

УДК 621.385.6

## УМНОЖЕНИЕ ЧАСТОТЫ В СИЛЬНОТОЧНОМ РЕЛЯТИВИСТСКОМ ГИРОТРОНЕ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ МОЩНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ДИАПАЗОНА

© 2023 г. А. Н. Леонтьев<sup>1, \*</sup>, Р. М. Розенталь<sup>1, 2</sup>, Н. С. Гинзбург<sup>1</sup>, И. В. Зотова<sup>1</sup>,  
А. М. Малкин<sup>1, 2</sup>, А. С. Сергеев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной физики Российской академии наук”, Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
“Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского”,  
Нижний Новгород, Россия

\*E-mail: leontiev@ipfran.ru

Поступила в редакцию 29.08.2022 г.

После доработки 16.09.2022 г.

Принята к публикации 26.09.2022 г.

В рамках усредненных уравнений и на основе трехмерного моделирования методом крупных частиц исследован режим умножения частоты в сильноточном релятивистском гиротроне диапазона 0.1 ТГц. Показано, что отношение мощности излучения на третьей гармонике к уровню генерации на основном циклотронном резонансе может составлять 0.4–0.8%, что позволяет рассчитывать на получение излучения в диапазоне 0.3 ТГц субмегаваттного уровня мощности.

DOI: 10.31857/S0367676522700107, EDN: JJCLJD

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одними из наиболее мощных источников излучения терагерцевого диапазона являются гиротроны, которые в импульсном режиме обеспечивают уровни мощности в сотни киловатт в терагерцевом диапазоне при работе на основном циклотронном резонансе [1, 2]. Однако необходимость создания достаточно сильных магнитных полей в большом объеме является одним из ключевых факторов, ограничивающих продвижение мощных гиротронов в более высокочастотные диапазоны. К примеру, в случае сильноточного гиротрона диапазона 0.3 ТГц требуется магнитное поле около 20 Тл [3].

В этой связи, как с целью повышения частоты генерации при заданной величине магнитного поля, так и для снижения магнитного поля на заданной частоте, представляет интерес исследование возбуждения в гиротронах на циклотронных гармониках. Одной из привлекательных возможностей здесь является использование эффекта умножения частоты [4, 5]. При этом, поскольку электронный пучок является нелинейной средой, в нем под воздействием внешней или сгенерированной самим пучком низкочастотной волны возникают гармоники тока, которые обеспечивают последующее высокочастотное излучение на гармониках частоты низкочастотной волны.

В случае слабoreлятивистских винтовых электронных пучков значительным недостатком описанного механизма является низкий коэффициент нелинейной трансформации, который определяется как отношение мощности высокочастотного излучения к уровню низкочастотной генерации на основном циклотронном резонансе. Это обусловлено, с одной стороны, неэквидистантностью спектра мод цилиндрических волноводов, типично используемых в гиротронах, а, с другой, — быстрым спаданием коэффициентов связи с увеличением номера гармоники. В частности, проведенные в [6, 7] измерения мощности для слабoreлятивистского гиротрона с рабочей частотой 0.26 ТГц показали, что значения коэффициента нелинейной трансформации на второй циклотронной гармонике на частоте 0.52 ТГц составили  $10^{-4}$  (т.е., около 0.01% относительно мощности излучения на первой гармонике), а для третьей циклотронной гармоники на частоте 0.78 ТГц — около  $10^{-6}$  (0.0001%). В то же время, хорошо известно, что степень спада коэффициентов связи на гармониках уменьшается с увеличением энергии электронов [8].

В данной работе показано, что при использовании релятивистского сильноточного винтового электронного пучка, коэффициент нелинейной трансформации в гиротроне увеличивается на не-

скольких порядков. В результате мощность генерации на третьей гармонике может составлять десятки доли процента относительно мощности генерации на первой гармонике.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ В РАМКАХ УСРЕДНЕННОГО ПОДХОДА

Рассмотрим модель гиротрона в виде отрезка слабонерегулярного цилиндрического волновода радиусом  $R_0$ , в котором винтовой электронный пучок возбуждает несколько ТЕ-мод с номерами  $n = 1, 2, 3, \dots$  и значениями азимутального и радиального индексов  $m_n$  и  $q_n$ , соответственно. Будем полагать, что каждая мода взаимодействует с пучком на  $s_n$ -ой циклотронной гармонике; при этом частота излучения на заданной моде близка как к критической частоте моды в резонаторе  $\bar{\omega}_n^c$ , так и к величине  $s_n \omega_H^0$ , где  $\omega_H^0 = eH_0/m_e c \gamma_0$  – гирочастота,  $H_0$  – величина ведущего магнитного поля,  $\gamma_0$  – релятивистский масс-фактор. Электрическое поле каждой из мод в рабочем пространстве может быть представлено в виде

$$\vec{E}_n = \text{Re} \left( A_n(z, t) \vec{E}_\perp^n(r) \exp(is_n \omega_H^0 t - im_n \varphi) \right), \quad (1)$$

где  $A_n(z, t)$  – медленно меняющаяся комплексная амплитуда моды с номером  $n$ , функция  $\vec{E}_\perp^n(r)$  описывает радиальную структуру моды,  $\varphi$  – азимутальный угол. Электронно-волновое взаимодействие с учетом разброса по скоростям в электронном пучке может быть описано следующей системой уравнений (ср. с [9]):

$$\begin{aligned} i \frac{\partial^2 a_n}{\partial Z^2} + s_n \frac{\partial a_n}{\partial \tau} + (i\Delta_n + i\delta_n(Z) + \sigma_n) a_n = \\ = i \frac{G_n}{4\pi^2} \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(m_n - s_n)\varphi} \int_0^{2\pi} \alpha(p_0) \int_0^{2\pi} p^s d\theta_0 dp_0 d\varphi}{\int_0^{2\pi} \alpha(p_0) \sqrt{g_0^2 + 1 - \bar{g}_0^2 |p_0|^2} dp_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{g_0^2 + 1 - \bar{g}_0^2 |p_0|^2} \frac{\partial p}{\partial Z} + \frac{\bar{g}_0^2}{4} \frac{\partial p}{\partial \tau} + ip(|p|^2 - |p_0|^2) = \\ = i \sum_n a_n (p^*)^{s_n - 1} e^{-i(m_n - s_n)\varphi}, \end{aligned}$$

где

$$a_n = \frac{e A_n J_{m_n - s_n}(v_{m_n, q_n} R_b / R_0) s_n^{s_n} \bar{\beta}_{\perp 0}^{s_n - 4}}{m c \omega_H^0 2^{s_n - 1} s_n! \gamma_0}, \quad (3)$$

безразмерная амплитуда поля

$$Z = \frac{\bar{\beta}_{\perp 0}^2 \omega_H^0}{2 \bar{\beta}_{\parallel 0} c} z, \quad \tau = \frac{\bar{\beta}_{\perp 0}^4}{8 \bar{\beta}_{\parallel 0}^2} \omega_H^0 t, \quad (4)$$

безразмерные продольная координата и время,  $\bar{\beta}_{\perp 0} = \bar{V}_{\perp 0}/c$  и  $\bar{\beta}_{\parallel 0} = \bar{V}_{\parallel 0}/c$  – средние значения нормированной поперечной и продольной скорости электронов на входе в область взаимодействия,  $g_0 = \bar{\beta}_{\perp 0}/\bar{\beta}_{\parallel 0}$  – соответствующий питч-фактор,

$$p = \frac{(p^x + ip^y) e^{-is_n \omega_H t + i(m_n - 1)\varphi}}{m \bar{V}_{\perp 0} \gamma_0} \quad (5)$$

нормированный на среднее начальное значение комплексный поперечный импульс,

$$\Delta_n = \frac{8 \bar{\beta}_{\parallel 0}^2 s_n^2 \omega_H^0 - \bar{\omega}_n^c}{\bar{\beta}_{\perp 0}^4 \bar{\omega}_n^c} \quad (6)$$

циклотронная расстройка для моды с номером  $n$ ,

$$\delta_n(Z) = \frac{8 \bar{\beta}_{\parallel 0}^2 s_n^2 \bar{\omega}_n^c - \omega_n^c(Z)}{\bar{\beta}_{\perp 0}^4 \bar{\omega}_n^c} \quad (7)$$

геометрическая расстройка, описывающая профиль резонатора  $R(z)$ ,  $\omega_n^c(Z) = v_{m_n, q_n} c / R(z)$  – функция, задающая зависимость критической частоты моды с номером  $n$  от продольной координаты,

$$\begin{aligned} G_n = 64 \frac{e I_b \bar{\beta}_{\parallel 0} \bar{\beta}_{\perp 0}^{2(s_n - 4)}}{m_e c^3 \gamma_0} \times \\ \times s_n^3 \left( \frac{s_n^{s_n}}{2^{s_n} s_n!} \right)^2 \frac{J_{m_n - s_n}^2(v_{m_n, q_n} R_b / R_0)}{(v_n^2 - m_n^2) J_{m_n}^2(v_{m_n, q_n})} \end{aligned} \quad (8)$$

– параметр возбуждения для пучка с радиусом инжекции  $R_b$  и током  $I_b$ ,  $v_{m_n, q_n}$  – корень с номером  $q_n$  уравнения  $J'_{m_n}(v) = 0$ ,

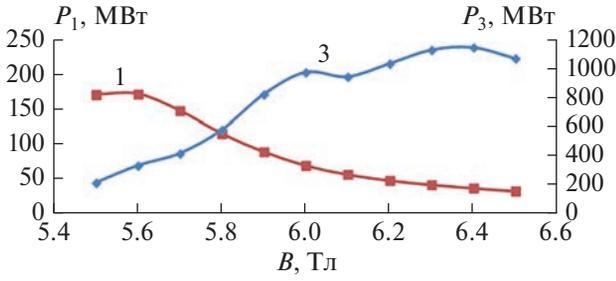
$$\sigma_n = 4 \frac{\bar{\beta}_{\parallel 0}^2 s_n^2}{\bar{\beta}_{\perp 0}^4 Q_n} \quad (9)$$

коэффициент поглощения,

$$Q_n = \frac{R_0}{d_n} \left( 1 - \frac{m_n^2}{v_{m_n, q_n}^2} \right), \quad (10)$$

омическая добротность для моды с номером  $n$ ,  $d_n$  – соответствующая толщина скин-слоя. Для учета начального разброса электронов по поперечным скоростям использовалась гауссова функция распределения:

$$\alpha(p) = \frac{\sum_{j=-M}^M e^{-j^2 \chi} \int_0^{2\pi} p_j^{s_n} d\theta_0}{\sum_{j=-M}^M e^{-j^2 \chi} \sqrt{g^2 + 1 - g^2 |p_j^0|^2}}, \quad (11)$$



**Рис. 1.** Моделирование на основе усредненных уравнений. Зависимость мощностей генерации на основной гармонике  $P_1$  и третьей гармонике  $P_3$  от величины магнитного поля.

где целое число  $M$  определяет число фракций электронов, равное  $2M + 1$ ,  $p_j$  – значение комплексного поперечного импульса для  $j$ -й фракции электронов,  $\chi$  – параметр относительной ширины гауссовой кривой распределения.

Будем считать, что на входе в пространство взаимодействия электроны равномерно распределены по фазам циклотронного вращения

$$p_j(Z=0) = p_j^0 e^{i\theta_0}, \quad \theta_0 \in [0, 2\pi). \quad (12)$$

В свою очередь  $p_j^0 = (1 + \epsilon j) e^{i\theta}$ , где  $\epsilon$  – параметр абсолютной величины разброса.

Во входном и выходном сечениях пространства взаимодействия используется излучательное граничное условие [10]:

$$\begin{aligned} a_n(Z=0, \tau) - \frac{e^{-i(\Delta_n + \delta_n(0) + \sigma_n)/s_n}}{\sqrt{i\pi s_n}} \times \\ \times \int_0^\tau \frac{e^{-i(\tau-\tau')}}{\sqrt{\tau-\tau'}} \frac{\partial a_n(0, \tau')}{\partial Z} d\tau' = 0, \\ a_n(Z=L, \tau) + \frac{e^{-i(\Delta_n + \delta_n(L) + \sigma_n)/s_n}}{\sqrt{i\pi s_n}} \times \\ \times \int_0^\tau \frac{e^{-i(\tau-\tau')}}{\sqrt{\tau-\tau'}} \frac{\partial a_n(L, \tau')}{\partial Z} d\tau' = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $L$  – нормированная длина резонатора.

В использованных нормировках мощность излучения каждой из мод в выходном сечении находится по формуле

$$P_n \text{ [кВт]} = 511.765J [A] \frac{\gamma_0 \beta_{\perp 0}^2}{G_n} \text{Im} \left( a_n \frac{\partial a_n^*}{\partial Z} \right) \Bigg|_{Z=L}. \quad (14)$$

Рассмотрим релятивистский гиротрон диапазона 0.1 ТГц с рабочей модой  $TE_{-4,2}$ , возбуждаемый винтовым электронным пучком с энергией 500 кэВ и током 2 кА. Для удобства будем полагать, что рабочая мода на основной гармонике гирочастоты имеет номер 1, соответственно  $s_1 = 1$ ,

$m_1 = -4$ ,  $q_1 = 2$ . Известно, что для эффективного умножения излучения в гармонику с номером  $s_n$ , необходимо, чтобы азимутальные индексы мод на первой и  $n$ -ой циклотронных гармониках удовлетворяли соотношению

$$m_n = s_n m_1, \quad (15)$$

и, одновременно, выполнялось условие кратности критических частот

$$\bar{\omega}_n^c \approx s_n \bar{\omega}_1^c, \quad (16)$$

Последнее условие удобно переписать для значений собственных чисел мод:

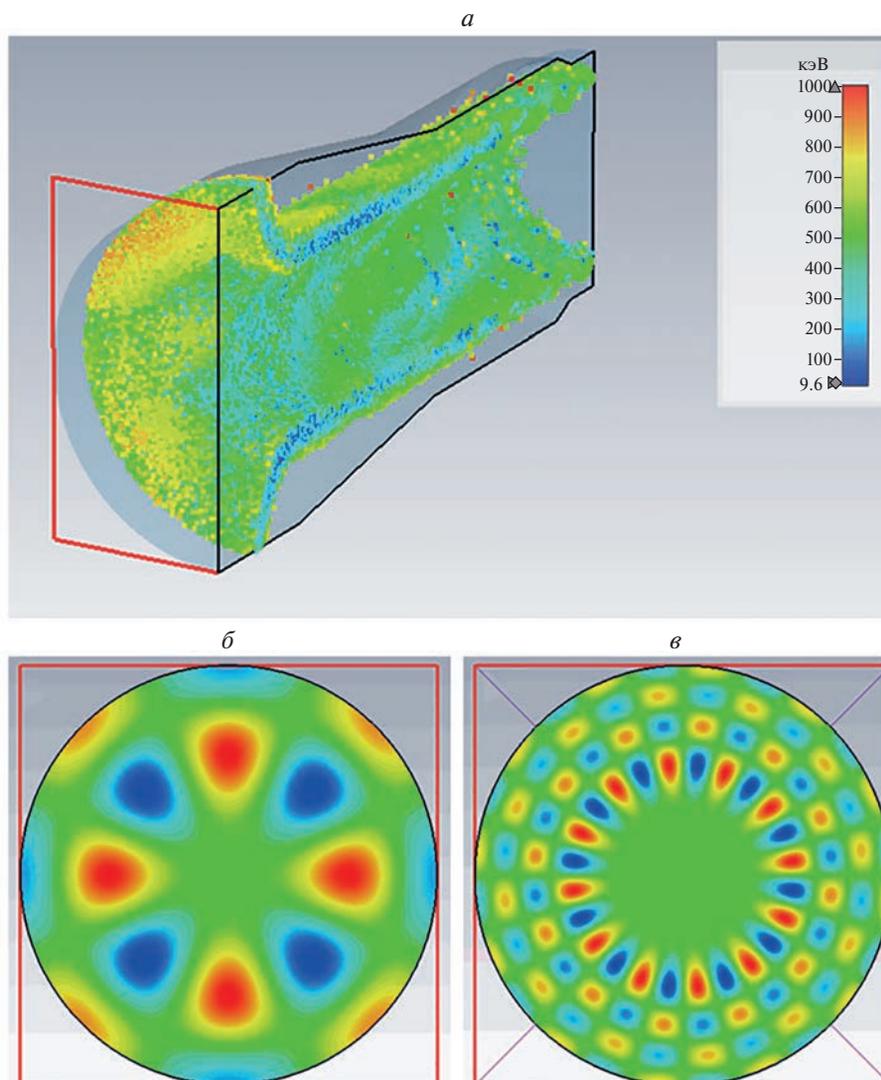
$$V_{m_n, q_n} \approx s_n V_{m_1, q_1}. \quad (17)$$

Рассмотрим умножение в гармонику с номером  $s_2 = 3$  на частоте 0.3 ТГц. Согласно условию (15), азимутальный индекс высокочастотной моды будет равен  $m_2 = -12$ . В свою очередь, условие (17) будет лучше всего выполняться для моды  $TE_{-12,4}$ , так что  $q_2 = 4$ . Для величины начального разброса электронов по поперечным скоростям 20% и среднего начального значения питч-фактора  $g_0 = 1$  значения параметров в выражениях (11), (12) примут значения  $\epsilon = 0.04$ ,  $\chi = 0.33$ .

На рис. 1 показана рассчитанная на основе уравнений (2) зависимость мощности излучения от величины магнитного поля. Максимальная мощность излучения на основном циклотронном резонансе  $P_1$  достигает почти 200 МВт при магнитном поле около 5.5 Тл и плавно спадает по мере его увеличения. В свою очередь, по мере роста магнитного поля, мощность излучения на третьей гармонике плавно нарастает, достигая максимального значения более 1 МВт.

### ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ

Для более полного анализа характеристик генерации на высоких циклотронных гармониках расчеты гиротрона были также выполнены на основе трехмерного PIC-моделирования методом крупных частиц с использованием программы CST Particle Studio. В моделировании винтовой электронный пучок с начальной энергией 500 кэВ, током 2 кА и разбросом по скоростям около 20% возбуждал резонатор гиротрона на моде  $TE_{-4,2}$  на частоте 0.1 ТГц. На рис. 2а представлена геометрия пространства взаимодействия, мгновенное положение макрочастиц и их распределение по энергиям. Использовалось около 300 тысяч макрочастиц, количество узлов сетки составляло около 25 млн. После окончания взаимодействия электронный пучок высаживался на стенку электродинамической системы в спадающем магнитном поле.



**Рис. 2.** Геометрия пространства взаимодействия, мгновенное положение макрочастиц и их распределение по энергиям в трехмерном PIC моделировании (а), поперечное распределение возбуждаемого высокочастотного поля моды  $TE_{-4,2}$  на первой циклотронной гармонике (б) и моды  $TE_{-12,4}$  на третьей циклотронной гармонике (в).

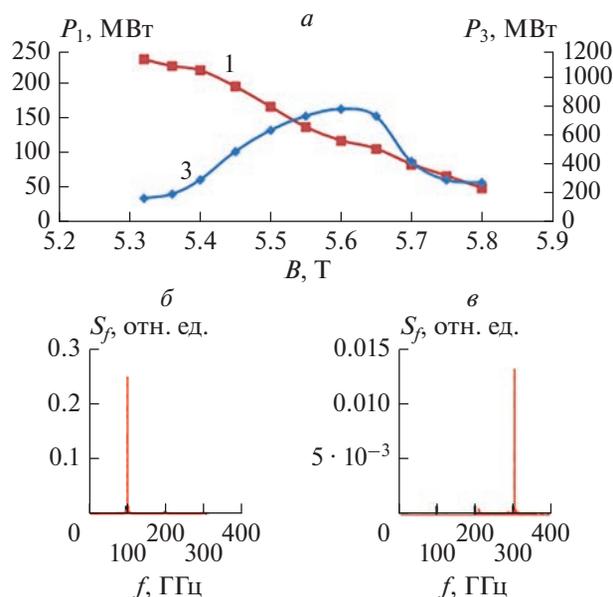
На рис. 2б и 2в показаны поперечные структуры высокочастотного поля для моды  $TE_{-4,2}$ , возбуждаемой на первой гармонике гирочастота, и на моде  $TE_{-12,4}$ , возбуждаемой на третьей гармонике. На рис. 3а показана зависимость мощности излучения от величины магнитного поля на основной рабочей моде  $TE_{-4,2}$  и моде  $TE_{-12,4}$ . Частота излучения на третьей гармонике ровно в три раза превышает частоту генерации на первой гармонике и составляет 0.3 ТГц (рис. 3б и 3в). Максимальный уровень мощности на третьей гармонике достигает 0.8 МВт.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, результаты моделирования показывают возможность достижения в реляти-

вистских гиротронах субмегаваттного уровня мощности излучения в диапазоне 0.3 ТГц в режиме умножения на третьей циклотронной гармонике с кратным снижением величины магнитного поля. Отметим, что в настоящее время ведется разработка релятивистских гиротронов с выходной мощностью около 80 МВт с рабочей частотой 0.3 ТГц на основном циклотронном резонансе [3]. Соответственно, в подобных гиротронах в режиме умножения частоты можно рассчитывать на получение излучения с уровнем мощности в сотни киловатт в диапазоне около 0.9 ТГц.

Работа выполнена в рамках государственного задания № 0030-2021-0027 (программа “Развитие техники, технологий и научных исследований в области использования атомной энергии в Российской Федерации на период до 2024 г.”).



**Рис. 3.** Результаты трехмерного PIC моделирования: Зависимость мощности генерации на основной гармонике  $P_1$  и третьей гармонике  $P_3$  от величины магнитного поля (а), спектр выходного излучения гиротрона на модах  $TE_{-4,2}$  (б) и  $TE_{-12,4}$  (в).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sabchevski S., Glyavin M., Mitsudo S. et al.* // J. Infrared Millim. THz Waves. 2021. V. 42. No. 7. P. 715.
2. *Thumm M.* // J. Infrared Millim. THz Waves. 2020. V. 41. No. 1. P. 1.
3. *Rozental R.M., Danilov Yu.Yu., Leontyev A.N. et al.* // IEEE Trans. Electron Dev. 2022. V. 69. No. 3. P. 1451.
4. *Завольский Н.А., Нусинович Г.С., Павельев А.Б.* // Изв. вузов. Радиофиз. 1988. Т. 31. № 3. С. 361.
5. *Idehara T., Ogawa I., Shimizu Y., Tatsukawa T.* // J. Infrared Millim. THz Waves. 1998. V. 19. P. 803.
6. *Golubiatnikov G.Yu., Koshelev M.A., Tsvetkov A.I. et al.* // IEEE Trans. Terahertz Sci. Tech. 2020. V. 10. No. 5. P. 502.
7. *Glyavin M., Zotova I., Rozental R. et al* // J. Infrared Millim. THz Waves. 2020. V. 41. P. 1245.
8. *Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Нусинович Г.С. и др.* // В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФАН СССР, 1979. С. 157.
9. *Dumbrajs O., Saito T., Tatematsu Y., Yamaguchi Y.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. Art. No. 093109.
10. *Ginzburg N.S., Nusinovich G.S., Zavolsky N.A.* // Int. J. Electron. 1986. V. 61. No. 6. P. 881.

### Frequency multiplication in a high-current relativistic gyrotron for obtaining high-power THz-band radiation

**A. N. Leontiev<sup>a,\*</sup>, R. M. Rozental<sup>a,b</sup>, N. S. Ginzburg<sup>a</sup>, I. V. Zotova<sup>a</sup>, A. M. Malkin<sup>a,b</sup>, A. S. Sergeev<sup>a</sup>**

<sup>a</sup>*Federal Research Center Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, 603950 Russia*

<sup>b</sup>*Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, 603950 Russia*

\*e-mail: leontiev@ipfran.ru

Using averaged equations and 3D particle-in-cell simulations, we investigate the frequency multiplication regime in a high-current relativistic gyrotron operating in 0.1 THz frequency band. We demonstrate that the ratio of the 3rd harmonic power and the fundamental cyclotron resonance power can reach 0.4–0.8%, which allows for obtaining the 0.3 THz radiation with sub-MW output power level.