

УДК 574.34

СИНХРОНИЗАЦИЯ БЫСТРО-МЕДЛЕННОЙ ДИНАМИКИ МИГРАЦИОННО СВЯЗАННЫХ СООБЩЕСТВ

Е.В. Курилова, М.П. Кулаков

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
ул. Шолом-Алейхема 4, г. Биробиджан, 679016,
e-mail: katkurilova@mail.ru, k_matvey@mail.ru

Исследование посвящено изучению закономерностей формирования периодических и квазипериодических режимов динамики в модели численности двух миграционно связанных сообществ «хищник-жертва». Неидентичность рассматриваемых сообществ приводит к образованию пространственно-временных структур, состоящих из чередующихся участков пачечной и тонической динамики, с разной степенью их синхронизации в определенные промежутки времени.

Ключевые слова: хищник-жертва, миграция, синхронизация, пачечная и тоническая динамика.

Образец цитирования: Курилова Е.В., Кулаков М.П. Синхронизация быстро-медленной динамики миграционно связанных сообществ // Региональные проблемы. 2021. Т. 24, № 2–3. С. 200–204. DOI: 10.31433/2618-9593-2021-24-2-3-200-204.

Исследования моделей динамики биологических сообществ типа «хищник-жертва» являются одной из ключевых тем теоретической популяционной биологии [3]. В таких системах, в частности, исследуются условия синхронного или асинхронного поведения динамики миграционно связанных сообществ, механизмы возникновения странных аттракторов, закономерности формирования сложных пространственно-временных структур и др. В данной работе группа сообществ описывается в виде системы двух связанных осцилляторов – автоколебательных элементов. Уравнения динамики имеют следующий вид [1, 2]:

$$\begin{cases} \frac{d x_1}{d t} = x_1(1 - a x_1) - \frac{x_1 y_1}{1 + h x_1}, \\ \frac{d y_1}{d t} = -c_1 y_1 + \frac{c_1 x_1 y_1}{1 + h x_1} + c_1 m \left(\frac{c_1}{c_2} y_2 - y_1 \right), \\ \frac{d x_2}{d t} = x_2(1 - a x_2) - \frac{x_2 y_2}{1 + h x_2}, \\ \frac{d y_2}{d t} = -c_2 y_2 + \frac{c_2 x_2 y_2}{1 + h x_2} + c_2 m \left(\frac{c_2}{c_1} y_1 - y_2 \right), \end{cases} \quad (1)$$

где x_i и y_i – численности жертв и хищников на i -й территории ($i=1, 2$), a – коэффициент самолимитирования жертвы, h – коэффициент насыщения хищника, c_i – относительная скорость снижения (убыли) численности хищников (смерт-

ности) и mc_i – коэффициент миграции хищников ($i=1, 2$).

Ведущим параметром, определяющим эволюцию динамических режимов и, как результат, тип пространственно-временной динамики, является разница в смертности хищников на разных территориях. Другие параметры, как правило, определяют устойчивость режимов динамики.

Каждое из сообществ представляет собой автоколебательную подсистему и описывается при помощи уравнений Базыкина [4]. В зарубежной литературе подобного рода уравнения именуется моделью Розенцвейг-Макартура [5].

В ходе проведенного исследования модели (1) были вычислены координаты всех особых точек, исследованы условия их существования и устойчивости, а также описаны простейшие бифуркации, которые приводят к образованию периодических траекторий, сочетающих в себе участки медленной тонической и быстрые всплески пачечной динамики (рис.). Такой тип динамики сопровождается не только сменой соотношений численности, но и изменением степени синхронизации.

Показано, что по мере роста разницы между смертностью хищников сменяется несколько типов режимов динамики, характеризуемых периодом колебаний на разных территориях, соотношением численностей и степенью синхронизации. При равных смертностях наблюдается полная синхронизация, которая с ростом различий быстро сменяется несинхронной квазипериодической динамикой на обеих территориях. Далее следует динамика, в которой периоды частичной синхро-

низации сменяются пачечной активностью с быстрыми всплесками численностей слабого сообщества (с большой смертностью хищника). Наконец, если различия в смертности максимальны, то слабое сообщество полностью подавляется сильным. Причем этот процесс будет постоянным: после поедания жертв слабого сообщества хищники продолжают мигрировать между соседними территориями, истребляя остатки жертвы, что не дает более слабой популяции времени на восстановление. В итоге жертва присутствует только на первой территории и формируется быстро-медленный цикл с большим периодом. Появление таких колебаний связано с рядом глобальных бифуркаций и наличием нескольких типичных времен в случае неидентичности сообществ. Обнаружено несколько типов пачечной активности (рис.), которые отличаются между собой не столько размерами, формой и числом быстрых всплесков численностей в пачке, сколько очередностью появления этих всплесков относительно быстро-медленного цикла [1]. Обнаружено, что модельная траектория исследуемой системы покрывает такие топологические структуры, как бутылка Клейна и тор. Показано, что для периодической динамики траектория движется по ним единственно возможным образом независимо от формы пачек, т.е. возвращается за один полный оборот в исходную точку на данных множествах. Обнаружен диапазон параметров, в котором траектория плотно обвивает эти структуры, а динамика оказывается квазипериодической и несинхронной на разных территориях. В результате анализа этой динами-

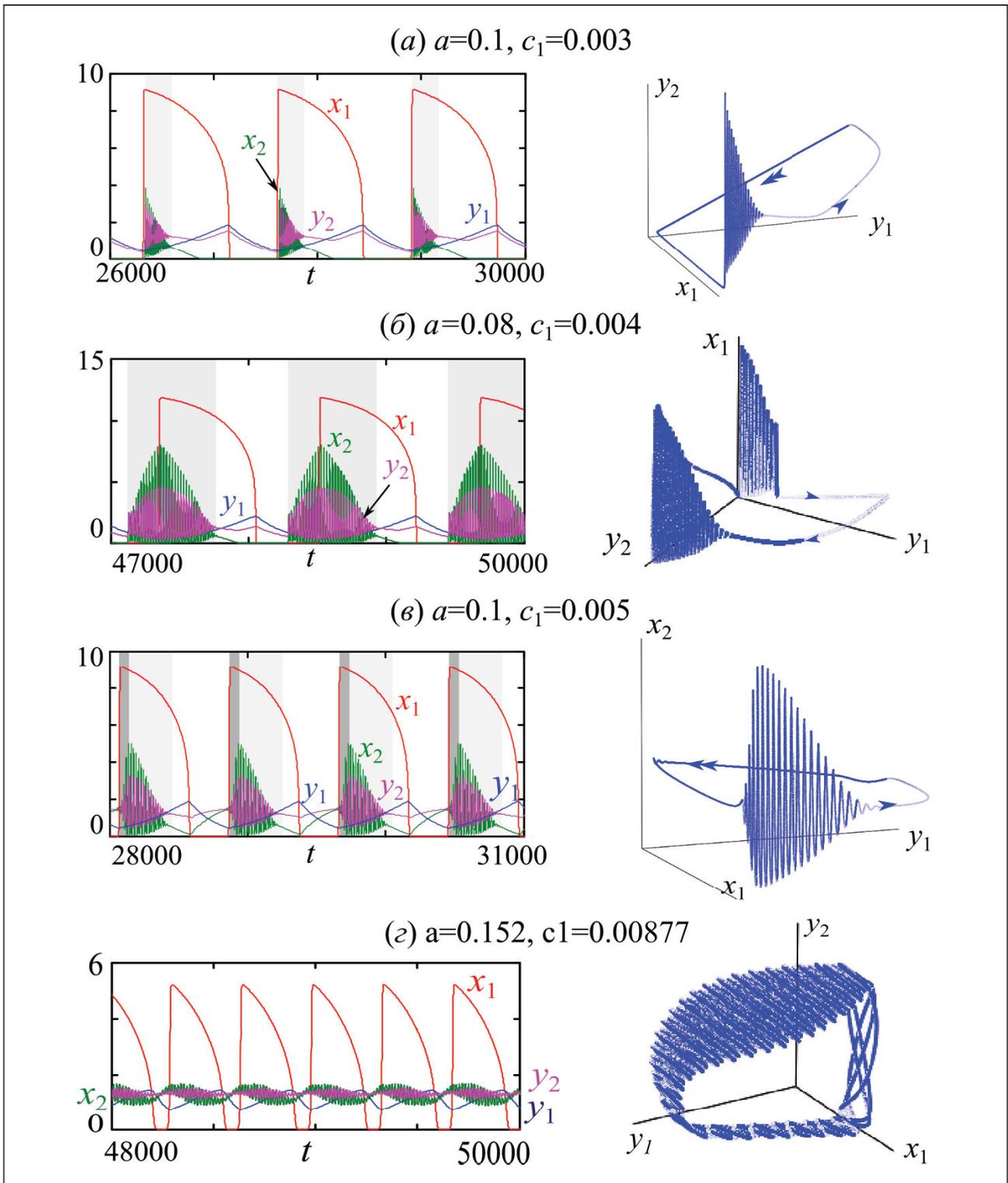


Рис. Примеры пачечной динамики в системе (1), которые отличаются формой пачек и видом аттракторов

Fig. Examples of burst dynamics in the system (1) with different shapes of spike clusters and types of attractors

ки было обнаружено множество языков Арнольда, на которых динамика вновь оказывается синхронной [2].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кулаков М.П., Курилова Е.В., Фрисман Е.Я. Синхронизация, тоническая и пачечная динамика в модели двух сообществ «хищник-жертва», связанных миграциями хищника // Математическая биология и биоинформатика. 2019. Т. 14, № 2. С. 588–611. DOI: 10.17537/2019.14.588.
2. Курилова Е.В., Кулаков М.П. Квазипериодические режимы динамики в модели миграционно связанных сообществ «хищник-жертва»// Региональные проблемы. 2020. Т. 23, № 2. С. 3–11. DOI: 10.31433/2618-9593-2020-23-2-3-11.
3. Фрисман Е.Я., Кулаков М.П., Ревуцкая О.Л., Жданова О.Л., Неверова Г.П. Основные направления и обзор современного состояния исследований динамики структурированных и взаимодействующих популяций // Компьютерные исследования и моделирование. 2019. Т. 11, № 1. С. 119–151. DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-1-119-151.
4. Bazykin A.D. *Nonlinear Dynamics of Interacting Populations* / Ed. by Alexander I. Khibnik and Bernd Krauskopf. – World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 1998. 216 p. DOI: 10.1142/2284.
5. Rinaldi S., Muratori S. Slow-fast limit cycles in predator-prey models // *Ecological Modelling*. 1992. Vol. 61. P. 287–308. DOI:10.1016/0304-3800(92)90023-8.

REFERENCES:

1. Kulakov M.P., Kurilova E.V. Frisman E.Ya. Synchronization and Bursting Activity in the Model for Two Predator-Prey Systems Coupled By Predator Migration. *Matematicheskaya biologiya i bioinformatika*, 2019, vol. 14, no. 2, pp. 588–611. DOI: 10.17537/2019.14.588. (In Russ.).
2. Kurilova E.V., Kulakov M.P. Quasi-Periodic Dynamics in a Model of “Predator-Prey” Communities Coupled By Migration. *Regional'nye problemy*, 2020, vol. 23, no. 2, pp. 3–11. DOI: 10.31433/2618-9593-2020-23-2-3-11. (In Russ.)
3. Frisman E.Ya., Kulakov M.P., Revutskaia O. L., Zhdanova O.L., Neverova G.P. The Key Approaches and Review of Current Researches on Dynamics of Structured and Interacting Populations. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie*, 2019, vol. 11, no. 1, pp. 119–151. DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-1-119-151. (In Russ.).
4. Bazykin A.D. *Nonlinear Dynamics of Interacting Populations*, ed. by Alexander I. Khibnik and Bernd Krauskopf. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1998. 216 p. DOI: 10.1142/2284.
5. Rinaldi S., Muratori S. Slow-fast limit cycles in predator-prey models. *Ecological Modelling*, 1992, vol. 61, pp. 287–308. DOI:10.1016/0304-3800(92)90023-8.

SYNCHRONIZATION OF SLOW-FAST DYNAMICS OF COMMUNITIES COUPLED BY MIGRATION

E.V. Kurilova, M.P. Kulakov

The article is devoted to the study of periodic and quasiperiodic dynamic regimes in the population model of two “predator-prey” communities coupled by migration. The non-identity of the considered communities leads to the formation of space-time regimes that include alternating periods of burst and tonic dynamics with different degrees of synchronization at certain intervals.

Keywords: *predator-prey, migration, synchronization, burst and tonic dynamics.*

Reference: Kurilova E.V., Kulakov M.P. Synchronization of slow-fast dynamics of communities coupled by migration. *Regional'nye problemy*, 2021, vol. 24, no. 2–3, pp. 200–204. (In Russ.). DOI: 10.31433/2618-9593-2021-24-2-3-200-204.