

УДК 372.851

<https://doi.org/10.23951/1609-624X-2024-2-34-43>

Конструирование развивающих учебных текстов как фактор развития методического мышления

**Эмануила Григорьевна Гельфман¹, Юлия Константиновна Пенская²,
Владимир Викторович Мазюк³**

^{1,2} *Томский государственный педагогический университет, Томск, Россия*

³ *Школа № 1363, Москва, Россия*

¹ *mina.gelfman@yandex.ru*

² *Penskaya_julia@mail.ru*

³ *vvolkv@mail.ru*

Аннотация

Проблема организации обучения математике, способствующего пониманию информации, в частности математической, всегда была в центре внимания специалистов разных областей знания. Выделяются разные типы понимания: понимание-узнавание, понимание-гипотеза, понимание-объединение. К психолого-педагогическим условиям развития понимания относятся мотивация на понимание информации, активная позиция субъекта в работе с информацией, учет особенностей формирования понятийного мышления, наличие контекста для передачи смысловой нагрузки информации, использование разных способов кодирования информации, в том числе предметного опыта и метафор, актуализация и развитие общих интеллектуальных умений. Знание психолого-педагогических основ понимания учебной информации значительно повышает методическую культуру учителя, позволяет ему мыслить методически, конструируя содержание образования и выбирая методы обучения. Поэтому при подготовке будущего учителя математики целесообразно уделить специальное внимание проблеме конструирования развивающих учебных текстов, способствующих пониманию математической информации. Конструирование развивающих учебных текстов является целостной методической единицей, позволяющей проявить такие методические умения, как понимание проблем, возникающих при изучении учебного материала, выявление психолого-педагогических причин их возникновения, прогнозирование возможных путей предупреждения возникающих затруднений, осознание необходимости усовершенствования существующих подходов к обучению, поиск психолого-педагогических основ методической деятельности, анализ существующих практик конструирования учебных текстов с точки зрения их возможности в формировании учебных действий, способствующих пониманию, разработка авторских материалов, анализ и обсуждение полученных результатов, корректировка методической деятельности. Результаты проведенного исследования со студентами физико-математического факультета показали, что на развитие методического мышления оказывают влияние актуализация, реконструкция и обогащение профессионального опыта работы с математической информацией с точки зрения психолого-педагогических основ обучения учебному материалу, а также знакомство будущих учителей с продуктивными практиками обучения, направленными на понимание учебной информации. Проведенное исследование позволяет сделать вывод о том, что целенаправленное обучение общим проблемам обучения математике с точки зрения психодидактического подхода повышает методическую культуру будущих учителей математики и способствует развитию методического мышления.

Ключевые слова: *методическое мышление, понимание учебного материала, психодидактический подход к обучению математике, развивающие учебные тексты*

Для цитирования: Гельфман Э. Г., Пенская Ю. К., Мазюк В. В. Конструирование развивающих учебных текстов как фактор развития методического мышления // Вестник Томского государственного педагогического университета (TSPU Bulletin). 2024. Вып. 2 (232). С. 34–43. <https://doi.org/10.23951/1609-624X-2024-2-34-43>

Constructing developmental educational texts as a factor in the development of methodical thinking

Emanuila G. Gelfman¹, Yuliya K. Penskaya², Vladimir V. Mazyuk³

^{1,2} Tomsk State Pedagogical University, Tomsk, Russian Federation

³ School No. 1363, Moscow, Russian Federation

¹ mina.gelfman@yandex.ru

² Penskaya_julia@mail.ru

³ vvolkv@mail.ru

Abstract

The problem of organizing mathematics teaching that promotes understanding of information, particularly mathematical information, has always been in the focus of attention of specialists from different fields of knowledge. There are different types of understanding: understanding-recognition, understanding-hypothesis, understanding-unification. Psychological and pedagogical conditions for the development of understanding include motivation to understand information; active position of the subject in working with information; taking into account the peculiarities of the formation of notional thinking; the presence of context to convey the semantic load of information; the use of different ways of coding information, including subject experience and metaphors; actualization and development of general intellectual skills. Knowledge of the psychological and pedagogical foundations of understanding learning information significantly increases the methodical culture of the teacher, allows him to think methodically, constructing the content of education and selecting teaching methods. When training a future teacher of mathematics, it is necessary to pay attention to the problem of constructing developmental educational texts that promote understanding of mathematical information. Constructing developmental educational texts is an integral methodological unit, which allows to demonstrate such methodological skills as understanding the problems arising in the study of educational material, identifying the psychological and pedagogical reasons for their occurrence, predicting possible ways of preventing arising difficulties, realizing the need to improve existing approaches to teaching, the search for psychological and pedagogical foundations of methodological activity, analysis of existing practices of constructing educational texts from the point of view of their possibility in the formation of learning actions that promote understanding, development of author's materials, analysis and discussion of the obtained results, adjustment of methodical activity. The results of the conducted research with students of the Faculty of Physics and Mathematics have shown that the development of methodical thinking is influenced by the actualization, reconstruction and enrichment of professional experience of working with mathematical information from the point of view of psychological and pedagogical foundations of teaching learning material, as well as familiarization of future teachers with productive teaching practices aimed at understanding learning information. The conducted research allows us to conclude that purposeful teaching of general problems of teaching mathematics from the point of view of psychodidactic approach increases methodical culture of future teachers of mathematics and contributes to the development of methodical thinking.

Keywords: methodical thinking, understanding of educational material, psychodidactic approach to teaching mathematics, developing educational texts

For citation: Gelfman E. G., Penskaya Yu. K., Mazyuk V. V. Konstruirovaniye razvivayushchikh uchebnykh tekstov kak faktor razvitiya metodicheskogo myshleniya [Constructing developmental educational texts as a factor in the development of methodical thinking]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – Tomsk State Pedagogical University Bulletin*, 2024, vol. 2 (232), pp. 34–43 (in Russian). <https://doi.org/10.23951/1609-624X-2024-2-34-43>

Введение

Одной из важнейших задач обучения учебному предмету является выбор таких форм и методов работы, создание такого его содержания, которое способствует пониманию учащимися учебного материала. Эта проблема относится к разряду одной из вечных проблем, однако нередко от учащихся можно услышать, в частности, о математике: «Я не понимаю математику», «Кажется, все понимаю, а задачи решать не умею», «Раньше все было понятно, а как начались „бук-

вы“ – запутался», «Все формулы в голове перепутались», «У меня плохая память, не могу запомнить правила». В чем причина такого явления? В каком направлении следует усовершенствовать процесс обучения?

Для решения данной проблемы необходимо ответить на вопросы: что значит понять, каковы условия понимания, каковы причины непонимания и, в частности, выявить причины затруднений учащихся в понимании математической информации, найти способы их предупреждения.

Проблемы понимания многие годы стоят в центре обсуждения философов, психологов, исследователей в области математического образования (М. Е. Бершадский, Э. К. Брейтигам, В. П. Зинченко, В. В. Знаков, Е. И. Лященко, Н. С. Подходова, В. Д. Шадриков, М. А. Холодная, A. Sfardi др.).

В широком смысле понимание рассматривается как универсальная характеристика интеллектуальной деятельности человека, неременный атрибут любого уровня познания, общения и любого психического процесса.

В психологии понимание исследуется как познавательный аспект, согласно которому «понимание представляет собой осмысление отраженного в знании объекта познания, формирование смысла знания в процесс действия с ним» [1, с. 26].

В дидактике понимание исследуется как элемент структуры акта усвоения: восприятие – понимание – осмысление – обобщение – закрепление – применение [2].

Для организации процесса обучения, направленного на понимание, важно выделить типы понимания, те мыслительные операции, которые способствуют пониманию: узнавание известного в новом материале; формулирование гипотез о прошлом и будущем нового объекта (прогнозирование); составление целостных представлений об объекте. Понимание изучаемого объекта может происходить в разных формах:

- понимание – узнавание: в данном случае понимание представляет собой осознание того, что из себя представляет изучаемый объект;

- понимание – гипотеза: содержит в себе выдвижение и подтверждение гипотез, необходимых для понимания конкретных ситуаций;

- понимание – объединение: появляется тогда, когда необходимо собрать все составляющие рассматриваемой проблемы и объединить элементы понимаемого в целое [1].

В работах М. И. Бершадского, Э. Г. Гельфман, Л. Н. Демидовой, Д. Дьюи, В. В. Знакова, В. Н. Ксеновой, А. А. Окунева, А. Г. Подстригич, М. А. Холодной, В. Д. Шадрикова и др. рассматриваются условия, факторы, способствующие пониманию информации. Перечислим некоторые из них: мотивация на понимание информации; активная позиция субъекта в работе с информацией; учет особенностей формирования понятийного мышления при представлении информации (выделение признаков понятий, включение изучаемого в систему связей с другими понятиями и в собственную понятийную систему субъекта); наличие контекста для передачи смысловой нагрузки информации; использование разных способов кодирования информации, в том

числе предметного опыта и образов разной степени обобщенности, метафор; актуализация и развитие таких общих интеллектуальных умений, как умения доказывать, оценивать, обосновывать, планировать, прогнозировать, интерпретировать, анализировать данный объект с разных сторон [1, 3–7].

Понятие «понимание» можно рассматривать с двух сторон: понимание школьного предмета обучающимися и понимание учителем, как этого добиться.

Одним из факторов, влияющих на понимание обучающимися учебной информации, является содержание школьного образования. При этом уровень понимания учебного материала, скорее всего, будет зависеть от того, будет ли он осваивать математическую информацию через решение множества однотипных задач либо через самостоятельное исследование того или иного математического понятия [8].

Единицей содержания математического предмета является учебный текст. Правильно подобранные учебные тексты способствуют формированию интереса к исследовательской деятельности, овладению методологией научного поиска, «переносят» будущих учителей в лабораторию учительского труда, обучают работе с содержанием образования, умению конструировать авторские тексты [9]. Ориентация учебных текстов на понимание предполагает, что они будут сконструированы особым образом, то есть они будут развивающими учебными текстами [10].

Как показали наши исследования [11, 12], далеко не всегда учебные тексты школьных учебников могут стать основой стратегии и тактики методической деятельности, которая способствовала бы развитию понимания учебной информации. В курсах психолого-педагогической и методической подготовки тоже не всегда обсуждается этот вопрос в парадигме: психология – педагогика – дидактика – методика обучения математике, в контексте их интеграции. Учебные тексты предъявляются как готовый продукт, и не раскрываются основы конструирования текстов, направленных на понимание учебной информации.

Таким образом, имеет место противоречие между потребностью в учебных текстах, направленных на понимание учебного материала, и содержанием школьного курса математики.

Материал и методы

Использованы методы анализа философской, психологической, педагогической и методической литературы по проблеме исследования, практик конструирования соответствующего контента, реконструкции опыта работы с матема-

тической информацией с точки зрения психодиактического подхода. Также применялась экспертная оценка различных типов учебных текстов с точки зрения их возможности в развитии понимания учебного материала и активного участия в процессе обучения и наблюдение за изменением в деятельности обучающихся. В ходе исследования использовались анкетирование и анализ динамики развития методического мышления, включая мнение экспертов.

Результаты и обсуждение

С целью развития у будущих учителей математики умения конструировать учебные тексты, направленные на понимание математической информации, на физико-математическом факультете Томского государственного педагогического университета проведено исследование в рамках изучения дисциплин «Интеллектуальное воспитание средствами математики», «Современные модели обучения», «Методика обучения математике».

При реализации поставленной цели особое внимание уделяется осознанию будущими учителями проблемы понимания (непонимания) учебного предмета с помощью учебных текстов на разных уровнях: на уровне их будущей практической деятельности (принятие значимости проблемы понимания), на уровне способов методического мышления, связанного с проблемой понимания математической информации (методология профессиональной деятельности, направленной на понимание учебной информации), на уровне коммуникативной деятельности (умение обсуждать педагогические проблемы, признавать существование возможных вариантов их решения), на уровне методического творчества (разработка собственного подхода к организации понимания учебного материала).

Иными словами, будущие учителя математики должны понимать, что одной из важнейших компетентностей учителя является его текстовая компетентность и что они несут профессиональную ответственность за предлагаемый контент обучения.

Исследование проводилось на примере работы с информацией, связанной с темой школьного курса математики «Формулы сокращенного умножения». Выбор темы обусловлен тем, что от понимания данного учебного материала зависит успешность учащихся во многих курсах школьного содержания математики [13]. Кроме того, эта тема привычна для школьного курса, в ее преподавании накоплен разнообразный методический опыт. Однако из года в год отмечается, что учащиеся затрудняются при работе с формулами сокращенного умножения. Возникает про-

блема выявления причин возникновения затруднений.

В содержательной линии школьного курса математики «Тождественные преобразования» тема «Формулы сокращенного умножения» занимает важное место, так как в ней впервые в курсе алгебры учащиеся явно встречаются с понятием формулы, позволяющей выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений. Поэтому организация учебной деятельности, направленной на понимание математической информации, может стать фокус-примером интеллектуального поведения при обучении другим математическим формулам.

Исследование проводилось в рамках проектной деятельности и включало следующие этапы: мотивация, категоризация, проектирование (конструирование) и оценивание (диагностика).

Основной формой работы выбрана групповая работа, поскольку именно она способствует развитию открытой педагогической позиции: обсуждение различных психолого-педагогических основ конструирования учебных текстов, совместный поиск вариантов решения при реализации требований к организации познавательной деятельности, развитие умения отстаивать свою методическую точку зрения, принимать и уважать чужое мнение, обсуждение критически и конструктивно составленных учебных текстов по теме исследования.

Опишем организацию и содержание работы на отдельных этапах исследования.

Целью первого этапа – *этапа мотивации* – является создание психолого-педагогических условий для принятия проблемы развития у обучающихся понимания математической информации, осознания собственной роли в разработке содержания математического образования, в частности, по изучению формул сокращенного умножения, обозначения недостаточности только предметных знаний и необходимости специальных знаний из психологии, дидактики, овладения методическим дизайном (в частности, умением конструировать учебные тексты с определенным методическим назначением).

Для осознания студентами предконфликтной ситуации при работе учащихся с математической информацией в рамках предмета «Методика обучения математике» было предложено выполнить несколько методических заданий. Задания носят диагностически-рефлексивный характер.

Задание 1. Учащимся 6-го класса предложено выполнить следующую самостоятельную работу в течение 10 минут:

1) поставьте знаки $<$, $=$, $>$ между числовыми выражениями:

- а) $25 + 42 \cdot 81 \dots (25 + 42) \cdot 81$;
 б) $25 + 42 \cdot 81 \dots 25 + (42 \cdot 81)$;
 в) $72 \cdot 19 \cdot 50 \dots (72 \cdot 19) \cdot 50$;
 г) $2500 - 300 - 200 \dots (2500 - 300) - 200$;
 2) найдите значение числового выражения:
 а) $(100-1) \cdot (-37)$; б) $235 \cdot (-11) + 235$;
 в) $-14 \cdot 28 + 128 \cdot 14$; г) $-3 \cdot 1000^{\frac{2}{3}}$.

Выполните эту работу. Определите, какова цель заданий, входящих в самостоятельную работу? Какие формы умственного опыта они актуализируют и обогащают? Какие учебные действия они развивают? К какому типу текстов вы бы их отнесли? В этой работе вам могут помочь материалы книги «Развивающие учебные тексты» [10]. Наблюдения учителя и обсуждение в классе показали, что только 45 % успели выполнить эту работу за 10 минут. Обсуждение в классе способов выполнения этих заданий определило, что учащиеся не распознали возможность применить свойства математических операций. Как вы думаете, в чем причина такой ситуации?

Задание 2. Учащимся 7-го класса было предложено задание: «Определите, что больше 127^2 или $126 \cdot 128$ и на сколько?». Выполните это задание. Спрогнозируйте, какими способами могли выполнить это задание учащиеся. Как показал анализ работ учащихся, большинство из них считало «в лоб». Почему так произошло?

Задание 3. Учащимся 7-го класса было предложено следующее задание:

Выберите, какие из следующих выражений являются полными квадратами:

- а) $x^2 - 6x - 9$; б) $x^2 + 6x + 9$;
 в) $x^2 + 9$; г) $x^2 - 9$.

Дополните остальные выражения до полного квадрата.

Выполните задание. Какова его цель? Какими учебными действиями должны владеть учащиеся, чтобы справиться с этим заданием? Предположите, какие трудности могут возникнуть при работе с этим заданием. Сравните свои предположения с результатами выполнения: все учащиеся выбрали выражение б), которое является полным квадратом; 70 % учащихся дополнили выражения а) и в) до полного квадрата; только 25 % справились с заданием г). В чем причина неуспешности в случае г)?

Задание 4. Учащимся 10-го класса было предложено следующее задание:

Заполните пропуски в тождестве:

- а) $a - \dots = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$;
 б) $\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\dots)$;
 в) $\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b} = (\dots)(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})$;
 г) $a + b = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\dots)$;

- д) $a - b = (\dots)(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})$;
 е) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = \dots$.

Выполните это задание. Что должен понимать учащийся, чтобы справиться с этим заданием? Анализ работ показал, что учащиеся не справились с заданиями б), в), г), д). Как бы вы объяснили этот факт? Вы проанализировали работы учащихся по четырем заданиям. Что общего во всех этих заданиях? Какова их цель? Есть ли что-то общее в причинах затруднений учащихся? Запишите ваше суждение.

Среди причин затруднений обучающихся будущие учителя выделяют следующие: не умеют применять законы арифметических действий; не соотносят формулу сокращенного умножения с выражением, к которому ее можно применить; не понимают, что от них требуют, и не могут составить план своих действий; не умеют применять известные знания в новой ситуации; при вычислениях не видят смысла в рационализации своих действий.

Данные ответы свидетельствуют о том, что выделенные затруднения в основном относятся к данной конкретной ситуации. Среди них практически не было объяснения причин с опорой на психолого-педагогические закономерности мышления.

Далее будущим учителям предлагается описать стратегию организации обучения для оказания помощи в выполнении заданий и предложить рекомендации для одного из заданий на выбор.

Говоря о помощи обучающимся, будущие учителя предлагали следующие сценарии:

- попросить обучающихся прочитать вслух формулировку задания и своими словами объяснить алгоритм действий, это способствует лучшему пониманию цели задания;
- разместить в классе разные формулы сокращенного умножения и обратить внимание обучающихся на возможность их использования;
- предложить обучающимся, успешно справившимся с заданиями, объяснить полученные решения, это помогает учителю объяснять материал на доступном для обучающихся языке;
- выяснить у обучающихся, что мешает им в выполнении заданий, чего они не знают или не помнят, только тогда оказывать помощь в решении;
- продемонстрировать образец выполнения и предложить обучающимся выполнить задания по образцу;
- составить список вопросов, приводящих к алгоритму решения заданий.

На предложение поработать обучающимся с текстом учебника большинство студентов вы-

двинули предположение, что самостоятельное изучение материала из учебника зачастую не приносит положительных результатов. Будущие учителя готовы обсуждать приемы конструирования текстов, но ресурсов в действующих учебниках они не видят.

Для мотивации поиска путей усовершенствования методики обучения тождествам сокращенного умножения с помощью учебных текстов будущим учителям предлагалось подготовить аргументированный ответ на следующие вопросы: хватает ли вам знаний из области педагогики для поиска способов организации помощи обучающимся? являются ли случайными проблемы, возникающие при выполнении заданий, или это результат непонимания темы «Формулы сокращенного умножения», или результат неумения работать с математической информацией?

Обсуждая ответы на вопросы, будущие учителя пришли к выводу, что необходимы специальные знания для конструирования развивающих учебных текстов, направленных на понимание учебного материала.

Таким образом, на этапе мотивации будущие учителя получили возможность познакомиться с реальной школьной ситуацией, ориентироваться в ней, прогнозировать решение методической проблемы, понимать необходимость получения новых знаний.

На следующем этапе – *этапе категоризации* – будущие учителя математики разрабатывали методологию конструирования учебных текстов, направленных на понимание математической информации, в частности формул сокращенного умножения. Для знакомства и изучения психолого-педагогической литературы, посвященной пониманию, предлагалось поработать в формате авторских мастерских А. А. Окунева: «Ты понял? Что значит понял?» и «Понимаю?» [14]. Результатом работы мастерских стало эссе «Что способствует пониманию? Каковы причины непонимания?». Приветствовалось использование различных источников, описание опыта проведенного анализа затруднений обучающихся. Некоторые студенты получили индивидуальные задания по работе с литературой, связанной с психологическими механизмами понимания. По результатам работы были выделены учебные действия, способствующие пониманию информации.

Далее будущие учителя приступили к первому этапу конструирования учебных текстов, направленных на понимание формул сокращенного умножения. На примере формулы произведения суммы двух выражений на их разность $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ студенты распознавали учебные тексты с определенными психолого-

педагогическими функциями и сравнивали различные учебные тексты, соотнося их с учебными действиями, способствующими пониманию.

Работа проходила в группах, каждой группе предоставлены учебные тексты по данной теме из разных учебников и методических пособий, как традиционных, так и написанных в психологически ориентированных моделях обучения. Будущие учителя математики должны были классифицировать эти тексты по целевому психолого-педагогическому назначению: мотивация изучения формулы и ее обоснование; введение формулы (словесно-символически, образно, схематически, метафорически и т. д.); выделение существенных признаков выражений, которые могут быть преобразованы по данной формуле (их фиксация разными способами); составление плана преобразования алгебраических выражений по данной формуле; применение данного плана; обогащение признаков алгебраических выражений, которые могут быть преобразованы по данной формуле (их фиксация); применение формулы при решении разных задач (числовых, алгебраических, геометрических); обобщение формулы.

В качестве организации самоконтроля при выполнении задания о классификации учебных текстов будущим учителям было предложено ответить на следующие вопросы: возникли у вас трудности при классификации текстов и какие? все ли тексты были привычными для вас? какие учебные тексты оказались новыми, необычными? какие тексты вам бы хотелось обсудить на занятии, чтобы научиться конструировать аналогичные тексты? Ответы на эти вопросы должны были быть подготовлены в рамках самостоятельной работы. Составленная классификация учебных текстов проверялась магистрами 2-го курса в ходе личных консультаций, уточнялись результаты классификации.

По итогам предварительной работы было проведено занятие «Учимся распознавать учебные тексты, направленные на понимание». Занятие проводилось в форме лабораторной работы дискуссионного характера.

Приведем два примера заданий, которые предлагались на этом занятии.

Пример 1. Как мотивировать изучение формулы $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$?

Проанализируйте два учебных текста:

Текст 1. Выполните умножение:

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| а) $(a+b)(a+b)$; | б) $(a+b)(a-b)$; |
| в) $(x+y)(x-y)$; | г) $(3+m)(3-m)$; |
| д) $(x^5+1)(x^5-1)$; | е) $(80+2)(80-2)$. |

Какие закономерности вы обнаружили? Сформулируйте их и проверьте на своих примерах.

2. Правило умножения многочлена на многочлен основано на законах (свойствах): переместительном, сочетательном, распределительном умножения относительно сложения:

$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$, то есть тождество доказано.

Текст 2:

а) какому алгебраическому выражению равно выражение $(a - b)(a + b)$:

$a^2 + b^2$; $a^2 - 2ab + b^2$; $a^2 + 2ab + b^2$; $b^2 - a^2$; $a^2 - b^2$;

б) проверьте свои выводы на примерах: $(a - 4)(a + 4)$; $(a - 10)(a + 10)$.

Можете ли вы утверждать, что получили формулу сокращенного умножения? Сформулируйте ее.

За счет чего в каждом тексте создается интрига для ученика? Опишите каждый из данных текстов, начиная со слов: «Учащимся предлагается...». Выделите фрагменты текстов, которые развивают «понимание–узнавание», «понимание–гипотеза». Какая цель перед учащимися ставится в каждом из этих текстов? В каком из них цель деятельности более ясна учащимся? В каком тексте реализация цели потребует более творческой деятельности? Какие мыслительные действия потребуются для работы с этими текстами? Содержит ли каждый из текстов материалы для самопроверки? Придумайте задание, мотивирующее изучение данной формулы.

Характеризуя изученные тексты, студенты отметили, что им понравились задания, где привлекается практический опыт учащихся, где учащиеся получают правила действий, задания на практическое применение формул. Заинтересовали студентов задания о признаках алгебраических выражений, которые можно преобразовать с помощью формул. Практически все студенты хотели бы разобраться, как конструируются эти задания и какими они могут быть. Будущих учителей заинтересовали именно те учебные тексты, которые позволяли бы реализовывать факторы, влияющие на понимание информации. Теперь необходимо было обратить внимание на особенности конструирования таких учебных текстов. Этому посвящен следующий пример.

Пример 2. Как научиться распознавать алгебраические выражения, которые можно преобразовывать с помощью формулы $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$?

Проанализируйте следующие тексты. Выполните задания, заключенные в этих текстах. Какова цель каждого из них? Чему могут научиться учащиеся для понимания формулы с помощью каждого из этих текстов? Какова роль текста 6? Можно ли утверждать, что он способствует обо-

гащению признаков выражений, которые можно преобразовать по формуле?

Текст 3. Дайте названия формуле $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, прочтите ее, представьте схематично, используя цвет. Сравните свои результаты со следующими.

Запись формулы:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Название формулы: формула произведения суммы и разности двух выражений.

Чтение формулы: Произведение суммы двух алгебраических выражений и их разность равно разности квадратов этих алгебраических выражений.

Схема формулы:

$$(\square + \bigcirc)(\square - \bigcirc) = \square^2 - \bigcirc^2.$$

Как запомнить эту формулу? Может быть, найти яркие ассоциации?

Текст 4. 1) Какие из следующих выражений могут быть преобразованы по формуле

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2:$$

а) $(0,7 - a)\left(\frac{1}{7} + a\right)$;

б) $(0,5 + n)(0,5 + n)$;

в) $(a^2 - c^2) + (a^2 + c^2)$;

г) $\left(\frac{2}{9} + 1,2\right)\left(\frac{2}{9} - 1,2\right)$;

д) $(xy + 1)(xy - 1)$;

е) $(0,01 + 0,1) \cdot \frac{0,01}{0,1}$?

Составьте карточку-памятку для того, чтобы распознавать такие выражения. Сравните ее со следующей.

Умножение суммы двух выражений на их разность.

а) выражение является произведением;

б) один множитель – сумма двух выражений;

в) другой множитель – разность этих же выражений.

Схема:

$$(\square + \bigcirc)(\square - \bigcirc)$$

2) Запишите свои варианты левой части формулы

$$(\square + \bigcirc)(\square - \bigcirc) = \square^2 - \bigcirc^2,$$

где $\square$ и $\bigcirc$ являются:

а) числами;

б) одночленами;

в) степенями;

г) многочленами, если это возможно.

Текст 5. Заполните пропуски так, чтобы полученные выражения можно было преобразовать по формуле $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$:

а) $(a \dots x) \dots (a \dots x)$ б) $(10 + \dots)(0,1 - \dots)$;

$$в) \left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \dots \frac{1}{3}\right); \quad г) (2p + 3c^2) \cdot \dots$$

Составьте план преобразования алгебраических выражений по формуле $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Сравните свой план со следующим... [13, с. 56].

Текст 6. Рассмотрите произведение $(-y + x)(y + x)$, $(10 + 0,1)(-0,1 + 10)$. Перепишите их так, чтобы их можно было преобразовать по формуле. Придумайте три похожих произведения. Преобразуйте их по формуле.

Верно ли, что с помощью формулы $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ можно преобразовать произведение двух сумм, содержащих пару противоположных и пару одинаковых слагаемых.

Найдите произведение, используя формулу $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$:

$$а) 32 \cdot 28; \quad б) 91 \cdot 89; \\ в) 103 \cdot 97; \quad г) 9,8 \cdot 10,2.$$

Например, б) $91 \cdot 89 = (90+1)(90-1) = 90^2 - 1^2 = 8100 - 1 = 8099$. Придумайте похожие примеры.

Текст 7. Найдите произведения:

$$а) (a + b)(a - b); \quad б) (a + b)(b - a); \\ в) (a + b)(-b + a); \quad г) (b - a)(b + a); \\ д) (a - b)(a + b); \quad е) (-a + b)(a + b).$$

Чем отличаются примеры в разных столбцах? Что у них общего? Влияет ли на результат умножения порядок множителей в произведении? Влияет ли порядок записи слагаемых в множителе-сумме на результат умножения? По какому множителю – по сумме или разности – записывают результат применения формулы?

Проанализируйте предложенные тексты. Все ли эти тексты вы считаете одинаково важными для того, чтобы учащиеся научились распознавать выражения, которые можно преобразовать по формуле произведения суммы и разности двух выражений? Какие элементы вы бы добавили?

Таким образом, на этапе категоризации будущие учителя выявляют особенности конструирования учебных текстов, направленных на понимание математической информации. Сначала формируются общие представления о таких текстах при активном участии студентов, а затем ведется их детальный анализ, обсуждаются средства организации таких текстов.

Для того чтобы студенты проверили, насколько они готовы к конструированию учебных текстов, способствующих пониманию формул сокращенного умножения, они получили задание дополнить каждое множество текстов, полученное в результате классификации предложенных текстов, двумя своими примерами.

На *этапе конструирования* будущие учителя учатся переносить умения конструировать развивающие учебные тексты, полученные на преды-

дущем этапе, на обучение другим формулам сокращенного умножения.

По желанию студенты выбирают одну из формул сокращенного умножения и разрабатывают систему развивающих учебных текстов согласно выделенному плану изучения формул. При конструировании рекомендуется обратиться к материалам лекции «Изучение тождественных преобразований в 7-м классе», учебникам по математике, учебным пособиям, посвященным психодидактическому подходу конструирования содержания математического образования.

Кроме того, каждая группа разрабатывает дидактическую игру «Домино» о формулах сокращенного умножения.

Занятия проводились в форме консультаций (групповых и индивидуальных) с будущими учителями и с магистрантами 2-го курса. Каждая группа имела своего консультанта, он же был рецензентом выполняемых работ. Такое наставничество является важной составляющей исследования, так как оно развивает открытую познавательную позицию будущих учителей, вселяет в них уверенность в необходимости и возможности изменения содержания образования с определенными психодидактическими целями.

Целью последнего этапа – *этапа диагностики* – является оценка текстовой компетентности студентов, направленной на умение конструировать учебные тексты, способствующие пониманию математической информации, анализ сформированности элементов методического мышления [9]. Одна из диагностических процедур представляет собой презентацию лучших фрагментов выполненных работ по выбранной формуле сокращенного умножения. Выбор фрагментов для презентации осуществлялся в результате сотрудничества с консультантами. Критерии оценки работ разрабатывались студентами.

Вторая диагностическая процедура связана с представлением дидактической игры. Обращалось внимание на идею игры, качество подобранного содержания, ясность и эмоциональность представления инструкции по использованию игры, оформление и качество демонстрации игры.

В качестве рефлексии будущие учителя отвечали на вопросы: что нового о работе с формулами сокращенного умножения вы узнали? что полезного для будущей профессии вы возьмете в свой «педагогический рюкзак»?

Заключение

На примере обучения одной из формул сокращенного умножения будущие учителя математики прошли путь развития методического мышления: от анализа предконфликтной педаго-

гической ситуации и построения гипотезы о причинах ее возникновения к осознанию необходимости изучения психолого-педагогических причин проявления затруднений учащихся и основ понимания учащимися учебной информации.

Итогом проведенной методической работы стало выделение учебных действий, способствующих пониманию формулы и анализ опыта конструирования содержания образования по ее изучению, в частности, классификация учебных текстов с определенными методическими функциями. Выделены тексты, построенные в инновационных моделях обучения. Определены особенности конструирования такого рода текстов, что способствовало реконструкции и обогащению методического опыта будущих учителей математики.

Анализ деятельности по развитию умения переносить полученные методические знания в новую ситуацию (разработка комплекта развивающих учебных текстов, способствующих пониманию новой формулы) показал, что большинство будущих учителей способны адаптировать психолого-педагогические подходы к конструированию учебного контента, разрабатывать оригинальные учебные задания на распознавание учебной информации, применение формулы, ее обобщение. Обучающиеся продемонстрировали умение корректировать свои действия на основе анализа получаемых результатов. Приведенные факты указывают, что в процессе конструирования учебных текстов будущие учителя математики овладели элементами методического мышления.

Список источников

1. Знаков В. В. Психология понимания: проблемы и перспективы. М.: Ин-т психологии РАН, 2005. 448 с.
2. Кулешова И. Г., Кисельников И. В., Брейтигам Э. К. Содержание фаз понимания учебного материала // *Science for Education Today*. 2019. № 5. С. 97–109.
3. Бершадский М. Е. Понимание как педагогическая категория. М.: Педагогический поиск, 2003. 176 с.
4. Гельфман Э. Г., Демидова Л. Н., Терре А. И. Мотивация учебной деятельности учащихся основной школы средствами учебных текстов // *Вестник Томского гос. пед. ун-та (TSPU Bulletin)*. 2017. № 8. С. 100–107.
5. Шадриков В. Д. Понимание: концептуальные модели. М.: Ин-т психологии РАН, 2021. 209 с.
6. Sfard A. Symbolizing Mathematical Reality into Being: How mathematical Discourse and Mathematical Objects create each Other // *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms, USA* /eds. Cobb P., Yackel E., McClain K. 2000. P. 37–98.
7. Дьюи Д. Психология и педагогика мышления / пер. Н. М. Никольская. М.: Юрайт, 2023. 166 с.
8. Клюс-Станьска Д. Парадигмы дидактики: мыслить теоретически о практике. М.: Национальное образование, 2022. 320 с.
9. Саранцев Г. И. Учителю – современное методическое мышление // *Наука и школа*. 2014. № 2. С. 12–16.
10. Холодная М. А., Гельфман Э. Г. Развивающие учебные тексты как средство интеллектуального воспитания учащихся. М.: Ин-т психологии РАН, 2016. 200 с.
11. Гельфман Э. Г., Пенская Ю. К., Цымбал С. Н. Психодидактический подход к подготовке будущих учителей математики // *Вестник Томского гос. пед. ун-та (TSPU Bulletin)*. 2017. Вып. 12 (189). С. 100–108.
12. Гельфман Э. Г., Холодная М. А., Подстригич А. Г. Типология развивающих учебных текстов (на примере школьной математики) // *Вестник Томского гос. пед. ун-та (TSPU Bulletin)*. 2019. Вып. 3 (200). С. 27–34.
13. Бондаренко Т. Е. Тожественные преобразования целых рациональных выражений и их применение для рационализации вычислений в курсе алгебры 7 класса: метод. пособие для учителя. Воронеж: Наука-ЮНИПРЕСС, 2014. 140 с.
14. Окунев А. А. Как учить не уча, или 100 мастерских по математике, литературе и для начальной школы. СПб.: Питер, 1996. 445 с.

References

1. Znakov V. V. *Psikhologiya ponimaniya: problemy i perspektivy* [Psychology of understanding: Problems and prospects]. Moscow, Institute of Psychology RAS Publ., 2005. 448 p. (in Russian).
2. Kuleshova I. G., Kisel'nikov I. V., Breytigam E. K. Soderzhaniye faz ponimaniya uchebnogo materiala [The content of the phases of understanding the educational material]. *Science for Education Today*, 2019, no. 5, pp. 97–109 (in Russian).
3. Bershadskiy M. E. *Ponimaniye kak pedagogicheskaya kategoriya* [Understanding as a pedagogical category]. Moscow, Pedagogicheskii poisk Publ., 2003. 176 p. (in Russian).
4. Gel'fman E. G., Demidova L. N., Terre A. I. Motivatsiya uchebnoy deyatel'nosti uchashchikhsya osnovnoy shkoly sredstvami uchebnykh tekstov [Motivation of educational activity of pupils of the main school by means of educational texts]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – TSPU Bulletin*, 2017, vol. 8, pp. 100–107 (in Russian).

5. Shadrikov V. D. *Ponimaniye: kontseptual'nyye modeli* [Understanding: conceptual models]. Moscow, Institute of Psychology RAS Publ., 2021. 209 p. (in Russian).
6. Sfard A. Symbolizing Mathematical Reality into Being: How mathematical Discourse and Mathematical Objects create each Other. In: P. Cobb, E. Yackel, K. McClain (Eds.). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms*, USA. 2000. Pp. 37–98
7. D'yui D. *Psikhologiya i pedagogika myshleniya* [Psychology and pedagogy of thinking]. Moscow, Yurayt Publ., 2023. 166 p. (in Russian).
8. Klyus-Stan'ska D. *Paradigmy didaktiki: myslit' teoreticheski o praktike* [Paradigms of didactics: to think theoretically about practice]. Moscow, Natsional'noye obrazovaniye Publ., 2022. 320 p. (in Russian).
9. Sarantsev G. I. Uchitel'yu – sovremennoye metodicheskoye myshleniye [Teacher – modern methodical thinking]. *Nauka i shkola – Science and School*, 2014, no. 2, pp. 12–16 (in Russian).
10. Kholodnaya M. A., Gel'fman E. G. *Razvivayushchiye uchebnyye teksty kak sredstvo intellektual'nogo vospitaniya uchashchikhsya* [Developing educational texts as a means of intellectual education of students]. Moscow, Institute of Psychology RAS Publ., 2016. 200 p. (in Russian).
11. Gel'fman E. G., Penskaya Yu. K., Tsymbal S. N. *Psikhodidakticheskiy podkhod k podgotovke budushchikh uchiteley matematiki* [Psychodidactic approach to training future teachers of mathematics]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – TSPU Bulletin*, 2017, no. 12 (189), pp. 100–108 (in Russian).
12. Gel'fman E. G., Kholodnaya M. A., Podstrigich A. G. *Tipologiya razvivayushchikh uchebnykh tekстов (na primere shkol'noy matematiki)* [Typology of developing educational texts (on the example of school mathematics)]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – TSPU Bulletin*, 2019, vol. 3 (200), pp. 27–34 (in Russian).
13. Bondarenko T. Ye. *Tozhdestvennyye preobrazovaniya tselykh ratsional'nykh vyrazheniy i ikh primeneniye dlya ratsionalizatsii vychisleniy v kurse algebry 7 klassa: metodicheskoye posobiye dlya uchitelya* [Identity transformations of integer rational expressions and their application for rationalization of calculations in the 7th grade algebra course: a teaching aid for the teacher]. Voronezh, Nauka-YUNIPRESS Publ., 2014. 140 p. (in Russian).
14. Okunev A. A. *Kak učit' ne ucha, ili 100 masterskikh po matematike, literature i dlya nachal'noy shkoly* [How to teach without teaching, or 100 workshops in mathematics, literature and for elementary school]. Petersburg, Piter Publ., 1996. 445 p. (in Russian).

Информация об авторах

Гельфман Э. Г., доктор педагогических наук, профессор, Томский государственный педагогический университет (ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061).

E-mail: mina.gelfman@yandex.ru

Пенская Ю. К., кандидат педагогических наук, Томский государственный педагогический университет (ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061).

E-mail: Penskaya_julia@mail.ru

Мазюк В. В., учитель Школы № 1363 (пр. Рязанский, 82, корп. 4, Москва, Россия, 109542).

E-mail: vvolkvv@mail.ru

Information about the authors

Gelfman E. G., Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Tomsk State Pedagogical University (ul. Kiyevskaya, 60, Tomsk, Russian Federation, 634061).

E-mail: mina.gelfman@yandex.ru

Penskaya Yu. K., Candidate of Pedagogical Sciences, Tomsk State Pedagogical University (ul. Kiyevskaya, 60, Tomsk, Russian Federation, 634061).

E-mail: Penskaya_julia@mail.ru

Mazyuk V. V., teacher, School no. 1363 (pr. Ryazansky, 82, bldg. 4, Moscow, Russian Federation, 109542).

E-mail: vvolkvv@mail.ru

Статья поступила в редакцию 21.07.2023; принята к публикации 01.02.2024

The article was submitted 21.07.2023; accepted for publication 01.02.2024