

УДК 535-14

## О ВОЗМОЖНОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УСИЛЕНИЯ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛАСТИНЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КВАРЦА В ПОЛЕ ВОЛНЫ НАКАЧКИ

© 2025 г. И. И. Казаков\*, М. С. Гусельников, С. А. Козлов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»,  
Санкт-Петербург, Россия*

*\*e-mail: ikazzakov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 06.09.2024 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята в печать 30.09.2024 г.

Теоретически изучена возможность использования нелинейных интерферометров Фабри–Перо для дифференциального усиления терагерцового излучения в поле волны накачки той же частоты. Показано, что в беззеркальном нелинейном интерферометре Фабри–Перо, состоящем из пластины кристаллического кварца, коэффициент отражения «зеркал» которого определяется только френелевским отражением, режим максимального дифференциального усиления для излучения с центральной частотой 1 ТГц возможно наблюдать при толщинах рабочей среды порядка 1 мм и интенсивностях излучения порядка  $10^8$  Вт·см<sup>-2</sup>.

**Ключевые слова:** нелинейный интерферометр Фабри–Перо, терагерцовый спектральный диапазон, беззеркальный интерферометр, кристаллический кварц, оптический транзистор, дифференциальное усиление сигнала

DOI: 10.31857/S0367676525010107, EDN: DBAFLS

### ВВЕДЕНИЕ

Нелинейное пропускание интерферометров, заполненных различными оптическими средами, в поле интенсивного света было экспериментально продемонстрировано еще в 1970-е годы [1]. Особое внимание исследователей привлекли гистерезис и бистабильные и мультистабильные режимы пропускания нелинейных интерферометров. Эти явления вызвали большой интерес не только из-за их фундаментальной значимости, но и из-за вдохновляющих перспектив практического применения для управления «светом с помощью света» (см., например, обзор более тысячи публикаций в монографии [2]). Было показано, что большое значение для приложений имеют интерферометры, заполненные материалами, которые характеризуются высокой и малоинерционной нелинейностью оптических характеристик. Однако материалы, время нелинейного отклика которых соответствовало бы субпикосекундному диапазону, конкурентному для создания устройств управления параметрами излучения в сравнении с электронными аналогами, и нелинейность которых при этом наблюдалась бы при относительно невысоких интенсивностях излучения, найдены

тогда не были [3]. Это не позволило реализовать многообещающие научные проекты, такие как, например, создание чисто оптических сверхбыстродействующих цифровых вычислительных систем [4].

Недавнее обнаружение у ряда сред в терагерцовом (ТГц) спектральном диапазоне гигантской и одновременно малоинерционной нелинейности показателя преломления колебательной природы, в миллионы раз превосходящей нелинейность этих сред в видимом и ближнем ИК диапазонах [5–13], вновь привлекает внимание к возможности создания разнообразных систем сверхбыстрого управления «светом с помощью света», но теперь в ТГц спектральном диапазоне [14, 15].

Важной особенностью многих оптических сред в ТГц спектральном диапазоне является не только высокая нелинейность показателя преломления, но и значительная величина его линейной части. Это позволяет рассматривать нелинейные интерферометры Фабри–Перо в их простейшем виде кристаллической пластины, для которой френелевское отражение вполне позволяет наблюдать значимые эффекты многолучевой интерферометрии без напыления зеркал на грани пластины.

Настоящая работа посвящена анализу возможности использования беззеркальных нелинейных интерферометров Фабри–Перо для сверхбыстрого дифференциального усиления ТГц излучения в поле волны накачки той же частоты. Под дифференциальным усилением в статье мы понимаем большое увеличение интенсивности выходного сигнала  $\Delta I_{\text{out}}$  при малом увеличении интенсивности сигнала на входе в нелинейный интерферометр  $\Delta I_{\text{in}}$ . Энергия, необходимая для усиления сигнала, поступает из волны накачки той же частоты. Высокоэффективным дифференциальное усиление полагаем, когда  $\Delta I_{\text{out}} \gg \Delta I_{\text{in}}$ .

В работе показано, что для наблюдения в нелинейном интерферометре Фабри–Перо режима максимального нелинейного усиления любого сигнала, в том числе терагерцового, необходимо, чтобы геометрическая толщина рабочей среды и интенсивность излучения на входе в интерферометр принимали фиксированные дискретные значения, которые определяются френелевским коэффициентом отражения среды и коэффициентом ее нелинейного показателя преломления. Расчетами продемонстрировано, что в кристаллическом кварце, который обладает гигантской и малоинерционной нелинейностью показателя преломления в ТГц диапазоне, режим дифференциального усиления для излучения с центральной частотой 1 ТГц возможно наблюдать при толщинах порядка 1 мм и интенсивностях порядка  $10^8 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}$ .

### БИСТАБИЛЬНОСТЬ И УСИЛЕНИЕ В НЕЛИНЕЙНОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ ФАБРИ–ПЕРО

Функция пропускания нелинейного интерферометра Фабри–Перо, состоящего из двух плоскопараллельных зеркал, между которыми заключена оптическая среда, в случае нормального падения излучения на интерферометр, имеет вид [2]

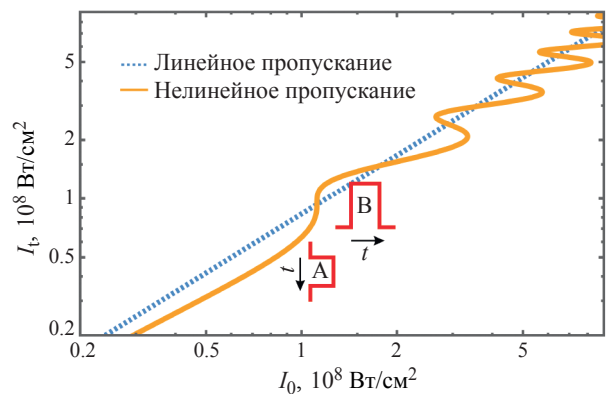
$$I_t = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \left( \frac{2\pi L}{\lambda} n_0 + \frac{3}{2} \left( \frac{1+R}{1-R} \right) \left( \frac{2\pi L}{\lambda} \right) n_2 I_t \right)}, \quad (1)$$

где  $I_0$  и  $I_t$  — интенсивности излучения на входе и выходе из интерферометра, соответственно,  $\lambda$  — длина волны излучения,  $L$  — геометрическая толщина оптической среды интерферометра,  $n_0$  — ее линейный показатель преломления,  $n_2$  — коэффициент нелинейного показателя преломления среды,  $R$  — коэффициент отражения зеркал интерферометра.

Формула (1) справедлива и для описания пропускания беззеркального интерферометра, в котором отражение падающего излучения происходит не от зеркал, а от границы раздела оптической среды интерферометра и воздуха. В таком случае ко-

эффициент отражения  $R$  рассчитывается по формулам Френеля и зависит только от показателя преломления среды. Впервые такой нелинейный беззеркальный интерферометр был экспериментально рассмотрен в 1979 году для монохроматического излучения ближнего ИК диапазона спектра [16].

На рис. 1 в логарифмическом масштабе изображена рассчитанная по формуле (1) кривая пропускания излучения частоты 1 ТГц беззеркальным нелинейным интерферометром Фабри–Перо в виде пластинки из кристаллического кварца толщиной  $L = 1.013 \text{ мм}$  (показатель преломления  $n_0 = 2.1$  и, соответственно, коэффициент френелевского отражения  $R = 0.126$ ). При входной интенсивности большей значения  $1 \cdot 10^8 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}$  нелинейное пропускание резко увеличивается, превышая значение, которое было бы при линейной рефракции. В этом диапазоне входных интенсивностей возможна реализация режима дифференциального усиления слабого сигнала той же частоты (смотри вставку на рисунке). Иногда этот режим также называют «транзисторным» в силу сходства кривой пропускания интерферометра при дифференциальном усилении входного излучения в поле волны накачки с выходной характеристикой биполярного транзистора. При интенсивности порядка  $3 \cdot 10^8 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}$  и выше в функции пропускания интерферометра наблюдается бистабильность пропускания, когда одному значению интенсивности на входе в интерферометр соответствует два значения на выходе из него (строго говоря, одному значению входной интенсивности на кривой пропускания соответствует три значения, но одно из них — среднее — неустойчиво и не реализуется на практике [2]). Важно отметить, что режимы бистабильного пропускания возникают после



**Рис. 1.** Зависимость интенсивности излучения с частотой 1 ТГц на выходе из пластины кристаллического кварца толщиной 1.013 мм от интенсивности излучения на входе в пластину (сплошная оранжевая кривая). Вставка иллюстрирует возможность использования пластины кристаллического кварца для усиления входного сигнала той же частоты (А — временной профиль входного сигнала, В — выходного). Синей пунктирной линией приведен вид линейного пропускания.

«транзисторного» режима. В этом смысле точка, где наблюдается максимальное усиление, является пороговой точкой и для наблюдения бистабильности. Однако, например, при несколько большей толщине пластинки кристаллического кварца  $L = 1.063$  мм в кривой пропускания нелинейного интерферометра режим дифференциального усиления отсутствует, и наблюдается только режим бистабильности. Математически условия наличия в функции пропускания нелинейного интерферометра Фабри–Перо режима дифференциального усиления задаются выражениями [2]

$$\frac{dI_0}{dI_t} = 0, \quad \frac{d^2 I_t}{dI_t^2} = 0. \quad (2)$$

Для дальнейшего анализа и вычислений удобно ввести нормированные переменные:

$$\begin{cases} \tilde{L} = \frac{2\pi L}{\lambda} n_0, \\ \tilde{I}_t = \frac{3}{2} \frac{1+R}{1-R} \frac{n_2}{n_0} \tilde{L} I_t, \\ \tilde{I}_0 = \frac{3}{2} \frac{1+R}{1-R} \frac{n_2}{n_0} \tilde{L} I_0. \end{cases} \quad (3)$$

В безразмерных переменных (3) функция пропускания (1) принимает более простой вид

$$\tilde{I}_0 = \tilde{I}_t \left[ 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) \right]. \quad (4)$$

Подстановка уравнения (4) в выражения (2) в приближении отсутствия зависимости коэффициента отражения от интенсивности приводит к системе из двух линейно независимых уравнений

$$\begin{cases} \frac{1+R^2}{2R} - \cos 2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) + 2\tilde{I}_t \sin 2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) = 0, \\ \sin 2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) + \tilde{I}_t \cos 2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Система (5) сводится к уравнению

$$\cos 2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) = f_{\pm}(R), \quad (6)$$

где

$$f_{\pm}(R) = -\frac{R^2 + 1 \pm \sqrt{R^4 + 34R^2 + 1}}{4R}. \quad (7)$$

Так как косинус в (6) не может по модулю превышать единицу, то решению уравнения (6) удовлетворяет только корень  $f_-(R)$ . Далее для удобства переобозначим  $f_-(R) \equiv f(R)$ . Тогда решение системы (5) относительно неизвестных  $\tilde{I}_t$  и  $\tilde{L}$  представляется в виде

$$\begin{cases} \tilde{I}_t = f(R)^{-1} \sqrt{1 - f(R)^2}, \\ \tilde{L} = -f(R)^{-1} \sqrt{1 - f(R)^2} - \frac{1}{2} \arccos f(R) + \pi m, \end{cases} \quad (8)$$

где  $m$  — целое число.

Из выражений (8) для значений нормированных выходной интенсивности излучения  $\tilde{I}_t$  и толщины рабочей среды интерферометра  $\tilde{L}$ , при которых возможно наблюдение дифференциального

усиления, получаем соотношения ненормированных величин

$$\begin{cases} I_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{Ln_2} \Phi(R), \\ L = \frac{\lambda}{2\pi n_0} (\Psi(R) + \pi m), \end{cases} \quad (9)$$

где

$$\Phi(R) = \frac{2}{3} \frac{1-R}{1+R} \frac{\sqrt{1 - (f(R))^2}}{f(R)} \left( 1 + \frac{2R(1-f(R))}{(1-R)^2} \right), \quad (10)$$

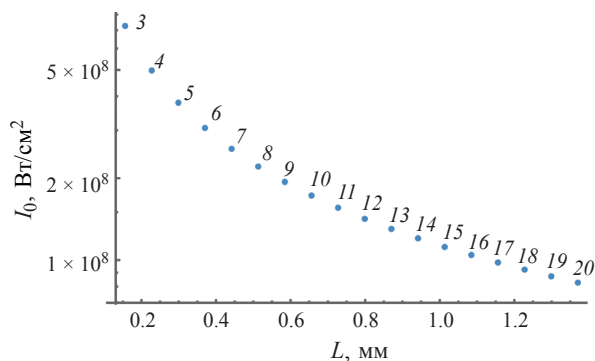
$$\Psi(R) = -\frac{\sqrt{1 - (f(R))^2}}{f(R)} - \frac{1}{2} \arccos f(R). \quad (11)$$

Важно отметить, выражение  $\Phi(R)$  в (9) имеет вид интеграла распада, который дает оценку условий начала в нелинейной среде мелкомасштабной самофокусировки излучения [17] и, соответственно, границ применимости используемого в настоящей статье приближения плоской поперечно однородной волны. Оценки известны [18]: эффект пространственной неустойчивости плоской поперечно однородной волны начинает проявляться в нелинейной среде при значении интеграла распада больше  $\pi$ .

#### ПЛАСТИНА КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КВАРЦА В ПОЛЕ ТГЦ ИЗЛУЧЕНИЯ

В экспериментальной работе [12] было показано, что кристаллический кварц обладает в ТГц диапазоне коэффициентом нелинейного показателя преломления  $n_2 = 5 \cdot 10^{-10} \text{ см}^2 \cdot \text{Вт}^{-1}$ , что примерно в миллион раз больше, чем его значение для кристаллического кварца в оптическом диапазоне [19]. Помимо гигантской и малоинерционной нелинейности колебательной природы кристаллический кварц обладает в ТГц диапазоне хорошей прозрачностью и относительно большим линейным показателем преломления  $n_0 = 2.1$  (на длине волны 1 ТГц), что дает значение коэффициента отражения френелевских «зеркал»  $R = 0.126$ . Важно, что при таком относительно небольшом  $R$  интеграл распада  $\Phi(R)$  имеет значение меньше  $\pi$ , то есть пластину кристаллического кварца можно рассмотреть в качестве беззеркального интерферометра Фабри–Перо в поле плоской монохроматической ТГц волны.

На рис. 2 приведены результаты расчета по формулам (9) значений толщины пластины кристаллического кварца и интенсивности ТГц излучения на входе в эту пластину, необходимых для наблюдения максимального дифференциального усиления слабого сигнала в поле интенсивной волны накачки на частоте 1 ТГц. Из рисунка видно, что допустимые толщины и интенсивности принимают значения из дискретного набора. Дискретность значений обусловлена целочисленным параметром  $m$ , входящим в выра-



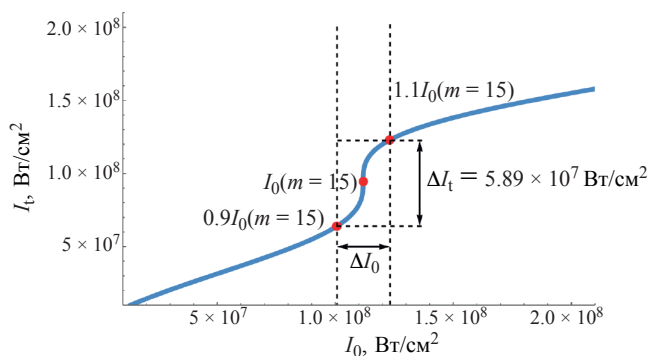
**Рис. 2.** Значения интенсивности входного излучения  $I_0$  на центральной частоте 1 ТГц и соответствующей ей толщины пластины кристаллического кварца  $L$ , при которых наблюдается максимальное дифференциальное усиление сигналов. Целые числа обозначают порядковый номер значений толщины пластины, удовлетворяющих условию максимального усиления.

жения (9). Каждому значению  $m$  соответствует своя толщина оптической среды и входная интенсивность. При этом, чем больше толщина пластины кварца, тем меньшая входная интенсивность требуется для наблюдения эффекта усиления.

При  $m = 15$  требуемая толщина пластины кварца равна  $L(m = 15) = 1.013$  мм, а входная интенсивность  $I_0(m = 15) = 1.1 \cdot 10^8$  Вт·см $^{-2}$ . Именно при этих значениях мы наблюдали максимальное дифференциальное усиление на рис. 1.

Оценим, дифференциальное усиление какого порядка возможно достичь в нелинейном беззеркальном интерферометре Фабри–Перо на основе кристаллического кварца. Для этого представим, что на нелинейный интерферометр падает прямоугольный сигнал подобно тому, как это изображено на рис. 1. Предположим, что минимальная ненулевая интенсивность такого импульса составляет  $I_{\min} = 0.9I_0(m)$ , а максимальная —  $I_{\max} = 1.1I_0(m)$  и  $\Delta I_0 = I_{\max} - I_{\min} = 0.2I_0(m)$ . В результате прохождения импульса через интерферометр максимальное и минимальное значения его выходной интенсивности изменятся, и их разница составит  $\Delta I_t$ . На рис. 3 наглядно изображены рассматриваемые диапазоны для случая  $I_0 = I_0(m = 15)$ . В таком случае  $\Delta I_0 = 2.236 \cdot 10^7$  Вт·см $^{-2}$  и  $\Delta I_t = 5.890 \times 10^7$  Вт·см $^{-2}$ . Отношение  $\frac{\Delta I_t}{\Delta I_0}$  в общем случае непостоянно. При малых  $m$ , когда  $\frac{dI_0(m)}{dm}$  велико, сильно меняется и  $\frac{\Delta I_t}{\Delta I_0}$ . При больших  $m$  производная  $\frac{dI_0(m)}{dm}$  мала, поэтому и  $\frac{\Delta I_t}{\Delta I_0}$  почти постоянно. Например  $\frac{\Delta I_t(m=15)}{\Delta I_0(m=15)} \approx \frac{\Delta I_t(m=20)}{\Delta I_0(m=20)} \approx 2.63$ , в то время как  $\frac{\Delta I_t(m=5)}{\Delta I_0(m=5)} \approx 2.4$ .

Важным аспектом при экспериментальном использовании усиления сигнала в нелинейном ин-



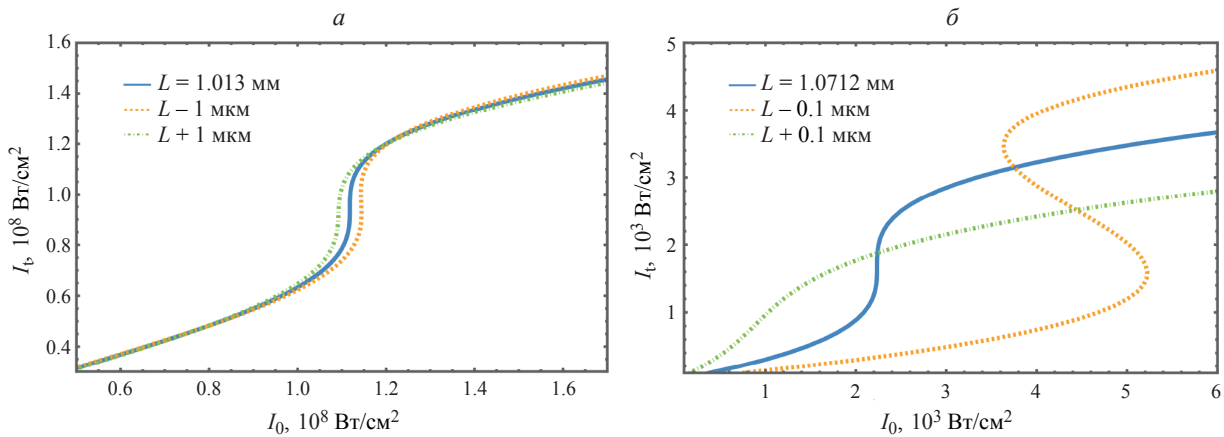
**Рис. 3.** Модель усиления сигнала в нелинейном интерферометре на основе пластины кристаллического кварца.  $\Delta I_0$  — амплитуда входного сигнала,  $\Delta I_t$  — амплитуда выходного сигнала.

терферометре Фабри–Перо является чувствительность режима максимального дифференциального усиления к изменению параметров интерферометра. Рис. 4 иллюстрирует чувствительность интерферометров к изменению толщины оптической среды. Видно, что при изменении толщины на 1 мкм в беззеркальном интерферометре с френелевским коэффициентом отражения  $R = 0.126$  точка максимума дифференциального усиления сдвигается на 2% по входной интенсивности. В то же время в интерферометре с зеркалами с коэффициентом отражения  $R = 0.99$  при изменении толщины на 0.1 мкм пропускание интерферометра меняется радикально и наблюдение режима дифференциального усиления становится невозможным. Таким образом, беззеркальные интерферометры имеют преимущество перед интерферометрами с зеркалами с точки зрения требуемой точности обеспечения толщины оптической среды для наблюдения эффекта максимального дифференциального усиления.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе, нами продемонстрирована возможность использования пластины кристаллического кварца в качестве беззеркального нелинейного интерферометра Фабри–Перо в поле излучения ТГц диапазона. Определены условия наблюдения дифференциального усиления ТГц излучения в поле волны накачки той же частоты таким интерферометром. Показано, что для реализации усиления толщина оптической среды интерферометра и величина излучения на входе в интерферометр должны принимать конкретные дискретные значения, определяемые значением коэффициента отражения пластины и коэффициентом ее нелинейного показателя преломления.

Показано, что в кристаллическом кварце, который обладает гигантской и малоинерционной нелинейностью показателя преломления в ТГц диапазоне, режим максимального нелинейного усиления для излучения с центральной



**Рис. 4.** Функция пропускания нелинейного интерферометра Фабри–Перо с рабочей средой из кристаллического кварца: без зеркал ( $R = 0.126$ ) (а) и с зеркалами ( $R = 0.99$ ) (б). Сплошные кривые соответствуют толщинам оптической среды, необходимым для наблюдения эффекта максимального дифференциального усиления. Штриховые и штрихпунктирные кривые соответствуют малым отклонениям в толщине от значений, при которых наблюдается максимальное дифференциальное усиление.

частотой 1 ТГц возможно наблюдать при толщинах порядка 1 мм и интенсивностях порядка  $10^8$  Вт·см $^{-2}$ . Оценки величины дифференциального усиления излучения интерферометром по изменению разницы между максимальным и минимальным значениями интенсивности  $\Delta I_t$  импульса на выходе из интерферометра по отношению к изменению разницы между максимальным и минимальным значениями интенсивности  $\Delta I_0$  импульса на входе в интерферометр показали, что для кристаллического кварца отношение  $\Delta I_t$  к  $\Delta I_0$  для всех толщин, удовлетворяющих условию максимального усиления, варьируется в диапазоне 2.4–2.6 единиц.

Выявлено, что беззеркальные интерферометры обладают меньшей чувствительностью к изменению толщины оптической среды, чем интерферометры с зеркалами. Благодаря этому беззеркальные интерферометры становятся перспективными для создания на их основе оптических устройств.

Полученные результаты указывают на то, что нелинейный интерферометр Фабри–Перо можно использовать для управления излучением ТГц диапазона за счет дифференциального усиления, в том числе в качестве оптического транзистора при использовании высокоинтенсивного излучения и слабого управляющего импульса. Приведенные в настоящей работе оценки могут оказаться полезными при разработке оптических транзисторов в ТГц спектральном диапазоне.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках гранта № 24-22-00084.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Луговой В.Н. // Квант. электрон. 1979. Т. 6. № 10. С. 2053; *Lugovoi V.N.* // *Sov. J. Quantum Electron.* 1979. V. 9. No. 10. P. 1207.
2. *Gibbs H.* Optical bistability: controlling light with light. Elsevier, 2012. 471 p.
3. Ахманов С.А., Выслух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М: Наука, 1988. 310 с.
4. *Miller D.A.B.* // *Nature Photon.* 2010. No. 4. P. 3.
5. *Тыркин А.Н., Мельник М.В., Жукова М.О. et al.* // *Opt. Express.* 2019. V. 27. No. 8. P. 10419.
6. *Francis K.J.G., Chong M.L.P., E Y., Zhang X.-C.* // *Opt. Express.* 2020. V. 45. No. 20. P. 5628.
7. *Novelli F., Ma C.-Y., Adhlakha N. et al.* // *Appl. Sci.* 2020. V. 10. No. 15. P. 5290.
8. *Zhukova M.O., Melnik M.V., Vorontsova I.O. et al.* // *Photonics.* 2020. V. 7. No. 4. P. 98.
9. *Тыркин А.Н., Жукова М.О., Мельник М.В. et al.* // *Phys. Rev. Appl.* 2021. V. 15. No. 5. Art. No. 054009.
10. *Artser I.R., Melnik M.V., Ismagilov A.O. et al.* // *Sci. Reports.* 2022. V. 12. No. 1. Art. No. 9019.
11. *Wu Q., Huang Y., Lu. Y. et al.* // *Light: Sci. Appl.* 2023.
12. *Zibod S., Rasekh P., Yildirim M. et al.* // *Adv. Opt. Mater.* 2023. V. 11. No. 15. Art. No. 2202343.
13. *Nabilkova A.O., Ismagilov A.O., Melnik M.V. et al.* // *Opt. Letters.* 2023. V. 48. No. 5. P. 1312.
14. Гусельников М.С., Жукова М.О., Козлов С.А. // *Опт. журн.* 2022. Т. 89. № 7. С. 3; *Guselnikov M.S., Zhukova M.O., Kozlov S.A.* // *J. Opt. Technol.* 2022. V. 89. No. 7. P. 371.
15. Гусельников М.С., Жукова М.О., Козлов С.А. // *Опт. и спектроск.* 2023. Т. 131. № 2. С. 287.
16. *Miller D.A.B., Smith S.D., Johnston A.* // *Appl. Phys. Lett.* 1979. V. 35. No. 9. P. 658.
17. Власов С.Н., Таланов В.И. Самофокусировка волн. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997. 217 с.

18. *Boyd R.W.* Nonlinear optics. Elsevier, 2008. 640 p. 19. *Weber M., Milam D., Smith W.* // Opt. Engin. 1978. V. 17. No. 5. P. 463.

## **Differential gain of THz radiation in crystalline quartz plate in the field of pump wave**

**I. I. Kazakov\*, M. S. Guselnikov, S. A. Kozlov**

*ITMO University, St. Petersburg, 197101 Russia*

*\* e-mail: ikazzakov@yandex.ru*

The possibility to exploit nonlinear Fabry–Perot interferometers to differential gain of terahertz radiation in the field of a pump wave of the same frequency was theoretically considered. It is shown that in mirrorless nonlinear Fabry–Perot interferometer consisted of crystalline quartz plate, which reflection is determined by Fresnel reflection only, the regime of maximal differential gain of radiation with central frequency at 1 THz can be observed at thickness of working medium near 1 mm and at radiation intensity with order of magnitude at  $10^8 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$ .

**Keywords:** nonlinear Fabry–Perot interferometer, THz spectral range, mirrorless interferometer, crystalline quartz, optical transistor, differential gain