

ДИНАМИЧЕСКАЯ ВЯЗКОСТЬ НАНОЖИДКОСТЕЙ С ПОЛИДИСПЕРСНЫМИ НАНОЧАСТИЦАМИ

А.В. Рязских, И.Г. Дроздов, В.И. Рязских

Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия

Аннотация: представлен подход для интерпретации экспериментальных данных по динамической вязкости наножидкостей на водной основе с учетом полидисперсности наночастиц. Существующие теоретические представления о динамической вязкости наножидкостей не дают полной информации о ее зависимости от степени полидисперсности наночастиц. Это связано с тем, что одностадийный и двухстадийный способы генерации наночастиц в настоящее время не могут быть проконтролированы с помощью аппаратно-измерительных средств в виду их малого характерного масштаба. Кроме того, имеют место быть такие осложняющие факторы, как броуновская диффузия, миграционный поток, термофорез, диффузиофорез и седиментация. На сегодняшний момент экспериментальные данные по динамической вязкости жидкостных наносистем не отображают гранулометрический состав наночастиц, а вместо него указывается медианная составляющая. Предложено степень полидисперсности наночастиц описать классической функцией распределения зависимости концентрации от размеров элементов дисперсной фазы и идентифицировать сопряженную связь с аналогичной счетной функцией их распределения. Это позволило на основе эмпирического соотношения, обобщающего большой массив экспериментальных данных, получить модифицированное выражение для прогнозирования динамической вязкости наножидкостей с последующим специальным нормированием по монодисперсному случаю и осреднением на интервале размеров. В предположении распределения наночастиц по размерам, в соответствии с Гауссовским законом, показано, что с увеличением дисперсии динамическая вязкость наножидкостей уменьшается и, следовательно, возможно через управление гранулометрическим составом наночастиц уменьшить потери энергии на транспортирование в различных технических и технологических системах

Ключевые слова: наножидкость, динамическая вязкость, наночастицы, полидисперсность, функция плотности распределения

Введение

Вязкость наножидкостей определяет мощность перекачки теплоносителя, перепад давления и прямо влияет на теплообмен [1]. В этой связи необходима информация о влиянии размера наночастиц, температуры, объемной концентрации дисперсной фазы и др. на величину вязкости наножидкостей. Эйнштейн впервые предложил соотношение для вязкости разбавленных суспензий [2]

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2,5\varphi),$$

где μ_{nf} , μ_f – вязкость суспензии и базовой жидкости; φ – объемная доля монодисперсных сферических частиц. Однако эта зависимость в явном виде не учитывает размер дисперсной фазы. Более развернутая информация о теоретико-эмпирических соотношениях представлено в [3].

Вязкость наножидкостей определяется наномасштабом монодисперсных частиц [4]: при концентрации наночастиц больше 4 % вязкость с большими по размеру частицами выше, но при этом диапазон гранулометрического состава был смещен вправо от критической границы в 100 нм, что было подтверждено экспериментально в [5]. Для докритического диапа-

зона размеров частиц, на примере наножидкости SiO_2/H_2O , оказалось, что вязкость наножидкостей снижается с увеличением размера наночастиц [6]. Аналогичные выводы были сделаны относительно других наножидкостей [7]. Попытка объяснения этого противоречия была дана в [8]: поведение наножидкостей обуславливается возникновением более высокого сопротивления на границе раздела фаз из-за наличия большей площади поверхности наночастиц меньшего размера. Более того в [9] экспериментально показано, что вязкость наножидкостей не зависит от диаметра наночастиц.

Существующие технологии генерации наночастиц пока не позволяют управлять их гранулометрическим составом [10], что приводит к проблеме определения взаимосвязи полидисперсности наночастиц и вязкости наножидкостей [11]: при этом, чем больше диапазон разброса от среднечисленного размера, тем компактнее в базовой жидкости локализуются нановключения, т.е. полидисперсность формирует лучшие условия для перемещения дисперсионной фазы, а это в свою очередь уменьшает внутренне трение в гетерогенной среде. Тем не менее этот вопрос остается дискуссионным из-за отсутствия экспериментальных данных.

В данной работе делается попытка разработать модельные представления обработки

имеющихся экспериментальных данных относительно широкого спектра наночастиц путем модификации регрессионного соотношения, в котором структурно присутствует локация, учитывающая степень полидисперсности.

Модель

Формулировка априорной гипотезы масштабирования нановключений в наножидкости имеет следующий вид

$$f_{\Phi}(l) = d\varphi(l)/\Phi dl, \quad (1)$$

где $\varphi(l)$ – долевое присутствие нановключений размером l ; $d\varphi(l)$ – долевое присутствие нановключений фракции dl ; Φ – удельная интегративная компонента нановключений в представительном объеме V .

Классическая формулировка размерной нормированной функции, характеризующей численное присутствие нановключений в наножидкости есть [12]

$$f_N(l) = dn(l)/Ndl, \quad (2)$$

где $n(l)$ – количественная характеристика наночастиц размера l ; $dn(l)$ – численный интегратор фракции dl ; N – суммарное количество нановключений в характерном объеме V базовой жидкости. Связь между долевым присутствием нановключений размера l и численным интегратором фракции dl такова

$$d\varphi(l) = dn(l)k_V l^3 / V,$$

где k_V учитывает форму нановключений. Т.к. $V_p = V\Phi$ и $V_p = k_V \bar{l}^3 / V$, где

$$\bar{l} = \int_0^{\infty} l f_N(l) dl,$$

то из (1) и (2) следует

$$f(l) = \frac{V\Phi}{k_V l N} f(l)$$

или

$$f_{\Phi}(l) = \left(\frac{l}{\bar{l}}\right)^3 f_N(l). \quad (3)$$

Соотношение (3) в безразмерном виде с помощью относительных переменных

$$L = (l/\bar{l}), \quad F_N(L) = \bar{l} f_N(l), \quad F_{\Phi}(L) = \bar{l} f_{\Phi}(l)$$

с предварительной нормировкой таково

$$F_{\Phi}(L) = L^3 f F_N(L) / \int_0^{\infty} L^3 f F_N(L) dL. \quad (4)$$

Если выбрана эмпирическая зависимость

$$M = \mu_{nf} / \mu_f = M(\varphi, t, \bar{l}),$$

где t – температура, то ее можно представить следующим образом

$$M = M[\varphi(\Phi, L), t, \bar{l}], \quad (5)$$

где $\varphi(\Phi, L) = k\Phi F_{\Phi}(L)$, k – нормировочная константа, определяемая из условия монодисперсности наночастиц. Итоговое выражение для динамической вязкости записывается, как

$$\bar{M}(\Phi, t, \bar{l}) = \frac{1}{L_{\max} - L_{\min}} \cdot \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} M[\varphi(\Phi, L), t, \bar{l}] dL. \quad (6)$$

Анализ

Удельная Гауссовская функция распределения имеет вид [13]

$$F_N(L) = \frac{1}{\bar{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(L-1)^2}{2\bar{\sigma}^2}\right], \quad (7)$$

где $\bar{\sigma} = \sigma/\bar{l}$, σ – среднеквадратическое отклонение от \bar{l} . Рис. 1 демонстрирует ситуацию, когда взвесь наночастиц приближенно можно считать монодисперсной, т.е. при $\bar{\sigma} \leq 0.03$.

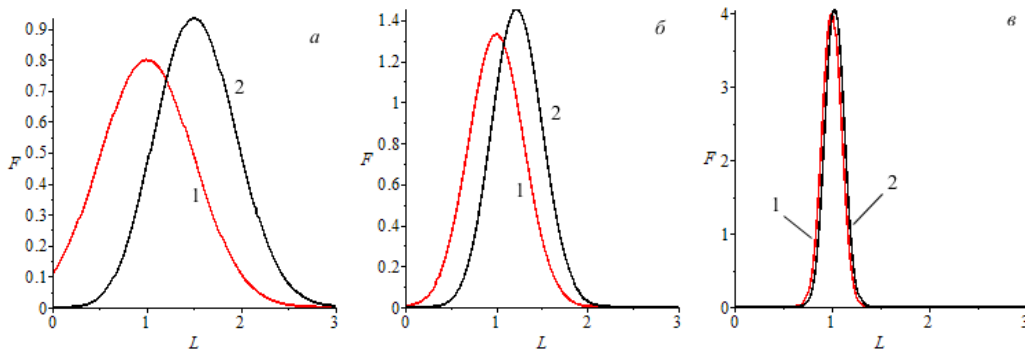


Рис. 1. Влияние параметра $\bar{\sigma}$ на вид F_N (кривая 1) и F_{Φ} (кривая 2): а – 0,5; б – 0,3; в – 0,1

Воспользуемся массивом опытных данных [14], который был положен в основу валидации обобщенной эмпирической регрессионной модели, корректной для наножидкостей на водной основе, с докритическим средним размером и с концентрацией 0,04 Об. долей

$$M = \left(1 + \frac{\varphi}{100}\right)^{11,3} \left(1 + \frac{t}{100}\right)^{-0,038} \left(1 + \frac{\bar{l}}{100}\right)^{-0,061}. \quad (8)$$

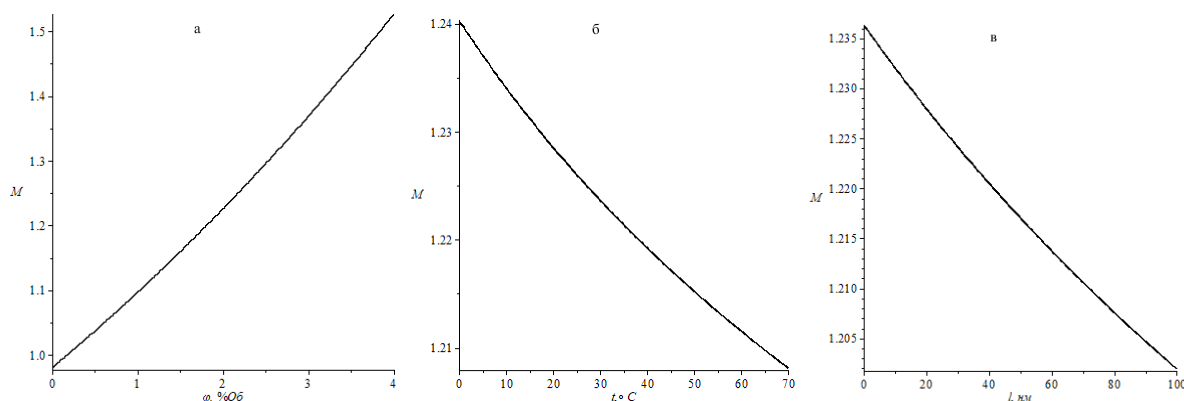


Рис. 2. Оценка влияния изменения параметров в (8): а – $t = 25^\circ\text{C}$; $\bar{l} = 25\text{ нм}$; б – $\varphi = 2\%\text{Об}$; $\bar{l} = 25\text{ нм}$; в – $\varphi = 2\%\text{Об}$ $t = 25^\circ\text{C}$

Считая нановзвесь монодисперсной, найдено, что $k = 1,77$. Результаты вычислений по предложенному модельному соотношению (6) с безразмерной счетной функцией распределения наночастиц (7) для различных значений $\bar{\sigma}$ приведены на рис. 3, из которого следует, что полидисперсность снижает динамическую вязкость, подтверждая оценку в [11]. Однако этому результату можно дать иное объяснение.

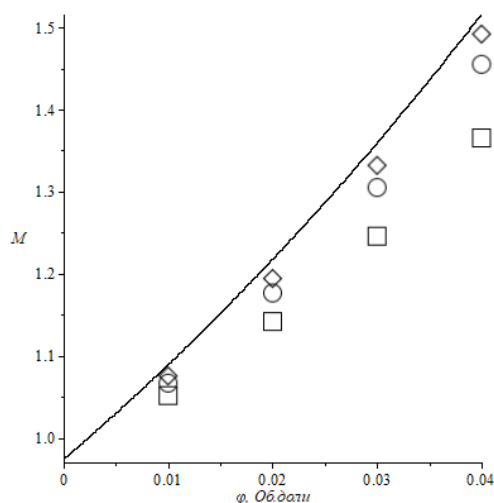


Рис. 3. Сравнение обобщенных экспериментальных данных (сплошная кривая) с расчетами по модели (6) при различных $\bar{\sigma}$: \square – 0,3; \circ – 0,2; \diamond – 0,03

В качестве исходных данных были приняты изотермический режим ($t = 25^\circ\text{C}$) и средний размер нановзвеси $\bar{l} = 50\text{ нм}$. Следует отметить, что выбор t и \bar{l} из указанного диапазона незначительно влияет на точность прогнозирования M (рис. 2).

Для этого рассмотрим нормированную функцию плотности распределения наночастиц по площади их поверхности от размера

$$f_s(l) = \frac{ds(l)}{Sdl},$$

где $ds(l)$ – межфазная площадь нановключений размера l ;

S – суммарная площадь поверхности дисперсной фазы в характерном объеме наножидкости.

Учитывая, что $ds(l) = k_s l^2 dn(l)$ и $S = k_s \bar{l}^2 N$, где k_s характеризует форму межфазной границы, и

$$f_N(l) = \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^2 \frac{ds(l)}{Sdl}$$

или

$$F_S(L) = L^2 F_N(L), \quad (9)$$

где $F_S(L) = \bar{l} f_S(l)$.

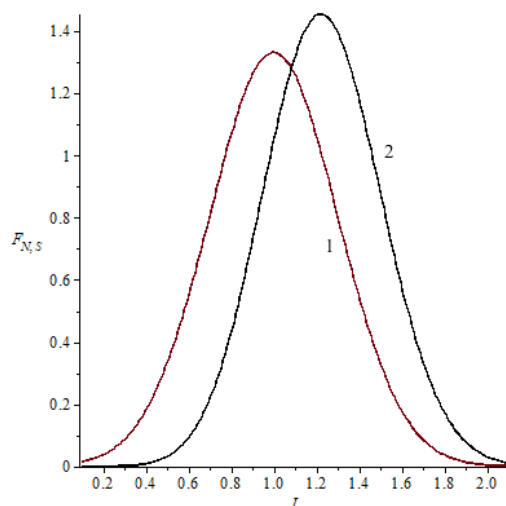


Рис. 4. Взаимная дислокация функций плотности распределения при $\bar{\sigma} = 0,03$: 1 – $F_N(L)$; 2 – $F_S(L)$

Если считать дрейф фаз в потоке наножидкости соответствующим ламинарному режиму обтекания, то согласно [15] коэффициент гидравлического сопротивления обратнопропорционален размеру наночастицы. Для $\bar{\sigma} = 0,3$ (рис. 4) видно, что средний размер для $F_S(L)$ больше, чем у $F_N(L)$, а это означает, что вязкостное трение фаз уменьшается, т.е. полидисперсность наночастиц снижает вязкость.

Заключение

Показано, что полидисперсность наночастиц в наножидкостях снижает ее динамическую вязкость, что позволяет, управляя гранулометрическим составом наночастиц, уменьшить потери энергии на транспортирование в различных предметно-ориентированных технических и технологических системах.

Поступила 18.09.2025; принята к публикации 20.10.2025

Информация об авторах

Ряжских Александр Викторович – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: ryazhskihav@bk.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9823-3165>

Дроздов Игорь Геннадьевич – д-р техн. наук, профессор кафедры ракетных двигателей, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: dig@cchgeu.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5779-4727>

Ряжских Виктор Иванович – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: ryazhskih_vi@mail.ru ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2834-3000>

Литература

1. Mahbulul I.M., Saidur R., Amalina M.A. Latest developments on the viscosity of nanofluids // *Int. J. Heat Mass Trans.* 2012. Vol. 55(4). pp. 874-885.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 737 с.
3. A brief review on viscosity of nanofluids / P.C. Mishra [et al.] // *Int. Nano Lett.* 2014. Vol. 4. pp. 109-120.
4. Temperature and particle – size dependent viscosity data for water-based nanofluids – hysteresis phenomenon / C.T. Nguyen [et al.] // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2007. Vol. 28(6). pp. 1492-1506.
5. Heat transfer and flow behavior of aqueous suspensions of TiO₂ nanoparticles (nanofluids) flowing upward through a vertical pipe / Y. He [et al.] // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2007. Vol. 50(11). pp. 2272-2281.
6. Experimental investigation of viscosity and specific heat of silicon dioxide nanofluids / P.K. Namburu [et al.] // *Micro Nano Lett. IET.* 2007. Vol. 2(3). pp. 67-71.
7. CuO in water nanofluid influence of particle size and polydispersity on volumetric behaviour and viscosity / M.J. Pastoriza-Gallego [et al.] // *Fluid Phase Equilib.* 2011. Vol. 300(1). pp.188-196.
8. Agarwal D.K., Aravind V., Kumar S.S. Synthesis and characterization of kerosene-alumina nanofluids // *Appl. Therm. Eng.* 2013. Vol. 60(1). pp. 275-284.
9. Measurements of nanofluid viscosity and its implications for thermal applications / R. Prasher [et al.] // *Appl. Phys. Lett.* 2006. Vol. 89(13). pp.133108.
10. Zhu H., Lin Y., Yin Y. A novel one step chemical method for preparation of espper nanofluids // *Colloid J. and Interface Science.* 2004. Vol. 277. pp. 190-193.
11. Nanofluids for heat transfer enhancement a review / E.K. Goharshadi [et al.] // *Phys. Chem. Res.* 2009. Vol. 1(1). pp. 1-33.
12. Коузов П.А. Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельченных материалов. Л.: Химия, 1987. 264 с.
13. Influence of temperature and synthesis time on shape and size distribution of Fe₃O₄ nanoparticles obtained by ageing method / A.G. Muradova [et al.] // *Colloids Surf.* 2016. A509. pp. 229-234.
14. Correlations for thermal conductivity and viscosity of water based nanofluids / W.H. Azmi [et al.] // *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 2012. Vol. 36. pp. 012029.
15. Симаков Н.Н. Расчет обтекания и сопротивления шара в ламинарном и сильнотурбулентном потоках // *ЖТФ.* Т. 83. Вып. 4. С. 16-20.

DYNAMIC VISCOSITY OF NANOLIQUIDS WITH POLYDISPERSE NANOPARTICLES

A.V. Ryazhskikh, I.G. Drozdov, V.I. Ryazhskikh

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

Abstract: an approach to interpreting experimental data on the dynamic viscosity of water-based nanofluids taking into account the polydispersity of nanoparticles is presented. Existing theoretical concepts of the dynamic viscosity of nanofluids do not provide complete information on its dependence on the degree of polydispersity of nanoparticles. This is due to the fact that single-stage and two-stage methods of nanoparticle generation cannot currently be controlled using instrumentation due to their small characteristic scale. In addition, there are such complicating factors as Brownian diffusion, migration flow, thermophoresis, diffusiophoresis, and sedimentation. To date, experimental data on the dynamic viscosity of liquid nanosystems do not reflect the granulometric composition of the nano-part, but instead indicate the median component. It is proposed to describe the degree of polydispersity of nanoparticles by the classical distribution function of the dependence of concentration on the size of dispersed phase elements and to identify a conjugate relationship with a similar counting function of their distribution. This made it possible to obtain a modified expression for predicting the dynamic viscosity of nanofluids based on an empirical relationship generalizing a large array of experimental data, followed by special normalization for the monodisperse case and averaging over a size range. Assuming that the distribution of nanoparticles by size is in accordance with Gaussian laws, it is shown that with increasing dispersion, the dynamic viscosity of nanofluids decreases and, therefore, it is possible to reduce energy losses for transportation in various technical and technological systems by controlling the granulometric composition of nanoparticles

Key words: nanofluid, dynamic viscosity, nanoparticles, polydispersity, density distribution function

References

1. Mahbubul I.M., Saidur R., Amalina M.A. "Latest developments on the viscosity of nanofluids", *Int. J. Heat Mass Trans.*, 2012, vol. 55(4), pp. 874-885.
2. Landau L.D., Lifshchic E.M. "Theoretical Physics. Hydrodynamics" ("Teoreticheskaya fizika. Gidrodinamika"), Moscow: Nauka, 1986, 737 p.
3. Mishra P.C., Mukherjee S., Nayak S.K., Randa A.A. "A brief review on viscosity of nanofluids", *Int. Nano Lett.*, 2014, vol. 4, pp. 109-120.
4. Nguyen C.T. et al. "Temperature and particle –size dependent viscosity data for water-based nanofluids –hysteresis phenomenon", *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2007, vol. 28(6), pp. 1492-1506.
5. He Y. et al. "Heat transfer and flow behavior of aqueous suspensions of TiO₂ nanoparticles (nanofluids) flowing upward through a vertical pipe", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2007, vol. 50(11), pp. 2272-2281.
6. Namburu P.K. et al. "Experimental investigation of viscosity and specific heat of silicon dioxide nanofluids", *Micro Nano Lett. IET*, 2007, vol. 2(3), pp. 67-71.
7. Pastoriza-Gallego M.J. et al. "CuO in water nanofluid influence of particle size and polydispersity on volumetric behaviour and viscosity", *Fluid Phase Equilib.*, 2011, vol. 300(1), pp.188-196.
8. Agarwal D.K., Aravind V., Kumar S.S. "Synthesis and characterization of kerosene-alumina nanofluids", *Appl. Therm. Eng.*, 2013, vol. 60(1), pp. 275-284.
9. Prasher R. et al. "Measurements of nanofluid viscosity and its implications for thermal applications", *Appl. Phys. Lett.*, 2006, vol. 89(13), 133108.
10. Zhu H., Lin Y., Yin Y. "A novel one step chemical method for preparation of Espper nanofluids", *Colloid J. and Interface Science*, 2004, vol. 277, pp. 190-193.
11. Goharshadi E.K. et al. "Nanofluids for heat transfer enhancement a review", *Phys. Chem. Res.*, 2009, vol. 1(1), pp. 1-33.
12. Kouzov P.A. "Fundamentals of analysis of the dispersed composition of industrial dusts and crushed materials" ("Osnovy analiza dispersnogo sostava promyshlennykh pyley i izmel'chennykh materialov"), Leningrad: Khimiya, 1987, 264 p.
13. Muradova A.G., Zyatseva M.P., Sharpaev A.I., Yurtov E.V. "Influence of temperature and synthesis time on shape and size distribution of Fe₃O₄ nanoparticles obtained by ageing method", *Colloids Surf.*, 2016, A509, pp.229-234.
14. Azmi W.H., Sharma K.V., Mamaf R., Alias A.B.S., Misnon I.I. "Correlations for thermal conductivity and viscosity of water based nanofluids", *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, 2012, vol. 36, 012029.
15. Simakov N.N. "Raschet obtekaniya i soprotivleniya shara v laminarnom i sil'noturbulentnom potokah", *ZHTEF*, vol. 83, no.4, pp. 16-20.

Submitted 18.09.2025; revised 20.10.2025

Information about the authors

Aleksandr V. Ryazhskikh, Cand. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Voronezh State Technical University (84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: ryazhskihav@bk.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9823-3165>.

Igor' G. Drozdov, Dr. Sc. (Technical), Professor, Voronezh State Technical University (84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: dig@cchgeu.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5779-4727>

Viktor I. Ryazhskikh, Dr. Sc. (Technical), Professor, Voronezh State Technical University (84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: ryazhskih_vi@mail.ru ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2834-3000>