



Метод приближенного аналитического расчета коэффициентов отражения электромагнитной волны от слоя неоднородного невязимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров

Д.Н. Панин , О.В. Осипов , Ю.С. Мамошина

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – Обоснование. Современные исследования в области метаматериалов открывают новые горизонты в разработке материалов с уникальными электромагнитными свойствами, которые могут быть использованы в различных приложениях, от телекоммуникаций до медицинской диагностики. Неоднородные невязимные киральные метаматериалы представляют особый интерес благодаря своей способности управлять поляризацией электромагнитных волн и изменять их свойства. Однако подобные электродинамические задачи часто решаются с помощью численных методов, которые требуют значительных вычислительных ресурсов и времени, что ограничивает их практическое применение. Поэтому возникает необходимость в разработке приближенных аналитических методов для оценки коэффициентов отражения и понимания физических механизмов, лежащих в основе этих процессов. **Цель.** Разработка метода приближенного расчета коэффициентов отражения плоской однородной электромагнитной волны от планарного слоя неоднородного невязимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров. Предложен аналитический подход, который позволит получать решения различного порядка приближения и обеспечит более глубокое понимание физики процессов отражения. **Методы.** Используется аналитический подход к расчету коэффициентов отражения, основанный на методах теории поля. Учитывается неоднородность и невязимость кирального метаматериала. Разработан ряд приближенных решений, позволяющих анализировать поведение электромагнитных волн при различных условиях падения и поляризации. **Результаты.** Предложенный аналитический метод позволяет эффективно рассчитывать коэффициенты отражения для плоских волн при различных условиях взаимодействия с неоднородными невязимными киральными метаматериалами. **Заключение.** Представлен новый подход к расчету коэффициентов отражения плоской электромагнитной волны от планарного слоя неоднородного невязимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров. Разработанный аналитический метод обеспечивает более быстрое и эффективное получение решений по сравнению с численными методами и способствует лучшему пониманию физики процессов отражения в сложных материалах. Полученные результаты могут быть полезны для дальнейших исследований в области метаматериалов и их применения в современных технологиях.

Ключевые слова – киральный метаматериал; электромагнитная волна; коэффициент отражения; поляризация; неоднородный слой; материальные параметры; дисперсия.

Введение

Современные достижения в области метаматериалов открывают новые горизонты для исследований и применения в различных областях науки и техники, включая оптику, радиофизику и инфокоммуникации [1]. Метаматериалы, обладающие уникальными электромагнитными свойствами, могут быть созданы с целью реализации возможности управления распространением электромагнитных волн на уровне, не реализуемом для традиционных материалов [2]. Одной из ключевых задач в этой области является изучение отражающих свойств указанных композиционных материалов, особенно при распространении неоднородных слоистых структур [3]. Отражение электромагнитных волн от границы раздела двух сред – это сложный процесс, зависящий от множества факторов,

таких как влияние на коэффициенты отражения угла падения волны, поляризации и электрофизических свойств самих материалов. Одним из типов метаматериалов, известных и активно развивающихся с конца XX века, являются киральные метаматериалы. Они обладают асимметрией в распределении своих элементарных структур, что приводит к разнообразным эффектам их взаимодействия с электромагнитными волнами. Эти эффекты могут включать изменение поляризации, а также аномальное поведение коэффициентов отражения [4]. На сегодняшний день большинство исследований в этой области основывается на численных методах анализа [5]. Несмотря на то что численные методы позволяют получить высокоточные результаты для сложных геометрий и параметров структур, они часто требуют значи-

тельных вычислительных ресурсов и времени [6–8]. Это создает необходимость в разработке более эффективных методов анализа, которые смогли бы обеспечить быстрое получение результатов без потери точности. В данной работе предложен приближенный метод расчета коэффициентов отражения электромагнитной волны от слоя неоднородного невзаимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров. Цель исследования состоит в разработке аналитического подхода к решению данной задачи. Считается, что аналитические решения не только ускоряют процесс получения результатов, но также способствуют лучшему пониманию физики процессов взаимодействия волн с неоднородными структурами. Аналитические методы имеют ряд преимуществ: они позволяют быстро оценить влияние различных параметров на коэффициенты отражения и преломления; их можно использовать для предварительного анализа перед проведением более сложных численных расчетов; кроме того, они могут служить основой для дальнейших теоретических исследований и экспериментов.

1. Математическая модель неоднородной и невзаимной киральной среды

Для электрофизических параметров невзаимной неоднородной киральной среды можно записать материальные уравнения в виде [9; 10]:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon_0 \left(\varepsilon(x, \omega) \vec{E} + \eta^*(x, \omega) Z_0 \vec{H} \right), \\ \vec{B} &= \mu_0 \left(\mu(x, \omega) \vec{H} + \eta(x, \omega) Z_0^{-1} \vec{E} \right).\end{aligned}\quad (1)$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$ – характеристическое сопротивление вакуума;

$$\begin{aligned}\eta(x, \omega) &= \chi + i\beta(x, \omega) = \eta; \\ \eta^*(x, \omega) &= \chi - i\beta(x, \omega) = \eta^*;\end{aligned}$$

χ и $\beta(x, \omega)$ – параметры невзаимности и киральности соответственно; $\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon$ и $\mu(x, \omega) = \mu$ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости; ω – круговая частота; $i = \sqrt{-1}$.

При записи соотношений (1) предполагается, что неоднородность материальных параметров кирального метаматериала реализуется только вдоль одной пространственной координаты x .

Материальные параметры неоднородной киральной среды зависят от частоты ω , координаты x и имеют следующий вид:

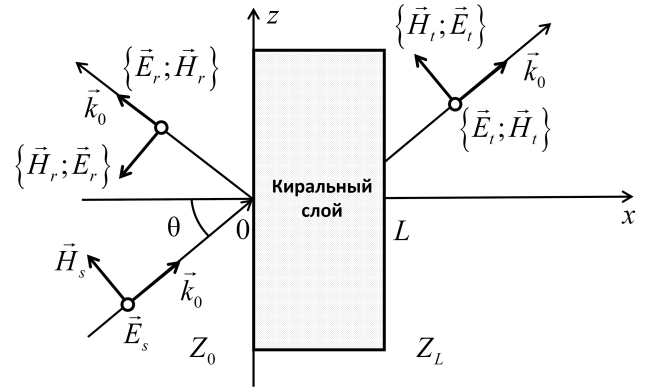


Рис. Геометрия задачи
Fig. Geometry of the problem

$$\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon \omega_{\text{рез}}^2(x)}{\omega_{\text{рез}}^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega}; \quad (2)$$

$$\mu(x, \omega) = \mu_c + \frac{\Omega_\mu \omega^2}{\omega_{\text{рез}}^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega};$$

$$\chi(x, \omega) = \frac{\Omega_\chi \omega_{\text{рез}}(x) \omega}{\omega_{\text{рез}}^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega},$$

где $\omega_{\text{рез}}(x)$ – резонансная частота, которая имеет разные значения в произвольной точке пространственной координаты x ; γ – частота демпфирования; Ω_ε , Ω_μ , Ω_χ – коэффициенты, определяющие отклонение значений электрофизических параметров в области резонанса; ε_c , μ_c – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды-контейнера соответственно.

При записи соотношений (2) учтено, что дисперсия диэлектрической и магнитной проницаемости подчиняются модели Лоренца, а параметр киральности – модели Кондона.

С помощью материальных уравнений в форме (1) и уравнений Максвелла в дифференциальной форме будем решать задачу об отражении плоской однородной электромагнитной волны от неоднородного невзаимного кирального слоя с учетом дисперсии. Волна падает на границы раздела под углом θ (рис.). На рис. введены следующие обозначения: $\{\vec{E}_s; \vec{H}_s\}$ – векторы напряженностей электрического и магнитного полей падающей волны; $\{\vec{E}_r; \vec{H}_r\}$ – векторы отраженной волны и $\{\vec{E}_t; \vec{H}_t\}$ – векторы прошедшей волны.

Для слоя из неоднородной невзаимной киральной среды толщиной L , используя материальные уравнения (1) для пространственных зависимостей y - и z -составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей при гармонической зависимости от времени, получим

систему обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{dE_y}{dx} &= -i\omega\mu_0\mu H_z(x) - i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\eta E_z(x), \\ \frac{dH_z}{dx} &= -i\omega\varepsilon_0\varepsilon \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} E_y(x) + \\ &+ i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \left\{ \eta - \frac{\eta^* \sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} H_y(x), \\ \frac{dE_z}{dx} &= i\omega\mu_0\mu \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} H_y(x) - \\ &- i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \left\{ \eta^* - \frac{\eta \sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} E_y(x), \\ \frac{dH_y}{dx} &= i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_z(x) + i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\eta^* H_z(x). \end{aligned} \quad (3)$$

Если ввести в рассмотрение нормированные напряженности электрического $U_1(x) = E_y(x)/E_0$, $U_2(x) = E_z(x)/E_0$ и магнитного $V_1(x) = Z_0 H_z(x)/E_0$, $V_2(x) = Z_0 H_y(x)/E_0$ полей, нормированную координату $\xi = x/L$ и нормированное волновое число $K = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}L$, то уравнения (3) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{d\xi} &= -iK\mu V_1(\xi) - iK\eta U_2(\xi), \\ \frac{dV_1}{d\xi} &= -iK\varepsilon \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} U_1(\xi) + \\ &+ iK \left\{ \eta - \frac{\eta^* \sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} V_2(\xi), \\ \frac{dU_2}{d\xi} &= iK\mu \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} V_2(\xi) - \\ &- iK \left\{ \eta^* - \frac{\eta \sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} U_1(\xi), \\ \frac{dV_2}{d\xi} &= iK\varepsilon U_2(\xi) + iK\eta^* V_1(\xi). \end{aligned} \quad (4)$$

Запишем систему уравнений (4) в более компактной форме:

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{d\xi} &= A_1(\xi, K)V_1(\xi) + A_2(\xi, K)U_2(\xi), \\ \frac{dV_1}{d\xi} &= A_3(\xi, K)U_1(\xi) + A_4(\xi, K)V_2(\xi), \\ \frac{dU_2}{d\xi} &= A_5(\xi, K)V_2(\xi) + A_6(\xi, K)U_1(\xi), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{dV_2}{d\xi} = A_7(\xi, K)U_2(\xi) + A_8(\xi, K)V_1(\xi),$$

где

$$A_1(\xi, K) = -iK\mu(\xi, K); \quad A_2(\xi, K) = -iK\eta(\xi, K);$$

$$A_3(\xi, K) =$$

$$= -iK\varepsilon(\xi, K) \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu(\xi, K)\varepsilon(\xi, K) - \eta(\xi, K)\eta^*(\xi, K)} \right\};$$

$$A_4(\xi, K) =$$

$$= iK \left\{ \eta(\xi, K) - \frac{\eta^*(\xi, K)\sin^2\theta}{\mu(\xi, K)\varepsilon(\xi, K) - \eta(\xi, K)\eta^*(\xi, K)} \right\};$$

$$A_5(\xi, K) =$$

$$= iK\mu(\xi, K) \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu(\xi, K)\varepsilon(\xi, K) - \eta(\xi, K)\eta^*(\xi, K)} \right\};$$

$$A_6(\xi, K) =$$

$$= -iK \left\{ \eta^*(\xi, K) - \frac{\eta(\xi, K)\sin^2\theta}{\mu(\xi, K)\varepsilon(\xi, K) - \eta(\xi, K)\eta^*(\xi, K)} \right\};$$

$$A_7(\xi, K) = iK\varepsilon(\xi, K); \quad A_8(\xi, K) = iK\eta^*(\xi, K).$$

Для системы уравнений (5), исходя из условий непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей на границах раздела сред, запишем следующие граничные условия для случая волны горизонтальной поляризации:

$$U_1(0) = 1 + R_{ee}, \quad U_2(0) = -R_{eh} \cos\theta, \quad (6)$$

$$V_1(0) = (1 - R_{ee}) \cos\theta, \quad V_2(0) = -R_{eh},$$

$$U_1(1) = T_{ee}, \quad U_2(1) = T_{eh} \cos\theta,$$

$$V_1(1) = \frac{Z_0}{Z_L} T_{ee} \cos\theta, \quad V_2(1) = -\frac{Z_0}{Z_L} T_{eh}.$$

Граничные условия для случая вертикальной поляризации представляются в следующем виде:

$$U_2(0) = (1 - R_{hh}) \cos\theta, \quad U_1(0) = R_{he}, \quad (7)$$

$$V_2(0) = -(1 + R_{hh}), \quad V_1(0) = -R_{he} \cos\theta,$$

$$U_2(1) = T_{hh} \cos\theta, \quad U_1(1) = T_{he},$$

$$V_2(1) = -\frac{Z_0}{Z_L} T_{hh}, \quad V_1(1) = -\frac{Z_0}{Z_L} T_{he} \cos\theta.$$

В соотношениях (6) и (7) R_{ee} , R_{eh} – коэффициенты отражения основной и кросс-поляризованной волн в случае горизонтальной поляризации; T_{ee} , T_{eh} – коэффициенты прохождения основной и

кросс-поляризованной волн в случае горизонтальной поляризации; Z_L – характеристическое сопротивление во второй области; R_{hh} , R_{he} – комплексные коэффициенты отражения основной и кросс-поляризованной волн в случае вертикальной поляризации; T_{hh} , T_{he} – комплексные коэффициенты прохождения основной и кросс-поляризованной волн в случае вертикальной поляризации. Отметим, что соответствующий выбор величины импеданса Z_L позволяет проводить расчеты для слоя на поверхности металла.

Как видно из соотношений (6) и (7), при решении учтена кросс-поляризация поля, возникающая при падении электромагнитной волны на киральный слой.

Входящие в выражения (4) материальные параметры кирального метаматериала являются нормированными и имеют вид

$$\varepsilon(\xi, K) = \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon K_{\text{рез}}^2(\xi)}{K_{\text{рез}}^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K};$$

$$\mu(\xi, K) = \mu_c + \frac{\Omega_\mu K^2}{K_{\text{рез}}^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K};$$

$$\chi(\xi, K) = \frac{\Omega_\chi K_{\text{рез}}(\xi) K}{K_{\text{рез}}^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K}.$$

Здесь $K = \omega L/c$, $K_\gamma = \gamma L/c$, $K_{\text{рез}}(\xi) = \omega_{\text{рез}}(\xi)L/c$ – нормированные волновые числа.

2. Методика вывода аналитических выражений для коэффициентов отражения

Рассмотрим методику получения аналитических выражений для коэффициентов отражения для случая слоя из неоднородного невзаимного кирального метаматериала. Пусть известны электрофизические параметры кирального слоя с координатными зависимостями относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также параметра киральности. Кроме того, из системы граничных условий (6)–(7) можно определить значения нормированных полей в точке $\xi = 0$, выраженные через искомые коэффициенты отражения. В этом случае, применяя непосредственную их подстановку в систему обыкновенных дифференциальных уравнений (5), можно получить значения первых производных нормированных полей в точке $\xi = 0$, также выраженные через коэффициенты отражения:

$$\left. \frac{dU_1}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A_1(0, K)V_1(0) + A_2(0, K)U_2(0), \quad (7)$$

$$\left. \frac{dV_1}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A_3(0, K)U_1(0) + A_4(0, K)V_2(0),$$

$$\left. \frac{dU_2}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A_5(0, K)V_2(0) + A_6(0, K)U_1(0),$$

$$\left. \frac{dV_2}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A_7(0, K)U_2(0) + A_8(0, K)V_1(0).$$

Повторно дифференцируя исходную систему (5) и подставляя в нее уже найденные значения полей и их производных (7), можно определить значения производных сколь угодно высокого порядка в точке $\xi = 0$, выраженные через коэффициенты отражения. Предполагается, что нормированные поля их производные вплоть до n -порядка являются непрерывными функциями координаты ξ . Зная значения функций нормированных напряженностей полей и всех их производных в точке $\xi = 0$, представим каждую из них рядом Маклорена:

$$U_1(\xi) = U_1(0) + \frac{U_1'(0)}{1!}\xi + \frac{U_1''(0)}{2!}\xi^2 + \dots + \quad (8)$$

$$+ \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!}\xi^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!}\xi^k;$$

$$U_2(\xi) = U_2(0) + \frac{U_2'(0)}{1!}\xi + \frac{U_2''(0)}{2!}\xi^2 + \dots +$$

$$+ \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}\xi^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}\xi^k;$$

$$V_1(\xi) = V_1(0) + \frac{V_1'(0)}{1!}\xi + \frac{V_1''(0)}{2!}\xi^2 + \dots +$$

$$+ \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}\xi^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}\xi^k;$$

$$V_2(\xi) = V_2(0) + \frac{V_2'(0)}{1!}\xi + \frac{V_2''(0)}{2!}\xi^2 + \dots +$$

$$+ \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}\xi^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}\xi^k.$$

При $\xi = 1$ из соотношения (8) следует:

$$U_1(1) = U_1(0) + \frac{U_1'(0)}{1!} + \frac{U_1''(0)}{2!} + \dots + \quad (9)$$

$$+ \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!};$$

$$\begin{aligned}
 U_2(1) &= U_2(0) + \frac{U_2'(0)}{1!} + \frac{U_2''(0)}{2!} + \dots + \\
 &+ \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}; \\
 V_1(1) &= V_1(0) + \frac{V_1'(0)}{1!} + \frac{V_1''(0)}{2!} + \dots + \\
 &+ \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}; \\
 V_2(1) &= V_2(0) + \frac{V_2'(0)}{1!} + \frac{V_2''(0)}{2!} + \dots + \\
 &+ \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}.
 \end{aligned}$$

Правые части уравнений системы (9) представляют собой линейные функции искомых коэффициентов отражения R_{ee} , R_{eh} и R_{hh} , R_{he} , а значения левых частей каждого из уравнений определены из системы граничных условий (6)–(7) соответственно.

Для случая падающей на планарный слой волны горизонтальной поляризации из соотношений (6) и (9) получаем два линейных алгебраических уравнения относительно неизвестных коэффициентов отражения R_{ee} , R_{eh} :

$$\begin{aligned}
 \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}} &= \frac{Z_L}{Z_0 \cos \theta}, \\
 \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}} &= -\frac{Z_L \cos \theta}{Z_0}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Для случая падающей на планарный слой волны вертикальной поляризации из (7) и (9) получаем два линейных алгебраических уравнения относительно искомых коэффициентов отражения R_{hh} , R_{he} :

$$\begin{aligned}
 \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}} &= -\frac{Z_L}{Z_0 \cos \theta}, \\
 \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}} &= -\frac{Z_L \cos \theta}{Z_0}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Для вывода приближенных аналитических выражений коэффициентов отражения достаточно взять некоторое конечное число членов слагаемых в суммах слева в соотношениях (10)–(11) и выразить из полученных уравнений искомые коэффициенты отражения.

Заключение

В данной статье был представлен метод приближенного расчета коэффициентов отражения электромагнитной волны от слоя неоднородного невязимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров. Показано, что использование предлагаемого аналитического подхода может существенно упростить процесс анализа взаимодействия электромагнитных волн с метаматериалами, обеспечивая при этом требуемую точность результатов. Применение предложенного метода позволяет быстро и эффективно оценивать характеристики отражения волн, что особенно важно в условиях ограниченного времени.

Список литературы

1. Iyer A.K., Alu A., Epstein A. Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2020. Vol. 68, no. 3. P. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>
2. Metamaterials and their applications: An overview / A. Valipour [et al.] // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part L: Journal of Materials: Design and Applications. 2022. Vol. 236, no. 11. P. 2171–2210. DOI: <https://doi.org/10.1177/1464420721995858>
3. Hasar U.C., Bute M. Method for retrieval of electromagnetic properties of inhomogeneous reciprocal chiral metamaterials // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2020. Vol. 68, no. 7. P. 5714–5717. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2979292>
4. Investigation of the plane optical waves reflection from an inhomogeneous nonreciprocal chiral media / I. Matveev [et al.] // 2020 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). 2020. P. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITNT49337.2020.9253198>
5. Propagation of optical waves in planar periodically inhomogeneous chiral structures / V.E. Abramov [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1096, no. 1. P. 012108. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1096/1/012108>

6. Разработка математической модели кирального метаматериала на основе цилиндрических спиральных элементов с учетом дисперсии и концентрации / И.Ю. Бучнев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 2. С. 36–47. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47>
7. Исследование антенных комплексов с использованием киральных метаматериалов и фрактальной геометрии излучателей для систем MIMO / А.Н. Беспалов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 4. С. 97–110. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.97-110>
8. Прохождение оптической волны через многослойную структуру с киральными слоями с дисперсией / О.В. Осипов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2024. Т. 27, № 3. С. 99–109. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.99-109>
9. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.
10. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Berlin: Springer, 1989. 335 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/BFb0034453>

Информация об авторах

Панин Дмитрий Николаевич, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия

Область научных интересов: теория волновых процессов и компьютерное моделирование в радиофизике.

E-mail: d.panin@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0598-8591>

SPIN-код (eLibrary): 9999-0844

AuthorID (eLibrary): 649577

ResearcherID (WoS): AAT-1882-2020

Осипов Олег Владимирович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, антенны и устройства СВЧ, нелинейная оптика.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2125-9228>

SPIN-код (eLibrary): 2741-3794

AuthorID (eLibrary): 34872

ResearcherID (WoS): B-7134-2018

Мамошина Юлия Сергеевна, аспирант кафедры теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: инфокоммуникационные сети, электродинамика метаматериалов, теория электрических цепей.

E-mail: u.mamoshina@psuti.ru

AuthorID (eLibrary): 1115491

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 2, pp. 9–15

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.2.9-15](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.2.9-15)

UDC 537.86

Original Research

Received 28 December 2024

Accepted 29 January 2025

Published 30 June 2025

Method for approximate analytical calculation of electromagnetic wave reflection coefficients from a layer of inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterial taking into account dispersion of material parameters

Dmitry N. Panin , Oleg V. Osipov , Yuliya S. Mamoshina

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – Background. Modern research in the field of metamaterials opens up new horizons in the development of materials with unique electromagnetic properties that can be used in various applications, from telecommunications to medical diagnostics. Inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterials are of particular interest due to their ability to control the polarization of electromagnetic waves and alter their properties. However, such electrodynamic problems are often solved using numerical methods that require significant computational resources and time, which limits their practical application. Therefore, there is a need to develop approximate analytical methods for estimating reflection coefficients and understanding the physical mechanisms underlying these processes. **Aim.** Development of a method for approximate calculation of reflection coefficients of a

flat homogeneous electromagnetic wave from a planar layer of an inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterial, taking into account the dispersion of material parameters. An analytical approach has been proposed that will allow obtaining solutions of different approximation orders and provide a deeper understanding of the physics of reflection processes. **Methods.** An analytical approach to calculating reflection coefficients based on field theory methods is used. Inhomogeneity and non-reciprocity of chiral metamaterial are taken into account. A number of approximate solutions have been developed to analyze the behavior of electromagnetic waves under various conditions of incidence and polarization. **Results.** The proposed analytical method makes it possible to efficiently calculate reflection coefficients for plane waves under various conditions of interaction with inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterials. **Conclusion.** New approach to calculation of reflection coefficients of plane electromagnetic wave from planar layer of inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterial is presented taking into account dispersion of material parameters. The developed analytical method provides faster and more efficient solutions compared to numerical methods and contributes to a better understanding of the physics of reflection processes in complex materials. The results obtained can be useful for further research in the field of metamaterials and their application in modern technologies.

Keywords – chiral metamaterial; electromagnetic wave; reflection coefficient; polarization; inhomogeneous layer; material parameters; dispersion.

✉ d.panin@psuti.ru (Dmitry N. Panin)



© Dmitry N. Panin et al., 2025

References

1. A. K. Iyer, A. Alu, and A. Epstein, “Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 3, pp. 1223–1231, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>.
2. A. Valipour et al., “Metamaterials and their applications: An overview,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, vol. 236, no. 11, pp. 2171–2210, 2022, doi: <https://doi.org/10.1177/1464420721995858>.
3. U. C. Hasar and M. Bute, “Method for retrieval of electromagnetic properties of inhomogeneous reciprocal chiral metamaterials,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 7, pp. 5714–5717, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2979292>.
4. I. Matveev et al., “Investigation of the plane optical waves reflection from an inhomogeneous nonreciprocal chiral media,” *2020 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT)*, pp. 1–5, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/ITNT49337.2020.9253198>.
5. V. E. Abramov et al., “Propagation of optical waves in planar periodically inhomogeneous chiral structures,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1096, no. 1, p. 012108, 2018, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1096/1/012108>.
6. I. Yu. Buchnev et al., “Development of a mathematical model of a chiral metamaterial based on a cylindrical helical elements accounting for the dispersion and concentration of elements,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 36–47, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47>. (In Russ.)
7. A. N. Beshpalov et al., “Research of antenna complexes using chiral metamaterials and fractal geometry of radiators for MIMO systems,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 97–110, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.97-110>. (In Russ.)
8. O. V. Osipov et al., “Transmission of an optical wave through a multilayer structure with dispersive chiral layers,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 99–109, 2024, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.99-109>. (In Russ.)
9. I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.
10. A. Lakhtakia, V. K. Varadan, and V. V. Varadan, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media*. Berlin: Springer, 1989, doi: <https://doi.org/10.1007/BFb0034453>.

Information about the Authors

Dmitry N. Panin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communication, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: theory of wave processes and computer modeling in radiophysics.

E-mail: d.panin@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0598-8591>

SPIN-code (eLibrary): 9999-0844

AuthorID (eLibrary): 649577

ResearcherID (WoS): AAT-1882-2020

Oleg V. Osipov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials, antennas and microwave devices, nonlinear optics.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2125-9228>

SPIN-code (eLibrary): 2741-3794

AuthorID (eLibrary): 34872

ResearcherID (WoS): B-7134-2018

Yuliya S. Mamoshina, postgraduate student of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communications, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: infocommunication networks, electrodynamics of metamaterials, theory of electrical circuits.

E-mail: u.mamoshina@psuti.ru

AuthorID (eLibrary): 1115491