. Четыре векторных датчика, входящих в систему, предварительно откалиброваны.

3. В МИС включен эталонный квантовый датчик поля.

При сделанных предположениях задача стендовой калибровки магнитоградиентной системы сводится к:

- 1) докалибровке векторных датчиков;
- 2) оценке положения базового датчика;
- 3) оценке положения векторных датчиков относительно базового.

### 3. Алгоритмы докалибровки векторных датчиков

Данный этап калибровки желательно выполнять в точке с минимальным градиентом магнитного поля или в соленоидальном поле. Следует последовательно поворачивать датчик по разным направлениям. Критерий, обеспечивающий возможность оценки погрешностей датчика, – модуль поля, полученный по измерениям компонент векторным датчиком, должен совпадать с модулем, измеренным квантовым датчиком вне зависимости от текущей ориентации векторного датчика.

Следует подобрать смещения нуля и масштабный коэффициент по каждой оси, а также матрицу малых углов взаимного перекося осей чувствительности. Учитывая характер эксперимента, матрицу следует подбирать верхне- или нижнетреугольной. Таким образом, необходимо определить девять параметров вектора  $X$ : три смещения нуля  $X_1, X_2, X_3$ , три масштабных коэффициента  $X_4, X_5, X_6$ , по каждой оси, а также три угла взаимной неортогональности осей:  $X_7, X_8$  – первая ось по отношению ко второй и третьей,  $X_9$  – вторая ось по отношению к третьей. Для каждого векторного датчика  $i = 1, \dots, 4$  требуется решить следующую задачу:

$$(4) \quad X: \sum_{i=1}^n \left\{ \tilde{Z}_i^2 - Z_i^2 - 2(Z_i \cdot \delta Z_i) \right\}^2 \rightarrow \min,$$

где  $Z_i$  – трехмерный вектор измерений  $i$ -го векторного датчика, – измерения квантового датчика (априорно заданное значение модуля магнитного поля в точке калибровки), – трехмерный вектор поправок, рассчитанный через компоненты 9-мерного вектора параметров  $X$  по формулам

$$(5) \quad \begin{aligned} \delta Z_{1i} &= X_1 + X_4 \cdot Z_{1i} + X_7 \cdot Z_{2i} + X_8 \cdot Z_{3i}, \\ \delta Z_{2i} &= X_2 + X_5 \cdot Z_{2i} + X_9 \cdot Z_{3i}, \\ \delta Z_{3i} &= X_3 + X_6 \cdot Z_{3i}. \end{aligned}$$

Следует отметить, что функционал (4) является результатом линеаризации функционала невязок между квадратами модуля поля для скалярного и векторного датчиков, т.е. изначально задача нелинейная. Однако в силу предполагаемой малости

погрешностей можно выполнить линеаризацию, пренебрегая малыми величинами второго порядка.

В результате задача сводится к решению линейной системы уравнений

$$(6) \quad X = \frac{1}{2} (HH^T)^{-1} H \sum_{i=1}^n (\tilde{Z}_i^2 - Z_i^2),$$

где матрица (вектор)

$$(7) \quad H^T = \sum_{i=1}^n (Z_{1i}, Z_{2i}, Z_{3i}, Z_{1i}^2, Z_{2i}^2, Z_{3i}^2, Z_{1i}Z_{2i}, Z_{1i}Z_{3i}, Z_{2i}Z_{3i}).$$

Решение системы (6) можно реализовать методом Гаусса.

#### 4. Алгоритм оценки положения базового датчика

Эксперимент по определению положения базового датчика заключается в последовательных поворотах магнитоградиентной измерительной системы вокруг своего центра при неподвижном калиброванном источнике поля.

Поскольку при поворотах выставить систему абсолютно точно достаточно трудно, а погрешность выставки обязательно скажется на результатах калибровки, все измерения следует привязывать к показаниям одного из датчиков, а все остальные параметры подбираются уже по отношению к этому, базовому датчику.

Выбрав один из датчиков в качестве базового и имея три компоненты измеренного поля, можно определить три компоненты радиус-вектора, полагая известными параметры диполя (его направление и амплитуду). Метод подбора следующий.

Предполагается, что взаимная ориентация датчика и источника поля известна. Используя (2), можно получить приближительное значение Якобиана, варьируя компоненты радиус-вектора:

$$(8) \quad \frac{\partial B}{\partial r^i} \approx \frac{B(r + \delta r^i) - B(r - \delta r^i)}{2|\delta r^i|},$$

$$\delta r_j^i = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ \delta, & i = j; \end{cases} \quad j = 1, 2, 3 \text{ – номер компоненты вектора } \delta r^i.$$

Линеаризованная модель измерений будет иметь вид

$$(9) \quad Z = \frac{\partial B}{\partial r} \cdot X + \rho,$$

где  $X$  – искомый вектор поправок к априорной оценке положения диполя, в отличие от предыдущей задачи здесь имеет только три компоненты;  $\rho$  – вектор шумов измерений магнитного поля векторным датчиком. В качестве алгоритма решения используем следующую модификацию обобщенного фильтра Калмана (ФК) с последовательными приближениями:

$$\tilde{X}^+ = \tilde{X}^- + S_p^- K (Z_i - h_i^T \tilde{X}^-),$$

$$(10) \quad S_p^+ = S_p^- (I - K h_i^T S_p^-)^{1/2},$$

$$K = \frac{1}{(\sigma^2 + h_i^T S_p^- S_p^{-T} h_i)} S_p^{-T} h_i.$$

Здесь  $i$  – индекс компоненты вектора (поскалярная обработка);  $h_i$  – соответствующая строка матрицы Якоби (5);  $\sigma^2$  – дисперсия шума измерений компонент магнитного поля;  $K$  – коэффициент ФК;  $S_p$  – верхнетреугольный квадратный корень из ковариационной матрицы ошибки оценки

$$(11) \quad P = S_p S_p^T,$$

индекс «+» – апостериорная оценка, «-» – априорная оценка.

Получив  $X^+$ , мы имеем улучшенную оценку положения диполя

$$(12) \quad r^+ = r + X^+.$$

Эта улучшенная оценка положения диполя, в свою очередь, также может быть улучшена при повторной обработке с новой матрицей Якоби. Таким образом, реализуется итерационный обобщенный ФК [10]. Критерием остановки последовательных приближений является величина невязки измеренного и вычисленного для текущего  $r$  вектора магнитного поля:

$$(13) \quad \Delta = |Z^{\text{изм}} - Z^{\text{выч}}|.$$

Как только данная величина достигает  $\sigma$  (шум измерений), дальнейшие итерации теряют смысл. Также поиск решения останавливается, когда невязка перестает уменьшаться.

Для того чтобы получить направление дипольного момента  $M$  при известном положении датчика относительно источника поля, описанную выше задачу можно решать с вариациями компонент  $M$ . При этом модуль  $|M|$  сохраняется неизменным, поскольку он вычисляется по измерениям тока, а выбирается то направление дипольного момента, при котором конечная невязка после решения задачи оценивания минимальна.

## **5. Алгоритм оценки положения векторных датчиков относительно базового**

При оценке положения векторных датчиков относительно базового используется тот же набор измерений, что и в предыдущем эксперименте. Это важно, поскольку это снимает требования к механически строгому соблюдению положения магнитогradientной измерительной системы. В результате калибровочного эксперимента необходимо вычислить малые углы поворота каждой оси чувствительности каждого датчика по отношению к соответствующей оси базового датчика. Также можно определить малые вектора смещения векторных датчиков. Все это делается в предположении, что от поворота к повороту конструкция платформы остается неизменной, т.е. углы поворота и смещения являются постоянными величинами.

Задача может решаться в трех вариантах. Первый – подбор только ортогонального поворота (три параметра) для каждого датчика, т.е. датчики полагаются идеально откалиброванными и их положения точно известными. Второй – подбор ортогонального поворота и смещения (еще три параметра, всего шесть), т.е. взаимная установка датчиков неидеальна. Третий – подбор смещения и углов перекося осей (еще шесть параметров, всего девять, так как ортогональный поворот уже не подбирался). Обработку данных можно выполнять одновременно с анализом стохастических мер оцениваемости [3, 6]. Возможно, что из шести углов перекося какие-то плохо оцениваются. Поэтому итоговая размерность вектора параметров после декомпозиции для каждого датчика может уменьшиться.

Основным измерением являются измерения компонент вектора поля каждым из датчиков вида, аналогичного (9), измерения независимы.

$$(14) Z = \frac{\partial B}{\partial X} \cdot X + \rho,$$

Алгоритм оценивания – обобщенный ФК вида (10). Учитывая количество параметров, одной точки установки датчика для решения недостаточно. Однако поскольку все параметры подбираются в связанной системе координат, то в отличие от предыдущего этапа калибровки здесь изменения параметров при повороте не происходит.

Следует выполнять несколько итераций, после каждой вводить поправки с учетом полученных оценок. Критерием прекращения итераций является получение вектора оценки, компоненты которого не превосходят определенного порога в смещениях и углах. Для максимальной размерности вектор состояния имеет следующий вид:

$$(15) X = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, x_1, x_2, x_3, \beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{21}, \beta_{23}, \beta_{31}, \beta_{32}).$$

Здесь  $\alpha_i$  – углы ортогональных поворотов вокруг соответствующей оси,  $x_i$  – смещения вдоль соответствующей оси;  $\beta_{ij}$  – углы перекоса  $i$ -й оси калибруемого датчика к  $j$ -й оси базового.

Если стохастическая мера оцениваемости для каких-то углов составляет всего лишь около 0,5, данные углы в эксперименте являются плохо оцениваемыми или плохо наблюдаемыми величинами: среднеквадратичное отклонение (СКО) ошибки оценки для них улучшается всего лишь в 2 раза. Учитывая сказанное, можно либо поменять условия эксперимента, что предпочтительно, либо, в крайнем случае, произвести декомпозицию по стохастической мере оцениваемости, например так (для плохой оцениваемости  $\beta_{31}, \beta_{32}$ ):

$$(16) X = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, x_1, x_2, x_3, \beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{21}, \beta_{23}).$$

Надо при этом отдавать отчет в том, что неполная оценка параметров ведет за собой ограничения по условиям применения калибруемой магнитоградиентной системы.

По окончании калибровки можно реализовать базовый алгоритм определения параметров дипольного магнитного момента для оценки положения и амплитуды дипольного момента должны соответствовать измеренным значениям. В противном случае калибровку следует провести повторно.

## **6. Особенности применения технологии калибровки тензорного магнитоградиентометра**

Предложенная выше технология была применена для калибровки тензорного магнитоградиентометра, показанного на рис. 1.

Для измерений индукции магнитного поля используются четыре векторных феррозондовых датчика НВ 0302. В целях калибровки в систему также входит скалярный квантовый магнитометр. Магнитоизмерительная система оснащена блоком преобразования измерительной информации и интерфейсом взаимодействия с вычислительной подсистемой.

На аналоговых выходах каждого их датчиков в процессе работы вырабатываются следующие сигналы: опорное напряжение и напряжения, пропорциональные величине проекции вектора индукции магнитного поля на направление соответствующей оси чувствительности.

Преобразование сигналов векторных датчиков в системе осуществляется с помощью блока формирования сигналов векторных датчиков и контрольных диполей.

При проведении калибровки было учтено, что максимальный дипольный момент, который удавалось развить в диполе, составил величину порядка  $100 \text{ Ам}^2$ , что в совокупности с уровнем чувствительности датчиков порядка 1 нТл ограничило рабочую зону эксперимента размерами порядка 10 м.

Результаты калибровки системы представлены в таблицах 1 и 2.

Докалибровка используемых феррозондовых датчиков позволила свести погрешность до уровня 10 нТл. В то время как паспортные параметры, указанные в первом столбце таблиц 1 и 2, дают погрешность измерения поля Земли порядка 1000 нТл.

Таблица 1. Результаты калибровки датчиков 1 и 2

Значения параметров смещения нулей, масштабные коэффициенты, углы перекоса				
Параметр	1		2	
	пасп.	калиб.	пасп.	калиб.
$\Delta X$	0,012	0,0117	0,012	0,0095
$\Delta Y$	0,021	0,0216	0,026	0,0223
$\Delta Z$	0,022	0,0191	0,019	0,0242
$K_X$	0,987	0,9857	0,953	0,9616
$K_Y$	0,988	0,986	0,968	0,9666
$K_Z$	0,906	0,9042	0,965	0,9669
$K_{XY}$	-0,0435	-0,0446	-0,0119	-0,0106
$K_{XZ}$	-0,0178	0,0036	-0,0032	0,0194
$K_{YX}$	0	0	0	0
$K_{YZ}$	-0,0093	-0,0022	-0,0124	-0,0045
$K_{ZX}$	0,0214	0	0,0264	0

Таблица 2. Результаты калибровки датчиков 3 и 4

Значения параметров смещения нулей, масштабные коэффициенты, углы перекоса				
Параметр	3		4	
	пасп.	калиб.	пасп.	калиб.
$\Delta X$	0,0097	0,0091	0,015	0,0132
$\Delta Y$	0,021	0,0191	0,025	0,0217
$\Delta Z$	0,021	0,0212	0,023	0,0271
$K_X$	0,965	0,9644	0,954	0,9537
$K_Y$	0,982	0,9814	0,946	0,9446
$K_Z$	0,974	0,9752	0,965	0,9645
$K_{XY}$	-0,0123	-0,0101	-0,0057	-0,0635
$K_{XZ}$	0,0073	0,0231	-0,0021	0,0366
$K_{YX}$	0	0	0	0
$K_{YZ}$	-0,0098	-0,0108	-0,0165	-0,0172
$K_{ZX}$	0,0148	0	0,0362	0

Эксперимент по оценке положения диполя для каждой точки измерений калибровочного эксперимента заключается в последовательных поворотах платформы с шагом 30 градусов во-

круг своей оси при неподвижном диполе. За базовый выбран датчик №2 (рис. 1). Результаты калибровки представлены в таблице 3.

Таблица 3. Результаты калибровки положения диполя

Азимут <sup>о</sup>	$\Delta X$ , м	$\Delta Y$ , м	$\Delta Z$ , м	Невязка, нТл
270	-0,009	+0,001	-0,002	0,028
300	+0,001	+0,024	-0,004	0,054
330	+0,007	+0,034	-0,046	0,032
0	+0,006	+0,025	-0,051	0,036
30	+0,017	-0,016	-0,0096	0,044
60	+0,003	-0,007	-0,017	0,025
90	+0,002	+0,013	-0,032	0,025
120	-0,0097	+0,024	-0,026	0,057
150	-0,015	+0,022	-0,0024	0,056
180	-0,011	+0,028	+0,011	0,051
210	-0,016	+0,022	-0,013	0,053
240	-0,018	+0,014	-0,015	0,031
270	-0,007	+0,042	-0,006	0,024
СКО ошибок оценок	0,004	0,006	0,006	
Вектор диполя	наклонение:	-2,7 <sup>о</sup>	склонение:	5,2 <sup>о</sup>

Калибровочный эксперимент по оценке положения феррозондов относительно базового состоит в вычислении малых углов поворота каждой оси чувствительности каждого датчика по отношению к соответствующей оси базового датчика. Также определялись малые вектора перемещения феррозондов. Все это делалось в предположении, что от поворота к повороту конструкция платформы остается неизменной, т.е. углы поворота и смещения являются постоянными величинами.

Обработка данных с анализом стохастических мер оцениваемости показала, что из шести углов перекоса два плохо оцениваются. Поэтому итоговая размерность вектора параметров после декомпозиции — 7 для каждого датчика.

В эксперименте вертикальная компонента поля для трех калибруемых датчиков минимальна: ось диполя для них все время находится в плоскости осей 1, 2. Как следствие, достоверность

величин  $\beta_{31}$ ,  $\beta_{32}$  не подтверждается стохастическими мерами оцениваемости. В то время как меры оцениваемости практически всех углов поворота и перекоса близки к 1, мера оцениваемости указанных углов составляет всего лишь около 0,5. Это означает, что данные углы в данном эксперименте являются плохо оцениваемыми или плохо наблюдаемыми величинами: СКО ошибки оценки для них улучшается всего лишь в 2 раза, с 0,1 до 0,04-0,05 радиана. Оценки приведены в таблице 4.

Таблица 4. Оценки ортогональных поворотов, линейных смещений и перекосов осей датчиков

Оценки смещений						
Датчик	$\Delta x$ , м	$\Delta y$ , м	$\Delta z$ , м			
1	0,021	0,005	0,015			
3	0,013	-0,012	0,015			
4	0,006	-0,003	0,022			
Оценки ортогональных поворотов						
Датчик	вокруг $x$ , °	вокруг $y$ , °	вокруг $z$ , °			
1	-0,1	-0,7	0,7			
3	0,6	-1,5	-1,3			
4	-1,1	-2,7	3,1			
Оценки перекосов осей						
Датчик	$u \text{ к } x$ , °	$z \text{ к } x$ , °	$x \text{ к } y$ , °	$z \text{ к } y$ , °	$x \text{ к } z$ , °	$y \text{ к } z$ , °
1	0,2	-9,4	-0,3	0,4	0,1	0,1
3	-0,2	11,5	0,2	9,2	0,15	0,1
4	0,15	-5,3	-0,3	6,8	0,1	0,1

## 7. Заключение

При калибровке магнитоградиентометра на калибровочном стенде с диполем в качестве эталонного источника требуется исключить влияние следующих факторов.

1. Не должно влиять поле Земли. Наиболее реальный вариант решения – это использовать источник переменного магнитного поля.
2. Не должны влиять размеры источника. Для этого геометрические размеры излучающей петли эталонного источника

должны быть существенно меньше дистанции  $d$  между датчиками системы, а дипольный момент достаточно большим, чтобы создавать значимую амплитуду поля на дистанции в несколько  $d$ .

3. Не должно влиять изменение дипольного момента. Для этого необходимо обеспечить стабильность климатических условий, чтобы сохранялись геометрические параметры эталонного источника, а ток в петле должен контролироваться с высокой точностью.

Реализация описанной технологии калибровки в совокупности с технологией калибровки существующих датчиков магнитной индукции позволит обеспечить калибровку всех параметров магнитоградиентной измерительной системы и определение точного взаимного расположения датчиков и взаимной ориентации всех осей чувствительности.

### **Литература**

1. ВАСИЛЮК Н.Н. *Калибровка коэффициентов линейной модели интегрального магнитометра за счет использования измерений трехосного гироскопа* // Гироскопия и навигация. – 2019. – Т. 27, №1. – С. 107–126.
2. ГЕТЬМАН Р.В., ЗАТЕЕВ А.А., ИВАНОВ Ю.М. и др. *Анализ погрешностей измерений магнитного момента кораблей в дальнем поле* // Морской вестник. – 2018. – №1(65). – С. 102–104.
3. ГОЛОВАН А.А. *Методы исследования задач оценивания и их приложения к задачам инерциальной и спутниковой навигации в авиационной гравиметрии*: Диссертация ... д.ф.-м.н. – МГУ им. М.В. Ломоносова, мех.-мат. факультет, 2002. – 112 с.
4. ИВАНОВ Д.С., ТКАЧЕВ С.С., КАРПЕНКО С.О. и др. *Калибровка датчиков для определения ориентации малого космического аппарата* // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2010 – №28. – 30 с. – URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-28> (дата обращения: 15.01.2024).

5. КАРШАКОВ Е.В., ХАРИЧКИН М.В. *Стохастическая задача оценивания* // Автоматика и телемеханика. – 2008. – №7. – С.68–77.
6. ПАРУСНИКОВ Н.А., ГОЛОВАН А.А., ВАРАВВА В.Г. *О стохастической мере оцениваемости* // Коррекция в навигационных системах. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – С. 4–7.
7. BILLINGS S. *Superconducting magnetic tensor gradiometer-system for detection of underwater military munitions* // SERDP Project MR-1661. – Ashland, OR, USA: Sky Research Inc., Final report, 2012.
8. BISON G.A., WYNANDS R., WEIS A. *Laser-pumped magnetometer for the mapping of humancardiomagnetic fields* // Appl. Phys. – 2003. – Vol. 76, No. 3. – P. 325–328.
9. CHENG CHI, JUN-WEI LW, DAN WANG. *Calibration of tri-axial magnetometer with ellipsoid fitting method* // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2019. – Vol. 237, Iss. 3. – P. 1–6. – URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/237/3/032015/pdf> (дата обращения: 12.02.2024).
10. KARSHAKOV E.V. *Iterated extended Kalman filter for airborne electromagnetic data inversion* // Exploration Geophysics. – 2020. – Vol. 51, Iss.1. – P. 66–73.
11. KOK M., SCHON T.B. *Magnetometer calibration using inertial sensors* // IEEE Sensors Journal. – 2016. – No. 16(14). – P. 5679–5689.
12. LI X., LI Z. *A new calibration method for tri-axial field sensors in strap-down navigation systems* // Measurement Sciences and Technology. – 2012. – No. 23(10). – P. 2852–2855.
13. LI W., CAI H., ZHAO S. et al. *Real-time magnetic field calibration method based on extended Kalman filter* // Journal of Physics Conference Series. – 2020. – Iss. 1627. – P. 1–8. – URL: [https://www.researchgate.net/publication/344528971\\_Real-Time\\_Magnetic\\_Field\\_Calibration\\_Method\\_Based\\_on\\_Extended\\_Kalman\\_Filter](https://www.researchgate.net/publication/344528971_Real-Time_Magnetic_Field_Calibration_Method_Based_on_Extended_Kalman_Filter) (дата обращения: 12.02.2024).

14. PANG H., PAN M., WANG W. et al. *Error calibration of three axis magnetometer based on Gauss-Newton iteration algorithm* // Chinese Journal of Scientific Instrument. – 2013 – No. 34(7). – P. 1506–1511.
15. QIN G., GUNA X.Y., LI W.S. *Compensation method of magnetic field error of three-dimensional vector based on ellipsoid compensation* // Electronic Measurement Technology. – 2018. – No. 41(2). – P. 34–39.
16. WU Y., PEI L. *Gyroscope calibration via magnetometer* // IEEE Sensors Journal. – 2017. – No. 17(16). – P. 5269–5275.
17. WU Y., ZOU D., LIU P. *Dynamic magnetometer calibration and alignment to inertial sensors by Kalman filtering* // IEEE Trans. on Control Systems and Technology. – 2018. – No. 26(2). – P. 716–723.
18. YANG B.F., FAN B.Y., XU J.M. *Research on error compensation in geomagnetic field measurement based on least squares* // Journal of Air Force Engineering University. – 2017. – No. 18(6). – P. 34–39.
19. YIN G., ZHANG Y.T., FAN H.B. et al. *Linear calibration method of magnetic gradient tensor system* // Measurement. – 2014. – No. 56. – P. 8–18.
20. ZHANG G., ZHANG Y.T., YIN G. et al. *The calibration method of magnetic tensor system based on linear error model* // Journal of Jilin University. – 2015 – No. 45(3). – P. 1012–1016.
21. ZHOU N.B., WANG Y.B., WANG Q. *A brief review of geomagnetic navigation technology* // Journal of Navigation and Positioning. – 2018. – No. 6(2). – P. 15–19.

## **TECHNOLOGY OF BENCH CALIBRATION OF TENSOR MAGNETOGRADIENT MEASUREMENT SYSTEMS**

**Boris Pavlov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Chief Research Scientist (pavlov@ipu.ru).

**Evgeny Karshakov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Leading Researcher (karshakov@ipu.ru).

**Dmitry Goldin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., Senior Researcher (goldind@ipu.ru).

**Andrey Volkovitsky**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Leading Researcher (avolkovitsky@yandex.ru).

*Abstract: A technology for bench calibration of a tensor magnetogradient measuring system is proposed. The proposed algorithms are based on assessing the influence of a reference magnetic source, described by the spatial distribution of the scalar magnetic potential, on the calibrated magnetogradiometer. Algorithms have been developed for additional calibration of vector sensors, which must be performed at a point with a minimum magnetic field gradient or in a solenoidal field. An algorithm has been developed for estimating the position of the base sensor, which consists of sequential rotations of the magnetogradient measuring system around its center with a stationary calibrated field source. An algorithm has been developed for estimating the direction of the dipole moment vector for a known position of the sensor relative to the field source. An algorithm has been developed for estimating the position of vector sensors relative to the base one. An algorithm for calibration technology for a tensor magnetogradiometer has been developed. The implementation of the described calibration technology in conjunction with the calibration technology of existing magnetic induction sensors made it possible to ensure the calibration of all parameters of the magnetogradient measuring system and the determination of the exact relative position of the sensors and the relative orientation of all sensitivity axes.*

**Keywords:** calibration, tensor magnetogradiometers, magnetogradient measuring system.

УДК 621.317.44

ББК 31.222

DOI: 10.25728/ubs.2024.110.12

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Л.Б. Рапопортом.*

*Поступила в редакцию 28.03.2024.  
Опубликована 31.07.2024.*