

УДК 534-16:550.34

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СХЕМЫ ПОВЕРХНОСТНО-ВОЛНОВОЙ ТОМОГРАФИИ ТРЕХМЕРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

© 2025 г. Д. Д. Позднякова^{1, *}, Д. А. Преснов², А. С. Шуруп^{1, 2, 3}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», физический факультет, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт физики земли имени О. Ю. Шмидта Российской академии наук», Москва, Россия

³Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт океанологии имени П. П. Ширшова Российской академии наук», Москва, Россия

*e-mail: d_pozdnyakova@live.ru

Поступила в редакцию 06.09.2024 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята в печать 30.09.2024 г.

Предложена трехмерная схема поверхности-волновой томографии неоднородностей скоростей поперечных волн, не требующая восстановления дисперсионных зависимостей поверхностных волн в исследуемой области. Приводятся результаты численного моделирования, выполненного для условий Гавайского архипелага, которые указывают на работоспособность предлагаемого подхода.

Ключевые слова: сейсмоакустическая томография, поверхностная волна, слоистая геофизическая среда

DOI: 10.31857/S0367676525010256, **EDN:** CYQZAI

ВВЕДЕНИЕ

Исследование вулканов является актуальной и востребованной задачей. Особый интерес вызывает мониторинг вулканической активности в густонаселенных районах. В некоторых случаях, как, например, на вулкане Мерапи в Индонезии в 2010 году [1] удалось получить точные оценки начала и интенсивности извержений, что позволило вовремя и оперативно эвакуировать местное население и спасло тысячи человеческих жизней. Успешные примеры реализаций краткосрочных прогнозов извержений на вулканах есть и у Камчатского филиала Федерального исследовательского центра «Единая геофизическая служба Российской академии наук» [2]. Сейсмоакустическая томография — ключевой метод изучения глубинных структур Земли, который позволяет идентифицировать строение и физические свойства горных пород, а также наблюдать за изменениями сейсмических параметров используя сравнительно небольшое количество данных о временах пробега волн по разным трассам, пересекающим область исследования [3]. Использование поверхностных сейсмических волн в качестве источника информации о геофизической среде привело к возникновению поверхности-волновой то-

мографии, которая в настоящее время находит свое применение не только на суше, но и при исследованиях дна океана [4]. Тот факт, что поверхностные сейсмические волны с расстоянием затухают медленнее объемных волн, позволяет использовать их для мониторинга регионов как в глобальных, так и региональных масштабах. Другой особенностью поверхностных волн является зависимость глубины их проникновения от частоты, позволяющая получать информацию о характеристиках среды, расположенных на разных глубинах, с помощью широкополосного режима зондирования. Практическая реализация такого зондирования осуществима методами шумовой интерферометрии [5, 6], не требующей применения дорогостоящих низкочастотных излучателей. Обычно поверхность-волновая томографическая схема состоит из двух этапов: на первом в точках исследуемой области восстанавливаются дисперсионные зависимости групповых или фазовых скоростей поверхностных волн; на втором — полученные дисперсии инвертируются в трехмерные распределения параметров среды. В настоящей работе рассматривается одноэтапная трехмерная томографическая схема, пропускающая промежуточный этап восстановления дисперсионных зависимостей. Такой подход позволяет сократить

время решения обратной трехмерной задачи, уменьшить требования к техническим возможностям используемых вычислительных систем; также становится возможным дополнительный учет гладкости характеристик среды не только на разных глубинах, но и в разных географических точках. Моделирование проводится для условий эксперимента PLUME [7] с параметрами геофизической среды, соответствующими Гавайскому архипелагу [4]. Рассматривается восстановление трёхмерного поля скорости сдвиговых волн по временам распространения поверхностных волн в различных частотных диапазонах.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предполагается, что в рассматриваемой области расположены источники и приемники, возбуждающие и регистрирующие поверхностные волны, траектории распространения которых достаточно плотно покрывают исследуемый регион (рис. 1а). На текущем этапе исследований предполагается, что в рассматриваемом частотном диапазоне влиянием водного слоя и рельефа дна можно пренебречь; рассматриваются рэлеевские волны, распространяющиеся вдоль границы плоскослоистой среды (рис. 1б). Возмущением времен распространения рассматриваемых поверхностных волн $\Delta t_i(f)$ считается разность между известными экспериментальными t_i^{exp} и рассчитанными теоретическими $t_i^{\text{теор}}$ временами распространения между i -ми парами источник-приемник на заданной частоте f . Теоретические значения $t_i^{\text{теор}}$ рассчитываются для априорно известного «невозмущенного» распределения скорости поперечных волн $c_s(\vec{r})$, $\vec{r} = \{x, y, z\}$ — трехмерный радиус-вектор. Требуется восстановить отклонение скорости $\Delta c_s(\vec{r})$ от ее фонового значения $c_s(\vec{r})$. Наличие $\Delta c_s(\vec{r})$ приводит к возникновению $\Delta t_i(f)$. Предполагается,

что в реальной ситуации $\Delta c_s(\vec{r})$ мало по сравнению с $c_s(\vec{r})$, что позволяет говорить о наличии близкой к линейной зависимости между $\Delta c_s(\vec{r})$ и $\Delta t_i(f)$ [8]:

$$\Delta t_i(f) = t_i^{\text{exp}} - t_i^{\text{теор}} \sim \Delta c_s(\vec{r}). \quad (1)$$

Для решения задачи восстановления $\Delta c_s(\vec{r})$ по данным $\Delta t_i(f)$ неоднородности $\Delta c_s(\vec{r})$ раскладываются по базисным функциям $\theta_j(\vec{r})$:

$$\Delta c_s(\vec{r}) = \sum_{j=1}^J x_j \theta_j(\vec{r}), \quad (2)$$

где x_j — неизвестные коэффициенты разложения по базису. Базис, используемый при решении томографических задач, должен удовлетворять, как правило, следующим требованиям [9]: с его помощью можно описать ожидаемые возмущения характеристик среды с требуемой точностью и его использование не должно накладывать дополнительных сложностей или ограничений на проводимые вычисления. В настоящей работе используется полосчатый базис, ранее разработанный и применяемый для гидроакустических приложений [9]. Этот базис был модифицирован для решения рассматриваемой задачи (рис. 1б) с целью учета особенности рассматриваемой томографической схемы — проникновение поверхностных волн на разные глубины на разных частотах позволяет осуществлять «послойное» зондирование томографируемой среды. Используются параметры модели литосферы Тихого океана (толщины слоев, плотности, скорости объемных волн в них), полученные в [4]. При построении базиса каждый слой, делится на трехмерные полосы, также поворачиваемые с равным угловым шагом (рис. 1б). Соотношение числа полос P и углов поворота U выбирается из требования взаимного пересечения периферийных частей базисных полос при одном повороте или, говоря иначе, отсутствия областей между соседними по углу полосами, не попадающих ни в одну из них:

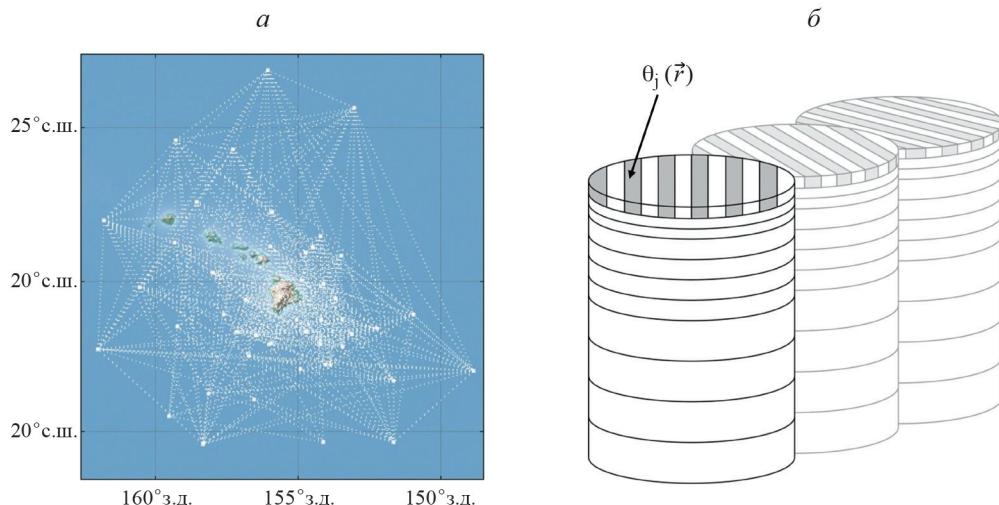


Рис. 1. Траектории распространения поверхностных волн между донными сейсмостанциями эксперимента PLUME, используемые в томографическом исследовании (а) и модифицированный полосчатый базис (б).

$$\frac{U}{P} \geq \frac{\pi}{2}. \quad (3)$$

Базисные функции $\theta_j(\vec{r})$ представляют собой «базисные» возмущения скоростей поперечных волн, локализованные в базисных полосах.

Для нахождения неизвестных коэффициентов x_j (2) рассматривается система линейных уравнений:

$$AX = \Delta T, \quad (4)$$

где экспериментально измеренные времена возмущений Δt_i формируют столбец ΔT ; A — матрица возмущений, элементами которой являются вычисляемые возмущения времен Δt_{ij} распространений поверхностных волн между i -й парой источник-приемник в среде с неоднородностью, заданной j -й базисной функцией $\theta_j(\vec{r})$; X — столбец коэффициентов разложения x_j трехмерной неоднородности $\Delta c_s(\vec{r})$ по базисным функциям $\theta_j(\vec{r})$. Система (4) подразумевает, что возмущения времен Δt_i , найденные из эксперимента и вызванные присутствием искомой неоднородности $\Delta c_s(\vec{r})$, могут быть представлены в виде линейной комбинации возмущений времен Δt_{ij} , также вызванных базисными функциями $\theta_j(\vec{r})$:

$$\Delta t_i = \sum_{j=1}^J \Delta t_{ij} x_j. \quad (5)$$

Регуляризованное МНК-решение системы (4), (5) имеет вид:

$$\hat{X} = (A^+ A + \varepsilon E)^{-1} A^+ \Delta T, \quad (6)$$

где E — единичная матрица; ε — коэффициент регуляризации Тихонова; символ « $+$ » у матрицы возмущений A означает эрмитово сопряжение. При решении системы (4) важно, чтобы количество неизвестных $P \cdot U$, с учетом их связи (3) не превы-

шало общего количества исходных данных, которое определяется числом пар источник-приемник и количеством используемых частот. Это требование можно ослабить, если использовать дополнительную независимую информацию о типе восстанавливаемых неоднородностей, например условия гладкости неоднородностей $\Delta \hat{c}_s(\vec{r})$, подразумевающие, что в соседних пространственных точках значения восстанавливаемых функций не должны изменяться сколь угодно сильно. Найденные из (6) решения \hat{x}_j дают оценку искомых неоднородностей:

$$\Delta \hat{c}_s(\vec{r}) = \sum_{j=1}^J \hat{x}_j \theta_j(\vec{r}). \quad (7)$$

При решении обсуждаемой томографической задачи дополнительно учитывались следующие предположения. Во-первых, так как локализация поверхностных волн зависит от частоты, ожидается, что на более высоких частотах волна уже не будет проникать в более глубокие слои. Тем самым в рассматриваемой модели (рис. 2) для выбранного частотного диапазона следует исключить слои, расположенные на глубинах заметно больших длины волны. Во-вторых, при восстановлении на заданной частоте должны использоваться базисные полосы на тех глубинах, для которых возмущение скорости поперечных волн приводит к заметному изменению времени распространения поверхностной волны. Другими словами, поверхностная волна на рассматриваемой частоте должна быть «чувствительной» к возмущению восстанавливаемых параметров среды на рассматриваемой глубине. Для проверки этих предположений проводилось численное моделирование. Рассматривалась среда, состоящая из плоскопараллельных слоев. На границе

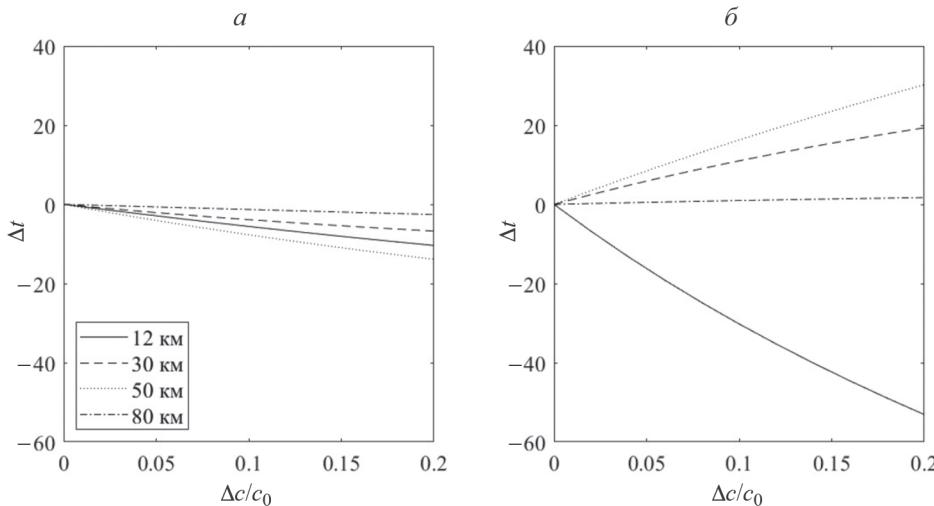


Рис. 2. Численное исследование линейной зависимости между возмущением времени распространения поверхностной волны Δt и возмущением скорости поперечной волны Δc_s на частотах 0.03 Гц (а) и 0.07 Гц (б) при фиксированном расстоянии между источником и приемником.

рассматриваемой слоистой среды на расстоянии R друг от друга располагались источник и приемник. Для выбранной частоты f в каждом слое поочередно вносились возмущение скорости $\Delta c(z)$, после чего вычислялись возмущения времен распространений поверхностных волн Δt :

$$\Delta t(f) = R \left(\frac{1}{c_0(z) + \Delta c(z)} - \frac{1}{c_0(z)} \right), \quad (8)$$

где $c_0(z)$ — невозмущенные значения скорости поперечных волн в слоях. Примеры результатов моделирования (8) представлены на рис. 2. В соответствии с данными обработки эксперимента, полученными в [4], были рассмотрены всего 17 частот в диапазоне от 0.03 до 0.07 Гц. Проверка на самой высокой частоте 0.07 Гц показала, что использование базисных функций $\theta_j(\vec{r})$, расположенных на слоях, лежащих ниже 12 км не целесообразно, так как для них возмущение времени Δt возрастает с ростом возмущения скорости $\Delta c_s(\vec{r})$, что противоречит ранее сделанным предположениям. Тем временем на частоте 0.03 Гц имеет смысл рассматривать все слои вплоть до глубины 80 км, соответствующей самому глубокому слою. Что касается оценки чувствительности, на частоте 0.03 Гц все рассмотренные слои малочувствительны к вариациям скоростей поверхностных волн, тогда как на частоте 0.07 Гц высокую чувствительность к этим вариациям имеет единственный не отброшенный ранее слой, лежащий на глубине 12 км. Аналогичный анализ был проведен для всех рассматриваемых частот, что позволило на следующем шаге перейти к решению уже обратной задачи. Перед этим представляло интерес изучить разрешающую способность не только по глубине, но и в горизонтальной плоскости.

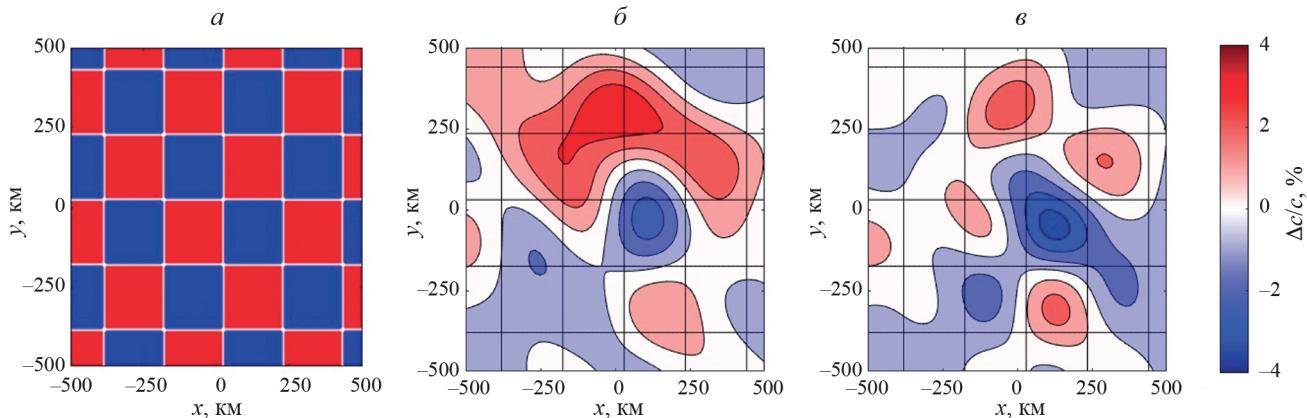


Рис. 3. Синтетическая модель «шахматный тест» с максимальным возмущением скорости поперечных волн, равным 10% от значения в невозмущенной среде (a); результат восстановления с использованием модификации полосчатого базиса, содержащей 8 полос и 15 углов поворота в слое (б); то же, что и (б), но полосчатый базис содержит 16 полос и 27 углов поворота в одном слое (в).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОМОГРАФИЧЕСКОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Проверка горизонтальной разрешающей способности обсуждаемой схемы поверхностноволновой томографии была проведена с помощью «шахматного» теста [10]. Модель представлена чередующимися положительными и отрицательными возмущениями в виде прилегающих друг к другу квадратов со стороной 200 км и амплитудой в 10% от невозмущенной скорости поперечных волн в каждом слое, чередование по глубине отсутствует (рис. 3). Радиус исследуемой области $R \approx 800$ км. Тест проводился для двух модификаций полосчатого базиса, каждая состоит из 12 слоев, причем в первой модификации базис представлял собой $P = 8$ полос и $U = 15$ углов поворота на каждом слое, а во второй — $P = 16$, $U = 27$. На рис. 3 представлены результаты синтетического теста «шахматная доска» на примере слоя, расположенного на глубине 40 км. Из рис. 3б, в видно, что разрешающая способность схемы возрастает с увеличением числа базисных элементов. Однако увеличение количества базисных элементов ограничено имеющимся объемом исходных данных — количеством пар источников-приемников и количеством используемых частотных диапазонов.

Далее для моделирования использовалась модификация полосчатого базиса с $P = 16$, $U = 27$. Рассматривались 328 пар преобразователей, расположенных также, как в эксперименте PLUME [7]. Исходные времена распространений поверхностных волн брались на 17 частотах в диапазоне от 0.03 до 0.07 Гц. Следует отметить, что контролируемое излучение на столь низких частотах вряд ли реализуемо на практике, а выбранный частотный диапазон соответствует пассивной корреляционной обработке естественных сейсмоакустических шумов, зарегистрированных в эксперименте PLUME [4]. На рис. 4 приведен результат восстановления двух

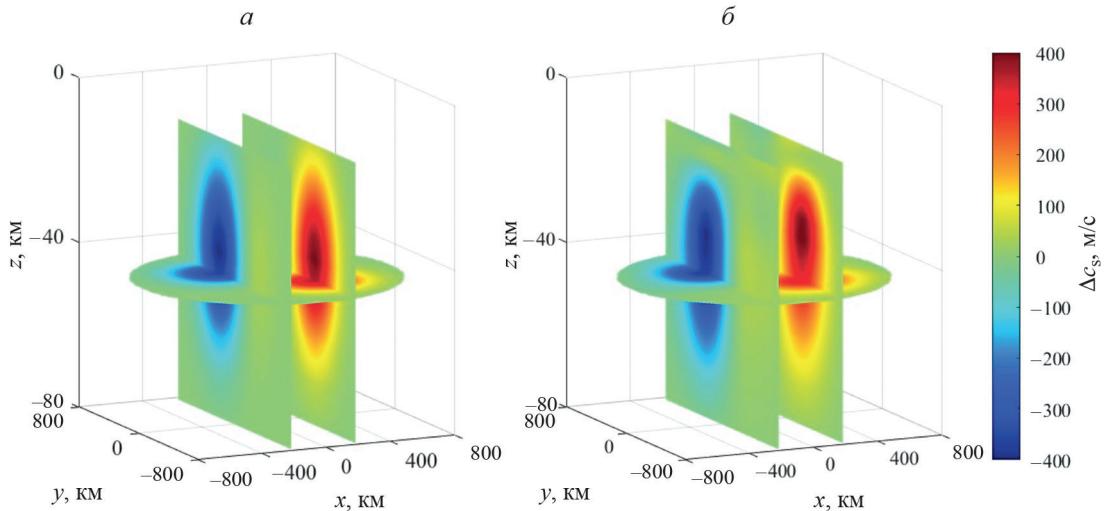


Рис. 4. Исходное распределение неоднородностей с максимальным возмущением скорости поперечных волн, равным 10% от значения в невозмущенной среде (*а*); результат восстановления с учетом уравнений связи и с исключением блоков матрицы возмущений со слоями и частотами, для которых приближения, используемые при решении обратной задачи, не выполняются (*б*).

неоднородностей с противоположными по знаку возмущениями скорости:

$$c_s(x, y, z) = c_0(z) \left\{ 1 + \sum_{i=1}^2 \Lambda^{(i)} \times \right. \\ \times \exp \left(-\frac{(x - x_0^{(i)})^2 + (y - y_0^{(i)})^2}{2\sigma_{xy}^2} \right) \times \\ \left. \times \exp \left(-\frac{(z - z_0)^2}{2\sigma_z^2} \right) \right\}, \quad (9)$$

где $x_0^{(i)}$, $y_0^{(i)}$, $i = 1, 2$, z_0 — координаты центров неоднородностей; σ_{xy} и σ_z — среднеквадратичные отклонения в горизонтальной и вертикальной плоскостях, соответственно; $\Lambda^{(i)}$, $i = 1, 2$ — коэффициент, задающий максимальное отклонение скорости относительно невозмущенного значения. Для случая, представленного на рис. 3*а*, $x_0^{(1)} = y_0^{(2)} = -200$ км, $x_0^{(2)} = y_0^{(1)} = -200$ км, $\sigma_{xy} = 200$ км, $\sigma_z = 15$ км, $\Lambda^{(1)} = -0.1$, $\Lambda^{(2)} = 0.1$. Решение прямой задачи основано на применении матричного метода Томсона–Хаскелла расчета дисперсионных кривых по заданной слоистой среде и последующем решении уравнения Эйконала для двумерных карт скоростей на различных частотах [8]. Возможно и волновое решение прямой задачи в горизонтальной плоскости [11], что даст улучшение разрешающей способности, но потребует привлечения существенно больших вычислительных ресурсов. Фоновая среда бралась из работы [4], где был получен вертикальный профиль скорости поперечной волны, средний для рассматриваемого региона. При восстановлении осуществлялось обнуление блоков матрицы возмущений A , относящихся к слоям, расположенным

на глубинах, не дающих вклад в $\Delta t_i(f)$, а также учет уравнений связи между соседними полосами, углами поворота и слоями, заданных следующим уравнением:

$$\frac{x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2}}{2h} = 0, \quad (10)$$

где x_k , x_{k-1} , x_{k-2} — коэффициенты разложения по «соседним» базисным полосам, расположенным на близлежащих слоях по глубине, или расположенным рядом в одном слое; h — коэффициент «гладкости», который задавался отдельно для контроля гладкости восстанавливаемых функций по глубине и в границах одного слоя. Соотношение (10) соответствует требованию минимизации второй производной восстанавливаемых функций по пространственным координатам.

Для оценки точности получаемых результатов численного моделирования рассчитывались невязки по решению $\eta_{\Delta c}$:

$$\eta_{\Delta c} = \sqrt{\frac{\sum_{d,l,m} |\Delta c^{\text{model}}(x_d, y_l, z_m) - \Delta c^{\text{rec}}(x_d, y_l, z_m)|^2}{\sum_{d,l,m} |\Delta c^{\text{model}}(x_d, y_l, z_m)|^2}}, \quad (11)$$

где Δc^{model} и Δc^{rec} — заданные и восстановленные возмущения скорости поперечных волн в среде в дискретизованных пространственных точках с координатами x_d , y_l , z_m .

На рис. 4 представлены результаты восстановления рассматриваемой неоднородности (9). Из рис. 4*б* видно, что форма неоднородностей, их расположение, а также амплитудные значения восстановлены с приемлемой точностью. Для представленного варианта реконструкции невязка по решению $\eta_{\Delta c} = 0.27$, тогда как без уравнений связи и обнуления блоков матрицы возмущений A значения невязки составляло

$\eta_{\Delta c} = 0.51$, что говорит о заметном улучшении результатов восстановления за счет учета особенностей обсуждаемой в работе томографической схемы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, представленные в работе результаты численного моделирования указывают на возможность восстановления трехмерных неоднородностей с помощью разрабатываемой схемы поверхностно-волновой томографии. В представленной работе рассматривалось восстановление скоростей поперечных волн, однако обсуждаемый подход может быть развит и для восстановления других характеристик среды, для которых справедливо соотношение, аналогичное (1). Отдельный интерес представляет исследование возможностей совместного восстановления различных параметров среды в обсуждаемом подходе. В ходе «шахматного» теста была продемонстрирована разрешающая способность двух модификаций полосчатого базиса, зависящая от количества используемых базисных элементов, число которых, в свою очередь, ограничено объемом исходных данных. Продемонстрированы преимущества оптимизации томографической схемы за счет уравнений связи и выбора только тех слоев, которые дают основной вклад в наблюдаемые возмущения времен распространений поверхностных волн. Предполагается, что на следующем этапе проводимых исследований представленный в данной работе подход будет использоваться для восстановления по экспериментальным данным, полученным в ходе эксперимента PLUME.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00271.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jousset P., Pallister J., Boichu M. et al. // J. Volcanol. Geotherm. Res. 2012. V. 241. P. 121.
2. Кулаков И.Ю. // Геология и геофизика. 2022. Т. 63. № 11. С. 1455; Koulakov I.Yu. // Russ. Geol. Geophys. 2022. V. 63. No. 11. P. 1207.
3. Яновская Т.Б. Поверхностно-волновая томография в сейсмологических исследованиях. СПб.: Наука, 2015.
4. Тихоцкий С.А., Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С. // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 107; Tikhotskii S.A., Presnov D.A., Sobisevich A.L., Shurup A.S. // Acoust. Phys. 2021. V. 67. No. 1. P. 91.
5. Дмитриев К.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 11. С. 1611; Dmitriev K.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 11. P. 1336.
6. Дмитриев К.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 1. С. 135; Dmitriev K.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 1. P. 94.
7. Laske G., Markee A., Orcutt J.A. et al. // Geophys. J. Int. 2011. V. 187. P. 1725.
8. Presnov D.A., Sobisevich A.L., Shurup A.S. // Phys. Wave Phenom. 2016. V. 24. No. 3. P. 249.
9. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 337; Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S. // Acoust. Phys. 2011. V. 57. No. 3. P. 344.
10. Koulakov I.Yu., D'Auria L., Prudencio J. et al. // J. Geophys. Res. Solid Earth. 2023. V. 128. No. 3. Art. No. e2022JB025798.
11. Зотов Д.И., Румянцева О.Д., Черняев А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2024. Т. 88. № 1. С. 131; Zotov D.I., Rumenantseva O.D., Cherniaev A.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2024. V. 88. No. 1. P. 113.

Numerical investigation of surface wave tomography scheme for three-dimensional inhomogeneities reconstruction

D. D. Pozdnyakova^{a, *}, D. A. Presnov^b, A. S. Shurup^{a, b, c}

^aLomonosov Moscow State University,
Moscow, 119991 Russia

^bSchmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, 123242 Russia

^cShirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, 117997 Russia

*e-mail: d_pozdnyakova@live.ru

A three-dimensional tomographic scheme for reconstructing parameters of inhomogeneous geophysical media is proposed. Initial data are propagation times of surface waves in various frequency ranges. Results of numerical modeling implemented for conditions of the Hawaiian Archipelago are presented, which indicate the operability of the proposed approach.

Keywords: seismoacoustic tomography, surface wave, layered geophysical medium