

Сличение двух оптических часов на атомах тулия с использованием синхронного опроса¹⁾

А. Головизин^{+,*2)}, Д. Мишин⁺, Д. Проворченко⁺, Д. Трегубов⁺, Н. Колачевский^{+,*}

⁺ Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

^{*} Международный центр квантовых технологий, 121205 Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 марта 2024 г.

После переработки 5 апреля 2024 г.

Принята к публикации 5 апреля 2024 г.

Экспериментально выполнено сличение двух оптических часов на основе атомов тулия в оптических решетках на интервале времени до одного часа. Использование синхронного метода опроса часового перехода в двух независимых атомных ансамблях с помощью одного ультрастабильного лазера позволило устранить флуктуации частоты лазера из измеряемой разности частот и достичь относительной погрешности измерений 10^{-16} после 500 с усреднения, что соответствует относительной нестабильности $2 \times 10^{-15} / \sqrt{7}$. Успешная демонстрация долговременной работы двух систем с использованием синхронного опроса часовых переходов открывает возможность выполнять исследование систематических сдвигов в оптических часах на атомах тулия на уровне 17 знака точности.

DOI: 10.31857/S1234567824090039, EDN: PJTMIV

Введение. Сегодня в оптических часах продемонстрированы рекордно низкие значения систематической погрешности частоты на уровне 18 знака после запятой [1–3]. В свою очередь, экспериментально показана возможность измерения разности частот переходов в атомах с относительной погрешностью 10^{-18} – 10^{-21} что, например, открывает возможность исследования гравитационного красного смещения на миллиметровом масштабе [4–6]. Успехи в создании оптических часов привели к пониманию необходимости переопределения единицы времени (секунды) в международной системе единиц СИ, которое намечено на 2030 г. [7]. Для реализации единицы времени на основе оптических часов требуются точные сличения времени и частоты между различными метрологическими институтами с погрешностью измерений на уровне 10^{-18} . Это может быть реализовано как с помощью сети стабилизированных оптических волокон [8, 9], так и с использованием транспортируемых оптических стандартов частоты [10–13] с соответствующими характеристиками. Транспортируемые оптические часы востребованы для межконтинентального сличения стандартов, для релятивистской геодезии [14], а также для вывода в космос для обеспечения синхронизации (навигация, передача данных).

Оптические часы на атомах тулия являются перспективными для создания транспортируемых систем вследствие малой чувствительности частоты часового перехода на длине волны 1140 нм к внешним ролям. Так, ранее нашей группой был продемонстрирован рекордно низкий для нейтральных атомов сдвиг частоты тепловым излучением [15], а также низкая чувствительность к магнитному полю при формировании синтетической частоты [16]. Также преимуществом тулиевых оптических часов являются удобные длины волн лазерных систем, необходимых для лазерного охлаждения, удержания и спектроскопии часового перехода [15, 17].

В данной работе приведены первые экспериментальные результаты по синхронному сличению двух оптических часов на атомах тулия. В текущей схеме эксперимента реализована техника синхронного опроса, т.е. одновременного возбуждения часовых переходов в двух системах (оптических часах) с помощью одного ультрастабильного часового лазера. Это позволяет исключить влияние фазовых шумов излучения лазера, в том числе за счет периодического опроса часового перехода (эффект Дика), из измеряемой разности частот и достичь нестабильности, которая ограничена стандартным квантовым пределом для независимых частиц [6, 4].

Экспериментальная установка и протокол измерений. Схема уровней атома тулия, задействованных в эксперименте, приведена на рис. 1а. Прин-

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

²⁾e-mail: artem.golovizin@gmail.com

ципы работы первичной и вторичной магнито-оптических ловушек, оптической накачки, одновременного возбуждения двух часовых переходов 4-3 и 3-2 (рис. 1а), а также измерение эффективности возбуждения часового перехода, подробно описаны в работах [16–21]. Все лазерные системы, в том числе ультрастабильный часовой лазер, являются общими, в то время как конструкции двух вакуумных систем (“основной” [16] и “компактной” [22]), в которых захватываются ультрахолодные атомы тулия, несколько отличаются. Отметим, что компактная установка (создана в 2021 г.) имеет размер менее $80 \times 50 \times 60 \text{ см}^3$, и в ней реализована упрощенная схема замедления атомов и внутривакуумный резонатор для оптической решетки. Установка собрана на одной оптической плите, при этом все необходимое оптическое излучение подводится с использованием оптических одномодовых волокон. В будущем это позволит поднять систему на высоту порядка 1 м для исследования гравитационного сдвига частоты.

Как было показано в предыдущих работах [16, 23], при формировании синтетической частоты

$$\nu_s = \frac{\nu_{32} + \nu_{43}}{2}, \quad (1)$$

полностью исключается влияние магнитного поля за счет равенства по модулю зеемановского сдвига нижних и верхних сверхтонких подуровней. В свою очередь, дифференциальная частота

$$\nu_d = \nu_{32} - \nu_{43} \quad (2)$$

лежит в радиочастотном диапазоне и отражает как влияние флуктуаций внешнего магнитного поля, так и шумы, вносимые атомным ансамблем (например, проекционный шум), и системой считывания (шумы фотодетекторов, электроники).

Единичный цикл измерения имеет длительность $T_c = 1 \text{ с}$ и состоит из этапов, схематично показанных на рис. 1b и подробно описанных в [21, 24] и в дополнительных материалах. Такой элементарный цикл повторяется в течение всего сеанса измерений (рис. 1d). Синхронизация двух систем осуществляется в момент окончания зеемановского охлаждения (показано пунктирной линией на рис. 1b) в каждом цикле, что обеспечивает одновременность начала и окончания пробных часовых импульсов с точностью порядка 1 мкс. Для измерения отстройки частоты излучения часового лазера от атомных переходов и стабилизации частоты излучения к каждому переходу в обеих системах проводится возбуждение часового перехода при внесении отстройки пробного излучения $\pm \Delta\nu_c/2 = \pm 5 \text{ Гц}$ от текущего значения резонансной частоты (поочередно на правом

или левом склоне контура линии, см. рис. 1е), $\Delta\nu_c = 10 \text{ Гц}$ – ширина контура линии при 80-мс длительности пробного часового импульса. Отстройка частоты лазерного излучения от резонанса определяется $\delta^{\text{err}} = -\Delta\nu_c(\eta^+ - \eta^-)$, где $\eta^+(\eta^-)$ – измеренные эффективности возбуждения на правом (левом) склоне. Вносимая коррекция частоты $\Delta\nu^{\text{corr}}$ соответствующего акустооптического модулятора, которая компенсирует смещение частоты часового лазера от атомного перехода, вычисляется с использованием цифрового пропорционально-интегрального контроллера с типичными коэффициентами $P = 0.15$ и $I = 0.1$ [23]. Периодически (один раз в n циклов “основных” измерений) выполняются калибровочные измерения, в частности, для определения угла между вектором поляризации решетки и задающим магнитным полем [16].

Таким образом, в каждой системе (основной и компактной) для каждого часового перехода формируется массив

$$\nu^{\text{corr}}[n] = \sum_{i=0}^n \Delta\nu^{\text{corr}}[i], \quad (3)$$

который является аккумулятивной коррекцией частоты соответствующего АОМа после n циклов измерений, а массив

$$\Delta\nu^{\text{meas}}[n] = \nu^0 + \nu^{\text{corr}}[n] + \delta^{\text{err}}[n] \quad (4)$$

отражает мгновенную отстройку частоты часового излучения от частоты атомного перехода, так как ошибка $\delta^{\text{err}}[n]$ измеряется при скорректированной на $\nu^{\text{corr}}[n]$ частоте соответствующего АОМа, ν^0 – начальное смещение частоты излучения соответствующим АОМом.

Для каждой оптической системы из этих величин можно построить массив коррекций и измеренных значений отстройки синтетической и дифференциальной частот:

$$\begin{aligned} \nu_s^{\text{corr}} &= \frac{\nu_{32}^{\text{corr}} + \nu_{43}^{\text{corr}}}{2}, \quad \nu_d^{\text{corr}} = \nu_{32}^{\text{corr}} - \nu_{43}^{\text{corr}}; \\ \Delta\nu_s^{\text{meas}} &= \frac{\Delta\nu_{32}^{\text{meas}} + \Delta\nu_{43}^{\text{meas}}}{2}, \\ \Delta\nu_d^{\text{meas}} &= \Delta\nu_{32}^{\text{meas}} - \Delta\nu_{43}^{\text{meas}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, $\Delta\nu_d^{\text{meas}}$ отражает измеренную дифференциальную частоту ν_d в отдельной системе тулиевых оптических часов (все радиочастоты определены по сравнению с активным водородным мазером). Разность частот между двумя системами равна $\Delta\nu_x^{\text{meas},m} - \Delta\nu_x^{\text{meas},c}$, где индекс x может соответствовать переходу 4-3, 3-2 или синтетической частоте s .

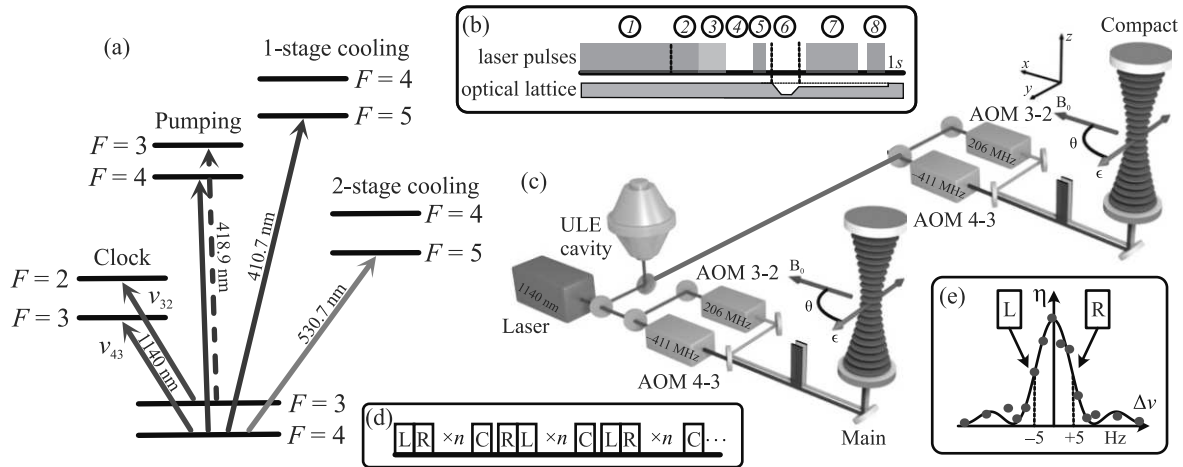


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема эксперимента. (a) – Схема энергетических уровней атома тулия. В эксперименте выполняется стабилизация частоты пробного часового излучения к переходам 4-3 (частота ν_{43}) и 3-2 (ν_{32}). (b) – Единичный цикл измерения: 1 – зеemanовское замедление; 2 – охлаждение в первичной МОЛ; 3 – охлаждение во вторичной МОЛ; 4 – включение магнитного поля и разлет незахваченных в оптическую решетку атомов; 5 – оптическая накачка; 6 – просеивание “горячих” атомов; 7 – возбуждение часовых переходов; 8 – считывание населенностей часовых уровней. (c) – Принципиальная схема экспериментальной установки для формирования часовых импульсов и опроса атомов, удерживаемых в оптической решетке, в основной и компактной системах. AOM – акустооптический модулятор, ULE cavity – ультрастабильный опорный резонатор. (d) – Последовательность циклов измерений на левом (L) и правом (R) склонах и калибровочные измерения (C). Пара измерений на левом и правом склоне повторяется n раз, после чего происходит калибровочное измерение. (e) – Экспериментально измеренный контур линии возбуждения часового перехода 1440 нм (красные кружки) и теоретическая аппроксимация функцией sinc (сплошная линия) с указанием точек опроса на левом и правом склонах

Ниже, обсуждая нестабильность разности часовых частот в двух оптических часах, мы будем говорить именно о этой величине.

Результаты. На рисунке 2 и 3 представлены результаты сличения двух систем при одновременном опросе. Глубина решетки в основной системе составляет $300 E_r$ ($E_r = 1$ кГц – энергия отдачи фотона решетки) при задающем магнитном поле 500 мГс; в компактной системе эти параметры были 500 E_r и 340 мГс, соответственно. Общая длительность эксперимента составила 1 ч. На рисунке 2а представлена долговременная динамика числа атомов до начала опроса на каждом из часовых переходов в основной и компактной системах в процессе эксперимента. Для основной системы происходило уменьшение числа атомов в первые 2800 с, после чего произошло кратковременное падение до нуля и восстановление до начального значения. Такое поведение связано с температурным дрейфом усиливающего резонатора оптической решетки и работой системы обратной связи, приведшей к перепривязке. Планируется усовершенствование усиливающего резонатора для устранения этого эффекта.

В связи с особенностью оптической накачки, число атомов в начальном состоянии $|g, F=4, m_F=0\rangle$ примерно на 25 % больше, чем в состоянии $|g, F=3, m_F=0\rangle$. В обеих системах кратковременные флуктуации числа атомов находятся на уровне 5–8 % (1 стандартное отклонение). Так как в каждом цикле измеряется число возбужденных и невозбужденных атомов и независимо вычисляются эффективности возбуждения для каждого часового перехода, разность начальных населенностей и колебание числа атомов не оказывают существенного влияния на привязку частоты лазерного излучения к каждому из часовых переходов 4-3 и 3-2.

На верхнем графике на рис. 2b представлена зависимость измеренного отклонения $\Delta\nu_s^{\text{meas}}$ (зеленая полупрозрачная линия, за вычетом начального смещения частоты) и внесенной коррекции ν_s^{corr} (черная линия) для синтетической часовой частоты в основной системе. Мгновенные флуктуации частоты часового лазера, которые могут достигать 2 Гц, не превышают полуширины линии перехода $\Delta\nu_c/2 = 5$ Гц, чем обеспечивается корректное определение мгновенной ошибки частоты. На нижнем графике на

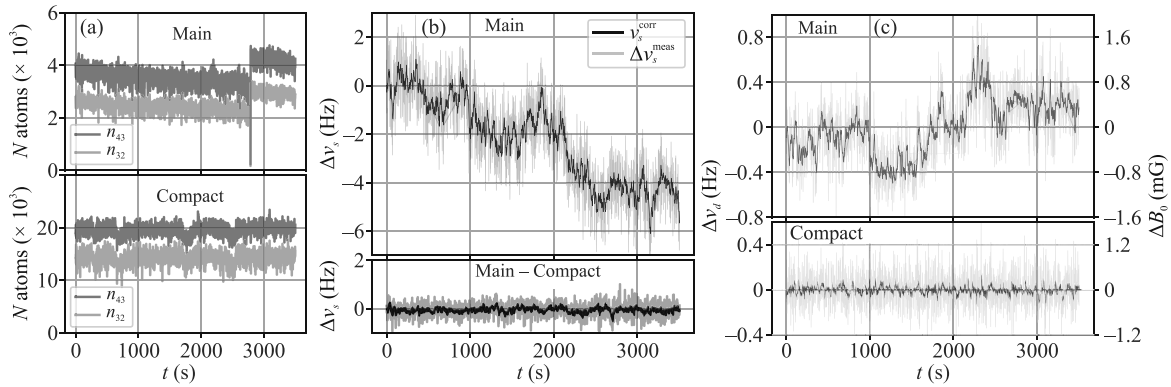


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Число атомов в основной (верхний график) и компактной (нижний график) системах. Синим цветом отображается начальное число атомов на $|g, F = 4, m_F = 0\rangle$ (часовой переход 4-3), оранжевым – на $|g, F = 4, m_F = 0\rangle$ (часовой переход 3-2). (б) – Верхний график – измеренная отстройка частоты лазерного излучения от синтетической часовой частоты в основной системе $\Delta \nu_s^{\text{meas}}$ (полупрозрачная зеленая линия) и усредненное значение ν_s^{corr} (черная линия), которое соответствует внесенной коррекции частоты (см. уравнение (5)). Нижний график – измеренная (серый) и усредненная (черный) разность синтетических часовых частот между компактной и основной системами. (с) – Графики изменения дифференциальной частоты в основной (верхний) и компактной (нижний) системах. Полупрозрачные линии соответствуют $\Delta \nu_d^{\text{meas}}$, сплошные линии – ν_d^{corr} . На правой оси представлено соответствующее изменение величины задающего магнитного поля

рис. 2b приведена разность измеренных значений (серая линия, за вычетом начального смещения частоты) и внесенных корректировок (черная линия) синтетических частот в двух системах. Флуктуации мгновенной разности синтетических часовых частот в двух системах значительно меньше, чем флуктуации смещения отдельных синтетических частот вследствие того, что опрос часовых переходов в двух системах осуществляется синхронно, что делает флуктуации частоты часового лазера общими для двух систем.

О стабильности величины задающего магнитного поля B_0 можно судить по дифференциальной частоте $\nu_d = \nu_{32} - \nu_{43}$, которая обладает квадратичным зеемановским коэффициентом $\beta_d \approx 514 \text{ Гц/Гс}^2$. На рисунке 2с представлены графики изменения дифференциальных часовых частот в основной (верхний график) и компактной (нижний график) системах, полупрозрачные линии отображают $\Delta \nu_d^{\text{meas}}$, сплошные линии ν_d^{corr} (см. (5)). Используя формулу квадратичного зеемановского сдвига, можно пересчитать частотные флуктуации в флуктуации магнитного поля $\Delta B_0 = \Delta \nu_d / (2\beta_d B_0)$ (правая шкала). Отличие результатов для двух систем связано с усовершенствованной конструкцией компактной системы. Флуктуации лабораторного магнитного поля в направлении, перпендикулярном оси квантования, влияют на сдвиг от оптической решетки вследствие ненулевой дифференциальной тензорной поляризуемости часовых переходов [16]. Однако, даже для ам-

плитуды флуктуаций, наблюдаемых в основной системе, соответствующий сдвиг частоты будет менее 1 мГц, что значительно меньше текущей погрешности измерений.

Девииции Аллана для разности синтетических часовых частот ν_s^{meas} между стационарной и компактной системами, а также разности частот отдельных переходов 4-3 (ν_{43}) и 3-2 (ν_{32}) для двух систем представлены на рис. 3. Видно, что после $\tau \approx 100$ с нестабильность частот отдельных переходов ν_{43} и ν_{32} начинает расти, что в основном связано с флуктуациями величины магнитного поля в основной системе. В то же время девиация Аллана для синтетической частоты ν_s^{meas} , нечувствительной к магнитному полю, продолжает уменьшаться и достигает 1×10^{-16} спустя 500 с измерений. Сплошная черная линия отражает девиацию, описываемую формулой $\sigma_y = 2 \times 10^{-15} / \sqrt{\tau}$, где τ – время измерения в секундах, что является аппроксимацией для ν_s^{meas} на больших временах усреднения и соответствует результатам, полученным в других лабораториях мира.

На рисунке 3 также приведены девиации Аллана дифференциальных частот $\Delta \nu_d^{\text{meas}}$ в двух системах, нормированных на оптическую частоту перехода. Как отмечалось выше, флуктуации $\Delta \nu_d^{\text{meas}}$ связаны с шумами магнитного поля, проекционными шумами и шумами считывания. В случае компактной системы девиация $\Delta \nu_d^{\text{meas}}$ составляет менее 2×10^{-17} после 200 с усреднения (фиолетовые точки). Результат является весьма обнадеживающим, поскольку

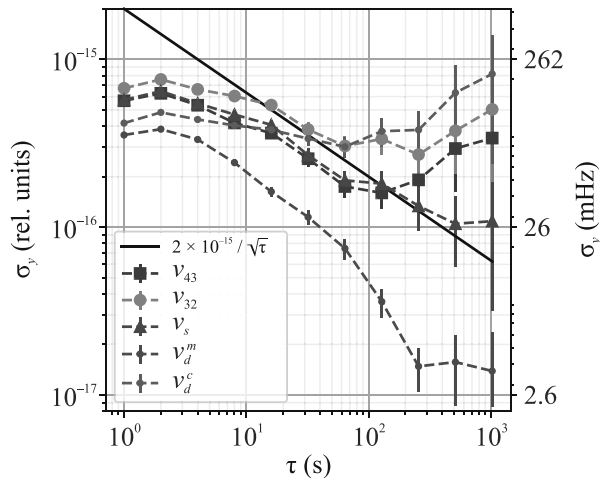


Рис. 3. (Цветной онлайн) Девиация Аллана разности частот двух оптических часов на атомах тулия при синхронном опросе. Оранжевые кружки – девиация разности измеренных отстроек частоты $\Delta\nu_{43}^{\text{meas}}$ часового перехода 4-3 в основной и компактной системах; синие квадраты – то же для частоты $\Delta\nu_{32}^{\text{meas}}$ перехода 3-2; красные треугольники – для синтетической частоты $\Delta\nu_s^{\text{meas}}$. Рост девиации Аллана для частот ν_{43} и ν_{32} на временах более 100 с в основном связан с флуктуациями магнитного поля в основной системе. Зеленые (фиолетовые) точки демонстрируют девиацию Аллана дифференциальной частоты $\Delta\nu_d^{\text{meas}}$ относительно активного водородного лазера ($\nu_d \approx 617$ МГц), нормированную на оптическую частоту часового перехода, в основной (компактной) системе

подтверждает, что значительная часть источников шумов наших компактных оптических часов дает вклад ниже 2×10^{-17} и позволяет рассчитывать на соответствующую погрешность сличения в будущем. С другой стороны, в основной системе (зеленые точки) этот вклад оказывается более, чем на порядок больше $(3-8) \times 10^{-16}$, что, как отмечалось, связано с большими флуктуациями магнитного поля и меньшим количеством атомов.

В свою очередь, наблюдаемая нестабильности разности синтетических частот двух систем ν_s^{meas} (красные треугольники) также находится на уровне 1×10^{-16} , что может быть объяснено вкладом некоррелированных шумов между двумя системами. К ним могут относиться проекционные шумы опрашиваемого ансамбля атомов в основной системе и флуктуации частоты, вносимые оптоволоконными, по которым излучение часового лазера доставляется до каждой из систем. Последние можно устранить методом активной компенсации [25], что планируется сделать в ближайшей перспективе.

Заключение. В работе показаны результаты первого долговременного сличения двух тулиевых

оптических часов с длительностью измерений один час. Относительная нестабильность частот двух систем достигла 1×10^{-16} после 500 с измерения, что сопоставимо с рядом зарубежных образцов. Отметим, что это значение является предельным для микроволновых стандартов (активные водородные мазеры, рубидиевые и цезиевые фонтаны), однако для его достижения требуются интервалы усреднения более суток. Для устранения влияния шумов часового лазера и эффекта Дика использовался метод синхронного опроса, при котором возбуждение часовых переходов в обеих системах выполнялось одновременно. Это позволило уменьшить нестабильность измеряемой частоты на 1 с с $\sigma_L = 0.56$ Гц, наблюдаемой в отдельной системе, до нестабильности $\sigma_s = 0.15$ Гц для разности двух синтетических частот. Отметим, что последнее значение оказывается ниже нестабильности частоты часового лазера $\sigma_L \approx 0.26$ Гц на 1 с [26]. Если сравнивать с измерениями в одной системе с поочередной установкой исследуемого параметра для характеристики его влияния на частоту (например, магнитного поля) [16], выигрыш в нестабильности частоты составил более 6 раз. Мы также продемонстрировали отсутствие влияния флуктуаций магнитного поля, которые в основной системе имели величину порядка 1 мГц, на синтетическую часовую частоту.

В свою очередь, исследуя дифференциальную частоту между двумя компонентами часового перехода, нам удалось охарактеризовать вклад собственных шумов одной из систем (компактной) менее 2×10^{-17} , что указывает на возможность достижения этого уровня при сличении двух систем после внесения ряда технических усовершенствований.

Стоит отметить, что достигнутой точности измерения разницы синтетических часовых частот 10^{-16} уже достаточно для наблюдения гравитационного смещения при изменении относительной высоты атомных ансамблей на 1 м. Увеличение надежности работы отдельных лазерных систем, усиливающего резонатора в основной установке и компенсация шумов оптических волокон позволит в ближайшее время провести более длительные измерения с меньшей нестабильностью сличения частот.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ) в рамках гранта #21-72-10108.

Конфликт интересов. Конфликт интересов отсутствует.

1. S. M. Brewer, J.-S. Chen, A. M. Hankin, E. R. Clements, C.-w. Chou, D. J. Wineland, D. B. Hume, and

- D.R. Leibrandt, *Phys. Rev. Lett.* **123**(3), 033201 (2019).
2. T. Bothwell, D. Kedar, E. Oelker, J.M. Robinson, S.L. Bromley, W.L. Tew, J. Ye, and C.J. Kennedy, *Metrologia* **56**(6), 065004 (2019).
3. B. Bloom, T. Nicholson, J. Williams, S. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. Bromley, and J. Ye, *Nature* **506**(7486), 71 (2014).
4. T. Bothwell, C.J. Kennedy, A. Aepli, D. Kedar, J.M. Robinson, E. Oelker, A. Staron, and J. Ye, *Nature* **602**(7897), 420 (2022).
5. W. McGrew, X. Zhang, R. Fasano, S. Schäffer, K. Beloy, D. Nicolodi, R. Brown, N. Hinkley, G. Milani, M. Schioppo, T. Yoon, and A. Ludlow, *Nature* **564**(7734), 87 (2018).
6. E. Oelker, R. Hutson, C. Kennedy et al. (Collaboration), *Nat. Photonics* **13**(10), 714 (2019).
7. N. Dimarcq, M. Gertsz, G. Milet et al. (Collaboration), *Metrologia* **61**, 012001 (2023).
8. F. Riehle, *Nat. Photonics* **11**(1), 25 (2017).
9. K. Predehl, G. Grosche, S. Raupach, S. Droste, O. Terra, J. Alnis, T. Legero, T. Hänsch, T. Udem, R. Holzwarth, and H. Schnatz, *Science* **336**(6080), 441 (2012).
10. S. Koller, J. Grotti, St. Vogt, A. Al-Masoudi, S. Dörscher, S. Häfner, U. Sterr, and C. Lisdat, *Phys. Rev. Lett.* **118**(7), 073601 (2017).
11. I. Semerikov, K.Y. Khabarova, I. Zalivako, A. Borisenko, and N. Kolachevsky, *Bull. Lebedev Phys. Inst.* **45**, 337 (2018).
12. J. Stuhler, M.A. Hafiz, B. Arar et al. (Collaboration), *Measurement: Sensors* **18**, 100264 (2021).
13. J. Cao, J. Yuan, S. Wang et al. (Collaboration), *Appl. Phys. Lett.* **120**(5), 054003 (2022).
14. M. Takamoto, Y. Tanaka, and H. Katori, *Appl. Phys. Lett.* **120**(14), 140502 (2022).
15. A. Golovizin, E. Fedorova, D. Tregubov, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, *Nat. Commun.* **10**(1), 1724 (2019).
16. A.A. Golovizin, D.O. Tregubov, E.S. Fedorova, D.A. Mishin, D.I. Provorchenko, K.Y. Khabarova, V.N. Sorokin, and N.N. Kolachevsky, *Nat. Commun.* **12**(1), 5171 (2021).
17. A. Golovizin, D. Tregubov, M. Yaushev, D. Mishin, D. Provorchenko, and N. Kolachevsky, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **306**, 108629 (2023).
18. D. Sukachev, A. Sokolov, K. Chebakov, A. Akimov, S. Kanorsky, N. Kolachevsky, and V. Sorokin, *Phys. Rev. A* **82**(1), 011405 (2010).
19. D. Sukachev, A. Sokolov, K. Chebakov, A. Akimov, N. Kolachevsky, and V. Sorokin, *JETP Lett.* **92**, 703 (2010).
20. G. Vishnyakova, E. Kalganova, D. Sukachev, S. Fedorov, A. Sokolov, A. Akimov, N. Kolachevsky, and V. Sorokin, *Laser Phys.* **24**(7), 074018 (2014).
21. E. Fedorova, A. Golovizin, D. Tregubov, D. Mishin, D. Provorchenko, V. Sorokin, K. Khabarova, and N. Kolachevsky, *Phys. Rev. A* **102**(6), 063114 (2020).
22. A. Golovizin, D. Tregubov, D. Mishin, D. Provorchenko, and N. Kolachevsky, *Opt. Express* **29**(22), 36734 (2021).
23. D. Tregubov, D. Provorchenko, D. Mishin, N. Kolachevskii, and A. Golovizin, *JETP* **137**(2), 195 (2023).
24. D.A. Mishin, D.I. Provorchenko, D.O. Tregubov, A.A. Golovizin, K.Y. Khabarova, V.N. Sorokin, and N.N. Kolachevsky, *Quantum Electron.* **52**(6), 505 (2022).
25. K.Y. Khabarova, K.S. Kuderyarov, G.A. Vishnyakova, and N.N. Kolachevsky, *Quantum Electron.* **47**(9), 794 (2017).
26. K.S. Kuderyarov, A.A. Golovizin, A.S. Borisenko, N.O. Zhadnov, I.V. Zalivako, D.S. Kryuchkov, E. Chiglintsev, G.A. Vishnyakova, K.Y. Khabarova, and N.N. Kolachevsky, *JETP Lett.* **114**, 243 (2021).