

УДК 538.995

СТРИКЦИОННО-ИНДУЦИРОВАННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В МАГНИТОАКТИВНОМ ЭЛАСТОМЕРЕ

© 2024 г. О. В. Столбов¹, Ю. Л. Райхер^{1, *}

¹Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки “Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук”, Пермь, Россия

*E-mail: raikher@icmm.ru

Поступила в редакцию 15.11.2023

После доработки 22.11.2023

Принята к публикации 28.12.2023

Теоретически продемонстрирована возможность определить коэффициент α магнитострикции магнитоактивного эластомера путем простого изометрического эксперимента, в котором измеряется усилие, возникающее при наложении поля в направлении, вдоль которого размер образца МАЭ зафиксирован. Показано, что коэффициент α можно найти, зная зависимость возникающей силы (поверхностного давления) от аспектного отношения образца.

DOI: 10.31857/S0367676524040226, EDN: QGJFVT

ВВЕДЕНИЕ

Цель настоящей работы – теоретическое обоснование способа, позволяющего определять стрикционный параметр магнитоактивного эластомера по данным изометрических силовых измерений.

Название магнитоактивный эластомер (МАЭ) обозначает композицию мягкого полимера с микродисперсным ферромагнетиком [1–3]. Имея модули упругости 10^2 – 10^4 Па, МАЭ рассматриваются как перспективные смарт-материалы для рабочих элементов адаптивных демпферов и манипуляторов, [4], адаптивных акустических покрытий [5], мягких микророботов [6,7], тканевой инженерии [8] и пр. В основе всех этих применений лежит магнитодеформационный эффект: способность МАЭ значительно изменять свою форму и внутренние свойства в ответ на приложенное магнитное поле.

Типичная и наиболее распространенная разновидность МАЭ – это матрица из силиконового каучука, наполненная порошком карбонильного железа при объемной концентрации 20–30%. Поскольку карбонильное железо обладает низкой энергией магнитной анизотропии, частицы микронного размера в отсутствие внешнего поля имеют развитую доменную структуру и, таким образом, практически нулевой магнитный момент. Вследствие этого образец МАЭ в основном состоянии не имеет намагниченности.

Приложение магнитного поля умеренной величины (до 100–200 кА/м) никак не влияет на

полимер, но существенно намагничивает частицы: начальная магнитная восприимчивость железа составляет несколько тысяч (в системе СИ). Приобретая магнитный момент, каждая частица вступает в магнитоэлектростатическое взаимодействие со всеми остальными. Поскольку магнитные силы анизотропны, они стремятся определенным образом перестроить мезоструктуру МАЭ, а именно: собрать частицы в цепи, направленные вдоль поля и при этом удаленные на максимальное расстояние одна от другой в плоскости перпендикулярной полю. Подчиняясь этой тенденции, частицы сдвигаются из своих исходных положений, однако, лишь в некоторой степени, поскольку их полному агрегированию препятствуют упругие силы, создаваемые полимерной сеткой. На макроскопическом уровне магнитомеханический отклик МАЭ является совокупным результатом всех происходящих в нем мезоскопических изменений.

МАГНИТОСТРИКЦИОННЫЙ ЭФФЕКТ В МАЭ

Понятие магнитострикции давно существует в физике ферромагнетиков, где оно обозначает взаимозависимость размера тела и его намагниченности [9,10]. Магнитострикция кристаллических ферромагнетиков обусловлена внутриатомным спин-орбитальным взаимодействием и имеет сугубо квантовую природу. В количественном отношении она мала: относительная магнитострикционная деформация составляет 10^{-6} – 10^{-5} .

Магнитострикция МАЭ принципиально отличается от своего твердотельного прототипа, поскольку является классическим, а не квантовым эффектом. В МАЭ причиной магнитострикции является изменение ближнего пространственного порядка в ансамбле частиц наполнителя; подробности, можно найти в работе [11]. Эту структурную перестройку вызывают пондеромоторные силы, возникающие между частицами при их намагничивании. Перенос названия эффекта в ферромагнетиках на МАЭ объясняется тем, что в обоих случаях в макроскопической плотности энергии учитывается взаимозависимость магнитного и деформационного состояний материала. Величина указанного вклада в энергию задается одним феноменологическим параметром — коэффициентом линейной магнитострикции.

СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ МАЭ В КONTИНУАЛЬНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Даже в небольшом образце МАЭ (скажем, размером ~ 1 мм) при содержании магнитной фазы ~ 25 об. % находится 10^3 – 10^8 частиц. Очевидно, что его полное мезоскопическое моделирование с учетом всех магнитных и упругих сил потребовало бы огромной затраты вычислительных ресурсов. Тем более, такой план непригоден для инженерных задач. Выходом из положения является использование континуальных моделей, учитывающих только главные особенности поведения МАЭ в поле и/или под механической нагрузкой. Такая модель представляет собой систему уравнений для макроскопических полевых переменных (тензоры деформации и напряжений, намагниченность), где специфика МАЭ отражена введением небольшого числа дополнительных слагаемых.

В тех случаях, когда интерес представляют равновесные ситуации, континуальные уравнения получают варьированием функционала свободной энергии образца. Указанная задача рассматривалась неоднократно [12–16]. Как показано, например, в работе [13], объемную плотность свободной энергии МАЭ можно представить суммой $F = F_{\text{el}} + F_{\text{mag}} + F_{\text{cross}}$, где F_{el} — упругая энергия матрицы, которая не зависит от магнитного поля и описывается одним из стандартных высокоэластических потенциалов, например, Муни–Ривлина или Джента [17]. Выражение для магнитной энергии F_{mag} получается из решения задачи магнитостатики при заданном внешнем поле в образце с неподвижными границами и фиксированным распределением восприимчивости χ в нем.

Функция F_{cross} описывает взаимное влияние магнитных и упругих свойств, то есть внутреннюю магнитомеханику МАЭ. Хотя феноменологическая термодинамика не позволяет найти точный вид

этого слагаемого, можно показать, что в рассматриваемом случае F_{cross} можно представить в виде ряда по степеням свертки тензора деформации ϵ_{ik} и компонент вектора внутреннего поля H или намагниченности M [13]. Ограничиваясь квадратичным приближением, имеем

$$F_{\text{cross}} = -\mu_0 \left[\frac{1}{2} \alpha \epsilon_{ik} H_i H_k + \frac{1}{2} \beta H^2 (\epsilon_{ik})^2 + \frac{1}{2} \gamma (\epsilon_{ij} H_j)^2 + \kappa \epsilon_{jj} H^2 \right]. \quad (1)$$

Коэффициенты α , β , γ , κ не зависят от ϵ_{ij} и $\vec{H}$, и в общем случае их следует считать тензорами; однако для МАЭ, основное состояние которого изотропно, мы ограничились в (2) скалярным приближением. Отметим, что в формуле (1) аналогом константы линейной магнитострикции твердого ферромагнетика является коэффициент α , он определяет вклад единственного слагаемого, имеющего первый порядок по тензору деформации.

Запишем выражение для начальной магнитной восприимчивости МАЭ по отношению к полю внутри образца:

$$\chi_{ik} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial H_i \partial H_k} (F_{\text{mag}} + F_{\text{cross}}) = \chi_0 \delta_{ik} + \alpha \epsilon_{ik} + \beta (\epsilon_{ik})^2 \delta_{ik} + \gamma \epsilon_{ij} \epsilon_{jk} + 2\kappa \epsilon_{jj} \delta_{ik}. \quad (2)$$

Здесь χ_0 — восприимчивость МАЭ с $F_{\text{cross}} = 0$, то есть такого композита, распределение частиц в котором не изменяется ни при намагничивании, ни при деформировании. Третье и четвертое слагаемые в (2) квадратичны по ϵ_{ik} , поэтому при не слишком сильном деформировании ими можно пренебречь по сравнению с линейной поправкой.

Вынужденная деформация индуцирует в МАЭ поле механических напряжений

$$\sigma_{ik} = -\frac{\partial}{\partial \epsilon_{ik}} (F_{\text{el}} + F_{\text{cross}}) = \lambda \epsilon_{jj} + 2G \epsilon_{ik} + \frac{1}{2} \alpha \mu_0 \epsilon_{ik} H_i H_k + \beta \mu_0 H^2 \epsilon_{ik} + \frac{1}{2} \gamma \mu_0 (\epsilon_{ij} H_k + \epsilon_{kj} H_i) H_j + \kappa H^2 \delta_{ik}; \quad (3)$$

здесь коэффициент λ — величина пропорциональная объемному модулю материала, а через G обозначен модуль сдвига модельного МАЭ с $F_{\text{cross}} = 0$. Присутствие магнитного поля модифицирует механические свойства материала: в роли эффективного модуля выступает теперь тензор

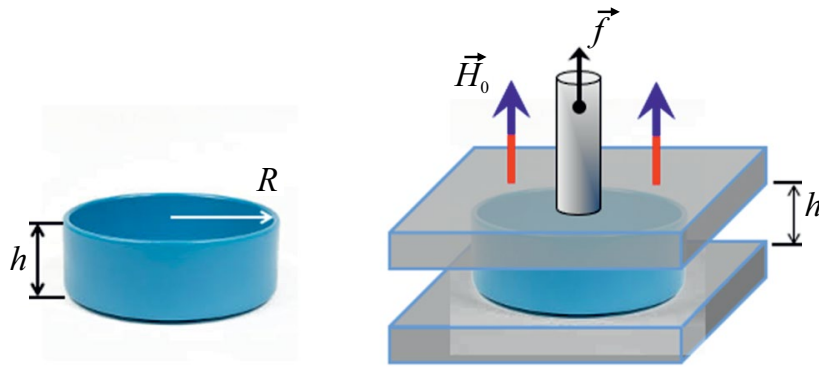


Рис. 1. Схема изометрического испытания образца МАЭ.

$$G_{iklm} = \frac{\partial}{\partial \epsilon_{lm}} \sigma_{ik} = - \frac{\partial^2}{\partial \epsilon_{lm} \partial \epsilon_{ik}} (F_{el} + F_{cross}) =$$

$$= \frac{1}{2} (G + \beta \mu_0 H^2) [\delta_{il} \delta_{km} + \delta_{im} \delta_{kl}] + \frac{1}{4} \mu_0 \times \quad (4)$$

$$\times [H_i (H_l \delta_{km} + H_m \delta_{kl}) + H_k (H_l \delta_{im} + H_m \delta_{il})].$$

Как видно из разложений (3) и (4), намагничивание не только изменяет модуль МАЭ, но и придает материалу анизотропную упругость. При этом линейная магнитострикция (определяемая коэффициентом α), влияя на деформирование образца, не дает вклада в перенормировку модуля упругости.

СТАТИКА МАЭ С УЧЕТОМ ЛИНЕЙНОЙ МАГНИТОСТРИКЦИИ

В рамках феноменологии теоретическая оценка коэффициентов α , β , γ , невозможна; нереален и их точный мезоскопический расчет. Рациональным выходом из сложившейся ситуации представляется сбор экспериментальных данных о магнитомеханике МАЭ и построение приближенных моделей на этой основе. Важным шагом к решению такой задачи является выбор методики механических испытаний.

Рассмотрим способ, позволяющий найти коэффициент α из простых статических измерений. Как указано, этот материальный параметр определяет главную часть магнитомеханического взаимодействия в МАЭ при не слишком больших деформациях и полях. Между тем, имеющиеся в литературе теоретические оценки [16,18] противоречат друг другу как относительно величины, так и знака α .

Возможность находить коэффициент линейной магнитострикции из простого изометрического эксперимента прямо следует из соотношения (3). Действительно, при $\epsilon_{ik} = 0$ (деформация отсутству-

ет) вклады, пропорциональные G , β и γ обращаются в нуль. Поэтому в пренебрежении краевыми эффектами магнитострикционное давление на гра-

нице образца есть $p_{str} = \frac{1}{2} \alpha \mu_0 (\vec{n} \vec{H})^2$, где $\vec{n}$ — еди-

ничный вектор нормали к границе. Отсюда следует, что, получив решение изометрической краевой задачи для заданного образца (например, цилиндра), можно определить стрикционную константу изучаемого МАЭ, фитируя данные статических измерений давления.

Пусть цилиндрический образец МАЭ помещен, как показано на рис. 1, в зазор между двумя неподвижными обкладками реометра, работающего в статическом режиме, а однородное магнитное поле накладывается перпендикулярно торцу цилиндра. В этих условиях последний не имеет возможности изменять высоту, так что магнитострикция проявляется через создание давления, регистрируемого тензометром.

При интерпретации результатов тензометрии МАЭ следует учитывать, что из-за дальнего действия характера магнитных взаимодействий поле внутри образца отличается от поля, приложенного извне. Поэтому в поверхностном давлении всегда присутствует магнитоэлектростатический вклад, который в линейном приближении $\vec{M} = \chi_0 \vec{H}$ принимает

вид $p_{mag} = \frac{1}{2} \mu_0 \chi_0^2 (\vec{n} \vec{H})^2$. Вследствие конечности

радиуса образца внутреннее поле в нем неоднородно, и то же относится к распределению давления на поверхности. По этой причине силу f , приложенную к обложке реометра, следует получать интегрированием магнитного давления по площади соприкосновения МАЭ с ней.

РЕШЕНИЕ ИЗОМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Обозначим высоту и радиус цилиндра соответственно через h и R , см. рис. 1. В общем случае для

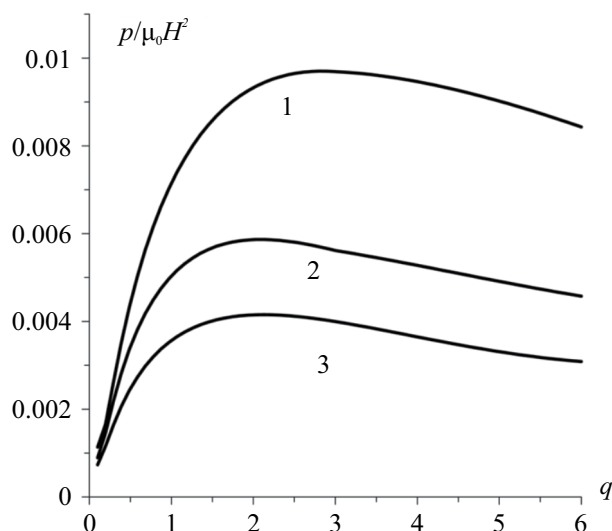


Рис. 2. Зависимость среднего давления на торце цилиндра от аспектного отношения для значений магнитной восприимчивости χ_0 : 3.8 (1), 5.0 (2), 7.5 (3); параметр магнитострикции $\alpha = 0$.

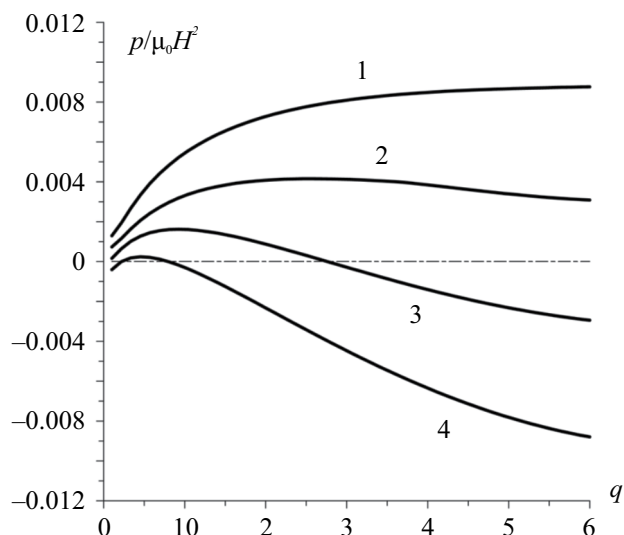


Рис. 3. Зависимость среднего давления на торце цилиндра от аспектного отношения для значений параметра магнитострикции α : -0.1 (1), 0 (2), 0.1 (3), 0.2 (4); магнитная восприимчивость $\chi_0 = 3.8$.

того, чтобы рассчитать реакцию цилиндра из МАЭ на внешнее поле, необходимо решить связанную систему уравнений магнитоупругости [19]. Однако в приближении малых деформаций ситуация упрощается. Сначала при нулевых деформациях решается задача магнитостатики: находится магнитное поле $\vec{H}(\vec{r})$ внутри цилиндрического образца МАЭ и в окружающем его пространстве. Из полученного решения определяются магнитное давление на границе образца и пондеромоторные силы, действующие внутри него. Найденные распределения магнитного поля и сил подставляются в уравнения теории упругости, после решения которых находится распределение напряжений внутри образца (которое зависит, в том числе, от α). Давление $p(\vec{r})$ на торце цилиндра рассчитывается как разность между магнитным давлением и упругим напряжением:

$$p = p_{\text{magn}} - \sigma_{ik} n_i n_k|_S. \quad (5)$$

Интегрирование $p(\vec{r})$ по поверхности S торца дает суммарную силу f , из которой находится среднее давление $\bar{p} = f/S$. Как видно из формул для p_{str} и p_{magn} , в используемом приближении все составляющие магнитного давления на границе квадратичны по полю.

Указанные магнитостатическая и упругая задачи решались численно методом конечных элементов при помощи библиотеки FEniCS. Чтобы избежать проблем, связанных с сингулярностями на ободе цилиндра, угол между плоскостью торца и образующей скруглялся с радиусом 2% от минимального из двух значений: радиуса и высоты. Граничные условия на торце цилиндра запрещали

осевые перемещения, но допускали их в касательном направлении (скольжение).

На рис. 2 представлена зависимость среднего давления от аспектного отношения ($q = h/2R$) цилиндра из МАЭ при различных значениях магнитной восприимчивости χ в отсутствие магнитострикции ($\alpha = 0$). В этих условиях единственной причиной эффекта является размагничивающее поле, связанное с ограниченностью размера образца. Как и должно быть в этом случае, цилиндр стремится вытянуться в направлении поля: все полученные значения $\bar{p}$ положительны. Каждая кривая рис. 2 проходит через максимум, положение которого с увеличением χ смещается в сторону увеличения аспектного отношения. Представленные результаты легко понять, если вспомнить, что в противоположном случае – когда пространственные ограничения отсутствуют, и образец МАЭ реагирует не созданием давления, а изменением размера – удлинение образца МАЭ является немонотонной функцией аспектного отношения. Деформация относительно невелика при $q \ll 1$ и $q \gg 1$ и имеет максимум при $q \sim 1$ – см. результаты работы [14], где в расчетах использовано типичное для рассматриваемых МАЭ значение $\chi = 3.8$.

Учет магнитострикционного эффекта существенно изменяет ситуацию. На рис. 3 показано, как ведут себя зависимости $\bar{p}(q)$ при различных значениях параметра α . Для магнитной восприимчивости принято $\chi = 3.8$, так что кривая 1 ($\alpha = 0$) на этом рисунке воспроизводит соответствующую кривую на рис. 2. Как видно, в МАЭ, обладающем магнитострикцией, при достаточно большом аспектном

отношении давление меняет знак: образец стремится не расширяться, а сжаться. Хотя для сплюснутых ($q < 1$) цилиндров инверсия давления требует достаточно больших α , в целом влияние параметра магнотстрикции на функцию $\bar{p}(q)$ хорошо заметно при любых значениях аспектного отношения.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Необходимость учета магнотстрикционного эффекта была впервые отмечена в [16]. В этой работе расчет свободного деформирования сферы из МАЭ [14] был повторен с добавлением α , взятой из диэлектрического аналога [20] рассматриваемой задачи. Однако учет корреляционных поправок при расчете намагниченности в системе случайных распределенных магнитомягких частиц показал, что получаемое в этом приближении значение α должно быть практически нулевым [18].

Это противоречие между предсказаниями мезоскопических моделей подчеркивает важность экспериментальной проверки. Одним из простых способов прояснить ситуацию является предложенная схема. Проведение таких измерений было бы крайне желательно, тем более что в литературе можно найти очень мало исследований близких к рассматриваемой задаче по существу. Нам известны только две таких работы.

Так, в [21] рассматривался полный аналог решаемой нами задачи: зависимость давления, развиваемого цилиндрическим образцом МАЭ в изометрической ситуации, от аспектного отношения. Изучались МАЭ, наполненные частицами карбонильного железа микронного размера с объемной концентрацией $\sim 33\%$. При увеличении аспектного отношения q от 0.03 до 0.3 экспериментально обнаружен и теоретически обоснован рост $\bar{p}(q)$. С одной стороны, интервал параметра q в [16] соответствует начальным участкам кривых на рис. 2 и 3, где функция $\bar{p}(q)$ также возрастает при любых значениях параметров. Однако, с другой стороны, этот факт вряд ли можно считать достаточным подтверждением согласия результатов. Дело в том, что эксперимент и расчеты [21] выполнены только для случая сильных полей (~ 800 кА/м), когда намагниченность частиц близка к насыщению. Между тем, в настоящей работе рассмотрен другой предельный случай — слабое поле, где происходит линейный рост намагниченности. Иными словами, для корректного сопоставления необходим пока отсутствующий расчет для случая произвольного поля.

В работе [22] использована та же экспериментальная схема, что показана на рис. 1 и приведена в [21]. Однако в [22] предметом рассмотрения была зависимость нормального давления только от приложенного поля и концентрации магнитного наполнителя. Исследованная серия образцов МАЭ с магнитомягкими частицами имела

фиксированный размер: диаметр тестового цилиндра совпадал с его высотой ($h = 2R$, $q = 1$). Эксперименты подтвердили вполне ожидаемую квадратичность осевого давления $\bar{p}$ по приложенному полю. Хотя зависимость давления от аспектного отношения исследована не была, представленные данные все же позволяют получить ориентировочную оценку магнотстрикционного параметра МАЭ со случайным пространственным распределением частиц, изученного в [22]. Так, найденный там коэффициент параболы $\bar{p}(H)$, составил $\bar{p} / \mu_0 H^2 = 3.7 \cdot 10^{-3}$. Из формулы (5) следует, что среднее давление является линейной функцией α . Строя эту зависимость с учетом значения $\chi_0 = 3.27$, приведенного в [17], получаем $\alpha \approx -0.032$. Отметим, что это значение хорошо согласуется с оценкой $\alpha = -\frac{1}{2}\chi_0^2$ из [20], использованной в [16], согласно которой $\alpha \approx -0.027$.

Работа выполнена в рамках проекта АААА-А20-120020690030-5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jolly M.R., Carlson J.D., Muñoz B.C. // Smart Mater. Struct. 1996. V. 5. P. 607.
2. Davies L.C. // J. Appl. Phys. 1999. V. 85. P. 3348.
3. Carlson J.D., Jolly M.R. // Mechatronics. 2000. V. 10. P. 555.
4. Böse H., Gerlach N., Ehrlich J. // J. Intell. Mater. Syst. Struct. 2021. V. 32. Art. No. 1550.
5. Yu K., Fang N.X., Huang G., Wang Q. // Adv. Mater. 2018. V. 30. Art. No. 1706348.
6. Lloyd P., Hoshier A.K., da Veiga T. et al. // IEEE Robot. Autom. Lett. 2020. V. 5. P. 3937.
7. Bastola A.K., Hossain M. // Mater. Des. 2021. V. 211. Art. No. 110172.
8. Fernandes M.M., Correia D.M., Ribeiro C. et al. // ACS Appl. Mater. Interfaces. 2019. V. 11. P. 45265.
9. Тикадзуми С. Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и практические применения. М.: Мир, 1987.
10. Бозорт Р. Ферромагнетизм. М.: ГИФМЛ, 1956.
11. Stolbov O.V., Raikher Yu.L., Balasoiu M. // Soft Matter. 2011. V. 8. P. 8484.
12. Dorfmann A., Ogden R.W. // Europ. J. Mech. A. Solids. 2003. V. 22. P. 497.
13. Kankanala S.V., Triantafyllidis N. // J. Mech. Phys. Solids. 2004. V. 52. P. 2869.
14. Райхер Ю.Л., Столбов О.В. // Прикл. мех. и техн. физ. 2005. № 3. С. 153.
15. Райхер Ю.Л., Столбов О.В. // Вычисл. мех. сплош. сред. 2009. Т. 2. С. 85.
16. Morozov K., Shliomis M., Yamaguchi H. // Phys. Rev. E. 2009. V. 79. Art. No. 040801(R).

17. *Oswald P.* Rheophysics. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
18. *Zubarev A.Yu., Borin D.Yu.* // J. Magn. Magn. Mater. 2015. V. 377. P. 373.
19. *Raikher Yu.L., Stolbov O.V.* // J. Phys. Cond. Matt. 2008. V. 20. Art. No. 204126.
20. *Shkel Yu.M., Klingenberg D.J.* // J. Appl. Phys. 1998. V. 83. P. 7834.
21. *Romeis D., Kostrov S.A., Kramarenko E.Yu. et al.* // Soft Matter. 2020. V. 16. P. 9047.
22. *Borin D.Yu., Odenbach S., Stepanov G.V.* // J. Magn. Magn. Mater. 2019. V. 470. P. 85.

Striction-induced stresses in a magnetoactive elastomer

O. V. Stolbov¹, Yu. L. Raikher^{1, *}

¹*Institute of Continuous Media Mechanics, Perm Federal Research Center of the Ural Branch
of the Russian Academy of Sciences, Perm, 614018 Russia*

**e-mail: raikher@icmm.ru*

The possibility to determine the magnetostriction coefficient α of a magnetoactive elastomer is theoretically demonstrated by way of simple isometric experiment, when the force is measured that emerges in result of application of a field in the direction along which the dimension of the sample is fixed. It is shown that the value of α may be found from analyzing the dependence of the force (or surface pression) on the aspect ratio of the sample.