

УДК 539.376, 538.951

**О КИНЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ МЕТАЛЛОВ, КОНТРОЛИРУЕМОЙ
ТЕРМОАКТИВИРОВАННЫМ СКОЛЬЖЕНИЕМ ДИСЛОКАЦИЙ**

© 2024 г. В. М. Грешнов^{а, *}, Р. И. Шайхутдинов^{а, **}

^аУфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия

^{*}*e-mail: Greshnov_VM@list.ru*

^{**}*e-mail: shaykhutdinovri@gmail.com*

Поступила в редакцию 10.05.2023 г.

После доработки 27.09.2023 г.

Принята к публикации 16.10.2023 г.

Обоснование перспективности применения физико-математической теории ползучести металлов при проведении проектировочных расчетов на ползучесть проводится сравнительным анализом классической феноменологической и физико-математической теорий ползучести металлов. На примере описания обеими теориями конкретных результатов экспериментального исследования нестационарной ползучести и анализа уравнений теорий показано, что использование физического кинетического уравнения для действительного структурного параметра материала — скалярной плотности неподвижных дислокаций — делает физико-математическую теорию универсальной для решения нестационарных задач ползучести металлов со сложным нагружением, когда изменяются, в том числе скачкообразно, температура, силы и скорости нагружения.

Ключевые слова: ползучесть металлов, кривая ползучести, история нагружения, структурный параметр, физическое кинетическое уравнение

DOI: 10.31857/S1026351924020157, EDN: uvcyqr

1. Введение. Расчеты деталей на ползучесть являются обязательным элементом при проектировании машин и оборудования в авиакосмической и энергетической отраслях промышленности. Эти расчеты необходимы для деталей, работающих длительное время при высоких температурах.

Ползучесть — явление нарастания деформации нагруженного тела во времени. Закон деформации ползучести описывает кривая ползучести — зависимость деформации ϵ^c при постоянных температуре T и напряжении σ от времени t (рис. 1).

Теоретические основы расчетных методов были разработаны в 60-х годах прошлого века и изложены в монографиях [1, 2]. Классическая теория ползучести получила развитие в рамках механики сплошной среды с применением

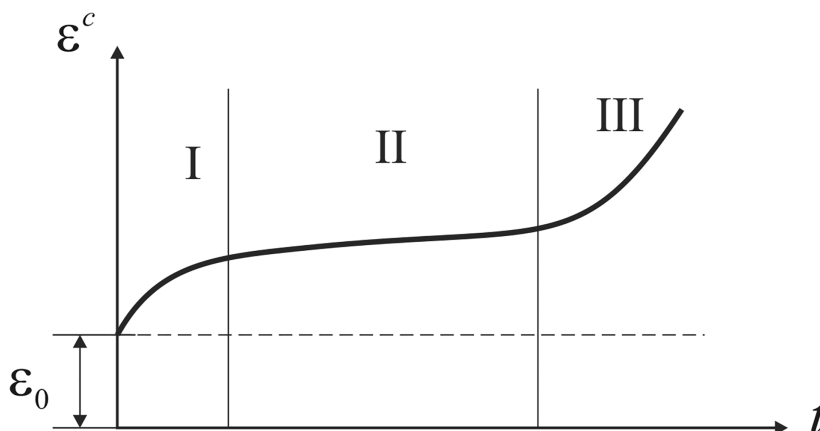


Рис. 1. Кривая ползучести: I — первая неустойчивая стадия; II — вторая установившаяся стадия, при которой $\varepsilon^c = \text{const}$ и имеет минимальное значение; III — третья стадия, заканчивающаяся разрушением образца. На рисунке $\varepsilon_0 = \varepsilon^c = \sigma_0^c/E$, где индекс c означает характеристики ползучести, а индекс e — характеристики упругой деформации.

феноменологического подхода к исследованию и описанию явлений и процессов в природе.

В 2018 г. опубликована у нас в стране [3] и в 2019 г. издана за рубежом [4] новая физико-математическая теория больших необратимых деформаций металлов, которая включает и кинетическую физико-математическую теорию ползучести. Новизна теории заключается в применении синтетического подхода к описанию процессов необратимых деформаций металлов. Сущностью этого подхода является объединение феноменологического и физического (микроструктурного) подходов, то есть применение для описания необратимых деформаций металлов основных положений и уравнений механики и физики деформируемого твердого тела.

Реализация нового подхода (метода) потребовала введения новых понятий и обобщения некоторых постулатов и принципов феноменологической теории пластичности на упруговязкопластическую среду.

Целью работы является сравнительный анализ феноменологической и физико-математической теорий ползучести металлов с точки зрения их применения для решения прикладных задач. Так как возможности решения задач теоретической схемой обуславливаются допущениями, принимаемыми при формулировании исходных гипотез и положений, коротко излагаются основополагающие положения и уравнения обеих теорий.

Необратимые деформации с термодинамической точки зрения являются неравновесными физическими процессами [5], в которых характеристики процесса зависят не только от текущих термодинамических параметров нагружения, но и от истории их изменения в предыдущие моменты времени. Поэтому одним из основных вопросов, полнота и универсальность решения которого характеризуют применимость теории для решения прикладных задач, является вопрос о способности теории корректно описывать историю нагружения и

нестационарные процессы деформирования. История нагружения при необратимых деформациях в общем случае характеризуется изменениями во время деформирования напряжения, скорости деформации, температуры и характеристик структуры материала.

Теоретические кривые нестационарной ползучести при ступенчатом увеличении и уменьшении напряжения, рассчитанные по уравнениям феноменологической и физико-математической теории ползучести, сравниваются с экспериментальными.

На основе полученных теоретических и заимствованных из литературы результатов, а также анализа уравнений теорий делается заключение о возможности их применения для решения прикладных задач.

2. Основные положения и уравнения феноменологической теории ползучести металлов. Центральным понятием в феноменологической теории ползучести является постулированное на основе экспериментальных исследований понятие уравнения состояния ползучести, которое связывает в простейшем случае одноосного растяжения скорость деформации $\dot{\varepsilon}^c$, напряжение σ^c , величину деформации ε^c и температуру T :

$$\Phi(\dot{\varepsilon}^c, \sigma^c, \varepsilon^c, T) = 0. \quad (2.1)$$

Так как структура материала и ее изменение при деформации в феноменологическом подходе не учитываются, то (2.1) принимается для структурно устойчивых материалов.

В зависимости от того, какие аргументы в (2.1) варьируются при экспериментальном исследовании деформации, разработаны технические теории ползучести [1, 2]: 1) теория старения предполагает существование при заданной температуре зависимости:

$$\Phi_1(\sigma^c, \varepsilon^c, t) = 0; \quad (2.2)$$

2) теория течения базируется на зависимости при заданной T :

$$\Phi_2(\dot{\varepsilon}^c, \sigma^c, t) = 0; \quad (2.3)$$

3) в основе теории упрочнения лежит при заданной T зависимость:

$$\Phi_3(\dot{\varepsilon}^c, \varepsilon^c, \sigma) = 0. \quad (2.4)$$

Ю.Н. Работнов предложил формальный подход для обобщения теорий течения и упрочнения [2]. Он принял, что при определенной температуре скорость деформации ползучести является функцией напряжения и некоторого числа параметров q_i , которые характеризуют с феноменологических позиций структурное состояние материала:

$$\dot{\varepsilon}^c = \Phi_4(\sigma, q_1, \dots, q_i) = 0. \quad (2.5)$$

Изменение некоторого структурного параметра при деформации описывается кинетическим уравнением:

$$dq_i = a_i d\varepsilon^c + b_i d\sigma + c_i dt + f_i dT, \quad (2.6)$$

где a_i, b_i, c_i, f_i — некоторые функции от ε^c, σ, t и T , а также $q_1, \dots, q_i$.

Идея структурных параметров, в феноменологической теории отождествляемых с механическими макровеличинами, на наш взгляд, является несколько искусственной. Основным принятым допущением при построении теории является понятие структурно устойчивого материала. Если же в качестве структурного параметра принимать действительные характеристики структуры материала, то это уже будет совсем другая теория.

Ю.Н. Работнов, следуя идеям Л.М. Качанова, предложил в качестве единственного структурного параметра принять меру поврежденности материала ω , понимаемую как степень накопления материалом деформационных микротрещин, которая изменяется в интервале $[0, 1]$. Поврежденность ω уже характеризует структурное состояние материала. Добавление к уравнению ползучести кинетического уравнения для структурного параметра ω позволило развить новое направление в механике — механику континуальных повреждений [6, 7].

Большой вклад в развитие теории и практики ползучести материалов, который признан в мировой науке, внесла целая плеяда отечественных ученых-механиков: Ю.Н. Работнов, Л.М. Качанов, С.А. Шестериков, А.М. Локощенко, О.В. Соснин и др. А.М. Локощенко в своей фундаментальной монографии [8] дает обзор исследований по ползучести за большой промежуток времени, начиная с первых работ Ю.Н. Работнова по настоящее время. Излагается содержание всех основных моделей ползучести с анализом из достоинств и недостатков с указанием вкладов отечественных и зарубежных исследователей.

Расчеты на ползучесть с применением феноменологической теории базируются на результатах экспериментального изучения процесса при одноосном растяжении [9]. Наиболее простыми являются расчеты на установившуюся ползучесть, протекающую с постоянной и минимальной скоростью $\dot{\varepsilon}_{\min}^c$ (см. рис. 1). В этом случае деформация ползучести определяется как $\varepsilon^c = \dot{\varepsilon}_{\min}^c t$.

Наиболее часто используется степенная зависимость минимальной скорости деформации ползучести от напряжения:

$$\dot{\varepsilon}_{\min}^c = \dot{\varepsilon}_{\min 0}^c (\sigma/\sigma_0)^n, \quad (2.7)$$

где σ_0 — произвольная величина напряжения, за которую могут быть приняты, например, предел пропорциональности или текучести материала при температуре испытаний или любое значение, например 10 или 100 МПа; $\dot{\varepsilon}_{\min 0}^c$ и n для рассматриваемого материала зависят от температуры, причем $\dot{\varepsilon}_{\min 0}^c$ — минимальная скорость деформации ползучести при напряжении σ_0 .

Значения $\dot{\varepsilon}_{\min 0}^c$ и n определяются по результатам установочных экспериментов по ползучести и длительной прочности [9, 10]. Поскольку деформации ползучести являются необратимыми, то обобщение одноосных теорий на случай не одноосного напряженного состояния проводится с применением основных гипотез теории пластичности. Принимается, что материал и упрочнение изотропны и изменения объема в процессе ползучести не происходит, тогда коэффициент Пуассона равен 0.5 и $\dot{\varepsilon}_0^c = \dot{\varepsilon}_{ii}^c/3 = 0$.

В качестве примера рассмотрим обобщение теории старения (2.2). Теория связывает между собой деформацию, напряжение и время, поэтому, как и в теории пластичности изотропного материала с изотропным упрочнением [3], принимается гипотеза существования потенциала деформации ползучести вида:

$$f_1 = \frac{3}{2} s_{ij}^c s_{ij}^c - \left[\Phi_1(\varepsilon^c, t) \right] = 0, \quad (2.8)$$

где $s_{ij}^c = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0$ – девиатор тензора напряжений; δ_{ij} – символ Кронекера; $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3$ – среднее нормальное напряжение; $\varepsilon^c = \sqrt{\frac{3}{2} \varepsilon_{ij}^c \varepsilon_{ij}^c}$ – интенсивность деформаций ползучести.

Подстановка (2.8) в ассоциированный закон течения дает обобщенное на не-одноосное напряженно-деформированное состояние определяющее уравнение феноменологической теории старения, которое связывает σ_{ij}^c и ε_{ij}^c в некоторый момент времени t [9] и имеет вид:

$$\varepsilon_{ij}^c = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon^c}{\sigma^c} s_{ij}^c, \quad (2.9)$$

где $\sigma^c = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij}^c s_{ij}^c}$ – интенсивность напряжений.

При постановке краевых задач ползучести уравнения (2.9) для определения коэффициента ε^c/σ^c дополняются экспериментально полученной зависимостью $\sigma^c = \Phi_1(\varepsilon^c, t)$.

Аналогично обобщаются на случай не одноосного напряженного состояния теории течения, упрочнения и структурных параметров [2, 9–10].

3. Основные положения и уравнения кинетической физико-математической теории ползучести металлов, контролируемой термоактивированным скольжением дислокаций. Различают диффузионную ползучесть, когда необратимая деформация осуществляется диффузионным перемещением ионов кристаллической решетки, и дислокационную ползучесть, атомный механизм которой связан с движением особых дефектов кристаллической решетки – дислокаций [3]. Каждый из перечисленных видов ползучести протекает в определенных диапазонах температур и напряжений. Для достаточно интенсивного скольжения дислокаций необходима диффузионная подвижность ионов, которая повышается с ростом температуры и обеспечивает преодоление скользящими дислокациями барьеров. Дислокационная ползучесть считается наиболее универсальным видом и наблюдается в деталях машин и механизмов, эксплуатируемых в производстве. Этот вид ползучести и является объектом исследования в данной работе. Физико-математическая теория ползучести является составной частью единой физико-математической теории больших необратимых деформаций и вязкого разрушения металлов [3, 4]. Эта теория разработана, как уже отмечалось во введении, в рамках нового синтетического подхода, представляющего собой объединение физического (микроструктурного) и феноменологического подходов. Благодаря этому подходу единая теория позволила решить многие

проблемы феноменологических теорий необратимых деформаций и вязкого разрушения металлов [11–20].

В теории принято кристаллическое строение металлов и единый для необратимых активных деформаций и деформаций ползучести атомный механизм — термоактивированное скольжение дислокаций. Поэтому в ней активные пластические деформации при высоких температурах и деформации ползучести не различаются, то есть это теория вязкопластичности.

Теория носит дедуктивный характер, то есть построена на собственных двух постулатах, на основании которых получено для вязкопластического тела уравнение:

$$\sigma_{(g)} = \sigma_{(g)}^T + d\sigma_{(g)} = \sigma_{(g)}^T + d\sigma_{(g)}^u - d\sigma_{(g)}^r, \quad (3.1)$$

где $\sigma_{(g)}$ — напряжение деформации на произвольном шаге нагружения g ; $\sigma_{(g)}^T$ — предел текучести на шаге g ; $d\sigma_{(g)}^u$ — часть приращения напряжения за счет упрочнения (атермическая составляющая $\sigma_{(g)}$); $d\sigma_{(g)}^r$ — термическая составляющая напряжения, зависящая от температуры и скорости деформации (описывает вязкость материала).

Наряду с понятиями нагружения и разгрузки для вязкопластического тела введено понятие термодинамического возврата — разупрочнения, обусловленного повышением температуры и уменьшением скорости деформации в условиях повышенных температур, описываемого составляющей напряжения $d\sigma_{(g)}^r$ в (3.1).

Дело в том, что для вязкопластического тела понятие разгрузка, принятое в математической теории пластичности [21], не имеет физического смысла. Если при деформации вязкопластического тела на некотором шаге нагружения уменьшить напряжение $\sigma_{(g)}$, например за счет повышения температуры при $\dot{\epsilon}_{(g)} = \text{const}$ или за счет уменьшения $\dot{\epsilon}_{(g)}$ при $T = \text{const}$, $d\sigma_{(g)}^r < 0$ в (3.1), тело не перейдет в упругое состояние, как в случае упругопластического упрочняющегося тела [21], а деформация будет продолжаться при меньшем напряжении, то есть при разгрузке за счет уменьшения $d\sigma_{(g)}^r$ в (3.1) (вектор $d\sigma_{(g)}^r$ направлен внутрь поверхности нагружения) конец вектора $\sigma_{(g)}^T - d\sigma_{(g)}^r$ будет лежать на поверхности нагружения, которая сжимается, и условие пластичности будет выполняться.

Скалярное определяющее уравнение для вязкопластического тела будет иметь вид:

$$\sigma = \left[\beta G b m - \frac{k T m}{b^2} \ln \frac{\dot{\epsilon}_* b \sqrt{\rho_s}}{\dot{\epsilon}} \right] \sqrt{\rho_s}, \quad (3.2)$$

где σ — напряжение течения; $\beta = 0.38 - 0.58$ — эмпирический коэффициент, зависящий от температуры и деформации в выражении энергии активации самодиффузии $U = \beta G b^3$; G — модуль сдвига; b — средний модуль вектора Бюргера дислокаций (в оценках для металлов $b = 3 \cdot 10^{-8}$ см); m — фактор Тейлора для поликристаллов (при хаотической разориентировке зерен $m = 3.1$); $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура; $\dot{\epsilon}_*$ — численно равна частоте Дебая $\nu_D = 10^{12} - 10^{13} \text{ с}^{-1}$ (практически

постоянной для всех металлов частоте тепловых колебаний ионов в кристаллической решетке); ρ_s — скалярная плотность неподвижных дислокаций в деформируемом материале; $\dot{\epsilon}$ — скорость деформации.

Оно получено на основе второго постулата физико-математической теории необратимых деформаций металлов [3], утверждающего, что для неравновесного процесса необратимых деформаций металлов взаимосвязь напряжений, скорости деформации и температуры определяется термодинамически активируемыми микромеханизмами упрочнения и разупрочнения и описывается уравнением

$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \exp\left(-\frac{U - \tau V}{kT}\right)$. С учетом, что скорость при высокотемпературной деформации механизмом скольжения дислокаций контролируется диффузией, энергия активации которой равна $U = \beta G b^3$ (β — эмпирический коэффициент, G — модуль сдвига; b — средний модуль вектора Бюргерса дислокаций, активационный объем равен $V = b^2/\sqrt{\rho_s}$ — объем дислокационного сегмента (одноатомной цепочки атомов длиной $1/\sqrt{\rho_s}$), $\tau = \sigma/m$ — интенсивность касательных напряжений, $\dot{\epsilon}_0 = v_D b \sqrt{\rho_s}$ — максимальная скорость пластической деформации при отсутствии барьеров для скольжения подвижных дислокаций.

Первое слагаемое в (3.2) — напряжение течения материала при температуре 20 °С. Второе слагаемое — уменьшение напряжения за счет протекания при деформации процесса термодинамического возврата.

Необратимая деформация металлов с термодинамической точки зрения является неравновесным процессом, в котором σ зависит не только от значений T и $\dot{\epsilon}$ в рассматриваемый конечный момент времени, но и от закона их изменения в предыдущие моменты времени, то есть зависит от истории нагружения. С целью учета истории нагружения модель вязкопластичности формулируется в малых, но конечных приращениях. Дифференцирование (3.2) по ρ_s на малом отрезке $d\epsilon$, на котором считаются T и $\dot{\epsilon} = \text{const}$, дает:

$$d\sigma_{(g)} = \left[\frac{\beta m G b}{2\sqrt{\rho_{s(g)}}} - \frac{m k T_{(g)}}{2b^2 \sqrt{\rho_{s(g)}}} \left(1 + \ln \frac{v_D b \sqrt{\rho_{s(g)}}}{\dot{\epsilon}_{(g)}} \right) \right] \sqrt{\rho_{s(g)}}. \quad (3.3)$$

Индекс (g) здесь и далее обозначает номер расчетного шага $g = 1, 2, \dots, n$ при пошаговом расчете диаграммы деформирования $\sigma(\epsilon)$ материала и кривой ползучести $\epsilon^c(t)$. При этом на каждом шаге g интенсивность деформации будет получать малое конечное приращение $d\epsilon_{(g)} = 0.001 - 0.01$ или малое время $dt_{(g)}$. На различных расчетных шагах T и $\dot{\epsilon}$ могут принимать различные значения, но в пределах шага из-за малости $d\epsilon_{(g)}$ и $dt_{(g)}$ они считаются постоянными.

Уравнение (3.3) дополняется физическим кинетическим уравнением, описывающим изменение на шаге $d\epsilon_{(g)}$ действительного структурного параметра материала — скалярной плотности неподвижных дислокаций ρ_s [3, 4]:

$$d\rho_{s(g)} = \left[\frac{1}{b\lambda} - \frac{\rho_{s(g-1)}^{3/2} v_D b}{\dot{\epsilon}_{(g)}} \exp\left(-\frac{\beta G b^3 - \sigma_{(g-1)} b^2 / m \sqrt{\rho_{s(g-1)}}}{k T_{(g)}}\right) \right] d\epsilon_{(g)}, \quad (3.4)$$

где λ — средняя длина свободного пробега подвижных дислокаций.

Первое слагаемое в (3.4) $d\varepsilon_{(g)}/b\lambda$ есть приращение плотности неподвижных дислокаций на произвольном расчетном шаге g при приращении деформации на величину $d\varepsilon_{(g)}$ в условиях отсутствия процессов термодинамического возврата. Второе слагаемое — скалярная плотность неподвижных дислокаций, которые исчезли на шаге g за счет работы механизмов термодинамического возврата.

Физическое кинетическое уравнение изменения скалярной плотности неподвижных дислокаций при необратимой деформации (3.4) позволяет учитывать историю нагружения и прогнозировать конечное структурное состояние материала (скалярную плотность дислокаций и линейный размер зерен) и, следовательно, статические характеристики прочности материала после деформации [17–19].

Известно, что для учета при расчетах ползучести истории нагружения разрабатывалась и многие годы совершенствовалась наследственная теория ползучести [8]. Однако установлено, что отклонения теоретических кривых ползучести от экспериментальных при скачкообразном увеличении и уменьшении напряжения при расчетах по наследственной теории ползучести такие же, как и при расчетах по другим феноменологическим теориям [22]. При этом повышение точности решения прикладных задач сопряжено с возрастающими математическими трудностями. В физико-математической теории ползучести [2, 20] используется традиционный математический аппарат, она более физична и, следовательно, более понятна. Ниже будет показано, что она адекватно экспериментальным результатам учитывает историю нагружения и описывает нестационарную ползучесть при скачкообразном изменении T и σ . Сказанное позволяет полагать, что кинетическая физико-математическая теория ползучести может явиться основой универсального метода решения практических задач ползучести.

На основе (3.1) уравнение для определения σ_1^T , исходного (начального) предела текучести материала, когда $g = 1$ при конкретных значениях $\dot{\varepsilon}$ и T будет иметь вид:

$$\sigma_1^T = \left[\beta G b m - \frac{k T_{(1)} m}{b^2} \ln \frac{\dot{\varepsilon} b \sqrt{\rho_{s0}}}{\dot{\varepsilon}_{(1)}} \right] \sqrt{\rho_{s0}}, \quad (3.5)$$

где $\rho_{s0} = \frac{(\sigma_T^{\text{exp}})^2}{(\beta m G b)^2}$ — исходная (до нагрева и деформации) скалярная плотность дислокаций в материале при температуре холодной деформации; σ_T^{exp} — экспериментально определенный предел текучести материала при температуре холодной деформации (20 °C).

На следующем расчетном шаге $g = 2$ скорость деформации $\dot{\varepsilon}$ и температура T могут измениться. Начальное напряжение течения на произвольном расчетном шаге g в этом случае будет:

$$\sigma_{(g)}^T = \left[\beta G b m - \frac{k T_{(g)} m}{b^2} \ln \frac{\dot{\varepsilon} b \sqrt{\rho_{s(g-1)}}}{\dot{\varepsilon}_{(g)}} \right] \sqrt{\rho_{s(g-1)}}. \quad (3.6)$$

В уравнение (3.6) подставляются новые значения $\dot{\varepsilon}$ и T , если они изменяются в процессе деформирования.

Из уравнений (3.2), (3.3) и (3.6) следует, что на произвольном расчетном шаге g , характеризуемом приращением $d\varepsilon_{(g)}$, напряжение течения представляется в виде

$$\sigma_{(g)} = \sigma_{(g)}^T + d\sigma_{(g)}. \quad (3.7)$$

Для пошагового расчета диаграмм деформирования $\sigma(\varepsilon)$ и кривых ползучести $\varepsilon^c(t)$ уравнения (3.2), (3.3), (3.6) и (3.7) дополняются очевидными соотношениями:

$$\rho_{s(g)} = \rho_{s(g-1)} + d\rho_{s(g)}, \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_{(g)} = \varepsilon_{(g-1)} + d\varepsilon_{(g)}. \quad (3.9)$$

Рассчитанное по (3.7) $\sigma_{(g)}$ ставится в соответствие определенной по (3.9) $\varepsilon_{(g)}$.

Выше отмечалось, что в физико-математической теории необратимых деформаций активные деформации и деформации ползучести не различаются. Поэтому физико-математическая теория ползучести металлов строится на основе уравнений вязкопластичности. Как и модель пластичности, теория ползучести разработана в малых конечных приращениях. Это позволяет при решении практических задач с использованием пошагового метода расчета учитывать по уравнению (3.4) изменение структуры деформируемого материала, связанное с изменениями в процессе деформации скорости деформации и температуры, то есть учитывать историю нагружения.

Для вывода уравнений одноосной ползучести, описываемой кривой ползучести $\varepsilon^c(t)$, принимается, что на произвольном расчетном шаге нагружения g , характеризуемом малым конечным приращением времени $dt_{(g)}$, $\dot{\varepsilon}_{(g)}^c$ и $T_{(g)}$ из-за малости $dt_{(g)}$ существенно не успевают измениться, то есть $\dot{\varepsilon}, T = \text{const}$, но могут принимать различные значения на последующих расчетных шагах g . Мгновенная на произвольном расчетном шаге g интенсивность скорости деформации ползучести при заданных σ и T получается из уравнения (3.1) как:

$$\dot{\varepsilon}_{(g)}^c = \nu_D b \sqrt{\rho_{s(g-1)}} \exp \left(- \frac{\beta(T) G(T) b^3 - \sigma_{(g)}^c b^2 / m \sqrt{\rho_{s(g-1)}}}{k T_{(g)}} \right). \quad (3.10)$$

Основная переменная теории — время t вводится в модель подстановкой в (3.4) $d\varepsilon_{(g)}^c = \dot{\varepsilon}_{(g)}^c dt_{(g)}$, и физическое кинетическое уравнение изменения действительного структурного параметра деформируемого металла — скалярной плотности неподвижных дислокаций при ползучести под действием приложенной интенсивности напряжения $\sigma_{(g)}^c$ на шаге g за время $dt_{(g)}$ примет вид:

$$d\rho_{s(g)} = \left[\frac{\dot{\varepsilon}_{(g)}^c}{b\lambda} - \rho_{s(g-1)}^{3/2} \nu_D b \exp \left(- \frac{\beta G b^3 - \sigma_{(g)} b^2 / m \sqrt{\rho_{s(g-1)}}}{k T_{(g)}} \right) \right] dt_{(g)}. \quad (3.11)$$

Интенсивность приращения деформации ползучести за $dt_{(g)}$ с учетом (3.9) определяется как:

$$d\varepsilon_{(g)}^c = \dot{\varepsilon}_{(g)}^c dt_{(g)}. \quad (3.12)$$

Интенсивность деформации ползучести, накопленная за g шагов, рассчитывается из формулы:

$$\varepsilon_{(g)}^c = \varepsilon_{(g-1)}^c + d\varepsilon_{(g)}^c, \quad (3.13)$$

а время нахождения образца под нагрузкой определяется по уравнению:

$$t_{(g)} = t_{(g-1)} + dt_{(g)}. \quad (3.14)$$

Определенная по (3.13) $\varepsilon_{(g)}^c$ ставится в соответствие времени $t_{(g)}$, определенному по (3.14).

Далее рассчитывается скалярная плотность дислокаций на следующем расчетном шаге $g + 1$ как:

$$\rho_{s(g+1)} = \rho_{s(g)} + d\rho_{s(g)}. \quad (3.15)$$

Значение $\rho_{s(g+1)}$ подставляется в (3.10), и находится интенсивность скорости деформации на расчетном шаге $g + 1$, и расчетный цикл, включающий формулы (3.11)–(3.15), повторяется. За $g = n$ расчетных шагов (циклов) строится теоретическая кривая ползучести для конкретного материала при постоянных σ^c и T или изменяющихся по заданному закону в течении времени деформирования t .

Уравнение (3.10) является аналогом уравнения состояния ползучести (2.5) в феноменологической теории, а уравнение (3.11) – аналог феноменологического кинетического уравнения (2.6).

Из сравнения (3.10)–(3.14) с уравнениями (2.2)–(2.5) следует, что физико-математическая теория обобщает феноменологические технические теории ползучести.

С научной и практической точек зрения большой интерес представляет установившаяся (стационарная) ползучесть, протекающая при $T = \text{const}$ с постоянной минимальной скоростью деформации $\dot{\varepsilon}_{\min} = d\varepsilon^c/dt = \text{const}$.

В феноменологической теории было высказано предположение вначале Бэйли [23] затем Одингом [24], что скорость ползучести становится постоянной, когда упрочнение и разупрочнение взаимно компенсируются. Однако строго доказать это положение в рамках механической теории невозможно.

В физико-математической теории это положение математически формулируется как $d\rho_{s(g)} = 0$ в (3.11), то есть первое слагаемое в (3.11) равно второму слагаемому. Из этого равенства получается выражение для минимальной скорости установившейся ползучести при одноосном напряженном состоянии в виде [20]:

$$\dot{\varepsilon}_{\min}^c = \lambda \rho_s^{3/2} v_D b^2 \exp \left(- \frac{\beta(T) G(T) b^3 - \sigma^c b^2 / m \sqrt{\rho_s}}{kT} \right). \quad (3.16)$$

Приравнявая выражения (3.16) и (3.10), получаем уравнение для определения стационарной плотности неподвижных дислокаций ρ_s^c на установившейся стадии ползучести конкретного материала:

$$\lambda \rho_s^c b = \dot{\epsilon}_* / v_D = C = \text{const}, \quad (3.17)$$

где C по порядку величины равно единице, так как $\dot{\epsilon}_* = v_D = (10^{12} - 10^{13}) \text{с}^{-1}$.

Выражение (3.17) связывает характеристики дислокационной структуры при установившейся ползучести и может интерпретироваться как новый (неизвестный ранее) структурный закон дислокационной ползучести: при установившейся дислокационной ползучести металлов с термодинамической активацией скольжения дислокаций произведение трех характеристик дислокационной структуры — длины свободного пробега дислокаций λ , скалярной плотности неподвижных дислокаций ρ_s и модуля вектора Бюргерса дислокаций b — является для данного металла величиной постоянной, не зависящей от σ^c , T и накопленной ϵ^c .

Так как $b = 3 \cdot 10^{-8} \text{см} = \text{const}$, то из (3.17) следует:

$$\lambda = \frac{C}{\rho_s b} = \frac{1}{\rho_s^c b}. \quad (3.18)$$

Экспериментальными исследованиями влияния деформации ползучести на структуру металлов установлено, что общей закономерностью является формирование к началу установившейся стадии при $T, \sigma^c = \text{const}$ субзеренной структуры. В металлофизике известно соотношение для оценки линейного размера D субзерен [3, 4]:

$$D = B / \sqrt{\rho_s}, \quad (3.19)$$

где B по порядку величины равно 10.

Из (3.16) следует:

$$\rho_s^c = \frac{1}{\lambda b}. \quad (3.20)$$

Подстановка (3.19) в (3.20) дает:

$$D = 10 \sqrt{b \lambda}. \quad (3.21)$$

Уравнение (3.21) позволяет проводить оценку среднего линейного размера зерен и субзерен в металле при расчете на установившуюся ползучесть.

С целью обобщения одноосной теории ползучести на неодноосное напряженно-деформированное состояние дополнительно к понятию термодинамической разгрузки введены понятия мгновенной функции нагружения и, соответственно, мгновенной поверхности нагружения. Сформулированы и доказаны две теоремы, которые являются обобщением постулата Драккера и принципа максимума Мизеса феноменологической теории пластичности (теории течения) на вязкопластическую среду [3, 4]. Обобщенный закон дислокационной ползучести сформулирован аналогично обобщенному закону вязкопластичности как

$$d\epsilon_{ij(g)}^c = \frac{3}{2} \frac{d\epsilon_{(g)}^c}{\sigma_{(g)}^c} s_{ij(g)}^c, \quad (3.22)$$

где

$$d\varepsilon_{(g)}^c = \dot{\varepsilon}_{(g)}^c dt_{(g)} = v_D b \sqrt{\rho_{s(g-1)}} \exp \left(- \frac{\beta(T) G(T) b^3 - \sigma_{(g-1)}^c b^2 / m \sqrt{\rho_{s(g-1)}}}{k T_{(g)}} \right) dt_{(g)} \quad (3.23)$$

$$\sigma_{(g)}^c = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{x(g)} - \sigma_{y(g)})^2 + (\sigma_{y(g)} - \sigma_{z(g)})^2 + (\sigma_{z(g)} - \sigma_{x(g)})^2} + 6(\tau_{xy(g)}^2 + \tau_{yz(g)}^2 + \tau_{zx(g)}^2) \quad (3.24)$$

$$s_{ij(g)} = \sigma_{ij(g)} - \delta_{ij} \sigma_0, \quad \sigma_0 = (\sigma_{x(g)} + \sigma_{y(g)} + \sigma_{z(g)}) / 3. \quad (3.25)$$

4. Учет феноменологической и физико-математической теориями ползучести металлов истории нагружения. Совершенная теория ползучести металлов должна обеспечивать адекватный результатам экспериментальных исследований расчет в самом общем случае нестационарной ползучести, когда в процессе эксплуатации технических устройств изменяются температура, напряжение в деталях и скорости необратимой деформации. При этом градиенты этих параметров могут быть большими. Поэтому в фундаментальных работах [1–3, 25] отмечается важность исследования ползучести при изменении температуры и напряжения.

На рис. 2 приведена заимствованная из работы [25] кривая ползучести алюминиевого сплава Д16Т при температуре 150 °С. Из данной работы заимствованы также результаты расчета процесса ползучести сплава на основе феноменологической теории ползучести металлов.

Авторами [25] отмечается, что феноменологическая теория ползучести (теории старения и упрочнения) описывает адекватно экспериментальным результатам кривые ползучести при постоянном и плавном изменении напряжения с большего на меньшее. При скачкообразном изменении напряжения с меньшего на большее экспериментальная кривая располагается выше расчетной (см. рис. 2), и этот результат является общим [2].

Ниже излагаются результаты расчета кривой ползучести, показанной на рис. 2, в рамках физико-математической теории.

В эксперименте [25] использовали сплав, подвергнутый закалке и естественному старению. Химический состав сплава в %: Al – основа; Fe до 0.5%; Si до 0.5%; Mn 0.3–0.9%; Cr до 0.1%; Ti до 0.15%; Cu 3.8–4.9%; Mg 1.2–1.8%; Zn до 0.25%; прочие примеси до 0.15%.

Расчет кривой ползучести проводили, как описано в разделе 3 по уравнениям (3.10–3.14).

Характеристики механических свойств сплава Д16Т: предел текучести σ_{02} при температуре 20 °С (холодная деформация) – 380.0 МПа; модуль упругости первого рода при $T = 20$ °С – $E = 7.02 \cdot 10^4$ МПа, $T = 150$ °С – $E = 6.76 \cdot 10^4$ МПа; модуль упругости второго рода $T = 20$ °С – $G = 2.64 \cdot 10^4$ МПа, $T = 150$ °С – $G = 2.54 \cdot 10^4$ МПа.

Параметры расчетных формул определяли согласно рекомендациям [3, 4]: исходная (до нагрева и деформации) скалярная плотность неподвижных дислокаций в сплаве определялась по формуле:

$$\rho_{s0} = \frac{(\sigma_{02})^2}{(\beta G b m)^2} \text{ см}^{-2},$$

где $\sigma_{02} = 380,0$ МПа – экспериментальный предел текучести при 20°C ; $\beta(T) = 5 \cdot 10^{-5}T + 0.3639 = 0.574$ – коэффициент в выражении энергии активации самодиффузии в сплаве $U = \beta G b^3$; G – модуль сдвига при 20°C ; $b = 3 \cdot 10^{-8}$ см – среднее значение модуля вектора Бюргерса дислокаций в металлах; $m = 3.1$ – фактор Тейлора для металлов с хаотической разориентировкой зерен; $T = t^\circ\text{C} + 273 = 150 + 273 = 423\text{K}$; $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; $kT = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 423 = 583.74 \cdot 10^{-23}$ Дж; $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ см – средняя длина свободного пробега подвижных дислокаций в сплаве при деформации. При выполнении расчетов установлено, что теория адекватно описывает экспериментальную кривую ползучести при $\beta = 1.71$, т.е. при значении в три раза больше рассчитанного по вышеприведенной формуле. Повышение энергии активации самодиффузии может быть связано с термической обработкой сплава. Известно, что структура сплава Д16Т после закалки и естественного старения чрезвычайно стабильна.

Результаты расчета кривой ползучести сплава Д16Т при скачкообразном изменении напряжения с меньшего на большее по физико-математической теории приведены в табл. 1.

Теоретические кривые приведены на рис. 2. Из него следует, что физико-математическая теория хорошо описывает кривую ползучести сплава до и после скачка напряжения (расчетная кривая идет строго по экспериментальным точкам). Феноменологическая теория ползучести хорошо описывает экспериментальную кривую до скачкообразного увеличения напряжения. После увеличения напряжения расчетная кривая лежит значительно ниже экспериментальной.

Установлено также, что скачкообразное увеличение напряжения с $\sigma_1 = 292$ МПа до $\sigma_2 = 340$ МПа обуславливает и скачкообразное увеличение скорости деформации с $\dot{\epsilon}_{(4)} = 0.2 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$ до $\dot{\epsilon}_{(5)} = 7.0 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$ (см. табл. 1). Скачкообразное увеличение скорости необратимой деформации приводит

Таблица 1. Результаты расчета кривой ползучести на рис. 2 на основе физико-математической теории

g	$\dot{\epsilon}_{(g)}^c, \text{ с}^{-1}$	$d\epsilon_{(g)}^c, \%$	$\epsilon_{(g)}^c, \%$	$d\rho_s, \text{ см}^{-2}$	$\rho_s, \text{ см}^{-2}$	$dt, \text{ ч}$
1	$1.1 \cdot 10^{-8}$	$18.80 \cdot 10^{-5}$	$18.80 \cdot 10^{-5}$	$0.013 \cdot 10^{10}$	$0.823 \cdot 10^{10}$	5.0
2	$0.6 \cdot 10^{-8}$	$10.7 \cdot 10^{-5}$	$28.7 \cdot 10^{-5}$	$0.01 \cdot 10^{10}$	$0.833 \cdot 10^{10}$	5.0
3	$0.155 \cdot 10^{-8}$	$3.60 \cdot 10^{-5}$	$32.2 \cdot 10^{-5}$	$0.003 \cdot 10^{10}$	$0.835 \cdot 10^{10}$	5.0
4	$0.2 \cdot 10^{-8}$	$3.40 \cdot 10^{-5}$	$35.6 \cdot 10^{-5}$	$0.03 \cdot 10^{10}$	$0.836 \cdot 10^{10}$	6.25
5	$7.0 \cdot 10^{-8}$	$17.60 \cdot 10^{-5}$	$53.1 \cdot 10^{-5}$	0.0	$1.1 \cdot 10^{10}$	0.75
6	$7.0 \cdot 10^{-8}$	$12.50 \cdot 10^{-5}$	$65.6 \cdot 10^{-5}$	0.0	$1.18 \cdot 10^{10}$	6.25
7	$0.2 \cdot 10^{-8}$	$3.60 \cdot 10^{-5}$	$69.2 \cdot 10^{-5}$	—	—	5.0

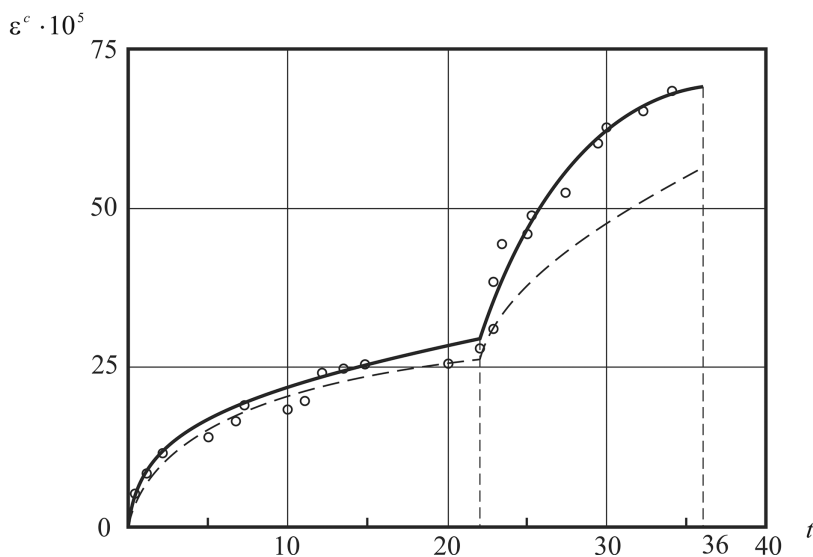


Рис. 2. Кривая ползучести (ε^c в % от t в часах) сплава Д16Т при температуре 150 °С и изменении напряжения с меньшего $\sigma_1 = 292$ МПа (22 ч) на большее $\sigma_2 = 340$ МПа (14 ч) (точки – эксперимент [25], сплошная линия – расчет по физико-математической теории, пунктирная – по феноменологической теории упрочнения).

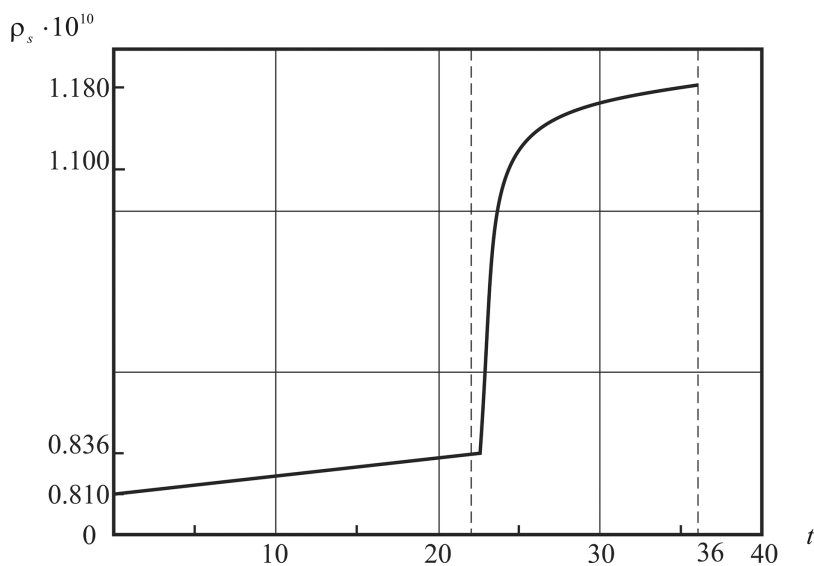


Рис. 3. Зависимость скалярной плотности неподвижных дислокаций (ρ_s в см^{-2} от t в часах) при ползучести сплава Д16Т при температуре 150 °С и скачкообразном изменении напряжения с меньшего с $\sigma_1 = 292$ МПа (22 ч) на большее $\sigma_2 = 340$ МПа (14 ч) (расчет по физико-математической теории ползучести).

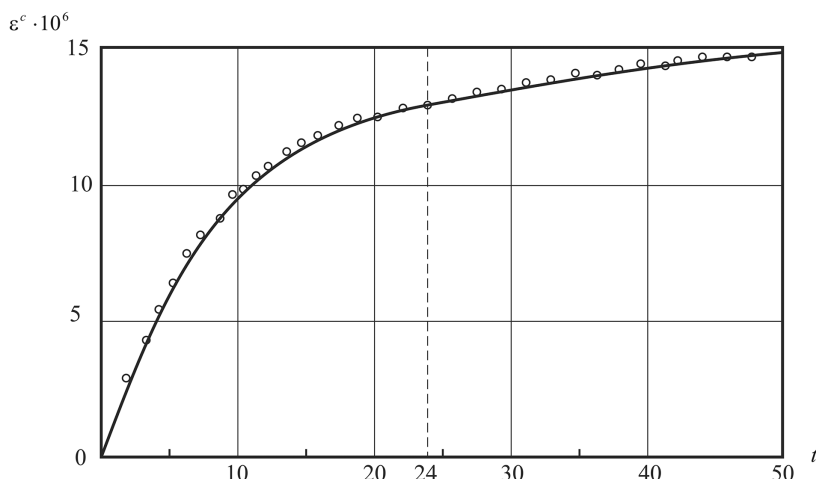


Рис. 4. Кривая ползучести (ε^c в % от t в часах) сплава Д16Т при температуре 200 °С и скачкообразном изменении напряжения с большего с $\sigma_2 = 160$ МПа (24 ч) на меньшее $\sigma_1 = 120$ МПа (26 ч). Точки – эксперимент [25], сплошная кривая – расчет (расчет по физико-математической теории ползучести).

к скачкообразному увеличению действительного структурного параметра – скалярной плотности неподвижных дислокаций в сплаве с $\rho_s = 0.836 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ до $\rho_s = 1.18 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ (см. табл. 1 и рис. 3).

Этот впервые установленный результат находит простое объяснение в физико-математической теории. Известно, что скорость необратимой пластической деформации пропорциональна скалярной плотности подвижных дислокаций ρ_g в металле, которые и ответственны за необратимую деформацию [3, 4], то есть

$$\dot{\varepsilon} = \rho_g b v,$$

где v – средняя линейная скорость скольжения дислокаций в кристаллической решетке. Подвижные дислокации, пройдя путь свободного пробега λ , останавливаются на барьерах и превращаются в неподвижные. Следовательно, чем больше подвижных дислокаций в металле, тем больше будет неподвижных ρ_s .

На рис. 3 видно, что скалярная плотность неподвижных дислокаций увеличивается с $0.836 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ до $1.18 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ за небольшой промежуток времени с момента увеличения напряжения с $\sigma_1 = 292$ МПа до $\sigma_2 = 340$ МПа.

С целью проверки адекватности описания ползучести физико-математической теорией при скачкообразном уменьшении напряжения было проведено моделирование результатов другого эксперимента авторов в [25] на сплаве Д16Т при температуре 200 °С, в котором напряжение скачком уменьшалось с $\sigma_1 = 160$ МПа (24 ч) на $\sigma_2 = 120$ МПа (26 ч). Результаты расчета показаны на рис. 4. При расчете принимали следующие значения входящих в расчетные формулы величин: модуль упругости второго рода сплава Д16Т при температуре 200 °С: $G = 2.50 \cdot 10^4$ МПа; $\beta = 1.15$; $v_D = 5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$; $kT = 652.7 \cdot 10^{-23}$ Дж.

Изложенные результаты однозначно свидетельствуют о том, что кинетическая физико-математическая теория ползучести металлов описывает в соответствии с экспериментальными результатами ползучесть со скачкообразными изменениями напряжения как с меньшего на большее, так и наоборот. Следовательно, это единственная на сегодняшний день теория, которая решает основную проблему теоретического описания ползучести — учета истории нагружения. Этот факт свидетельствует о перспективности применения теории в проекторочных расчетах при создании изделий новой техники.

Как отмечалось ранее, в физико-математической теории необратимых деформаций металлов из-за общности атомных механизмов деформации они не подразделяются на активные и деформации ползучести. Анализ определяющих уравнений объемной ползучести (3.22) свидетельствует об их математической аналогичности определяющим уравнениям теории пластичности — теории течения [3]. Поэтому при разработке инженерного программного продукта для решения задач в общем случае неустановившейся ползучести с использованием метода конечных элементов за основу можно взять известный и хорошо зарекомендовавший себя при решении задач пластичности пакет DEFORM-3D. Доработка этого пакета будет связана с разработкой части программы, обеспечивающей при решении задач ползучести учет истории нагружения.

Алгоритм решения этой задачи видится следующим. После определения компонентов напряженно-деформированного состояния в узлах конечно-элементной сетки на расчетном шаге g с использованием программы DEFORM-3D из уравнений (3.22)–(3.25) рассчитываются изменения в узле, произошедшие на шаге $(g) - d\rho_{(g)}, d\sigma_{(g)}, dT_{(g)}$, по формулам (3.2), (3.4). Для определения $dT_{(g)}$ параллельно с механической задачей необходимо решать тепловую задачу.

После определения изменений параметров, ответственных за историю нагружения, находятся их полные значения для определения характеристик напряженно-деформированного состояния в узле на следующем расчетном шаге $(g+1)$ по формулам (3.5)–(3.7) и $T_{(g)} = T_{(g-1)} + dT_{(g)}$.

Далее по (3.10) находится интенсивность скорости деформации ползучести $\dot{\epsilon}^c$ на расчетном шаге $(g+1)$, задается приращение времени dt , и с применением формул (3.22–3.25) и пакета DEFORM-3D находятся компоненты напряженно-деформированного состояния при ползучести в узлах конечно-элементной модели на шаге $(g+1)$. За n расчетных шагов получаем полную картину напряженно-деформированного состояния детали за время ее эксплуатации в условиях неустановившейся ползучести.

5. Заключение. Описанные закономерности изменения макро- и микрохарактеристик сплава Д16Т при ползучести в условиях скачкообразного изменения напряжения не могут быть установлены и описаны в рамках феноменологической теории ползучести металлов, в которой не учитывается действительная структура и ее изменение при деформации.

Анализ физического кинетического уравнения изменения действительного структурного параметра металлов — скалярной плотности неподвижных дислокаций показывает, что при пошаговом расчете ползучести в малых, но конечных приращениях, возможен последовательный учет истории нагружения.

Предложен возможный вариант алгоритма доработки известного программного продукта DEFORM-3D, обеспечивающего решение задач ползучести.

Из сказанного следует, что физико-математическая теория ползучести металлов может стать эффективным инструментом для проведения проекторочных расчетов при разработке изделий новой техники.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Качанов Л.М. Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960. 455 с.
2. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
3. Грешнов В.М. Физико-математическая теория больших необратимых деформаций металлов. М.: Физматлит, 2018. 227 с.
4. Greshnov V.M. Physico-mathematical theory of high irreversible strains in metals. CRC Press, 2019. 254 p.
<https://doi.org/10.1201/9780429259791>
5. Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та, 2000. 608 с.
6. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. Т. 8. С. 26–31.
7. Работнов Ю.Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5–7.
8. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016. 502 с.
9. Малинин Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций. 2-е изд., испр. и доп. Учебное пособие для бакалавриата и магистратуры. Litres, 2022.
10. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Юрайт, 2020.
11. Грешнов В. М., Пучкова И. В. Модель пластичности металлов при циклическом нагружении с большими деформациями // Прикладная механика и техническая физика. 2010. Т. 51. № 2. С. 160–169.
12. Greshnov V.M. Physical-mathematical theory of irreversible strains in metals // Mechanics of solids. 2011. Т. 46. №. 4. С. 544–553.
<https://doi.org/10.3103/S0025654411040054>
13. Грешнов В.М. и др. Математическое моделирование многопереходных процессов холодной объемной штамповки на основе физико-математической теории пластического формообразования металлов. Ч. 1. Расчет напряженно-деформированного состояния // Кузнечно-штамповочное пр-во. Обработка металлов давлением. 2001. № 8. С. 33.
14. Грешнов В.М. и др. Математическое моделирование многопереходных процессов холодной объемной штамповки на основе физико-математической теории пластического формообразования металлов. Ч. 2. Расчет деформационной поврежденности и прогнозирование макроразрушения // Кузнечно-штамповочное пр-во. Обработка металлов давлением. 2001. № 10. С. 33–39.
15. Грешнов В.М. Модель вязкопластического тела с учетом истории нагружения // Изв. РАН. МТТ. 2005. № 2. С. 117–125.
16. Грешнов В.М., Пятаева И.В., Сидоров В.Е. Физико-математическая теория пластичности и ползучести металлов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2007. Т. 9. № 6. С. 143–152.
17. Грешнов В.М., Шайхутдинов Р.И., Пучкова И.В. Кинетическая физико-феноменологическая модель длительной прочности металлов // ПМТФ. 2017. Т. 58. № 1. С. 189–198.

18. *Greshnov V.M., Safin F.F., Puchkova I.V.* Plastic structure formation of the 1570R alloy (Al–Mg–Sc) using the physico-mathematical theory of metal plasticity // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2022. V. 63. № 4. P. 669–675.
<https://doi.org/10.1134/S0021894422040149>
19. *Greshnov V.M. et al.* Al-Mg-Sc (1570) Alloy Structure Formation Process // *Proceedings of the International Conference on Aerospace System Science and Engineering 2021*. Singapore: Springer Nature Singapore, 2022. P. 547–554.
https://doi.org/10.1007/978-981-16-8154-7_41
20. *Грешнов В.М., Шайхутдинов Р.И.* Физико-феноменологическая модель дислокационной ползучести металлов // *Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета*. 2013. Т. 17. № 1 (54). С. 33–38.
21. *Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д.* Математическая теория пластичности. М.: Физматлит, 2001. 701 с.
22. *Наместников В.С., Работнов Ю.Н.* О наследственных теориях ползучести // *ПМТФ*. 1961. Т. 2. № 4. С. 148–150.
23. *Bailey R.W.* The utilization of creep test data in engineering design // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 1935. Т. 131. № 1. С. 131–349.
24. *Одинг И.А.* Механизм ползучести металлов // *Металлург*. 1934. № 1.
25. *Наместников В.С., Хвостунков А.А.* Ползучесть дуралюмина при постоянных переменных нагрузках // *ПМТФ*. 1960. № 4. С. 90–95.

UDC 539.376, 538.951

ON THE KINETIC PHYSICAL AND MATHEMATICAL METAL CREEP THEORY CONTROLLED BY THERMALLY ACTIVATED DISLOCATION SLIDING

© 2024 г. V. M. Greshnov^{a, *}, R. I. Shaikhutdinov^{a, **}

^aUfa University of Science and Technology, Ufa, Russia

*e-mail: Greshnov_VM@list.ru

**e-mail: shaykhutdinovri@gmail.com

Abstract — The rationale for the prospects of using the physical and mathematical theory of metal creep in creep computations is carried out by a comparative analysis of the classical phenomenological and physical and mathematical metal creep theories. On the example of the description by both theories specific results of non-stationary creep experiments and analysis of the theories equations it is shown that implementing the physical kinetic equation for the actual structural parameter of the material, namely the scalar density of immobile dislocations, makes the physical and mathematical theory universal for solving non-stationary metal creep problems with multiaxial loading, when change, including abruptly, temperature, forces and loading rates.

Keywords: creep of metals, creep curve, loading history, structural parameter, physical kinetic equation

REFERENCES

1. *Kachanov L.M.* Theory of creep. Moscow: Fizmatgiz, 1960.
2. *Rabotnov Yu.N.* Creep of structural elements. M.: Nauka, 1966.
3. *Greshnov V.M.* Physico-mathematical theory of large irreversible deformations of metals // M.: Fizmatlit, 2018.
4. *Greshnov V.M.* Physico-Mathematical Theory of High Irreversible Strains in Metals, CRC Press, 2019.
5. *Rumer Yu.B., Ryvkin M.Sh.* Thermodynamics. Statistical physics and kinetics. Novosibirsk: Siberian University Edition, 2001. 608 p.
6. *Kachanov L.M.* On the time of destruction under creep conditions // *Izv. Academy of Sciences of the USSR. OTN.* 1958. V. 8. P. 26–31.
7. *Rabotnov Yu.N.* On the mechanism of long-term destruction // *Issues of strength of materials and structures.* M.: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1959. P. 5–7.
8. *Lokoshchenko A.M.* Creep and long-term strength of metals. M.: Fizmatlit, 2016.
9. *Malinin N.* Calculations for creep of elements of mechanical engineering structures, 2nd ed., rev. and additional Textbook for bachelor's and master's degrees, Litres, 2022.
10. *Malinin N.N.* Applied theory of plasticity and creep, 2020.
11. *Greshnov V.M., Puchkova I.V.* Model of plasticity of metals under cyclic loading with large deformations // *Appl. Mech. Tech. Phys.* 2010. V. 51. № 2. P. 160–169.
12. *Greshnov V.M.* Physical-mathematical theory of irreversible strains in metals // *Mech. Solids.* 2011. V. 46. № 4. P. 544–553.
13. *Greshnov V.M.* et al. Mathematical modeling of multi-transition processes of cold die forging based on the physical and mathematical theory of plastic shaping of metals. Part 1. Calculation of the stress-strain state // *Forging and stamping production. Metal forming.* 2001. № 8. P. 33.
14. *Greshnov V.M.* et al. Mathematical modeling of multi-transition processes of cold die forging based on the physical and mathematical theory of plastic shaping of metals. Part 2. Calculation of deformation damage and prediction of macrofracture // *Forging and stamping production. Metal forming.* 2001. № 10. P. 33–39.
15. *Greshnov V.M.* Model of a viscoplastic body taking into account the history of loading // *News of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of solids.* 2005. № 2. P. 117–125.
16. *Greshnov V.M., Pyataeva I.V., Sidorov V.E.* Physico-mathematical theory of plasticity and creep of metals // *Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University.* 2007. V. 9. № 6. P. 143–152.
17. *Greshnov V.M., Shaikhutdinov R.I., Puchkova I.V.* Kinetic physical and phenomenological model of long-term strength of metals // *Appl. Mech. Tech. Phys.* 2017, V. 58. № 1. P. 189–198.
18. *Greshnov V.M., Safin F.F., Puchkova I.V.* Plastic Structure Formation of the 1570R Alloy (Al–Mg–Sc) Using the Physico-Mathematical Theory of Metal Plasticity // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2022. V. 63. № 4. P. 669–675;
<https://doi.org/10.1134/S0021894422040149>
19. *Greshnov V.M. et al.* Al-Mg-Sc (1570) Alloy Structure Formation Process // *Proceedings of the International Conference on Aerospace System Science and Engineering 2021, Singapore: Springer Nature Singapore*, 2022. P. 547–554;
https://doi.org/10.1007/978-981-16-8154-7_41
20. *Greshnov V.M., Shaikhutdinov R.I.* Physico-phenomenological model of dislocation creep of metals // *Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University.* 2013. V. 17. № 1 (54). P. 33–38.
21. *Ishlinsky A.Yu., Ivlev D.D.* Mathematical theory of plasticity. M.: Fizmatlit, 2003. 701 p.

22. *Namestnikov V.S., Rabotnov Yu. N.* On hereditary theories of creep // Appl. Mech. Tech. Phys. 1961. V. 2. № 4. P. 148.
23. *Bailey R.W.* The utilization of creep test data in engineering design // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1935. V. 131. № 1. P. 131–349.
24. *Oding I.A.* Mechanism of creep of metals // Metallurgist. 1934. № 1.
25. *Namestnikov V.S., Khvostunkov A.A.* Creep of duralumin under constant variable loads // Appl. Mech. Tech. Phys. 1960. № 4. P. 90–95.