

## Обратный эффект Фарадея в сверхпроводниках с конечной щелью в спектре возбуждений

А. В. Путилов<sup>+1)</sup>, С. В. Миронов<sup>+</sup>, А. С. Мельников<sup>+\*</sup>, А. А. Беспалов<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт физики микроструктур РАН, 603950 Н.Новгород, Россия

<sup>\*</sup>Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 30 марта 2023

После переработки 17 апреля 2023 г.

Принята к публикации 17 апреля 2023 г.

В работе построено аналитическое описание обратного эффекта Фарадея (генерации не зависящего от времени магнитного момента под действием циркулярно поляризованной электромагнитной волны) в мезоскопических сверхпроводящих образцах с конечной величиной щели в спектре возбуждений. В рамках модифицированной нестационарной теории Гинзбурга–Ландау (уравнений Крамера–Уоттс–Тобина) для тонких сверхпроводящих дисков показано, что в широком диапазоне параметров зависимость оптически индуцированного магнитного момента от температуры немонотонна и содержит максимум, обусловленный расфазировкой колебаний модуля и фазы параметра порядка при понижении температуры и соответствующем уменьшении характерного времени релаксации возмущений в сверхпроводящем конденсате.

DOI: 10.31857/S123456782311006X, EDN: djnvex

Исследование механизмов управления магнитными состояниями в сверхпроводниках с помощью электромагнитного излучения является бурно развивающейся областью физики конденсированных сред, что обусловлено перспективами их использования в квантовых вычислительных устройствах [1, 2], элементах сверхпроводящей спинтроники [3, 4] и динамически перестраиваемых джозефсоновских системах [5–8]. Ключевым параметром, определяющим характер воздействия излучения на сверхпроводники, является отношение энергии фотонов к величине щели в спектре возбуждений сверхпроводника. Для излучения оптического диапазона это отношение существенно больше единицы, поэтому доминирующим механизмом воздействия излучения на сверхпроводник является рождение квазичастиц, которое может приводить как к нагреву образца и подавлению сверхпроводимости, так и стимулированию сверхпроводимости за счет увеличения сверхпроводящей щели при генерации неравновесных квазичастиц [9–12]. В недавних экспериментах было продемонстрировано, что локальный разогрев сверхпроводника сфокусированным лазерным пучком позволяет осуществлять управление положением одиночных магнитных вихрей Абрикосова [13], что открывает возможность создания джозефсоновских контактов с перестраиваемым ток-фазовым соотношением [5].

Вместе с тем, для излучения с энергией фотонов меньше сверхпроводящей щели становятся существенными эффекты, зависящие не только от энергии фотонов и плотности их потока, но и от поляризации электромагнитной волны. Так, в серии работ [14–17] было показано, что циркулярно поляризованное излучение инфракрасного диапазона может индуцировать в сверхпроводящем образце магнитный момент, среднее значение которого по времени отлжно от нуля, а направление определяется поляризацией падающей волны. Это явление, называемое обратным эффектом Фарадея, было впервые предсказано для материалов без поглощения Л. П. Питаевским [18] и экспериментально обнаружено в ферромагнитных изоляторах [19–22], а затем и в проводящих материалах [23, 24] (теоретические подходы к описанию обратного эффекта Фарадея в проводниках и полупроводниках были развиты в работах [25–33]). При этом использование ультракоротких лазерных импульсов позволяет индуцировать и контролировать осцилляции магнитного момента в образце с периодом порядка нескольких фемтосекунд и временем затухания порядка пикосекунды [22]. Фактически, воздействие циркулярно поляризованной волны на среду аналогично воздействию стационарного магнитного поля, способного вызывать как поляризацию электронных спинов, так и орбитальный диамагнитный отклик. В этом контексте, изучение обратного эффекта Фарадея в сверхпроводящих си-

<sup>1)</sup>e-mail: alputilov@ipmras.ru

стемах представляет особый интерес, поскольку индуцированные лазерным импульсом диамагнитные сверхпроводящие токи при некоторых условиях могут продолжать существовать неограниченно долго после окончания импульса. В частности, если величина оптически индуцированного магнитного момента окажется достаточной для формирования абрикосовского вихря или состояния с ненулевой завихренностью в неодносвязном сверхпроводнике, то результирующие магнитные состояния будут обладать топологической защитой и не разрушатся при выключении излучения [16].

Простейшее описание обратного эффекта Фарадея в сверхпроводниках может быть построено в рамках нестационарной теории Гинзбурга–Ландау [14]. При этом ключевую роль в возникновении эффекта играет электрон-дырочная асимметрия в сверхпроводниках, приводящая к наличию мнимой части константы релаксации в уравнении Гинзбурга–Ландау и, как следствие, к возбуждению колебаний модуля параметра порядка под действием поля электромагнитной волны. Построенная в работах [14–17] теория позволяет проанализировать частотные зависимости оптически индуцированного магнитного момента и описать формирование топологически защищенных магнитных состояний в неодносвязных образцах, однако область ее применимости существенно ограничена случаем бесщелевых сверхпроводников и узким интервалом температур вблизи критической температуры сверхпроводящего фазового перехода.

Вместе с тем, хорошо известно, что область применимости нестационарной теории Гинзбурга–Ландау может быть существенно расширена в рамках подхода Крамера–Уоттс–Тобина [34–38], который учитывает конечную величину сверхпроводящей щели в присутствии достаточно сильного электрон-фононного взаимодействия. В настоящей работе в рамках данного подхода построено обобщение теории обратного эффекта Фарадея на случай сверхпроводников с конечной величиной щели, позволившее проанализировать температурные и частотные зависимости оптически индуцированного магнитного момента в широком диапазоне параметров системы. В частности, показано, что в широком интервале частот излучения зависимость магнитного момента  $M$  от температуры  $T$  немонотонна и содержит максимум, обусловленный изменением соотношения между частотой излучения и характерным обратным временем релаксации модуля параметра порядка, зависящим от времени. Несмотря на то, что данный эффект проявляется и в случае бесщелевой сверхпроводимости (см. работу [14]), учет конечной вели-

чины сверхпроводящей щели оказывается важным с точки зрения возможности экспериментального наблюдения эффекта, поскольку приводит к смещению максимума  $M$  вниз по температуре и, тем самым, позволяет указать наиболее реалистичные условия для экспериментального обнаружения обратного эффекта Фарадея.

В качестве модельного объекта рассмотрим тонкий сверхпроводящий диск толщины  $L$  с произвольным соотношением между радиусом  $R$  и сверхпроводящей длиной когерентности  $\xi$ . Будем предполагать, что на диск падает плоская циркулярно поляризованная электромагнитная волна с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ , перпендикулярным поверхности диска (рис. 1). Для описания электромаг-

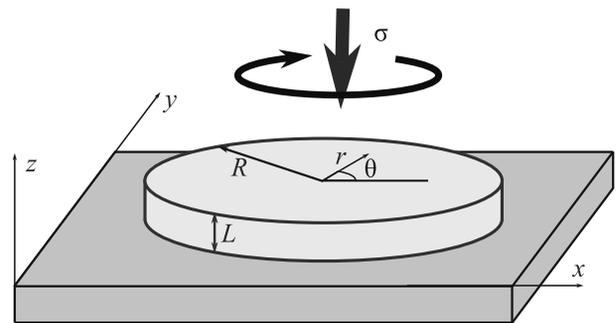


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематичное изображение сверхпроводящего диска радиуса  $R$  и толщины  $L$  и падающей электромагнитной волны с циркулярной поляризацией  $\sigma$ . Также на рисунке показаны используемые в расчетах декартова и полярная системы координат

нитной волны будем использовать векторный потенциал в следующей калибровке:  $\mathbf{A} = \text{Re}\tilde{\mathbf{A}} = (cE_0/\omega)\text{Re}[(\mathbf{e}_y - i\mathbf{e}_x)e^{-i\omega t - ikz}]$ , где  $k = \omega/c$  – модуль волнового вектора волны, а  $E_0$  – амплитуда электрического поля внутри сверхпроводника. Связь этого поля с электрическим полем падающей электромагнитной волны  $E_{\text{ext}}$  существенно зависит от формы диска и определяется эффектами деполяризации. Для оценки заменим сверхпроводящий диск эллипсоидом с полуосями  $R$ ,  $R$  и  $L/2$  и воспользуемся решением стандартной задачи о деполяризации [39], которая дает:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \frac{\tilde{\mathbf{A}}_{\text{ext}}}{1 + (\pi/8)(L/R)[\epsilon(\omega) - 1]}, \quad (1)$$

где  $\epsilon(\omega)$  – диэлектрическая проницаемость металла, которую будем вычислять, предполагая вклад от нормальных и сверхпроводящих электронов аддитивными. В пределе локальной связи между током и векторным потенциалом для сверхпроводящего кон-

денсата в приближении  $\tau_{tr} \ll 1/\omega$ , где  $\tau_{tr}$  – характерное время рассеяния на примесях, выражение для  $\epsilon(\omega)$  при температуре ниже критической температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  имеет вид:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{2\pi^2}{7\zeta(3)} \frac{T_c \tau_{tr}}{\hbar} \frac{\omega_p^2 \varepsilon}{\omega^2} + i \frac{\omega_p^2 \tau_{tr}}{\omega}, \quad (2)$$

где второе слагаемое соответствует вкладу сверхпроводящих электронов [40], третье слагаемое – вкладу нормальных электронов, величина  $\omega_p^2 = 4\pi n_0 e^2/m$  – плазменная частота металла,  $n_0$  – полная концентрация электронов,  $\varepsilon = 1 - T/T_c$ , а  $\zeta(3) \approx 1.2$  – дзета-функция Римана. Вид зависимости  $\epsilon(\omega)$  и, соответственно, линейная связь между  $\tilde{\mathbf{A}}_{ext}$  и  $\tilde{\mathbf{A}}$  определяется материальными и геометрическими параметрами образца. Отметим, что при  $\omega \gg T_c \varepsilon$  диэлектрическая проницаемость определяется в основном нормальными электронами, и ее зависимостью от температуры можно пренебречь. В противоположном пределе ( $\omega \ll T_c \varepsilon$ ) основной вклад в деполяризующий фактор обеспечивают сверхпроводящие электроны. В этом случае при частоте  $\omega^* \sim \omega_p \sqrt{(L/R)\varepsilon\tau_{tr}T_c/\hbar}$  происходит резонансное усиление действующего электромагнитного поля и, соответственно, магнитного момента. Далее будем находить величину магнитного момента диска как функцию действующего электромагнитного поля. Предполагая, что геометрические размеры диска много меньше лондоновской глубины проникновения  $\lambda$ , длины электромагнитной волны  $2\pi c/\omega$  и глубины скин-слоя  $\delta \sim c/(\omega_p \sqrt{\omega\tau_{tr}})$ , можно считать что амплитуда электромагнитной волны в диске задается формулой (1) и не зависит от пространственных координат.

Для описания динамики параметра порядка будем использовать уравнение Крамера–Уоттс–Тобина [38], в котором феноменологически учтено наличие мнимой части константы релаксации, обусловленной электрон-дырочной асимметрией в плотности состояний:

$$\frac{\Gamma(u + i\gamma)}{\sqrt{\Gamma^2 + |\psi|^2}} \left( \psi_t + \frac{1}{2\Gamma^2} \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} \right) - \xi_0^2 \alpha_0 \left( i\nabla - \frac{\mathbf{A}}{\Phi_0} \right)^2 \psi - \alpha_0 \varepsilon \psi + b |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3)$$

В этом уравнении  $\alpha_0 \varepsilon$  и  $b$  – обычные параметры теории Гинзбурга–Ландау,  $\Phi_0 = \pi \hbar c/e$  – квант потока магнитного поля ( $e > 0$ ),  $\xi_0$  – длина когерентности, интерполированная к нулевой температуре, а  $u = \hbar \pi \alpha_0 / (8T_c)$ . Уравнение (3) отличается от нестационарного уравнения Гинзбурга–Ландау, во-первых, наличием дополнительного параметра  $\Gamma =$

$\hbar \tau_{ph}^{-1}/2$ , связанного со временем неупругой электрон-фононной релаксации  $\tau_{ph}$ , и во-вторых, наличием мнимой части константы релаксации  $\gamma$ , имеющей относительный порядок  $\gamma/u \propto T_c/E_F$ . Для низкотемпературных и ряда высокотемпературных сверхпроводников имеет место неравенство  $T_c/E_F \ll 1$ , однако для некоторых высокотемпературных сверхпроводников отношение  $T_c/E_F$  может быть не слишком мало.

Несмотря на то, что уравнение (3) справедливо в узкой окрестности вблизи критической температуры, определяемой условием  $\varepsilon \ll \Gamma/\Delta_0$ , (где  $\Delta_0 = \sqrt{\alpha_0/b}$  – интерполированный к нулю параметр порядка), данное ограничение является менее жестким, чем граница применимости нестационарной теории Гинзбурга–Ландау [38]  $\varepsilon \ll (\Gamma/\Delta_0)^2$ . Таким образом, использование уравнения (3) позволяет построить обобщение результатов работы [14] на область температур  $0 \ll \varepsilon \ll \Gamma/\Delta_0$ . Заметим, что уравнение (3) корректно описывает динамику параметра порядка при частотах  $\omega \ll \tau_{ph}^{-1}$  [40].

Для простоты мы не учитываем электрохимический потенциал в уравнении (3), пренебрегая, тем самым, процессами конверсии сверхпроводящего тока в нормальный. Эти процессы происходят на масштабе  $l_e \sim \xi(T)(1 + \psi_0^2/\Gamma^2)^{1/2}$ , где  $\psi_0 = \sqrt{\alpha_0 \varepsilon/b}$  – равновесное значение модуля параметра порядка, а  $\xi = \xi_0/\sqrt{\varepsilon}$ . Такое пренебрежение допустимо в случае, когда  $l_e \gg \min(R, l_\omega)$ , где  $l_\omega$  – характерный масштаб локализации возмущений параметра порядка под действием электромагнитной волны. Масштаб  $l_\omega$  определяется решением уравнения (3) и, как будет показано ниже, составляет  $l_\omega = \xi_0(1 + \psi_0^2/\Gamma^2)^{1/4}/\sqrt{\omega\tau_0}$ ,  $\tau_0 = u/\alpha_0$ . В случае  $\psi_0 \ll \Gamma$  масштаб конверсии  $l_e$  сравним с длиной когерентности  $\xi$ , так что область применимости используемого нами приближения определяется условием  $\min[R/\xi, \sqrt{\varepsilon/(\omega\tau_0)}] \ll 1$ . С другой стороны, в случае развитой сверхпроводимости  $\psi_0 \gg \Gamma$  соотношение для масштаба конверсии принимает вид  $l_e \sim \xi\psi_0/\Gamma$ , что позволяет рассмотреть более широкую температурную область вблизи критической температуры, чем в работе [14], а также большие радиусы сверхпроводящих дисков. При этом ограничение на возможные величины  $R$  и  $\omega$  при расчете обратного эффекта Фарадея принимает вид:  $\min[R\Gamma/(\xi\psi_0), \sqrt{\psi_0 \varepsilon/(\Gamma\omega\tau_0)}] \ll 1$ .

Будем решать нестационарную задачу, используя теорию возмущений, малыми параметрами в которой является амплитуда падающей электромагнитной волны и параметр  $\gamma/u$ . Говоря о малой амплитуде

де падающей электромагнитной волны, мы имеем в виду, что индуцированное возмущение параметра порядка существенно меньше модуля параметра порядка в отсутствие волны. Будем считать, что решение уравнения (3) в нулевом порядке представляет собой однородный не зависящий от времени параметр порядка, амплитуда которого  $\psi_0$  зависит от температуры, а фазу будем для определенности считать равной нулю. Для дальнейших расчетов удобно явно выделить амплитуду и фазу параметра порядка  $\psi = |\psi| \exp(i\chi)$  и решать задачу методами теории возмущений:  $|\psi| = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2 + \dots$ ,  $\chi = \chi_1 + \chi_2 + \dots$ , где  $\psi_j$  и  $\chi_j$  ( $j = 0, 1, 2, \dots$ ) пропорциональны малому параметру  $[cE_0R/(\Phi_0\omega)]^j$ . Введем безразмерный параметр  $\beta = (1 + \psi_0^2\Gamma^{-2})^{-1/2}$ , который в предельном случае бесщелевой сверхпроводимости принимает значение  $\beta = 1$ , а в пределе низких температур  $\beta \approx \Gamma\psi_0^{-1} \ll 1$ . Тогда, в первом порядке теории возмущений уравнение (3) для  $\psi_1$  и  $\chi_1$  принимает следующий вид:

$$\beta\psi_0(iu - \gamma)\chi_{1t} + \beta^{-1}(u + i\gamma)\psi_{1t} - \xi_0^2\alpha_0\nabla^2\psi_1 - i\xi_0^2\alpha_0\psi_0\nabla^2\chi_1 + 2\alpha_0\varepsilon\psi_1 = 0. \quad (4)$$

Будем предполагать, что граничные условия для параметра порядка совпадают с граничными условиями стационарной теории Гинзбурга–Ландау:

$$\left. \frac{\partial\psi_1}{\partial r} \right|_{r=R} = 0; \quad \left. \left( \frac{\partial\chi_1}{\partial r} + \frac{2\pi}{\Phi_0}\mathbf{A}_r \right) \right|_{r=R} = 0. \quad (5)$$

Рассматривая гармонические процессы, введем комплексные амплитуды  $\tilde{p}$ , соответствующие величинам  $p$ , (где в качестве  $p$  можно рассматривать любую из величин  $\psi_1$ ,  $\chi_1$  или  $\mathbf{A}$ ), следующим образом:

$$p(r, \theta, t) = \text{Re} [\tilde{p}(r, \omega)e^{i\theta - i\omega t}]. \quad (6)$$

Так как система цилиндрически симметричная, будем искать решение уравнения (4) в виде

$$\tilde{\psi}_1 = \tilde{\psi}_{1q}J_1(qr), \quad \tilde{\chi}_1 = \tilde{\chi}_{1q}J_1(qr), \quad (7)$$

где  $J_1(x)$  – функция Бесселя первого порядка. Подставляя выражение (7) в уравнение (4) и разделяя действительную и мнимую часть, получаем систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} i\omega\beta\nu\tilde{\chi}_{1q} - i\omega\tau\beta^{-1}\tilde{\psi}_{1q} + \xi^2q^2\tilde{\psi}_{1q} + 2\tilde{\psi}_{1q} = 0, \\ i\omega\tau\beta\tilde{\chi}_{1q} + i\omega\nu\beta^{-1}\tilde{\psi}_{1q} - \xi^2q^2\tilde{\chi}_{1q} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\tau = \tau_0/\varepsilon$ ,  $\nu = \gamma/(\alpha_0\varepsilon)$ . Допустимые волновые числа  $q$ , входящие в выражение (7), определяется характеристическим уравнением системы (8) и имеют вид

(при выводе мы пренебрегаем слагаемыми порядка  $\nu^2$ ):

$$q_1 = \xi^{-1}\sqrt{i\omega\tau\beta^{-1} - 2}, \quad q_2 = \xi^{-1}\sqrt{i\omega\tau\beta}. \quad (9)$$

Следует отметить, что векторный потенциал  $\mathbf{A}$  входит только в граничные условия (5), возбуждая колебания фазы параметра порядка. Далее, эти колебания фазы вследствие наличия электрон-дырочной асимметрии возбуждают колебания модуля параметра порядка, амплитуда которых пропорциональна  $E_0$ . Характерный пространственный масштаб фазы определяется только волновым вектором  $q_2$  ( $l_\omega = 1/|q_2|$ ), тогда как масштаб возмущения модуля параметра порядка определяется обоими векторами  $q_1$  и  $q_2$ . С учетом граничных условий распределения модуля и фазы параметра порядка принимают вид:

$$\tilde{\chi}_1 = \frac{2\pi icE_0}{\Phi_0\omega} \frac{J_1(q_2r)}{q_2J_1'(q_2R)}, \quad (10)$$

$$\tilde{\psi}_1 = \frac{2\psi_0\pi cE_0\nu\beta R}{\Phi_0[2 + i\omega\tau(\beta - \beta^{-1})]} \left[ \frac{J_1(q_2r)}{q_2J_1'(q_2R)} - \frac{J_1(q_1r)}{q_1J_1'(q_1R)} \right]. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) позволяют вычислить усредненную по времени азимутальную компоненту  $\langle j_{s\theta} \rangle$  сверхпроводящего тока и величину среднего по времени магнитного момента  $M$  диска:

$$M = \frac{L}{c} \int_0^R \langle j_{s\theta} \rangle \pi r^2 dr, \quad (12)$$

где

$$\langle j_{s\theta}(r) \rangle = \frac{4\pi\alpha_0 T_c \xi_0^2 c}{\Phi_0} \psi_0^2 \text{Re} \left[ \tilde{\psi}_1 \left( \frac{i\tilde{\chi}_1^*}{r} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \tilde{A}_\theta^* \right) \right]. \quad (13)$$

Подставляя найденные выражения для  $\tilde{\psi}_1$  и  $\tilde{\chi}_1$  в (13) и проводя интегрирование по радиальной координате в (12), окончательно получаем выражение для не зависящей от времени компоненты магнитного момента:

$$M = G \frac{\gamma\beta R^4}{\omega} \text{Re} \left[ \frac{2F}{2 + i\omega\tau(\beta - \beta^{-1})} \right], \quad (14)$$

$$F = \frac{2(x_1^2 f(x_2^*) - x_2^{*2} f(x_1))}{x_1^2(x_1^2 - x_2^{*2})} - \frac{f(x_2^*) + f(x_2)}{x_2^2}. \quad (15)$$

В выражениях (13) и (14)  $x_1 = q_1R$ ,  $x_2 = q_2R$ ,  $G = 8\pi^4 \xi_0^2 c^2 L E_0^2 \alpha_0 / (b\Phi_0^3)$  а функция  $f(x)$  определена как  $f(x) = J_2(x)/J_1'(x)$ , где  $J_n(x)$  – функция Бесселя порядка  $n$ , а  $J_n'(x)$  – ее первая производная. Отметим, что при любых допустимых параметрах  $|x_1| > |x_2|$  и  $x_2^2 = -x_2^{*2}$ .

Характер зависимостей рассчитанного магнитного момента  $M$  от температуры и частоты определяется соотношением между четырьмя ключевыми параметрами: частотой излучения  $\omega$ , перенормированным обратным временем Гинзбурга–Ландау  $\omega_{GL} = \beta\tau^{-1}$  и двумя обратными временами  $\omega_{\Delta} = \beta\tau_T^{-1}$  и  $\omega_{\chi} = \beta^{-1}\tau_T^{-1}$ , где  $\tau_T = \tau_0(R/\xi_0)^2$  – время Таулесса для диска.

Для иллюстрации механизма возникновения максимума на зависимостях  $M(T)$  при заданной частоте рассмотрим сначала случай больших дисков, для которых  $R \gg \xi_0$  ( $\Delta_0/\Gamma$ ). В этом случае возмущения модуля параметра порядка и электрохимического потенциала, обусловленного производной  $\partial\chi/\partial t$ , прижаты к краю диска, причем пространственный масштаб затухания  $\psi_1$ , обусловленный волновым числом  $q_1$  в выражении (9), зависит от соотношения между частотой излучения  $\omega$  и величиной  $\omega_{GL}$ . При фиксированной частоте в области высоких температур, где  $\omega \gg \omega_{GL}$ , волновое число  $q_1$  зависит от  $T$  лишь в меру слабой зависимости  $\beta(T)$ , так что, с понижением температуры магнитный момент растет как  $M \propto \varepsilon$ , что соответствует температурной зависимости величины  $\psi_0^2$ . При дальнейшем понижении температуры частота  $\omega$  становится меньше  $\omega_{GL}$ , и масштаб радиального затухания возмущений  $\psi_1$  становится порядка  $\xi$ . При этом разность фаз между возмущением модуля параметра порядка и азимутальной компонентой скорости стремится к  $\pi/2$ , что, в соответствии с формулой (13), эффективно приводит к подавлению магнитного момента. Для описания кроссовера между двумя описанными режимами примем во внимание, что при больших модулях комплексного аргумента ранее определенная функция  $f(x)$  может быть представлена в виде  $f(x) = -1 + ix^{-1} - 0.5x^{-2} + O(x^{-3})$ , что после подстановки в (14) дает следующее выражение для магнитного момента (соответствующие зависимости  $M(T)$  показаны на рис. 2):

$$M = \frac{2G\gamma R^2 \xi_0^2}{\omega} \frac{\beta\varepsilon}{4\beta^2\varepsilon^2 + \omega^2\tau_0^2}. \quad (16)$$

Данная зависимость  $M(\varepsilon)$  имеет максимум при  $2\beta\varepsilon = \omega\tau_0$ . Подстановка явного выражения для  $\beta$  в это условие приводит к квадратному уравнению относительно величины  $\varepsilon$ , соответствующей максимуму магнитного момента:  $\omega\tau_0\sqrt{1 + \Delta_0^2\varepsilon/\Gamma^2} = 2\varepsilon$ . В отличие от случая бесщелевых сверхпроводников, зависимость этой температуры от частоты является нелинейной. Физическая причина возникновения максимума связана с расфазировкой колебаний модуля и фазы параметра порядка при пониже-

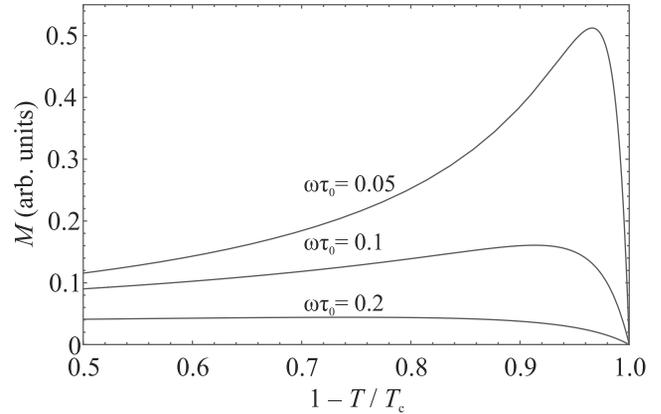


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости магнитного момента диска от температуры для разных частот падающей циркулярнополяризованной волны. Расчет выполнен для  $R = 15\xi_0$ ,  $\Delta_0 = 5\Gamma$

нию температуры и соответствующем уменьшении характерного времени релаксации возмущений в сверхпроводящем конденсате.

Теперь проанализируем зависимость магнитного момента от частоты при различных температурах. Для этого удобно использовать диаграммы на плоскости параметров температура–частота, показанные на рис. 3 для дисков с различным соотношением между радиусом  $R$  и пространственным масштабом  $\xi_0$  ( $\Delta_0/\Gamma$ ). Области, пронумерованные римскими цифрами, соответствуют асимптотическим режимам, в которых магнитный момент различным образом зависит от температуры и частоты излучения, а сплошными линиями обозначены границы между областями. В пределе высоких частот, когда  $\omega$  превышает все остальные характерные обратные времена  $\omega_{GL}$ ,  $\omega_{\Delta}$  и  $\omega_{\chi}$  (области I), выражение для  $M$  принимает вид

$$M_I = \frac{2G\gamma R^2 \xi_0^2 \beta\varepsilon}{\tau_0^2 \omega^3}. \quad (17)$$

В обратном предельном случае, когда частота излучения много меньше остальных характерных обратных времен, магнитный момент  $M \propto E_0^2\omega$ , однако множитель в этом выражении зависит от соотношения между радиусом и температурно зависящей длиной когерентности  $\xi$ : вблизи  $T_c$  (при  $R \ll \xi$ , области III)

$$M_{III} = \frac{73}{5760} \frac{G\gamma R^{10} \beta\varepsilon\omega\tau_0^2}{\xi_0^6}, \quad (18)$$

тогда как при более низких температурах, где  $R \gg \xi$  (области IV),

$$M_{IV} = \frac{7}{192} \frac{G\gamma R^6 \beta\omega\tau_0^2}{\xi_0^2 \varepsilon}. \quad (19)$$

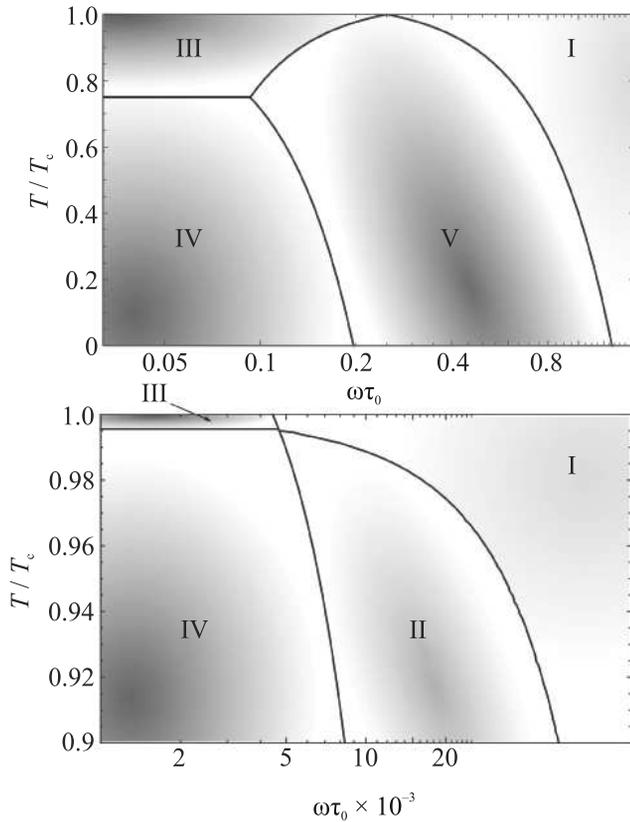


Рис. 3. (Цветной онлайн) Схематичное изображение различных областей параметров и асимптотик магнитного момента. (а) –  $\Gamma/\Delta_0 = 0.2$ ,  $R/\xi_0 = 2$ . (б) –  $\Gamma/\Delta_0 = 0.2$ ,  $R/\xi_0 = 15$ . Цветом схематично обозначены области применимости различных асимптотик выражения для магнитного момента. Граница между областями I и II, а также IV и V определяются соотношением:  $\beta\varepsilon = \omega\tau_0$ ; между областями II и IV, I и III, а также I и V:  $R^2\beta\omega\tau_0 = \xi_0^2$ ; между областями III и IV:  $R^2\varepsilon = \xi_0^2$ ; между областями III и V:  $R^2\omega\tau_0 = \beta\xi_0^2$

Заметим, что поведение магнитного момента в высокочастотном и низкочастотном пределах качественно совпадает с поведением  $M$  в случае бесщелевых сверхпроводников. Вместе с тем, в области промежуточных частот между этими двумя случаями имеются существенные различия. Главное из них заключается в существовании двух различных масштабов частот  $\omega_\Delta$  и  $\omega_\chi$ , которые совпадают друг с другом в пределе нулевой щели. Различие этих масштабов приводит к существованию области V на диаграмме для  $R \ll \xi_0$  ( $\Delta_0/\Gamma$ ) (рис. 3а), которая отсутствует для бесщелевых сверхпроводников и в которой

$$M_V = \frac{7}{48} \frac{G\gamma R^6 \beta^3 \varepsilon}{\xi_0^2 \omega}. \quad (20)$$

Границы этой области определяются условием  $\omega_\Delta \ll \ll \omega \ll \omega_\chi$  для случая  $R \ll \xi$  и условием  $\omega_{GL} \ll \omega \ll$

$\ll \omega_\chi$  для случая  $R \gg \xi$ . В случае же дисков большого радиуса, для которых  $R \gg \xi_0$  ( $\Delta_0/\Gamma$ ) (рис. 3б), область промежуточных частот (область II) ограничена интервалом частот  $\omega_\chi \ll \omega \ll \omega_{GL}$  и существует только при  $R \gg \xi$ . Магнитный момент в этой области описывается выражением (16).

Следует отметить, что, в отличие от случая бесщелевых сверхпроводников, граница между областями I и II, на которой магнитный момент достигает максимума как функция температуры, является нелинейной, что смещает максимум в область более низких температур. Данное обстоятельство должно способствовать возможности более четкого экспериментального детектирования максимума, так как он соответствует области температур с развитой сверхпроводимостью. Также отметим, что аналогичный максимум на зависимостях  $M(\varepsilon)$  наблюдается и при переходе из областей III в области IV для дисков произвольного радиуса.

Для экспериментального детектирования обратного эффекта Фарадея представляется оптимальным использование высокотемпературных купратов или сверхпроводников на основе железа. Их преимущество обусловлено, во-первых, сравнительно большой величиной  $\Delta/E_F$  (и, соответственно, большой величиной  $\gamma$ ) и, во-вторых, малыми значениями плотности состояний, способствующими меньшему деполяризованному подавлению поля. Рассматривая для оценки параметры  $T_c \sim 100$  К и  $\tau_{ph} \sim 10^{-12}$  с [41, 42], получаем характерные величины  $\tau_0 \sim 2 \cdot 10^{-14}$  с,  $\Gamma/\Delta_0 \sim 0.01$ . В рамках нашей модели время электрон-фононной релаксации  $\tau_{ph}$  накладывает ограничение на частоту излучения  $\omega \lesssim \tau_{ph}^{-1}$ . При таких частотах максимум на зависимости  $M(T)$  достигается при температурах, определяемых условием  $\beta\varepsilon = \omega\tau_0/2$ , и составляет  $T \sim T_c (1 - \omega^2/\omega_c^2)$ , где  $\omega_c \sim \tau_0 \Delta_0/\Gamma \sim 10^{12}$  с $^{-1}$ . Также следует отметить, что альтернативным методом детектирования обратного эффекта Фарадея является неравновесное возбуждение и последующее детектирование вихрей разной полярности с помощью механизма Киббл-Зурека (см. работу [43] и ссылки в ней). В этом случае динамика вихрей, возникающая после быстрого охлаждения образца, приводит к преимущественному выходу из диска вихрей одной полярности. При этом одним из ключевых параметров, определяющих итоговую разность числа вихрей противоположной полярности, является масштаб локализации сверхпроводящего тока вблизи края диска, который определяется величиной  $l_w$ . Эта величина существенно больше в модели Крамера-Уоттс-Тобина по сравнению с моделью бесщелевой сверхпроводимости, что

должно приводить к более эффективной генерации ненулевой завихренности диска.

Таким образом, в работе показано, что зависимости магнитного момента диска от температуры имеют максимум в широком диапазоне параметров системы. Для дисков достаточно большого радиуса  $R \gg \xi_0 \Delta_0 / \Gamma$  в пределе высоких частот (при  $\omega \gg \tau_T^{-1}$ ) максимум достигается при температурах, определяемых условием  $\omega_{GL} \sim \omega/2$ , тогда как в обратном предельном случае (при  $\omega \ll \tau_T^{-1}$ ) положение максимума определяется условием  $\xi \sim R$ . Также показано, что для малых дисков с радиусом  $R \ll \xi_0 \Delta_0 / \Gamma$  наличие конечной сверхпроводящей щели в спектре возбуждений приводит к возникновению новых режимов, которые отсутствуют в случае бесщелевых сверхпроводников. В частности, при  $\beta < 1$  возникает интервал частот излучения, в котором магнитный момент диска зависит от температуры и частоты как  $M \sim E_0^2 \beta^3 \varepsilon / \omega$ . В заключение отметим, что эффекты деполаризации, описываемые уравнением (1), могут приводить к изменению частотных и температурных зависимостей магнитного момента, поэтому определение параметров, оптимальных с точки зрения экспериментального детектирования описанных в работе эффектов, требует анализа геометрии конкретного образца.

Работа выполнена в рамках проекта Российского научного фонда # 21-72-10161. Часть работ по анализу асимптотик частотных зависимостей магнитного момента выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ # 075-03-2022-106 (проект FSMG-2023-0011) Московского физико-технического института (А. С. Мельников).

1. I. Chiorescu, Y. Nakamura, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij, *Science* **299**, 1869 (2003).
2. S. Anders, M. G. Blamire, F.-I. Buchholz, D.-G. Cr  t  , R. Cristiano, P. Febvre, L. Fritzsche, A. Herr, E. Il'ichev, J. Kohlmann, J. Kunert, H.-G. Meyer, J. Niemeyer, T. Ortlev, H. Rogalla, T. Schurig, M. Siegel, R. Stolz, E. Tarte, H. J. M. ter Brake, H. Toepfer, J.-C. Villegier, A. M. Zagoskin, and A. B. Zorin, *Phys. C* **410**, 2079 (2010).
3. M. Eschrig, *Adv. Phys.* **55**, 47 (2006).
4. J. Linder and J. Robinson, *Nat. Phys.* **11**, 307 (2015).
5. S. Mironov, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, Ph. Tamarat, B. Lounis, and A. Buzdin, *Phys. Rev. B* **96**, 214515 (2017).
6. W. Magrini, S. V. Mironov, A. Rochet, P. Tamarat, A. I. Buzdin, and B. Lounis, *Appl. Phys. Lett.* **114**, 142601 (2019).
7. S. Mironov, H. Meng, and A. Buzdin, *Appl. Phys. Lett.* **116**, 162601 (2020).
8. S. V. Mironov and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. B* **104**, 134502 (2021).
9. G. M. Eliashberg, *Pis'ma v ZhETF* **11**, 186 (1970) [*JETP Lett.* **11**, 114 (1970)].
10. T. M. Klapwijk, J. N. van den Bergh, and J. E. Mooij, *J. Low Tem. Phys.* **26**, 385 (1977).
11. D. Fausti, R. I. Tobey, N. Dean, S. Kaiser, A. Dienst, M. C. Hoffmann, S. Pyon, T. Takayama, H. Takagi, and A. Cavalleri, *Science* **331**, 189 (2011).
12. R. Mankowsky, A. Subedi, M. F  rst et al. (Collaboration), *Nature* **516**, 71 (2014).
13. S. Veshchunov, W. Magrini, S. V. Mironov, A. G. Godin, J.-B. Trebbia, A. I. Buzdin, Ph. Tamarat, and B. Lounis, *Nat. Commun.* **7**, 12801 (2016).
14. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, I. D. Tokman, V. Vadimov, B. Lounis, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 137002 (2021).
15. M. D. Croitoru, B. Lounis, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. B* **105**, L020504 (2022).
16. M. D. Croitoru, S. V. Mironov, B. Lounis, and A. I. Buzdin, *Adv. Quantum Technol.* **5**, 2200054 (2022).
17. V. D. Plastovets, I. D. Tokman, B. Lounis, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. B* **106**, 174504 (2022).
18. L. P. Pitaevskii, *JETP* **12**, 1008 (1961).
19. J. P. van der Ziel, P. S. Pershan, and L. D. Malmstrom, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 190 (1965).
20. A. Kirilyuk, A. V. Kimel, and T. Rasing, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2731 (2010).
21. A. Kirilyuk, A. V. Kimel, and T. Rasing, *Rep. Prog. Phys.* **76**, 026501 (2013).
22. V. Kimel, A. Kirilyuk, P. A. Usachev, R. V. Pisarev, A. M. Balbashov, and Th. Rasing, *Nature* **435**, 655 (2005).
23. C. D. Stanciu, F. Hansteen, A. V. Kimel, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, and Th. Rasing, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 207401 (2007).
24. O. H.-C. Cheng, D. J. H. Son, and M. Sheldon, *Nature Photon.* **14**, 365 (2020).
25. R. Hertel, *J. Magn. Mag. Materials* **303**, L1 (2006).
26. R. Hertel and M. F  hnle, *Phys. Rev. B* **91**, 020411(R) (2015).
27. M. Battiato, G. Barbalinardo, and P. M. Oppeneer, *Phys. Rev. B* **89**, 014413 (2014).
28. I. D. Tokman, *Phys. Lett. A* **252**, 83 (1999).
29. G. F. Quinteiro and P. I. Tamborenea, *Europhys. Lett.* **85**, 47001 (2009).
30. K. L. Koshelev, V. Yu. Kachorovskii, and M. Titov, *Phys. Rev. B* **92**, 235426 (2015).
31. K. L. Koshelev, V. Yu. Kachorovskii, M. Titov, and M. S. Shur, *Phys. Rev. B* **95**, 035418 (2017).
32. O. V. Kibis, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 106802 (2011).

33. M. V. Durnev and S. A. Tarasenko, Phys. Rev. B **103**, 165411 (2021).
34. L. Kramer and R. J. Watts-Tobin, Phys. Rev. Lett. **40**, 1041 (1978).
35. R. J. Watts-Tobin, Y. Krähenbühl, and L. Kramer, J. Low Temp. Phys. **42**, 459 (1981).
36. А. А. Голуб, ЖЭТФ **71**, 341 (1976).
37. G. Shon and V. Ambegaokar, Phys. Rev. B **19**, 3515 (1979).
38. Б. И. Ивлев, Н. В. Копнин, Успехи физических наук **142**, 435 (1984) [B. I. Ivlev and N. V. Kopnin, Sov. Phys.-Uspekhi **27**, 206 (1984)].
39. Л. Д. Ландау, Л. П. Питаевский, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматлит, М. (2001).
40. N. V. Kopnin, *Theory of Nonequilibrium Superconductivity*, Oxford Science, London (2001).
41. S. G. Doettinger, S. Kittelberger, R. P. Huebener, and C. C. Tsuei, Phys. Rev. B **56**, 14157 (1997).
42. A. Pashkin, M. Porer, M. Beyer, K. W. Kim, A. Dubroka, C. Bernhard, X. Yao, Y. Dagan, R. Hackl, A. Erb, J. Demsar, R. Huber, and A. Leitenstorfer, Phys. Rev. Lett. **105**, 167001 (2010).
43. V. D. Plastovets, I. D. Tokman, B. Lounis, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. B **106**, 174504 (2022).