

УДК 629.33

РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОЙ НОРМАЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ДЕФОРМИРУЕМОГО КОЛЕСА С НАКЛОНЕННОЙ ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ

© 2024 г. Е. В. Балакина^a, *, М. С. Кочетов^a, **

^a *Волгоградский государственный технический университет,
Волгоград, Россия*

**e-mail: fahrgestell2011@yandex.ru,*

***e-mail: kochetov_m.s.1995@mail.ru*

Поступила в редакцию 23.05.2023 г.

После доработки 03.10.2023 г.

Принята к публикации 10.10.2023 г.

Исследование является актуальным для проектного моделирования траекторного движения транспортных средств на деформируемых опорных колесах. Цель исследования: получение теоретической зависимости для расчета эффективной нормальной жесткости деформируемого колеса с наклоненной осью вращения. Установлены математические взаимосвязи этой жесткости и угла наклона оси вращения колеса. Определено, что эффективная нормальная жесткость изменяется в $K_{\alpha z}$ раз при указанном наклоне. Получена теоретическая зависимость для расчета корректирующего коэффициента $K_{\alpha z}$. Зависимость является функцией $K_{\alpha z}$ от конструктивных параметров колеса и угла наклона оси вращения α . Зависимость корректна при углах $\alpha \leq 10^\circ$. При допустимых по условиям износа колеса углах наклона (до 5°) эффективная нормальная жесткость существенно снижается, например у объекта исследования до 25%. Справедливость теоретической зависимости подтверждена лабораторными экспериментами на специально созданной установке для измерения параметров упругих свойств деформируемого колеса при разных положениях его оси вращения. На основании обработки экспериментальных данных определена погрешность расчета $K_{\alpha z}$ по полученной теоретической зависимости, которая не превышает 6%.

Ключевые слова: деформируемое колесо, наклон оси вращения, эффективная нормальная жесткость, методика расчета

DOI: 10.31857/S1026351924020077, **EDN:** uwemngs

1. Введение. Деформируемыми опорными колесами снабжаются большинство наземных транспортных средств (ТС). Их основными свойствами, влияющими на показатели движения ТС по заданной траектории, являются упругие и сцепные. Упругие свойства колеса по разным координатам определяют его соответствующие деформации под нагрузкой и параметры таких

явлений в контакте с опорной плоскостью как угловой увод и угловые колебания управляемых колес. Эти явления всегда присутствуют у деформируемых колес при действии на ТС внешних сил. То есть упругие свойства таких колес существенно влияют на устойчивость и управляемость ТС. С этими свойствами также связаны виброзащищенность ТС и гистерезисные потери на качение.

Упругие свойства деформируемых колес ТС характеризуются разными коэффициентами жесткости (жесткостями): нормальной (радиальной), боковой, крутильной, угловой. Из приведенных характеристик жесткостей деформируемого колеса основной является нормальная (радиальная) жесткость, связанная с нормальной (радиальной) деформацией колеса. Это один из главных влияющих входных параметров при проектном моделировании траекторного движения ТС [1, 2]. Использование его достоверной величины определяет корректность моделирования движения ТС.

2. Постановка задачи. Нормальную (радиальную) жесткость колеса можно определять разными способами: экспериментальным путем, расчетным путем по универсальным теоретическим или расчетно-экспериментальным зависимостям [3–6]. Такие зависимости, например, приведены в табл. 1 (получены с участием авторов).

Таблица 1. Зависимости для расчета нормальной (радиальной) жесткости деформируемого колеса с горизонтальной осью вращения*

Тип колес	Зависимость	Средняя относительная погрешность, %
Легковые радиальные	$C_{tz} = 1.6221 \cdot P_z^{0.544}$	7
Легковые диагональные	$C_{tz} = 0.3311 \cdot P_z^{0.753}$	14.2
Все легковые	$C_{tz} = 1.0739 \cdot P_z^{0.60}$	11.1
Грузовые радиальные	$C_{tz} = 0.3240 \cdot P_z^{0.773}$	6.4
Грузовые диагональные	$C_{tz} = 6.1506 \cdot P_z^{0.473}$	6.3
Все грузовые	$C_{tz} = 0.9805 \cdot P_z^{0.661}$	7.2
Все	$C_{tz} = 0.1244 \cdot P_z^{0.8616}$	12.0

* — в табл. 1 C_{tz} — нормальная (радиальная) жесткость деформируемого колеса с горизонтальной осью вращения в Н/мм; P_z — нормальная нагрузка колеса в Н.

Однако они справедливы при горизонтальном расположении оси вращения колеса. При этом в последние годы выяснилось, что установка опорных колес ТС с наклоном осей вращения улучшает его устойчивость движения [7–10] и управляемость [11] и не влияет на сопротивление движению [12]. Это связано с изменением жесткости колес. Получено приближенное частное экспериментальное выражение [13] для коррекции нормальной жесткости модели деформируемого колеса при наклоне его оси вращения. Также известно, что нет универсальных методик для расчета нормальной жесткости деформируемого колеса с наклоненной осью вращения. Разработка такой методики является актуальной для совершенствования моделирования траекторного движения ТС.

Цель исследования: получение теоретической зависимости для расчета эффективной нормальной жесткости деформируемого колеса с наклоненной осью вращения.

3. Методы и подходы. Для достижения цели исследования применялись методы и подходы, включающие в себя как теоретические, так и экспериментальные исследования.

3.1. Теоретические исследования. Колесо ТС не является сплошным однородным телом. Оно представляет собой комбинацию жестко соединенных тел из материалов с разными физико-механическими свойствами. Принято допущение, что его составляющие части подчиняются закону Гука. В соответствии с законом Гука, деформация, возникающая в упругом теле (шине ТС), прямо пропорциональна силе упругости, возникающей в этом теле. На рис. 1 приведена схема деформируемого колеса с горизонтальной осью вращения.

Общепринятое понятие нормальной (радиальной) жесткости как первой производной от нормальной нагрузки колеса по его нормальному прогибу

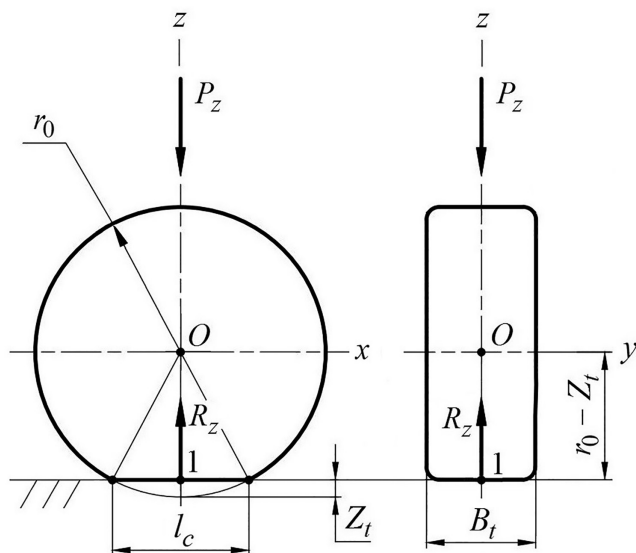


Рис. 1. Схема деформируемого колеса с горизонтальной осью вращения.

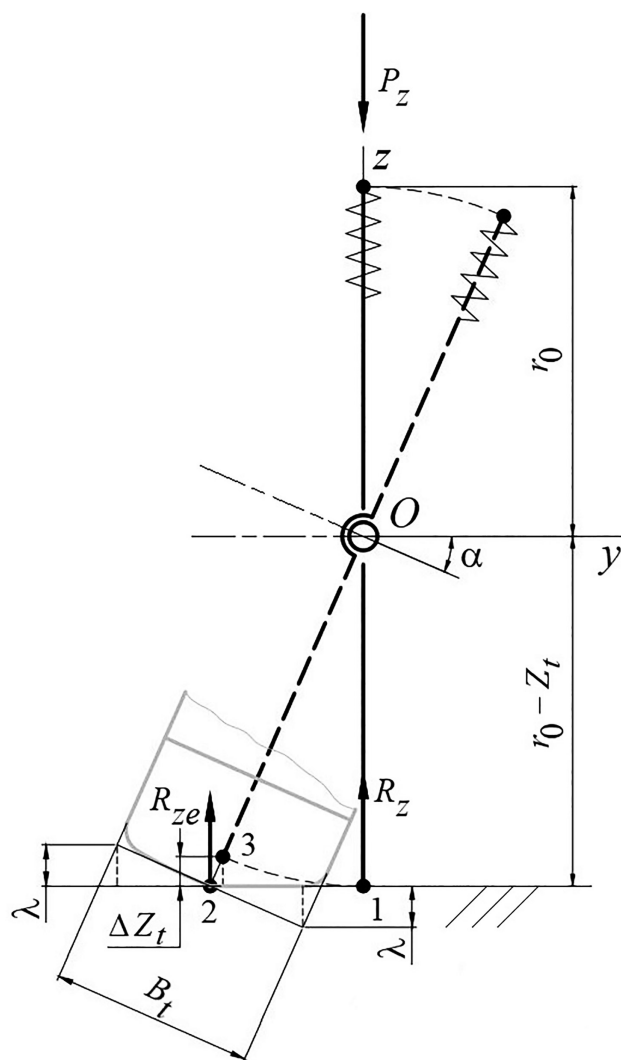


Рис. 2. Расчетная схема деформируемого колеса с наклоненной осью вращения.

относится к вертикальному расположению главной плоскости вращения колеса, т.е. к горизонтальному расположению его оси вращения. В этом случае нормальная жесткость, связанная с вертикальными деформациями, и радиальная жесткость, связанная с радиальными деформациями, совпадают. При наклоне оси вращения колеса в поперечной вертикальной плоскости на угол α , его радиальная жесткость (в плоскости вращения) не изменяется, но для практических расчетов важна именно нормальная жесткость (по нормали к опорной плоскости), т.к. колеса ТС нагружаются вертикально. Нормальная

жесткость при появлении угла α изменяется. Чтобы отличать эту жесткость от нормальной жесткости колеса с горизонтальной осью вращения, будем называть ее эффективной нормальной жесткостью.

Для достижения цели исследования необходимо установить математические взаимосвязи эффективной нормальной жесткости деформируемого колеса и угла наклона α его оси вращения.

На рис. 2 показана предлагаемая расчетная схема для определения сил и деформаций колеса с наклоненной осью вращения.

На рис. 1 и 2 приняты следующие обозначения:

x, y, z — оси координат;

$(\cdot)O$ — центр колеса;

α — угол наклона оси вращения колеса;

r_0 — свободный радиус колеса (половина диаметра колеса в свободном состоянии);

B_t — ширина колеса;

l_c — длина пятна контакта;

Z_t — нормальная (радиальная) деформация колеса при горизонтальном расположении оси вращения;

$r_0 - Z_t$ — расстояние от центра, деформированного под нагрузкой колеса, до опорной плоскости;

P_z — нормальная нагрузка колеса;

R_z — нормальная реакция опорной поверхности колеса с горизонтальной осью вращения;

R_{ze} — эффективная нормальная реакция опорной поверхности колеса с наклоненной осью вращения;

ΔZ_t — изменение деформации Z_t при наклоне оси вращения колеса;

λ — расстояние;

$(\cdot)1$ — центр пятна контакта колеса с горизонтальной осью вращения;

$(\cdot)2$ — центр пятна контакта колеса с наклоненной осью вращения;

$(\cdot)3$ — дополнительная точка.

Светлыми линиями на рис. 2 показан контур колеса с учетом его ширины.

Введено понятие относительной радиальной деформации шины при $\alpha = 0$:

$$n = \frac{Z_t}{r_0} \quad (3.1)$$

Введено также понятие коэффициента изменения нормальной жесткости:

$$K_{\alpha z} = \frac{C_{tze}}{C_{tz}}, \quad (3.2)$$

где C_{tz} — нормальная (радиальная) жесткость деформируемого колеса с горизонтальной осью вращения; C_{tze} — эффективная нормальная жесткость деформируемого колеса с наклоненной осью вращения.

Для получения искомой зависимости в соответствии с целью исследования требуется найти такое универсальное выражение для расчета безразмерного коэффициента $K_{\alpha z}$, которое справедливо для любого деформируемого колеса.

Тогда в соответствии с (3.2) эффективную нормальную жесткость колеса с наклоненной осью вращения можно будет рассчитать по формуле (3.3).

$$C_{tze} = K_{\alpha z} \cdot C_{tz}, \quad (3.3)$$

Нормальная жесткость колеса с горизонтальной осью вращения:

$$C_{tz} \approx \frac{P_z}{Z_t}. \quad (3.4)$$

Эффективную нормальную жесткость колеса с наклоненной осью вращения с учетом его ширины можно определить из схемы рис. 2 следующим образом:

$$C_{tze} \approx \frac{R_{ze}}{Z_t - \Delta Z_t + \lambda} \quad (3.5)$$

$$\lambda = \frac{B_t}{2} |\sin \alpha|; \quad R_{ze} = P_z \cos^2 \alpha$$

$$\Delta Z_t = |23| \cos \alpha$$

$$|23| = |O2| - |O3|; \quad |O3| = |O1| = r_0 - Z_t; \quad |O2| = (r_0 - Z_t) / \cos \alpha$$

$$\Delta Z_t = \left[\frac{r_0 - Z_t}{\cos \alpha} - (r_0 - Z_t) \right] \cdot \cos \alpha = (r_0 - Z_t)(1 - \cos \alpha).$$

С учетом этих формул выражение (3.5) примет вид:

$$C_{tze} = \frac{P_z \cdot \cos^2 \alpha}{Z_t - [(r_0 - Z_t)(1 - \cos \alpha)] + (B_t/2) \cdot |\sin \alpha|}.$$

Тогда коэффициент изменения нормальной жесткости из (3.2), (3.4) и (3.5):

$$K_{\alpha z} = \frac{C_{tze}}{C_{tz}} = \frac{Z_t \cdot \cos^2 \alpha}{Z_t - [(r_0 - Z_t)(1 - \cos \alpha)] + (B_t/2) \cdot |\sin \alpha|}$$

С учетом формулы (3.1)

$$K_{\alpha z} = \frac{\cos^2 \alpha}{1 - [(1/n) - 1] \cdot (1 - \cos \alpha) + (B_t/(2 \cdot n \cdot r_0)) \cdot |\sin \alpha|} \quad (3.6)$$

При $\alpha = 0$ $K_{\alpha z} = 1$.

В формуле (3.6) числитель и знаменатель — безразмерные величины. Коэффициент $K_{\alpha z}$ также безразмерен.

Таким образом, получена искомая теоретическая зависимость (3.6). Если есть деформируемое колесо с горизонтальной осью вращения, с нормальной (радиальной) жесткостью C_{tz} , со свободным радиусом r_0 и шириной B_t , то под нагрузкой P_z оно будет иметь нормальную (вертикальную, радиальную) деформацию Z_t . Деление Z_t на свободный радиус r_0 дает безразмерную величину n . Если ось вращения такого колеса наклонить на угол α , то его эффективная нормальная жесткость изменится в $K_{\alpha z}$ раз в соответствии с формулой (3.6). При этом направление угла наклона не влияет на величину изменения эффективной нормальной жесткости колеса.

3.2. *Экспериментальные исследования.* Для экспериментальной проверки полученной формулы (3.6) и определения ее погрешности создана экспериментальная

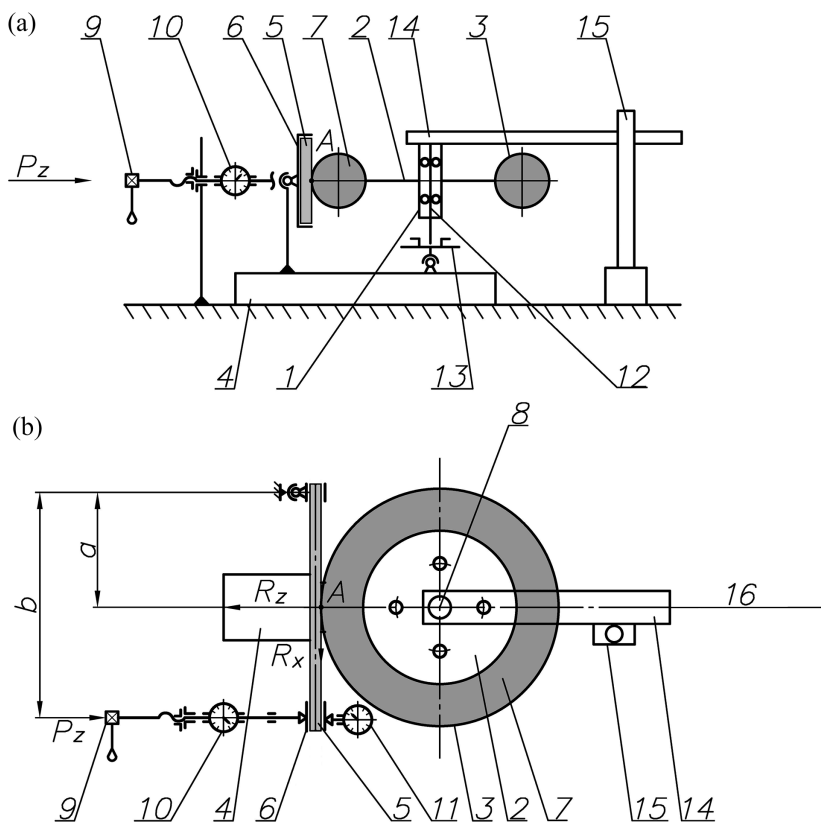


Рис. 3. Кинематическая схема экспериментальной установки:

- 1 – ступица; 2 – обод колеса; 3 – колесо; 4 – неподвижная рама;
- 5 – измерительная опорная площадка; 6 – направляющая; 7 – шина;
- 8 – геометрический центр колеса; 9 – устройство нормального нагружения;
- 10 – динамометр нормальной нагрузки;
- 11 – индикатор нормальной деформации колеса; 12 – ось колеса;
- 13 – вертикальная шарнирно-поворотная втулка;
- 14 – поворотная балка; 15 – ограничительная опора; 16 – продольная вертикальная плоскость.

установка для измерения параметров упругих свойств деформируемого колеса при разных положениях его оси вращения, показанная на рис. 3–5.

Установка смонтирована на лабораторном столе. Его столешница выполнена из алюминиевой плиты с Т-образными пазами со следующими параметрами: длина столешницы составляет 1550 мм; ширина – 660 мм; шаг расположения пазов – 70 мм; глубина каждого паза 13 мм; ширина верхней части паза – 12 мм; ширина нижней части паза – 20 мм; высота нижней части паза – 8 мм. На рабочем столе смонтированы: неподвижная рама, к которой крепятся направляющая с измерительной опорной площадкой, ступица, ограничительная опора и устройство нагружения. Измерительная площадка (модель дороги) выполнена из оптически прозрачного материала – трехслойное бронированное стекло. Она служит для визуальной регистрации размеров и формы пятна контакта.

На ступице установлено колесо с шиной 3.50-5 модели B25 2 PR (производство Россия, камерная, для картинга) с возможностью изменения наклона оси вращения колеса. Свободный радиус колеса $r_0 = 140$ мм, ширина профиля

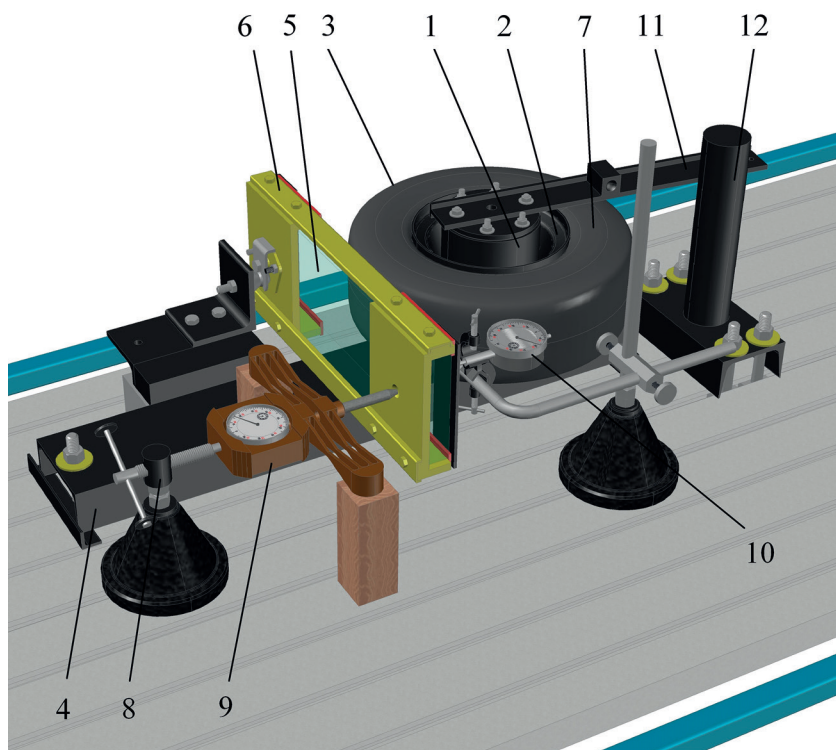


Рис. 4. Конструктивная схема экспериментальной установки:

- 1 – ступица; 2 – обод колеса; 3 – колесо; 4 – неподвижная рама;
- 5 – измерительная опорная площадка; 6 – направляющая; 7 – шина;
- 8 – устройство нормального нагружения; 9 – динамометр нормальной нагрузки;
- 10 – индикатор нормальной деформации колеса; 11 – поворотная балка;
- 12 – ограничительная опора.

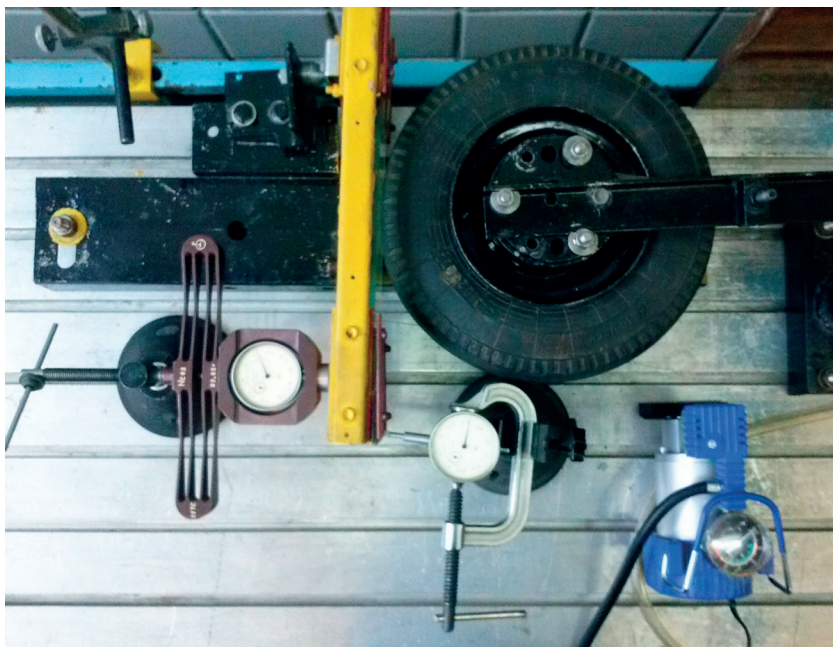


Рис. 5. Фотографии экспериментальной установки (вид сверху).

$B_t = 76$ мм. Давление в шине 0.8 атм. Максимальная нагрузка $P_z = 800$ Н. Нормальная деформация при максимальной нагрузке и $\alpha = 0$ $Z_t = 6.7$ мм. Относительная деформация при $\alpha = 0$ $n = 0.048$. Давление создавалось компрессором и контролировалось манометром. Прилагаемые нагрузки контролировались динамометрами на сжатие, перемещения — индикаторными головками часового типа. Угол наклона оси вращения колеса задавался $\alpha = 0^\circ$; $\alpha = \pm 5^\circ$; $\alpha = \pm 10^\circ$ и контролировался по относительному перемещению проекции лазерного луча на перпендикулярную плоскость.

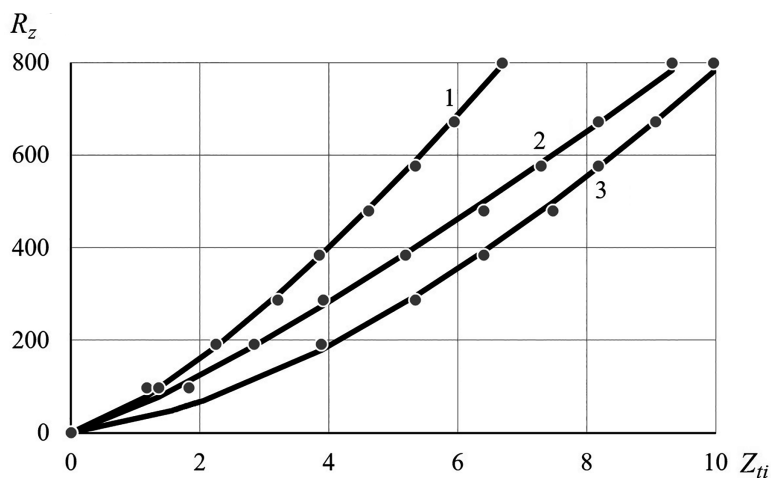
В ходе экспериментов были получены статические нормальные нагрузочные характеристики — зависимости значений нормальной деформации в центре пятна контакта колеса Z_{ii} от приложенной в той же точке нагрузки R_z при разных углах наклона оси вращения колеса α . Результаты занесены в табл. 2. В графическом виде они показаны на рис. 6.

Известно, что динамическая жесткость отличается от статической. При переходе от неподвижного колеса к вращающемуся при $\alpha = 0^\circ$ наблюдается рост его радиальной жесткости при действии центробежной силы. В результате радиальная жесткость при увеличении скорости ТС от 0 до 100 км/час может увеличиться до 6%.

Экспериментальные зависимости $R_z = f(Z_{ii})$ были аппроксимированы при каждом угле наклона α математическими выражениями одинакового вида. То есть при каждом из пяти значений α зависимость $R_z = f(Z_{ii})$ была описана показательной функцией одинакового вида:

Таблица 2. Экспериментальные нагрузочные характеристики

R_z , Н	Z_{ti} , мм		
	при $\alpha = 0^\circ$	при $\alpha = \pm 5^\circ$	при $\alpha = \pm 10^\circ$
0	0	0	0
96	1.17836	1.36348	1.8334
192	2.25704	2.848	3.8804
288	3.21468	3.91244	5.34
384	3.84836	5.1976	6.408
480	4.628	6.408	7.476
576	5.34	7.298	8.188
672	5.9452	8.188	9.078
800	6.6928	9.3272	9.968

Рис. 6. Экспериментальные нагрузочные характеристики $R_z = f(Z_{ti})$:1 – $\alpha = 0^\circ$; 2 – $\alpha = \pm 5^\circ$; 3 – $\alpha = \pm 10^\circ$.

$$R_z = a \cdot Z_{ti}^b,$$

где a, b – постоянные коэффициенты.Полученные значения коэффициентов a, b приведены в табл. 3.Они были аппроксимированы функциями от угла наклона α вида $a, b = f(\pm)$:

$$a = f_1(\alpha); a = 63.42 + 0.308 \cdot |\alpha| - 0.4488 \cdot |\alpha|^2,$$

Таблица 3. Коэффициенты аппроксимации функции $R_z = a \cdot Z_{ii}^b$

Угол наклона оси вращения колеса α , град	Постоянные коэффициенты	
	a	b
0	63.42	1.33
± 5	53.74	1.2
± 10	21.62	1.56

$$b = f_2(\alpha); b = 1.33 - 0.075 \cdot |\alpha| + 0.0098 \cdot |\alpha|^2$$

Тогда эффективная нормальная жесткость исследуемого колеса определится как

$$C_{tze} = \frac{\partial(a \cdot Z_{ii}^b)}{\partial Z_{ii}} = a \cdot b \cdot Z_{ii}^{b-1},$$

где C_{tzi} – эффективная нормальная жесткость исследуемого колеса; a, b – коэффициенты аппроксимации.

В итоге для колеса – объекта экспериментального исследования получено выражение

$$C_{tze} = (63.42 + 0.308 \cdot |\alpha| - 0.4488 \cdot |\alpha|^2) \cdot (1.33 - 0.075 \cdot |\alpha| + 0.0098 \cdot |\alpha|^2) \times \\ \times Z_{ii}^{1.33 - 0.075 \cdot |\alpha| + 0.0098 \cdot |\alpha|^2 - 1}.$$

При $\alpha = 0^\circ$ это выражение принимает вид:

$$C_{tz\alpha=0} = 84 \cdot Z_i^{0.33}.$$

Экспериментальный коэффициент изменения нормальной жесткости

$$K_{\alpha z} = \frac{C_{tze}}{C_{tz}}.$$

После математических преобразований получена экспериментальная формула (3.7) для колеса – объекта исследования:

$$K_{\alpha z} = 1 - 0.052|\alpha| + 0.00002|\alpha|^2 + 0.00044|\alpha|^3 - 0.00005|\alpha|^4. \quad (3.7)$$

Коэффициент $K_{\alpha z}$ рассчитан для объекта исследования двумя способами: по полученной общей теоретической зависимости (3.6) и по частной экспериментальной (3.7). Результаты сравнения показаны на рис. 7.

Из рис. 7 следует, что наибольшая погрешность полученной теоретической зависимости (3.6) не превышает 6%. Она позволяет производить коррекцию нормальной жесткости эластичного колеса при наклоне его оси вращения на угол α .

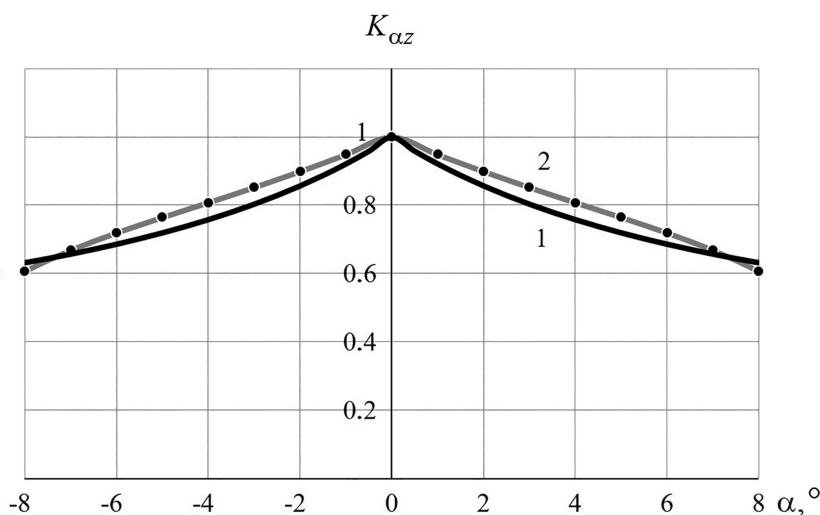


Рис. 7. $K_{\alpha z} = f(\alpha)$ для шины 3.50–5: 1 – расчет по общей теоретической формуле (3.6); 2 – расчет по частной экспериментальной формуле (3.7).

4. Анализ результатов. Полученная теоретическая зависимость (3.6) является универсальной для деформируемых колес ТС. В ней присутствуют: свободный радиус колеса, ширина колеса, угол наклона оси его вращения и относительная радиальная деформация n . Значение n можно определить по формуле (3.1). В ней деформация Z_t соответствует заданной нагрузке P_z на колесо нормальной (радиальной) жесткости C_{tz} с горизонтальной осью вращения. Ее следует рассчитывать из выражения (3.4) как

$$Z_t = \frac{P_z}{C_{tz}}.$$

Тогда

$$n = \frac{P_z}{r_0 \cdot C_{tz}}.$$

Таким образом, если имеется деформируемое колесо с горизонтальной осью вращения, нормальной (радиальной) жесткости C_{tz} , свободного радиуса r_0 и ширины B_t под нагрузкой P_z , то этих данных достаточно для определения изменения его нормальной жесткости при наклоне оси вращения на угол α . При этом радиальная жесткость колеса останется прежней, а изменится только нормальная, названная эффективной. Эффективная нормальная жесткость этого колеса при наклоне оси вращения изменится в $K_{\alpha z}$ раз (в соответствии с (3.3)), а $K_{\alpha z}$ можно рассчитать по полученной теоретической зависимости (3.6). Зависимость корректна при углах $\alpha \leq 10^\circ$. На практике оси вращения опорных колес не рекомендуется наклонять более чем на 5° вследствие их износа. Но даже при таких малых углах наклона эффективная нормальная жесткость колеса существенно снижается, например у объекта исследования до 25%.

5. Заключение. Упругие свойства деформируемого колеса характеризуются разнокоординатными жесткостями, основная из которых — нормальная жесткость, определяющая деформации по вертикальной координате. У деформируемого колеса с горизонтальной осью вращения нормальная жесткость совпадает с радиальной, определяющей деформации в плоскости вращения колеса. У деформируемого колеса с наклоненной осью вращения величина радиальной жесткости остается прежней, а изменяется только нормальная, названная эффективной. Установлено, что эффективная нормальная жесткость деформируемого колеса при наклоне оси его вращения изменяется в $K_{\alpha z}$ раз. При этом направление угла наклона не влияет на величину изменения эффективной нормальной жесткости колеса. Получена общая теоретическая зависимость для расчета корректирующего коэффициента $K_{\alpha z}$. Зависимость является функцией $K_{\alpha z}$ от конструктивных параметров колеса и угла наклона его оси вращения α . Зависимость корректна при углах $\alpha \leq 10^\circ$. При допустимых по условиям износа колеса углах наклона (до 5°) эффективная нормальная жесткость колеса существенно снижается, например у объекта исследования до 25%. Справедливость теоретической зависимости подтверждена лабораторными экспериментами на специально созданной установке для измерения параметров упругих свойств деформируемого колеса при разных положениях его оси вращения. На основании обработки экспериментальных данных определена погрешность расчета $K_{\alpha z}$ по полученной теоретической зависимости, которая не превышает 6%. Исследование является актуальным для проектного моделирования траекторного движения транспортных средств на деформируемых опорных колесах.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00004, <https://rscf.ru/project/23-21-00004/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pacejka H.B. Tire and vehicle dynamics. USA: Elsevier Ltd, 2012. 672 p.
2. Reza N. Jazar. Vehicle Dynamics: Theory and Application. UK: Springer Science + Business Media, LLC, 2008. 1015 p.
3. Zadornov V.N., Balakina E.V., Mishenkov N.A. Protector Wear Forecasting on Elastic Characteristics of Tires // Journal of Friction and Wear. 2020. V. 41. №. 4. P. 485–490. <https://doi.org/10.3103/S1068366620040145> [Задворнов В.Н., Балакина Е.В., Мищенко Н.А. Прогнозирование износа протектора по жесткостным характеристикам шин // Трение и износ. 2020. Т. 41. № 4. С. 485–490. <https://doi.org/10.32864/0202-4977-2020-41-4-485-490>]
4. Сальников В.И. и др. Расчетно-экспериментальные универсальные зависимости для определения радиальной жесткости шин // Автомобильная промышленность. 2014. № 7. С. 13–14.
5. Гончаренко С.В., Годжаев З.А., Прядкин В.И. и др. Упругие характеристики шины сверхнизкого давления. Вертикальные нагрузки // Автомобильная промышленность. 2020. № 8. С. 18–21.
6. Выгонный А.Г., Шмелёв А.В., Колесникович А.Н. и др. Расчетно-экспериментальное определение жесткости и демпфирующей способности шин большегрузного самосвала // Механика машин, механизмов и материалов. 2019. № 3. С. 18–25.

7. *Balakina E.V., Kochetov M.S., Sarbaev D.S.* Assessment of the influence of inclined wheel installation on the vehicle lateral stability // Book ser. Lecture Notes in Mechanical Engineering – LNME. Springer, 2022. P. 100–108.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-85233-7_12
8. *Berote J., Darling J., Plummer A.* Lateral dynamics simulation of a three-wheeled tilting vehicle. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers // J. Automobile Eng. 2015. 229 (3). P. 342–356.
<https://doi.org/10.1177/0954407014542625>
9. *Балабин И.В., Чабунин И.С.* Повышение устойчивости мобильной машины путем применения отрицательного развала колес // Автомобильная промышленность. 2020. № 7. С. 8–9.
10. *Балабин И.В., Чабунин И.С.* Углы наклона колес, их влияние на устойчивость мобильной машины // Автомобильная промышленность. 2021. № 11. С. 17–19.
11. *Яценко Н.Н. и др.* Отрицательный развал задних колес и управляемость легкового автомобиля // Автомобильная промышленность. 2008. № 10. С. 22–23.
12. *Балабин И.В.* Углы установки управляемых колес и их количественное влияние на сопротивление движению автомобиля // Автомобильная промышленность. 2016. № 9. С. 21–24.
13. *Balakina E.V., Kochetov M.S., Sarbaev D.S.* Inclined wheel normal stiffness calculation procedure // Book ser. Lecture Notes in Mechanical Engineering – LNME. Springer, 2021. P. 1–8.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-54814-8_1

UDC 629.33

CALCULATION OF THE EFFECTIVE NORMAL STIFFNESS OF A DEFORMABLE WHEEL WITH A TILTED ROTATION AXIS

© 2024 г. **E. V. Balakina^{a, *}, M. S. Kochetov^{a, **}**

^a*Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia*

^{*}*e-mail: fahrgestell2011@yandex.ru,*

^{**}*e-mail: kochetov_m.s.1995@mail.ru*

Abstract – The research is relevant for the trajectory movement design modeling of the vehicles on deformable support wheels. The purpose of the research: to obtain a theoretical dependence for calculating the effective normal stiffness of a deformable wheel with an inclined rotation axis. Mathematical relationships between this stiffness and the rotation axis tilt angle of the wheel are defined. It is determined that the effective normal stiffness changes by a factor of K_{az} at specified tilt angle. A theoretical dependence for calculating the correction factor K_{az} was obtained. The dependence is a function of the wheel design parameters and the rotation axis tilt angle. The dependence is correct at angles up to 10 degrees. At tilt angles that are permissible under the conditions of wheel wear (up to 5 degrees), the effective normal stiffness is significantly reduced, for example, for the study object, up to 25%. The validity of the theoretical dependence is confirmed by laboratory experiments on a specially designed stand for measuring the parameters of the elastic

properties of the deformable wheel at different positions of its rotation axis. Based on the processing of the experimental data, the calculation error of Kaz according to the obtained theoretical dependence was determined, which does not exceed 6%.

Keywords: deformable wheel, rotation axis tilt, effective normal stiffness, calculation method

REFERENCES

1. Pacejka H.B. Tire and vehicle dynamics, 3rd ed. Elsevier Ltd, Oxford, 2012.
2. Jazar R.N. Vehicle Dynamics: Theory and Application, 1st ed. Springer, Berlin, 2008.
3. Zadvornov V.N., Balakina E.V., Mishenkov N.A. Protector Wear Forecasting on Elastic Characteristics of Tires // J. Friction and Wear. 2020. V. 41. № 4. P. 354–358; <https://doi.org/10.3103/S1068366620040145>
4. Salnikov V.I. et al. Calculation-experimental universal dependencies for determining the tires radial stiffness // Automobile Industry. 2014. № 7. P. 13–14.
5. Goncharenko S.V., Godzhaev Z.A., Pryadkin V.I. et al. Elastic characteristics the ultra-low pressure tire. Vertical loads // Automobile Industry. 2020. № 8. P. 18–21.
6. Vygonnyy A.G., Shmialiou A.V., Kalesnikovich A.N. et al. Calculation-experimental determination of the stiffness and damping capacity the heavy-duty dump truck tires // Mech. Mach., Mech. Mater. 2019. № 3. P. 18–25.
7. Balakina E.V., Kochetov M.S., Sarbaev D.S. Assessment of the influence of inclined wheel installation on the vehicle lateral stability. In Book ser. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Berlin, 2022. P. 100–108; https://doi.org/10.1007/978-3-030-85233-7_12
8. Berote J., Darling J., Plummer A. Lateral Dynamics Simulation of a Three-Wheeled Tilting Vehicle // J. Automob. Eng. 2015. V. 229. № 3. P. 342–356; <https://doi.org/10.1177/0954407014542625>
9. Balabin I.V., Chabunin I.S. Increasing the mobile machine stability during using the wheel negative camber // Automob. Industry. 2020. № 7. P. 8–9.
10. Balabin I.V., Chabunin I.S. Wheel cambers, their influence on the mobile machine stability // Automob. Industry. 2021. № 11. P. 17–19.
11. Yatsenko N.N. et al. Negative rear wheel camber and car handling // Automob. Industry. 2008. № 10. P. 22–23.
12. Balabin I.V. Steering wheel angles and their quantitative influence on vehicle movement resistance // Automob. Industry. 2016. № 9. P. 21–24.
13. Balakina E.V., Kochetov M.S., Sarbaev D.S. Inclined Wheel Normal Stiffness Calculation Procedure. In Book ser. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Berlin, 2021. P. 1–8; https://doi.org/10.1007/978-3-030-54814-8_1