

# Излучение Смита–Парселла, управляемое полем стоячей лазерной волны

А. А. Тищенко<sup>1)</sup>

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

Международная научно-образовательная лаборатория радиационной физики,  
Национальный исследовательский университет “БелГУ”, 308034 Белгород, Россия

Поступила в редакцию 22 декабря 2022 г.

После переработки 27 декабря 2022 г.

Принята к публикации 28 декабря 2022 г.

Излучение Смита–Парселла (ИСП) хорошо известно как источник квазимонохроматического электромагнитного излучения, возникающего при движении быстрых электронов над дифракционной решеткой. В настоящей работе рассчитана генерация излучения Смита–Парселла от плоской поверхности, вдоль которой присутствует поле стоячей лазерной волны. Периодически изменяющееся поле лазера индуцирует периодическую неоднородность распределения электронов в приповерхностном слое; эта периодичность, являясь аналогом дифракционной решетки, приводит к возможности генерации излучения Смита–Парселла. Показано, что свойства излучения Смита–Парселла от такой необычной “световой” решетки также необычны: дисперсионное соотношение, в отличие от стандартного для ИСП, не содержит порядков дифракции, так что все излучение сосредоточено в одном пике. Рассчитанный эффект позволяет управлять частотой или углом излучения, меняя частоту лазера, и может представлять интерес для разработки новых компактных источников излучения с перестраиваемыми характеристиками и для невозмущающей диагностики релятивистских электронных пучков.

DOI: 10.31857/S1234567823040031, EDN: phxemp

**1. Введение.** Излучение Смита–Парселла (ИСП) возбуждается при пролете заряженных частиц вблизи мишени, которая имеет периодичность в направлении движения заряда. ИСП было экспериментально зарегистрировано в 1953 г. [1] американскими учеными Смитом и Парселлом, и носит их имя; однако, еще в 1942 г. оно было теоретически предсказано И. М. Франком [2]. Позже ИСП было детально изучено теоретически и экспериментально для дифракционных решеток разных профилей и из разных материалов [3–5], легло в основу мощных источников излучения – оротронов (или ГДИ – генератор дифракционного излучения, пользуясь терминологией академика В. П. Шестопалова [6], который посвятил разработке этого прибора значительное время, добившись его практической реализации). Еще позже, в конце 20-го – начале 21-го века, ИСП начали исследовать как основу для невозмущающей диагностики релятивистских электронных пучков [7–12]: действительно, поскольку для генерации ИСП достаточно лишь пролета пучка рядом с решеткой, прямого рассеяния электронов в материале мишени не происходит, и

единственное, что может возмущать характеристики электронного пучка, это импульс отдачи, которым на практике в относительно мягком спектральном диапазоне чаще всего пренебрегают. В последние годы ИСП очень активно исследуется как источник излучения от более экзотических структур: наноплазмонных кристаллов [13–17], фотонных кристаллов [18–23], метаповерхностей [24–28], ИСП от закрученных электронов [29–31], ИСП вблизи связанных состояний в континууме [32] и др.

На практике для генерации ИСП используются разные типы решеток: синусоидальные, стриповые, эшелетт и т.п., которые объединяет наличие периодически повторяющихся выступов – элементов решетки. Период решетки  $d$  определяет главные характеристики ИСП, связывая длину волны  $\lambda$  и угол излучения  $\theta$  при заданной скорости электрона  $v = \beta c$ :

$$\lambda s = d(\beta^{-1} - \cos \theta), \quad (1)$$

где  $s$  – целое число ( $s > 0$ ).

С квантовой точки зрения, однако, для генерации излучения свободным электроном необходима передача импульса вдоль траектории электрона неоднородной структуре [33]. Периодически-неровные поверхности реализуют лишь один из частных случа-

<sup>1)</sup>e-mail: tishchenko@mephi.ru

ев решетки. Между тем, периодически-неоднородные оптические свойства могут быть созданы полем лазера, которое сохранит поверхность ровной, но создаст оптическую неоднородность свойств поверхности. Подстройка частоты лазера позволит управлять периодом решетки, а тем самым и характеристиками излучения.

Ниже мы рассмотрим генерацию излучения при пролете релятивистских электронов над ровной поверхностью, вдоль которой сформировано поле стоячей лазерной волны, см. рис. 1.

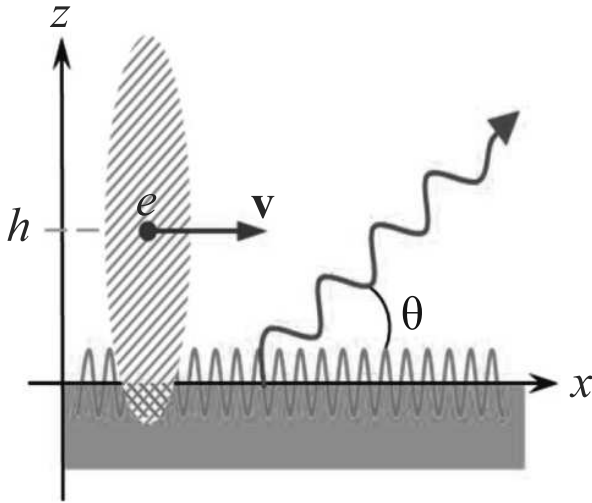


Рис. 1. (Цветной онлайн) Электрон с зарядом  $e$  (фиолетовым) летит на расстоянии  $h$  вдоль ровной поверхности полубесконечной среды (зеленым) и генерирует ИСП (голубым) от оптической периодической неоднородности, индуцированной полем стоячей лазерной волны (оранжевым)

**2. Плотность тока и излучение.** Рассмотрим материал с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_0(\omega)$ , находящийся во внешнем поле стоячей лазерной волны

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{E}_L(\omega) \cos(k_0 x), \quad (2)$$

где  $k_0 = \sqrt{\varepsilon(\omega_0)}(\omega_0/c)$  – волновое число, характеризующее период стоячей волны.

Для изотропного материала дополнительное слабое в диэлектрической проницаемости, возникающее ввиду дополнительной поляризации вещества внешним полем, может быть только квадратичным по полю, поскольку не существует никакого постоянного вектора, с помощью которого можно было бы составить линейный по полю тензор второго ранга [34] (эффект Керра):

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(\omega)\delta_{ij} + \chi E_{Li}(\mathbf{r}, \omega)E_{Lj}(\mathbf{r}, \omega), \quad (3)$$

где  $\chi$  – некоторый коэффициент, характеризующий способность среды поляризоваться под действием внешнего поля  $\mathbf{E}_L$ . Пренебрегая влиянием анизотропии свойств приповерхностного слоя, можем записать диэлектрическую проницаемость среды в виде

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(\omega) + \chi |\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, \omega)|^2, \quad (4)$$

Таким образом, с учетом известной связи

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(\omega) + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma(\mathbf{r}, \omega), \quad (5)$$

можно видеть, что стоячая волна лазера, направленного вдоль поверхности, создает в приповерхностном слое периодически-модулированные оптические свойства, описываемые функцией  $\sigma(\mathbf{r}, \omega)$ , которая из сравнения формул (4) и (5) имеет вид

$$\sigma(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\omega}{4\pi i} \chi |\mathbf{E}_L(\omega)|^2 \cos^2(k_0 x). \quad (6)$$

Вводя обозначение  $I_L = |\mathbf{E}_L(\omega)|^2$ , получаем, что под действием внешнего поля свободных электронов  $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega)$ , пролетающих над такой поверхностью на расстоянии  $h$ , возникает плотность тока

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\omega}{4\pi i} \chi I_L \cos^2(k_0 x) \mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega). \quad (7)$$

Считая этот приповерхностный слой с индуцированной в нем периодической неоднородностью тонким, рассчитаем характеристики излучения в вакууме. В домене  $(\mathbf{q}, \omega)$  фурье-образ уравнений Максвелла является алгебраическим, что позволяет получить уравнение, связывающее компоненты фурье-образов поля  $\mathbf{E}(\mathbf{q}, \omega)$  и  $\mathbf{j}(\mathbf{q}, \omega)$ :

$$A_{ij} E_j(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{4\pi i \omega}{c^2} j_i(\mathbf{q}, \omega), \quad (8)$$

где  $A_{ij} = q_i q_j - (q^2 - \omega^2/c^2)\delta_{ij}$ . Обратный тензор должен иметь ту же тензорную структуру, что и прямой, т.е. иметь вид  $A_{ij}^{-1} = a q_i q_j + b \delta_{ij}$ . Неизвестные коэффициенты  $a$  и  $b$  можно найти, используя условие  $A_{ij}^{-1} A_{js} = \delta_{is}$ , так что в домене  $(\mathbf{r}, \omega)$  фурье-образ поля принимает вид

$$E_i(\mathbf{r}, \omega) = \frac{4\pi i}{\omega} \int d^3 q e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \frac{k^2 \delta_{ij} - q_i q_j}{q^2 - k^2} j_j(\mathbf{q}, \omega), \quad (9)$$

где обозначено  $k = \omega/c$ . Для вычисления поля излучения удобно воспользоваться известной асимптотикой

$$\int d^3 q e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \frac{f(\mathbf{q})}{q^2 - k^2 - i0} \xrightarrow{kr \gg 1} 2\pi^2 \frac{e^{ikr}}{r} f(\mathbf{k}), \quad (10)$$

где  $\mathbf{k} = k\mathbf{r}/r$ . Тогда распределение по углам и частотам энергии, излученной зарядом  $e$ , есть

$$\frac{d^2W(\mathbf{n}, \omega)}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{c} \frac{\chi^2 I_L^2}{\omega^2 4\pi^4} |\mathbf{k} \times \boldsymbol{\xi}|^2, \quad (11)$$

где

$$\boldsymbol{\xi} = \int d^3r e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \cos^2(k_0 x) \times \\ \times \int d^3q e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} e^{-iq_z h} \frac{k^2 \mathbf{v} - \omega \mathbf{q}}{q^2 - k^2} \delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}). \quad (12)$$

Пусть свободный электрон движется вдоль оси  $x$ . Вычисление интегралов в формуле (12) дает

$$\frac{d^2W(\mathbf{n}, \omega)}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{c} \chi^2 I_L^2 \frac{\pi}{8} \frac{T}{(1 - \beta n_x)^2} e^{-h\rho} \times \\ \times \frac{|\mathbf{k} \times (\mathbf{b} - i\omega \rho \mathbf{e}_z)|^2}{\omega^2 \rho^2 (\rho^2 + k_z^2)} \delta\left(\omega - \frac{2\omega_0 \sqrt{\varepsilon(\omega_0)}}{\beta^{-1} - n_x}\right), \quad (13)$$

где  $\gamma$  – Лоренц-фактор электрона,  $\mathbf{n}$  – единичный вектор в направлении излучения,

$$\mathbf{b} = \frac{\omega^2}{v\gamma^2} \mathbf{e}_x + \omega k_y \mathbf{e}_y, \\ \rho = \frac{\omega}{c\beta\gamma} \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 n_y^2}. \quad (14)$$

При получении формулы (13) учтено, что излучения Вавилова–Черенкова в вакууме нет и частота положительна; также, мы воспользовались известным представлением квадрата дельта-функции через произведение дельта-функции на время процесса излучения  $T$ , как в задаче Тамма о черенковском излучении при конечном времени пролета.

**3. Анализ.** Выражение (13) пропорционально характерной экспоненте  $e^{-h\rho}$ , стандартной для любой разновидности дифракционного излучения или ИСП. Квадратичная зависимость от интенсивности лазерного поля  $I_L^2$  также ожидаема: это характерная черта для изотропных материалов, оптические свойства которых, индуцированные внешним полем, характеризуются квадратичной зависимостью  $|\mathbf{E}_L|^2$  по амплитуде поля в соответствии с законом Керра; наличие квадратичной зависимости уже в плотности индуцированного тока (см. формулу (7)), приводит в формуле (13) к квадратичной зависимости интенсивности излучения от интенсивности поля лазерной волны. Также, ожидаемой является линейная зависимость от времени пролета электрона  $T$  над областью поверхности, где существует стоячая волна – это характерная черта для всех типов излучения, генерируемых с единицы длины пути (излучение Вавилова–Черенкова, ИСП и др.).

Необычным в выражении (13) является аргумент дельта-функции, связывающий частоту излучения с углом и периодом решетки:

$$\omega = \frac{2\omega_0 \sqrt{\varepsilon(\omega_0)}}{\beta^{-1} - n_x}. \quad (15)$$

Наличие двойки в знаменателе правой части определяется квадратичностью зависимости от амплитуды внешнего поля в законе Керра; аналогично возникает и генерация второй гармоники в нелинейной оптике. Перепишем (15) в виде

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{2} (\beta^{-1} - \cos \theta). \quad (16)$$

Величина  $\lambda_0 = 2\pi c/(\omega_0 \sqrt{\varepsilon(\omega_0)})$  определяет период стоячей волны в среде с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon(\omega_0)$ . Формула (16) отличается от (1) прежде всего отсутствием дифракционных порядков. Это фундаментальное различие является следствием того, что поверхность ровная. В работе [12] показано, что наличие дифракционных порядков сохраняется в дисперсионном соотношении для любого профиля периодически-неровной поверхности.

Другой интересной чертой выражения (16) является зависимость минимальной длины волны  $\lambda_{\min} = \lambda_0/(4\gamma^2)$  от Лоренц-фактора: эта зависимость является отличительной чертой обратного томсоновского (или, в квантовом режиме, комптоновского) рассеяния. Физически это может быть объяснено тем, что плотность динамической поляризации вещества, являющаяся источником излучения, создается (Лоренц-деформированным) кулоновским полем быстрого электрона (см. пересечение серого и оранжевого на рис. 1). В случае релятивистской скорости электрона эта область с релятивистской же скоростью перемещается и взаимодействует с полем (стоячей) лазерной волны, а в этой постановке задача имеет характерные черты задачи об обратном томсоновском/комптоновском рассеянии фотонов на релятивистских электронах.

Отметим, что использование лазера в подобных задачах не является чем-то экзотическим. К примеру, в хорошо разработанном и применяемом на практике методе электрооптической диагностики (*electro-optic sampling*), имеющем очень широкое применение [35, 36], и в том числе и для диагностики электронных пучков [37], поле электронов пучка возмущает электронную плотность в приповерхностном слое, меняя тем самым его оптические свойства, что регистрируется лазерным лучом, направленным вдоль поверхности. Предсказанный в настоящей работе эффект может быть использован при разработке невоз-

мушающих схем диагностики релятивистских электронных пучков, как самостоятельный, так и для модификации электрооптической схемы; в этом плане, резкая квадратичная зависимость интенсивности излучения по формуле (13) от интенсивности лазерной волны может быть особенно привлекательна с экспериментальной точки зрения.

Полученный нами результат означает, что в отличие от стандартного ИСП от периодически-неровных решеток, в исследованном нами типе излучения не содержится дифракционных порядков, “уводящих” излучение с фиксированной длиной волны в другие углы. В нашем случае все излучение на одной частоте сосредоточено в одном пике. Данный эффект позволяет управлять частотой или углом излучения, меняя частоту лазера, и может лечь в основу новых компактных источников излучения с перестраиваемыми характеристиками.

Автор благодарен А. М. Фещенко за полезные обсуждения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, проект # FZWG-2020-0032 (2019-1569) (части 1, 2) в конкурсной части госзадания по созданию и развитию лабораторий, и, частично, договор # 075-15-2021-1361 от 07.10.2021 (часть 3).

1. S. J. Smith and E. M. Purcell, Phys. Rev. **92**, 1069 (1953).
2. И. М. Франк, Известия АН СССР, сер. Физ. **6**, 3 (1942).
3. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН **88**, 209-251 (1966) [B. M. Bolotovskii and G. V. Voskresenskii, Sov. Phys. Usp. **9**, 73 (1966)].
4. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН **94**, 378 (1968) [B. M. Bolotovskii and G. V. Voskresenskii, Sov. Phys. Usp. **11**, 143 (1968)].
5. S. J. Glass and H. Mendlowitz, Phys. Rev. **174**, 57 (1968).
6. V. P. Shestopalov, *The Smith-Purcell Effect*, Nova Science Publishers, Commack, NY (1998).
7. G. Doucas, J. H. Mulvey, M. Omori, J. Walsh, and M. F. Kimmitt, Phys. Rev. Lett. **69**, 1761 (1992).
8. P. Rullhusen, X. Artru, and P. Dhez, *Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons*, World Scientific, Singapore (1998).
9. A. P. Potylitsyn, Phys. Lett. A **238**, 112 (1998).
10. Y. Shibata, S. Hasebe, K. Ishi, S. Ono, M. Ikezawa, T. Nakazato, M. Oyamada, S. Urasawa, T. Takahashi, T. Matsuyama, K. Kobayashi, and Y. Fujita, Phys. Rev. E **57**, 1061 (1998).
11. G. Kube, H. Backe, H. Euteneuer, A. Grendel, F. Hagenbuck, H. Hartmann, K. H. Kaiser, W. Lauth, H. Schope, G. Wagner, Th. Walcher, and M. Kretzschmar, Phys. Rev. E **65**, 056501 (2002).
12. М. И. Рязанов, М. Н. Стриханов, А. А. Тищенко, ЖЭТФ **126**, 349 (2004) [M. I. Ryazanov, M. N. Strikhanov, and A. A. Tishchenko, JETP **99**, 311 (2004)].
13. I. Kaminer, S. E. Kooi, R. Shiloh, B. Zhen, Y. Shen, J. J. López, R. Remez, S. A. Skirlo, Y. Yang, J. D. Joannopoulos, A. Arie, and M. Soljačić, Phys. Rev. X **7**, 011003 (2017).
14. C. Roques-Carmes, S. E. Kooi, Y. Yang, A. Massuda, P. D. Keathley, A. Zaidi, Y. Yang, J. D. Joannopoulos, K. K. Berggren, I. Kaminer, and M. Soljačić, Nat. Commun. **10**, 3176 (2019).
15. F. J. García de Abajo, Rev. Mod. Phys. **82**, 209 (2010).
16. N. Rivera and I. Kaminer, Nat. Rev. Phys. **2**, 538 (2020).
17. A. A. Tishchenko and D. Yu. Sergeeva, Phys. Rev. B **100**, 235421 (2019).
18. T. Ochiai and K. Ohtaka, Opt. Express **13**, 7683 (2005).
19. N. Horiuchi, T. Ochiai, J. Inoue, Y. Segawa, Y. Shibata, K. Ishi, Y. Kondo, M. Kanbe, H. Miyazaki, F. Hinode, S. Yamaguti, and K. Ohtaka, Phys. Rev. E **74**, 056601 (2006).
20. D. Yu. Sergeeva, A. A. Tishchenko, and M. N. Strikhanov, Nucl. Instrum. Methods B **402**, 206 (2017).
21. D. I. Garaev, D. Yu. Sergeeva, and A. A. Tishchenko, Phys. Rev. B **103**, 075403 (2021).
22. А. А. Тищенко, Д. Ю. Сергеева, Письма в ЖЭТФ **115**, 762 (2022) [D. Yu. Sergeeva and A. A. Tishchenko, JETP Lett. **115**(12), 713 (2022)].
23. D. Yu. Sergeeva, D. I. Garaev, and A. A. Tishchenko, JOSA B **39**, 3275 (2022).
24. Y. Yang, A. Massuda, C. Roques-Carmes, S. E. Kooi, T. Christensen, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, O. D. Miller, I. Kaminer, and M. Soljačić, Nature Phys. **14**, 894 (2018).
25. L. Liang, W. Liu, Y. Liu, Q. Jia, L. Wang, and Y. Lu, Appl. Phys. Lett. **113**, 013501 (2018).
26. A. Pizzi, G. Rosolen, L. J. Wong, R. Ischebeck, M. Soljačić, T. Feurer, and I. Kaminer, Adv. Sci. **7**, 1901609 (2020).
27. D. Yu. Sergeeva, A. S. Aryshev, A. A. Tishchenko, K. E. Popov, N. Terunuma, and J. Urakawa, Opt. Lett. **46**, 544 (2021).
28. A. Karnieli, D. Roitman, M. Liebrau, S. Tsesses, N. V. Nielsen, I. Kaminer, A. Arie, and A. Polman, Nano Lett. **22**, 5641 (2022).
29. R. Remez, A. Karnieli, S. Trajtenberg-Mills, N. Shapira, I. Kaminer, Y. Lereah, and A. Arie, Phys. Rev. Lett. **123**, 060401 (2019).
30. D. V. Karlovets and A. M. Pupasov-Maksimov, Phys. Rev. A **103**, 012214 (2021).

31. A. Pupasov-Maksimov and D. Karlovets, Phys. Rev. A **105**, 042206 (2022).
32. Z. Chen, M. Jin, L. Mao, X. Shi, N. Bai, and X. Sun, Opt. Lett. **47**, 2911 (2022).
33. М.Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Изд-во АН АрмССР, Ереван (1969) [M. L. Ter-Mikaelian, *High-Energy Electromagnetic Processes in Condensed Media*, Wiley-Interscience, N.Y. (1972)].
34. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред, Курс теоретической физики*, Наука, М. (1992), т.8 [L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, Pergamon Press, Oxford (1993)].
35. B. Crockett, J. van Howe, N. Montaut, R. Morandotti, and J. Azana, Laser Photonics Rev. **16**, 2100635 (2022).
36. E. Ridente, M. Mamaikin, N. Altwaijry, D. Zimin, M.F. Kling, V. Pervak, M. Weidman, F. Krausz, and N. Karpowicz, Nature Commun. **13**, 1111 (2022).
37. R. Pompili, M.P. Anania, M. Bellaveglia, A. Biagioni, G. Castorina, E. Chiadroni, A. Cianchi, M. Croia, D. Di Giovenale, and M. Ferrario, New J. Phys. **18**, 083033 (2016).