

ОХЛАЖДЕНИЕ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ СРЕДЫ В ОДНОХОДОВОМ ПЕРЕКРЕСТНОТОЧНОМ ПЛАСТИНЧАТОМ ТЕПЛООБМЕННИКЕ

А.В. Ряжских, И.Г. Дроздов, В.И. Ряжских

Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия

Аннотация: в предположении об идеальном движении в одноходовом перекрестноточном пластинчатом теплообменнике «горячего» теплоносителя с объемным тепловыделением и «холодного» теплоносителя при постоянных теплофизических свойствах и отсутствии термического сопротивления теплопередающей поверхности без потерь в окружающую среду получены с помощью одностороннего интегрального преобразования Лапласа аналитические выражения для температурных полей потоков теплоносителей в теплообменнике. Система уравнений в частных производных с начальными условиями классифицирована как задача Коши в формате 2-Д на полуограниченном квадранте, решение представлено в квадратурах с использованием специальных функций Бесселя и Дирака. При отсутствии тепловыделения решение совпадает с решением Шумана. Вычислительным экспериментом показано, что неучет тепловыделения «горячего» теплоносителя может привести к существенной ошибке в определении температур на выходе из теплообменника и в конечном итоге к некорректному значению величины площади теплопередачи. На основе полученного аналитического решения задачи о теплопередаче в одноходовом перекрестноточном пластинчатом теплообменнике, в предположении гидродинамического режима, близкого к режиму идеального вытеснения (в первом приближении соответствует турбулентному течению), разработана методика определения основных термогидравлических характеристик, обеспечивающих заданный режим охлаждения тепловыделяющей среды. Представленная методика продемонстрирована для конкретного примера, показывающего существенное влияние величины объемного тепловыделения в охлаждаемом теплоносителе на геометрические характеристики перекрестноточного пластинчатого теплообменника и соответственно на площадь теплопередачи, что в конечном итоге может привести к снижению эффективности теплообменника

Ключевые слова: теплообмен, теплообменник, перекрестноточный пластинчатый аппарат, тепловыделяющая среда

Введение

Жидкие (газообразные) среды, выделяющие теплоту, встречаются в различных приложениях: радиоактивные потоки [1]; электропроводящие растворы [2]; реагирующие смеси, например, при получении аммиака из азота и водорода [3] или оксида серы из сернистого газа и кислорода [4] и т.д. Поэтому в технических и технологических системах необходимо их охлаждение для исключения перегрева оборудования и поддержки штатного режима функционирования.

Для этих целей, как правило, используются теплообменные аппараты с широким спектром конструкторских решений [5]. Причем перекрестноточные пластинчатые теплообменники имеют преимущества в увеличенной площади теплопередачи и высокой герметичности, малом весе при компактном исполнении, а также в отсутствии дополнительных эксплуатационных затрат, износоустойчивости, надежности и безопасной эксплуатации. Эффективность таких теплообменников при охлаждении

тепловыделяющих теплоносителей определяется величиной площади поверхности теплопередачи, которая зависит от расходов «горячего» и «холодного» теплоносителей, их температур на входе в аппарат, теплофизических свойств, гидравлических диаметров проточных элементов, а также от величины удельного тепловыделения.

При анализе такой задачи для классических теплоносителей в отсутствии тепловыделения (теплопоглощения) определены аналитические выражения для полей температур в перекрестноточном пластинчатом теплообменнике с допущением о гидродинамическом режиме течения теплоносителей в виде идеального вытеснения [6-8]. В случае тепловыделяющих сред эти решения не применимы.

В связи с этим рассматривается задача определения температурных полей в одноходовом перекрестноточном пластинчатом теплообменнике, когда «горячий» теплоноситель дополнительно является и тепловыделяющим потоком.

Постановка задачи

Рассматривается одноходовой перекрестно-точечный пластинчатый теплообменник (рис. 1), у которого ширина входного сечения l_1 по «горячему» теплоносителю с температурой t_h является длиной плоского канала «холодного» теплоносителя с входной температурой t_c , и его ширина l_2 есть длина канала с «горячим» теплоносителем, а h_1 и h_2 являются соответственно высотами этих проточных элементов. Принимается гидродинамический режим течения теплоносителей, близким к идеальному вытеснению, а теплопередающая поверхность, которую омывают теплоносители, не имеет теплового сопротивления. Предполагается, что теплофизические характеристики теплоносителей, а именно, плотности $\rho_{1,2}$ и массовые теплопроводности $c_{p_{1,2}}$, не зависят от температуры и координат, причем их скорости через теплообменник $v_{1,2} = const$, а объемная мощность тепловыделения q в «горячем» теплоносителе считается известной. Внешние поверхности теплообменника адиабатны.

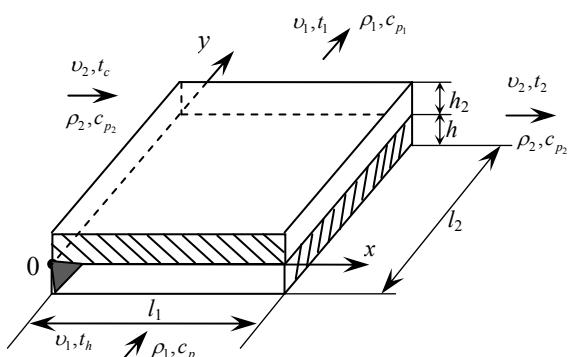


Рис. 1. Расчетная схема одноходового перекрестно-точечного пластинчатого теплообменника

Симметричность геометрии рассматриваемого теплообменника и совокупность принятых выше допущений позволяют выбрать 2-D декартову систему координат с началом на входной кромке теплопередающей поверхности (рис. 1), которая представлена в более удобном ракурсе на рис. 2 с изображением элементарной площадки $ABCD$ с переменными сторонами по осям ox и oy и длиной dx и dy .

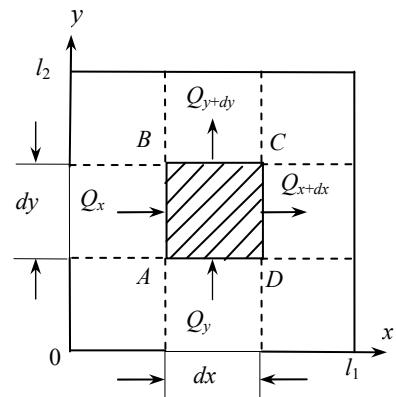


Рис. 2. К выводу уравнений модели

Количество теплоты, проходящее через AD и выходящее через BD (рис. 2), вместе с «горячим» теплоносителем за время $d\tau$ составляет

$$dQ_y = \rho_1 c_{p_1} v_1 t_1 (x, y) dx d\tau, \quad (1)$$

$$dQ_{y+dy} = \rho_1 c_{p_1} v_1 \left[t_1 (x, y) + \frac{\partial t_1 (x, y)}{\partial y} dy \right] dx d\tau. \quad (2)$$

Количество теплоты, проходящее через AB и выходящее через CD (рис. 2), вместе с «холодным» теплоносителем за время $d\tau$ составляет

$$dQ_x = \rho_2 c_{p_2} v_2 t_2 (x, y) dy d\tau, \quad (3)$$

$$dQ_{x+dx} = \rho_2 c_{p_2} v_2 \left[t_2 (x, y) + \frac{\partial t_2 (x, y)}{\partial x} dx \right] dy d\tau. \quad (4)$$

Количество теплоты, сгенерированное за время $d\tau$ в «горячем» теплоносителе есть

$$dQ_t = q dx dy h_1 d\tau. \quad (5)$$

Количество теплоты, переданное от «горячего» теплоносителя «холодному» теплоносителю через теплопередающую стенку

$$dQ_F = k (t_1 - t_2) dx dy d\tau, \quad (6)$$

где k – коэффициент теплопередачи.

Тепловые балансы в дифференциальной форме для «горячего» и «холодного» теплоносителей имеют вид

$$dQ_y - dQ_{y+dy} + dQ_t = dQ_F, \quad (7)$$

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = -dQ_F. \quad (8)$$

Подставляя (1) – (6) в (7) и (8), получим

$$\begin{aligned} \rho_1 c_{p_1} v_1 h_1 \frac{\partial t_1(x, y)}{\partial y} = \\ = -k [t_1(x, y) - t_2(x, y)] + q h_1, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\rho_2 c_{p_2} v_2 h_2 \frac{\partial t_2(x, y)}{\partial y} = k [t_1(x, y) - t_2(x, y)], \quad (10)$$

с начальными условиями

$$t_1(x, 0) = t_h, \quad t_2(0, y) = t_c. \quad (11)$$

В безразмерной форме записи системы (9) – (11) такова:

$$\frac{\partial T_1(X, Y)}{\partial Y} = T_2(X, Y) - T_1(X, Y) + Q; \quad (12)$$

$$\frac{\partial T_2(X, Y)}{\partial Y} = T_1(X, Y) - T_2(X, Y); \quad (13)$$

$$T_1(X, 0) = 1, \quad T_2(0, Y) = 0, \quad (14)$$

где $X = x / (\rho_2 c_{p_2} v_2 h_2)$, $Y = k y / (\rho_1 c_{p_1} v_1 h_1)$,
 $T_{1,2}(X, Y) = [t_{1,2}(x, y) - t_c] / (t_h - t_c)$,
 $Q = q h_1 / [k (t_h - t_c)]$.

Анализ

Синтезированная математическая модель с распределенными параметрами (12) – (14) представляет собой задачу Коши, решение которой найдено с помощью одностороннего интегрального преобразования Лапласа [9-12] по переменной X :

$$T_1(X, Y) = 1 + QY - \int_0^Y \Phi(X, \alpha) d\alpha, \quad (15)$$

$$T_2(X, Y) = \int_0^X \Phi(\beta, Y) d\beta, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi(X, Y) = T_1(X, Y) - T_2(X, Y) = \\ = I_0(2\sqrt{XY}) \exp[-(X+Y)] + Q \int_0^X [1 + \delta(X)] \cdot \\ \cdot \exp[-(X-\xi)] \cdot \\ \cdot \left\{ 1 - I_0 \left[2\sqrt{(X-\xi)Y} \right] \exp(-Y) \right\} d\xi; \end{aligned} \quad (17)$$

$\delta(X)$ - функция Дирака [13].

Результаты вычислений по (15) – (17) для различных величин безразмерных объемных тепловыделений «горячего» теплоносителя» приведены на рис. 3. При $Q=0$ температурные поля теплоносителей совпадают с температурными полями из решения Шумана [7]. При той же площади теплопередачи, когда $Q=0,1$, тепловыделение приводит к повышению температуры как «горячего», так и «холодного» теплоносителя, а при более высоких величинах тепловыделений ($Q=0,25$), в «горячем» теплоносителе, это повышение возрастает еще более значимо.

В практическом плане возникает вопрос об использовании полученного решения для выбора соответствующих геометрических и гидротермических характеристик одноходового пластинчатого перекрестноточного теплообменника.

Методика расчета

Пусть необходимо охладить тепловыделяющую жидкость с объемным расходом U_1 , удельной мощностью тепловыделения q и с начальной температурой t_h до температуры \bar{t}_1 потоком охлаждающей жидкости, имеющим температуру t_c . Термодинамические параметры потоков: плотность $\rho_{1,2}$, массовая теплоемкость $c_{p_{1,2}}$, теплопроводность $\lambda_{1,2}$ и динамическая вязкость $\mu_{1,2}$ считаются независимыми от температуры.

Положим $h_1 \ll l_1$, чтобы проточный канал для тепловыделяющей жидкости являлся плоским, тогда скорость движения «горячего» теплоносителя равна

$$v_1 = U / (h_1 l_1). \quad (18)$$

Определяем реперную температуру $t_m = (t_c + t_h)/2$, по которой идентифицируются теплофизические характеристики потоков. В зависимости от числа Рейнольдса, т.е. от гидродинамического режима течения теплоносителя, в проточном канале выбирается эмпирическое соотношение для расчета числа Нуссельта [14]

$$Nu_1 = \begin{cases} 0,15 Re_1^{0,33} Pr_1^{0,43}, Re_1 < 2100 \\ 0,021 Re_1^{0,8} Pr_1^{0,43}, Re_1 > 2100 \end{cases}, \quad (19)$$

где $Nu_1 = \alpha_1 d_1 / \lambda_1$; $Re_1 = \nu_1 d_1 \rho_1 / \mu_1$; $Pr_1 = \mu_1 c_{p_1} / \lambda_1$; $d_1 = 2h_1$ - гидравлический диаметр поперечного сечения проточного канала «горячего» теплоносителя.

В предположении отсутствия термического сопротивления теплопередающей поверхности коэффициент теплопередачи может быть определен так

$$k = \alpha_1 \alpha_2 / (\alpha_1 + \alpha_2). \quad (20)$$

Полагаем в первом приближении, что $\alpha_1 \approx \alpha_2$, тогда $k = \alpha_1/2$. Это дает возможность найти относительную ширину проточного канала по «горячему» теплоносителю

$$\bar{X} = kl_1 / (\rho_2 c_{p_2} \nu_2 h_2), \quad (21)$$

причем на этом этапе вычислений можно приблизенно положить $\nu_2 h_2 \approx \nu_1 h_1$, $\rho_2 c_{p_2} \approx \rho_1 c_{p_1}$. Нахождение длины проточного канала по «горячему» теплоносителю возможно из уравнения

$$\bar{T} = \frac{\bar{t}_1 - t_c}{t_h - t_c} = \frac{1}{\bar{X}} \int_0^{\bar{X}} T_1(X, \bar{Y}) dX, \quad (22)$$

тогда

$$l_2 = \bar{Y} \rho_1 c_{p_1} \nu_1 h_1 / k. \quad (23)$$

Пример

Определить характеристики одноходового перекрестноточного пластинчатого теплообменника для охлаждения тепловыделяющей жидкости ($q = 2 \cdot 10^4 \text{ Bm/m}^3$; $t_h = 75^\circ\text{C}$; $U_1 = 1,25 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{с}$) до $\bar{t} = 40^\circ\text{C}$ охлаждающим теплоносителем с $t_c = 5^\circ\text{C}$. Будем считать, что «горячий» и «холодный» теплоносители по своим физико-химическим и теплофизическими характеристикам близки к воде для средней температуры $t_s = (t_c + t_h)/2 = 40^\circ\text{C}$ [15]: $\rho_1 = \rho_2 = 1000 \text{ кг/m}^3$; $c_{p_1} = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $c_{p_2} = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $\lambda_1 = 0,63 \text{ Bm/(м} \cdot \text{К)}$; $\lambda_2 = 0,63 \text{ Bm/(м} \cdot \text{К)}$; $\mu_1 = 0,658 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$; $\mu_2 = 0,658 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Зададимся $h_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $l_1 = 0,25 \text{ м}$ и из (18) определим $\nu_1 = 10^{-3} \text{ м/с}$. Проточные элементы в теплообменнике являются плоскими каналами с гидравлическими диаметрами $d_{1,2} = 2h_{1,2}$. Так как число Рейнольдса $Re_1 = \nu_1 d_1 / \nu_1 = 15,2$ соответствует ламинарному режиму, то согласно (19) $Nu_1 = 0,693$, откуда $\alpha_1 = 43,66 \text{ Bm/(м}^2 \cdot \text{К)}$. В предположении, что $\nu_1 = \nu_2$ и $h_1 = h_2$, коэффициент $\alpha_2 \approx \alpha_1$, тогда из (20) следует $k = \alpha_1/2 = 21,83 \text{ Bm/(м}^2 \cdot \text{К)}$. Безразмерная ширина проточной части «горячего» теплоносителя согласно (21) есть $\bar{X} = 0,26$. С учетом того, что $Q = 0,065$, то из уравнения (22) может быть найдено $\bar{Y} = 0,53$ и из (23) соответственно $l_2 = 0,51 \text{ м}$. При этом расход «холодного» теплоносителя должен быть

$$U_2 = \nu_2 l_2 h_2 = 2,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}.$$

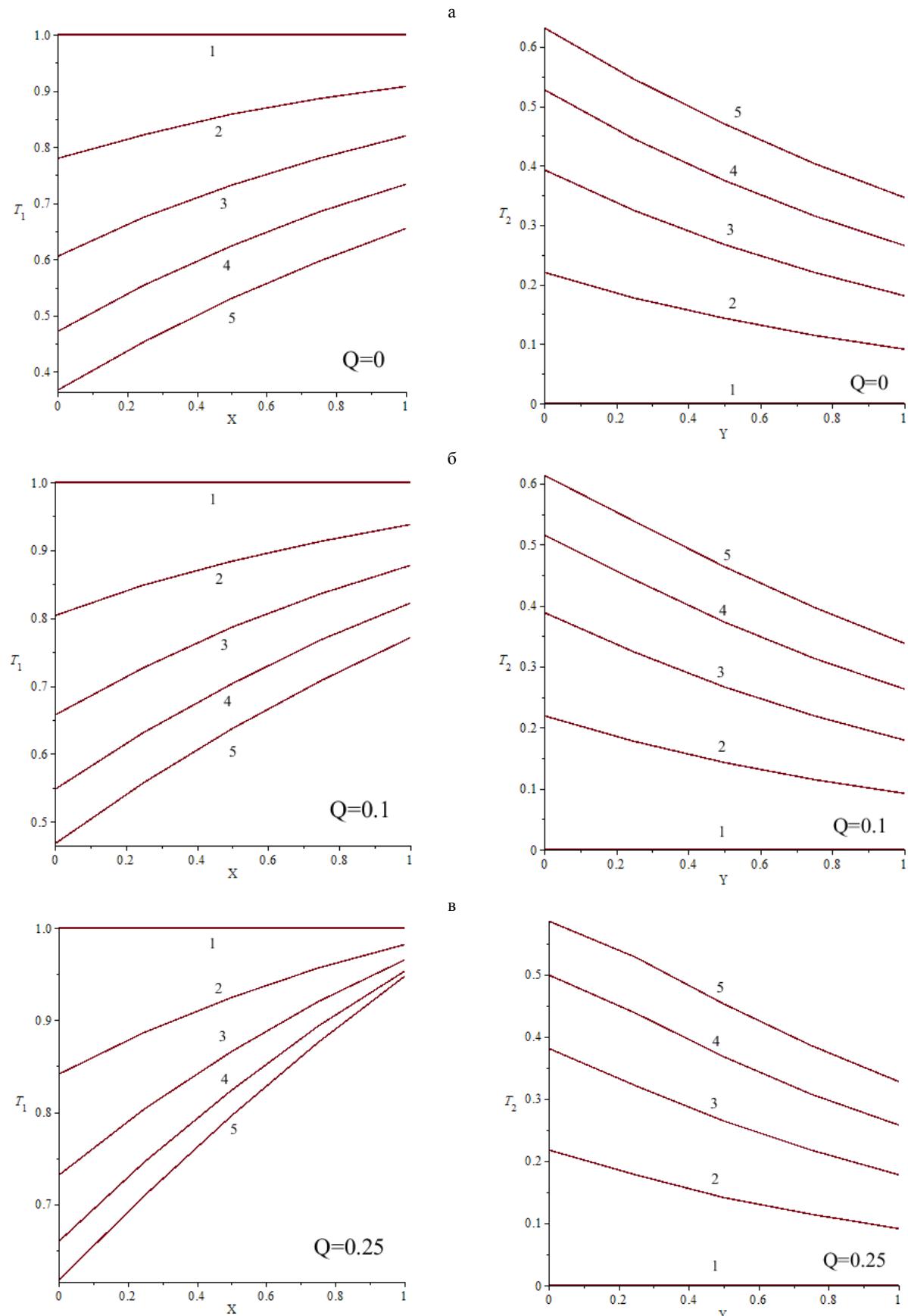


Рис. 3. Температурные поля «горячего» и «холодного» теплоносителей при различных безразмерных объемных тепловыделениях Q (а – 0; б – 0,1; в – 0,25); кривые справа на графиках: 1 – $Y = 0$; 2 – $Y = 0,25$; 3 – $Y = 0,5$; 4 – $Y = 0,75$; 5 – $Y = 1$; кривые слева на границах: 1 – $X = 0$; 2 – $X = 0,25$; 3 – $X = 0,5$; 4 – $X = 0,75$; 5 – $X = 1$

Заключение

1. Сгенерирована математическая модель перекрестноточного теплообменника, учитывающая тепловыделения в охлаждаемом теплоносителе.
2. Методом интегральных преобразований найдено аналитическое решение уравнений математической модели в квадратурах.
3. Предложена на основе полученного решения методика расчета перекрестноточного теплообменника с тепловыделением охлаждаемого теплоносителя.
4. Приведен пример расчета, иллюстрирующий корректность математической модели и эффективность предложенной на ее основе инженерной методики расчета.

Полученные результаты могут быть применены при проектировании нового теплообменного оборудования и при модернизации существующего на предприятиях энергетической отрасли.

Литература

1. Никифоров А.С., Куличенко В.В., Жихарев М.И. Обезвреживание жидких радиоактивных отходов. М.: Энергоатомиздат, 1986. 183 с.
2. Вяткин А.А., Козлов В.Г., Сабиров Р.Р. Конвекция тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // Конвективные течения. 2011. Вып. 5. С. 5-17.

Поступила 28.08.2025; принята к публикации 06.10.2025

Информация об авторах

Ряжских Александр Викторович – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: ryazhskihav@bk.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9823-3165>

Дроздов Игорь Геннадьевич – д-р техн. наук, профессор кафедры ракетных двигателей, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: dig@cchgeu.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5779-4727>

Ряжских Виктор Иванович – д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: ryazhskih_v_i@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2834-3000>

COOLING OF THE HEAT-GENERATING MEDIUM IN A SINGLE-PASS CROSS-FLOW PLATE HEAT EXCHANGER

A.V. Ryazhskikh, I.G. Drozdov, V.I. Ryazhskikh

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

Abstract: under the assumption of ideal flow in a single-pass cross-flow plate heat exchanger of a "hot" coolant with volumetric heat release and a "cold" coolant with constant thermophysical properties and no thermal resistance of the heat-transfer surface, analytical expressions for the temperature fields of coolant flows in the heat exchanger are obtained using a one-sided integral Laplace transform. The system of partial differential equations with initial conditions is classified as a 2-D Cauchy problem on a semi-bounded quadrant, and the solution is presented in quadratures using special Bessel and Dirac func-

tions. In the absence of heat release, the solution coincides with the Schumann solution. A computational experiment has shown that failing to account for the heat release of the "hot" coolant can lead to a significant error in determining the temperature at the heat exchanger outlet and, ultimately, to an incorrect value of the heat transfer area. Based on the analytical solution obtained for the heat transfer problem in a single-pass cross-flow plate heat exchanger, under the assumption of a hydrodynamic regime close to the ideal plug flow regime (in a first approximation, corresponding to turbulent flow), a method for determining the main thermohydraulic characteristics that ensure a given cooling regime for the heat-generating medium has been developed. The presented method is demonstrated using a specific example demonstrating the significant influence of the volumetric heat release in the cooled coolant on the geometric characteristics of the cross-flow plate heat exchanger and, accordingly, on the heat transfer area, which can ultimately lead to a decrease in the heat exchanger's efficiency

Key words: heat exchange, heat exchanger, cross-flow plate apparatus, heat-generating medium

References

1. Nikiforov A.S., Kulichenko V.V., Zhiharev M.I. "Neutralization of liquid radioactive waste" ("Obezvrezhivanie zhidkikh radioaktivnykh otkhodov"), Moscow: Energoatomizdat, 1986, 183 p.
2. Vyatkin A.A., Kozlov V.G., Sabirov R.R. "Convection of heat-releasing liquid in a rotating horizontal cylinder", *Convective Currents (Konvektivnye techeniya)*, 2011, vol. 5 pp. 5-17.
3. Ainshten V.G. "Processes and apparatus of chemical engineering" ("Protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii"), Spb.: Lan', 2018, 916 p.
4. Akhmetov N.S. "General and inorganic chemistry" ("Obshchaya i neorganicheskaya khimiya"), Moscow: Vssh. shkola, 2001, 743 p.
5. Nemati H., Ardekani M.M., Mahootchi J., Meyer J.P. "Fundamentals of Industrial heat exchangers selection, design, construction and operation", NY: Elsevier, 2024, 498p.
6. Hauzen H. "Heat transfer under counter, direct, and cross-flow conditions" ("Teploperedacha pri protivotoke, pryamotoke i perekrestnom toke"), Moscow: Energoizdat, 1988, 384 p.
7. Fomin N.V., Bulanov A.B. "Liquid cryogenic systems" ("Zhidkostnye kriogennye sistemy"), Leningrad: Mashinostroenie, 1985, 247 p.
8. Sangsawang R., Matum T., Nontsksew U. "Analytical solution for the temperature distribution in cross-flow plate heat exchanger channels of isosceles triangular geometry", *Mechanical Eng.: An International Journal (MEU)*, 2014, vol.1, no. 2, pp. 1-10.
9. Dech G. "Guide to the practical application of the laplace and z-transforms" ("Rukovodstvo k prakticheskому применению преобразования Laplasa i z-преобразования"), Moscow: Nauka, 1971, 289 p.
10. Ditkin V.A., Prudnikov A.P. "Integral transforms and operational calculus" ("Integral'nye preobrazovaniya i operacionnoe ischislenie"), Moscow: Izd-vo fiziko-matematicheskoy literatury, 1961, 524 p.
11. Bateman G., Erdake A. "Higher transcendental functions", Moscow: Nauka, 1966, 297 p.
12. Korn G., Korn T. "Handbook of Mathematics" ("Spravochnik po matematike"), Moscow: Nauka, 1973, 834 p.
13. Colombeau J.F. "Elementary introduction to new generalized functions", Amsterdam: Elsevier Science, 1985, 281 p.
14. Tsvetkov F.F., Grigor'ev B.A. "Heat and Mass Transfer", Moscow: MEI, 2011, 561 p.
15. Vargaftik N.B. "Handbook of thermophysical properties of gases and liquids" ("Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey"), Moscow: Nauka, 1972, 721 p.

Submitted 28.08.2025; revised 06.10.2025

Information about the authors

Aleksandr V. Ryazhskikh, Cand. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Voronezh State Technical University (84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: ryazhskihav@bk.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9823-3165>

Igor' G. Drozdov, Dr. Sc. (Technical), Professor, Voronezh State Technical University (84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: dig@cchgeu.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5779-4727>

Viktor I. Ryazhskikh, Dr. Sc. (Technical), Professor, Voronezh State Technical University (84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: ryazhskih_v@mail.ru ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2834-3000>