

# ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ РАСШИРЕНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ В СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОМ ВАКУУМНОМ ПРОМЕЖУТКЕ

© 2024 г. А. О. Коковин<sup>a</sup>, В. Ю. Кожевников<sup>a,\*</sup>, А. В. Козырев<sup>a</sup>, Н. С. Семенюк<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск, Россия

\*e-mail: Vasily.Y.Kozhevnikov@ieee.org

Поступила в редакцию 27.09.2024 г.

После доработки 08.10.2024 г.

Принята к публикации 08.10.2024 г.

Представлены результаты теоретического моделирования сферически симметричного разлета бесстолкновительной углеродной плазмы из компактного взрывоэмиссионного центра вакуумного разряда. Моделирование проведено на базе совместного решения кинетических уравнений Власова для электронов и ионов и уравнения Пуассона для электрического поля, записанных в сферической системе координат и усредненных по угловым переменным. Показано, что расчетные скорости расширения катодной плазмы в сферически симметричной геометрии заметно ниже, чем скорости расширения плазмы с теми же параметрами, получаемые при решении плоской задачи. Наблюдаемые скорости расширения плазмы катодного факела на уровне  $3.5 \cdot 10^6$  см/с могут быть объяснены в рамках бесстолкновительного механизма при выполнении критерия, накладываемого на соотношение эмиссионного тока к предельной току вакуумного промежутка.

**Ключевые слова:** вакуумный разряд, бесстолкновительная плазма, кинетическое уравнение Власова, виртуальный катод

**DOI:** 10.31857/S1024708424060133, **EDN:** FDIIWE

## ВВЕДЕНИЕ

За последние семьдесят лет теоретическое и экспериментальное исследования всех стадий формирования электрического разряда в вакууме (пробой, искра и дуга) легли в основу современной импульсной сильноточной электроники [1]. Наибольшее развитие получили области вакуумной и плазменной эмиссионной электроники как основы электроники больших мощностей и плотностей энергии. Спектр научных проблем, затрагивающих механизмы инициирования и развития первой стадии вакуумного разряда — пробоя вакуумного промежутка — стал решающим для улучшения вакуумной электроизоляции таких устройств, как импульсные генераторы, электронные и ионные ускорители, микроволновые устройства и импульсные рентгеновские генераторы [2]. Также до недавнего времени считалось, что дугообразование имеет второстепенное значение в устройствах термоядерного синтеза, поскольку оно ограничивается нестабильными фазами работы плазмы. Однако в последнее время эта проблема привлекла пристальное внимание [3, 4], в частности, из-за решения начать реализации работы токамака ИТЭР с использованием вольфрамового дивертора [5]. Все многочисленные приложения явления электрического разряда в вакууме требуют более глубокого понимания возможных физических механизмов развития вакуумного пробоя. Одним из широко обсуждаемых вопросов формирования первой стадии вакуумного разряда является явление, известное как “аномальное ускорение ионов”. Впервые оно было обнаруженное группой экспериментаторов [6] во главе с Плютто в плазменном диоде, это явление влечет за собой внезапное возникновение положительно заряженных ионных всплесков, испытывающих своеобразное ускорение от катода к аноду. В то время как распределение электрического потенциала в вакуумных диодах способствует ускорению электронов

катодной плазмы, более высокий потенциал анода, с точки зрения электродинамики, представляет собой потенциальный барьер для движения положительных ионов. Однако транспорт ионов от катода к аноду существует и его принято называет “аномальным ионным ускорением” [7–8]. Во время фазы вакуумного пробоя типичные скорости расширения плазмы достигают  $10^7$  см/с, а ионы приносят до 12% от общего заряда, транспортируемого через коллектор (анод). Типичные кинетические энергии ионов в диодах варьируются от десятков до тысяч электрон-вольт, что на порядки выше, чем тепловые энергии ионов катодной плазмы. Потоки ионов с высокими энергиями постоянно наблюдаются в вакуумных разрядах. Этот эффект был надежно подтвержден экспериментально и нашел широкое представление в литературе по вакуумному разряду [1].

Моделирование явления аномального ускорения ионов представляют собой существенную проблему с теоретической точки зрения. В настоящее время теоретические гипотезы о происхождении потока ионов от катода к аноду в целом подразделяются на три группы: эксплозивные (взрывные), столкновительные и бесстолкновительные (электродинамические) [9]. С абстрактно-теоретической точки зрения все три гипотезы можно считать обоснованными, однако, их выводы носили скорее качественный характер, а исходные предположения не всегда были согласованы с экспериментальными данными.

В теоретических работах [10–14] значительного прогресса в понимании физических механизмов пробоя удалось добиться благодаря применению ключевых принципов вычислительной физической кинетики. В этих работах с наиболее фундаментальной точки зрения рассматривалась относительно простая постановка задачи о том, что произойдет с квазинейтральной плазмой, если она образуется на поверхности катода в вакуумном диоде с приложенным напряжением? Для планарного [11] и осесимметричного [14] диодов было показано, что основной причиной нетеплового расширения катодной плазмы и аномального ускорения ионов является возникновение нестационарного немонотонного распределения электрического потенциала  $\varphi$  вблизи катода (подвижный виртуальный катод  $\Delta\varphi < 0$ ). Кинетические исследования выявили причину аномального ускорения ионов и позволили рассчитать средние скорости расширения плазмы различного зарядового состава. Также была показана незначительная роль рассеивающих столкновений в этом процессе. Удалось выяснить, что данный эффект целиком определяется параметрами центра эмиссии и не зависит от амплитуды приложенного к диоду напряжения  $U_0$  [14]. Кроме того, была продемонстрирована возможность возникновения “глубокой потенциальной ямы” вблизи катода  $|\Delta\varphi| > U_0$ .

В настоящей работе усилия по теоретическому моделированию сосредотачиваются на механизме расширения катодной плазмы в условиях сильных неоднородностей электрического поля и плазмы, которые имеют место вблизи катода малого радиуса в конфигурации сферически симметричного диода. Так как многомерные уравнения Власова представляют собой известную сложность для непосредственного численного решения в фазовом пространстве высокой размерности, то в данной работе предложено рассматривать одномерный вакуумный диод в сферических координатах как наиболее простой случай, реализующий нетривиальные моделируемые физические условия токопротекания на начальной стадии вакуумного пробоя. Если рассматривать катод как внутреннюю сферу малого радиуса, а в качестве анода рассматривать удаленную на значительном расстоянии внешнюю сферу, то в такой конфигурации напряженность электрического поля в отсутствии частиц обратно пропорциональна квадрату расстояния от центра симметрии. Изучая динамику катодной плазмы в такой конфигурации, можно сделать вывод об основных тенденциях поведения катодной плазмы и в более сложных геометрических конфигурациях диодов.

## 1. КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОГО ВАКУУМНОГО ПРОМЕЖУТКА

Рассмотрим в рамках одномерной геометрии сферически–симметричный вакуумный промежуток (диод) с радиусом катода  $r_c$  и межэлектродным расстоянием  $d = r_a - r_c$  ( $r_a > r_c$ ). Эмиссия заряженных частиц с катода моделируется поддержанием постоянного значения потока квазинейтральной плазмы в катодным сечении  $r = r_c$ . Для упрощения задачи полагаем, что катодная плазма состоит из электронов и однократно заряженных ионов, что является разумным предположением для катодов из лития, углерода, висмута и некоторых других материалов [15].

Основываясь на фундаментальных принципах физической кинетики, динамика плазмы будет описываться системой уравнений Власова–Пуассона. Без учета влияния магнитного поля кинети-

ческое уравнение Власова в сферической системе координат в одномерной постановке имеет следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (v_r r^2 f) + \frac{\partial}{\partial v_r} \left[ \left( \frac{ze}{m} E_r + \frac{F_r}{m} \right) f \right] + \frac{\partial}{\partial v_\varphi} \left( \frac{F_\varphi}{m} f \right) + \frac{\partial}{\partial v_\theta} \left( \frac{F_\theta}{m} f \right) = 0, \quad (1.1)$$

где  $f(r, v_r, v_\varphi, v_\theta, t)$  – нестационарная функция распределения частиц плазмы, определенная на фазовом пространстве  $(r, v_r, v_\varphi, v_\theta)$ , где  $r$  – радиальная координата,  $v_r$  – радиальная скорость,  $v_\varphi$  – азимутальная скорость,  $v_\theta$  – меридиональная скорость,  $t$  – текущее время,  $m$  – масса частиц,  $e$  – элементарный заряд,  $z$  – зарядовое число,  $E_r$  – радиальная компонента вектора напряженности электрического поля,  $\mathbf{F} = m/r \cdot \{v_\varphi^2 + v_\theta^2, -v_\varphi v_\theta \operatorname{ctg} \theta - v_r v_\varphi, v_\varphi^2 \operatorname{ctg} \theta - v_r v_\theta\}$  – компоненты вектора силы инерции, вызванной криволинейностью системы координат.

Псевдоинерционные силы  $\mathbf{F}$  возникают из-за наличия ненулевых поперечных скоростей частиц. Они могут оказывать существенное влияние на процесс расширения плазмы в прикатодной области, заполненной квазинейтральной плазмой, где электрическая сила близка к нулю. При решении задачи радиального расширения плазмы можно отказаться от рассмотрения динамики распределения частиц по поперечным скоростям, усреднив кинетическое уравнение по угловым скоростям  $v_\varphi$  и  $v_\theta$  (при этом соответствующие производные по этим скоростям при усреднении обращаются в нуль)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f) + \frac{\partial}{\partial v_r} \left[ \left( \frac{ze}{m} E_r + \frac{\langle v_\varphi^2 + v_\theta^2 \rangle}{r} \right) f \right] = 0, \quad (1.2)$$

где  $\langle v_\varphi^2 + v_\theta^2 \rangle$  – среднеквадратичная угловая компонента скорости. Последнюю можно определить, воспользовавшись законом сохранения углового момента  $\mathbf{L} = \text{const}$

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^2 = m^2 (v_\varphi^2 + v_\theta^2) r^2 &= \text{const}, \quad \langle v_\varphi^2 + v_\theta^2 \rangle (r) = \left( \frac{r_c}{r} \right)^2 \cdot \langle v_\varphi^2 + v_\theta^2 \rangle (r = r_c) = \left( \frac{r_c}{r} \right)^2 \cdot 2eW/m, \\ f(r = r_c, v_\varphi, v_\theta) &= \frac{m}{2\pi e W} \exp \left\{ -\frac{m (v_\varphi^2 + v_\theta^2)}{2eW} \right\}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $f(r = r_c, v_\varphi, v_\theta)$  – максвелловская функция распределения эмиссионной плазмы по угловым скоростям на катоде,  $W$  – термодинамическая температура в эВ.

Таким образом, система кинетических уравнений Власова для плазменных компонент примет окончательный вид

$$\begin{cases} \frac{\partial f_e}{\partial t} + \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f_e) + \frac{e}{m_e} \left( -E_r + \left( \frac{r_c}{r} \right)^2 \frac{2W_e}{r} \right) \frac{\partial f_e}{\partial v_r} = 0, \\ \frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f_i) + \frac{e}{m_i} \left( z_i E_r + \left( \frac{r_c}{r} \right)^2 \frac{2W_i}{r} \right) \frac{\partial f_i}{\partial v_r} = 0, \end{cases} \quad (1.4)$$

где  $f_e(r, v_r, t)$  и  $f_i(r, v_r, t)$  – функции распределения электронов (ФРЭ) и ионов (ФРИ),  $m_e$  и  $m_i$  – массы электронов и ионов,  $W_e$  и  $W_i$  – термодинамические температуры электронов и ионов в эмиссионной плазме на катоде соответственно. Данная система кинетических уравнений дополняется уравнением Пуассона для электростатического поля

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 E_r) = \frac{\rho(r, t)}{\epsilon_0} = \frac{e(z_i n_i - n_e)}{\epsilon_0}, \quad E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad n_{e,i}(r, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{e,i}(r, v_r, t) dv_r, \quad (1.5)$$

где  $\rho$  – объемная плотность заряда,  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная,  $n_e$  и  $n_i$  – концентрация электронов и ионов соответственно,  $\varphi$  – электростатический потенциал. С учетом граничных условий Дирихле  $\varphi(r = r_c) = 0$  и  $\varphi(r = r_a) = U(t)$  данное уравнение имеет аналитическое решение в виде

квадратурных формул:

$$E_r(r, t) = - \left[ U(t) + \frac{e}{\epsilon_0} \int_{r_c}^{r_a} \frac{1}{r'^2} \left\{ \int_{r_c}^{r'} r''^2 (z_i n_i - n_e) dr'' \right\} dr' \right] \frac{r_a \cdot r_c}{r_a - r_c} \frac{1}{r^2} + \frac{e}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \int_{r_c}^r r'^2 (z_i n_i - n_e) dr',$$

$$\varphi(r, t) = \left[ U(t) + \frac{e}{\epsilon_0} \int_{r_c}^{r_a} \frac{1}{r'^2} \left\{ \int_{r_c}^{r'} r'^2 (z_i n_i - n_e) dr' \right\} \right] \frac{r - r_c}{r_a - r_c} \frac{r_a}{r} - \frac{e}{\epsilon_0} \int_{r_c}^r \frac{1}{r'^2} \left\{ \int_{r_c}^{r'} r''^2 (z_i n_i - n_e) dr'' \right\} dr', \quad (1.6)$$

В данной задаче вакуумный промежуток подключен к электрической цепи, состоящей из идеализированного источника напряжения  $U_0(t)$  и параллельного диоду балластного сопротивления  $R_b$ . Полный ток  $I(t)$ , протекающий через промежуток, и напряжение в промежутке  $U(t)$  можно определить исходя из уравнения электрической цепи и закона непрерывности плотности полного тока  $j_{total}(r, t) = -I(t)/S(r)$  в некотором поперечном сечении сферически симметричного промежутка  $S(r) = 2\pi r^2$ , которое в простом случае представляет собой полусферу

$$j_{total}(r, t) = \epsilon_0 \frac{\partial E_r}{\partial t} + j_e(r, t) + j_i(r, t), \quad j_{e,i}(r, t) = z_{e,i} e \int_{-\infty}^{+\infty} v_r f(r, v_r, t) dv_r, \quad (1.7)$$

$$U_0(t) = U(t) - I(t) R_b,$$

где  $j_e$  и  $j_i$  – плотности токов проводимости электронов и ионов соответственно. Чтобы перейти к уравнению для тока цепи уравнение баланса плотности тока следует усреднить по пространству

$$-\frac{I(t)}{2\pi r_a r_c} = -\frac{\epsilon_0}{r_a - r_c} \frac{dU}{dt} + \kappa(t), \quad \kappa(t) = \frac{1}{r_a - r_c} \int_{r_c}^{r_a} (j_e + j_i) dr, \quad (1.8)$$

которое с уравнением для напряжения приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка, имеющего точное решение в квадратурах

$$\frac{dI}{dt} + \frac{I(t)}{\tau} = \frac{r_a - r_c}{\epsilon_0 R_b} \left( \frac{\epsilon_0}{r_a - r_c} \frac{dU_0}{dt} - \kappa(t) \right), \quad \frac{1}{\tau} = \frac{r_a - r_c}{2\pi r_a r_c} \cdot \frac{1}{\epsilon_0 R_b} \Rightarrow$$

$$I(t) = \frac{r_a - r_c}{\epsilon_0 R_b} \exp \left\{ -\frac{t}{\tau} \right\} \int_0^t \left( \frac{\epsilon_0}{r_a - r_c} \frac{dU_0}{dt'} - \kappa(t') \right) \exp \left\{ \frac{t'}{\tau} \right\} dt'. \quad (1.9)$$

В качестве начальных условий для уравнений Власова в задаче о разлете плазмы были использованы нулевые начальные условия  $f_e(r, v_r, t = 0) = f_i(r, v_r, t = 0) = 0$  и постоянные граничные условия в катодном сечении в виде максвелловского распределения по скоростям для каждой компоненты эмиссионной плазмы

$$f_{e,i}(r = r_c, v_r, t) = n_0 \sqrt{\frac{m_{e,i}}{2\pi e W_{e,i}}} \exp \left\{ -\frac{m_{e,i} v_r^2}{2e W_{e,i}} \right\}, \quad (1.10)$$

где  $n_0$  – концентрация эмиссионной плазмы.

## 2. МЕТОД РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Для получения численного решения вышеописанной задачи использовался так называемый полу-Лагранжевый метод решения [16]. Сначала выполнялось операторное разложение Странга второго порядка [17] для исходных уравнений Власова. При малом шаге по времени  $\Delta t$  формальное решение имеет следующий вид:

$$f(t + \Delta t) = \exp \left\{ \left( \widehat{R} + \widehat{V} \right) \Delta t \right\} f(t) \cong \exp \left\{ \widehat{R} \frac{\Delta t}{2} \right\} \exp \left\{ \widehat{V} \Delta t \right\} \exp \left\{ \widehat{R} \frac{\Delta t}{2} \right\} f(t) + O(\Delta t^2),$$

$$\widehat{R}f = -\frac{v_r}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f), \quad \widehat{V}f = -a_r \frac{\partial f}{\partial v_r}, \quad a_r = \frac{e}{m} \left( z E_r + \left( \frac{r_c}{r} \right)^2 \frac{2W}{r} \right), \quad (2.1)$$

где операторы бесстолкновительных частей уравнения представляют собой сдвиговые уравнения по одной из координат фазового пространства

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f) &= 0 \Rightarrow f(r, \Delta t) = \frac{\chi(r - v_r \Delta t)}{r^2}, \\ \frac{\partial f}{\partial t} + a_r \frac{\partial f}{\partial v_r} &= 0 \Rightarrow f(v_r, \Delta t) = \phi(v_r - a_r \Delta t), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где  $\chi$  и  $\phi$  – произвольные функции, определяемые исходя из решения на предыдущем шаге.

Получающиеся в результате декомпозиции уравнения переноса имеют простые аналитические решения, которые в численной реализации требуют использования точных алгоритмов интерполяции для вычисления значений функций распределения в новых координатах. В качестве основного метода интерполяции использовался хорошо себя зарекомендовавший метод интерполяции кубическими сплайнами [18].

Особое внимание было уделено сеточному разбиению фазового пространства задачи. В осесимметричном диоде электрическое поле на катоде претерпевает многократное усиление по отношению к анодному значению, а распределение концентрации плазмы в прикатодной области обладает высокой пространственной неоднородностью. Ввиду этого необходимо использовать квазивременную сетку по радиальной координате  $r$ , которая монотонно сгущается вблизи поверхности катода. Одним из удобных способов такого разбиения является следующее выражение [19]

$$r(\xi) = r_c + (r_a - r_c) \frac{\exp\{c\xi\} - 1}{\exp\{c\} - 1}, \quad c > 0, \quad \xi \in [0, 1], \quad (2.3)$$

где  $\xi$  является параметром однородной сетки в интервале  $[0, 1]$ , а  $c$  – численный параметр, управляющий плотностью узлов сетки вблизи точки  $r = r_c$ . В рассматриваемой задаче значение параметра  $c = 3-10$  определяется исходя из требования того, чтобы минимальный размер расчетной сетки вблизи катода был в 10–15 раз меньше длины Дебая  $r_D = \sqrt{\epsilon_0 W_e / e n_0}$ . Для фазового пространства по обеим компонентам импульса использовалось однородное разбиение. Так как расчетное фазовое пространство всегда ограничено, то предельные значения импульсов подбирались таким образом, чтобы охватить их достаточно широкий динамический диапазон импульсов. Характерные размеры квазиоднородной сетки фазового пространства  $(r, v_r)$  составляли  $6000 \times 4001$  расчетных ячеек для электронов и  $6000 \times 2001$  для ионов.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

Ниже, в качестве типичной иллюстрации, приводятся основные результаты численного моделирования начальной стадии вакуумного пробоя в рамках предложенной модели для следующих параметров сферически-симметричного вакуумного диода: радиус катода  $r_c = 100$  мкм, межэлектродное расстояние  $d = 1$  см, амплитуда напряжения  $U_0 = 2$  кВ (длительность фронта нарастания напряжения до амплитудного значения равна 0.1 нс), температура электронов  $W_e = 5$  эВ и ионов  $W_i = 1$  эВ (типичные значения для плазмы взрывоэмиссионных центров [1]). Балластное сопротивление  $R_b = 200$  Ом выбиралось таким, чтобы падение напряжения на промежутке  $\Delta U = I(t)R_b$  в любой момент времени не превышало 25 % от амплитудного значения  $U_0$ . Выбор шага по времени  $\Delta t$  ограничивался условием сходимости численного решения сдвиговых уравнений Куранта–Фридрихса–Леви, которое можно записать как  $\Delta t \ll r_D / \sqrt{2eW_e/m_e} \approx 10^{-13}$  с.

В качестве материала катода был выбран углерод ( $m_i = 12$  а.е.м.,  $z_i = 1$ ), для которого характерен именно двухкомпонентный состав плазмы из электронов и однозарядных ионов углерода  $C^+$  [15]. Ранее, именно для этого вещества и этих же исходных данных, была решена плоская задача [13], и появляется возможность количественно сравнить влияние геометрии промежутка на параметры процесса расширения плазмы. Моделирование проводилось для конечной, но достаточно высокой эмиссионной способности катодной плазмы. В приведенном ниже расчете при плотности катодной плазмы  $n_0 = 10^{22} \text{ м}^{-3}$  тепловой ток электронной эмиссии  $j_{em}$  на два порядка превышает ток Чайлда–Ленгмюра для вакуумного сферического диода  $j_{CL}$ :

$$j_{em} = \frac{1}{4} e n_0 \sqrt{\frac{8eW_e}{\pi m_e}} \approx 5.9 \times 10^7 \frac{\text{МА}}{\text{см}^2}, \quad j_{CL} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{U_0^{3/2}}{r_c^2 \cdot a^2 (r_a/r_c)} \approx 5.7 \times 10^5 \frac{\text{МА}}{\text{см}^2}. \quad (3.1)$$

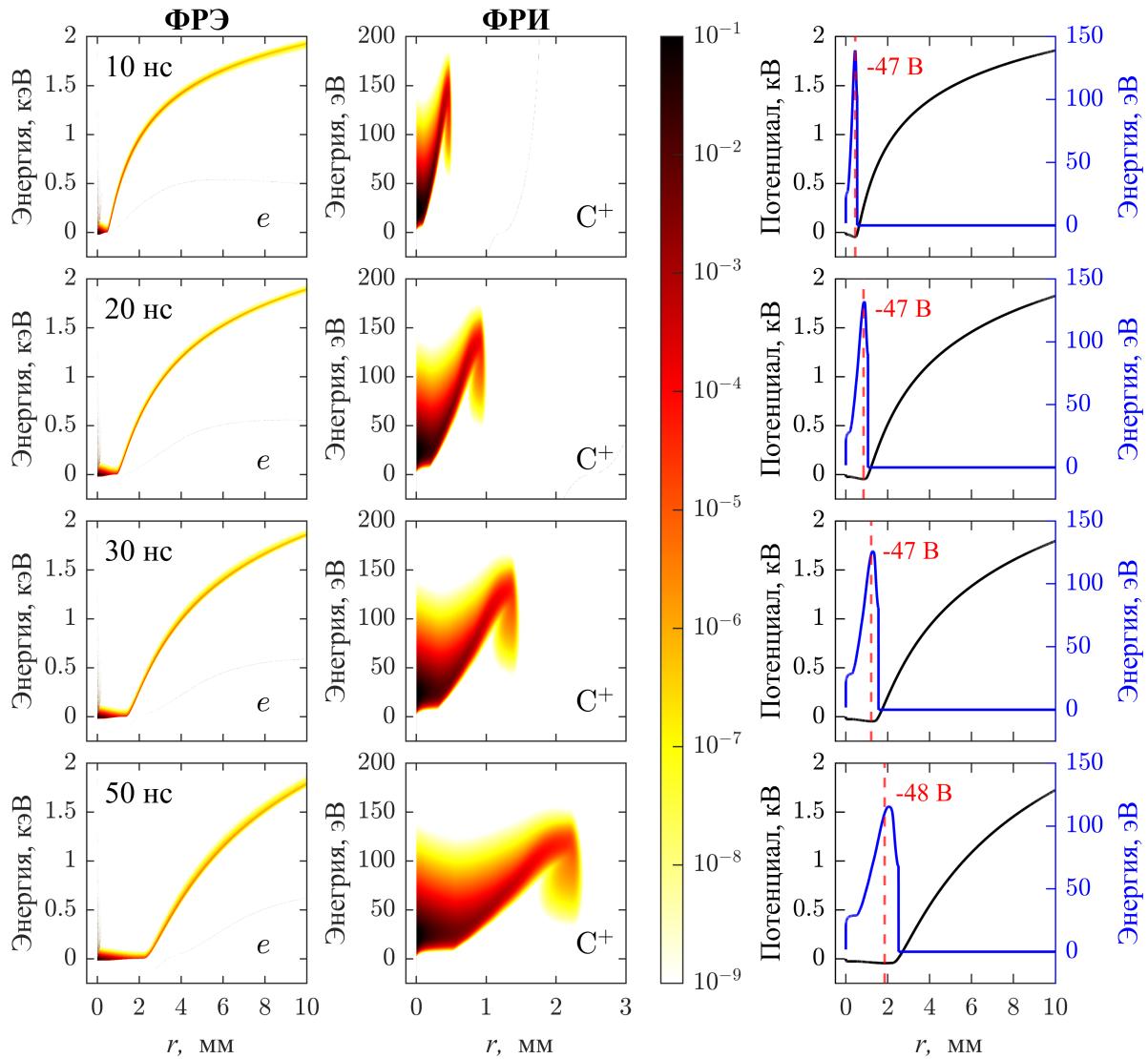


Рис. 1. Пространственно–временная динамика ФРЭ (первый столбец), ФРИ (второй столбец) и радиальное распределение электростатического потенциала и средней энергии ионов (третий столбец) в разные моменты времени (вертикальная штриховая линия указывает положение виртуального катода и его потенциал).

Отметим, что при сравнимых величинах токов  $j_{em} \approx j_{CL}$  (например, при  $n_0 = 10^{20} \text{ м}^{-3}$ ) наблюдается ярко выраженная неустойчивость протекания электронного тока. При движении фронта плазменного сгустка по направлению к аноду наблюдаются периодические пространственные колебания границы квазинейтральной плазмы обратно к катоду. Это приводит к быстрым всплескам электронного тока с плотностью большей, чем в случае устойчивого режима при  $j_{em} \gg j_{CL}$ . Такой неустойчивый режим токопротекания в вакуумном разряде также отмечался в работе [20].

На рис. 1 показана пространственно–временная динамика функции распределения электронов (ФРЭ) и ионов (ФРИ) по кинетическим энергиям, а также приведены радиальные распределения электрического потенциала и локальных средних кинетических энергий ионов (в эВ) в промежутке, вычисленных по формуле

$$\langle \epsilon_i \rangle(r, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{m_i v_r^2}{2e} f_i(r, v_r, t) dv_r \left/ \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(r, v_r, t) dv_r \right. \quad (3.2)$$

Аналогично случаю планарного диода, описанного в [10–13], за первые наносекунды в вакуумном промежутке устанавливается квазистационарный режим протекания электронного тока (см. фазо-

вый портрет ФРЭ на рис. 1). В этом режиме влияние ионного заряда мало, а электроны в промежутке ускоряются до энергий, равных анодному напряжению  $eU_0$ . После затухания релаксационных колебаний объемного заряда электронный ток ведет себя в соответствии с теорией Чайлда–Ленгмюра для сферически-симметричного диода [21].

Непрерывная эмиссия квазинейтральной плазмы приводит к существенным особенностям дальнейшего расширения плазмы в вакуумном промежутке. На фоне установившегося распределения электронов в промежутке начинается движение ионов к аноду. Оно обеспечивается специфическим распределением потенциала в прикатодной области – наличием резкого ступенчатого спада потенциала от нуля у катода до значения порядка  $-25$  В на расстоянии, сравнимом с длиной Дебая. Спад определяется избыточным отрицательным зарядом электронов вследствие их высокой подвижности относительно тяжелых ионов. Величина отрицательного падения не зависит от приложенного напряжения  $U_0$  и определяется только плотностью избыточного отрицательного заряда у катода, то есть  $n_0$ .

Наличие отрицательного спада потенциала у катода обеспечивает начальное движение ионов к аноду. Последующее ускорение ионов происходит в согласованном электрическом поле, которое формирует избыточный электронный заряд на периферии катодного факела. При этом образуется виртуальный катод, который со временем продвигается к аноду и способствует дальнейшему ускорению ионов (см. фазовый портрет ФРИ и распределение потенциала на рис. 1).

Сравнение различных геометрий вакуумного промежутка (планарного диода, описанного в работе [12], коаксиального промежутка, описанного в [14], и сферического) показало следующие особенности расширения плазмы катодного факела. Во-первых, потенциал виртуального катода  $\Delta\varphi \approx -50$  В примерно одинаков для всех рассматриваемых геометрий промежутка. Во-вторых, в сферически-симметричном диоде наблюдаются минимальные средние кинетические энергии ионов в сечении виртуального катода ( $\approx 150$  эВ против  $\approx 250$  эВ в коаксиальном и  $\approx 350$  эВ в планарном промежутке).

В предыдущих работах авторов [13, 14] было показано, что ионы на фронте плазменного факела, двигающиеся синхронно с виртуальным катодом (потенциальной “ямой”), могут приобретать кинетическую энергию, много большую глубины потенциальной “ямы” (умноженной на элементарный электрический заряд). На рис. 2 отчетливо наблюдается ситуация, в которой сечение локализации виртуального катода не совпадает с локализацией плазменной границы (место, где нарушается квазинейтральность плазмы). Этот эффект ранее отмечался в работах [20] и [22], где рассогласованное движение этих сечений было связано с резким уменьшением скорости роста протекаемого тока в промежутке при непрекращающемся расширении плазменного факела. Несовпадение этих сечений приводит к тому, что эффекту постоянного ускорения в потенциальной яме подвергаются лишь часть ионов, находящиеся в виртуальном катоде, а на фронте плазменного факела ионы двигаются в тормозящем поле, что видно на фазовых портретах ФРИ на рис. 1.

Дальнейшее расширение плазменного факела может привести к тому, что ионы на фронте факела полностью остановятся и начнут обратное движение в сторону катода. Таким образом, в области меж-

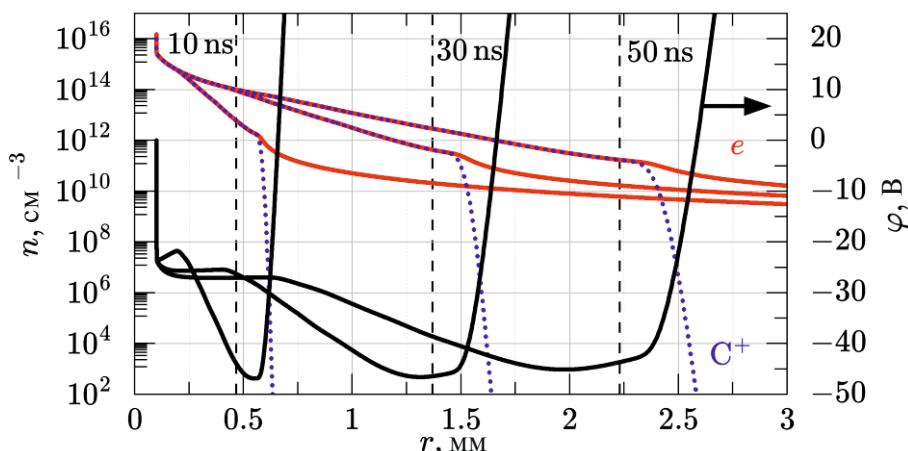


Рис. 2. Пространственно-временная картина изменения концентрации электронов  $e$  и ионов  $C^+$  в логарифмическом масштабе и электростатического потенциала  $\varphi$  (вертикальная штриховая линия отмечает плазменную границу – сечения, в котором нарушается квазинейтральность плазмы).

ду виртуальным катодом и плазменной границей образуется электростатическая ловушка, в которой положительные ионы оказываются заперты. При этом могут реализоваться две ситуации в зависимости от характеристик электрической цепи.

В первом случае (достаточно большого балластного сопротивления цепи), при достижении плазменным факелом анодной поверхности потенциал анода становится ниже средней кинетической энергии ионов (случай согласованного падения напряжения  $\Delta U \approx U_0$ ). Тогда ускоренные в промежутке ионы беспрепятственно достигнут анод, а в цепи будет протекать квазистационарный ионный ток.

Во втором случае, когда снижение напряжения на промежутке  $\Delta U$  мало ( $\Delta U \ll U_0$ ; например, из-за малого балластного сопротивления  $R_b$ ), реализуется ситуация, при которой ионы, дошедшие до анода, не могут преодолеть потенциальный барьер  $U_0 - \Delta U \gg \varepsilon_i$ . В этой ситуации ионы станут накапливаться в прианодной области, что приводит к локальному росту электрического потенциала внутри промежутка и формированию неустойчивости ионного токопереноса. При этом будут наблюдаться всплески ионного тока, амплитуда которых будет выше ионного тока, протекаемого в диоде при согласованном падении напряжения  $\Delta U$ . Количественные параметры этого режима в рамках нашей одномерной постановки задачи, по-видимому, не будут совпадать с результатами более детальной постановки и другими методами моделирования (PIC-МСС), представленными в работе [23].

Скорость расширения плазмы можно оценить по движению плазменной границы  $r_b$  (сечения, в котором выполняется условие  $|n_e - n_i|/n_e = 0.2$ ). На рис. 3 представлены графики перемещения плазменной границы  $r_b$  во времени при различных концентрациях эмиссионной плазмы  $n_0$ . В сферической геометрии вакуумного промежутка сохраняется наблюдаемая в планарном диоде тенденция увеличения скорости расширения плазмы при увеличении концентрации эмиссионной плазмы. Теоретическую оценку скорости расширения плазмы в плоском диоде, приведенную в работе [12], также удается распространить и для неоднородных вакуумных промежутков, если использовать выражение для плотности тока Чайлда–Ленгмюра для соответствующей геометрии диода:

$$u_{edge} \approx \sqrt{\frac{W_e + W_i}{m_i}} \ln \left( \frac{j_{em}}{j_{CL}} \right). \quad (3.3)$$

Это полуэмпирическое выражение неплохо (с точностью не хуже 30%) отражает влияние на среднюю скорость перемещения плазменной границы как концентрации катодной плазмы (входит в  $j_{em}$ ), так и приложенного к промежутку напряжения (входит в  $j_{CL}$ ) в начальной стадии разлета. Здесь же (на рис. 3 показаны аналогичные зависимости, полученные в [13] для тех же исходных данных в плоской задаче) видно, что сферическая геометрия приводит к существенно (примерно в 2 раза) меньшим

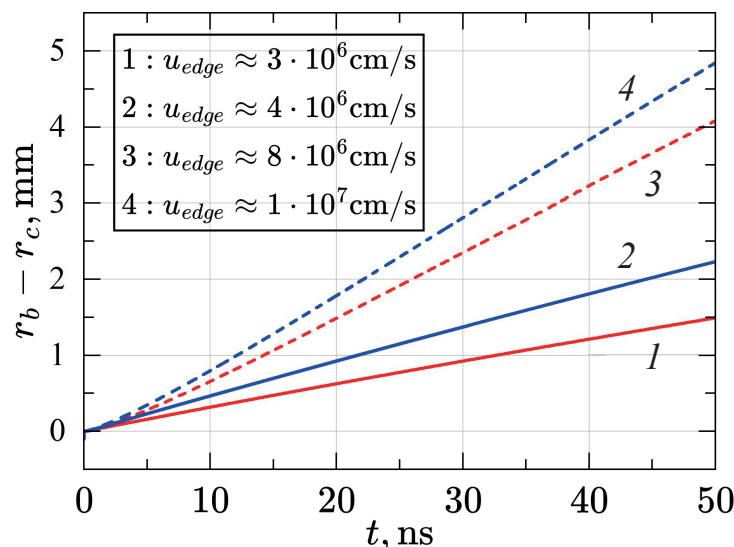


Рис. 3. Временная динамика положения виртуального катода  $r_b$  при различной концентрации эмиссионной плазмы  $n_0$ : кривые 1 и 3 –  $n_0 = 10^{21} \text{ м}^{-3}$ ; кривые 2 и 4 –  $n_0 = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ . Штриховые кривые 3 и 4 соответствуют случаю планарного диода.

значениям скорости расширения плазмы, чем в плоском диоде. Но следует обязательно принять во внимание, что в плоской постановке отношение  $j_{em}/j_{CL} \sim 10^4$  было на два порядка выше, чем в сферической (см. уравнение (3.1)). Замечательно, что это отличие в скорости ( $\sim 2$  раза) верно отражается формулой (3.3).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены результаты моделирования начальной стадии расширения плазменного факела в сферически-симметричном вакуумном промежутке при непрерывной эмиссии квазинейтральной плазмы с поверхности катода. Исследование является естественным развитием ранее предложенной плоской кинетической модели расширения плазмы, что позволяет более адекватно описать процессы, в вакуумном диоде с существенно неоднородной геометрической конфигурацией.

Расчеты показали, что физический механизм ускорения ионов во всех рассматриваемых геометриях вакуумного промежутка (планарный, коаксиальный и сферически-симметричный) одинаков. Расширению катодной плазмы способствует тот факт, что периферическая область катодного плазменного сгустка сразу после его инициирования (в результате, например, взрывного механизма) приобретает отрицательный объемный заряд. Это приводит к появлению подвижной области, характеризующейся спадающим профилем электрического потенциала и его локальным минимумом (виртуальный катод), что приводит к непрерывному ускорению ионной компоненты плазмы. Формирование виртуального катода обеспечивается согласованностью эмиссионного тока из плазмы и предельного электронного тока вакуумного диода. Расширение катодной плазмы происходит согласованно с пространственно-временным изменением электрического потенциала и соответствующими ему изменениями напряженности поля. Такая взаимно обусловленная эволюция электродинамических факторов на периферийной границе расширяющейся плазмы обеспечивает непрерывное воздействие ускоряющих сил на ионы.

В некотором смысле, механизм ускорения ионов в вакуумном промежутке схож с поляризационным механизмом формирования потоков убегающих электронов в газовом разряде [24], и представляет собой согласованное движение ионов в подвижной потенциальной “яме” виртуального катода. Независимо от геометрической конфигурации диода ионы могут приобретать “аномально” высокие кинетические энергии  $\epsilon_i > e|\Delta\varphi|$ , превосходящие как тепловые значения, так и нормированное значение анодного напряжения. Это происходит не по причине формирования квазистационарной глубокой потенциальной “ямы” вблизи катода, а из-за воздействия на ионы непрерывной ускоряющей электродинамической силы.

В работе показано, что в сферическом диоде формируются анодонаправленные потоки ионов со средними кинетическими энергиями, в 1.5–2 ниже случая планарного диода при номинально тех же концентрациях катодной плазмы. Но если принять во внимание иное соотношение эмиссионной способности такой плазмы и пропускной способности сферического вакуумного промежутка по сравнению с плоским промежутком, то наблюдаемые в экспериментах скорости разлета катодного факела хорошо согласуются с экспериментальными данными о концентрациях плазмы взрывоэмиссионного центра, вытекающими из представленных результатов теоретического моделирования.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23–29–00239).

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Месиц Г. А.* Взрывная электронная эмиссия. М.: Физматлит, 2011. 280 с.
2. *Месиц Г. А.* Импульсная энергетика и электроника. М.: Наука, 2004. 705 с.
3. *Herrmann A., Balden M., Laux M., Krieger K., Muller H. W., Pugno R., Rohde, V.* Arcing in ASDEX Upgrade with a tungsten first wall. // Journal of Nuclear Materials. 2009. 390–391. P. 747–750.

4. *Rudakov D. L., Chrobak C. P., Doerner R. P., Krasheninnikov S. I., Moyer R. A., Umstadter K. R., Wampler W. R., Wong C. P. C.* Arcing and its role in PFC erosion and dust production in DIII-D. // *Journal of Nuclear Materials*. 2013. V. 438. P. 805–808.
5. *Pitts R. A., Bardin S., Bazylev B., van den Berg M. A., Bunting P., Carpentier-Chouchana S., Coenen J. W., Corre Y., Dejarnac R., Escourbiac F., Gaspar J., Gunn J. P., Hirai T., Hong S.-H., Horacek J., Iglesias D., Komm M., Krieger K., Lasnier C., ... Watkins J. G.* Physics conclusions in support of ITER W divertor monoblock shaping. // *Nuclear Materials and Energy*. 2017. V. 12. P. 60–74.
6. *Плютто А. А.* Ускорение положительных ионов в расширяющейся плазме вакуумных искр. // *ЖЭТФ*. 1960. Т. 39. Вып. 6. С. 1589–1592.
7. *Корон Е. Д. , Плютто А. А.* Ускорение ионов катодного материала при вакуумном пробое. // *ЖТФ*. 1970. Т. 40. Вып. 12. С. 2534–2537.
8. *Корон Е. Д., Плютто А. А.* Влияние плазмы на эмиссию острыйного катода. // *ЖТФ*. 1971. Т. 41. Вып. 5. С. 1055–1057.
9. *Юшков Г. Ю., Бугаев А. С., Кринберг И. А., Окс Е. М.* О механизме ускорения ионов в плазме вакуумного дугового разряда. // *ДАН*. 2001. Т. 46. № 5. С. 41–43.
10. *Kozhevnikov V., Kozyrev A., Kokovin A., Semeniuk N.* The Electrodynamical Mechanism of Collisionless Multicomponent Plasma Expansion in Vacuum Discharges: From Estimates to Kinetic Theory // *Energies*. 2021. V. 14. № 22. P. 7608.
11. *Кожевников В. Ю., Козырев А. В., Семенюк Н. С., Коковин А. О.* Электродинамический механизм ускорения ионов в начальной стадии вакуумного пробоя // *Изв. вузов. Физика*. 2023. Т. 66. № 6. С. 83–91.
12. *Kozyrev A., Kozhevnikov V. Y., Semeniuk N. S., Kokovin A. O.* Initial kinetics of electrons, ions and electric field in planar vacuum diode with plasma cathode. // *Plasma Sci. Sources Technol.* 2023. V. 32. № 10. P. 105010.
13. *Кожевников В. Ю., Козырев А. В., Игумнов В. С., Семенюк Н. С., Коковин А. О.* Кинетическая теория расширения двухкомпонентной плазмы в плоском вакуумном диоде // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2023. № 6. С. 183–191.
14. *Козырев А. В., Кожевников В. Ю., Коковин А. О.* Кинетическая теория расширения катодной плазмы в неоднородной геометрической конфигурации вакуумного диода // *Изв. вузов. Физика*. 2024. Т. 67. № 5. С. 35–45.
15. *Anders A.* Ion charge state distributions of vacuum arc plasmas: The origin of species // *Physical Review E*. 1997. V. 55. P. 969.
16. *Besse N., Sonnendrucker E.* Semi-Lagrangian schemes for the Vlasov equation on an unstructured mesh of phase space // *Journal of Computational Physics*. 2003. V. 191. P. 341–376.
17. *Strang G.* On the Construction and Comparison of Difference Schemes // *SIAM J. Numer. Anal.* 1968. V. 5. № 3. P. 506–517.
18. *Kozhevnikov V. Yu., Kozyrev A. V., Semeniuk N. S.* Modeling of Space Charge Effects in Intense Electron Beams: Kinetic Equation Method vs PIC-method // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2017. V. 45. № 10. P. 2762–2766.
19. *Калиткин Н. Н., Альшин А. Б., Альшина Е. А., Рогов Б. В.* Вычисления на квазиравномерных сетках. М.: Физматлит, 2005. 224 с.
20. *Баренгольц С.А., Месяц Г.А., Перельштейн Э.А.* Феноменологическая модель неустойчивой стадии вакуумного искрового разряда // *Журнал технической физики*. 2009. Т. 79. № 10. С. 45–52.
21. *Torres-Cordoba R., Martinez-Garcia E.* Analytical and exact solutions of the spherical and cylindrical diodes of Langmuir–Blodgett law // *Phys. Plasmas*. 2017. V. 24. P. 103113.
22. *Баженов Г.П., Месяц Г.А., Чесноков С.М.* О замедлении скорости движения эмиссионной границы катодного факела в диоде, работающем в режиме взрывной эмиссии // *Радиотехника и электроника*. 1975. Т. 20. С. 2413.
23. *Шмелев Д.Л., Баренгольц С.А., Цвентух М.* Численное моделирование разлета плазменного факела в искровой стадии вакуумной дуги // *Изв. вузов. Физика*. 2016. Т.59. № 9/3. С. 164–167.
24. *Аскарьян Г.А.* Самоускорение ионизирующих частиц в электрическом поле поляризующей ионизационной петли // *Письма в ЖЭТФ*. 1965. Т.2. №4. С. 179.

# ELECTRODYNAMIC MECHANISM OF EXPANSION OF TWO-COMPONENT PLASMA IN A SPHERICALLY SYMMETRIC VACUUM GAP

A.O. Kokovin<sup>a</sup>, V.Yu. Kozhevnikov<sup>a,\*</sup>, A.V. Kozyrev<sup>a</sup> and N.S. Semenyuk<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Institute of High-Current Electronics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tomsk,  
Russia*

*\*e-mail: Vasily.Y.Kozhevnikov@ieee.org*

**Abstract**— The results of theoretical modeling of spherically symmetric expansion of collisionless carbon plasma from a compact explosive emission center of a vacuum discharge are presented. The modeling is based on the joint solution of the Vlasov kinetic equations for electrons and ions and the Poisson equation for the electric field, written in the spherical coordinate system and averaged over angular variables. It is shown that the calculated cathode plasma expansion velocities are significantly lower in the spherically symmetric geometry than the expansion velocities of plasma with the same parameters obtained by solving the plane problem. The observed expansion velocities of the cathode plume plasma at the level of  $3.5 \cdot 10^6$  cm/s can be explained within the framework of the collisionless mechanism when the criterion imposed on the ratio of the electric emission current to the limiting electric current in the vacuum gap is fulfilled.

**Keywords:** vacuum discharge, collisionless plasma, Vlasov kinetic equation, virtual cathode