НЕЧЁТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ПАРКОМ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ С УЧЁТОМ ТРАНСФЕРНЫХ ПАССАЖИРОПОТОКОВ

Романенко В. А.[1]

(*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара*)

Решён вариант задачи совместной оптимизации структуры и численности парка воздушных судов (ВС) и распределения ВС по авиалиниям для авиакомпании, планирующей выполнение массовых трансферных перевозок пассажиров на базе узлового аэропорта. Предполагается, что задача решается авиакомпанией на этапе, предшествующем выполнению перевозок, когда спрос на перевозки может быть известен лишь приближённо. В этом случае прогнозные уровни спроса определяются путём экспертных оценок и должны рассматриваться в качестве нечётких чисел. Совместная оптимизация по критерию экономической эффективности сформулирована как целочисленная задача математического программирования с нечётким критерием и чёткими ограничениями. С использованием приёма дефаззификации нечёткая задача сведена к обычной задаче математического программирования, решаемой за приемлемое время с помощью доступного программного обеспечения. На базе программного пакета IBM ILOG OPL получено решение серии модельных примеров задачи с уровнями спроса, заданными в нечёткой и «чёткой» форме. Выполненное сравнение выявило существенные различия наиболее значимых результатов решения оптимизационной задачи при нечётких и «чётких» исходных данных. Попытка заменить решение, полученное с учётом нечёткости прогноза пассажиропотока, «чётким» решением приводит к существенному ухудшение целевой функции. Всё это свидетельствует о целесообразности учёта нечёткой неопределённости исходных данных. Предложенная нечёткая модель может быть использована для повышения эффективности принимаемых решений на этапе проектирования таких перспективных авиатранспортных систем, как системы трансферных авиаперевозок на базе узловых аэропортов.

Ключевые слова: оптимизация, математическое программирование, нечёткое число, воздушные суда, узловой аэропорт, трансферные пассажиры, авиалинии.

1. Введение

Настоящая статья продолжает тематику публикаций [7, 8], посвящённых использованию нечётких величин в задачах опти-

[1] *Владимир Алексеевич Романенко, к.т.н., доцент* (vla_rom@mail.ru).

мизации организационно-технических систем воздушного транспорта. Рассматривается задача нечёткого математического программирования, являющаяся частью общей проблемы принятия решений в управлении авиатранспортным предприятием при неполностью определённых исходных данных. Предполагается, что некоторой авиакомпанией, выполняющей перевозки или планирующей выполнение перевозок между заданным аэропортом и рядом других аэропортов, решается вопрос о выборе направлений повышения экономической эффективности перевозочной деятельности. Одним из таких направлений может стать стимулирование трансферных перевозок путём обеспечения удобных условий перевозки пассажирам, выбирающим маршрут с пересадкой в рассматриваемом аэропорту. Другое направление, во многом обусловленное активизацией трансферных перевозок, может состоять в оптимизации парка воздушных судов (ВС), включающей изменение числа ВС, замену ВС одного типа ВС другого типа, включение в состав авиапарка ВС не использовавшихся ранее типов и т.д. Если авиапарк формируется авиакомпанией на базе широко распространённых договоров операционного лизинга, то изменение его состава и численности может быть осуществлено достаточно быстро. Стремление повысить роль трансферных перевозок и изменения в составе авиапарка должны учитываться при решении задачи оптимального распределения ВС по авиалиниям – одной из типичных задач математического программирования, часто встречающихся в практике планирования работы авиатранспортных предприятий. Поскольку задача переформирования авиапарка и задача его распределения по авиалиниям имеют единую цель – максимум прибыли, то имеет смысл решать их совместно, рассматривая как две части единой задачи.

Проблема повышения экономической эффективности в условиях ужесточения существующих и появления новых вызовов стоит перед российскими авиапредприятиями весьма остро. Одним из путей её разрешения является концентрация трансферных пассажиропотоков в узловых аэропортах. Более или менее успешный опыт такой деятельности к настоящему времени накоплен у целого ряда отечественных авиакомпаний и аэропортов. В качестве одного из новейших примеров следует отметить усилия авиакомпании «Аэрофлот» по развитию региональных пересадочных хабов, предпринимаемые национальным перевозчиком РФ в течение последних лет [2]. Таким образом, рассматриваемая в статье задача может считаться вполне актуальной.

Решение двуединой задачи проектирования авиапарка и распределения его по авиалиниям возможно при наличии информации относительно уровней пассажиропотоков на рассматриваемых авиалиниях. Задача решается на этапе, предшествующем выполнению перевозок, когда спрос на перевозки может быть известен лишь предположительно. Предположим, что прогнозные уровни спроса определяются путём экспертных оценок и могут рассматриваться в качестве нечётких величин.

Как оптимизация парка транспортных средств, так и оптимизация распределения ВС по авиалиниям были одними из первых задач математического программирования, результаты решения которых были успешно внедрены в практику работы авиапредприятий ещё в 1950-х годах. Впервые детерминированное решение первой из этих задач было описано в работе [13], второе – в работе [14]. Впоследствии были разработаны весьма сложные и изощрённые подходы к решению обеих задач. Продолжилось совершенствование детерминированных моделей решения задачи оптимизации авиапарка, активно используемых на практике [1, 9, 11, 26, 27]. Первым фактором, стохастичность которого начала учитываться при разработке моделей оптимизации авиапарка, явился уровень спроса пассажиров на перевозку [20, 24]. Позже в моделях, ориентированных на долгосрочное планирование, было предложено учитывать также изменчивость цен на авиатопливо и ряд других факторов, имеющих вероятностный характер [12, 16]. В настоящее время основные усилия исследователей сосредоточены не столько на расширении возможностей моделей, сколько на поиске методов поиска оптимальных решений за приемлемое время. Среди предложенных в последнее время подходов можно отметить смешанно-целочисленное линейное программирование, методы машинного обучения, в числе которых алгоритм обучения с подкреплением, алгоритм «Актор – Критик» и некоторые другие [16].

Состояние исследований в части оптимизации распределения ВС по авиалиниям довольно подробно описано в недавней статье [8], поэтому, чтобы не повторяться, напомним здесь лишь основные моменты. Разработка методов решения рассматриваемой задачи с учётом стохастичности пассажиропотоков началась лишь немногим позже, чем было получено стохастическое решение [3, 15]. Полученные к настоящему времени методики позволяют осуществлять [10, 17, 23] оптимальное распределение многочисленного парка ВС на разветвлённой сети авиалиний с учётом многих промежуточных посадок, временных ограничений на параметры графика оборота ВС, необходимость «стыковок» авиарейсов, необходимость возвращения ВС в базовый аэропорт.

Поскольку задача распределения ВС по авиалиниям является лишь частью общей проблемы принятия решений в управлении авиакомпанией, то и решаться она должна совместно с другими оптимизационными задачами, в число которых может входить и задача формирования парка ВС [18]. Эволюция исследований стохастической распределительной задачи идёт в направлении как расширения комплекса совместно решаемых оптимизационных задач, так и увеличения числа учитываемых случайных факторов. Если в более ранних работах [15, 22] выполнялось распределение ВС по авиалиниям при случайном спросе, то, например, в [21] был учтен также стохастический характер цен на авиатопливо, а в [25] распределение ВС рассмотрено совместно с формированием авиалиний, составлением расписания полётов и планированием технического обслуживания ВС при случайном спросе и отклонениях от расписания. Комплекс задач в одной из наиболее сложных постановок представлен в статье [19], где одновременно решаются задачи распределения ВС, формирования авиалиний и составления расписания с учётом необходимости технического обслуживания ВС и наличия код-шеринговых соглашений между перевозчиками. Случайными считаются спрос, время наземной стоянки ВС и отклонения от расписания.

К настоящему времени неизвестны работы, в которых такой значимый фактор, как пассажирский спрос, подверженный влиянию различного рода неопределённостей, рассматривался бы в терминах нечёткости. Исключение составляет работа автора [8], где рассмотрена довольно простая постановка задачи распределения ВС по авиалиниям при нечётко заданных уровнях спроса. В настоящей статье предлагается задачи проектирования парка ВС и расстановки ВС по авиалиниям решать совместно, считая спрос заданным экспертно в нечёткой форме и ограничившись случаем сети авиалиний на базе узлового аэропорта.

2. Модель оптимизации

2.1. НЕОБХОДИМЫЕ ОПЕРАЦИИ НЕЧЁТКОЙ АРИФМЕТИКИ

Представим кратко основные понятия и приёмы нечёткой арифметики, используемые при решении рассматриваемой задачи. Нечёткое множеством $\tilde{A}$ на универсальном множестве U – это совокупность кортежей вида $\langle \mu_{\tilde{A}}(u), u \rangle$, где $\mu_{\tilde{A}}(u)$ – степень принадлежности элемента $u \in U$ нечёткому множеству $\tilde{A}$, которая задаётся как действительное число из интервала [0, 1].

Функция принадлежности – функция, позволяющая вычислить степень принадлежности нечёткому множеству произвольного элемента универсального множества.

Нечёткая величина – нечёткое множество, заданное на множестве действительных чисел [5].

«Треугольное» нечёткое число (ТНЧ) – нечёткая величина, относящаяся к типу нормальных, имеющая функцию принадлежности с треугольным профилем. ТНЧ характеризует неопределённость типа «приблизительно равно» и является одним из наиболее часто используемых, интуитивно понятных, простых и удобных для практических вычислений типов нечётких величин. ТНЧ $\tilde{A}$ может быть представлено в виде кортежа $\tilde{A} = \langle a^L, a^M, a^R \rangle$, включающего координаты опорных точек функции принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(u)$, отображённой на рис. 1.

Здесь a^M – наиболее возможное значение u (мода), a^L, a^R – наименьшее и наибольшее из возможных значений u (левая и правая границы ТНЧ соответственно), $a^L \le a^M \le a^R$.

Разности $\Delta a^L = a^M - a^L$ и $\Delta a^R = a^R - a^M$ называются, соответственно, левым и правым коэффициентами нечёткости, а их отношения к модальному значению a^M – левым k^{aL} и правым k^{aR} относительными коэффициентами нечёткости:

(1) $$k^{a\,L} = \frac{\Delta a^L}{a^M}, \quad k^{a\,R} = \frac{\Delta a^R}{a^M}.$$

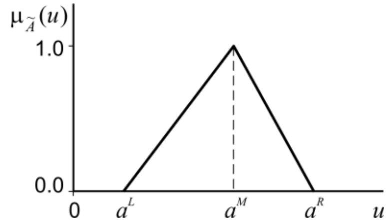

Рис. 1. «Треугольное» нечёткое число

ТНЧ $\tilde{A}$ называется симметричным (СТНЧ), если величины его левых и правых коэффициентов равны:

(2) $\Delta a^L = \Delta a^R = \Delta a, \quad k^{aL} = k^{aR} = k^a.$

Необходимые ниже операции с ТНЧ определяются с использованием принципа обобщения Заде [5]. Для заданных ТНЧ $\tilde{A}$ и «обычного» (не нечёткого) числа b результатами нечёткого сложения (+), умножения (×), взятия максимума (max) и минимума (min) будут ТНЧ, определяемые соответственно как

$$\tilde{A} + (\times) b = \left\langle a^L + (\times) b,\, a^M + (\times) b,\, a^R + (\times) b \right\rangle,$$

(3) $$\max(\min)(\tilde{A}, b) = \left\langle \max(\min)(a^L, b), \max(\min)(a^M, b), \max(\min)(a^R, b) \right\rangle.$$

Для приведения к чёткой форме (дефаззификации) ТНЧ ниже используется далее метод центроида [5], в соответствии с которым результатом дефаззификации ТНЧ $\tilde{A} = \left\langle a^L, a^M, a^R \right\rangle$ явится чёткое число $\bar{a}$:

(4) $$\bar{a} = \mathrm{def}(\tilde{A}) = \frac{a^L + a^M + a^R}{3}.$$

2.2. МОДЕЛЬНАЯ СИСТЕМА

Предполагается, что авиакомпания планирует организовать так называемую «веерную» сеть авиалиний, в которой один из аэропортов (узловой аэропорт, хаб) играет роль пересадочного центра для пассажиров, перевозимых между другими («периферийными») аэропортами. Для обеспечения высокой прибыльности формируемой «веерной» сети авиакомпания готова пойти на частичное или полное изменение состава авиапарка на условиях соглашений операционного лизинга. Рассмотрим предельный случай, когда авиакомпанией допускается возможность полного переформирования авиапарка. Будем считать, что к принятию в лизинг авиакомпании доступны ВС нескольких определённых типов. Обозначим число доступных типов ВС V. Введём принадлежащие множеству целых неотрицательных чисел $\mathbf{Z}_+$ переменные n_v, $v = 1, \ldots, V$, представляющие собой численности ВС типа v, планируемых к приобретению авиакомпанией по договору лизинга. Множество численностей ВС $\mathbf{N} = \{n_v \in \mathbf{Z}_+, v = 1, \ldots, V\}$ должно быть определено в результате решения оптимизационной задачи.

Присвоим каждому аэропорту «веерной» сети номер $k \in \{0, 1, \ldots, K\}$, где K – число периферийных аэропортов. Будем считать, что аэропорт с порядковым номером $k = 0$ – узловой, а остальные аэропорты – «периферийные». Для упрощения модели примем, что каждый рейс между хабом и любым периферийным аэропортом выполняется без посадок в промежуточных аэропортах. Чтобы сократить время ожидания пересадки трансферных пассажиров, следующих из аэропорта отправления i в аэропорт назначения j ($i, j \in \{1, \ldots, K\}$) через узловой аэропорт ($k = 0$), авиакомпания должна строить своё расписание с учётом необходимости организации в хабе «стыковок» рейсов. Под «стыковкой» рейсов на маршруте $(i, 0, j)$ будем понимать такое сочетание времени прибытия в хаб рейса из аэропорта i и времени отправления из хаба в аэропорт j рейса, которое обеспечивает трансферному пассажиру, следующему по маршруту $(i, 0, j)$, надёжную возможность пересадки с первого из этих рейсов на второй. Для обеспечения востребованности стыковкам на маршруте $(i, 0, j)$ примем, что каждому прибывающему из i в 0 рейсу с трансферными пассажирами должен соответствовать отправляемый из 0 в j рейс. Таким образом, за заданный промежуток времени число рейсов с трансферными пассажирами из i в 0 должно совпадать с числом рейсов из 0 в j. Необходимость наличия стыковок рейсов в хабе учитываются следующим образом. Все рейсы условно разбиты на два вида: «стыковочные», т.е. перевозящие пассажиров всех категорий, включая трансферных, и «нестыковочные» – перевозящие пассажиров всех категорий за исключением трансферных. Число «стыковочных» рейсов на участках $(i, 0)$ и $(0, j)$ маршрута $(i, 0, j)$ при наличии спроса на этот маршрут принимается одинаковым, что позволяет обеспечить возможность для комфортной пересадки трансферных пассажиров. Обозначим x_{vk} и y_{vk} соответственно число «стыковочных» и число «нестыковочных» рейсов, выполняемых на авиалинии между узловым и k-м аэропортами на ВС v-го типа в течение недели. Здесь и далее значения параметров приводятся к недельному интервалу, которому, как правило, соответствует цикличность повторяемости дней выполнения рейсов в расписании [6]. Множества численностей рейсов $\mathbf{X} = \{x_{vk} \in \mathbf{Z}_+,\ v = 1, \ldots, V,\ k = 1, \ldots, K\}$ и $\mathbf{Y} = \{y_{vk} \in \mathbf{Z}_+,\ v = 1, \ldots, V,\ k = 1, \ldots, K\}$ должны определяться в результате решения рассматриваемой оптимизационной задачи.

Примем заданным в нечёткой форме $\tilde{q}_{ij}$ экспертный прогноз недельного пассажирского спроса на перевозку в пределах пары аэропортов (i, j), где i – аэропорт отправления, а j – аэропорт назначения ($i \neq j,\ i, j \in \{0, 1, \ldots, K\}$), предполагая, что уровни спроса в прямом и обратном направлениях могут различаться. Заметим, что достижение максимума прибыли не требует обязательной перевозки всех желающих. Неудовлетворённый в течение рассматриваемой недели спрос будем считать упущенным, полагая, что поскольку рассматриваемая авиакомпания может быть не единственным перевозчиком на авиалинии, то желающие, которым не найдётся мест на её рейсах, уйдут к конкурентам.

Используем для перехода от величины прогнозируемого спроса к величине ожидаемого пассажиропотока тот же подход, который был применён в [8], модифицировав его с учётом наличия трансферных пассажиров. Предположим, что для перевозки пассажиров из i в j авиакомпания в течение недели планирует выделить на своих рейсах w_{ij} мест. Назовём «плановым» недельное число пассажиров из i в j, на перевозку которых авиакомпания будет вправе рассчитывать при некотором w_{ij}. Плановое недельное число пассажиров не сможет превысить как прогнозируемого недельного спроса $\tilde{q}_{ij}$, так и суммарного недельного числа мест w_{ij}. Поскольку плановое недельное число пассажиров будет зависеть от ТНЧ $\tilde{q}_{ij}$, то оно так же будет ТНЧ. Обозначим это ТНЧ $\tilde{p}_{ij}$ и будем определять её по правилам нечётких вычислений (3) как

(5) $\quad \tilde{p}_{ij} = \min(w_{ij}, \tilde{q}_{ij})$.

В случае ориентации авиакомпании на массовые трансферные перевозки нужно ожидать, что на одной авиалинии будут перевозиться пассажиры, следующие через хаб сразу несколькими маршрутами, различающимися уровнями спроса и тарифов. Разумно предположить, что в целях повышения прибыли авиакомпании придётся ограничивать число предоставляемых мест для пассажиров на малорентабельных или убыточных маршрутах, удовлетворяя спрос в первую очередь на направлениях более прибыльных. Следует заметить, что такое управление продажами широко практикуется авиаперевозчиками. При решении рассматриваемой оптимизационной задачи рациональное распределение мест, выделяемых для пассажиров, следующих на авиалинии в пределах различных пар аэропортов, обеспечивается включением в число проектных параметров множества $\mathbf{W} = \{w_{ij} \in \mathbf{Z}_+, i \neq j, \ i, j = 0, 1, \ldots, K\}$.

2.3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введём следующие обозначения величин, которые должны быть заданы или определены предварительно, до «запуска» алгоритма решения оптимизационной задачи:

d_v, b_v – соответственно дальность и пассажировместимость ВС v-го типа, $v \in \{1, \ldots, V\}$;

L_v – лизинговые платежи за одно ВС v-го типа, приведенные к недельному интервалу, $v \in \{1, \ldots, V\}$;

l_k – протяжённость авиалинии между узловым и k-м периферийным ($k \in \{1, \ldots, K\}$) аэропортами;

s_{ij} – средний сквозной тариф на перевозку пассажира в одном направлении из аэропорта i в аэропорт j, $i \neq j$, $i, j \in \{0, 1, \ldots, K\}$. Сквозной тариф на трансферную перевозку по маршруту $(i, 0, j)$ определяется пропорционально сумме прямых тарифов на участках $(i, 0)$ и $(0, j)$ с учётом понижающего коэффициента $k_{ij} < 1$:

(6) $$s_{ij} = k_{ij}(s_{i,0} + s_{0,j}), \quad i \neq j, \quad i, j \in \{1, \ldots, K\}.$$

Использование понижающего коэффициента вызвано, в частности, необходимостью дифференцирования уровня тарифных ставок в зависимости от расстояния перевозки и необходимостью некоторой компенсации трансферным пассажирам за неудобства, связанные с пересадкой;

t_{vk} – продолжительность парного («туда и обратно») рейса ВС v-го типа между хабом и k-м аэропортом, включающая полетное время туда и обратно, дополнительное время на руление ВС во время взлёта и посадки, затраты времени на обслуживание ВС перед вылетом и по прилету в аэропортах;

τ_{vk} – продолжительность рейса ВС v-го типа между хабом и k-м периферийным аэропортом в одном направлении по расписанию – временной промежуток между указанными в расписании моментами времени отправления и прибытия рейса. Величины продолжительности рейса по расписанию в прямом и обратном направлениях принимаются одинаковыми;

C_{vk} – затраты на выполнение парного рейса ВС v-го типа на авиалинии между узловым ($k = 0$) и k-м периферийным ($k \in \{1, \ldots, K\}$) аэропортами. Предполагается, что величина C_{vk} рассчитывается авиакомпанией для некоторого фиксированного уровня занятости пассажирских кресел, что позволяет считать C_{vk} величиной, не зависящей от числа перевозимых пассажиров. В соответствии с практикой предполагается, что спрос на перевозки в прямом и обратном направлениях может заметно различаться, поэтому не требуется, чтобы численности мест на перевозки «туда» и «обратно» совпадали;

r_k – минимально допустимое недельное число парных рейсов между узловым и k-м периферийным аэропортами, $k \in \{1, \ldots, K\}$;

r_{ij} – минимально допустимое недельное число «стыковок» рейсов на маршруте $(i, 0, j)$, $i \neq j$, $i, j \in \{1, \ldots, K\}$. Предполагается, что сокращение фактических недельных частот выполнения рейсов и числа «стыковок» ниже минимально допустимых уровней может привести к неприемлемому с точки зрения потенциальных пассажиров увеличению времени ожидания перевозки, что послужит причиной труднопрогнозируемого снижения спроса на перевозку между узловым и k-м периферийным аэропортами или из i-го периферийного в j-й периферийный аэропорт через рассматриваемый хаб;

θ_k – максимально допустимая продолжительность рейса в одном направлении между узловым и k-м периферийным аэропортами, $k \in \{1, \ldots, K\}$. Задание предельно допустимой продолжительности рейса позволяет исключить возможность назначения на наиболее востребованные авиалинии, где конкурентами используются скоростные реактивные ВС, менее скоростных ВС, например с турбовинтовой двигательной установкой. Таким образом, последние три параметра введены в целях обеспечения конкурентоспособности рассматриваемой авиакомпании;

В качестве критерия оптимальности задачи совместной оптимизации парка ВС и расстановки ВС по авиалиниям логично выбрать максимум недельной прибыли авиакомпании, составляющей разность между недельными доходами от перевозки пассажиров и недельными расходами на выполнение рейсов, а также приведенными к недельному интервалу лизинговыми платежами. Поскольку величины планового пассажиропотока $\tilde{p}_{ij}$, очевидно влияющие на прибыль, являются нечёткими, то прибыль также представляет собой нечёткую величину. Известно [4], что оптимизационная задача с нечёткой целевой функцией именно в силу нечёткости последней является задачей с бесконечным числом целевых функций. Чтобы придать постановке задачи определённость будем учитывать при расчёте прибыли дефаззифицированные методом центроида значения планового пассажиропотока:

(7) $\bar{p}_{ij} = \mathrm{def}(\tilde{p}_{ij})$.

С учётом введённых обозначений максимизируемая целевая функция запишется как

(8) $$\Pi = \sum_{i=0}^{K} \sum_{\substack{j=0, \\ i \neq j}}^{K} \bar{p}_{ij} s_{ij} - \sum_{v=1}^{V} \sum_{k=1}^{K} (x_{vk} + y_{vk}) C_{vk} - \sum_{v=1}^{V} n_v L_v \ .$$

Ограничения, учитываемые при решении оптимизационной задачи:

1) на общее недельное число мест, выделяемых для прибывающих в хаб из аэропорта k пассажиров всех категорий на ВС всех типов, которое не может превосходить суммарного числа мест на всех рейсах, выполняемых между хабом и аэропортом k в неделю:

(9) $$w_{k0} + \sum_{j=1}^{K} w_{kj} \le \sum_{v=1}^{V} (x_{vk} + y_{vk}) b_v \ , \qquad k = 1, ..., K \ ;$$

2) аналогичное ограничение на общее недельное число мест, выделяемых для пассажиров, отправляемых из хаба в аэропорт k:

(10) $$w_{0k} + \sum_{i=1}^{K} w_{ik} \le \sum_{v=1}^{V} (x_{vk} + y_{vk}) b_v \ , \qquad k = 1, ..., K \ ;$$

3) на общее недельное число мест на «стыковочных» рейсах ВС всех типов для прибывающих в хаб из аэропорта k трансферных пассажиров, которое не может превосходить суммарного числа мест на всех «стыковочных» рейсах, выполняемых между хабом и аэропортом k в неделю:

(11) $$\sum_{j=1}^{K} w_{kj} \le \sum_{v=1}^{V} x_{vk} b_v \ , \qquad k = 1, ..., K \ ;$$

4) аналогичное ограничение на общее недельное число мест на «стыковочных» рейсах для отправляемых из хаба в аэропорт k трансферных пассажиров:

(12) $$\sum_{i=1}^{K} w_{ik} \le \sum_{v=1}^{V} x_{vk} b_v \ , \qquad k = 1, ..., K \ ;$$

5) на суммарную продолжительность всех парных рейсов

всех ВС определённого типа, которая не должна превышать длительности календарного фонда времени с учётом разного рода производственных и непроизводственных простоев ВС:

(13) $\sum_{k=1}^{K}(x_{vk}+y_{vk})\tau_{vk} \le n_v(T-T_v^{\text{Пр}})$, $\quad v=1,\ldots,V,$

где T – длительность рассматриваемого интервала времени (неделя), $T_v^{\text{Пр}}$ – средняя продолжительность простоев одного ВС v-го типа в течение рассматриваемого интервала времени (простои на ТОиР, простои по метеоусловиям, нахождение в резерве и пр.);

6) на число «стыковочных» рейсов на маршруте при наличии спроса на этот маршрут, которое на обоих его участках должно быть одинаковым:

(14) $\sum_{v=1}^{V}x_{vi}=\sum_{v=1}^{V}x_{vj}$, $\quad \forall i,j\in\{1,\ldots,K\}: i\ne j,\ \bar{q}_{ij}>0$,

где $\bar{q}_{ij}=\mathrm{def}(\tilde{q}_{ij})$ – дефаззифицированное методом центроида значение $\tilde{q}_{ij}$;

7) на минимальное недельное число рейсов на авиалинии, которое не может быть ниже заданного минимально допустимого недельного числа:

(15) $\sum_{v=1}^{V}(x_{vk}+y_{vk})\ge r_k$, $\quad k=1,\ldots,K$.

8) на минимальное недельное число «стыковок» рейсов с трансферными пассажирами на маршруте, которое не может быть ниже заданного минимально допустимого недельного числа:

(16) $\sum_{v=1}^{V}x_{vi}\ge r_{ij}$ (или $\sum_{v=1}^{V}x_{vj}\ge r_{ij}$), $\forall i,j\in\{1,\ldots,K\}: i\ne j,\ \bar{q}_{ij}>0$;

9) запрет назначения на авиалинию ВС, дальность которого меньше протяжённости авиалинии:

(17) $x_{vk}=y_{vk}=0$, $\quad \forall v\in\{1,\ldots,V\}$, $\forall k\in\{1,\ldots,K\}: l_k>d_v$.

10) ограничение на продолжительность рейса ВС v-го типа между хабом и k-м периферийным аэропортом в одном направлении по расписанию, которая из соображений конкурентоспо-

собности не должна превышать максимально допустимую продолжительность:

(18) $x_{vk} = y_{vk} = 0$, $\forall v \in \{1, ..., V\}$, $\forall k \in \{1, ..., K\}$: $\tau_{vk} > \theta_k$.

Таким образом, задача совместной оптимизации парка ВС и распределения ВС по авиалиниям сводится к определению множеств **N**, **X**, **Y**, **W**, обеспечивающих максимум целевой функции П (8) и удовлетворяющих ограничениям (9)–(18) при заданных d_v, b_v, L_v, l_k, r_k, θ_k, s_{ij}, k_{ij}, $\tilde{q}_{ij}$, r_{ij}, t_{vk}, τ_{vk}, C_{vk} ($v = 1, \ldots, V$, $k, i, j = 1, \ldots, K$). Сформулированная задача относится к классу «обычных» (не нечётких) задач целочисленного математического программирования. Решение рассмотренных ниже примеров получено с помощью программного пакета IBM ILOG OPL.

3. Модельные примеры

3.1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Двумя основными целями решения рассмотренной ниже серии модельных примеров явились, во-первых, анализ влияния степени нечёткости исходных данных на результаты решения оптимизационной задачи и, во-вторых, оценка принципиальной целесообразности её решения в нечёткой форме.

Совокупность исходных данных сформирована на основе статистики одного из крупных региональных аэропортов европейской части России. Характеристики доступных авиакомпании типов ВС приведены в таблице 1. Забегая вперёд необходимо отметить, что ВС типа 5 ($v = 5$) ни при каком сочетании исходных данных не были распределены ни на одну авиалинию, поэтому этот тип ВС исключён из описания результатов.

Таблица 1. Характеристики авиапарка

v	1	2	3	4	5
b_v, пас.	210	160	70	50	100
d_v, км	5100	5100	1370	2500	2950

Лизинговый авиапарк предполагается задействовать для перевозок пассажиров между рассматриваемым хабом и 11 «периферийными» аэропортами. Недельный спрос на перевозки между парами пунктов, заданный модальными значениями q_{ij}^M СТНЧ $\tilde{q}_{ij}$, приводится в таблице 2. Для оценки влияния нечёткости на результаты решения оптимизационной задачи рассмотрены 4 случая, соответствующие различным степеням уверенности эксперта в прогнозе, со следующими значениями относительного коэффициента нечёткости k^q СТНЧ $\tilde{q}_{ij}$: $k^q \in \{0; 0{,}15; 0{,}3; 0{,}45\}$. В каждом случая значения k^q приняты одинаковыми для всех $\tilde{q}_{ij}$, $\forall i, j \in \{1, \ldots, K\}$.

Таблица 2. Модальный спрос между аэропортами, q_{ij}^M, чел.

i	j											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	14800	6300	6100	2305	1020	940	880	550	410	290	570
1	16400	0	0	0	0	830	0	0	0	345	125	0
2	6800	0	0	0	0	490	0	0	0	600	175	0
3	5930	0	0	0	405	0	0	0	0	0	0	270
4	2380	0	0	405	0	0	1630	140	310	0	0	0
5	905	760	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	910	0	0	0	1685	0	0	0	0	0	0	370
7	770	0	0	0	135	0	0	0	0	0	0	155
8	480	0	0	0	295	0	0	0	0	0	0	385
9	245	340	600	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	310	125	175	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	625	0	0	270	0	0	310	120	385	0	0	0

Исходные данные по авиалиниям сведены в таблицу 3. Величины, имеющие экономический смысл, выражены в условных денежных единицах (усл. ед.). Прочерки соответствуют случаям недостаточной дальности ВС. Понижающий коэффициент для расчёта сквозных трансферных тарифов принят одинаковым для всех пар аэропортов: $k_{ij} = 0{,}8$, $\forall i, j \in \{1, \ldots, K\}$: $i \neq j$.

Для каждого из перечисленных выше значений k^q рассмотрено три приведённых в таблице 3 варианта ограничений на минимальное недельное число рейсов r_k, $k = 1, \ldots, 11$. Вариант I, принятый за базовый, близок к фактическим частотам рейсов, выполняемым в настоящее время из аэропорта.

Таблица 3. Характеристики авиалиний

k	l_k, км	r_k, рейсов, по вариантам			t_{vk}, ч., по типам ВС (v)				τ_{vk}, ч., по типам ВС (v)				C_{vk}, усл.ед., по типам ВС (v)				s_{0k}, усл. ед.	θ_k, ч
		I	II	III	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
1	868	110	82	125	6,5	4,7	5,3	4,1	1,2	1,2	1,9	1,3	1443	1220	535	842	6,5	1,5
2	1359	66	49	81	7,7	5,9	7,3	5,3	1,7	1,7	2,9	1,9	2141	1810	811	1255	9,4	2
3	1346	31	24	41	7,6	5,8	7,2	5,3	1,7	1,7	2,9	1,9	2122	1795	804	1244	9,3	3
4	1629	24	18	24	8,3	6,5	–	6	2,0	2,0	–	2,3	2524	2135	–	1482	11	3
5	2350	6	5	6	9,9	8,1	–	7,8	2,9	2,9	–	3,2	3549	3001	–	2088	15,2	3,5
6	1153	8	6	8	7,2	5,4	6,5	4,8	1,5	1,5	2,5	1,6	1848	1563	695	1082	8,2	2,5
7	1800	10	7	10	8,7	6,9	–	6,4	2,2	2,2	–	2,5	2767	2340	–	1626	12	3
8	1600	5	4	5	8,2	6,4	–	5,9	2,0	2,0	–	2,2	2483	2100	–	1457	10,8	3
9	2250	3	2	3	9,7	7,9	–	7,6	2,8	2,8	–	3,0	3407	2881	–	2004	14,6	3,5
10	2200	2	2	2	9,6	7,8	–	7,4	2,7	2,7	–	3,0	3336	2821	–	1962	14,3	3,5
11	1770	7	5	7	8,6	6,8	–	6,3	2,2	2,2	–	2,4	2725	2304	–	1600	11,8	3,5

На недельное число стыковок ограничения наложены только для пар пунктов (1, 5) и (3, 4). По вариантам ограничения следующие: I) $r_{1,5} = r_{5,1} = 7$, $r_{3,4} = r_{4,3} = 4$; II) $r_{1,5} = r_{5,1} = 5$, $r_{3,4} = r_{4,3} = 3$; III) $r_{1,5} = r_{5,1} = 8$, $r_{3,4} = r_{4,3} = 5$. Таким образом вариант I соответствует сокращению суммарного недельного числа рейсов и стыковок приблизительно до 75% от базового уровня, а вариант III – увеличению этого числа примерно на 15% от базового уровня.

3.2. ПРИМЕР 1

Приводимые ниже результаты позволяют сделать некоторые выводы относительно влияния степени нечёткости пассажиропотоков на результаты решения оптимизационной задачи. Результаты для варианта ограничений I при $k^q = 0{,}3$, рассмотренные в качестве иллюстрации более подробно, сведены в таблицы 4 и 5. Полученное решение обеспечивает авиакомпании ощутимую прибыль, составляющую П = 21,7 млн усл. ед., несмотря на необходимость лизинговых расходов на авиапарк следующей численности по типам ВС: $v_1 = 0$, $v_2 = 7$, $v_3 = 4$, $v_4 = 2$. Для рассмотренного набора исходных данных использование ВС первого типа, отличающихся наибольшей пассажировместимостью, не планируется. Наиболее активно предполагается использовать ВС второго типа. Этот вывод подтверждают и данные таблицы 4, в которой представлено оптимальное распределение количества рейсов по авиалиниям и типам ВС.

Согласно таблице 4, на ряде авиалиний число рейсов заметно превышает установленное ограничениями минимально необходимое их число, что говорит об особой прибыльности этих авиалиний. Для рассмотренного сочетания исходных данных число «трансферных» рейсов полностью совпадает на всех авиалиниях, что является скорее исключением, чем правилом. В рассматриваемом случае предполагается выполнение одного рейса в сутки на каждой авиалинии, тем самым обеспечивается возможность организации ежедневной перевозки трансферных пассажиров в пределах всех пар аэропортов. В большинстве других случаев число «трансферных» рейсов по авиалиниям несколько различается, равняясь либо незначительно превосходя на одних линиях $r_{1,5}$ (или $r_{5,1}$), а на других – $r_{3,4}$ (или $r_{4,3}$). Такое слабое разнообразие численности «стыковочных» рейсов по авиалиниям объясняется относительно равномерным распределением спроса на трансферные перевозки среди различных пар аэропортов.

Оптимальное распределение мест на ВС и соответствующие пассажиропотоки между аэропортами приведены в таблице 5. При наличии спроса на перевозку из аэропорта i в аэропорт j в соответствующую ячейку таблицы 5 внесены два числа: в верхнюю строку – оптимальное число выделяемых мест w_{ij}, в нижнюю строку – дефаззифицированное число потенциальных пассажиров $\overline{p}_{ij}$. Нули соответствуют парам аэропортов, не пользующимся спросом. Сравнение данных таблиц 2 и 5 позволяет сделать вывод о том, что выделенных для выполнения перевозок в пределах значительного числа пар аэропортов мест недостаточно для удовлетворения даже модального уровня спроса. Там, где мест значительно меньше, чем желающих совершить поездку, дефаззифицированное плановое число пассажиров $\overline{p}_{ij}$ совпадает с числом выделенных мест w_{ij}, что соответствует высокой, практически, стопроцентной, занятости мест на ВС.

Таблица 4. Оптимальное количество рейсов

k \ v	x_{vk}				y_{vk}				$x_{vk}+y_{vk}$				Σx_{vk}	Σy_{vk}	$\Sigma x_{vk}+$ $+\Sigma y_{vk}$
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4			
1	0	7	0	0	0	87	0	16	0	94	0	16	7	103	110
2	0	7	0	0	0	32	0	27	0	39	0	27	7	59	66
3	0	0	7	0	0	0	63	0	0	0	70	0	7	63	70
4	0	7	0	0	0	14	0	3	0	21	0	3	7	17	24
5	0	7	0	0	0	3	0	0	0	10	0	0	7	3	10
6	0	2	5	0	0	0	13	0	0	2	18	0	7	13	20
7	0	5	0	2	0	0	0	2	0	5	0	4	7	2	9
8	0	6	0	1	0	0	0	0	0	6	0	1	7	0	7
9	0	7	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	7	0	7
10	0	2	0	5	0	0	0	1	0	2	0	6	7	1	8
11	0	7	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	7	0	7
Σ	0	57	12	8	0	136	76	49	0	193	88	57	77	261	338

Таблица 5. Результаты оптимизации, w_{ij}, *мест,* $\overline{p}_{ij}$, *пас.*

i	j											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	14943 *13368*	6470 *5727*	4428 *4375*	2390 *2103*	714 *714*	917 *831*	868 *784*	524 *478*	410 *369*	377 *290*	399 *399*
1	14882 *13748*	0	0	0	0	543 *543*	0	0	0	290 *274*	90 *89*	0
2	6672 *6035*	0	0	0	0	343 *343*	0	0	0	420 *420*	153 *143*	0
3	4428 *4336*	0	0	0	283 *283*	0	0	0	0	0	0	189 *180*
4	2390 *2145*	0	0	283 *283*	0	0	522 *522*	98 *98*	217 *217*	0	0	0
5	718 *690*	532 *532*	350 *350*	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	910 *819*	0	0	0	517 *517*	0	0	0	0	0	0	153 *153*
7	828 *712*	0	0	0	113 *107*	0	0	0	0	0	0	109 *108*
8	533 *450*	0	0	0	207 *207*	0	0	0	0	0	0	270 *269*
9	245 *221*	275 *263*	600 *540*	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	390 *306*	60 *60*	170 *154*	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	437 *437*	0	0	189 *189*	0	0	141 *141*	84 *84*	269 *269*	0	0	0

Рисунок 2 иллюстрирует пример формирования функций принадлежности ТНЧ «планируемый пассажиропоток» $\tilde{p}_{ij}$ на базе функций принадлежности СТНЧ «прогнозируемый спрос» $\tilde{q}_{ij}$ с учётом численности выделенных на ВС мест z_{ij}. В примере использованы характеристики пассажиропотоков между аэропортом 10 и хабом. Параметры, соответствующие суммарным, в том числе трансферным, пассажиропотокам, прибывающим в хаб из аэропорта 10 и отправляемым из хаба в аэропорт 10, снабжены верхними индексами «П» и «О» соответственно. Согласно исходным данным, пассажиропоток на авиалинии формируется за счёт спроса на перевозки в пределах следующих пар аэропортов: (10, 0), (10, 1), (10, 2), (0, 10), (1, 10), (2, 10).

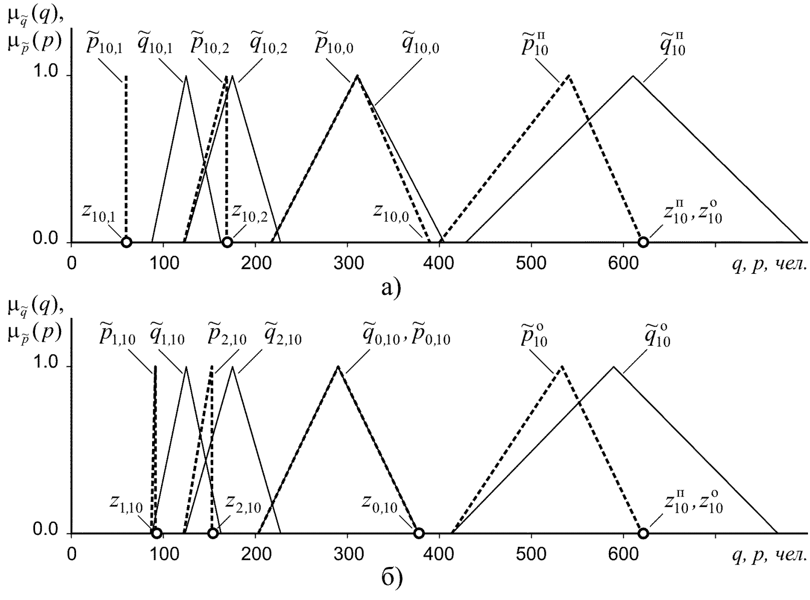

Рис. 2. Функции принадлежности нечётких параметров пассажиропотоков на авиалинии в аэропорт 10:
а) прибытие в хаб; б) отправка из хаба

Из результатов, приводимых в таблицах 2 и 5, следует, что на рейсах этой авиалинии в одном направлении суммарно планируется выделить $z_{10}^{\text{п}} = z_{10}^{\text{о}} = 620$ мест, которых, судя по рис. 2, не будет достаточно не только для удовлетворения максимально возможных уровней спроса $\tilde{q}_{10}^{\text{п}}$ и $\tilde{q}_{10}^{\text{о}}$, но даже и близких к наиболее возможным (модальным). Причём в наиболее «ущемленном» положении окажутся желающие совершить трансферную перевозку. Число мест $z_{0,10}$, выделяемых для прямой перевозки в пределах пары (0, 10), будет достаточным для удовлетворения любого уровня спроса $\tilde{q}_{0,10}$. В обратном направлении мест ($z_{10,0}$) может не хватить только в случае, если реализуется наиболее оптимистичный вариант прогноза по спросу $\tilde{q}_{10,0}$. На трансферные перевозки в пределах пары (10, 1) число выделяемых мест $z_{10,1}$ существенно ниже любого уровня спроса $\tilde{q}_{10,1}$. В обратном направлении, в пределах пары (1, 10), мест ($z_{1,10}$) будет достаточно, только если в жизнь воплотится наинизший прогнозируемый уровень спроса $\tilde{q}_{1,10}$. Близкая, хотя и несколько лучшая, ситуация по возможности удовлетворения спроса складывается в пределах пар (10, 2) и (2, 10).

Как видно из рассмотренного примера, после преобразования СТНЧ $\tilde{q}_{ij}$ в ТНЧ $\tilde{p}_{ij}$ только в одном случае полученная $\tilde{p}_{0,10}$ полностью совпадает с исходной $\tilde{q}_{0,10}$. В остальных случаях формируются ТНЧ $\tilde{p}_{ij}$, не являющиеся симметричными, с меньшими модальными значениями и более низкими коэффициентами нечёткости, чем у исходных СТНЧ $\tilde{q}_{ij}$, причём в случае с СТНЧ $\tilde{q}_{10,1}$ исходная нечёткая величина редуцируется в чёткое число $p_{10,1} = z_{10,1}$.

Аналогичная картина наблюдается и при анализе общих результатов для рассматриваемого сценария. Суммарное количество потенциальных пассажиров, принимаемых и отправляемых хабом, представляющее собой ТНЧ $\tilde{p}^{\Sigma} = \langle 63207, 79261, 79780 \rangle$ пас., заметно ниже заданного суммарного спроса, который при $k^{q} = 0.3$ составляет СТНЧ $\tilde{q}^{\Sigma} = \langle 66213, 94590, 122967 \rangle$ чел. При этом ТНЧ $\tilde{p}^{\Sigma}$, в отличие от $\tilde{q}^{\Sigma}$, на базе которого оно сформировано, уже не является симметричным. По сравнению с $\tilde{q}^{\Sigma}$ оно и менее размыто. Левый и правый коэффициенты нечёткости ТНЧ $\tilde{p}^{\Sigma}$ составляют $k^{p\,L} = 0{,}203$ и $k^{p\,R} = 0{,}007$, что значительно ниже исходной величины $k^{q} = 0{,}3$.

Сравнение результатов оптимизации для различных вариантов ограничений и уровней нечёткости, приводимых в таблице 6 и на рис. 3 и 4, свидетельствует о том, что при любом сочетании исходных данных планируемые пассажиропотоки всегда отличаются от заданных нечётких уровней спроса в меньшую сторону и характеризуются меньшей размытостью.

Таблица 6. Результаты оптимизации для различных вариантов ограничений и уровней нечёткости

Вариант	k_q	*П*, млн. усл. ед.	n^{Σ}, ВС	z^{Σ}, тыс. мест	$\langle p^{\Sigma L}, p^{\Sigma M}, p^{\Sigma R}\rangle$, тыс. пас.	$k^{L}_{p^{\Sigma}}$	$k^{R}_{p^{\Sigma}}$	$\bar{p}^{\Sigma}$, тыс. пас.	γ^{T}, %	$K_з$
I	**0**	**77,7**	**14**	**83,2**	**⟨83,1; 83,1; 83,1⟩**	**0**	**0**	**83,1**	**18,3**	**0,999**
	0,15	52,7	14	82,7	⟨75,1; 82,7; 82,7⟩	0,09	0,01	80,2	19,8	0,969
	0,3	21,7	13	79,8	⟨63,2; 79,3; 79,8⟩	0,20	0,01	74,1	20,0	0,929
	0,45	–11,0	12	76,9	⟨51,0; 76,1; 76,9⟩	0,33	0,01	68,0	20,2	0,884
II	**0**	**107,2**	**13**	**78,7**	**⟨78,5; 78,5; 78,5⟩**	**0**	**0**	**78,5**	**13,4**	**0,999**
	0,15	87,9	11	73,9	⟨69,7; 72,4; 73,6⟩	0,04	0,02	71,9	16,0	0,973
	0,3	62,4	11	73,5	⟨61,9; 72,1; 73,4⟩	0,14	0,02	69,1	19,6	0,940
	0,45	32,6	10	70,9	⟨50,6; 69,1; 70,9⟩	0,27	0,03	63,5	20,0	0,896
III	**0**	**51,4**	**15**	**86,6**	**⟨85,3; 85,3; 85,3⟩**	**0**	**0**	**85,3**	**19,3**	**0,985**
	0,15	25,5	15	85,7	⟨75,1; 84,5; 85,7⟩	0,11	0,01	81,8	19,9	0,954
	0,3	–6,3	14	83,2	⟨63,2; 81,1; 83,2⟩	0,22	0,03	75,8	19,8	0,912
	0,45	–39,0	13	80,3	⟨51,3; 78,5; 80,3⟩	0,35	0,02	70,0	21,2	0,872

В таблице 6, наряду с прибылью П, представлены оптимальные значения следующих параметров: суммарное число ВС всех типов в авиапарке n^{Σ}, суммарное недельное число выделенных мест на всех рейсах z^{Σ}, суммарное недельное число потенциальных пассажиров в форме ТНЧ $\tilde{p}^{\Sigma} = \langle p^{\Sigma L}, p^{\Sigma M}, p^{\Sigma R}\rangle$ и в дефаззифицированной форме $\bar{p}^{\Sigma}$, левый $k^{L}_{p^{\Sigma}}$ и $k^{R}_{p^{\Sigma}}$ правый относительные коэффициенты нечёткости ТНЧ $\tilde{p}^{\Sigma}$, доля трансферного пассажиропотока в общем дефаззифицированном недельном потенциальном пассажиропотоке γ^T, средний коэффициент занятости пассажирских мест $K_з$, подсчитанный как отношение суммарного дефаззифицированного планового недельного числа пассажиров $\overline{p}^{\Sigma}$ к общему недельному числу мест z^{Σ}.

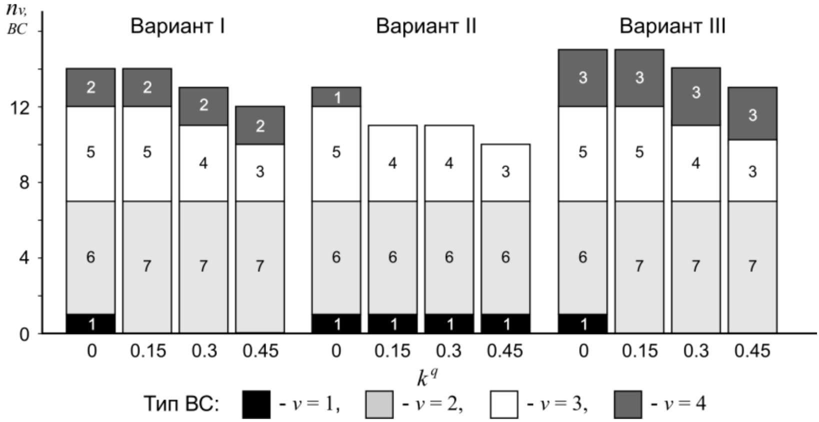

Рис.3. Оптимальный состав авиапарка

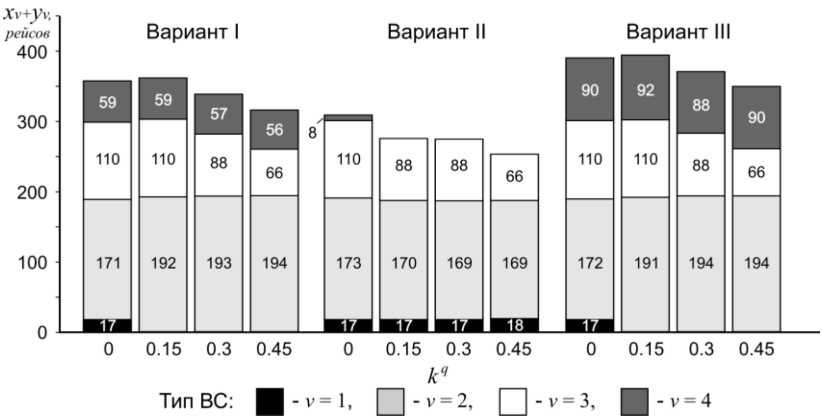

Рис.4. Оптимальное недельное число рейсов ВС

Результаты, представленные в таблице 6 и на рис. 3 и 4, позволяют заключить, что рост неопределённости прогноза приводит к снижению численности авиапарка, выделяемых мест и уровней планируемого пассажиропотока, что сопровождается некоторым увеличением доли трансферных пассажиров при незначительных колебаниях их абсолютной численности. Описанные тенденции служат причиной снижения прибыли вплоть до получения убытков, особенно заметных при жёстких требованиях по недельному числу рейсов и стыковок, сокращения разнообразия типов ВС в составе авиапарка и уменьшения общего числа рейсов, что более заметно при менее жёстких ограничениях на количество рейсов. Влиянием этих факторов объясняется всё менее рациональное распределение ВС по авиалиниям, выражающееся в снижении коэффициента занятости мест, по мере роста неопределённости и жёсткости ограничений на количество рейсов. Тем не менее при любых сочетаниях исходных данных коэффициент занятости остаётся весьма высоким. Таким образом, следует сделать вывод о существенном влиянии степени нечёткости исходных данных на результаты решения оптимизационной задачи.

Для рассмотренных исходных данных на базе современной персональной вычислительной техники затраты машинного времени на получение оптимальных решений задачи в нечёткой постановке составляли от 2 до 5 минут, в чёткой постановке – около 0,5 минуты.

3.3. ПРИМЕР 2

Возвращаясь к целям выполнения модельных примеров, рассмотрим теперь вопрос возможности отказа от учёта нечёткости при решении оптимизационной задача. Вообще возможность решения сформулированной выше комплексной задачи оптимизации в чёткой форме обеспечила бы заметное снижение затрат машинного времени на решение благодаря упрощению используемой математической модели. И хотя при рассмотренных исходных данных задачи решались быстро, можно предположить, что с увеличением размерности затраты машинного времени могут достигать неприемлемого уровня, особенно при учёте нечёткости.

Для оценки последствий игнорирования нечёткости спроса рассмотрим ситуацию, когда при фактической неопределённости спроса для формирования авиапарка и расстановки ВС по авиалиниям используется решение, полученное без учёта неопределённости. Результаты серии таких «подстановок» решений, полученных для «чёткого» спроса ($k^q = 0$), в модель целевой функции (7), (8) при фактически неопределённом спросе представлены в столбцах таблицы 7 под заголовками «ЧР». Использованы описанные выше исходные данные при тех же сочетаниях ограничений и уровнях нечёткости, что и в примере 1. Для наглядности и удобства сравнения результаты решения «чёткой» ($k^q = 0$) оптимизационной задачи в таблице 6 выделены полужирным шрифтом, а в таблицу 7 из таблицы 6 скопированы результаты решений при нечётком спросе ($k^q \in \{0;\ 0{,}15;\ 0{,}3;\ 0{,}45\}$), озаглавленные «НР». Приведены относительные отклонения результатов, полученных на нечёткой модели при подстановке «чёткого» решения («ЧР»), от представленных в таблице 6 оптимальных результатов собственно нечёткой задачи («НР»).

Таблица 7. Результаты использования «чёткого» решения при нечётком моделировании

Вариант	k_q	П, млн усл. ед.		$\delta^{П}$, %	n^{Σ}, ВС		δ^{n}, %	z^{Σ}, тыс. мест		δ^{Z}, %	$\bar{p}^{\Sigma}$, тыс. пас.		δ^{P}, %
		НР	ЧР		НР	ЧР		НР	ЧР		НР	ЧР	
I	0,15	52,7	49,7	–5,7	14	14	0,0	82,7	83,2	0,5	80,2	79,9	–0,3
	0,3	21,7	15,2	–30,1	13	14	7,1	79,8	83,2	4,2	74,1	75,9	2,5
	0,45	–11,0	–21,0	–91,4	12	14	14,3	76,9	83,2	8,1	68,0	71,7	5,5
II	0,15	87,9	79,5	–9,6	11	13	15,4	73,9	78,7	6,6	71,9	75,4	4,9
	0,3	62,4	46,4	–25,5	11	13	15,4	73,5	78,7	7,0	69,1	71,6	3,6
	0,45	32,6	13,0	–60,1	10	13	23,1	70,9	78,7	11,0	63,5	67,7	6,5
III	0,15	25,5	18,7	–26,6	15	15	0	85,7	86,6	1,0	81,8	81,5	–0,3
	0,3	–6,3	–16,4	–160,6	14	15	6,7	83,2	86,6	4,1	75,8	77,4	2,1
	0,45	–39,0	–52,4	–34,3	13	15	13,3	80,3	86,6	7,8	70,0	73,2	4,5

Наиболее впечатляет несовпадение значений целевой функции – прибыли, однако и по другим характеристикам отличия вполне явные. Как показывает сравнение, использование «чёткого» решения при нечёткости исходных данных означает необходимость выделения большего числа мест для большего числа пассажиров, что достигается использованием большего числа ВС или заменой ВС меньшего класса на ВС большего класса (с большей стоимостью лизинга). Перечисленные факторы служат источником значительного сокращения прибыли. Таким образом, решение задачи оптимального распределения ВС в нечёткой постановке при заданном в нечёткой форме прогнозе пассажирского спроса следует считать весьма желательным; замена нечёткого оптимального решения чётким нецелесообразно.

4. Заключение

В статье решена задача совместной оптимизации авиапарка и распределения ВС на заданной сети авиалиний авиакомпании, планирующей развитие трансферных перевозок пассажиров через один из аэропортов с организацией в нём стыковок рейсов. Новизна постановки задачи состоит в том, что уровни спроса на прямые и трансферные перевозки приняты не полностью определёнными экспертно заданными нечёткими величинами, что соответствует этапу предварительного проектирования системы трансферных перевозок. Статья развивает подход к решению задач нечёткой оптимизации управления парком ВС, предложенный автором в работе [8]. Значимость названных задач определяется тем, что результаты их решения не только напрямую влияют на экономическую эффективность перевозочной деятельности авиапредприятий, но и позволяют повысить транспортную доступность пунктов, связанных заданной сетью авиалиний.

Задача совместной оптимизации сформулирована как целочисленная задача математического программирования с нечётким критерием и чёткими ограничениями. Благодаря использованию приёма дефаззификации нечёткая задача сведена к обычной задаче математического программирования, решаемой имеющимися эффективными методами на базе доступного программного обеспечения. Решение модельных примеров получено с использованием программного обеспечения IBM ILOG OPL. Затраты машинного времени на решение задачи в нечёткой постановке при принятых исходных данных составили не более нескольких минут, что свидетельствует о практической реализуемости решения в условиях действующих предприятий гражданской авиации.

Как показало сравнение, учёт нечёткости исходных данных оказывает весомое влияние на результаты решения оптимизационной задачи. Попытка заменить решение, полученное с учётом нечёткости прогноза пассажиропотока, «чётким» решением приводит к существенному ухудшение целевой функции. Такую замену следует считать нежелательной.

Таким образом, представленные результаты модельных примеров свидетельствуют о том, что учёт неопределённости спроса при решении задачи совместной оптимизации парка ВС и распределения ВС по авиалиниям следует считать целесообразным, а предложенная нечёткая модель может быть использована для повышения эффективности принимаемых решений на этапе проектирования таких перспективных авиатранспортных систем, как системы авиаперевозок на базе узловых аэропортов.

Литература

1. АНДРОНОВ А.М., ХИЖНЯК А.Н. *Математические методы планирования и управления производственно-хозяйственной деятельностью предприятий гражданской авиации*. – М.: Транспорт, 1977. – 215 с.
2. *«Аэрофлот» продолжает развитие авиатранспортных узлов за пределами столицы*. [Электронный ресурс]. – URL: http://www.ato.ru/content/aeroflot-prodolzhaet-razvitie-aviatransportnyh-uzlov-za-predelami-stolicy (дата обращения: 26.05.2025).
3. ДАНЦИГ Д.Б. *Линейное программирование, его применения и обобщения*. – М.: Прогресс, 1966. – 600 с.
4. ОРЛОВСКИЙ С.А. *Проблемы принятия решений при нечёткой исходной информации*. – М.: Наука, 1981. – 208 с.
5. ПЕГАТ А. *Нечёткое моделирование и управление*. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с.
6. *Приказ Министерства транспорта РФ от 12 декабря 2011 г. N 310 «Об утверждении Порядка формирования, утверждения и опубликования расписания регулярных воздушных перевозок пассажиров и (или) грузов, выполняемых перевозчиками, имеющими соответствующие лицензии»*. – URL:

https://mintrans.gov.ru/documents/2/2207 (дата обращения: 10.12.2024).

7. РОМАНЕНКО В.А. *Оптимизация параметров системы трансферных авиаперевозок с учётом нечёткой и стохастической неопределённостей* // Управление большими системами. – 2013. – Вып. 41. – С. 285–313.
8. РОМАНЕНКО В.А. *Оптимизация распределения воздушных судов по авиалиниям при нечётких исходных данных* // Управление большими системами. – 2025. – Вып. 115. – С. 156–182.
9. САКАЧ Р.В., ПИНАЕВ Е.Г., ГЛАДЫШЕВСКАЯ Г.Н. и др. *Моделирование в планировании гражданской авиации*. – М.: Транспорт, 1983. – 173 с.
10. ABARA J. *Applying integer linear programming to the fleet assignment problem* // Interfaces. – 1989. – Vol. 19, No. 4. – P. 20–28. – DOI: 10.1287/inte.19.4.20.
11. BAZARGAN M., HARTMAN J. *Aircraft replacement strategy: Model and analysis* // J. Air Transp. Manag. – 2012. – Vol. 25. – P. 26–29. – DOI: 10.1016/j.jairtraman.2012.05.001.
12. BELOBABA P., ODONI A., BARNHART C. *The Global Airline Industry*. – John Wiley & Sons, Ltd, 2009. – 509 p.
13. DANTZIG G.B., FULKERSON D.R. *Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule* // Nav. Res. Logist. Q. – 1954. – Vol. 1, No. 3. – P. 217–222. – DOI: 10.1002/nav.3800010309.
14. FERGUSON A.R., DANTZIG G.B. *The problem of routing aircraft – a mathematical solution* // Aeronaut. Engng. Rev. – 1955. – Vol. 14, No. 4. – P. 51–55.
15. FERGUSON A.R., DANTZIG G.B. *The allocation of aircraft to routes – an example of linear programming under uncertain demand* // Manag. Sci. – 1956. – Vol. 3, No. 1. – P. 45–73. – DOI: 10.1515/9781400884179-029.
16. GEURSEN I.L., SANTOS B.F., YORKE-SMITH N. *Fleet planning under demand and fuel price uncertainty using actor–critic reinforcement learning* // Journal of Air Transport Management. – 2023. – Vol. 109. – DOI: https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2023. 102397.
17. HANE C.A., BARNHART C., JOHNSON E.L. et al. *The fleet assignment problem: Solving a large-scale integer program* // Mathematical Programming. – 1995. – Vol. 70. – P. 211–232.

18. HOFF A., ANDERSSON H., CHRISTIANSEN M. et al. *Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing* // Computers & Operations Research. – 2010. – Vol. 37, Iss. 12. – P. 2041–2061. – DOI: https://doi.org/10.1016/j.cor. 2010.03.015.
19. KIZILOGLU K., SAKALLI U.S. *Integrating Flight Scheduling, Fleet Assignment, and Aircraft Routing Problems with Codesharing Agreements under Stochastic Environment* // Aerospace. – 2023. – Vol. 10, No. 12. – DOI: 10.3390/aerospace 10121031.
20. LISTES O., DEKKER R. *A scenario aggregation-based approach for determining a robust airline fleet composition for dynamic capacity allocation* // Transp. Sci. – 2005. – Vol. 39, No. 3. – P. 367–382. – DOI: 10.1287/trsc.1040.0097.
21. NAUMANN M., SUHL L., FRIEDEMANN M. *A stochastic programming model for integrated planning of re-fleeting and financial hedging under fuel price and demand uncertainty* // Procedia – Soc. Behav. Sci. – 2012. – Vol. 54. – P. 47–55. – DOI: 10.1016/j.sbspro.2012.09.724.
22. PILLA V.L., ROSENBERGER J.M., CHEN V.C. et al. *A statistical computer experiments approach to airline fleet assignment* // IIE Trans. – 2008. – Vol. 40, No. 5. – P. 524–537. – DOI: 10.1080/07408170701759734.
23. RUSHMEIER R.A., KONTOGIORGIS S.A. *Advances in the optimization of airline fleet assignment* // Transportation Science. – 1997. – Vol. 31, No. 2. – P. 159–169.
24. SA C.A.A., SANTOS B.F., CLARKE J.P.B. *Portfolio-based airline fleet planning under stochastic demand* // Omega. Elsevier. – 2019. – Vol. 97(C). – DOI: 10.1016/j.omega.2019.08. 008.
25. SAFAK O., CAVUS O., AKTURK M.S. *Multi-stage airline scheduling problem with stochastic passenger demand and non-cruise times* // Transp. Res. Part B Methodol. – 2018. – Vol. 114. – P. 39–67. – DOI: 10.1016/j.trb.2018.05.012.
26. SCHICK G.J., STROUP J.W. *Experience with a multi-year fleet planning model* // J. Manage. Sci. – 1981. – Vol. 9, No. 4. – P. 389–396. – DOI: 10.1016/0305-0483(81)90083-9.
27. WYATT J.K. *Optimal fleet size* // Oper. Res. Q. – 1961. – Vol. 12, No. 3. – P. 186. – DOI: 10.2307/3006775.

FUZZY OPTIMIZATION OF AIRCRAFT FLEET MANAGEMENT TAKING INTO ACCOUNT TRANSFER PASSENGER FLOWS

Vladimir Romanenko, Samara National Research University, Samara, Cand.Sci., associate professor (vla_rom@mail.ru).

Abstract: A variant of the problem of joint optimization of the structure and number of aircraft fleet and the distribution of aircraft by air lines for an airline planning to perform mass transfer transportation of passengers based on a hub airport has been solved. It is assumed that the task is solved by the airline at the stage preceding the performance of transportation, when the demand for transportation can be known only approximately. In this case, the projected demand levels are determined by expert assessments and should be considered as fuzzy numbers. Joint optimization according to the criterion of economic efficiency is formulated as an integer mathematical programming problem with a fuzzy criterion and crisp constraints. Using the defuzzification technique, the fuzzy problem is reduced to an ordinary mathematical programming problem that can be solved in an acceptable amount of time using available software. Based on the IBM ILOG OPL software package, a solution has been obtained for a series of model examples of a problem with demand levels specified in a fuzzy and "crisp" form. The comparison revealed significant differences between the most significant results of solving the optimization problem with fuzzy and "crisp" initial data. An attempt to replace the solution obtained taking into account the vagueness of the passenger forecast with a "crisp" solution leads to a significant deterioration in the target function. All this indicates that it is advisable to take into account the vague uncertainty of the initial data. The proposed fuzzy model can be used to increase the efficiency of decisions made at the design stage of such promising air transport systems as transfer air transportation systems based on hub airports.

Keywords: optimization, mathematical programming, fuzzy number, aircraft, hub airport, transfer passengers, airlines.

УДК 519.85 + 510.644.4 + 656.7.022.1
ББК 22.185.432 + 22.126 + 39.580.3

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.В. Клочковым.

Поступила в редакцию 12.06.2025.
Опубликована 30.09.2025.