

Том 50, Номер 11

ISSN 0367-2921  
Ноябрь 2024



# ФИЗИКА ПЛАЗМЫ



Журнал для научных работников в области теоретических и экспериментальных исследований по физике плазмы и взаимодействию плазмы с твердым телом, по проблеме управляемого термоядерного синтеза



НАУКА  
— 1727 —



# СОДЕРЖАНИЕ

---

Том 50, номер 11, 2024

---

## ТОКАМАКИ

Диагностика томсоновского рассеяния с тангенциальной геометрией зондирования на токамаке T-15МД

*Г.М. Асадулин, И.С. Бельбас, А.В. Горшков, Н.А. Кирнева, Д.С. Панфилов, Ю.И. Толтегина, Н.С. Жильцов, Г.С. Курскиев, Е.Е. Ткаченко*

1289

---

## КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ

Квазиоптическое моделирование сценариев с электронным циклотронным нагревом плазмы на второй гармонике на установке ГДП

*Т.А. Хусаинов, А.А. Балакин, Е.Д. Господчиков, А.Л. Соломахин, А.Г. Шалашов*

1299

Волны Ван Кампена в квантовой плазме

*А.М. Игнатов*

1316

Нелинейное взаимодействие электронов Ландау резонанса с ЭМИЦ-волной в многокомпонентной плазме

*А.А. Лужковский*

1323

---

## ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

Усиление противоракового эффекта при совместной обработке клеток струей холодной атмосферной плазмы и наночастиц золота

*И. Швейгерт, Д. Закревский, Е. Милахина, П. Гугин, М. Бирюков, А. Полякова, Н. Крячкова, Е. Горбунова, А. Епанчинцева, И. Пышная, О. Коваль*

1339

Интегральный ток плазмы и определение параметров токовых слоев

*А. Г. Франк, И. Р. Нугаев, Д. Е. Харлачев*

1353

---

## ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

Особенности радиального распределения полоидального магнитного поля в осевом струйном выбросе в плазменном фокусе

*В. И. Крауз, К. Н. Митрофанов, В. В. Мялтон, А. М. Харрасов, Ю. В. Виноградова*

1362

---

## ИОНОСФЕРНАЯ ПЛАЗМА

Динамика разлета искусственных плазменных образований в ионосфере Земли

*Т.В. Лосева, Е.М. Урвачев, Е.С. Гончаров, А.Н. Ляхов*

1377

---

## КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА

К вопросу о нелинейных пылевых звуковых возмущениях в ионосфере Марса

*Ю.С. Резниченко, Ю.Н. Извекова, С.И. Попель*

1388

---

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Равновесные состояния плазмы в заданном внешнем поле

*В.Н. Шаповалов, А.В. Шаповалов, Т.Б. Гольдварг*

1398

---

## НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

Численное моделирование импульсно-периодического наносекундного  
электрического разряда в воздухе

*В.А. Битюрин, А.Н. Бочаров, А.С. Добровольская, Н.А. Попов, Е.А. Филимонова*

1402

---

---

# CONTENTS

---

---

**Volume 50, Number 11, 2024**

---

---

## TOKAMAKS

Thomson Scattering Diagnostics with Tangential Probing Geometry at the T-15MD Tokamak

*G. M. Asadulin, I. S. Bel'bas, A. V. Gorshkov, N. A. Kirneva, D. S. Panfilov,  
Yu. I. Tolpegina, N. S. Zhiltsov, G. S. Kurskiev, E. E. Tkachenko*

1289

---

## INTERACTION OF WAVES WITH PLASMA

Quasi-Optical Simulations of Scenarios with the Second Harmonic Electron

Cyclotron Plasma Heating at the GDT Facility

*T. A. Khusainov, A. A. Balakin, E. D. Gospodchikov, A. L. Solomakhin, A. G. Shalashov*

1299

Van Kampen Waves in Quantum Plasma

*A. M. Ignatov*

1316

Nonlinear Interaction of Landau-Resonance Electrons with the EMIC Wave  
in a Multicomponent Plasma

*A. A. Luzhkovskii*

1323

---

## PLASMA DIAGNOSTICS

Enhancement of the Anticancer Effect during the Simultaneous Treatment  
of Cells by a Cold Atmospheric Plasma Jet and Gold Nanoparticles

*I. Schweigert, D. Zakrevsky, E. Milakhina, P. Gugin, M. Biryukov, A. Polyakova,  
N. Kryachkova, E. Gorbunova, A. Epanchintseva, I. Pyshnaya, O. Koval*

1339

Integral Plasma Current and Determination of Current Sheet Parameters

*A. G. Frank, I. R. Nugaev, D. E. Kharlachev*

1353

---

## PLASMA DYNAMICS

Features of Radial Distributions of Poloidal Magnetic Field in Axial Jet Ejection in a Plasma Focus

*V. I. Krauz, K. N. Mitrofanov, V. V. Myalton, A. M. Kharrasov, Yu. V. Vinogradova*

1362

---

## IONOSPHERIC PLASMA

Dynamics of the Expansion of Artificial Plasma Formations in Earth's Ionosphere

*T. V. Losseva, E. M. Urvachev, E. S. Goncharov, A. N. Lyakhov*

1377

---

## SPACE PLASMA

On the Nonlinear Dust Acoustic Perturbations in the Ionosphere of Mars

*Yu. S. Reznichenko, Yu. N. Izvekova, S. I. Popel*

1388

---

## METHODICAL NOTES

Equilibrium States of Plasma in a Given External Field

*V. N. Shapovalov, A. V. Shapovalov, T. B. Gol'dvarg*

1398

---

## LOW-TEMPERATURE PLASMA

Numerical Simulation of Pulse-Periodic Nanosecond Electric Discharge in Air

*V. A. Bityurin, A. N. Bocharov, A. S. Dobrovol'skaya, N. A. Popov, E. A. Filimonova*

1402

---

---

# ДИАГНОСТИКА ТОМСОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ С ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ ЗОНДИРОВАНИЯ НА ТОКАМАКЕ T-15МД

© 2024 г. Г.М. Асадулин<sup>a,b,\*,\*\*</sup>, И. С. Бельбас<sup>a</sup>, А. В. Горшков<sup>a</sup>, Н. А. Кирнева<sup>a,b</sup>,  
Д. С. Панфилов<sup>a,b</sup>, Ю. И. Толпегина<sup>a</sup>, Н. С. Жильцов<sup>c</sup>, Г. С. Курские<sup>c</sup>, Е. Е. Ткаченко<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

<sup>b</sup>Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия

<sup>c</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

\*e-mail: asadulingm@gmail.com

\*\*e-mail: asadulin\_GM@nrcki.ru

Поступила в редакцию 19.07.2024 г.

После доработки 10.09.2024 г.

Принята к публикации 15.09.2024 г.

В 2023 г. на токамаке T-15МД была установлена и введена в эксплуатацию диагностика томсоновского рассеяния с тангенциальной геометрией зондирования. Новая система основана на 100-Гц Nd:YAG лазере, с энергией в импульсе до 3 Дж энергии на первой гармонике,  $\lambda = 1064$  нм. Система позволяет проводить измерения на протяжении всего плазменного разряда при его длительности до 10 с с временным интервалом в 10 мс. Лазерное излучение вводится в камеру токамака в экваториальной плоскости, проходя через весь плазменный объем от внутренней до внешней периферии плазмы. Система сбора рассеянного излучения расположена внутри экваториального патрубка установки. Диапазон углов рассеяния составляет от  $11^\circ$  до  $56^\circ$ . Системы регистрации основана на 10 полихроматорах на интерференционных фильтрах. С помощью диагностики были проведены измерения электронной температуры и плотности в экспериментальной кампании конца 2023 г. Продемонстрирована работа системы в течение всего разряда токамака в широком диапазоне температур и при длительности разряда до 2 с.

**Ключевые слова:** токамак T-15МД, лазерная диагностика, томсоновское рассеяние

**DOI:** 10.31857/S0367292124110018, **EDN:** FCIPPK

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Весной 2023 г. на токамаке T-15МД (токамак D-образного сечения,  $R = 1.5$  м,  $a = 0.67$  м) была получена первая плазма. Осенью 2023 г. состоялась вторая экспериментальная кампания, в ходе которой был получен ток плазмы до 260 кА с длительностью плазменного разряда до 2 с [1].

Диагностический комплекс томсоновского рассеяния на токамаке T-15МД является одним из основных инструментов для изучения электронной компоненты плазмы. По плану он будет включать в себя несколько систем, с различной геометрией зондирования [2–4]. В настоящий момент на установке смонтирована и введена в строй диагностическая система томсоновского рассеяния с тангенциальной геометрией зондирования (ТТР). В основе новой системы лежит 100-Гц Nd:YAG-лазер, с энергией в импульсе до 3 Дж на первой гармонике ( $\lambda = 1064$  нм) при длительности в 10 нс (ООО “ЛОС”, <https://los.su/ru>). При диаметре лазерного пучка в 15 мм расходимость составляет менее 0.5 мрад. Система позволяет проводить измерения эволюции электронной температуры и плотности плазмы на протяжении всего плазменного раз-

ряда с длительностью до 10 с в 10 пространственных точках. Временной интервал между измерениями составляет 10 мс.

В работе представлено описание диагностической системы, а также первые результаты работы системы в эксперименте.

## 2. ГЕОМЕТРИЯ СИСТЕМЫ

Лазерное излучение вводится в камеру токамака в экваториальной плоскости, проходя через весь плазменный объем от внутренней до внешней периферии плазмы (рис. 1). Система сбора рассеянного излучения расположена в экваториальном патрубке установки, через который осуществляется вывод лазерного излучения.

Расположение узла сбора позволяет видеть весь плазменный шнур от внутренней до внешней периферии. Диапазон углов рассеяния при этом составляет от  $11^\circ$  до  $56^\circ$ . Это приводит к заметно неравномерному распределению пространственных каналов по большому радиусу установки. На рис. 2 представлено вертикальное сечение камеры токамака и расположение

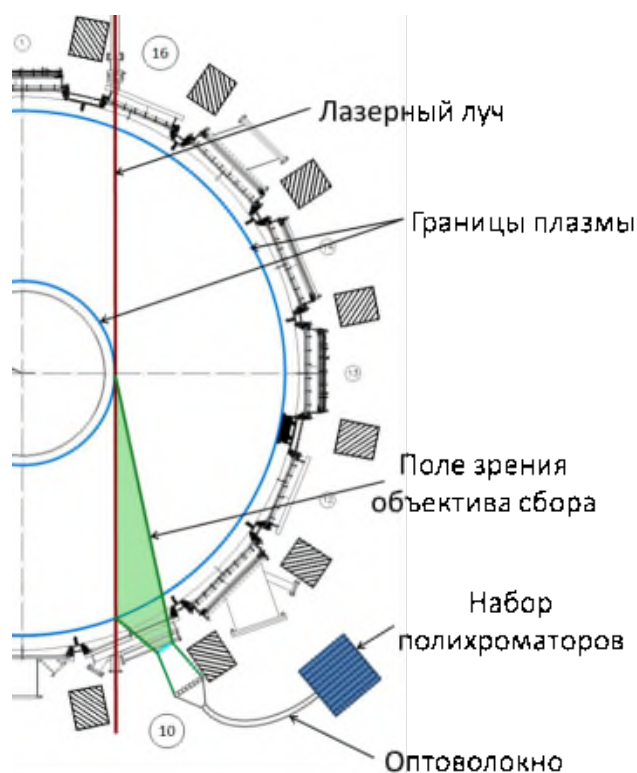


Рис. 1. Экваториальное сечение камеры токамака и схема расположения диагностической системы.

пространственных каналов ТТР в проекции на большой радиус.

### 3. ОПТИЧЕСКИЙ ТРАКТ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Одной из особенностей системы является длинный оптический тракт ввода лазерного излучения в камеру установки. Он включает в себя 9 поворотных зеркал: два в лазерном помещении и семь в шести поворотных узлах в зале токамака. Все зеркала оптимизированы на отражение первой и второй гармоники излучения лазера под углом  $45^\circ$ . Это позволяет проводить юстировку оптического тракта в видимом диапазоне спектра. Общая длина тракта до точки фокусировки излучения в камере токамака превышает 40 м. Из-за большой длины оптического пути на форме лазерного пучка начинают сказываться дифракционные эффекты, которые могут привести к повреждению зеркал и других оптических элементов. Для снижения влияния этих эффектов размер пучка увеличивается с помощью расширяющего телескопа с 15 до 45 мм. В последнем поворотном узле устанавливается ахроматический фокусирующий объектив, состоящий из двух подвижных линз, для возможности настройки положения точки фокусировки.

Первоначальная юстировка всего тракта осуществлялась с помощью вспомогательного узла на основе фотоаппарата с перестраиваемым фокусным расстоя-

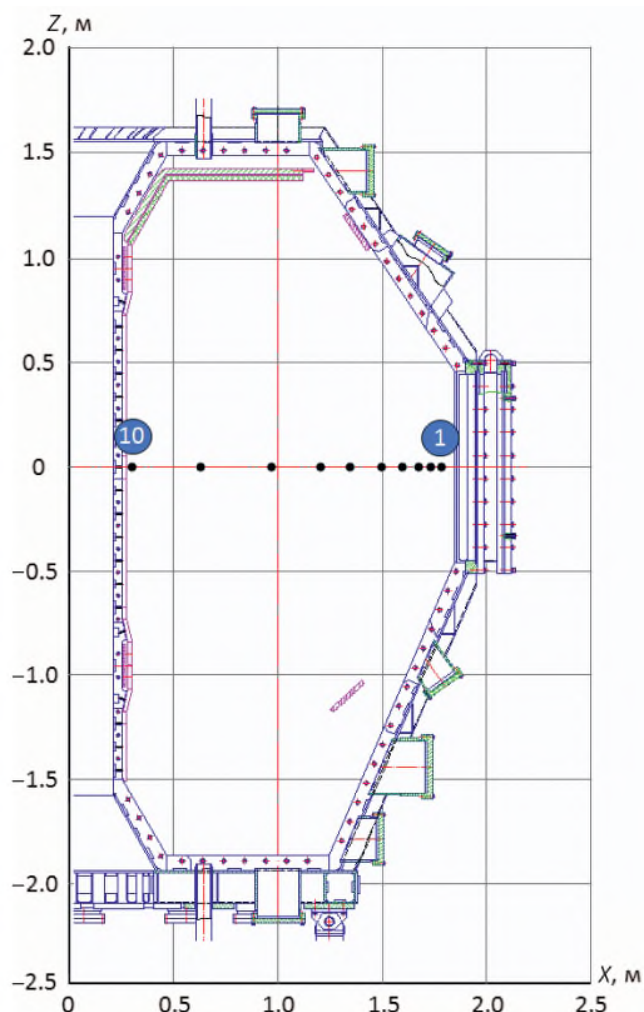


Рис. 2. Расположение пространственных каналов ТТР на токамаке (черные точки), цифрами отмечены номера крайних каналов.

нием. Фотоаппарат устанавливался на лазерную оптическую ось с помощью двух зеркал, одно из которых вводилась в основной тракт с помощью моторизованного позиционера на время проведения юстировки. С его помощью при последовательной фокусировке все зеркала тракта были выставлены так, чтобы их изображения были концентрическими. Таким образом выставляется оптическая ось тракта, и промежуточные зеркала более не участвуют в дальнейшей юстировке. Благодаря данному узлу можно осуществлять визуальный контроль за всем трактом вплоть до выходного окна из камеры токамака.

Завершается юстировка тракта с помощью лазерной указки небольшой мощности (видимый диапазон,  $\lambda = 532$  нм), излучение которой заводится в основной тракт с помощью зеркал вспомогательного узла. Ввод луча в вакуумную камеру осуществляется с помощью зеркал в последнем поворотном узле.



Рис. 3. Расположение узла сбора света на фланце токамака.

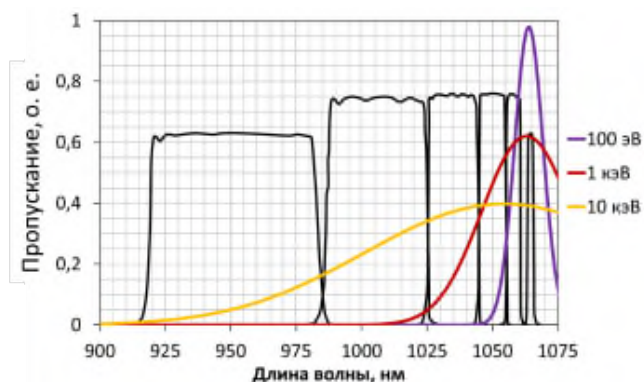
#### 4. СИСТЕМА СБОРА И РЕГИСТРАЦИИ

Для сбора рассеянного света используется 6-линзовый объектив, проецирующий свет от лазерной хорды на входные торцы оптоволоконных жгутов, передающих свет к спектральным приборам. Во всех пространственных каналах лазерный луч полностью перехватывается по ширине. Используется волокно с числовой апертурой  $NA = 0.22$ . Все элементы системы сбора и регистрации света рассчитаны на полную апертуру оптоволоконного жгута. Волоконные жгуты устанавливаются в отдельные посадочные места на специальной пластине, закрепленной на платформе из нескольких моторизированных трансляторов для прецизионной юстировки относительно объектива. Корпус объектива и все несущие элементы узла сбора изготовлены из пластика, так как узел сбора располагается в непосредственной близости от вакуумной камеры, внутри обмотки тороидального поля установки (рис. 3).

Для регистрации собранного рассеянного света используются шестиканальные полихроматоры на основе интерференционных фильтров и лавинных фотодиодов, ранее проходивших испытание на инструментальной базе установки T-10 [5–7]. Пять каналов из шести являются измерительными. Шестой же отведен под лазерную длину волны для возможности проведения калибровок по релеевскому рассеянию. Спектральные характеристики каналов в сравнении со спектрами томсоновского рассеяния, рассчитанными для различных температур в центральной зоне плазмы, приведены на рис. 4.

#### 5. ПАРАЗИТНОЕ РАССЕЯНИЕ И КАЛИБРОВКИ

В процессе настройки диагностики было обнаружено, что в нескольких пространственных каналах наблюдается паразитный сигнал рассеяния лазерного излучения на конструктивных элементах камеры то-


 Рис. 4. Спектральная характеристика каналов полихроматора (черные кривые) и расчетные спектры рассеяния для различных температуры (показаны цветом) при угле рассеяния  $21^\circ$  (центр вакуумной камеры).

камака. Однако наличие достаточной временной задержки  $\geq 15$  нс от полезного сигнала позволяет проводить измерения и обрабатывать экспериментальные данные с минимальным влиянием паразитного сигнала на результаты.

Для подавления паразитного рассеяния установлены диафрагмы в трубы ввода/вывода лазерного излучения в камеру токамака и ловушка света для бликов от входного вакуумного окна. Предпринятые меры позволили значительно, но не полностью, подавить паразитный сигнал (рис. 5).

Достичь практически полного подавления остаточного паразитного излучения удалось с помощью дополнительной ловушки света, изготовленной из черенной нержавеющей стали, установленной в трубу вывода лазерного излучения. Схематичное изображение формы и расположения ловушки представлено на рис. 6. Результат ее влияния на уровень паразитного сигнала при выстреле лазером в пустую камеру



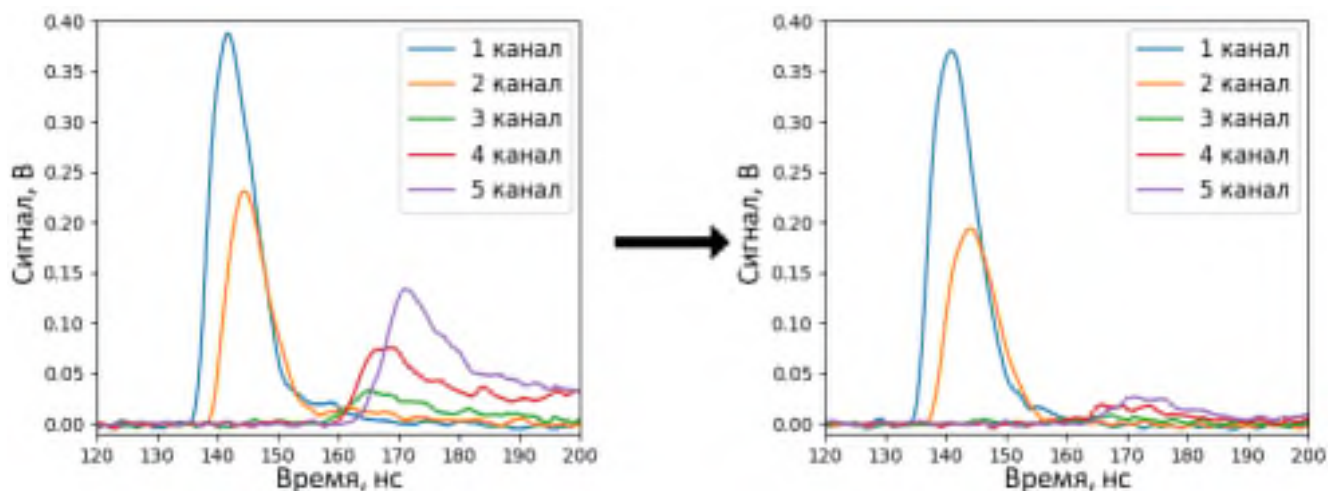


Рис. 5. Сигнал паразитного рассеяния на фоне сигнала рамановского рассеяния на остаточном воздухе до (слева) и после (справа) установки ловушки света.

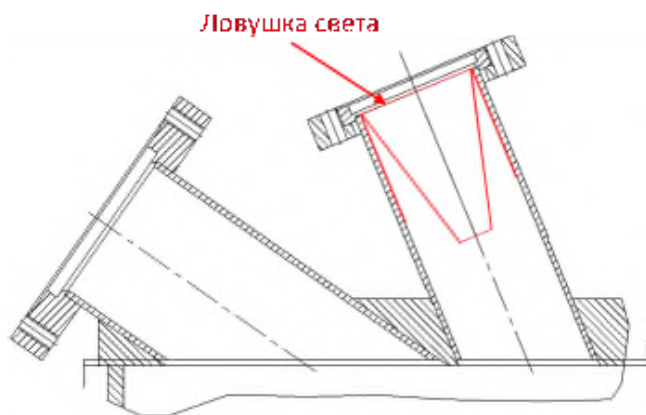


Рис. 6. Схема расположения ловушки света в трубе вывода лазерного излучения.

токамака показан на рис. 7.

Относительная спектральная калибровка проводилась с использованием стабильного широкополосного источника с известной цветовой температурой — лампа с вольфрамовой нитью СИРШ-40. Абсолютная калибровка проводилась с помощью рамановского рассеяния на азоте (рис. 8). Из рисунка видно, что вся коротковолновая часть спектра рассеянного излучения попадает в первый и второй канал полихроматора. Пример зарегистрированного сигнала рамановского рассеяния можно наблюдать на рис. 5. Для проверки отсутствия компоненты паразитного рассеяния, неразличимого на фоне контура полезного сигнала, и отсутствия других эффектов (например, заметного влияния вынужденного комбинационного рассеяния), измерения осуществляются при нескольких значениях давления газа. На рис. 9 приведена зависимость сигнала рассеяния от давления для одного из полихроматоров. Линейность зависимости свидетельствует об отсутствии паразитной компоненты в сигнале.

## 6. ОБРАБОТКА ДАННЫХ

На рис. 10 представлен пример зарегистрированных сигналов томсоновского рассеяния для центрального пространственного канала в импульсе #892. Для получения сигнала рассеяния берется интеграл зарегистрированных в спектральных каналах сигналов и производится пересчет в фотоэлектроны исходя из параметров лавинных фотодиодов и усилительных каскадов. Фоновый сигнал восстанавливается из флуктуаций нулевого уровня. Для определения электронной температуры и плотности полученные экспериментальные точки методом наименьших квадратов аппроксимируются функцией, описывающей форму спектра томсоновского рассеяния, с амплитудным коэффициентом. Для удобства и снижения времени обработки предварительно производится расчет зависимости ожидаемых сигналов в каналах полихроматоров от температуры. Полученные значения используются в аппроксимации для определения электронной температуры. На рис. 11 приведен пример расположения экспериментальных точек на предварительно рассчитанных кривых.

Амплитудный коэффициент зависит от плотности электронов, энергии лазера, измеряемой при каждом выстреле, и абсолютной чувствительности системы, определяемой в ходе абсолютной калибровки. Более подробное описание принципов аппроксимации можно найти в [8].

## 7. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Диагностика работала в осенней экспериментальной кампании 2023 г. Система была протестирована в плазменных режимах с различной длительностью и широким диапазоном электронной температуры [1].

На рис. 12 представлен временной ход тока плазмы и время работы гиротрона, а также временной ход электронной температуры и плотности, измерен-

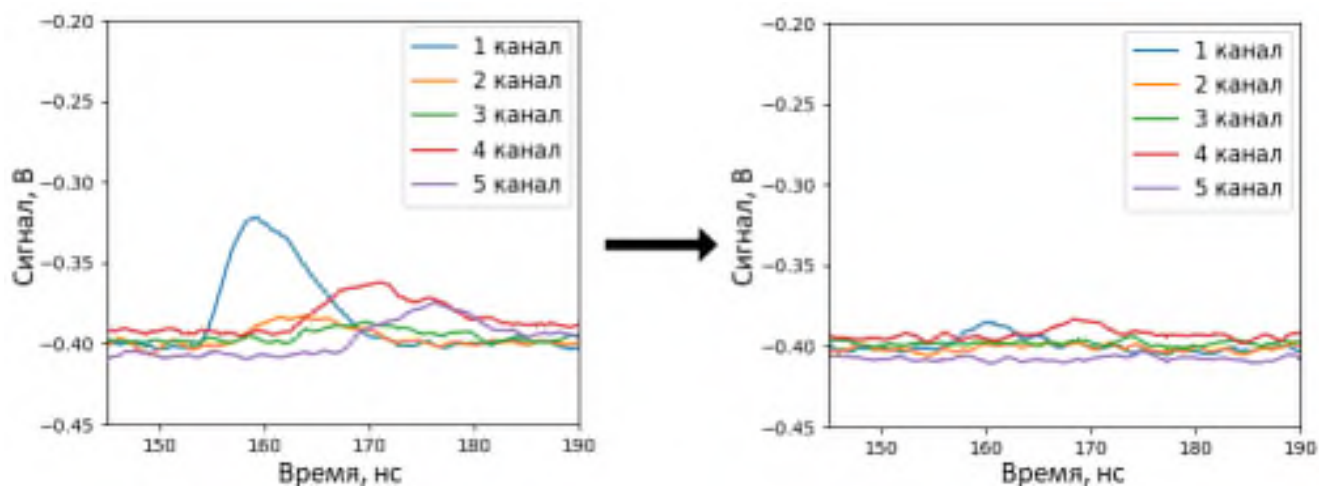


Рис. 7. Сигнал паразитного рассеяния в разных измерительных каналах диагностики при выстреле в пустую камеру до (слева) и после (справа) установки ловушки света.

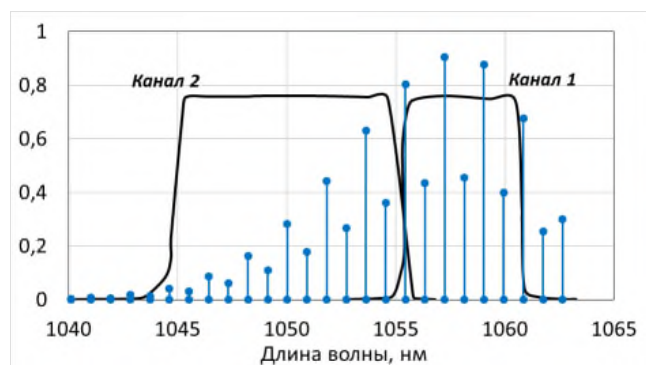


Рис. 8. Форма спектра рамановского рассеяния на азоте (синяя линия), спектральные характеристики 1 и 2 каналов полихроматоров (черная линия).

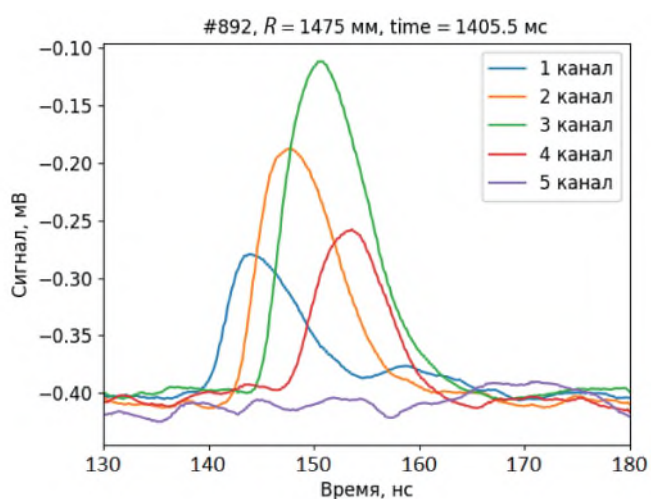


Рис. 10. Зарегистрированные сигналы томсоновского рассеяния пространственного канала с  $R = 1475$  мм.

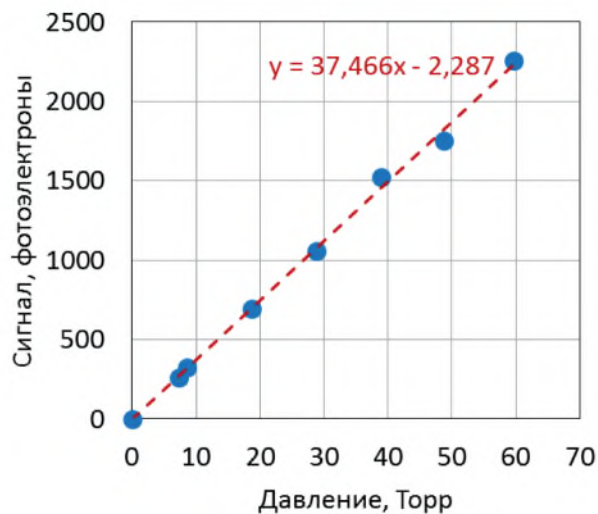


Рис. 9. Зависимость сигнала рамановского рассеяния от давления газа.

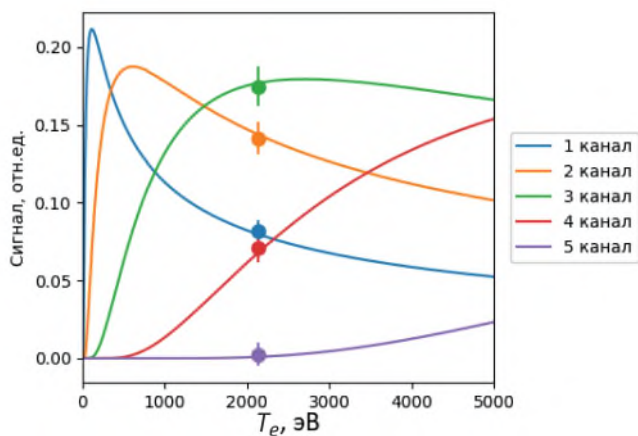
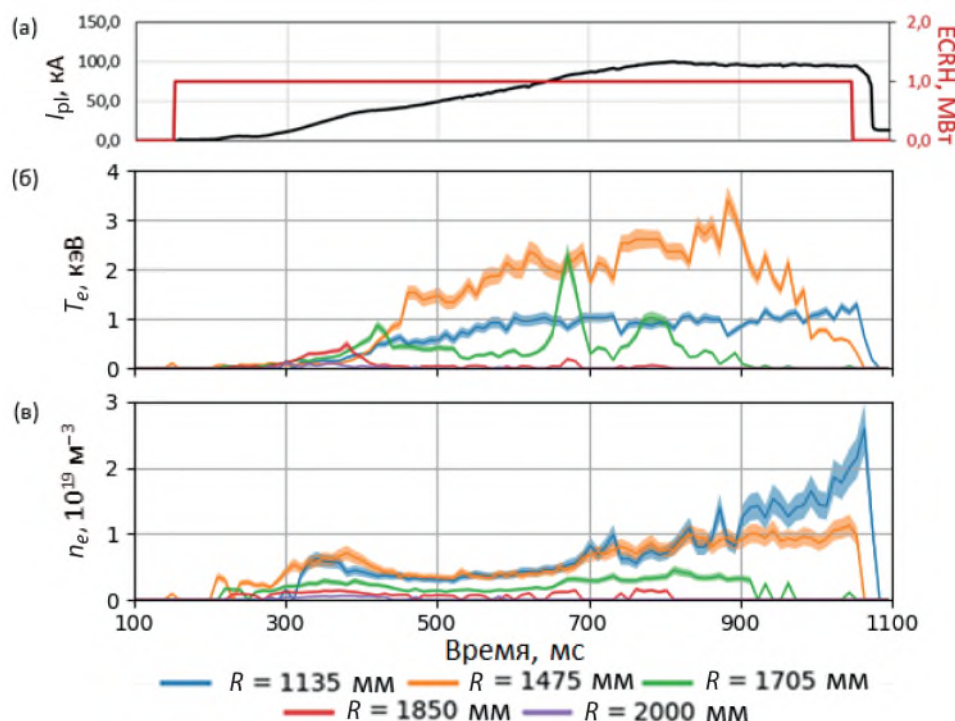


Рис. 11. Расположение экспериментальных точек на пред-расчетных кривых.



**Рис. 12.** Импульс #814. Временной ход тока плазмы и вводимой мощности гиротрона (а), температуры (б) и плотности электронов, измеренных ТР (в).

ные диагностикой томсоновского рассеяния в импульсе #814. В данном импульсе при токе плазмы в 100 кА и мощности дополнительного СВЧ-нагрева ~1 МВт температура электронов достигала значений более 3 кэВ.

В табл. 1 представлены сигналы в спектральных каналах полихроматора ( $R = 1475$  мм) на 500 мс. Этот момент времени характеризуется довольно низкой плотностью,  $n_e \sim 4 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ , при высокой температуре,  $T_e \sim 1.5$  кэВ. При этом шум в основных измерительных для этой температуры каналах (каналы 1–3) составляет менее 12% от полезного сигнала, что является хорошим показателем, учитывая довольно низкую используемую энергию лазерного импульса в экспериментальной кампании,  $E_{las} \sim 1.2$  Дж.

В импульсе #845 ток плазмы достигал 210 кА. В разряде наблюдалась стадия с омическим поддержанием тока в течение 250 мс после отключения гиротрона на 1150 мс. На рис. 13 вместе с данными ТР представлен временной ход тока плазмы, мощность СВЧ-нагрева. Также приведен сигнал с болометра на основе пироэлектрического датчика, который падает с ростом плотности и выходит на стационарное значение к 800 мс. К этому моменту значения температуры и плотности в центральной зоне плазменного шнура достигают величины порядка 1 кэВ и  $9 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$  соответственно. Снижение сигнала болометра говорит об увеличении доли поглощенной СВЧ-мощности с ростом температуры и плотности вплоть до ~100%. Полученные значения электронной плотности не проти-

ворчат результатами СВЧ-интерферометра [1].

На рис. 14 приведен временной ход тока плазмы и время работы гиротрона, сигнал с многопроволочного датчика мягкого рентгеновского излучения [9], а также временной ход электронной температуры и плотности, измеренные диагностикой томсоновского рассеяния в импульсе #892. Это один из импульсов серии экспериментов с наибольшей длительностью разряда ~2 с. Следует отметить, что диагностика ТТР обеспечивала измерения в течение всего разряда и способна обеспечивать измерения в разрядах со значительно большей длительностью. При токе плазмы до 175 кА и мощности дополнительного СВЧ-нагрева в 1 МВт на квазистационарной стадии разряда продемонстрирована температура плазмы в 2.5 кэВ при плотности в центре плазменного шнура  $\sim 1.2 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ . Полученные значения электронной температуры согласуются с результатами рентгеновского спектрометра (SXR, рис. 14) для пространственной точки  $R = 1475$  мм, находящейся вблизи центра вакуумной камеры.

При обработке экспериментальных данных было отмечено, что в ряде случаев наблюдается расхождение между положениями максимума измеренных профилей температуры и плотности (рис. 15, #892). Для понимания причин этого эффекта проведен специальный анализ. Было замечено, что в импульсе #892 наблюдается смещение плазменного шнура по большому радиусу и касание ограничивающей диафрагмы на внутренней стенке вакуумной камеры,

Таблица 1. Сигналы в спектральных каналах.

Сигнал, фотоэлектроны	Канал 1	Канал 2	Канал 3	Канал 4	Канал 5
ТР	374	551	489	138	47
Фон	23	36	60	122	85
Шум	43	52	51	35	25

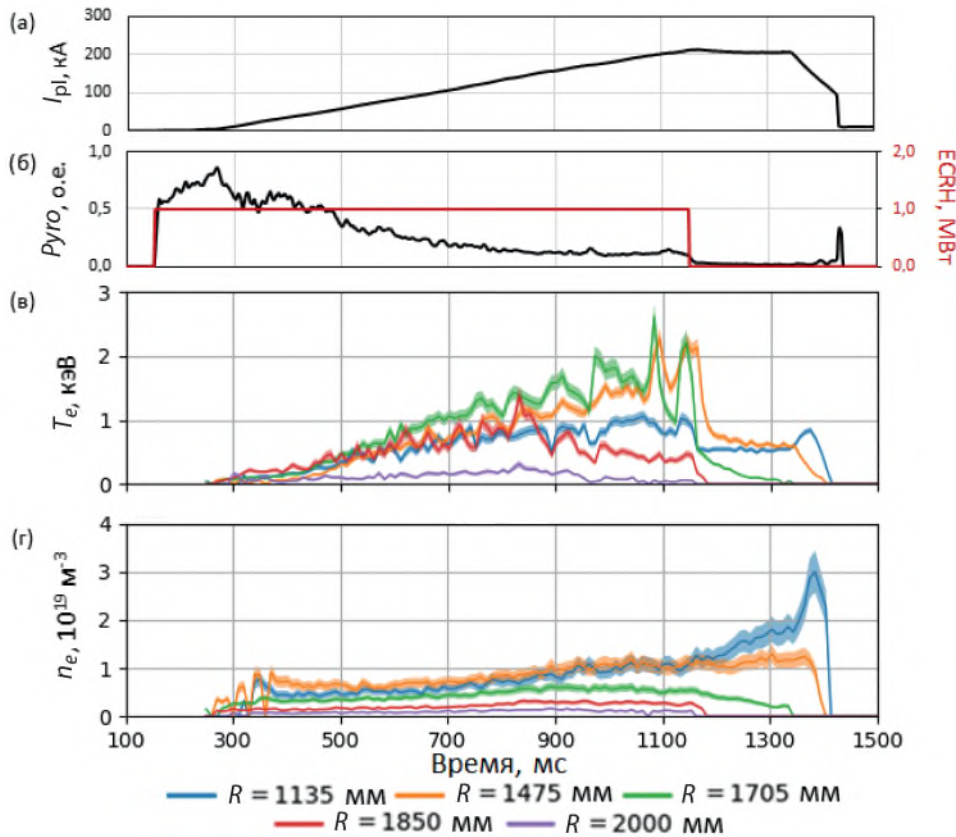


Рис. 13. Импульс #845. Временной ход тока плазмы (а); сигнала болометра и вводимой мощности гиротрона (б); температуры (в) и плотности электронов, измеренных ТР (г).

аналогично рассмотренному в [1]. По-видимому, повышенное взаимодействие плазмы со стенкой приводит к росту поступления примесей с центральной колонны в плазму. Это, в свою очередь, может приводить к асимметрии профиля плотности и возникновению неустойчивостей, обуславливающих колебания температуры и сигнала мягкого рентгеновского излучения (рис. 14б, в). Для анализа достоверности этих предположений был рассмотрен импульс #823 (рис. 16) из серии, в которой осуществлялась попытка отодвинуть плазменный шнур от центральной колонны наружу с помощью уменьшения инкремента тока в управляющих катушках, а следовательно снижения магнитного давления на плазму со стороны слабого поля [1, 10]. По рис. 16б видно, что, в отличие от импульса #892 (рис. 14), в импульсе #823 не наблюдается заметных осцилляций сигнала датчика мягкого рентгеновского излучения и резких спадов температуры в интервале времени с 1400 по 1650 мс. В дан-

ной фазе разряда положение максимумов профилей электронной температуры и плотности, измеренных диагностикой томсоновского рассеяния, находится в значительно лучшем соответствии (рис. 15). Более подробный анализ данного эффекта в настоящее время затруднен из-за малого количества точек измерения, попадающих в зону плазменного шнура. К следующей экспериментальной кампании планируется перераспределить их положение, для более равномерного расположения каналов по сечению плазменного шнура.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На токамаке Т-15МД установлена и введена в эксплуатацию диагностика томсоновского рассеяния с тангенциальной геометрией зондирования на основе Nd:YAG-лазера и полихроматоров на основе интерференционных фильтров и лавинных фотодиодов. Проведены первые измерения профилей электрон-



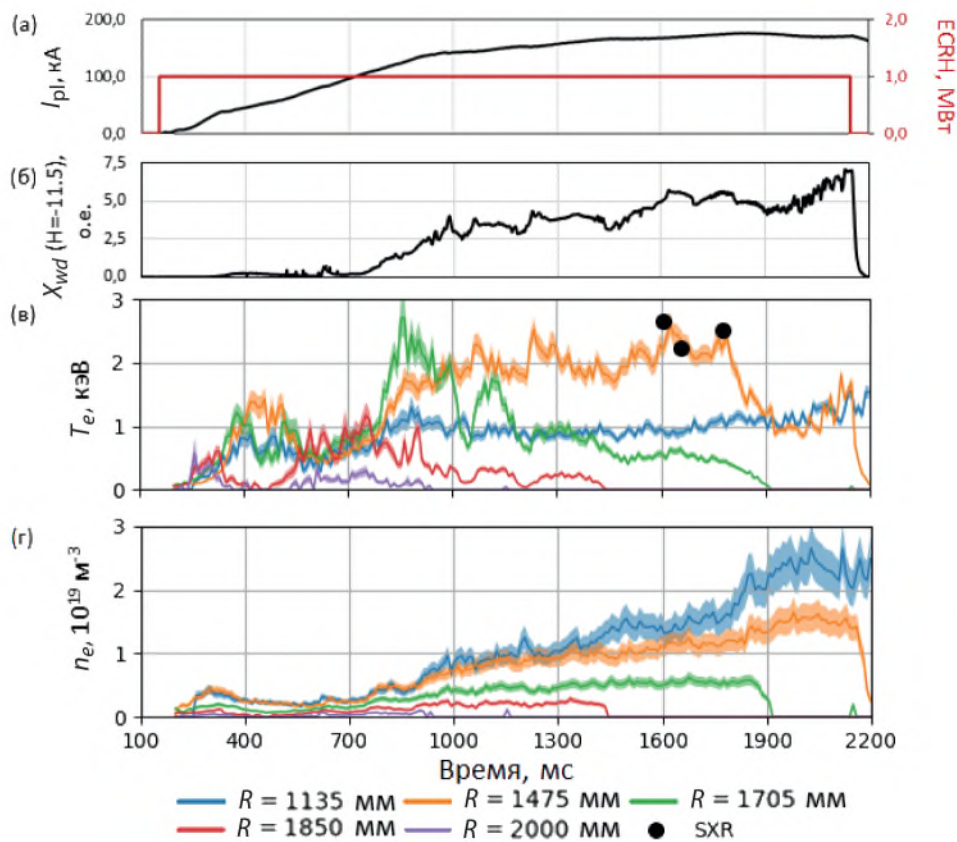


Рис. 14. Импульс #892. Временной ход тока плазмы и вводимой мощности гиротрона (а); сигнал с многопроволочного детектора мягкого рентгеновского излучения (б); температуры электронов, измеренной ТР и SXR (в); плотности электронов, измеренной ТР (г).

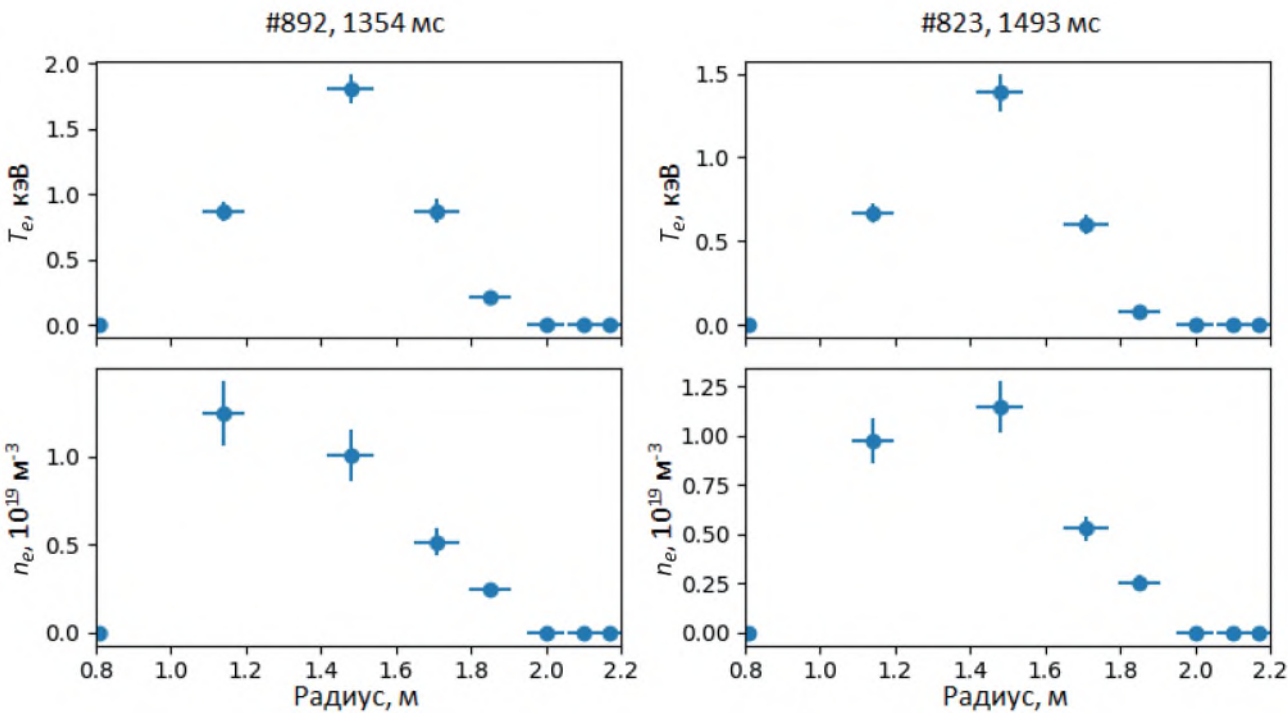
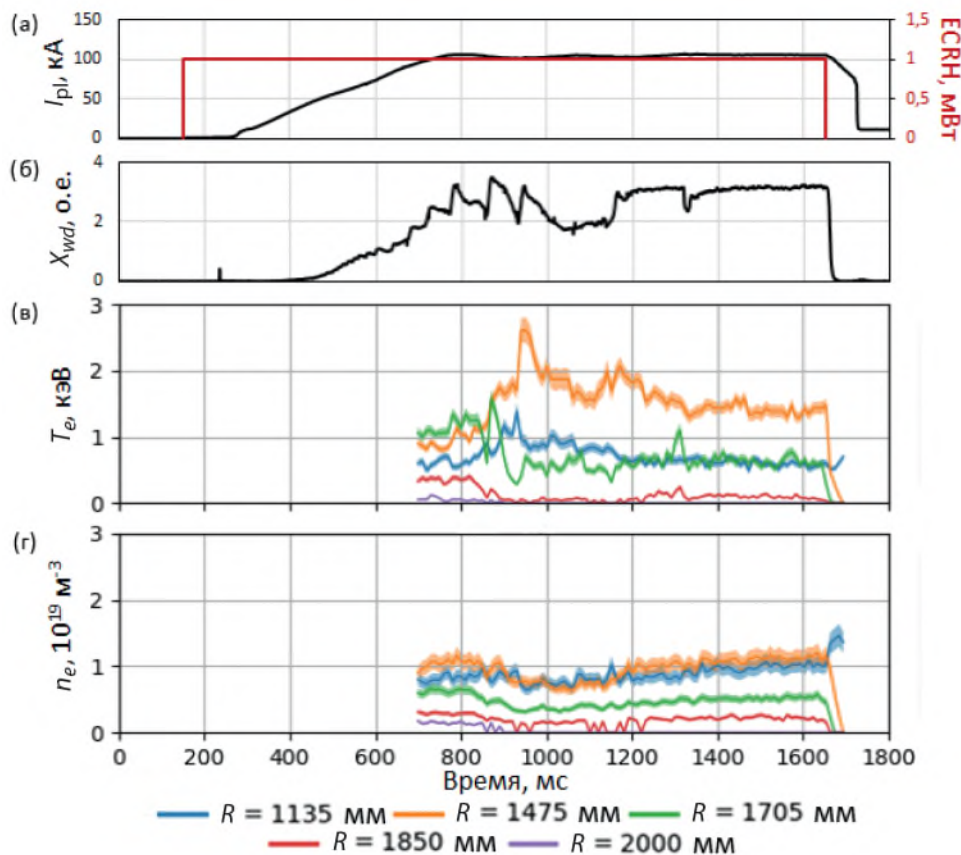


Рис. 15. Профили электронной температуры и плотности в импульсах #892 и #823. Горизонтальные планки отражают размер зоны измерения.



**Рис. 16.** Импульс #823. Временной ход тока плазмы и вводимой мощности гиротрона (а); сигнал с многопроволочного детектора мягкого рентгеновского излучения (б); температуры (в) и плотности электронов, измеренной ТР (г).

ной температуры и плотности плазмы в осенней экспериментальной кампании 2023 г.

Продemonстрирована работа диагностики в течение всего разряда токамака в широком диапазоне температур и при длительности импульса до 2 с. На основной стадии плазменного разряда рассмотренных импульсов средний показатель уровня шума не превышал 15% от полезного сигнала, даже с учетом использования в этой экспериментальной кампании довольно низкой энергии лазерного излучения  $\sim 1.2$  Дж. Измеренные значения электронной температуры и плотности находятся в хорошем согласии с результатами спектрометра мягкого рентгеновского излучения и не противоречат данным СВЧ-интерферометра.

Данная работа выполнена в рамках Государственного задания НИЦ “Курчатовский институт”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Велихов Е.П., Ковальчук М.В., Анашкин И.О., Андреев В.Ф., Асадулин Г.М., Ахметов Э.Р., Балашов А.Ю., Бегишев Р.А., Белов А.М., Бельбас И.С., Бондарчук Э.Н., Борщевский А.А., Вершков В.А., Горбунов А.В., Горшков А.В., Грашин С.А., Громова А.В., Диас Михайлова Д.Е., Дрёмин М.М., Дрозд А.С., Дубиницкий А.Ф., Земцов И.А., Ильги-

сонис В.И., Ильин И.С., Карпов А.В., Качкин А.Г., Кирнева Н.А., Кислов Д.А., Кочин В.А., Крупин В.А., Кузнецова Л.К., Левин И.В., Лисовой П.Д., Лутченко А.В., Матвеев Ю.В., Машункин М.В., Минев А.Б., Модяев А.Л., Мустафин Н.А., Мялтон Т.Б., Немец А.Р., Николаев А.В., Новиков В.Н., Ноткин Г.Е., Нургалиев М.Р., Образцов И.С., Панфилов Д.С., Пименов И.С., Рогозин К.А., Рой И.Н., Романников А.Н., Рыжаков Д.В., Саврухин П.В., Сарычев Д.В., Сергеев Д.С., Смирнов В.В., Соловьёв Н.А., Степин А.В., Сушков А.В., Сычугов Д.Ю., Тарасян К.Н., Тепикин В.И., Толпегина Ю.И., Уласевич Д.Л., Хайрутдинов Э.Н., Хвостенко А.П., Хвостенко П.П., Чудеснов А.И., Чудновский А.Н., Шелухин Д.А., Шестаков Е.А. и коллектив установки T-15МД // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2024. Т. 47. С. 5.

2. Асадулин Г. М., Бельбас И.С., Горшков А.В. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2016. Т. 39. С. 91.
3. Толпегина Ю.И., А.В. Горшков, Г.М. Асадулин, И.С. Бельбас, А.В. Горбунов, Д.Д. Криворучко, А.А. Пшенов // Тез. доклад. XIX Всероссийской конф. “Диагностика высокотемпературной плазмы”, Сочи, 27 сентября – 1 октября, 2021 г. С. 142.

4. Панфилов Д.С., Горшков А.В., Асадулин Г.М., Бельбас И.С. Современные средства диагностики плазмы и их применение / Сб. тез. доклад. XII конф. Москва, 16–18 декабря 2020 г. С. 26.
5. Kurskiev G.S., Chernakov A.P., Solovey V.A., Tolstyakov S.Yu., Mukhin E.E., Koval A.N., Bazhenov A.N., Aleksandrov S.E., Zhiltsov N.S., Senichenkov V.A., Lukoyanova A.V., Chernakov P.V., Varfolomeev V.I., Gusev, Kiselev E.O., Petrov Yu.V., Sakharov N.V., Minaev V.B., Novokhatsky A.N., Patrov M.I., Gorshkov A.V., Asadulin G.M., Bel'bas I.S. // Nuclear Inst. and Methods in Physics Research. 2020. V. 963. P. 163734.
6. Асадулин Г.М., Баженов А.Н., Бельбас И.С., Горшков А.В., Коваль А.Н., Курскиев Г.С., Соловей В.А., Солоха В.В., Чернаков Ал.П. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2019. Т. 42. С. 89.
7. Asadulin G.M., Bel'bas I., Gorshkov A. // Fusion Engineer. Design. 2022. V. 177. P. 113066.
8. Солоха В.В., Курскиев Г.С., Мухин Е.Е., Толстяков С.Ю., Баженов А.Н., Петров Ю.В., Гусев В.К., Сахаров Н.В., Бабинов Н.А., Букреев И.М., Дмитриев А.М., Кочергин М.М., Коваль А.Н., Литвинов А.Е., Масюкевич С.В., Раздобарин А.Г., Самсонов Д.С., Семёнов В.В., Соловей В.А., Чернаков П.В., Чернаков Ал.П., Чернаков Ан.П. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2017. Т. 40. С. 5.
9. Sushkov A., Andreev V., Camenen Y., Pochelon A., Klimanov I., Scarabosio A., Weisen H. // Rev. Sci. Instrum. 2008. V. 79. P. 023506.
10. Сычугов Д.Ю., Рыжиков Д.В., Андреев В.Ф., Балашов А.Ю., Горбунов А.В., Кирнева Н.А., Кислов Д.А., Ноткин Г.Е., Сушков А.В., Тарасян К.Н., Шелухин Д.А., Хайрутдинов Э.Н. // Сб. тез. 51 Междунар. Звенигородской конф. по физике плазмы и УТС, 18–22 марта 2024. ICPAF-2024. С. 289.

## THOMSON SCATTERING DIAGNOSTICS WITH TANGENTIAL PROBING GEOMETRY AT THE T-15MD TOKAMAK

G. M. Asadulin<sup>a,b,\*,\*\*</sup>, I. S. Bel'bas<sup>a</sup>, A. V. Gorshkov<sup>a</sup>, N. A. Kirneva<sup>a,b</sup>, D. S. Panfilov<sup>a,b</sup>,  
Yu. I. Tolpegina<sup>a</sup>, N. S. Zhiltsov<sup>c</sup>, G. S. Kurskiev<sup>c</sup>, and E. E. Tkachenko<sup>c</sup>

<sup>a</sup> National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, 123098 Russia

<sup>b</sup> National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, 115409 Russia

<sup>c</sup> Ioffe Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 194021 Russia

\*e-mail: asadulingm@gmail.com

\*\*e-mail: asadulin\_GM@nrcki.ru

In 2023, the Thomson scattering diagnostics with tangential probing geometry was installed and put into operation at the T-15MD tokamak. The new system is based on a 100-Hz Nd:YAG laser with a pulse energy of up to 3 J at the first harmonic,  $\lambda = 1064$  nm. The system allows measurements to be carried out throughout the plasma discharge with its duration of up to 10 s with a time interval of 10 ms. Laser radiation is introduced into the tokamak vessel in the equatorial plane, passing through the entire plasma volume from the inner to the outer periphery of the plasma. The scattered radiation acquisition system is located inside the equatorial port of the facility. The range of scattering angles is from  $11^\circ$  to  $56^\circ$ . The recording system is based on 10 polychromators on interference filters. Using this diagnostics, the electron temperature and density have been measured in the experimental campaign at the end of 2023. The system operation was demonstrated throughout the entire tokamak discharge in a wide temperature range and with a discharge duration of up to 2 s.

**Keywords:** T-15MD tokamak, laser diagnostics, Thomson scattering

# КВАЗИОПТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЦЕНАРИЕВ С ЭЛЕКТРОННЫМ ЦИКЛОТРОННЫМ НАГРЕВОМ ПЛАЗМЫ НА ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ НА УСТАНОВКЕ ГДЛ

© 2024 г. Т. А. Хусаинов<sup>а,\*</sup>, А. А. Балакин<sup>а</sup>, Е. Д. Господчиков<sup>а</sup>, А. Л. Соломахин<sup>а,б</sup>, А. Г. Шалашов<sup>а,\*\*</sup>

<sup>а</sup>Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород, Россия

<sup>б</sup>Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

\*e-mail: hta@appl.sci-nnov.ru

\*\*e-mail: ags@ipfran.ru

Поступила в редакцию 31.07.2024 г.

После доработки 10.09.2024 г.

Принята к публикации 15.09.2024 г.

Исследовано поглощение микроволнового излучения для новой схемы электронного циклотронного нагрева плазмы на второй гармонике с почти поперечным вводом излучения в виде необыкновенной волны в открытой магнитной ловушке ГДЛ (ИЯФ СО РАН). Для численного моделирования использовался абберационный квазиоптический подход, который был верифицирован на первых экспериментальных данных, полученных на установке. Проведен анализ оптимальных сценариев с новой системой нагрева; установлено, что в текущей конфигурации полная эффективность СВЧ-нагрева не превышает 60%, что существенно меньше значения, заложенного при проектировании системы. Это связано с касательным отражением греющего излучения от области резонанса — волновым эффектом, который ранее не учитывался в рамках геометрооптического приближения. Показано, что нагрев на второй гармонике не приводит к раскочке “перегревной” неустойчивости электронной компоненты, наблюдавшейся при нагреве на первой гармонике, и в целом приводит к широкому профилю энергосклада. Это является достоинством новой схемы, поскольку позволяет избежать МГД-неустойчивостей плазмы, связанных с пикированным выделением мощности в центре плазменного шнура.

**Ключевые слова:** высокотемпературная плазма, открытая магнитная ловушка, электронно-циклотронный резонанс, распространение волн в плазме

DOI: 10.31857/S0367292124110028, EDN: FCGLIY

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Поглощение электромагнитных волн в условиях электронного циклотронного (ЭЦ) резонанса широко применяется для нагрева высокотемпературной плазмы в крупномасштабных магнитных ловушках, используемых для исследований в области управляемого термоядерного синтеза (УТС). В большинстве случаев это ловушки тороидальной конфигурации, но в последнее время возрождается интерес и к прямым открытым ловушкам. В разных странах идет разработка открытых ловушек нового поколения [1–5], и это делает актуальным разработку методов ЭЦ-нагрева для систем такого типа.

Впервые эффективный ЭЦ-нагрев плазмы с субтермоядерными параметрами в крупной открытой ловушке был реализован на установке ТМХ-У, в которой ЭЦ-нагрев позволил достичь наибольшей на тот момент температуры электронов 280 эВ [6]. Однако в конце 1980-х гг. программа развития открытых ловушек для УТС в Ливерморе была закрыта, и до недавнего времени применение ЭЦ-нагрева плазмы

в открытых ловушках было ограничено или задачами МГД-стабилизации плазмы достаточно низкой плотности, или компактными лабораторными установками для плазменных приложений (источники плазмы, частиц и излучения). Для больших установок всплеск интереса к нагреву тепловой фракции электронов в условиях ЭЦ-резонанса возник после серии успешных экспериментов по комбинированному нагреву плазмы нейтральными пучками и СВЧ-излучением на установке ГДЛ (газодинамическая ловушка) в Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера, в которых было продемонстрировано удержание плазмы с рекордными параметрами [7–11]. Для эксперимента была разработана принципиально новая схема нагрева, в которой волновой пучок вводился через боковую поверхность плазменного столба, а затем захватывался за счет рефракции в неоднородной плазме и поглощался на основной гармонике необыкновенной волны [12]. В результате за счет дополнительного нагрева удалось поднять температуру электронов до 1 кэВ и увеличить поток термоядерных нейтронов на 80%. В то же время разработанная схема накладывает ряд



ограничений на параметры плазмы, магнитную конфигурацию установки и возможность управления положением области энерговклада в пространстве. Кроме того, схема с захватом излучения плохо масштабируется на установку следующего поколения ГДМЛ [4].

Для решения части этих проблем на ГДЛ была предложена альтернативная и, в определенном смысле, более простая схема нагрева, в которой СВЧ-излучение вводится вдоль поверхности ЭЦ-резонанса, а поглощение реализуется на второй ЭЦ-гармонике необыкновенной волны [13]. При этом используется тот же гиротрон, что и для нагрева на основной гармонике, а переход ко второй гармонике гирочастоты реализован за счет изменения места ввода излучения, что позволило сфокусировать СВЧ-пучок в область меньшего магнитного поля. За счет касательного ввода излучения по отношению к резонансной поверхности удастся увеличить интегральную эффективность поглощения, которая в традиционной схеме нагрева (поперечной по отношению к поверхности ЭЦ-резонанса) оказывается недостаточно высокой для типичных параметров плазмы ГДЛ [12]. Новая схема нагрева была предложена на основании метода трассировки лучей в рамках приближения геометрической оптики. Для типичных сценариев разряда в ГДЛ-моделирование с помощью геометрооптического численного кода предсказало поглощение до 90% инжектированной СВЧ-мощности при оптимальной плотности плазмы и угле ввода излучения (при электронной температуре на оси 200 эВ). Однако в первых экспериментах была достигнута доля поглощенной мощности менее 50%. Причина расхождения может быть связана с недостаточной точностью лучевого подхода.

Основные эффекты, которые могут приводить к нарушению приближения геометрической оптики при распространении СВЧ-пучка вдоль поглощающего слоя, связаны с пространственной дисперсией в сильно неоднородной области резонансного поглощения (тепловые эффекты) и с дифракционным расплыванием существенно неоднородного волнового пучка вне этой области [14]. Эффективность поглощения в рассматриваемой схеме ограничивается явлением отражения волн от области поглощения, в которой среда перестает быть плавно-неоднородной в масштабах длины волны, что требует выхода за рамки приближения геометрической оптики при описании физики происходящих процессов. Прямой учет этих эффектов в рамках уравнений Максвелла сложен и нецелесообразен, поскольку СВЧ-излучение распространяется в плазме в виде хорошо сформированных квазиоптических пучков, а длина волны излучения мала по сравнению с размерами установки. Адекватным методом является последовательный квазиоптический подход, основанный на асимптотическом разложении уравнений Максвелла в параксиальном приближении в окрестности выделенной геометроопти-

ческой моды [15, 16]. Этот метод был адаптирован для описания распространения и поглощения волновых пучков в открытых ловушках [17–19]. В итоге это привело к созданию достаточно универсального квазиоптического кода *QOOT*, который применялся для моделирования резонансного ЭЦ-нагрева плазмы [18–21] и коллективного рассеяния микроволнового излучения в нерезонансной плазме [22–25] в установке ГДЛ.

В настоящей работе представлены результаты квазиоптического моделирования нового сценария ЭЦ-нагрева плазмы в ГДЛ на второй гармонике. Моделирование позволило более точно описать уже проведенные эксперименты, а также предложить оптимальные режимы для следующих экспериментов. Статья организована следующим образом. В разд. 2 описана реализация нового метода ЭЦ-нагрева плазмы и дан краткий обзор результатов первых экспериментов на установке ГДЛ. В разд. 3 мы напоминаем основные идеи разрабатываемого авторами квазиоптического подхода и реализующего его кода, далее более подробно обсуждаем детали, связанные с адаптацией метода для моделирования ЭЦ-нагрева на второй гармонике в рассматриваемой геометрии. В разд. 4 приводится сравнение результатов квазиоптических расчетов с приближением геометрической оптики и с данными эксперимента. В разд. 5 обсуждаются возможности оптимизации режимов ЭЦ-нагрева на второй гармонике в будущих экспериментах на установке ГДЛ. В разд. 6 приводятся результаты самосогласованного расчета профиля поглощения и температуры электронов с учетом продольных потерь энергии через магнитные пробки, здесь мы вновь возвращаемся к интерпретации недавно проведенного эксперимента, по данным которого верифицируем нашу модель, затем с исследовательскими целями моделируем набор “виртуальных” экспериментов с повышенной мощностью СВЧ-нагрева. В заключении сформулированы основные результаты работы.

## 2. РЕАЛИЗАЦИЯ НАГРЕВА ПЛАЗМЫ НА ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ ЭЦ-ЧАСТОТЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ПЕРВЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА УСТАНОВКЕ ГДЛ

Газодинамическая ловушка ГДЛ является прототипом термоядерного источника нейтронов для материаловедения, дожигания радиоактивных отходов и гибридного термоядерного реактора [26, 27]. Нейтроны в ГДЛ рождаются в результате реакции термоядерного синтеза при столкновениях в популяции горячих ионов, которые образуются в процессе захвата мощных нейтральных пучков мишенной плазмой. Нейтронный поток пропорционален квадрату времени жизни горячих ионов в плазме. Одним из основных механизмов, определяющих время жизни горячих ионов, является их взаимодействие с электронами — чем меньше температура электронов, тем быст-

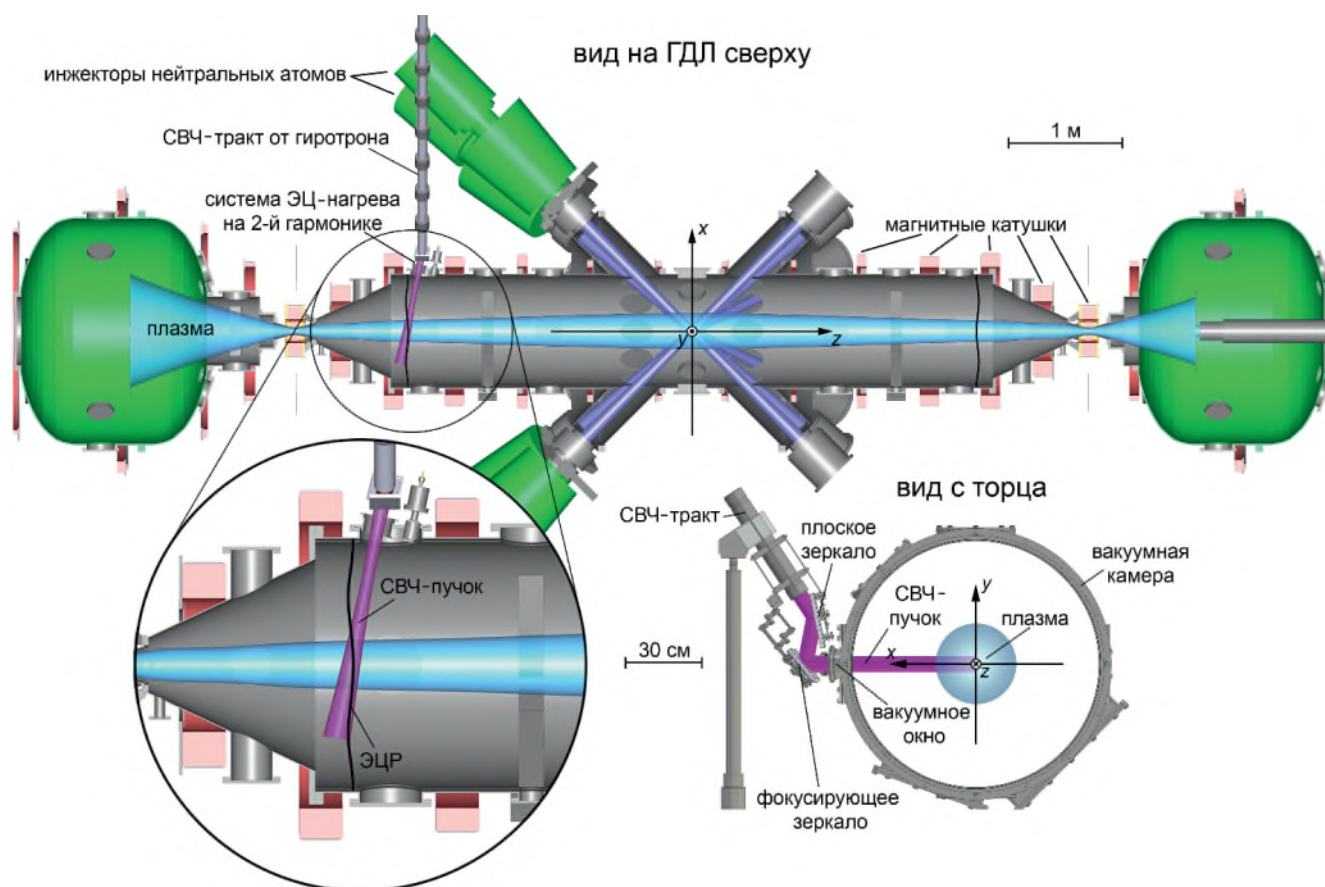
рее горячие ионы теряют свою энергию при столкновениях с электронами. Дополнительный ЭЦ-нагрев применяется на ГДЛ для увеличения температуры электронов и, соответственно, времени жизни горячих ионов.

Для реализации ЭЦ-нагрева на второй гармонике необыкновенной волны (Х2 мода) была переделана одна из двух СВЧ-систем для ЭЦ-нагрева на первой гармонике. Старый гиротрон мощностью 400 кВт был заменен на новый мощностью 800 кВт, частота гиротрона 54.5 ГГц осталась той же. Одновременно была модернизирована криогенная система гиротрона — заливной криостат был заменен на сухой криомагнит. Новый гиротрон мощнее старого и оснащен системой рекуперации, поэтому для него была собрана новая более мощная и с большим энергозапасом система питания.

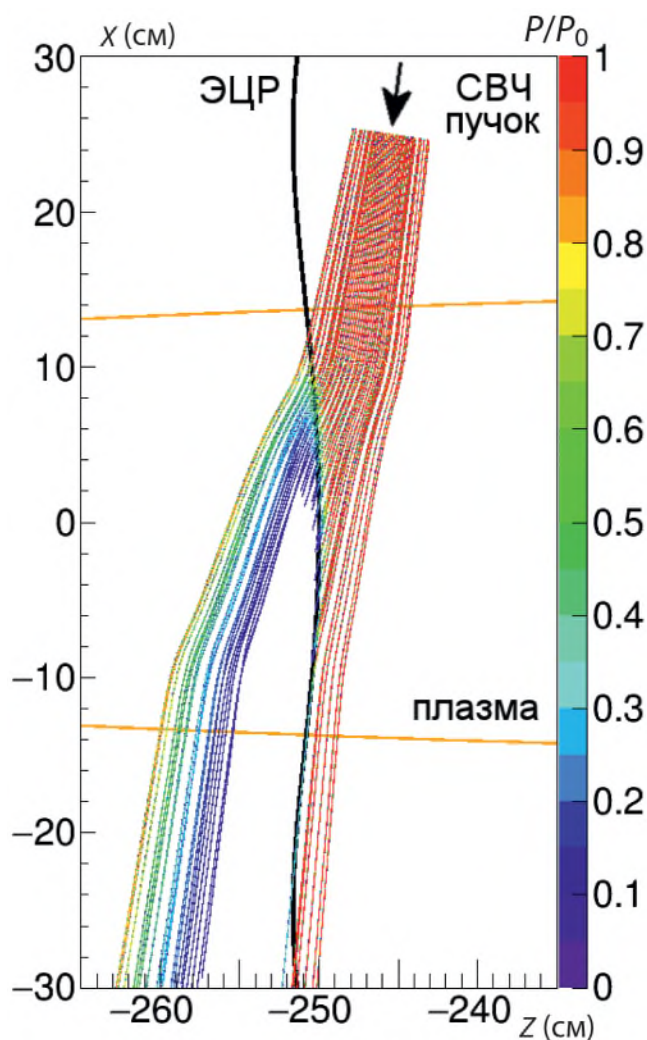
Циклотронный резонанс на второй гармонике расположен в другом месте установки, поэтому волноводная линия и квазиоптическая система ввода излучения в плазму были переделаны. Общий вид новой системы приведен на рис. 1. Эта система позволяет производить инъекцию сфокусированного СВЧ-пучка в плазму в область с магнитным полем 0.973 Тл,

что соответствует второй гармонике ЭЦ-резонанса на частоте 54.5 ГГц. Для стандартных плотностей плазмы рядом с резонансной поверхностью со стороны сильного магнитного поля находится область непрозрачности плазмы, поэтому ввод СВЧ-излучения осуществляется со стороны слабого поля. Последнее зеркало, фокусирующее излучение в плазму, расположено на расстоянии 70.5 см от оси ГДЛ вдоль луча, минимальный размер пучка в плазме достигается при радиусе пучка 2.45 см в каустике, которая расположена на расстоянии 40 см от оси ГДЛ без учета рефракции плазмы. Система ввода позволяет изменять угол инъекции в диапазоне  $74\text{--}84^\circ$  к оси установки и от  $-5^\circ$  до  $5^\circ$  в перпендикулярной плоскости, это позволяет менять область энерговыведения в плазме, а также компенсировать рефракцию излучения в плотной плазме. Новая система была рассчитана и оптимизирована с помощью геометрооптического многолучевого кода для стандартной магнитной конфигурации ГДЛ, стандартных профилей плотности и температуры плазмы и доступных мест для размещения узла ввода излучения в вакуумную камеру. Характерный вид лучевых траекторий приведен на рис. 2.

Для первых экспериментов была выбрана стандарт-



**Рис. 1.** Общий вид новой системы ЭЦ-нагрева на второй гармонике на плане установки ГДЛ (вид сверху). Система ввода СВЧ-излучения показана снизу в двух ракурсах с увеличением. Электронный циклотронный резонанс для второй гармонике обозначен меткой ЭЦР. Координаты  $(x, y, z)$  в дальнейшем используются при визуализации результатов моделирования.



**Рис. 2.** Пример геометрического расчета ЭЦ-поглощения необыкновенной волны на второй гармонике (X2 мода) в стандартной конфигурации ГДЛ. Показан пучок лучевых траекторий в том же сечении ГДЛ, как на рис. 1, цвет кодирует изменение интенсивности микроволнового излучения вдоль лучей. Угол ввода  $81^\circ$  положение ЭЦ-резонанса на второй гармонике (черная линия)  $z = -250$  см. Полная поглощенная мощность составляет  $\eta = 78\%$  от вводной мощности СВЧ-пучка.

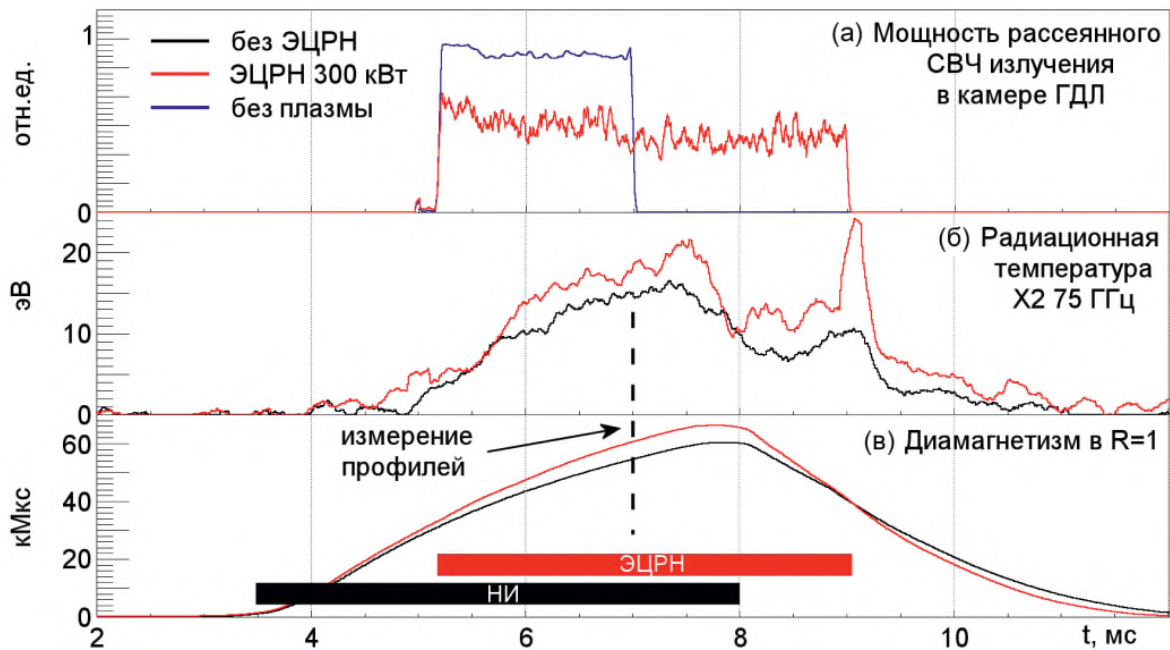
ная конфигурация магнитного поля. Мощность излучения гиротрона была снижена до 300 кВт на входе в плазму. Начальная плазма производилась с помощью дугового генератора плазмы. После заполнения ловушки холодной плазмой источник плазмы отключался, и начиналась инжекция мощных атомарных пучков ( $t = 3.5$  мс). Примерно через 1 мс после этого включался гиротрон системы ЭЦ-нагрева на второй гармонике ( $t = 5.2$  мс). В момент времени  $t = 7$  мс с помощью системы томсоновского рассеяния измерялись профили электронной температуры и плотности плазмы [28]. Атомарная инжекция завершалась при  $t = 8$  мс, еще через 1 мс прекращался ввод СВЧ-излучения.

Результаты экспериментов приведены на рис. 3 и 4, данные взяты по публикации [13] и носят предварительный характер. На рис. 3а представлена зависимость мощности рассеянного СВЧ-излучения в вакуумной камере ГДЛ от времени, измеренная в типичном выстреле с помощью СВЧ-диода. Также изображена мощность рассеянного излучения в специальном калибровочном импульсе, в котором отсутствовало поглощение излучения плазмой. Как можно видеть, поглощение излучения в плазме снизило уровень рассеянного СВЧ-излучения примерно в два раза, что позволяет оценить эффективность поглощения на уровне 50%. О нагреве плазмы также свидетельствует увеличение радиационной температуры собственного ЭЦ-излучения плазмы на частоте 75 ГГц (X2 мода) после включения гиротрона, которое регистрируется с помощью радиометра, принимающего излучение с противоположного относительно ЭЦР-нагрева конца установки (рис. 3б), и рост диамагнетизма плазмы (рис. 3в). На рис. 4 приведены для сравнения два радиальных профиля электронной температуры и концентрации в выстреле с ЭЦ-нагревом и без него. Видно, что температура электронов увеличивается на всем измеренном диапазоне радиусов плазмы, в то время как плотность плазмы изменяется слабо в пределах  $(0.7-1.0) \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Это приводит к увеличению времени жизни горячих ионов в ГДЛ, что отражается в повышенном диамагнитном сигнале, приведенном на рис. 3в, а также в увеличении других, связанных с быстрыми ионами сигналов (нейтронный поток, мощность продольных потерь энергии, низкочастотные колебания плазмы). Более подробный анализ всей совокупности накопленных экспериментальных данных будет опубликован отдельно.

### 3. КВАЗИОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И КОД QOOT

Прежде всего, заметим, что специфика СВЧ-нагрева в современных прямых ловушках стимулировала развитие квазиоптической теории, изначально предложенной для тороидальных систем. Это связано с тем, что в прямой ловушке магнитное поле в основном меняется вдоль своего направления, а в тороидальной — поперек. Например, в рассматриваемой в настоящей работе геометрии излучение распространяется почти поперек магнитного поля, при этом магнитное поле слабо меняется вдоль направления распространения, но достаточно сильно поперек СВЧ-пучка. За счет этого пучок пересекает резонансную поверхность по касательной (значительная часть этой поверхности лежит внутри пучка примерно параллельно его оси) — для тороидальной геометрии это весьма экзотический случай [29]. Подобные обстоятельства приводят к тому, что приближения и численные приемы, которые хорошо проявили себя при моделировании распространения





**Рис. 3.** Примеры зависимостей от времени, зарегистрированные в процессе экспериментов по X2 ЭЦ-нагреву: сигналы с СВЧ-диода при выстреле гиротрона в вакуумную камеру без плазмы (синий) и во время нагрева (красный) (а); эффективная температура ЭЦ-излучения (75 ГГц, X2 мода) в выстреле без нагрева (черный) и с нагревом (красный) (б); сигнал с диамагнитной петли в центральном сечении ГДЛ в выстреле без нагрева (черный) и с нагревом (красный) (в). Сигналы с ЭЦР-нагревом сняты в выстреле 54074, сигналы без ЭЦР нагрева — в выстреле 54071, экспериментальные данные впервые приведены в [13].

волн в тороидальных установках [30], не работают для прямых ловушек.

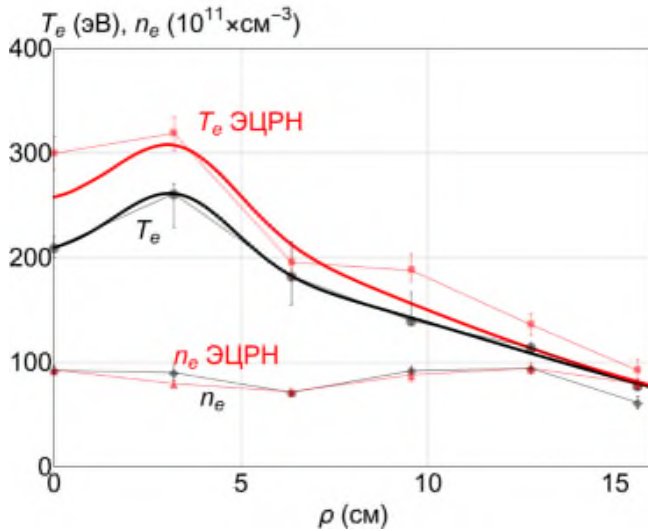
Это потребовало создания уточненной теоретической модели и существенной модификации численных алгоритмов, что привело к созданию нового квазиоптического кода *QOOT* (*Quasi-Optics for Open Traps*) практически с нуля. В базовой версии кода *QOOT* пространственные распределения концентрации и температуры электронов в установке предполагаются заданными. Решается прямая задача электродинамики — по известным из эксперимента или из другой независимой модели квазистационарным профилям плазмы и магнитной конфигурации рассчитывается распределение СВЧ-поля и удельный энерговклад за счет диссипации волн в плазме. Детальное описание этого кода можно найти в [18, 20]. В расширенной версии кода *QOOT-SC* (*Self-Consistent*) реализован самосогласованный расчет распределения поглощаемой СВЧ мощности и профиля температуры электронов, неизвестного заранее и устанавливающегося в результате баланса нагрева и потерь энергии в газодинамической ловушке. Этот код описан в [19], заложенная в код физика более подробно обсуждается в [21]. В данной работе используются обе версии квазиоптического кода. Для удобства читателя ниже мы приводим краткое резюме вышеперечисленных работ, делая акцент на адаптации общего кода для моделирования ЭЦ-нагрева на второй гармонике в рассматри-

ваемой геометрии.

Начнем с определения модели среды. Дисперсионное уравнение для электромагнитных волн, распространяющихся в локально-однородной слабoreлятивистской магнитоактивной плазме приближенно можно представить в следующем виде [31, 32]:

$$N_{\perp}^2 [(\epsilon_{+} - \epsilon_{\parallel}) (\epsilon_{-} - N^2) + (\epsilon_{-} - \epsilon_{\parallel}) (\epsilon_{+} - N^2)] = 2\epsilon_{\parallel} (\epsilon_{+} - N^2) (\epsilon_{-} - N^2), \quad (1)$$

где  $N^2 = N_{\perp}^2 + N_{\parallel}^2$ ;  $N_{\parallel}$  и  $N_{\perp}$  — компоненты волнового вектора вдоль и поперек направления магнитного поля, нормированные на  $k_0 = \omega/c$ ;  $\epsilon_{+}$ ,  $\epsilon_{-}$ ,  $\epsilon_{\parallel}$  — диагональные элементы тензора диэлектрической проницаемости для компонент поля в стиковом представлении. Нondiagonalные компоненты тензора при выводе (1) считаются равными нулю. Известно, что вблизи второй циклотронной гармоники это приближение выполняется для максвелловской плазмы при условии малости параметра  $\beta_T = \sqrt{T_e/mc^2}$  (отношение тепловой скорости электронов к скорости света мало) [33], что заведомо выполняется при рассматриваемых нами температурах до 1 кэВ. При этом, несмотря на то, что  $\beta_T \ll 1$ , дисперсионное уравнение необходимо рассматривать в так называемом слабoreлятивистском приближении [34]. С точностью до членов первого порядка по  $\beta_T^2$  диагональные компоненты



**Рис. 4.** Сравнение профилей электронной температуры и концентрации при X2 ЭЦ-нагреве с инжектируемой мощностью 300 кВт. Точками показаны измеренные значения электронной температуры без нагрева (выстрел 54071) и с X2 нагревом (выстрел 54074), измерения проводились через 7 мс после начала разряда для обоих выстрелов, экспериментальные данные взяты из [13]. Жирными линиями отражены результаты моделирования, описанного в разделе 6, черной линией показан модельный профиль температуры, взятый в качестве стартового, красной линией показан рассчитанный самосогласованный профиль. Угол ввода 79° положение ЭЦ-резонанса  $z = -253.5$  см было взято отличным от посчитанного по токам катушек в выстреле 54074.

тензора могут быть записаны в стандартном виде

$$\varepsilon_{\parallel} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \quad \varepsilon_{+} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + \omega_{ce})},$$

$$\varepsilon_{-} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - \omega_{ce})} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} N_{\perp}^2 \mathcal{F}_{7/2},$$

где  $\omega_{pe}$  и  $\omega_{ce}$  — ленгмюровская и циклотронная частота для электронов, определяющие плотность плазмы и напряженность внешнего магнитного поля соответственно. Все эффекты, связанные с пространственной дисперсией и резонансной диссипацией в окрестности второй ЭЦ-гармоники, определяются в виде добавки в  $\varepsilon_{-}$ , зависящей от функции Шкаровского

$$\mathcal{F}_{7/2}(\varphi, \psi) = -ie^{-\psi^2} \int_0^{\infty} \frac{dt}{(1-it)^{7/2}} \exp\left(-i\varphi^2 t + \frac{\psi^2}{1-it}\right),$$

Аргументы функции Шкаровского определяются как  $\psi^2 = N_{\parallel}^2/2\beta_T^2$  и  $\varphi^2 = \psi^2 - \delta^2/\beta_T^2$ , где  $\delta_2 = (\omega - 2\omega_{ce})/\omega$  — отстройка от второй гармоники циклотронного резонанса. Важность учета релятивистских эффектов при резонансном поглощении связана с тем, что при распространении излучения почти поперек внешнего магнитного поля могут нарушиться

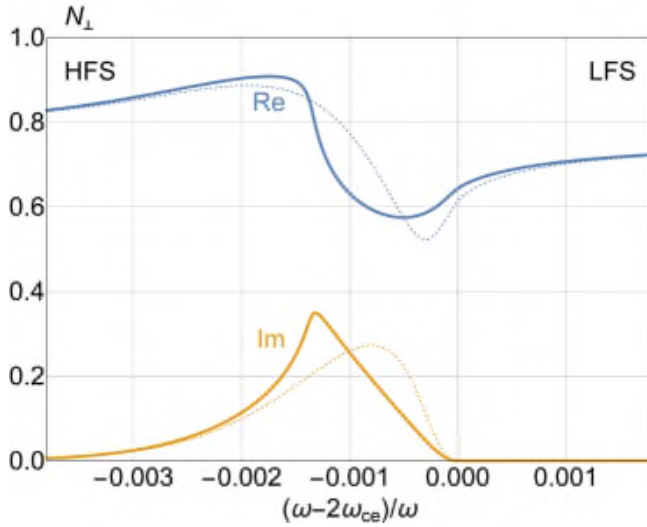
условия  $N_{\parallel} \gg \beta_T$  и  $N_{\parallel}^2 \gg 2\delta_2$ , необходимые для применения нерелятивистского приближения через функции Крампа [34].

Поскольку нам нужно моделировать почти поперечный ввод излучения, эволюционную координату для квазиоптического уравнения (опорный луч) удобно направить строго поперек оси ловушки. Понять нашу систему координат помогут рис. 1 и 2. В качестве эволюционной координаты будем использовать координату  $x$ , в качестве поперечных координат — декартову систему  $(y, z)$ , ось  $z$  направлена вдоль оси симметрии ловушки. Дополнительно будем считать, что магнитное поле направлено строго по оси системы  $z$ , что хорошо подходит для описания длинной и осесимметричной установки ГДЛ. Поэтому в уравнении (1)  $N_{\parallel} = N_z$ ,  $N_{\perp}^2 = N_x^2 + N_y^2$ , а в силу аксиальной симметрии ловушки все параметры среды зависят только от  $z$  и  $\tilde{\rho}^2 = x^2 + y^2$ . Поэтому можно определить комплексное решение дисперсионного уравнения  $N_{\perp}^2(\tilde{\rho}, z, N_z)$ , отвечающее действительному импульсу  $N_z$  вдоль магнитного поля, которое, в свою очередь, определяет комплексную компоненту волнового вектора  $N_x$  вдоль эволюционной координаты для любого действительного  $N_y$ . В нашем приближении уравнение (1) является кубическим относительно  $N_{\perp}^2$ . Вдали от области резонанса два его решения будут близки к корням квадратного уравнения, отвечающего холодной плазме. Это позволяет выбрать правильный корень, отвечающий заданной (необыкновенной) электромагнитной моде, и использовать его в качестве стартового значения для итеративного поиска решения при конечной температуре. Характерный вид решения дисперсионного уравнения для необыкновенной волны вблизи резонанса на второй гармонике приведен на рис. 5. Для сравнения приведено также стандартное приближенное решение, полученное в первом порядке теории возмущений относительно тепловой поправки  $\propto \beta_T^2$ . Можно видеть, что и действительная, и мнимая части показателя преломления испытывают значительное возмущение за счет тепловых поправок в дисперсионном соотношении.

В рамках квазиоптического подхода поиск распределения волнового поля в объеме ловушки сводится к решению эволюционного уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial x} = ik_0 \hat{H}[u], \quad \hat{H} = \hat{H}_H + i\hat{G}\hat{G} \quad (2)$$

для скалярной комплексной амплитуды  $u(x, y, z)$  с нелокальным эволюционным оператором  $\hat{H}$ , который восстанавливается из решения локального геометрикооптического дисперсионного соотношения [17, 18, 20]. Здесь  $\hat{H}_H$  и  $i\hat{G}^2$  представляют собой, соответственно, эрмитову и антиэрмитову (положительно определенную для диссипативной среды) части эволюционного оператора, действие которых на поле  $u$  определено как



**Рис. 5.** Пример решения дисперсионного уравнения (1) для поперечного волнового вектора необыкновенной волны вблизи резонанса на второй гармонике: строгое решение (сплошная линия) и приближенное решение в первом порядке возмущений по  $\beta_T^2$  (штриховая линия). Метки HFS и LFS определяют области с большими и меньшими значениями магнитного поля соответственно. Расчет для  $\omega_{pe}^2/\omega^2 \approx 0.27$  ( $n_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ) и  $\beta_T \approx 0.02$  ( $T_e = 200 \text{ эВ}$ ).

$$\hat{H}_H[u] = \int \frac{1}{2} \left( \text{Re } H(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{k}'_\perp, x) + \text{Re } H(\mathbf{r}'_\perp, \mathbf{k}_\perp, x) \right) \times \\ \times u(\mathbf{r}'_\perp, x) e^{ik'_\perp(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp)} \frac{d\mathbf{r}'_\perp d\mathbf{k}'_\perp}{(2\pi)^2}, \\ \hat{G}[u] = \int \frac{1}{2} \left( \sqrt{\text{Im } H(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{k}'_\perp, x)} + \sqrt{\text{Im } H(\mathbf{r}'_\perp, \mathbf{k}_\perp, x)} \right) \times \\ \times u(\mathbf{r}'_\perp, x) e^{ik'_\perp(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp)} \frac{d\mathbf{r}'_\perp d\mathbf{k}'_\perp}{(2\pi)^2},$$

где  $\mathbf{r}_\perp = (y, z)$  и  $\mathbf{k}_\perp = (k_0 N_y, k_0 N_z)$  — векторы, определенные в плоскости, ориентированной поперек опорного луча (не направления магнитного поля). Ядра интегральных операторов заданы в симметричном относительно поперечной координаты виде для обеспечения эрмитовости этих операторов, конкретный способ симметризации выбран из соображений эффективности численного расчета и обоснован в [35]. В параксиальном приближении

$$H(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{k}_\perp, x) \approx N_x = \mp \sqrt{N_\perp^2(\tilde{\rho}, z, N_z) - N_y^2}. \quad (3)$$

В нашем случае  $N_\perp^2$  — решение уравнения (1), отвечающее необыкновенной волне, знак перед корнем определяется направлением ввода излучения. Аксиальная симметрия и однонаправленность магнитного поля существенно ускоряют численное решение квазиоптического уравнения (2). В общем случае решение квазиоптического уравнения потребовало бы решения трансцендентного уравнения относительно  $N_x$  для пятимерного массива точек  $(x, \mathbf{r}_\perp, \mathbf{k}_\perp)$ , а в нашем случае решается лишь кубическое уравнение относительно  $N_\perp^2$  для трехмерного набора точек  $(\tilde{\rho}, z, N_z)$ . При

численной реализации поиска решения дополнительную помощь оказывает использование значений  $N_\perp^2$  в соседних ячейках сетки, которые позволяют контролировать правильный выбор моды по плавности изменения найденного решения.

В диссипативной среде мнимая часть выражения (3) задает антиэрмитову часть эволюционного оператора, которая в свою очередь определяет объемную плотность поглощаемой в среде СВЧ-мощности  $\Pi = 2k_0 \text{Re}(u^* \hat{G}[\hat{G}[u]])$ . При нагреве плазмы в магнитной ловушке вкладываемая мощность быстро перераспределяется по магнитным поверхностям, поэтому для нас представляет интерес одномерное распределение мощности по магнитным поверхностям, определяемое как

$$P_{\text{ECR}}(\rho) = \frac{1}{l(\rho)} \iiint \Pi(x, y, z) \times \\ \times \delta(\rho - \rho(x, y, z)) dx dy dz, \quad (4)$$

где  $l(\rho) = \iint \delta(\rho - \rho(x, y, 0)) dx dy$  определяет эффективный периметр магнитной поверхности в сечении  $z = 0$ . В длинной аксиально-симметричной ловушке ГДЛ магнитные поверхности задаются приближенными уравнениями  $\tilde{\rho}^2 B_z(z) = \text{const}$ , учитывающими сохранение потока (вмороженность) магнитного поля, поэтому

$$\rho(x, y, z) = \tilde{\rho} \sqrt{B_z(0)/B_z(z)}.$$

Здесь  $z = 0$  отвечает центру ловушки и минимуму магнитного поля,  $\rho$  имеет смысл радиуса магнитной поверхности в центральном сечении, а  $\tilde{\rho}$  определяет радиус магнитной поверхности в сечении  $z$ . Для этого случая  $l(\rho) = 2\pi\rho$ . Введенную величину  $P_{\text{ECR}}(\rho) = \Delta Q/\Delta S$  можно физически интерпретировать как поглощаемую СВЧ-мощность  $\Delta Q$ , приходящаяся на единицу площади  $\Delta S = 2\pi\rho\Delta\rho$  поперечного сечения в центре ловушки, то есть усредненная поверхностная плотность вкладываемой СВЧ-мощности. Усредненная объемная плотность при этом будет соответствовать  $P_{\text{ECR}}/L$ , где  $L = B_{\text{min}} \int dz/B_z$  приведенная длина силовой трубки.

Заметим, что во всех предыдущих работах [18–25] в качестве эволюционной использовалась координата  $z$  вдоль оси ловушки, а диэлектрический отклик теплой плазмы рассчитывался в нерелятивистском приближении. Переход к поперечной координате  $x$  и слаборелятивистскому приближению был навязан геометрией распространения излучения в рассматриваемом нами случае. Это потребовало соответствующей модификации базового квазиоптического кода. Предположение относительно постоянного направления магнитного поля не принципиально для нашей методики и может быть обойдено при необходимости, однако в совокупности с выбором опорной прямой поперек оси ловушки оно позволяет упростить процедуру восстановления квазиоптического уравнения по дисперсионному уравнению.

Код *QOOT* позволяет находить решение уравнения (2), а также рассчитывать профиль вкладываемой СВЧ-мощности (4). В качестве входных данных задаются

- магнитная конфигурация  $\mathbf{B}(x, y, z)$  и  $\rho(x, y, z)$ ,
- радиальные профили температуры  $T_e(\rho)$  и концентрации  $n_e(\rho)$  электронов,
- распределение комплексной амплитуды поля  $u(x_0, y, z)$  в квазиоптическом пучке на входе в плазму.

На выходе получаются

- радиальный профиль плотности поглощаемой мощности  $P_{\text{ECR}}(\rho)$ ,
- распределение интегральной интенсивности волнового поля: в данной работе для визуализации поля в плоскости  $(x, z)$  мы используем величину  $J(x, z) = \int |u|^2 dy$  с размерностью Вт/см.

В расширенной версии кода *QOOT-SC* реализовано совместное решение квазиоптического уравнения для СВЧ-поля и уравнения баланса энергии электронов. В модель заложено, что температура электронов устанавливается в результате кулоновского трения энергичных ионов (которые образуются при нагреве плазмы нейтральными пучками), СВЧ-нагрева и продольных потерь энергии, обусловленных газодинамическим выносом плазмы вдоль магнитного поля. Перенос поперек магнитного поля не учитывается, что для ГДЛ является хорошим приближением, проверенным экспериментально [11]. На каждой магнитной поверхности  $\rho$  рассматривается независимое уравнение баланса энергии [19, 21]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{3}{2} n_e T_e \right) = v_{ie} \langle n_{hi} \rangle E_{hi} + \frac{P_{\text{ECR}}}{L} - \frac{2v_s}{\sqrt{e}RL} A n_e T_e. \quad (5)$$

Первое слагаемое в правой части описывает передачу энергии от энергичных ионов за счет кулоновских соударений, второе — определяет нагрев электронов в результате поглощения СВЧ-волн, третье — соответствует газодинамическим потерям. Здесь  $n_e$  и  $T_e$  — концентрация и температура электронов в центре ловушки соответственно,  $v_{ie}$  — транспортная частота кулоновских соударений пробного энергичного иона на электронах мишенной плазмы,  $\langle n_{hi} \rangle$  — усредненная по длине силовой трубки концентрация энергичных ионов,  $E_{hi}$  — средняя энергия энергичных ионов,  $P_{\text{ECR}}/L$  — объемная плотность поглощаемой СВЧ-мощности,  $v_s = \sqrt{(T_e + T_i)/M}$  — скорость ионного звука,  $R = B_{\text{max}}/B_{\text{min}}$  — пробочное отношение,  $L$  — длина силовой трубки,  $A \sim \ln \sqrt{M/m}$  — безразмерный коэффициент, определяющий энергию на одну электрон-ионную пару, вылетающую из ловушки,  $m$  и  $M$  — массы электронов и ионов ( $A \approx 7$  для дейтериевой плазмы в ГДЛ,  $R \approx 30$ ,  $L \approx 400$  см). При решении уравнения (5) предполагается, что концентрация электронов, которая устанавливается в основном за счет баланса продольных потерь и процессов ионизации, не меняется в процессе ЭЦ-нагрева. Это было

установлено в ходе экспериментов на ГДЛ [9, 11], приведенные на рис. 4 профили концентрации также косвенно подтверждают это предположение. Это упрощающее обстоятельство позволяет восстановить первое слагаемое в правой части (5), описывающее нагрев электронов за счет трения энергичных ионов, во все моменты времени по известным квазистационарным профилям плотности плазмы  $n_e(\rho)$  и электронной температуры  $T_e^*(\rho)$ , которые устанавливаются до включения ЭЦ нагрева. Второе слагаемое в правой части (5), описывающее СВЧ-нагрев электронов, рассчитывается путем последовательного вызова базового кода *QOOT* на каждом шаге по времени с учетом меняющегося профиля температуры  $T_e(\rho, t)$  и неизменного (в текущей версии кода) профиля концентрации  $n_e(\rho)$ .

Таким образом, расширенный код *QOOT-SC* позволяет рассчитывать эволюцию во времени профиля температуры  $T_e(\rho, t)$  и поглощаемой мощности  $P_{\text{ECR}}(\rho, t)$  в процессе СВЧ-нагрева для начального профиля  $T_e(\rho, 0) = T_e^*(\rho)$ , заданного непосредственно перед включением СВЧ-нагрева. Отдельно реализовано более быстрое вычисление стационарного распределения температуры  $T_e(\rho, \infty)$ , устанавливающегося при  $t \rightarrow \infty$ . Важно отметить, что в рамках используемых моделей такой профиль стационарной температуры является самосогласованным в том смысле, что он соответствует распределению вкладываемой в электроны СВЧ-мощности, которая в свою очередь в точности соответствует найденному распределению электронной температуры. Остальные входные и выходные данные организованы так же, как в базовом коде.

Рассматривая уравнение баланса энергии (5) в стационарном пределе, можно получить элементарную оценку для увеличения электронной температуры при включении дополнительного СВЧ-нагрева. Пусть в заданной силовой трубке поглощается мощность  $\alpha P_{in}$  за счет СВЧ-нагрева и  $\beta P_{\text{NBI}}$  за счет нейтральной инжекции, здесь  $P_{in}$  и  $P_{\text{NBI}}$  обозначают полные СВЧ- и NBI-мощности, вводимые в плазму,  $\alpha$  и  $\beta$  — факторы, описывающие долю вкладываемой мощности с учетом профилей поглощения. Потери энергии в газодинамическом режиме при  $T_e \approx T_i$  изменяются  $\propto T_e^{3/2}$ . Поэтому уравнения баланса после и до включения СВЧ можно представить в виде

$$\alpha P_{in} + \beta P_{\text{NBI}} = \gamma T_e^{3/2}, \quad \beta P_{\text{NBI}} = \gamma T_e^{*3/2}.$$

Отсюда, считая, что коэффициенты  $\beta$  и  $\gamma$  не изменяются в процессе нагрева, получаем теоретический скейлинг для увеличения температуры

$$T_e = T_e^* (1 + P_{in}/P_0)^{2/3}, \quad (6)$$

где  $P_0 = (\beta/\alpha) P_{\text{NBI}}$  есть подгоночный параметр, определяемый профилем поглощения. Эта оценка будет использована для интерпретации расчетов.

#### 4. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КВАЗИОПТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ С ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКОЙ

Сравнивать результаты предсказаний геометрооптического и квазиоптического подходов удобно на выборке параметров более широкой, чем была доступна во время проведения экспериментов, описанных в разделе 2. Поэтому здесь мы воспользуемся синтезированными данными, основанными на эталонных профилях плотности и температуры электронов, соответствующих режиму “широкого нагрева” на первой гармонике [19]. Используемые профили получаются линейным масштабированием на соответствующее значение в центре плазменного шнура, при этом температура электронов на оси системы равна 200 эВ, а плотность плазмы варьируется. Именно при таких предположениях выполнялось геометрооптическое моделирование при проектировании системы ЭЦ-нагрева на второй гармонике.

Таблица 1 дает представление о зависимости эффективности СВЧ-нагрева на второй гармонике от центральной плотности плазмы и угла ввода излучения относительно оси ловушки. Строки таблицы отвечают разным значениям плотности, столбцы — разным значениям углов. Приведены результаты квазиоптического моделирования кодом *QOOT* для заданных профилей плазмы и результаты геометрооптического моделирования (в скобках) для аналогичной конфигурации. Под эффективностью нагрева понимается доля поглощенной мощности, определенная как

$$\eta = \frac{1}{P_{in}} \int P_{ECR}(\rho) 2\pi\rho d\rho,$$

где  $P_{in}$  — полная вводимая в плазму мощность. Конфигурация магнитного поля была специально подобрана для нагрева на второй ЭЦ-гармонике, поверхность резонанса пересекает ось ловушки в точке  $z = -250$  см. Поляризация излучения соответствует необыкновенной волне, ширина и фокусировка СВЧ-пучка соответствуют реализованной системе ввода излучения. Заметим, что максимальная концентрация электронов, доступная для квазиоптического моделирования, ограничена условием отсечки излучения  $\omega_{pe}^2/\omega^2 < 1/2$  для моды X2, что для частоты 54.5 ГГц

дает  $n_e < 1.8 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Для эталонного профиля для выполнения этого условия концентрация на оси не должна превосходить  $1.4 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

Геометрооптическое моделирование предсказывает сильное поглощение при оптимальных плотностях плазмы и углах инжекции — около 80% при электронной температуре на оси 200 эВ, при большей температуре возможно практически полное поглощение. При этом изменение угла за пределы оптимального диапазона приводит к быстрому уменьшению доли поглощенной мощности, а зависимость от плотности плазмы слабая. С другой стороны, максимальная доля поглощенной мощности в квазиоптическом расчете составила около 50%, при этом оптимум реализуется в более широком диапазоне углов. Видно, что квазиоптический расчет в целом соответствует экспериментальной оценке доли поглощенной мощности, полученной с помощью детектора рассеянного излучения.

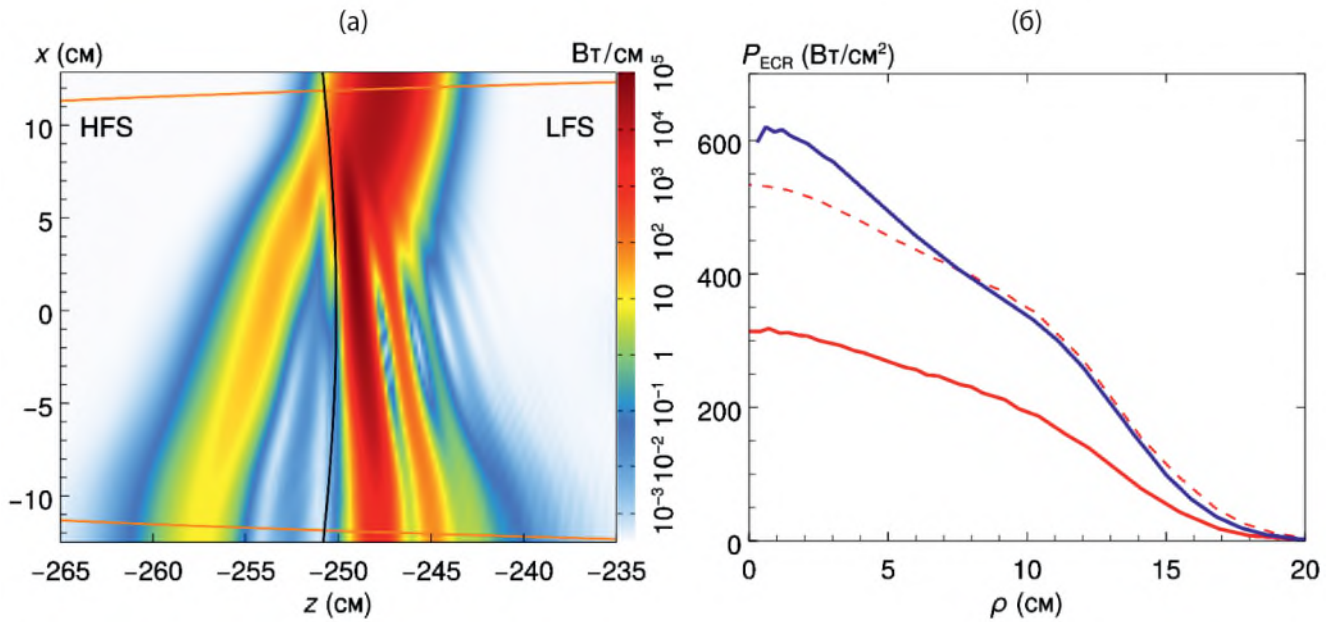
Рассмотрим более подробно точку  $\theta = 81^\circ$  и  $n_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , отвечающую максимальному поглощению 78% в приближении геометрической оптики. Соответствующая карта геометрооптических лучей была представлена ранее на рис. 2. На рис. 6 представлен результат квазиоптического моделирования этой же конфигурации и сравнение профилей поглощаемой СВЧ-мощности, рассчитанных двумя способами. Как можно предположить из картины волнового поля на рис. 6, доля поглощенной мощности в квазиоптической модели (45%) оказалась почти в два раза ниже, чем в геометрооптическом расчете, потому что часть СВЧ-пучка отразилась от области ЭЦ-резонанса. В приближении геометрической оптики лучи либо поглощаются на резонансе, либо проходят через него.

Отражение, или, в более широком смысле, эффект рефракции излучения возникает из-за быстрой пространственной модуляции показателя преломления, связанной с тепловыми поправками в окрестности ЭЦ-резонанса. Существенную, если не определяющую, роль при этом играет модуляция действительной части показателя преломления (см. рис. 5). Именно с этим обстоятельством связано использование при вычислении квазиоптического оператора точного решения дисперсионного соотношения с учетом

**Таблица 1.** Результаты квазиоптического расчета (в скобках — геометрооптического) доли поглощенной СВЧ-мощности  $\eta$  в плазме ГДЛ в зависимости от плотности плазмы на оси  $n_e$  и угла ввода излучения к оси ловушки  $\theta$ . Выделенная ячейка соответствует параметрам, использованным при расчетах, представленных на рис. 2 и 6.

$\eta$		$\theta$					
		77°	78°	79°	80°	81°	82°
$n_e$	$0.6 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$	14% (15%)	28% (31%)	44% (51%)	49% (67%)	43% (68%)	29% (53%)
	$0.8 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$	15% (15%)	29% (32%)	46% (54%)	50% (71%)	44% (75%)	30% (62%)
	$1.0 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$	17% (15%)	30% (32%)	46% (54%)	50% (72%)	45% (78%)	31% (69%)
	$1.2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$	39% (15%)	44% (30%)	52% (49%)	54% (66%)	50% (75%)	38% (71%)



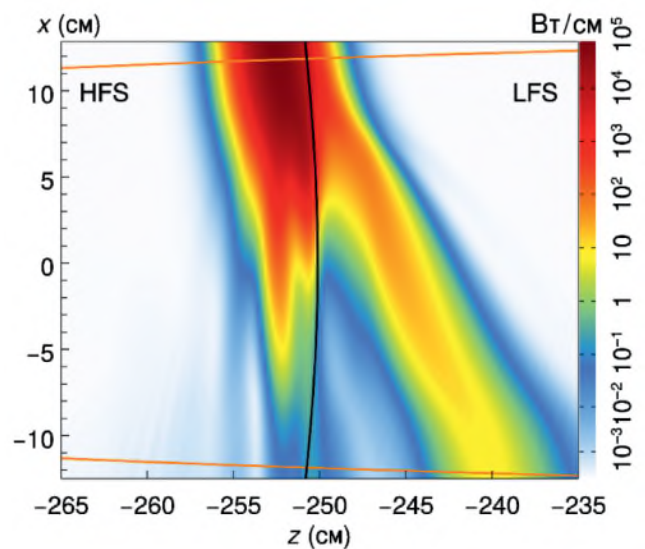


**Рис. 6.** Сравнение геометрического и квазиоптического расчетов для “оптимального” сценария нагрева на второй гармонике необыкновенной волны в ГДЛ: распределение интенсивности волнового поля в продольном сечении ловушки,  $J(x, z)$ , найденное в результате решения квазиоптического уравнения; поверхность ЭЦ-резонанса и границы плазмы отмечены, черной и оранжевой линиями (а); радиальный профиль плотности вложенной в плазму СВЧ-мощности  $P_{\text{ECR}}(\rho)$ , рассчитанный в рамках геометрической оптики (синяя линия,  $\eta = 78\%$ ), квазиоптики (красная сплошная линия,  $\eta = 45\%$ ) и квазиоптики для “зеркального” ввода излучения (пунктирная линия,  $\eta = 82\%$ ) (б).

тепловых поправок. Если посмотреть на точное решение для поперечного волнового вектора вблизи резонанса, изображенное на рис. 5, то можно видеть, что и действительная, и мнимая часть показателя преломления испытывают скачок. При этом пучок, распространяющийся со стороны слабого поля, попадает в оптически менее плотную среду, которая может приводить к рефракции при достаточно остром угле падения. В то же время пучок, запущенный со стороны сильного поля, наоборот, попадет в среду оптически более плотную, преломление в которой не приводит к отражению.

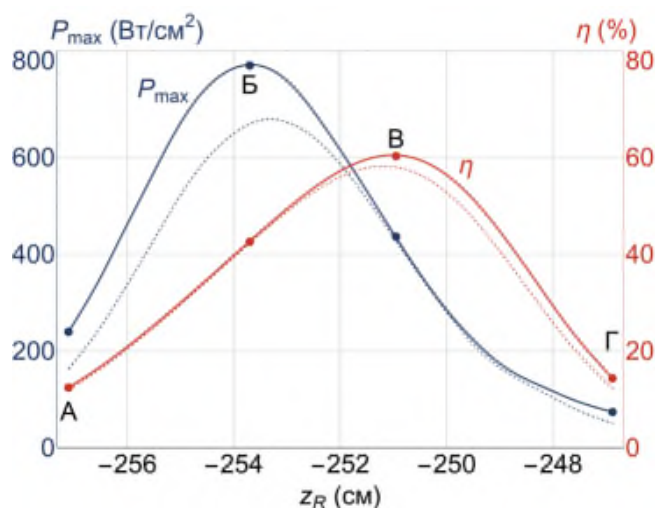
Чтобы проверить эти качественные рассуждения был проведен расчет, результаты которого изображены на рис. 7. Здесь показано распределение интенсивности пучка, зеркально отраженного относительно плоскости  $z = -250$  см, что соответствует вводу со стороны сильного магнитного поля. Все остальные параметры такие же, как для примера на рис. 6а. Видно, что при вводе со стороны сильного поля, отражение от резонанса действительно исчезло, а доля поглощенной мощности выросла до 82%.

Из методических соображений заметим, что описанный эффект пропадает, если воспользоваться широко распространенным (при лучевом моделировании) вариантом теории возмущений, в котором действительная часть волнового вектора считается для холодной плазмы, а тепловая поправка определяется только для мнимой части, отвечающей за поглощение. Более того, до настоящего времени нам не



**Рис. 7.** Распределение интенсивности волнового поля  $J(x, z)$  для пучка, зеркально отраженного относительно плоскости  $z = -250$  см (положение ЭЦ-резонанса на второй гармонике), остальные параметры такие же, что и для рис. 6а. Доля поглощенной мощности возросла до  $\eta = 82\%$ .

удалось количественно воспроизвести эффект отражения в рамках лучевой оптики, опирающейся на решение дисперсионного уравнения с возмущенной действительной частью показателя преломления. Повидимому, это связано с тем, что рефракция реализуется на мелкомасштабных по сравнению с длиной



**Рис. 8.** Зависимость доли поглощенной мощности  $\eta$  и максимальной плотности энерговклада  $P_{\max} = \max P_{\text{ECR}}(\rho)$  при изменении положения резонанса вдоль оси ловушки  $z_R$  при угле ввода пучка  $79^\circ$ . Сплошные линии построены для профилей концентрации и температуры, измеренных после нагрева (выстрел 54074), штриховые — для профилей, измеренных в тот же момент времени, но в разряде без нагрева (выстрел 54071). Мощность СВЧ-излучения на входе в плазму — 300 кВт. Буквами А, Б, В, Г отмечены положения резонанса для характерных сценариев.

волны излучения структурах в условиях сильной диссипации, в которых становятся важны комбинированные волновые эффекты.

Отметим также, что в обеих моделях поглощение СВЧ-волн происходит в широкой по радиусу области плазмы, что выгодно для поддержания МГД-стабильной плазмы [9–11].

## 5. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ЭЦ НАГРЕВА НА ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ

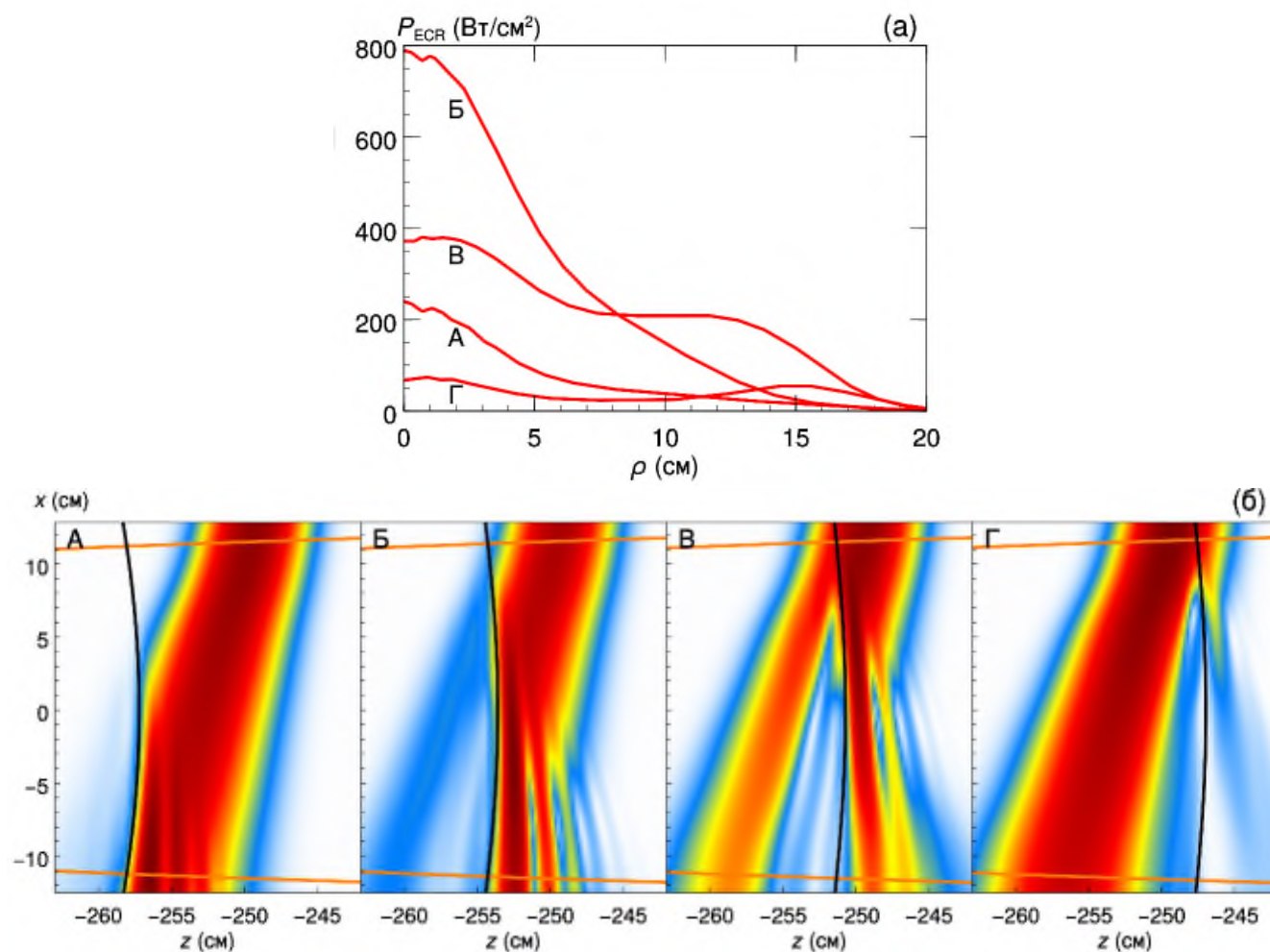
С помощью базового квазиоптического кода *QOOT* были исследованы возможные режимы нагрева, доступные для существующей системы ввода излучения на второй гармонике. Для более аккуратного сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными, начиная с этого раздела, мы будем использовать профили электронной температуры и плотности плазмы, полученные интерполяцией измеренных в эксперименте значений, приведенных на рис. 4. Пучок всегда вводится под стандартным углом  $79^\circ$  относительно оси ловушки, что по нашим представлениям наиболее близко отвечает условиям эксперимента. Ширина и фокусировка пучка соответствуют реализованной системе ввода, поляризация излучения соответствует необыкновенной волне, мощность излучения на входе в плазму 300 кВт.

Общая эффективность поглощения и распределение поглощенной мощности по магнитным поверхностям сильно зависит от того, как пучок падает на

резонансную поверхность. Для иллюстрации этого удобно рассмотреть зависимости общей доли поглощенной мощности и максимальной плотности энерговклада  $P_{\max}$  при изменении положения ЭЦ-резонанса вдоль оси ловушки при неизменном угле ввода пучка, приведенные на рис. 8. Расчеты проводились для двух наборов профилей электронной температуры и концентрации, измеренных в выстрелах 54071 и 54074 и отвечающих, соответственно, профилям без СВЧ-нагрева и после СВЧ-нагрева. Разница максимальных температур составляла примерно 70 эВ (от 260 до 330 эВ), результаты для большей температуры показаны сплошными линиями, а для меньшей — пунктиром. Положение ЭЦ-резонанса изменялось между положениями  $z_R = -257.1$  и  $-246.9$  см за счет изменения тока в катушках ММП от 22.9 до 24.7 кА, меньшему току соответствует большее удаление резонанса от центрального сечения.

Рассмотрим более подробно характерные сценарии нагрева плазмы, отмеченные на рис. 8 буквами А, Б, В и Г. Отвечающие этим точкам распределения интенсивности волнового поля и профили плотности поглощаемой СВЧ-мощности приведены на рис. 9. Как можно видеть, при крайних положениях ЭЦ-резонанса, обозначенных точками А и Г, и общая эффективность, и максимальный энерговклад сильно снижаются. Это связано с тем, что СВЧ-пучок промахивается мимо резонанса, проходя либо ниже (А), либо выше (Г) области, где возможно поглощение. Отметим также влияние выгнутости резонансной поверхности в случае А, за счет которой угол между направлением распространения пучка и резонансной поверхностью дополнительно заострился, и отражение от резонанса усилилось. Максимальное значение плотности энерговклада оказалось на уровне  $P_{\text{ECR}} \approx 800$  Вт/см<sup>2</sup>, а максимальная эффективность поглощения — на уровне 60%, причем максимумы по этим параметрам соответствуют разным положениям ЭЦ-резонанса — это точки Б и В соответственно. Как видно на рис. 9, когда резонанс находится в положении Б, пучок попадает на него у самой оси ловушки. В результате практически вся вложенная мощность оказывается сконцентрирована на внутренних магнитных поверхностях, что дает наибольшее значение удельной плотности энерговклада, но общая доля поглощенной мощности оказывается только 43%. Далее, если приблизить резонанс к пучку в положение В, то зона энерговклада “размазывается” по магнитным поверхностям, что приводит к снижению удельной плотности энерговклада до 440 Вт/см<sup>2</sup>. При этом за счет большего угла падения, пучок меньше отражается от резонанса, поэтому общая эффективность нагрева возрастает до 60% даже несмотря на то, что значительная доля излучения проскакивает над резонансом.

Интересно отметить, что эффективность ЭЦ-нагрева слабо зависит от температуры электронов. Приведенные выше цифры соответствуют расчетам для



**Рис. 9.** Профили плотности поглощаемой СВЧ-мощности  $P_{\text{ECR}}(\rho)$  (а) и распределения интенсивности волнового поля  $J(x, z)$  в продольном сечении ловушки для характерных сценариев ЭЦ-нагрева на второй гармонике, отмеченных на рис. 8 точками А, В, В, Г (б). Расчеты приведены для профилей температуры, установившихся после ЭЦ-нагрева.

профилей после ЭЦ нагрева с максимальной температурой 330 эВ, однако при снижении температуры на четверть, до 260 эВ, максимальная эффективность снижается всего на 3%. По-видимому, здесь играет роль то обстоятельство, что при распространении со стороны слабого магнитного поля релятивистское ЭЦ-поглощение включается резко, при этом часть пучка отражается раньше, чем оно включается, а потому не поглощается ни при каких температурах.

Также отметим чувствительность новой схемы нагрева к установке параметров пучка и магнитного поля. Сдвиг положения резонанса при переходе между режимами Б и В примерно равен 2.5 см, что соответствует изменению тока в катушках ММР на 2% или изменению угла ввода пучка на  $2^\circ$ . Это определяет требования к точности контроля токов в катушках и юстировки угла наклона последнего зеркала системы ввода, необходимые для того, чтобы управлять переходом между режимами Б и В и не выходить за их границы, где поглощение становится хуже.

## 6. САМОСОГЛАСОВАННЫЙ РАСЧЕТ ПРОФИЛЯ ПОГЛОЩЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ

В данном разделе мы рассмотрим моделирование ЭЦ-нагрева на второй гармонике с помощью расширенного кода *QOOT-SC*, позволяющего находить самосогласованный профиль электронной температуры с учетом продольных потерь через магнитные пробки. Код использовался для исследования двух вопросов: 1) можно ли воспроизвести динамику роста температуры, наблюдавшуюся в эксперименте с вводимой мощностью 300 кВт, 2) какая в принципе в этой схеме ЭЦ нагрева может быть динамика температуры при большей мощности нагрева, в частности, могут ли возникать “перегревные” неустойчивости профиля электронной температуры, обнаруженные при нагреве на первой гармонике [21].

Для моделирования был выбран выстрел 54074, в котором рост температуры электронов плазмы был зафиксирован экспериментально. В качестве исходных профилей брались профили, снятые в выстреле

54071 в тот же момент разряда, но без гиротрона, магнитная конфигурация задавалась по токам в катушках в момент 6 мс от начала разряда, угол ввода был стандартный  $79^\circ$  мощность на входе в плазму 300 кВт. Моделирование показало, что в такой конфигурации нагрев электронов практически невозможен, поскольку для взятого угла ввода  $79^\circ$  магнитное поле оказалось слишком сильным. Резонанс перешел на отметку  $z = -248.5$  см, и, как видно из рис. 8, это существенно правее точки В. В такой конфигурации существенно падает и общая эффективность поглощения, и плотность вложенной мощности. Для мощности 300 кВт на входе в плазму с учетом продольных потерь прирост температуры составил не более 15 эВ.

Поэтому мы предположили, что имеется ошибка, связанная с определением параметров сценария: либо угол ввода пучка в эксперименте отличался от  $79^\circ$  либо положение резонанса не соответствовало расчетному. Было проведено моделирование установления самосогласованного профиля электронной температуры для сценария Б на рис. 8, оптимизированного для максимальной плотности энерговклада. Для этого ток в ближайшей магнитной катушке был скорректирован так, чтобы положение резонанса оказалось на отметке  $z = -253.5$  см; угол ввода излучения остался неизменным. Такой подход имеет смысл, поскольку, с одной стороны, в экспериментах тоже был проведен некоторый поиск оптимального режима для нагрева, и мы рассматриваем лучший выстрел; с другой стороны, так можно оценить наибольший возможный прирост температуры в рамках нашей модели при вводимой мощности 300 кВт. Результаты моделирования для оптимизированного сценария наложены на экспериментальные данные на рис. 4. Можно видеть удовлетворительное соответствие между рассчитанным профилем, показанным жирной линией, и результатами измерений электронной температуры в выстреле 54074, показанными точками, но моделирование занижает температуру электронов. Характерное время выхода на квазистационарное распределение температуры составляет сотни микросекунд, что меньше времени эволюции разряда на ГДЛ. Интересно то, что та же самая модель расчета при нагреве на первой гармонике давала завышенные значения температуры. Возможно, тут играет роль генерация горячих электронов и отклонение функции распределения электронов от максвелловской, однако эти вопросы требуют дальнейшего исследования.

Далее мы исследовали динамику профилей температуры при больших вводимых мощностях вплоть до 1.6 МВт. Для нагрева на первой гармонике было показано, что по мере прогрева плазмы могут существенно меняться общая эффективность поглощения и профиль поглощенной мощности, что приводило к интересным эффектам [19, 21]. Для новой схемы было проведено моделирование самосогласованных профилей для сценариев с максимальной плот-

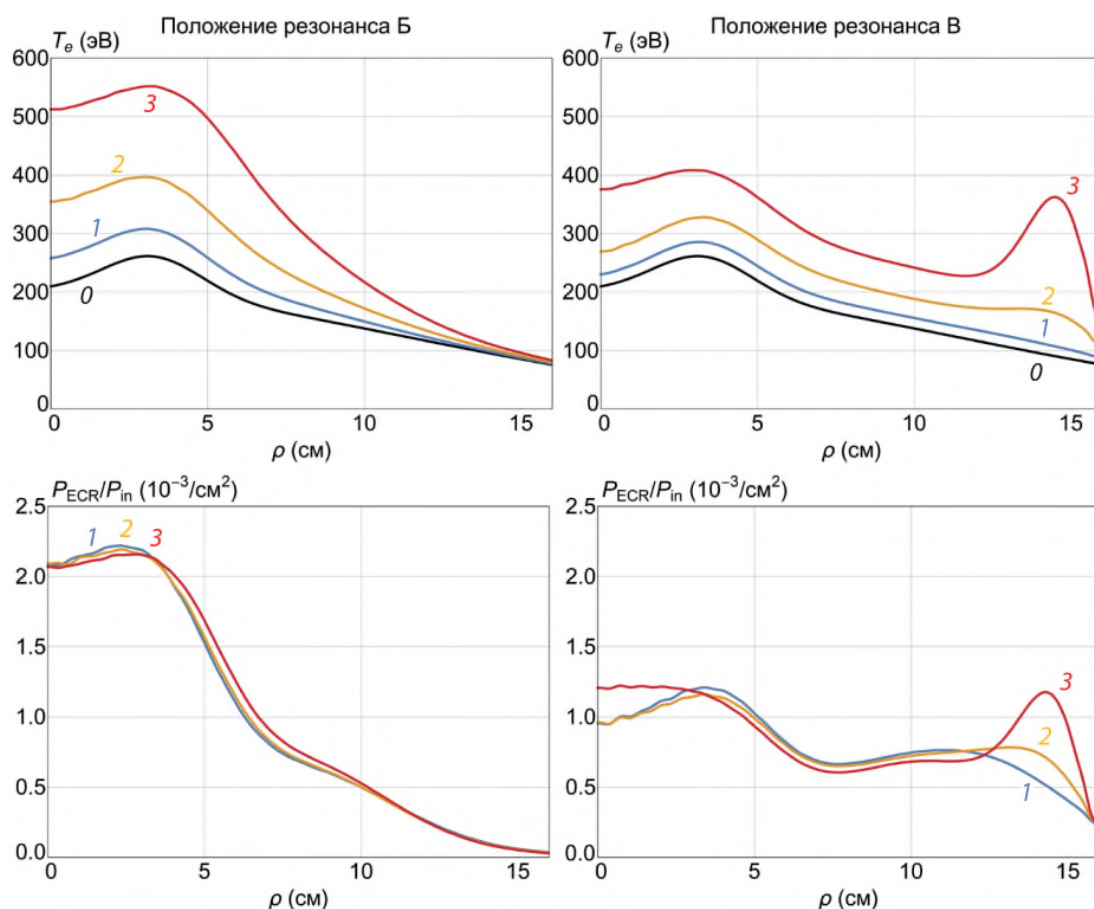
ностью энерговклада и максимальной эффективностью нагрева, отвечающих, соответственно, точкам Б и В на рис. 8. На рис. 10 показаны установившиеся самосогласованные профили электронной температуры и соответствующие им профили плотности вложенной мощности, нормированные на общую вложенную мощность. Расчет приведен для трех значений вводимой СВЧ-мощности: для доступной сейчас мощности 300 кВт, штатной мощности гиротрона 800 кВт и удвоенной мощности 1600 кВт.

На левой части рисунка можно видеть, что для сценария с максимальной плотностью энерговклада прогрев плазмы почти не влияет на распределение вложенной мощности. Общая эффективность поглощения также практически не меняется, оставаясь на уровне 44% при доступных мощностях и поднимаясь до 46% за счет лучшего поглощения с края плазменного шнура при мощности 1600 кВт. Температура электронов в центре плазменного шнура при таком нагреве достигает уровня 260, 350 и 512 эВ для мощности нагрева 300 кВт, 800 кВт и 1600 кВт соответственно. Прирост температуры от начального значения 240 эВ хорошо описывается теоретической формулой (6) при  $P_0 = 560$  кВт.

Для сценария с максимальной эффективностью, проиллюстрированного на рис. 10 справа, некоторая динамика профиля поглощения все-таки прослеживается. При росте вложенной мощности начинает прогреваться край плазменного шнура, сквозь который при стартовых температурах часть СВЧ-пучка проходит без поглощения (см. рис. 9 для точки В). Эта часть пучка начинает эффективно поглощаться, что усиливает дальнейший прогрев периферии. В результате край плазменного шнура может стать более горячим, чем вся остальная плазма, но достигается в условиях ГДЛ это только при экстремально больших мощностях и даже в таком случае не влияет на эффективность нагрева на оси. Общая эффективность поглощения растет за счет лучшего поглощения на периферии, поднимаясь от 59% при 300 кВт до 62% при 800 кВт и 68% при 1600 кВт. Центральные температуры электронов при таком нагреве достигают уровня 230 эВ для мощности 300 кВт, 270 эВ — для 800 кВт и 370 эВ — для 1600 кВт, отвечая скейлингу (6) при  $P_0 = 1060$  кВт. Увеличение параметра  $P_0$  по сравнению с предыдущим случаем связано с уширением профиля поглощения СВЧ-мощности. При дальнейшем увеличении мощности нагрева максимум электронной температуры реализуется на периферии, например, при мощности 3200 кВт центральная температура составляет 540 эВ, а температура на периферии достигает 840 эВ.

Таким образом, мы приходим к выводу, что роль “перегретых” неустойчивостей, которые при нагреве на первой гармонике ЭЦ-частоты приводили к острому пикированным в центре плазменного шнура распределениям электронной температуры, в рассматри-





**Рис. 10.** Установившиеся самосогласованные профили электронной температуры  $T_e(\rho)$ , посчитанные для разных мощностей нагрева, и соответствующие им профили плотности поглощаемой СВЧ-мощности  $P_{ECR}(\rho)$ , нормированные на полную мощность нагрева  $P_{in}$ , для положения ЭЦ-резонанса Б и В. Расчет приведен для доступной сейчас мощности  $P_{in} = 300$  кВт (отметка 1), штатной мощности гиротрона  $P_{in} = 800$  кВт (отметка 2) и удвоенной мощности  $P_{in} = 1600$  кВт (отметка 3). В качестве начального распределения температуры взят профиль, измеренный для разряда без ЭЦ-нагрева (выстрел 54071, обозначен отметкой 0), все остальные параметры — как для рис. 8.

ваемой схеме нагрева на второй гармонике мала. В оптимальных для нагрева условиях эффекты прогрева проявляются по-другому (на периферии плазмы) и при нереально больших уровнях мощности. Во всех рассмотренных режимах энергоснабжение происходит в широкой области плазмы, что выгодно отличает рассматриваемую схему от предыдущей с точки зрения возможности контроля МГД-неустойчивостей плазменного шнура.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе квазиоптический код *QOOT* адаптирован для моделирования новой схемы ЭЦ нагрева плазмы на второй гармонике с квазиперпендикулярным вводом излучения, реализованной на установке ГДЛ. Сформулирована адекватная модель среды и решена численная задача устойчивой селекции нормальной моды, необходимой для восстановления квазиоптического оператора по дисперсионному соотношению для теплой слабoreлятивистской плазмы. Бы-

ла добавлена опция решения квазиоптического уравнения с поперечным опорным лучом с сохранением всех доступных средств визуализации результатов и расчета профилей энерговклада и электронной температуры. В совокупности с уже имевшейся возможностью расчета вдоль опорной прямой, совпадающей с осью ловушки, модернизированный код может моделировать распространение и поглощение волновых пучков в отрытых магнитных ловушках для всех возможных направлений ввода с учетом всех основных волновых эффектов (резонансное поглощение, дифракция, дисперсия и абберации).

Проведена успешная верификация результатов расчетов новым кодом на первых экспериментальных данных по нагреву плазмы на второй ЭЦ-гармонике необыкновенной волной, полученных на ГДЛ. При этом обнаружен интересный физический эффект касательного отражения греющего излучения от области ЭЦ-резонанса, асимметричный по направлению ввода излучения. Этот эффект связан с рефракцией

излучения на мелкомасштабных возмущениях показателя преломления в окрестности области резонансной диссипации, а потому не может быть адекватно описан в рамках стандартного геометрооптического подхода. С другой стороны, именно этот эффект определяет эффективность новой схемы ЭЦ-нагрева в условиях ГДЛ.

Квазиоптический подход был использован для анализа возможных сценариев с новой системой нагрева на ГДЛ. Установлено, что в текущей конфигурации полная эффективность поглощения СВЧ-излучения не превышает 60%, что существенно меньше значения, заложенного при проектировании системы (расчитанного на основании геометрооптической модели), однако все еще представляет интерес для экспериментов. При этом несомненным достоинством схемы является то, что нагрев не приводит к раскачке “перегретых” неустойчивостей электронной компоненты и всех МГД- неустойчивостей плазмы, связанных с пикированным выделением мощности в центре плазменного шнура, а также, скорее всего, к генерации заметной доли энергичных электронов. Это связано с особенностями области энерговклада, вытянутой вдоль СВЧ-пучка, и релятивистской (сильно асимметричной) линией ЭЦ-резонанса для излучения, распространяющегося почти поперек внешнего магнитного поля.

Авторы выражают благодарность Е. И. Солдаткиной, А. А. Лизунову, Е. И. Пинженину и всему коллективу ГДЛ за предоставленные экспериментальные данные. Квазиоптическое моделирование (разделы 3–6) выполнено при поддержке Российского научного фонда, проект № 19-72-20139. Подготовка установок ГДЛ и экспериментальная часть работы (раздел 2) выполнены в рамках государственного задания ИЯФ СО РАН, тема FWGM-2022-0017.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bagryansky P.A., Gospodchikov E.D., Ivanov A.A., Lizunov A.A., Kolesnikov E.Yu., Konshin Z.E., Korobeynikova A.A., Kovalenko Yu.V., Maximov V.V., Murakhtin S.V., Pinzhenin E.I., Prikhodko V.V., Savkin V.Ya., Shalashov A.G., Skovorodin D.I., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V. // Plasma Fusion Research. 2019. V. 14. P. 2402030. Doi: 10.1585/pfr.14.2402030.
2. Gota H., Binderbauer M.W., Tajima T., Smirnov A., Putvinski S., Tuszewski M., Dettrick S.A., Gupta D.K., Korepanov S., Magee R.M., Park J., Roche T., Romero J.A., Trask E., Yang X., Yushmanov P., Zhai K., DeHaas T., Griswold M.E., Gupta S., Abramov S., Alexander A., Allfrey I., Andow R., Barnett B., Beall M., Bolte N.G. et al. // 2021. Nucl. Fusion. V. 61. P. 106039. Doi: 10.1088/1741-4326/ac2521.
3. Yakovlev D., Chen Z., Bagryansky P., Bragin A., Kotelnikov I., Kuzmin E., Prikhodko V., Shikhovtsev I., Usov P., Wang Z., Zeng Q., Dong L., Zhang K., Ivanov A., Yu J. // Nucl. Fusion. 2022. V. 62. P. 076017. Doi: 10.1088/1741-4326/ac5224.
4. Skovorodin D.I., Черноштанов И.С., Амиров В.Х., Астрелин В.Т., Багрянский П.А., Беклемишев А.Д., Бурдаков А.В., Горбовский А.И., Котельников И.А., Магоммедов Э.М., Полосаткин С.В., Поступаев В.В., Приходько В.В., Савкин В.Я., Солдаткина Е.И., Соломахин А.Л., Сорокин А.В., Судников А.В., Христо М.С., Шиянков С.В., Яковлев Д.В., Щербаков В.И. // Физика плазмы. 2023. Т. 49(9). С. 831. Doi: 10.31857/S0367292123600322.
5. Endrizzi D., Anderson J.K., Brown M., Egedal J., Geiger B., Harvey R.W., Ialovega M., Kirch J., Peterson E., Petrov Yu.V., Pizzo J., Qian T., Sanwalka K., Schmitz O., Wallace J., Yakovlev D., Yu M., Forest C.B. // J. Plasma Phys. 2023. V. 89(5). P. 975890501. Doi: 10.1017/S0022377823000806.
6. Simonen T. C., Horton R. // Nucl. Fusion. 1989. V. 29. P. 1373. Doi: 10.1088/0029-5515/29/8/012.
7. Bagryansky P.A., Demin S.P., Gospodchikov E.D., Kovalenko Yu.V., Malygin V.I., Murakhtin S.V., Savkin V.Ya., Shalashov A.G., Smolyakova O.B., Solomakhin A.L., Thumm M., Yakovlev D.V. // Fusion Science Technol. 2013. V. 63(1T). P. 40. Doi: 10.13182/FST13-A16871.
8. Bagryansky P.A., Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Lizunov A.A., Maximov V.V., Prikhodko V.V., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V. // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 114. P. 205001. Doi: 10.1103/PhysRevLett.114.205001.
9. Bagryansky P.A., Anikeev A.V., Denisov G.G., Gospodchikov E.D., Ivanov A.A., Lizunov A.A., Kovalenko Yu.V., Malygin V.I., Maximov V.V., Korobeinikova O.A., Murakhtin S.V., Pinzhenin E.I., Prikhodko V.V., Savkin V.Ya., Shalashov A.G., Smolyakova O.B., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V., Zaytsev K.V. // Nucl. Fusion. 2015. V. 55. P. 053009. Doi: 10.1088/0029-5515/55/5/053009.
10. Bagryansky P.A., Demin S.P., Gospodchikov E.D., Kovalenko Yu.V., Malygin V.I., Murakhtin S.V., Savkin V.Ya., Shalashov A.G., Smolyakova O.B., Solomakhin A.L., Thumm M., Yakovlev D.V. // Fusion Science Technol. 2015. V. 68. P. 87. Doi: 10.13182/FST14-864.
11. Yakovlev D.V., Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Maximov V.V., Prikhodko V.V., Savkin V.Ya., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Bagryansky P.A. // Nucl. Fusion. 2018. V. 58. P. 094001. Doi: 10.1088/1741-4326/aac888.
12. Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Smolyakova O.B., Bagryansky P.A., Malygin V.I., Thumm M. // Phys.

- Plasmas. 2012. V. 19. P.052503.  
Doi: 10.1063/1.4717757.
13. Соломахин А.Л., Господчиков Е.Д., Лизунов А.А., Лубяко Л.В., Пинженин Е.И., Смолякова О.Б., Шалашов А.Г. // Тезисы LI Междунар. (Звенигородской) конфер. по физике плазмы и УТС, 18–22 марта 2024. ICRAF-2024. С. 119.  
Doi: 10.34854/ICRAF.51.2024.1.1.081.
  14. Шалашов А.Г., Господчиков Е.Д. // УФН. 2022. Т. 192. С. 1399.  
Doi: 10.3367/UFNr.2021.09.039068.  
*Shalashov A.G., Gospodchikov E.D.* // Phys. Usp. 2022. V. 65. P. 1303.  
<https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.09.039068>.
  15. Балакин А.А., Балакина М.А., Смирнов А.И. Пермитин Г.В. // Физика плазмы. 2007. Т. 33. С. 337.  
*Balakin A.A., Balakina M.A., Smirnov A.I., Permittin G.V.* // Plasma Phys. Rep. 2007. V. 33. P. 302.  
Doi: 10.1134/S1063780X07040058.
  16. Балакин А.А. // Изв. Вузов Радиофизика. 2012. Т. 55. С. 521.  
*Balakin A.A.* // Radiophysics and Quantum Electronics. 2012. T. 55. C. 472.  
Doi: 10.1007/s11141-012-9383-z.
  17. Балакин А.А., Господчиков Е.Д., Шалашов А.Г. // Письма ЖЭТФ. 2016. Т. 104. С. 701.  
Doi: 10.7868/S0370274X16220070.  
*Balakin A.A., Gospodchikov E.D., Shalashov A.G.* // JETP Lett. 2016. V. 104. P. 690.  
Doi: 10.1134/S0021364016220057.
  18. Шалашов А.Г., Балакин А.А., Хусаинов Т.А., Господчиков Е.Д., Соломахин А.Л. // ЖЭТФ. 2017. Т. 151. С. 379.  
Doi: 10.7868/S0044451017020171.  
*Shalashov A.G., Balakin A.A., Khusainov T.A., Gospodchikov E.D., Solomakhin A.L.* // J. Experimental Theoret. Phys. 2017. T. 124. C. 325.  
Doi: 10.1134/S1063776117010162.
  19. Шалашов А.Г., Господчиков Е.Д., Хусаинов Т.А. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 993.  
Doi: 10.31857/S0367292122600790.  
*Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A.* // Plasma Phys. Rep. 2022. V. 48. P. 1125.  
Doi: 10.1134/S1063780X22601237.
  20. *Shalashov A.G., Balakin A.A., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 112504.  
Doi: 10.1063/1.4967765.
  21. *Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V., Bagryansky P.A.* // Nucl. Fusion. 2022. V. 62. P. 124001.  
Doi: 10.1088/1741-4326/ac9293.
  22. *Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A., Lubyako L.V., Solomakhin A.L., Viktorov M.E.* // J. Instrumentation. 2021. V. 16 P. 07007.  
Doi: 10.1088/1748-0221/16/07/P07007.
  23. Господчиков Е.Д., Хусаинов Т.А., Шалашов А.Г. // Физика плазмы. 2022. Т. 48(3). С. 222.  
Doi: 10.31857/S0367292122030064.  
*Gospodchikov E.D., Khusainov T.A., Shalashov A.G.* // Plasma Phys. Rep. 2022. V. 48. P. 229.  
Doi: 10.1134/S1063780X22030060.
  24. Шалашов А.Г., Господчиков Е.Д., Лубяко Л.В., Хусаинов Т.А., Соломахин А.Л., Викторов М.Е. // Изв. вузов: Радиофизика. 2022. Т. 65. С. 353.  
Doi: 10.52452/00213462\_2022\_65\_05\_353.  
*Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Lubyako L.V., Khusainov T.A., Solomakhin A.L., Viktorov M.E.* // Radiophysics Quantum Electronics. 2022. V. 65. P. 323.  
Doi: 10.1007/s11141-023-10216-4.
  25. *Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A., and Solomakhin A.L.* // Rev. Sci. Instrum. 2023. V. 94. P. 123506.  
Doi: 10.1063/5.0175160.
  26. *Ivanov A.A., Prikhodko V.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2013. V. 55. P. 063001.  
Doi: 10.1088/0741-3335/55/6/063001.
  27. Иванов А.А., Приходько В.В. // УФН 2017. Т. 187. С. 547.  
Doi: 10.3367/UFNr.2016.09.037967.
  28. *Lizunov A., Berbasova T., Khilchenko A., Kvashnin A., Puryga E., Sandomirsky A., Zubarev P.* // Rev. Sci. Instrum. 2023. V. 94(3). P. 033509.  
Doi: 10.1063/5.0123329.
  29. Курнева Н.А., Борщеговский А.А., Куянов А.Ю., Пименов И.С., Рой И.Н. // ВАНТ Сер. Термоядерный синтез. 2021. Т. 44. С. 24.  
Doi: 10.21517/0202-3822-2021-44-3-24-36.
  30. *Balakin A.A., Balakina M.A., Westerhof E.* // Nuclear Fusion. 2008. V. 48. P. 065003.  
Doi: 10.1088/0029-5515/48/6/065003.
  31. *Stix T.H.* The Theory of Plasma Waves. New York: McGraw-Hill, 1962
  32. Господчиков Е.Д., Суворов Е.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48. С. 641.  
*Gospodchikov E.D., Suvorov E.V.* // Radiophysics Quantum Electronics. 2005. V. 48. P. 569.  
Doi: 10.1007/s11141-005-0101-y.
  33. Сахаров А.С. // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 903.  
Doi: 10.7868/S0367292117110087.  
*Sakharov A.S.* // Plasma Phys. Rep. 2017. V. 43. P. 1065.  
Doi: 10.1134/S1063780X17110083.
  34. *Shkarofsky I.P.* // J. Plasma Physics. 1986. V. 35. P. 319.  
Doi: 10.1017/S0022377800011363.
  35. *Balakin A.A., Gospodchikov E. D.* // J. Phys. B: Atomic, Molecular, Opt. Phys. 2015. V. 48. P. 215701.  
Doi: 10.1088/0953-4075/48/21/215701.

# QUASI-OPTICAL SIMULATIONS OF SCENARIOS WITH THE SECOND HARMONIC ELECTRON CYCLOTRON PLASMA HEATING AT THE GDT FACILITY

T. A. Khusainov<sup>a,\*</sup>, A. A. Balakin<sup>a</sup>, E. D. Gospodchikov<sup>a</sup>, A. L. Solomakhin<sup>a,b</sup>, and A. G. Shalashov<sup>a,\*\*</sup>

<sup>a</sup>*Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, 603950 Russia*

<sup>b</sup>*Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 630090 Russia*

<sup>\*</sup>*e-mail: hta@appl.sci-nnov.ru*

<sup>\*\*</sup>*e-mail: ags@ipfran.ru*

The absorption of microwave radiation in the GDT open magnetic trap (Budker Institute of Nuclear Physics) was studied using a new scheme of electron cyclotron resonance plasma heating at the second harmonic, in which radiation in the form of the extraordinary wave was launched almost transverse to the plasma column. When performing numerical simulations, the full-aberration quasi-optical approach was used, which was verified using the first experimental data, obtained at the facility. The optimal scenarios using the new heating system were analyzed. It was found that in the current configuration, the total efficiency of microwave heating does not exceed 60%. This occurs due to the tangential reflection of heating radiation from the resonance region; this is a wave effect that was previously not taken into account within the framework of the geometric-optics approximation. It was shown that heating at the second harmonic does not result in excitation of the “overheating” instability of the electron component observed during heating at the first harmonic; on the whole, the wide power deposition profile is formed in this case. This is an advantage of the new scheme, since it makes it possible to avoid the development of MHD plasma instabilities associated with peaked power release at the axis of the plasma column.

**Keywords:** high-temperature plasma, open magnetic trap, electron cyclotron resonance, wave propagation in plasma



## ВОЛНЫ ВАН КАМПЕНА В КВАНТОВОЙ ПЛАЗМЕ

© 2024 г. А. М. Игнатов<sup>а,\*</sup><sup>а</sup>Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Москва, Россия

\*e-mail: aign@fpl.gpi.ru

Поступила в редакцию 29.09.2024 г.

После доработки 06.10.2024 г.

Принята к публикации 06.10.2024 г.

Обсуждается построение волн Ван Кампена при различных способах описания квантовой бесстолкновительной плазмы. Рассматриваются линеаризованное квантовое кинетическое уравнение, описание в терминах отдельных волновых функций и уравнения квантовой гидродинамики. Показано, что при описании посредством волновых функций теория возмущений сохраняет полную энергию плазмы.

**Ключевые слова:** квантовая плазма, волны Ван Кампена

**DOI:** 10.31857/S0367292124110033, **EDN:** FCCADJ

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В классической кинетической теории, основанной на уравнении Власова, существует два подхода к исследованию линейных волн в плазме. Наиболее распространен метод Ландау, сводящийся к вычислению диэлектрической проницаемости плазмы (например, [1, 2]). Известен также подход Ван Кампена, в рамках которого вычисляются собственные функции и собственные значения линеаризованных кинетических уравнений [3–5].

Кинетика классической бесстолкновительной плазмы может также описываться при помощи бесконечного набора гидродинамических уравнений. При вычислении функций отклика использование уравнения Власова и многопоточковой гидродинамики приводят к одинаковым результатам. Однако существует различие, связанное с интегралами движения и, в частности, энергии. Применительно к уравнению Власова разложение по малому отклонению от стационарного состояния нарушает закон сохранения энергии. Однако для многопоточковой гидродинамики удается построить теорию возмущений, сохраняющую энергию в каждом порядке [6].

Кинетике квантовой плазмы посвящено много монографий (например, [1, 7, 8]) и обзоров (например, [9–13]). Также как и в классическом случае для описания невырожденной бесстолкновительной квантовой плазмы и вычисления функций отклика используются либо квантовое уравнение Власова для функции Вигнера, либо бесконечный набор уравнений Шредингера или квантовой гидродинамики. При помощи набора уравнений Шредингера построение волн Ван Кампена для случая устойчивой плазмы обсуждалось в работе [14].

В настоящей статье исследуются волны Ван Кампе-

на для различных вариантов квантовой кинетической теории. Для простоты мы ограничиваемся потенциальным приближением, пренебрегая электромагнитными эффектами. Рассматривается однокомпонентная плазма, состоящая из электронов без спина на компенсирующем фоне.

В разд. 2 перечислены используемые математические модели. В разд. 3 обсуждается связь между разложениями по теории возмущений для различных вариантов описания плазмы. Явные выражения для волн Ван Кампена приведены в разд. 4, а в разд. 5 обсуждаются энергетические соотношения.

## 2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для унификации обозначений перечислим существующие альтернативные подходы к описанию кинетики квантовой плазмы. При этом мы ограничиваемся минимальными комментариями, подробности можно найти в вышеупомянутых обзорах.

Пусть имеется набор частиц с волновыми функциями  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ , удовлетворяющими уравнению Шредингера

$$i\hbar\dot{\psi}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q}) + e\varphi(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q}). \quad (1)$$

Волновые функции  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q})$  зависят от времени, трех координат  $\mathbf{r}$  и, кроме того, от дополнительной переменной  $\mathbf{q}$ , при помощи которой различаются частицы. По аналогии с гидродинамикой эта величина в дальнейшем называется лагранжевой меткой. Величина  $\mathbf{q}$  может совпадать, например, с импульсом частицы на бесконечности, однако допустимы и другие способы выбора лагранжевой метки.

В уравнении (1) использованы стандартные обозначения:  $\hbar$  — постоянная Планка,  $m$  и  $e < 0$  — масса и

заряд электрона. Точкой над символом обозначается производная по времени  $t$ , явная зависимость от которого, как правило, опускается. Дифференциальные операторы  $\Delta$  и  $\nabla$  действуют на пространственные переменные  $\mathbf{r}$ .

Полная плотность частиц принимается равной

$$n(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{q} F_0(\mathbf{q}) |\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q})|^2, \quad (2)$$

где функция  $F_0(\mathbf{q}) \geq 0$  равна плотности числа состояний с меткой  $\mathbf{q}$ . Очевидно, что такая форма записи неоднозначна, и в общем случае в уравнениях (1), (2) можно совершить произвольную замену переменных  $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{q}'(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ . Потенциал электрического поля в уравнении Шредингера (1) считается самосогласованным и определяется через уравнение Пуассона

$$\Delta\varphi(\mathbf{r}) = -4\pi e(n(\mathbf{r}) - n_0), \quad (3)$$

где  $n_0$  — плотность компенсирующего фона. В соответствии с определением (2) для обеспечения полной зарядовой нейтральности необходимо, чтобы  $\int d\mathbf{q} F_0(\mathbf{q}) = n_0$ . Система (1)–(3) называется уравнениями Шредингера–Пуассона.

Если перейти к квадрату амплитуды и фазе волновой функции  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \sqrt{n(\mathbf{r}, \mathbf{q})} e^{i\theta(\mathbf{r}, \mathbf{q})}$ , то из (1) следует

$$\begin{aligned} \dot{n}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) &= -\frac{\hbar}{m} \nabla[n(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \nabla\theta(\mathbf{r}, \mathbf{q})], \\ \dot{\theta}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) &= -\frac{e}{\hbar} \varphi(\mathbf{r}) - \frac{\hbar}{2m} \nabla\theta(\mathbf{r}, \mathbf{q})^2 - U(\mathbf{r}, \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = -\frac{\hbar}{2m\sqrt{n(\mathbf{r}, \mathbf{q})}} \Delta\sqrt{n(\mathbf{r}, \mathbf{q})} \quad (5)$$

и полная плотность равна  $n(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{q} F_0(\mathbf{q}) n(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ . В литературе величина (5) часто ассоциируется с квантовым давлением.

Для каждого сорта частиц можно ввести скорость  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = (\hbar/m) \nabla\theta(\mathbf{r}, \mathbf{q})$  и тогда (4) переписываются в виде набора уравнений квантовой гидродинамики

$$\begin{aligned} \dot{n}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) &= -\nabla[n(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{q})], \\ \dot{\mathbf{v}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) &= -(\mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \cdot \nabla) \mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) - \frac{e}{m} \nabla\varphi(\mathbf{r}) - \nabla U(\mathbf{r}, \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (6)$$

Наиболее приближенным по форме к классическому является описание кинетики плазмы при помощи функции Вигнера, определяемой как

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int \frac{d\mathbf{q} d\mathbf{s}}{(2\pi\hbar)^3} F_0(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{s}/\hbar} \psi^*(\mathbf{r} + \mathbf{s}/2, \mathbf{q}) \psi(\mathbf{r} - \mathbf{s}/2, \mathbf{q}). \quad (7)$$

При этом полная плотность частиц (2) равна  $n(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{p} f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ . Уравнение для функции (7), которое часто называется квантовым уравнением Власова или уравнением Вигнера–Пуассона, следует из уравнения Шредингера (1) и имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= -\frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{r}} + \\ &+ e \int d\mathbf{p}' d\mathbf{r}' Q(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{p} - \mathbf{p}') \varphi(\mathbf{r}') f(\mathbf{r}, \mathbf{p}'), \end{aligned} \quad (8)$$

где ядро интегрального оператора можно записать в двух эквивалентных формах

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= i \frac{1}{\hbar} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} [\delta(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}/2) - \delta(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}/2)] = \\ &= \frac{2}{\hbar} \frac{1}{(\pi\hbar)^3} \sin(2\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}/\hbar). \end{aligned} \quad (9)$$

Динамические уравнения (1), (4), (6), (8) имеют интегралы движения. Для нас в дальнейшем будет представлять интерес полная энергия  $H$ , которую можно представить в виде суммы энергии частиц и энергии электрического поля  $H = H^{(p)} + H^{(f)}$ . В зависимости от используемого набора динамических переменных энергию частиц можно записать в нескольких эквивалентных формах

$$\begin{aligned} H^{(p)} &= \int d\mathbf{r} d\mathbf{q} \frac{\hbar^2}{2m} F_0(\mathbf{q}) |\nabla\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q})|^2 = \\ &= \int d\mathbf{r} d\mathbf{q} F_0(\mathbf{q}) n(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \nabla\theta(\mathbf{r}, \mathbf{q})^2 + \hbar U(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \right] = \\ &= \int d\mathbf{r} d\mathbf{q} F_0(\mathbf{q}) n(\mathbf{r}, \mathbf{q}) [m\mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{q})^2 + \hbar U(\mathbf{r}, \mathbf{q})] = \\ &= \int d\mathbf{r} d\mathbf{p} \frac{p^2}{2m} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \end{aligned} \quad (10)$$

Энергия поля

$$H^{(f)} = \int d\mathbf{r} \frac{\nabla\varphi(\mathbf{r})^2}{8\pi} \equiv \frac{e^2}{2} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \frac{n(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (12)$$

зависит в силу (3) только от полной плотности.

Величины  $\psi$  и  $(n, \theta)$  связаны взаимно-однозначным соответствием, поэтому системы кинетических уравнений (1) и (4) эквивалентны. Эта эквивалентность сохраняется и при переходе к гидродинамическому описанию на языке переменных  $(n, \mathbf{v})$  (6), но лишь при дополнительном условии  $\nabla \times \mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = 0$ . При этом условии системы уравнений (1), (4), (6) записаны для одной комплексной или двух действительных функций переменных  $(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ .

В то же время квантовое уравнение Власова (8) описывает эволюцию во времени одной действительной функции  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  шести переменных. Таким образом, при переходе от описания на языке волновых функций или гидродинамических переменных к квантовому кинетическому уравнению (8) теряется часть степеней свободы.

В пределе  $\hbar \rightarrow 0$ , как легко увидеть из первой строчки (2), уравнение (8) переходит в классическое уравнение Власова. Квантовое давление (5) при этом обращается в нуль, а система (6) переходит в набор уравнений гидродинамики классической плазмы. Однако в квантовом случае поле скоростей  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{q})$  по определению потенциально, тогда как в классическом случае нет никаких причин отбрасывать вихревые течения [6]. Имеет ли какой-нибудь смысл описание квантовой механики на языке квантовой гидродинамики (6) с учетом вихревых течений — вопрос открытый.

### 3. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Теория возмущений строится при помощи разложения решений динамических уравнений вблизи какого-либо состояния. Допустим, что при  $\mathbf{r} \rightarrow \infty$  потенциал электрического поля  $\phi(\mathbf{r}) \rightarrow 0$ . Тогда решение (1) можно записать в виде  $\psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \exp(i\theta_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}))$ , где  $\theta_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{q}/\hbar - tq^2/(2\hbar m)$ . Тем самым мы фиксируем выбор лагранжевой метки  $\mathbf{q}$ , которая теперь совпадает с импульсом частицы на бесконечности.

Соответствующее невозмущенное решение уравнений (4) имеет вид  $n(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = 1$ ,  $\theta(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \theta_0(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ , а уравнений (6)  $n(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = 1$ ,  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \mathbf{q}/m$ . При помощи (7) волновая функция  $\psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{q})$  отображается в невозмущенное решение квантового уравнения Власова (8)  $f(\mathbf{p}) = F_0(\mathbf{p})$ , т. е. при таком выборе лагранжевой метки функция  $F_0(\mathbf{p})$  является невозмущенной функцией распределения по импульсам.

Представим поправки к волновым функциям в виде  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{q})(1 + \varepsilon\psi_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}))$ , где  $\varepsilon \ll 1$  — формальный малый параметр, и, аналогично,  $n(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = 1 + \varepsilon n_1(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ ,  $\theta(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \theta_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}) + \varepsilon\theta_1(\mathbf{r}, \mathbf{q})$  и так далее. Далее разложим все возмущенные величины в интеграл Фурье по координатам  $y(\mathbf{r}) \rightarrow y_{\mathbf{k}} = \int d\mathbf{r}/(2\pi)^{3/2} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} y(\mathbf{r})$ . Тогда в первом порядке разложения по  $\varepsilon$  возмущение полной плотности записывается как  $n_{\mathbf{k}} = \int d\mathbf{q} F_0(\mathbf{q})(\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) + \psi_{-\mathbf{k}}^*(\mathbf{q}))$ , а из уравнений (1), (3) получается линейное интегральное уравнение для поправки к волновой функции ( $\psi_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \rightarrow \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})$ )

$$\dot{\psi}_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) = -i \left( \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{m} + \omega_0(k) \right) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) - i \frac{4\pi e^2}{\hbar k^2} \int d\mathbf{q}' F_0(\mathbf{q}') [\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}') + \psi_{-\mathbf{k}}^*(\mathbf{q}')], \quad (13)$$

где величина  $\omega_0(k) = \hbar k^2/(2m)$  обычно ассоциируется с частотой волны де Бройля.

Аналогичным образом линеаризуются уравнения (4) ( $n_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \rightarrow n_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})$ ,  $\theta_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \rightarrow \theta_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})$ )

$$\begin{aligned} \dot{n}_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) &= -i \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{m} n_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) + 2\omega_0(k)\theta_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}), \\ \dot{\theta}_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) &= -i \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{m} \theta_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) - \frac{1}{2} \omega_0(k) n_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) - \\ &\quad - \frac{4\pi e^2}{\hbar k^2} \int d\mathbf{q}' F_0(\mathbf{q}') n_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}'). \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения (13) и (14) эквивалентны. Это легко проверить, учитывая, что возмущение волновой функции связано с возмущениями амплитуды и фазы соотношениями

$$\begin{aligned} n_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) &= \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) + \psi_{-\mathbf{k}}^*(\mathbf{q}), \\ \theta_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) &= -\frac{i}{2} [\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) - \psi_{-\mathbf{k}}^*(\mathbf{q})]. \end{aligned} \quad (15)$$

Линеаризованные уравнения (6) получаются из (14) простой заменой  $\mathbf{v}_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) = i\mathbf{k}\theta_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})\hbar/m$ . Поскольку ре-

шения линеаризованных уравнений (6), (13), (14) однозначно связаны между собой, в дальнейшем мы ограничиваемся исследованием уравнения (13).

В линейном приближении уравнение для функции Вигнера (8) записывается в виде ( $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \rightarrow f_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})$ )

$$\dot{f}_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = -i \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m} f_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) + i \frac{4\pi e^2}{k^2} \tilde{F}_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p}) \int d\mathbf{p}' f_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}'), \quad (16)$$

где  $\tilde{F}_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = [F_0(\mathbf{p}^{(1)}) - F_0(\mathbf{p}^{(-1)})]/\hbar$  и использовано обозначение  $\mathbf{p}^{(s)} = \mathbf{p} + s\hbar\mathbf{k}/2$ , ( $s = \pm 1, \pm 2 \dots$ ). Заметим, что функция  $\tilde{F}_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p})$  равна конечно-разностной производной невозмущенной функции распределения  $F_0(\mathbf{p})$  в направлении вектора  $\mathbf{k}$ . В классическом пределе  $\hbar \rightarrow 0$  эта функция переходит в обыкновенную производную  $\tilde{F}_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p}) \rightarrow F'_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = \mathbf{k} \cdot (\partial F_0(\mathbf{p})/\partial \mathbf{p})$ .

После преобразования Фурье линеаризованная связь между волновой функцией и функцией Вигнера (7) переходит в

$$f_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = F_0(\mathbf{p}^{(-1)})\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}^{(-1)}) + F_0(\mathbf{p}^{(1)})\psi_{-\mathbf{k}}^*(\mathbf{p}^{(1)}). \quad (17)$$

Легко проверить при помощи (13), что определяемая этим соотношением функция удовлетворяет уравнению (16).

Так же как и в общем случае, линеаризованное уравнение (13) описывает динамику большого числа степеней свободы, чем квантовое уравнение Власова (16), поэтому для установления однозначной связи между решениями этих уравнений необходимо ввести дополнительные переменные. Это можно сделать следующим образом. Рассмотрим комбинацию волновых функций вида

$$g_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}^{(-1)}) + \psi_{-\mathbf{k}}^*(\mathbf{p}^{(1)}). \quad (18)$$

Из уравнения Шредингера (13) следует, что

$$\dot{g}_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = -i \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m} g_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}). \quad (19)$$

Заметим, что в определении (18) правую часть можно умножить на произвольную не зависящую от времени функцию. По аналогии с гидродинамикой можно сказать, что функции (18) описывают пассивную примесь, переносимую потоком со скоростью  $\mathbf{p}/m$ . Поскольку  $g_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})^* = g_{-\mathbf{k}}(\mathbf{p})$ , функция (18) представляет образ Фурье действительной величины. В дальнейшем возмущения, связанные с (18), называются баллистическими модами.

Соотношения (17) и (18) представляют собой линейную систему уравнений относительно  $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}^{(-1)})$  и  $\psi_{-\mathbf{k}}^*(\mathbf{p}^{(1)})$ , решая которую получаем

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = \frac{F_0(\mathbf{p}^{(2)})g_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}^{(1)}) - f_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}^{(1)})}{F_0(\mathbf{p}^{(2)}) - F_0(\mathbf{p})}. \quad (20)$$

Это решение можно записать в кратком виде как отображение  $(f, g) \rightarrow \psi = M(f, g)$ , при этом обратное отображение  $\psi \rightarrow (f, g)$  задается соотношениями (17), (18).

При помощи соотношений (15), (20) величины  $n_k(\mathbf{p})$ ,  $\theta_k(\mathbf{p})$  можно также выразить в виде линейных комбинаций

$$\begin{aligned} n_k(\mathbf{p}) &= \sum_{s=\pm 1} \frac{F_0(\mathbf{p}^{(2s)})g_k(\mathbf{p}^{(s)}) - f_k(\mathbf{p}^{(s)})}{F_0(\mathbf{p}^{(2s)}) - F_0(\mathbf{p})}, \\ \theta_k(\mathbf{p}) &= -\frac{i}{2} \sum_{s=\pm 1} s \frac{F_0(\mathbf{p}^{(2s)})g_k(\mathbf{p}^{(s)}) - f_k(\mathbf{p}^{(s)})}{F_0(\mathbf{p}^{(2s)}) - F_0(\mathbf{p})}. \end{aligned} \quad (21)$$

Соотношения (17), (18) представляют собой линейную обратимую замену переменных, осуществляющую декомпозицию волновой функции на две части. Одна из частей, определяемая соотношением (20) при  $g_k(\mathbf{p}) = 0$ , приводит к возмущению полной плотности и, тем самым, связана с коллективными процессами. Для волновых функций вида (20) с  $f_k(\mathbf{p}) = 0$  возмущение полной плотности равно нулю.

Таким образом, существует взаимно-однозначное отображение  $\psi \leftrightarrow (f, g)$ . Отображение (20) определяет систему координат в линейном пространстве  $L$  решений (13) и приводит к разбиению  $L$  на два подпространства  $L = L_f \oplus L_g$ . Подпространство  $L_f$  определяется волновыми функциями (20) с  $g_k(\mathbf{p}) = 0$ , а подпространство  $L_g$  — с  $f_k(\mathbf{p}) = 0$ . Переход от уравнения Шредингера—Пуассона (13) к квантовому уравнению Власова (16) осуществляет проекцию пространства  $L$  на подпространство  $L_f$ , и при этом теряется часть степеней свободы, связанная с баллистическими модами (18). Аналогичным образом можно трактовать связь (21) гидродинамических переменных ( $n_k$ ,  $\theta_k$ ) и функций ( $f_k$ ,  $g_k$ ).

#### 4. ВОЛНЫ ВАН КАМПЕНА

Уравнения (13), (14) и (16) в своих правых частях содержат интегральные операторы, действующие на соответствующий набор функций. Под волнами Ван Кампена понимаются собственные функции этих интегральных операторов. Общая теория интегральных уравнений с сингулярными ядрами изложена в монографии [15].

##### 4.1. Квантовое уравнение Власова

Начнем с уравнения для функции Вигнера (16). Обозначим собственные значения интегрального оператора в правой части как  $-i\omega$ . Тогда собственные функции должны удовлетворять уравнению

$$(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m)f_k(\mathbf{p}) = -\frac{4\pi e^2}{k^2} \tilde{F}_{0k}(\mathbf{p})n_k, \quad (22)$$

где

$$n_k = \int d\mathbf{p} f_k(\mathbf{p}) \quad (23)$$

— возмущение полной плотности.

Общая схема нахождения собственных функций выглядит следующим образом. Решения (22) зависят

от того, какие значения принимает спектральный параметр  $\omega$ . Для действительного  $\omega$  решение ищется в виде

$$f_k(\mathbf{p}) = -\frac{4\pi e^2}{k^2} \tilde{F}_{0k}(\mathbf{p})n_k \frac{\mathcal{P}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m} + C\delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m),$$

где символ  $\mathcal{P}$  обозначает, что интегрирование понимается в смысле главного значения. Неизвестная константа  $C$  получается из уравнения (23). Подобные решения относятся к непрерывному спектру и существуют при произвольном действительном параметре  $\omega$ .

Для случая комплексного  $\omega$  нужно поделить обе части (22) на  $\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m$ , тогда из (23) получается уравнение для спектрального параметра  $\omega$ . Эти решения относятся к дискретному спектру и возникают лишь в неустойчивой плазме.

Как уже отмечалось, уравнение (16) или (22) отличаются от уравнения Власова для классической плазмы лишь заменой производной  $F'_{0k}(\mathbf{p})$  на конечно-разностную производную  $\tilde{F}_{0k}(\mathbf{p})$ . Поэтому для получения решений (22) можно воспользоваться результатами работы [6], где приведены соответствующие формулы для классической плазмы с произвольной функцией распределения, зависящей от трехмерного вектора  $\mathbf{p}$ , осуществив в них замену  $F'_{0k}(\mathbf{p}) \rightarrow \tilde{F}_{0k}(\mathbf{p})$ .

Решения уравнений (22), (23) определяются двумя голоморфными функциями комплексной переменной  $\zeta$

$$\epsilon_k^{(\pm)}(\zeta) = 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \int d\mathbf{p} \frac{\tilde{F}_{0k}(\mathbf{p})}{\zeta - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m}, \quad (24)$$

где функция  $\epsilon_k^{(+)}(\zeta)$  определена при  $\text{Im } \zeta > 0$ , а  $\epsilon_k^{(-)}(\zeta)$  при  $\text{Im } \zeta < 0$ . Выражения (24) определяют продольную диэлектрическую проницаемость плазмы и связаны очевидными соотношениями  $\epsilon_k^{(+)}(\zeta) = \epsilon_k^{(-)}(-\zeta)$ ,  $\epsilon_k^{(-)}(\zeta^*) = [\epsilon_k^{(+)}(\zeta)]^*$ .

На действительной оси функции (24) выражаются через действительные и мнимые части  $\epsilon_k^{(\pm)}(\omega) = \epsilon_{1k}(\omega) \mp i\epsilon_{2k}(\omega)$  ( $\text{Im } \omega = 0$ ), где

$$\begin{aligned} \epsilon_{1k}(\omega, \mathbf{k}) &= 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \int d\mathbf{p} \frac{\mathcal{P}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m} \tilde{F}_{0k}(\mathbf{p}), \\ \epsilon_{2k}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{4\pi^2 e^2}{k^2} \int d\mathbf{p} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m) \tilde{F}_{0k}(\mathbf{p}). \end{aligned} \quad (25)$$

Собственные функции (22), (23) непрерывного спектра записываются в виде

$$\begin{aligned} V_{k,\omega}(\mathbf{p}) &= -\frac{4\pi e^2}{k^2} \tilde{F}_{0k}(\mathbf{p}) \times \\ &\times \left\{ \frac{\mathcal{P}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m} - \pi \frac{\epsilon_{1k}(\omega)}{\epsilon_{2k}(\omega)} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m) \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Собственные функции дискретного спектра определяются нулями диэлектрической проницаемости (24). Обозначим корни функций  $\epsilon_k^{(\pm)}(\zeta) = 0$

как  $\zeta = \Omega_k^{(s)}$  ( $s = \pm 1, \pm 2, \dots$ ), причем  $\text{sign Im } \Omega_k^{(s)} = \text{sign } s$ . Можно выбрать нумерацию корней так, чтобы  $\Omega_k^{(-s)} = \Omega_k^{(s)*}$ ,  $\Omega_k^{(-s)} = -\Omega_k^{(s)}$ . Тогда решения уравнений (22), (23) записываются как

$$V_k^{(s)}(\mathbf{p}) = -\frac{4\pi e^2}{k^2} \frac{\tilde{F}_{0k}(\mathbf{p})}{\Omega_k^{(s)} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m}. \quad (27)$$

Функции (26), (27) нормированы так, что  $\int d\mathbf{p} V_{k,\omega}(\mathbf{p}) = 1$  и  $\int d\mathbf{p} V_k^{(s)}(\mathbf{p}) = 1$ . Кроме того, выполняются очевидные соотношения симметрии:  $V_{-k,-\omega}(\mathbf{p}) = V_{k,\omega}(\mathbf{p})$ ,  $V_k^{(-s)}(\mathbf{p}) = V_k^{(s)*}$ ,  $V_{-k}^{(-s)}(\mathbf{p}) = V_k^{(s)}(\mathbf{p})$ .

Функции Ван Кампена  $V_{k,\omega}(\mathbf{p})$  (26) и  $V_k^{(s)}(\mathbf{p})$  (27) образуют полный набор, т. е. по ним можно разложить любую функцию  $f(\mathbf{p})$ . Общее решение (16) записывается в виде

$$f_k(t, \mathbf{p}) = \int d\omega V_{k,\omega}(\mathbf{p}) a_{k,\omega}(t) + \sum_{s=\pm 1, \pm 2, \dots} V_k^{(s)}(\mathbf{p}) a_k^s(t), \quad (28)$$

где суммирование проводится по всем нулям функций  $\epsilon_k^{(\pm)}$  ( $\zeta$ ). Амплитуды волн Ван Кампена удовлетворяют соотношениям симметрии  $a_{-k,-\omega} = a_{k,\omega}^*$ ,  $a_{-k}^s = a_k^{s*}$ , а их динамика в линейном приближении задается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{a}_{k,\omega} &= -i\omega a_{k,\omega}, \\ \dot{a}_k^s &= -i\Omega_k^{(s)} a_k^s. \end{aligned} \quad (29)$$

Формулы обращения (28) имеют вид

$$\begin{aligned} a_{k,\omega}(t) &= \int d\mathbf{p} V_{k,\omega}^\dagger(\mathbf{p}) f_k(t, \mathbf{p}), \\ a_k^s(t) &= \int d\mathbf{p} V_k^{(\dagger s)}(\mathbf{p}) f_k(t, \mathbf{p}), \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} V_{k,\omega}^\dagger(\mathbf{p}) &= \frac{1}{\epsilon_{1k}(\omega)^2 + \epsilon_{2k}(\omega)^2} \left[ -\frac{\epsilon_{2k}(\omega)}{\pi} \frac{\mathcal{P}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m} + \right. \\ &\quad \left. + \epsilon_{1k}(\omega) \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m) \right], \\ V_k^{(\dagger s)}(\mathbf{p}) &= \frac{1}{\epsilon_k^{(s)*}(\Omega_k^{(s)})} \frac{1}{\Omega_k^{(s)} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m} \end{aligned} \quad (31)$$

— присоединенные функции Ван Кампена. Поскольку при выводе формул обращения используются лишь аналитические свойства диэлектрической проницаемости (24), выражения (31) совпадают с полученными в [6] выражениями для классической плазмы.

Функции Ван Кампена позволяют построить решение начальной задачи для линеаризованного уравнения (16). Пусть в начальный момент времени  $f_k(0, \mathbf{p}) = f_{0k}(\mathbf{p})$ . Начальные амплитуды  $a_{0k,\omega}$ ,  $a_{0k}^s$  вычисляются при помощи формул (30). Соответственно, решение начальной задачи определяется при помощи (28) с  $a_{k,\omega}(t) = a_{0k,\omega} e^{-i\omega t}$ ,  $a_k^s(t) = a_{0k}^s e^{-i\Omega_k^{(s)} t}$ .

Вследствие выбранной нормировки функций (26) при фиксированном волновом векторе возмущение полной плотности записывается как  $n_k(t) =$

$= \int d\omega a_{k,\omega}(t) + \sum_s a_k^s(t)$ . В устойчивой среде волны дискретного спектра отсутствуют. Если  $\epsilon_{1k}(\omega_0) = 0$ ,  $\epsilon_{2k}(\omega_0) \ll 1$  при некоторой частоте  $\omega_0$ , то функция (31) и амплитуды (30) при  $\omega \approx \omega_0$  имеют острый максимум. По этой причине на достаточно больших временах возмущение плотности ведет себя как  $n_k(t) \sim \exp(-i\omega_0 t - \gamma t)$ . Величина декремента затухания  $\gamma$  определяется характерной шириной волнового пакета  $a_{k,\omega}(t)$  вблизи  $\omega_0$ , то есть в конечном итоге величиной  $\epsilon_{2k}(\omega_0)$ . Таким образом, в рамках подхода Ван Кампена затухание Ландау интерпретируется как результат фазового перемешивания суперпозиции незатухающих волн с бесконечно близкими частотами.

#### 4.2. Уравнение Шредингера—Пуассона

Аналогичным образом можно искать собственные функции оператора в правой части уравнения (13) [14]. Однако вместо непосредственного решения (13) проще и нагляднее воспользоваться связью (20) между волновыми функциями и переменными  $f_k$  и  $g_k$ .

При  $g_k(\mathbf{p}) = 0$  отображение (20) переводит функцию Ван Кампена непрерывного спектра (26) в  $\Psi_{k,\omega}(\mathbf{p}) = M(V_{k,\omega}(\mathbf{p}), 0)$ , а дискретного спектра (27) — в  $\Psi_k^{(s)}(\mathbf{p}) = M(V_k^{(s)}(\mathbf{p}), 0)$ , где

$$\begin{aligned} \Psi_{k,\omega}(\mathbf{p}) &= \frac{2\pi e^2}{m\omega_0(k)} \left\{ \frac{\mathcal{P}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m - \omega_0(k)} - \right. \\ &\quad \left. - \pi \frac{\epsilon_{1k}(\omega)}{\epsilon_{2k}(\omega)} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m - \omega_0(k)) \right\}, \\ \Psi_k^{(s)}(\mathbf{p}) &= \frac{2\pi e^2}{m\omega_0(k)} \frac{1}{\Omega_k^{(s)} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}/m - \omega_0(k)}. \end{aligned} \quad (32)$$

Таким образом, общее решение линеаризованного уравнения Шредингера—Пуассона записывается в виде

$$\begin{aligned} \psi_k(t, \mathbf{p}) &= \int d\omega \Psi_{k,\omega}(\mathbf{p}) a_{k,\omega}(t) + \\ &\quad + \sum_{s=\pm 1, \pm 2, \dots} \Psi_k^{(s)}(\mathbf{p}) a_k^s(t) + b_k(t, \mathbf{p}), \end{aligned} \quad (33)$$

где функция  $b_k(t, \mathbf{p}) = M(0, g_k(t, \mathbf{p}))$  равна

$$b_k(t, \mathbf{p}) = \frac{F_0(\mathbf{p}^{(2)})}{F_0(\mathbf{p}^{(2)}) - F_0(\mathbf{p})} g_k(t, \mathbf{p}^{(1)}) \quad (34)$$

и описывает вклад баллистических мод. В соответствии с (19) временная динамика баллистических мод определяется уравнением

$$\dot{b}_k(\mathbf{p}) = -i \left( \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m} + \omega_0(k) \right) b_k(\mathbf{p}). \quad (35)$$

Для решения начальной задачи для уравнения (13) необходимо вычислить при помощи (17), (18) функции  $f_k$ ,  $g_k$  в начальный момент времени. Амплитуды

$a_{\mathbf{k},\omega}(0)$ ,  $a_{\mathbf{k}}^s(0)$  вычисляются при помощи (30), после чего уравнения (29), (35) позволяют восстановить функцию (33).

Используя связь (15), из формулы (33) можно получить явные решения для уравнений линеаризованной гидродинамики (14). Получающиеся выражения довольно громоздки и большого интереса не представляют.

## 5. ЭНЕРГИЯ ВОЛН

Как уже отмечалось, описание квантовой плазмы возможно как в терминах волновой функции (1), так и функции Вигнера (8). Однако при анализе законов сохранения использование теории возмущений для решения двух различных уравнений приводит к неэквивалентным результатам.

При разложении полной энергии  $H = H^{(p)} + H^{(f)}$  (11), (12), выраженной через функцию Вигнера, по степеням отклонения от невозмущенной функции распределения  $F_0(\mathbf{p})$  возникает ряд вида  $H = H_0 + \varepsilon H_1 + \varepsilon^2 H_2 + \dots$ . Энергия частиц (11) при этом линейно зависит от функции Вигнера  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ , поэтому каждый член разложения энергии в отдельности не является сохраняющейся величиной. Баланс энергии в каждом порядке теории возмущений можно обеспечить только с помощью высших членов разложения. Заметим, что аналогичная проблема возникает и в классической плазме.

С другой стороны, при описании кинетики плазмы при помощи волновых функций, энергия частиц (10) квадратично зависит от  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ . Первый отличный от константы член разложения полной энергии (10), (12) квадратичен и может быть записан как

$$H_2 = \hbar \int d\mathbf{k} d\mathbf{q} F_0(\mathbf{q}) \left( \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{m} + \omega_0(\mathbf{k}) \right) |\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})|^2 + 2\pi e^2 \int d\mathbf{k} d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 F_0(\mathbf{q}_1) F_0(\mathbf{q}_2) \frac{n_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}_1) n_{-\mathbf{k}}(\mathbf{q}_2)}{k^2}, \quad (36)$$

где величина  $n_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})$  определяется соотношением (15). Учитывая линеаризованное уравнение Шредингера (13), легко убедиться, что величина (36) представляет собой интеграл движения  $\dot{H}_2 = 0$ . Таким образом, при описании в терминах волновых функций баланс энергии сохраняется уже в линейной теории.

Будучи выраженной при помощи отображения (20) через функции  $f_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})$  и  $g_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})$ , энергия (36) разделяется на две независимые части  $H_2 = H_2^{(f)} + H_2^{(g)}$ , где

$$H_2^{(f)} = - \int d\mathbf{k} d\mathbf{p} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{2m\tilde{F}_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p})} |f_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})|^2 + 2\pi e^2 \int d\mathbf{k} d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \frac{f_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}_1) f_{-\mathbf{k}}(\mathbf{p}_2)}{k^2}, \quad (37)$$

$$H_2^{(g)} = \int d\mathbf{k} d\mathbf{p} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{2m\tilde{F}_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p})} F_0(\mathbf{p}^{(1)}) F_0(\mathbf{p}^{(-1)}) |g_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})|^2$$

соответствуют вкладу коллективных и баллистических мод.

При помощи разложения (28) энергию коллективных мод можно выразить через амплитуды  $a_{\mathbf{k},\omega}$ ,  $a_{\mathbf{k}}^s$ . Для этого необходимы интегралы от квадратичных комбинаций функций Ван Кампена, которые отличаются от полученных в [6] выражений заменой  $F'_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p}) \rightarrow \tilde{F}_{0\mathbf{k}}(\mathbf{p})$ . В явном виде

$$H_2^{(f)} = \frac{1}{2} \int d\mathbf{k} d\omega \frac{\omega}{R_{\mathbf{k}}(\omega)} |a_{\mathbf{k},\omega}|^2 + \frac{1}{2} \int d\mathbf{k} \sum_s \frac{\Omega_{\mathbf{k}}^s}{R_{\mathbf{k}}^s} a_{\mathbf{k}}^s a_{-\mathbf{k}}^{-s}, \quad (38)$$

где множители  $R_{\mathbf{k}}(\omega)$  и  $R_{\mathbf{k}}^s$  выражаются через диэлектрическую проницаемость (24), (25)

$$R_{\mathbf{k}}(\omega) = - \frac{k^2}{4\pi^2 e^2} \frac{\epsilon_{2\mathbf{k}}(\omega)}{\epsilon_{1\mathbf{k}}(\omega)^2 + \epsilon_{2\mathbf{k}}(\omega)^2}, \quad (39)$$

$$R_{\mathbf{k}}^s = \frac{k^2}{4\pi e^2} \frac{1}{\epsilon_{\mathbf{k}}^{(s)'}(\Omega_{\mathbf{k}}^s)}.$$

Основное различие между двумя способами описания кинетики плазмы — на языке функции Вигнера или набора волновых функций — проявляется в следующем обстоятельстве. Полная энергия сохраняется в обоих случаях. Уравнение (8) может быть записано в гамильтоновом виде  $\dot{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \{H, f(\mathbf{r}, \mathbf{p})\}$ , где  $\{.,.\}$  — скобка Пуассона, полученная в [16] и гамильтониан  $H$  совпадает с полной энергией. Однако скобка Пуассона [16] сама зависит от функции  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ , и это приводит к дисбалансу энергии при непосредственном разложении (11), (12).

С другой стороны, уравнение Шредингера (1) при помощи полной энергии (10), (12) записывается явно в гамильтоновом виде

$$\dot{\psi}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = - \frac{i}{\hbar F_0(\mathbf{q})} \frac{\delta H}{\delta \psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{q})}.$$

По этой причине при разложении в ряд по отклонению от равновесного состояния энергия сохраняется в каждом порядке теории возмущений.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведено сравнение волн Ван Кампена для различных способов описания квантовой бесстолкновительной плазмы. При описании на языке квантового уравнения Власова полученные выражения практически ничем не отличаются от аналогичных решений для классической плазмы. Волны Ван Кампена при этом связаны с возмущением электрического поля, но им нельзя приписать какую-либо энергию.

При описании на языке набора волновых функций или многопоточковой гидродинамики возникает два типа элементарных возбуждений. Для одного типа волн возмущение электрического поля отлично от нуля, и в целом они аналогичны ленгмюровским волнам. Для другого типа волн, которые в данной работе названы баллистическими, электрическое поле отсутствует. Однако обоим типам волн можно приписать

сохраняющуюся энергию, и в этом смысле они являются хорошо определенными физическими объектами. В рамках линейной теории баллистические моды возмущений большого интереса не представляют, однако они могут принимать участие в различных нелинейных процессах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Силин В.П., Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М: Госатомиздат, 1961.
2. Александров А.Ф., Рухадзе А.А. Лекции по электродинамике плазмоподобных сред. М: Из-во МГУ, 1999.
3. Van Kampen N.G., Felderhof B.U. Theoretical methods in plasma physics. New York: Wiley, 1967.
4. Эккер Г. Теория полностью ионизованной плазмы. М.: Мир, 1974.
5. Игнатов А.М. // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 21.
6. Игнатов А.М. // Физика плазмы. 2015. Т. 41. С. 850.
7. Melrose D. B. Quantum Plasmadynamics: Unmagnetized Plasmas, Lecture Notes in Physics V. 735. Springer, New York. 2008.
8. Haas F. Quantum Plasmas: An Hydrodynamic Approach. Springer New York, 2011.
9. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. // УФН. 1999. Т. 169. С. 687.
10. Шукла П.К., Элиассон Б. // УФН. 2010. Т. 180. С. 55.
11. Владимиров С.В., Тыщцкий Ю.О. // УФН. 2011. Т. 181. С. 1313.
12. Бобылев Ю.В., Кузелев М.В. // Физика плазмы. 2014. Т. 40. С. 417.
13. Бобылев Ю.В., Кузелев М.В. // Физика плазмы. 2014. Т. 40. С. 429.
14. Кузелев М.В. // ЖЭТФ. 2010. Т. 137. С. 807.
15. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. 3-е изд. М.: Наука. 1968.
16. Игнатов А.М. // Краткие сообщ. физ. 2024. В печати

## VAN KAMPEN WAVES IN QUANTUM PLASMA

A. M. Ignatov<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia

\*e-mail: aign@fpl.gpi.ru

The construction of van Kampen waves for various methods of describing quantum collisionless plasma is discussed. The linearized quantum kinetic equation, description in terms of individual wave functions, and quantum hydrodynamics equations are considered. It is shown that perturbation theory conserves the total plasma energy when described by wave functions.

**Keywords:** quantum plasma, Van Kampen waves

# НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ЛАНДАУ РЕЗОНАНСА С ЭМИЦ-ВОЛНОЙ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2024 г. А. А. Лужковский<sup>а,\*</sup><sup>а</sup> Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

\*e-mail: luzartyom@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.06.2024 г.

После доработки 15.08.2024 г.

Принята к публикации 01.09.2024 г.

Исследуется нелинейное резонансное взаимодействие между электромагнитной ионно-циклотронной (ЭМИЦ) волной и магнитосферными электронами на черенковском резонансе, также называемом резонансом Ландау или нулевым циклотронным резонансом. На основе данных, зарегистрированных 10 сентября 2017 г., одним из космических аппаратов Van Allen Probes (RBSP), получена траектория монохроматического волнового пакета в неоднородной многокомпонентной плазме. Произведено вычисление амплитуды волны вдоль траектории распространения, в котором учитывается не только линейное резонансное взаимодействие с протонами и электронами, но также изменение геометрических факторов, таких как групповая скорость и поперечное сечение лучевой трубки. Численное интегрирование нелинейной системы уравнений движения электронов в поле смоделированного пакета ЭМИЦ-волн показало важную роль нелинейных эффектов в динамике резонансных частиц.

**Ключевые слова:** ЭМИЦ-волны, резонансное взаимодействие, циклотронные резонансы, фазовый захват, резонанс Ландау, магнитосферная плазма

DOI: 10.31857/S0367292124110045, EDN: FBZMDI

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Поперечные плазменные электромагнитные ионно-циклотронные (ЭМИЦ) волны с частотой ниже циклотронной частоты протонов наблюдаются в земной магнитосфере в широком диапазоне  $L$ -оболочек как внутри, так и вне плазмосферы [1–5]. Считается, что источником свободной энергии для генерации левополяризованных ЭМИЦ-волн является неустойчивое анизотропное ( $T_{\parallel} < T_{\perp}$ ) распределение энергичных ( $\sim 10$ – $100$  кэВ) протонов [6–10], где  $T_{\parallel}$  и  $T_{\perp}$  обозначают продольную и поперечную температуру протонов относительно внешнего магнитного поля  $B_0$ .

В магнитосферной плазме помимо протонов содержатся тяжелые ионы [11, 12], которые даже в небольшой концентрации могут существенно изменять характеристики распространения и усиления электромагнитных волн. Присутствие тяжелых ионов в составе плазмы приводит к возникновению новых частот резонанса и отсечки, появляются частоты межонного гибридного резонанса и кроссовера (см., например, [9, 13]). Наблюдаемые в земной магнитосфере ЭМИЦ-волны традиционно разделяют (см., например, [14] и имеющиеся там ссылки) на три частотных диапазона: полоса  $H^+$  между локальной гирочастотой протона  $\omega_{CH^+}$  и гелия  $\omega_{CHe^+}$ ; полоса  $He^+$  между локаль-

ной гирочастотой гелия  $\omega_{CHe^+}$  и кислорода  $\omega_{CO^+}$ ; и полоса  $O^+$  ниже локальной гирочастоты кислорода  $\omega_{CO^+}$ . Статистические исследования показывают [14], что ЭМИЦ-волны  $He^+$  полосы, которые регистрируются преимущественно в утреннее и дневное время, доминируют во внутренней магнитосфере ( $L \sim 4$ – $6$ ) среди трех частотных диапазонов. ЭМИЦ-волны  $H^+$  диапазона обычно наблюдаются в предполуденное ( $09:00 < MLT < 12:00$  на  $L = 4$ – $6$ ) и послеполуденное время ( $15:00 < MLT < 17:00$  на  $L = 5.5$ – $6.5$ ). Пик возникновения волн  $O^+$  полосы приходится на малые  $L$ -оболочки ( $L < 4$ ) в  $09:00 < MLT < 11:00$ .

Как следует из линейной теории и спутниковых наблюдений, основная область генерации ЭМИЦ-волн располагается вблизи магнитного экватора во внутренней магнитосфере Земли [1, 7, 8], где напряженность магнитного поля  $B_0$  достигает своего локального минимума вдоль выбранной силовой линии. Выделяют также механизм возбуждения ЭМИЦ-волн на средних и больших широтах, когда вследствие возрастания давления солнечного ветра дневная магнитосфера сжимается, и на больших  $L$ -оболочках образуются области локального минимума магнитного поля вдалеке от экватора [15–18].

Известно, что ЭМИЦ-волны играют важную роль в динамике энергичных частиц земной магнитосфе-



ры. Эти интенсивные волны могут взаимодействовать с электронами и ионами посредством циклотронного резонанса, что приводит к ускорению, рассеянию или высыпанию этих частиц. Взаимодействие с ЭМИЦ-волнами рассматривается как важный механизм нагрева тяжелых ионов земной магнитосферы [19–23], а рассеяние протонов кольцевого тока связывают с циклотронным резонансным взаимодействием ЭМИЦ-волн с частицами [24–27]. Взаимодействие высокоэнергичных электронов с ЭМИЦ-волнами на циклотронных резонансах является предметом многих экспериментальных и теоретических исследований (см., например, [28–34]). Считается, что основным результатом такого взаимодействия является питч-угловое рассеяние релятивистских электронов радиационного пояса, приводящее к питч-угловой диффузии электронов в конус потерь и высыпанию этих частиц в атмосферу. При этом обмен энергией между волной и релятивистскими электронами не существен из-за малой частоты ионно-циклотронных волн  $\omega < \omega_{CH^+} \ll \omega_{ce}$ .

Электроны с энергией в единицы или десятки электрон-вольт способны вступать в резонансное взаимодействие с ЭМИЦ-волнами на нулевом циклотронном резонансе [35], также известном, как черенковский или Ландау резонанс. Наиболее эффективно это взаимодействие реализуется для сильнонаклонных волн из-за наличия у них продольной компоненты электрического поля [36]. В отличие от взаимодействия на ненулевых циклотронных резонансах  $n \neq 0$ , в этом случае может происходить эффективный обмен энергией между волной и частицами. В работе [37] было показано, что нелинейное циклотронное взаимодействие электронов с энергией 1–10 эВ с монохроматическим пакетом ЭМИЦ-волн на Ландау резонансе может быть реализовано при наблюдаемых в экспериментах амплитудах. Авторами был произведен параметрический анализ нелинейного взаимодействия в зависимости от характеристик волны (угол волновой нормали, частота), динамических характеристик электронов (энергия, экваториальный питч-угол) и параметров среды (плотность плазмы), в котором было установлено, что нелинейному процессу способствует большая амплитуда и более наклонное распространение волны.

В настоящей работе исследуется нелинейное взаимодействие квазимонохроматического пакета ЭМИЦ волн с электронами на нулевом циклотронном резонансе, где за основу численного моделирования берется реальное событие в  $He^+$  полосе, зарегистрированное на одном из спутников Van Allen Probes вблизи экватора. Траектория монохроматического волнового пакета в магнитосфере Земли определяется в соответствии с уравнениями геометрической оптики, а его амплитуда вычисляется из закона сохранения энергии согласно линейной теории резонансного взаимодействия волн с заряженными частицами. Плотность

фоновой плазмы в рамках аналитической модели [38] устанавливается по измерениям плотности, произведенным спутником Van Allen Probe-B в период регистрации исследуемого события. Нелинейная система уравнений движения частиц в поле смоделированного волнового пакета численно решается для группы пробных электронов с начальной энергией 5–50 эВ. Для захваченных и пролетных частиц приводятся статистические результаты по изменению энергии и экваториального питч-угла за один баунс-период.

Мы используем данные спутника Van Allen Probe-B за 10 сентября 2017 г., в частности, данные 3 уровня (L3) по магнитному полю с временным разрешением 1/64 секунды, зарегистрированные бортовым магнитометром, входящим в состав EMFISIS [39]. Кроме того, используются данные 4-го уровня (L4) по плотности плазмы, полученные на основе наблюдений частоты верхнего гибридного резонанса волновым высокочастотным приемником (HFR) [40].

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Резонансное циклотронное взаимодействие ионов и электронов земной магнитосферы с ЭМИЦ-волнами реализуется в случае, когда продольная скорость заряженных частиц  $v_{\parallel}$  оказывается близка к значению резонансной скорости  $v_{rms}$ :

$$v_{\parallel} \simeq v_{rms} = \frac{\omega - n\omega_{cs}}{k_{\parallel}}. \quad (1)$$

Здесь  $\omega$  — частота волны,  $\omega_{cs} = |q_s|B_0/m_sc$  — абсолютное значение циклотронной частоты частиц сорта  $s = e, H^+, He^+, O^+$  с массой  $m_s$  и зарядом  $q_s$ ,  $n$  — номер циклотронного резонанса,  $c$  — скорость света в вакууме,  $k_{\parallel} = k \cos \theta$  — продольная компонента волнового вектора  $k$ , а  $\theta$  — угол волновой нормали. Показатель преломления  $N = kc/\omega > 0$  ЭМИЦ-волн в условиях холодной многокомпонентной плазмы, содержащей протоны  $H^+$ , ионы гелия  $He^+$  и кислорода  $O^+$  задается известным уравнением [41]

$$\begin{aligned} N^2 &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \\ A &= \epsilon_1 \sin^2 \theta + \epsilon_3 \cos^2 \theta, \\ B &= -\epsilon_1 \epsilon_3 (1 + \cos^2 \theta) - (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) \sin^2 \theta, \\ C &= \epsilon_3 (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2), \end{aligned} \quad (2)$$

где действительные компоненты тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ij}(\omega)$

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}$$

определяются следующим образом

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2 - \omega_{cs}^2}, \\ \epsilon_2 &= - \sum_s \text{sign}(q_s) \frac{\omega_{ps}^2 \omega_{cs}}{\omega(\omega^2 - \omega_{cs}^2)}, \\ \epsilon_3 &= 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2},\end{aligned}\quad (3)$$

а плотность холодных частиц  $n_s$  сорта  $s$  связана с плазменной частотой соотношением  $\omega_{ps} = \sqrt{4\pi n_s q_s^2 / m_s}$ . Следуя приведенным в работах [3, 30, 42, 43] оценкам ионного состава магнитосферной плазмы, мы выбираем типичное соотношение для концентрации холодных ионов:  $n_{H^+}/n_e = 0.86$ ,  $n_{He^+}/n_e = 0.10$ ,  $n_{O^+}/n_e = 0.04$ . Предполагается, что внешнее магнитное поле  $\mathbf{B}_0$  направлено вдоль оси  $z$ , а волновой вектор лежит в плоскости  $(x, z)$ , так что  $k_y = 0$ . В таком случае компоненты комплексного вектора поляризации электрического поля  $\mathbf{a}$  могут быть представлены в виде

$$a_y = -i \frac{\epsilon_2}{N^2 - \epsilon_1} a_x, \quad a_z = \frac{N^2 \sin \theta \cos \theta}{N^2 \sin^2 \theta - \epsilon_3} a_x. \quad (4)$$

Без ограничения общности мы полагаем  $a_x = 1$ . Плотность энергии волны  $U$  включает в себя энергию электромагнитного поля и колебательную энергию нерезонансных частиц. Общее выражение для плотности энергии волны определяется через поляризационные коэффициенты  $a_i$  и компоненты диэлектрического тензора  $\epsilon_{ij}$  и может быть записано следующим образом [44]:

$$U = \frac{|E|^2}{16\pi\omega} \sum_i \sum_j \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega^2 \epsilon_{ij}) a_i^* a_j, \quad (5)$$

где  $|E|$  — амплитуда  $x$ -компоненты электрического поля волны ( $a_x = 1$ ),  $a_i^*$  обозначает комплексносопряженную величину  $a_i$ , а суммирование ведется по  $i, j = (x, y, z)$ .

Рассматривая процесс резонансного взаимодействия волн с заряженными частицами, удобно записать закон сохранения энергии в системе «волна — резонансные частицы» [44]

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_g U) = -(\mathbf{j}_{\text{RES}} \cdot \mathbf{E}) \equiv 2\gamma U, \quad (6)$$

где изменение плотности энергии волны  $U$  во времени равно, с обратным знаком, работе электрического поля над резонансным током. Здесь  $\mathbf{v}_g$  — групповая скорость волны,  $\mathbf{j}_{\text{RES}}$  — плотность тока резонансных частиц,  $\mathbf{E}$  — электрическое поле волны, угловые скобки  $\langle \dots \rangle$  обозначают усреднение по периоду волны, а  $\gamma$  — инкремент волны, определяемый из последнего равенства в (6). Выражение для локального инкремента электромагнитной волны, взаимодействующей

с заряженными частицами на циклотронных резонансах, в линейном приближении может быть представлено в виде [44, 45]

$$\begin{aligned}\gamma_L &= \sum_s \gamma_{Ls} = \sum_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_{Ln} = \\ &= \sum_s \frac{(\pi q_s |E| c)^2}{2m_s |k_{\parallel}| U} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{w_{rms}}^{\infty} dw f'_{0ns}(w) V_{ns}^2(w),\end{aligned}\quad (7)$$

где суммирование производится по сортам заряженных частиц  $s$  и по номеру циклотронного резонанса  $n$ , а интегрирование по кинетической энергии частиц  $w$  ведется от резонансной продольной энергии  $w_{rms} = m_s v_{rms}^2 / 2$ , соответствующей  $n$ -му циклотронному резонансу, до бесконечности. Интеграл, входящий в выражение для инкремента волны в работах [44, 45], определялся интегрированием по магнитному моменту  $\mu = m_s v_{\perp}^2 / 2\omega_{cs}$ . С подробностями перехода к интегрированию по кинетической энергии можно ознакомиться в работе [46]. Приведенная формула для линейного инкремента справедлива, когда инкремент много меньше частоты волны  $\gamma_L / \omega \ll 1$ , что выполняется в нашей работе, где это отношение не превышает 5%. Величина  $V_{ns}$ , также называемая матричным элементом, характеризует амплитуду взаимодействия отдельной частицы сорта  $s$  с волной на  $n$ -м циклотронном резонансе и выражается соотношением

$$\begin{aligned}V_{ns}(w) &= \left( \frac{n\omega_{cs}}{k_{\perp} c} + \frac{v_{rms}}{c} a_z \right) J_n(\rho_{ns}) + \\ &+ \text{sign}(q_s) i a_y \frac{\rho_{ns} \omega_{cs}}{k_{\perp} c} J'_n(\rho_{ns}), \\ \rho_{ns} &= \frac{k_{\perp}}{\omega_{cs}} \sqrt{\frac{2(w - w_{rms})}{m_s}},\end{aligned}$$

где  $J_n$  — функция Бесселя первого рода,  $k_{\perp} = k \sin \theta$  — поперечная компонента волнового вектора, а  $\rho_{ns}$  — безразмерный ларморовский радиус. Смешанная производная невозмущенной функции распределения  $f'_{0ns}(w)$  частиц  $s$  вблизи  $n$ -го резонанса, входящая в определение линейного инкремента (7), является функцией  $w$

$$\begin{aligned}f'_{0ns}(w) &= \left[ \frac{\partial f_{0s}}{\partial w} + \frac{1}{w \sin(2\alpha_{eq})} \frac{\partial f_{0s}}{\partial \alpha_{eq}} \times \right. \\ &\times \left. \left( -\sin^2 \alpha_{eq} + n \frac{\omega_{ceqs}}{\omega} \right) \right] \sin^2 \alpha_{eq} = \left( 1 - \frac{w_{rms}}{w} \right) \frac{\omega_{ceqs}}{\omega_{cs}}.\end{aligned}\quad (8)$$

Значение выражения в квадратных скобках берется вдоль резонансной кривой, которая удовлетворяет равенству  $\omega_{cs} \sin^2 \alpha_{eq} = \omega_{ceqs} \sin^2 \alpha_r$ . Здесь  $\omega_{ceqs}$  — циклотронная частота частиц  $s$  на экваторе, а локальный питч-угол резонансной частицы  $\alpha_r$  связан с кинетической энергией  $w$  соотношением  $\sin^2 \alpha_r = 1 - w_{rms}/w$ , где продольная энергия частицы  $w_{\parallel}$  заменена резонансным значением  $w_{rms}$ . Функция распределения  $f_{0s}$

рассматривается как функция интегралов движения заряженной частицы  $s$  в отсутствие волны, а именно, кинетической энергии  $w$ , экваториальногоpitch-угла  $\alpha_{eq}$  и  $L$ -оболочки.

Вычисление линейного инкремента ЭМИЦ-волны, взаимодействующей с заряженными частицами, мы реализуем с помощью модельной невозмущенной функции распределения. Выбранная неустойчивая функция распределения учитывает температурную анизотропию и конус потерь и может быть представлена в виде

$$f_{0s} = C_s(L) (\sin^2 \alpha_{eq})^{v_s} \times \exp \left( -\frac{w \cos^2 \alpha_{eq}}{T_{\parallel s}} - \frac{w \sin^2 \alpha_{eq}}{T_{\perp s}} \right), \quad (9)$$

где нормировочная константа  $C_s(L)$  записывается следующим образом:

$$C_s(L) = n_{heqs} \left( \frac{m_s}{2\pi} \right)^{3/2} \frac{1}{T_{\perp s} T_{\parallel s}^{1/2} G(v_s, \eta_s)} \equiv \frac{n_{heqs}}{V_s^3}. \quad (10)$$

Экваториальная плотность энергичных частиц сорта  $s$  вводится величиной  $n_{heqs}$ ,  $v_{Ts}$  определяется последним равенством в (10), а  $G(v_s, \eta_s)$  является сложной функцией параметра анизотропии  $\eta_s = T_{\parallel s}/T_{\perp s} \leq 1$  и показателя конуса потерь  $v_s > 0$  (см. подробнее в [46]). Подставляя (8)–(10) в уравнение (7), получим линейный инкремент ЭМИЦ-волны

$$\gamma_L = \sum_s \frac{\pi}{8} \frac{\omega_{phs}^2 c^3}{\omega v_T^3} \left( \frac{\omega_{ceqs}}{\omega_{cs}} \right)^v \frac{|E|^2}{N |\cos \theta| U} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{ns}, \quad (11)$$

где

$$R_{ns} = \int_{w_{rms}}^{\infty} \left( \frac{w - w_{rms}}{w} \right)^{v_s} \times \exp \left( -\frac{w - (w - w_{rms}) \frac{\omega_{ceqs}}{\omega_{cs}}}{T_{\parallel s}} - \frac{\omega_{ceqs}}{\omega_{cs}} \frac{w - w_{rms}}{T_{\perp s}} \right) \times \left[ -\frac{1}{T_{\parallel s}} - \frac{v_s}{w} + n \frac{\omega_{ceqs}}{\omega} \left( \frac{v_s \omega_{cs}}{\omega_{ceqs} (w - w_{rms})} + \frac{T_{\perp s} - T_{\parallel s}}{T_{\perp s} T_{\parallel s}} \right) \right] V_{ns}^2 dw. \quad (12)$$

Здесь введена величина  $\omega_{phs}^2 = 4\pi n_{heqs} q_s^2 / m_s$ . В рамках линейной теории мы исследуем резонансное взаимодействие ЭМИЦ-волны с протонами пяти наиболее эффективных циклотронных резонансов  $n = -2, -1, 0, 1, 2$  и электронами Ландау резонанса  $n = 0$ . Модельная неустойчивая функция распределения (9) энергичных протонов задается со следующими параметрами:  $v_{H^+} = 0.5$ ,  $\eta_{H^+} = 0.5$ ,  $T_{\parallel H^+} = 15$  кэВ,  $n_{heqH^+} = 1.5$  см<sup>-3</sup>. Экваториальная плотность горячих протонов выбирается постоянной величиной, не зависящей от  $L$ -оболочки, и составляет около 4.5% общей плотности электронов  $n_e$ . Степень неустойчивости выбранного модельного распределения приводит

к росту амплитуды волны вдоль лучевой траектории (см. раздел 3.). Положительный вклад в линейный инкремент от протонов  $n = 1$  и  $n = 2$  резонанса превосходит эффект затухания волны на трех других циклотронных резонансах  $n = -2, n = -1$  и  $n = 0$ .

Продольная резонансная энергия электронов нулевого циклотронного резонанса  $w_{r0e}$  вдоль рассчитанной траектории меняется в диапазоне от 0.7 эВ (на экваторе  $\lambda = 0^\circ$ ) до  $\sim 10$  эВ ( $\lambda \approx 25^\circ$ ). Здесь и далее под  $\lambda$  мы понимаем геомагнитную широту в дипольном поле. Предполагается, что основная плотность холодной плазмы формируется электронами с энергией меньше 0.7 эВ. Исследование линейного резонансного взаимодействия Ландау электронов с ЭМИЦ-волной проводится с использованием функции распределения (9) без учета неустойчивостей:  $v_e = 0$ ,  $\eta_e = 1.0$ ,  $T_{\parallel e} = 5$  эВ,  $n_{heqe} = 10$  см<sup>-3</sup> ( $\sim 30\% n_e$ ), что приводит к затуханию волны на электронах.

### 3. ТРАЕКТОРИЯ И УСИЛЕНИЕ ВОЛНЫ

В модели, которую мы развиваем в настоящей работе, магнитосферная плазма рассматривается как совокупность двух компонент. Предполагается, что значительно более плотная холодная компонента плазмы, состоящая из нерезонансных электронов, ионов водорода  $H^+$ , гелия  $He^+$  и кислорода  $O^+$  определяет дисперсионные свойства среды, но не участвует во взаимодействии с волной. Частицы энергичной составляющей плазмы, напротив, вносят определяющий вклад в инкремент/декремент волны, но из-за их малого количества не влияют на дисперсионные свойства плазмы и не учитываются в расчете уравнений геометрической оптики. Кстати отметим, что несмотря на значительный рост показателя преломления  $N \propto k$  вблизи области ион-ионного гибридного резонанса, энергичные частицы не вносят заметного вклада в скорость роста/затухания волны, поскольку их резонансная энергия  $w_r \propto k_{\parallel}^{-2}$  в области межиионного гибридного резонанса очень велика из-за малой продольной компоненты волнового вектора  $k_{\parallel} \rightarrow 0$  ( $\theta \rightarrow 90^\circ$ ).

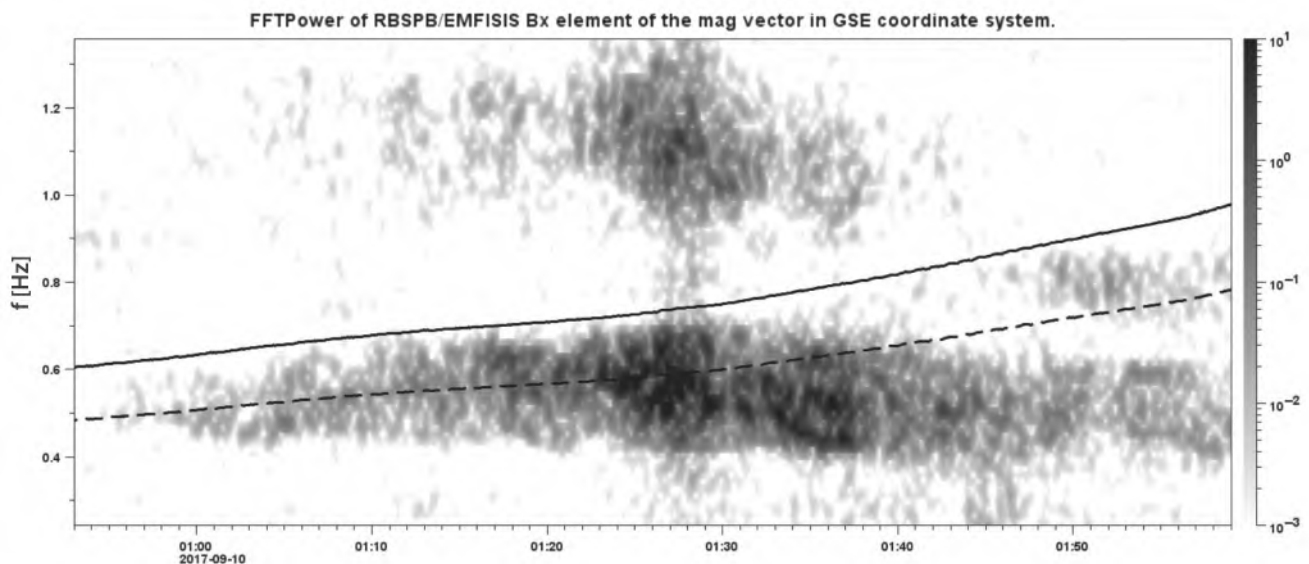
Многие экспериментальные и теоретические исследования указывают на то, что область генерации ЭМИЦ-волн в земной магнитосфере преимущественно располагается вблизи магнитного экватора, а энергия анизотропного распределения энергичных протонов является главным источником свободной энергии для такого процесса. В нашей работе мы полагаем, что в результате развития анизотропной неустойчивости в локальной области вблизи экватора на  $L = 5.2$  непрерывно генерируется монохроматическая ЭМИЦ-волна  $He^+$ -полосы с нулевым начальным углом волновой нормали. В условиях многокомпонентной плазмы волна испытывает множественные магнитосферные отражения на межиионном гибридном резонансе гелия и кислорода в северном и южном полушариях. Используемый нами стационарный подход

к описанию пространственно-временного профиля волны подразумевает некий механизм стока ее энергии, который в данной работе подробно не обсуждается. Предполагается, что таким механизмом может быть частичное поглощение энергии волны на упомянутых гибридных резонансах или взаимодействие волны с электронами нулевого резонанса, которое становится все более эффективным с увеличением электростатичности волны. Важно отметить, что  $L$ -оболочка магнитосферной траектории такой волны меняется незначительно и немонотонно (см. далее), поэтому на траектории частицы, которая захвачена в магнитную ловушку и совершает баунс-осцилляции вдоль определенной  $L$ -оболочки, могут в рамках такой модели возникнуть разные волновые пакеты, соответствующие различным скачкам волны. Показатель преломления, угол волновой нормали таких волновых пакетов существенно отличаются из-за постоянного роста электростатичности волны. Для исследования нелинейного взаимодействия электронов с волной мы выбираем волновой пакет, который способствует наиболее эффективному нелинейному взаимодействию с электронами Ландау резонанса из-за большого показателя преломления волны. Структуру волнового пакета мы определяем исходя из уравнений геометрической оптики и закона сохранения энергии. За основу вычислений берется реальное событие в ЭМИЦ-диапазоне, зарегистрированное спутником Van Allen Probe B.

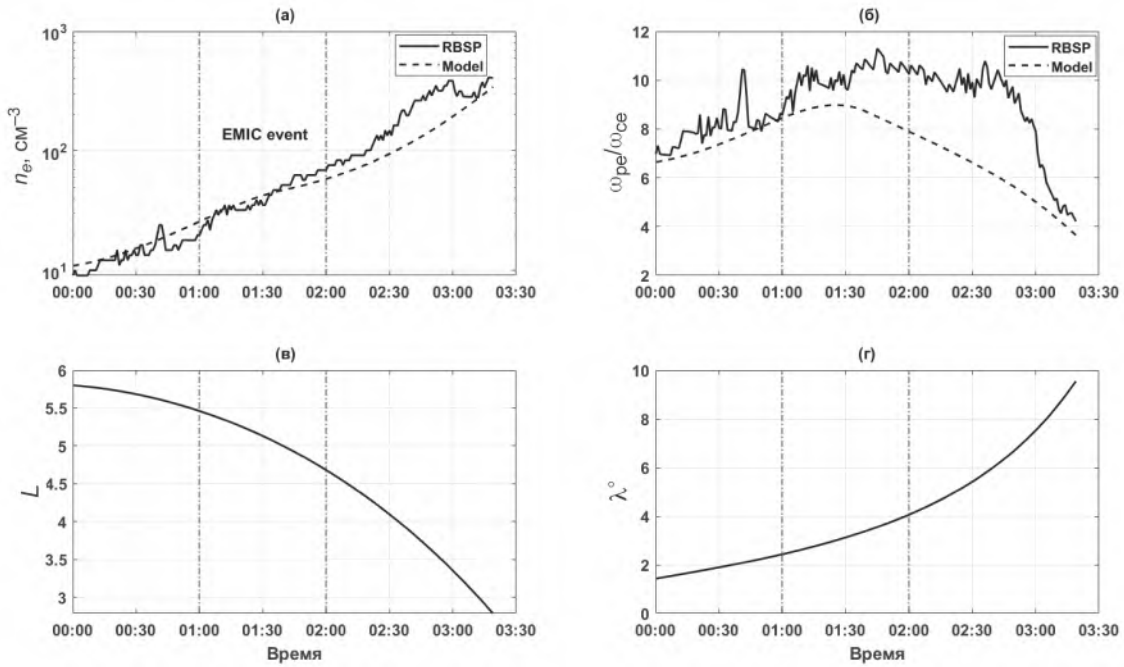
На рис. 1 представлен спектр сигнала, зарегистрированного прибором EMFISIS на спутнике Van Allen Probe-B с помощью магнитометра с временным разрешением 1/64 с. Спектр  $B_x$  компоненты магнитного

поля в системе координат GSE был получен с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ). Сплошной линией показана локальная гирочастота гелия  $\omega_{\text{He}^+}$ , а штриховой линией — 0.2 локальной гирочастоты протонов  $\omega_{\text{CH}^+}$ . Во временном промежутке с 01:00 по 02:00 UT 10 сентября 2017 г. в послеполуденное время MLT = 13:00–14:00 наблюдается излучение в частотных диапазонах выше и ниже локальной гирочастоты гелия  $\omega_{\text{He}^+}$ . Основное зарегистрированное излучение лежит в  $\text{He}^+$  полосе в диапазоне частот от 0.4 Гц до 0.65 Гц, соответствующем 0.16–0.23 локальной циклотронной частоты протонов  $\omega_{\text{CH}^+}$ . Спутник Van Allen Probe-B в период регистрации волны находился вблизи экватора  $\lambda \simeq 2\text{--}4^\circ$  и двигался от  $L = 5.4$  до  $L = 4.8$ .

Для расчета магнитосферной траектории монохроматической ЭМИЦ-волны выполнено численное интегрирование уравнений геометрической оптики. Описание используемой программы для поиска лучевой траектории можно найти в работе [47]. Предполагается, что внешнее магнитное поле Земли является дипольным, а плотность холодной плазмы задается аналитической моделью из работы [38]. Параметры модели были подобраны на основе измерений спутника Van Allen Probe-B в момент регистрации события. Сравнение измеренной (сплошная линия) и модельной (штриховая линия) плотности холодной плазмы  $n_e$  вдоль траектории спутника Van Allen Probe-B в промежуток времени с 00:00 по 03:20 UT 10 сентября 2017 г. показано на рис. 2а. На рис. 2б модельное и экспериментальное значения параметра  $p = \omega_{pe}/\omega_{ce} \propto \sqrt{n_e}$  представлены штриховой и сплошной линией соответственно. Отметим, что при расче-



**Рис. 1.** БПФ-спектр сигнала, зарегистрированного с 01:00 до 02:00 UT 10 сентября 2017 г. на спутнике Van Allen Probe-B. Локальная циклотронная частота ионов гелия  $\omega_{\text{He}^+}$  и 0.2 локальной циклотронной частоты протонов  $\omega_{\text{CH}^+}$  как функции времени представлены сплошной и штриховой линией соответственно.



**Рис. 2.** Экспериментальные (сплошная линия) и модельные (штриховая) значения плотности фоновой плазмы  $n_e$  (а) и параметра  $p = \omega_{pe}/\omega_{ce}$  (б) вдоль траектории спутника Van Allen Probe-B 10 сентября 2017 года с 00:00 по 03:20 UT. Значения  $L$ -оболочки и геомагнитной широты  $\lambda$  вдоль траектории спутника представлены на (в) и (г) соответственно.

те модельной величины  $p$  используется значение напряженности магнитного поля Земли  $B_0 \propto \omega_{ce}$  из дипольной модели, которое отличается от измеренного в эксперименте. Значения  $L$ -оболочки и геомагнитной широты  $\lambda$  вдоль траектории спутника приведены на рис. 2в, г.

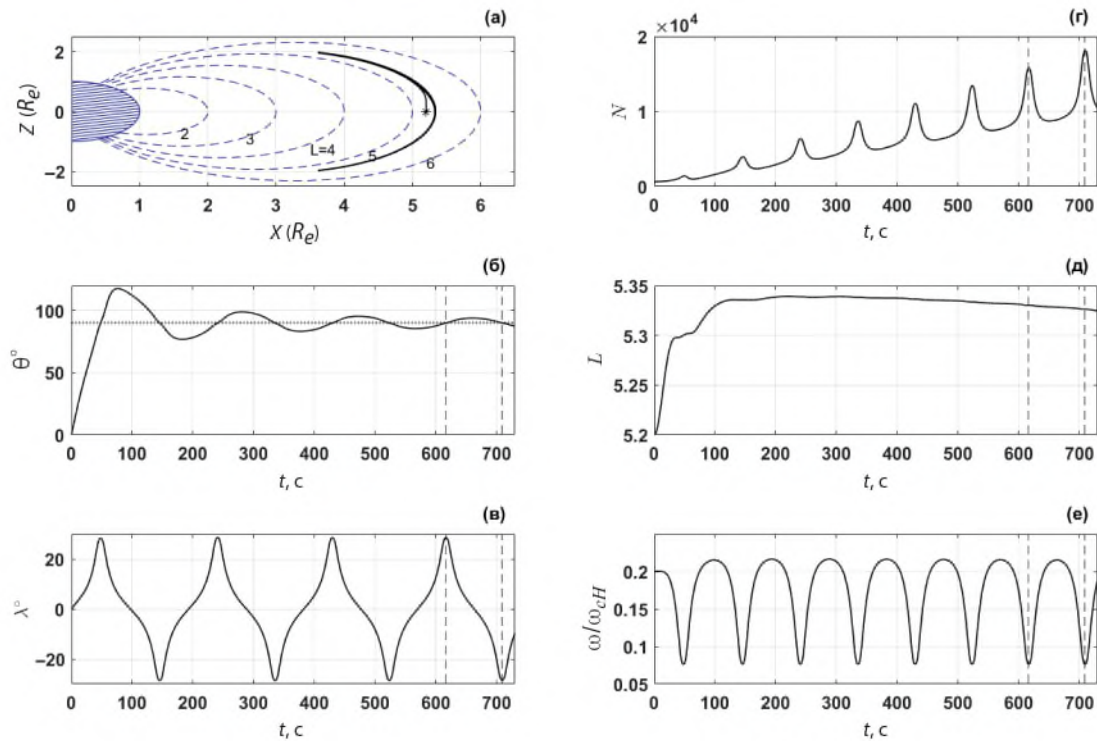
В нашем анализе мы предполагаем, что ЭМИЦ-волна генерируется неустойчивым анизотропным распределением энергичных протонов (9) на экваторе  $\lambda = 0^\circ$  на  $L = 5.2$ , что соответствует области регистрации волны спутником Van Allen Probe-B. Частота моделируемого квазимонохроматического волнового пакета выбирается относительно циклотронной протонной частоты из наблюдаемого диапазона  $0.16\text{--}0.23 \omega_{CH^+}$ . Рассчитанная магнитосферная траектория ЭМИЦ-волны с постоянной частотой  $\omega \simeq 4.23$  рад/с (или  $\sim 0.2 \omega_{CH^+}$  в точке старта) и начальным углом волновой нормали  $\theta = 0^\circ$  представлена на рис. 3. Из-за наличия тяжелых ионов гелия и кислорода в плазме волна подвергается множественным магнитосферным отражениям на ион-ионном гибридном резонансе гелия и кислорода в южном и северном полушариях вблизи широт  $\lambda = \pm 29^\circ$ . В течение первых  $\sim 50$  с моделирования угол волновой нормали  $\theta$  увеличивается с  $0^\circ$  до  $90^\circ$ , где волна испытывает первое отражение на межполюсном гибридном резонансе. При дальнейшем распространении угол волновой нормали  $\theta$  колеблется около значения в  $90^\circ$  все с меньшими отклонениями, что со-

провождается постепенным увеличением показателя преломления  $N$  и ростом электростатичности волны. Начиная с  $\sim 100$ -й секунды, значение  $L$ -оболочки низкочастотной альфвеновской волны практически не изменяется и остается близким к  $\bar{L} = 5.33$ .

Исследование нелинейной динамики электронов в поле смоделированного волнового пакета проводится в предположении стационарной волны ( $\partial U/\partial t = 0$ ). Мы полагаем, что возбуждение ЭМИЦ-волны в приэкваториальной области вблизи  $L = 5.2$  неустойчивым распределением анизотропных протонов происходит на протяжении продолжительного времени, так что вдоль рассчитанной лучевой траектории устанавливается стационарный профиль волны. В этом случае параметры волны, представленные на рис. 3 в зависимости от группового времени  $t$ , рассматриваются нами как постоянные во времени функции длины магнитосферной траектории волны  $l$ . Учитывая  $\partial U/\partial t = 0$ , проинтегрируем закон сохранения энергии (6) и получим выражение для амплитуды электрического поля волны  $|E|$  в виде

$$|E(l)| = |E_0| \sqrt{\frac{\sigma_0 v_g u_0}{\sigma v_g u}} \exp\left(\int_0^l \frac{\gamma}{v_g} dl'\right). \quad (13)$$

Здесь локальные значения поперечного сечения лучевой трубки  $\sigma$ , абсолютной величины групповой скорости волны  $v_g$  и нормированной плотности энергии волны  $u = U/|E|^2$  взяты в точке  $l$ , а значения вели-



**Рис. 3.** Лучевая траектория волнового пакета в земной магнитосфере и параметры волны вдоль траектории: траектория луча в меридиональной плоскости (а); угол волновой нормали  $\theta$  (б) и геомагнитная широта  $\lambda$  (в) как функции времени  $t$ ; показатель преломления  $N$  (г),  $L$ -оболочка (д), отношение частоты волны к локальной циклотронной частоте протонов  $\omega/\omega_{\text{CH}^+}$  (е) как функции времени  $t$ .

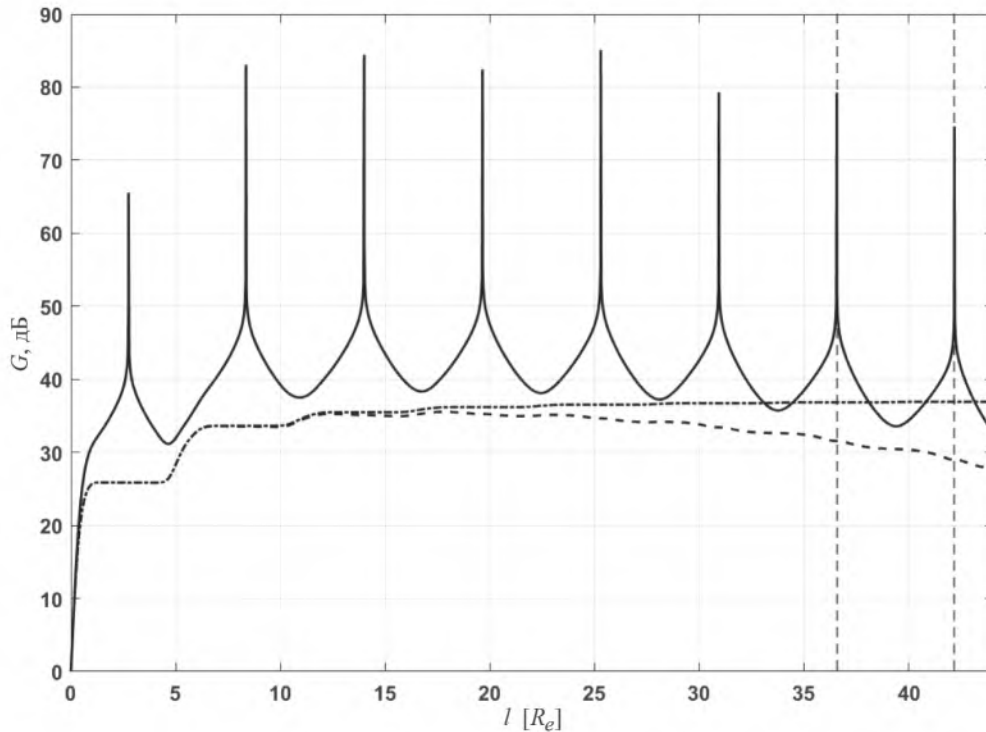
чин с нижним индексом 0 берутся в начальной точке траектории на экваторе на  $L = 5.2$ , где  $l = 0$ . Начальная амплитуда электрического поля волны выбирается равной  $|E(l = 0)| = |E_0| = 0.05$  мВ/м ( $|B| \sim 0.1$  нТл), что соответствует типичным наблюдаемым ЭМИЦ-волнам малой амплитуды [48, 49]. Распространение волны практически вдоль силовой линии позволяет оценить поперечное сечение лучевой трубки следующим образом  $\sigma \propto 1/B_0(l) \propto 1/\omega_{ce}(l)$ , где  $B_0(l)$  — величина геомагнитного поля. Инкремент волны  $\gamma$  рассчитывается в линейном приближении в соответствии с уравнениями (11), (12) и указанными параметрами функций распределения протонов и электронов. На рис. 4 показано усиление волны  $G = 20\log_{10}(|E|/|E_0|)$  как функция нормированной на радиус Земли длины  $l/R_e$  с учетом линейного резонансного взаимодействия с протонами и электронами и с учетом изменения геометрических факторов (сплошная линия); с учетом только линейного резонансного взаимодействия с протонами и электронами (штриховая линия); с учетом только линейного резонансного взаимодействия с протонами (штрихпунктирная линия). Сравнивая представленные графики для трех случаев, отметим определяющий вклад линейного резонансного взаимодействия с протонами в общее усиление волны. Кроме того, наблюдаемое

затухание волны является следствием линейного взаимодействия с электронами на нулевом циклотронном резонансе, которое усиливается с течением времени из-за роста продольной компоненты электрического поля. Как следует из приведенных результатов, учет изменения поперечного сечения лучевой трубки  $\sigma$ , групповой скорости  $v_g$  и нормированной плотности энергии  $u$  вдоль траектории волны приводит к заметному увеличению ее амплитуды. Резкие пики в усилении волны соответствуют областям магнитосферного отражения, где продольная компонента групповой скорости равна нулю, а абсолютная величина групповой скорости минимальна.

#### 4. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Исследование нелинейной динамики электронов Ландау резонанса в электромагнитном поле волны выполняется с помощью численного интегрирования нелинейной системы уравнений движения частиц. Для моделирования такого процесса необходимо знать параметры волны вдоль траектории частицы, включая угол волновой нормали  $\theta$ , показатель преломления  $N$ , коэффициенты поляризации  $a_i$  и амплитуду электрического поля  $|E|$ . Распространение исследуемого волнового пакета вдоль  $\bar{L} = 5.33$  позволяет





**Рис. 4.** Усиление волны  $G$  как функция нормированной длины  $l/R_e$  вдоль лучевой траектории для трех случаев: с учетом линейного взаимодействия с протонами и электронами и изменения геометрических факторов (сплошная линия); с учетом только линейного взаимодействия с протонами и электронами (штриховая линия); с учетом только линейного взаимодействия с протонами (штрих-пунктирная линия).

рассматривать его взаимодействие с захваченными в магнитную ловушку на данной  $L$ -оболочке электронами во всем широтном интервале  $|\lambda| < 29^\circ$ , ограниченном широтами магнитосферного отражения волны на межполюсном гибридном резонансе в южном и северном полушариях. Параметры волны как функции широты  $\lambda$  определяются из последнего рассчитанного пролета волны между точками отражения, что соответствует временному промежутку от  $\sim 620$  до  $\sim 710$  с. (на рис. 3 и 4 этот промежуток обозначен вертикальными штриховыми линиями). Компоненты электрического и магнитного поля волны могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} E_x &= |E| \cos \Psi, \quad E_y = -ia_y |E| \sin \Psi, \quad E_z = a_z |E| \cos \Psi, \\ B_x &= N_{\parallel} ia_y |E| \sin \Psi, \quad B_y = (N_{\parallel} - a_z N_{\perp}) |E| \cos \Psi, \\ B_z &= -N_{\perp} ia_y |E| \sin \Psi, \quad \Psi = \int \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r} - \omega t, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $N_{\parallel} = N \cos \theta$ ,  $N_{\perp} = N \sin \theta$ , а  $\Psi$  — это фаза волны. На рис. 5 показаны амплитуды компонент электрического и магнитного поля волны как функции широты  $\lambda$  для выбранного временного интервала. Эти амплитуды были рассчитаны с учетом линейного резонансного взаимодействия с протонами и электронами, а также изменения геометрических факторов вдоль луче-

вой траектории. Полученные амплитуды электрического  $|E| \approx 3\text{--}5$  мВ/м и магнитного  $|B| \approx 3\text{--}4.5$  нТл поля делают возможным, как показывают численные расчеты, захват электронов в фазовую ловушку. Следует отметить, что ЭМИЦ-волны подобной и даже большей интенсивности широко наблюдаются в земной магнитосфере [48, 50]. На широте  $|\lambda| \approx 20^\circ$ , где обращаются в ноль  $E_y$ ,  $B_x$ ,  $B_z$  компоненты электромагнитного поля волны, поляризационный коэффициент  $ia_y$  меняет свой знак.

Из теории циклотронного резонансного взаимодействия известно, что изменение кинетической энергии электронов в единицу времени пропорционально полю волны и для изолированного циклотронного резонанса  $n$  может быть представлено таким уравнением:

$$\frac{dw}{dt} = e|E|c|V_n| \cos \psi_n, \quad (15)$$

где введены фаза  $\psi_n = \int k_{\parallel} dz + n\phi - \omega t$  и gyroфаза электрона  $\phi$ , а величина  $z$  представляет собой длину вдоль силовой линии. Определим отклонение продольной скорости  $v_{\parallel}$  от резонансного значения  $v_{rn}$  величиной  $u_n = k_{\parallel}(v_{\parallel} - v_{rn})$ . Тогда условие циклотронного резо-

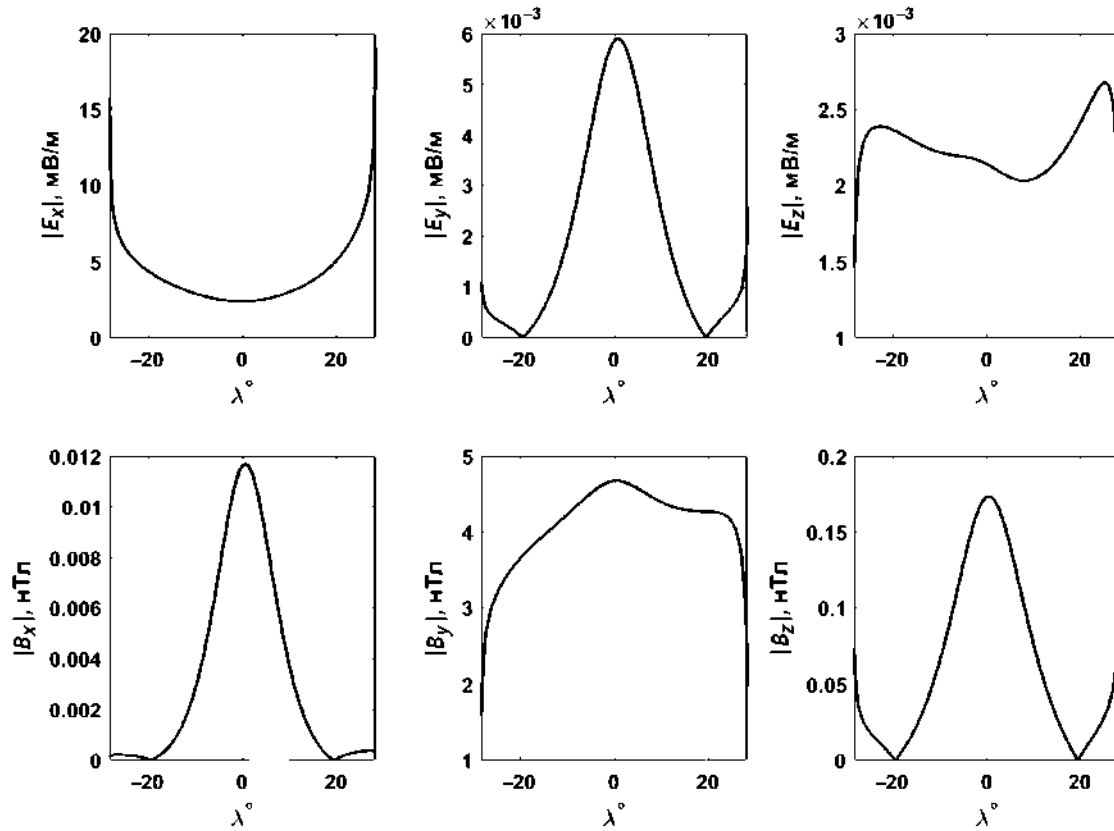


Рис. 5. Амплитуды компонент электрического и магнитного поля волны на выбранном участке траектории как функции геомагнитной широты  $\lambda$ .

нанса  $n$  (1) может быть выражено в ином виде

$$u_n = \frac{d\psi_n}{dt} = k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega + n\omega_{ce} = k_{\parallel}(v_{\parallel} - v_{rn}) \approx 0. \quad (16)$$

Мы ограничиваемся рассмотрением взаимодействия волны только с электронами Ландау резонанса, поэтому, подразумевая  $n = 0$ , далее нижний индекс в обозначениях переменных  $u$  и  $\psi$  опускаем. Дифференцируя левую и правую части уравнения (16) по времени  $t$ , получим нелинейную систему уравнений, описывающую динамику резонансных Ландау электронов

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= u, \\ \frac{du}{dt} &= \frac{1}{\tau^2} \cos \psi - \alpha. \end{aligned} \quad (17)$$

Введенные величины неоднородности плазмы  $\alpha$

$$\alpha = \frac{k_{\parallel}}{2} \left( \frac{v_{\perp}^2}{\omega_{ce}} \frac{d\omega_{ce}}{dz} + \frac{2v_{\parallel}^2}{k_{\parallel}} \frac{dk_{\parallel}}{dz} \right) \quad (18)$$

и нелинейного времени  $\tau$

$$\frac{1}{\tau^2} = \frac{ek_{\parallel}^2 |E| c |V_0|}{m_e \omega} \quad (19)$$

являются фундаментальными параметрами задачи. Когда нелинейность доминирует над неоднородностью, т. е. справедливо неравенство  $|\alpha|\tau^2 < 1$ , часть резонансных электронов захватывается в фазовую ловушку, а их продольная скорость  $v_{\parallel}$  колеблется около резонансного значения  $v_{r0}$ . В этом же случае существуют и так называемые пролетные частицы, которые после единичного резонансного взаимодействия с волной ( $u = 0$ ) покидают резонансную область. Вследствие продолжительного резонансного взаимодействия с волной, которое претерпевают захваченные по фазе частицы, их динамические характеристики (энергия, экваториальный питч-угол) существенно изменяются по сравнению с аналогичными величинами для пролетных частиц. Если величина  $|\alpha|\tau^2$  оказывается больше единицы, что происходит на некотором удалении от экватора, захваченные по фазе частицы отсутствуют, и динамика резонансных частиц хорошо описывается в линейном приближении. Из теории резонансного взаимодействия известно, что у частиц, взаимодействующих с волной на нулевом резонансе, сохраняется величина первого адиабатического инварианта  $\mu = m_e v_{\perp}^2 / 2\omega_{ce}$ , а полная кинетическая энергия резонансной частицы может быть представлена в виде  $w = w_{\parallel} + \mu\omega_{ce} \approx w_{r0} + \mu\omega_{ce}$ , где про-

дольная энергия  $w_{\parallel}$  заменена резонансным значением  $w_{r0}$ . Это позволяет выразить изменение кинетической энергии частицы через изменение величин  $w_{r0}$  и  $\omega_{ce}$  в следующем виде:

$$\Delta w = \Delta w_{r0} + \mu \Delta \omega_{ce}. \quad (20)$$

Для исследуемого волнового пакета резонансная энергия частицы минимальна на экваторе и монотонно растет с увеличением  $|\lambda|$ . Поэтому при движении захваченной по фазе частицы к экватору величина  $w_{r0}$ , как и  $\omega_{ce}$ , уменьшается, т. е.  $\Delta \omega_{ce}, \Delta w_{r0} < 0$ , и в соответствии с уравнением (20) частица теряет кинетическую энергию  $\Delta w < 0$ , а экваториальный питч-угол, связанный с  $\mu$  и  $w$  соотношением  $\sin^2 \alpha_{eq} = \mu \omega_{ce} / w$ , увеличивается. Захваченная по фазе частица, отдаляющаяся от экватора, напротив, увеличивает свою кинетическую энергию и уменьшает экваториальный питч-угол. Важно отметить, что для выбранного волнового пакета угол волновой нормали  $\theta > 90^\circ$ , поэтому резонансная скорость электронов нулевого резонанса отрицательна  $v_{r0} = \omega / k_{\parallel} < 0$  и в резонансное взаимодействие с волной вступают лишь электроны, движущиеся в направлении к южному полушарию. Если волновой пакет располагается по обе стороны магнитосферного экватора, что предполагается в постановке нашей задачи, то захваченная в фазовую ловушку в северном полушарии частица сначала уменьшит свою энергию при движении к экватору, а потом будет ускоряться при отдалении от него вплоть до выхода из захвата в южном полушарии. Таким образом, в этом случае эффекты уменьшения и увеличения энергии захваченной по фазе частицы во многом будут скомпенсированы. То же рассуждение справедливо и для изменения экваториального питч-угла такой частицы. Последовательное и полное изложение теории нелинейного циклотронного взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами можно найти в работах [44, 51–54] (см. также имеющиеся там ссылки).

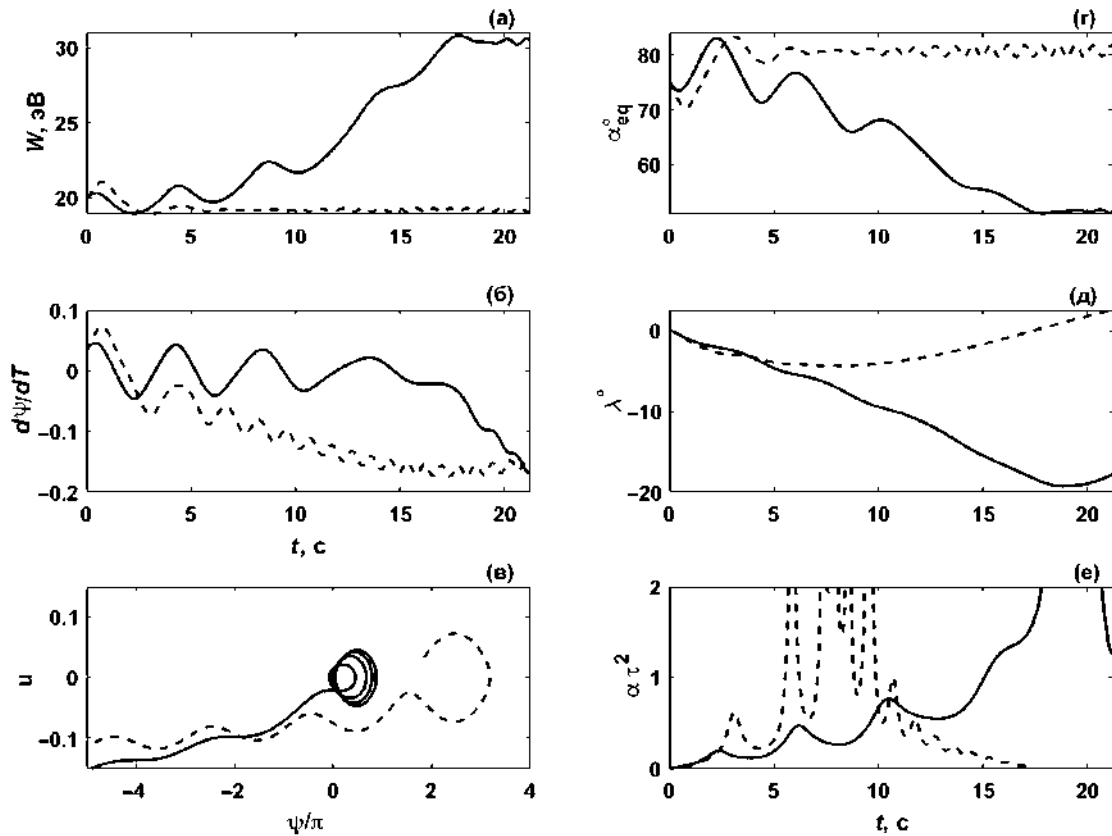
Параметры  $\alpha$  и  $\tau$  являются функциями координаты вдоль силовой линии  $z$ , поэтому мы дополняем дифференциальную систему (17) уравнением  $dz/dt = v_{\parallel}$ . Пробные электроны запускаются на  $L = 5.33$  с начальной энергией  $W_0$  и экваториальным питч-углом  $\alpha_{eq0}$ . Для заданных параметров волны продольная резонансная энергия электронов  $w_{r0}$  минимальна на экваторе  $\sim 0.7$  эВ и достигает значения  $\sim 10$  эВ на широте  $\lambda = 25^\circ$ .

Результаты численного моделирования нелинейной системы уравнений представлены на рис. 6 для двух частиц, запущенных на экваторе  $\lambda = 0^\circ$ , с идентичными начальными значениями  $W_0 = 20$  эВ и  $\alpha_{eq0} = 75^\circ$  ( $W_{\perp 0} \approx 18.7$  эВ,  $W_{\parallel 0} \approx 1.3$  эВ), но с различными начальными фазами  $\psi_0$ . Траектории захваченной по фазе и пролетной частицы представлены на рис. 6 сплошными и штриховыми линиями соответственно. В начальный момент времени обе частицы

находятся вблизи резонанса  $u \leq 1/k_{\parallel} \tau$ , а их динамика существенно нелинейна. Пролетная частица в результате однократного резонансного взаимодействия с волной уменьшает свою кинетическую энергию на  $\sim 1$  эВ, а ее экваториальный питч-угол увеличивается до  $80^\circ$ . Изменение динамических характеристик захваченной по фазе частицы согласуется с уравнением (20) при условии ее движения от экватора. В результате 7 резонансных взаимодействий с волной частица увеличивает свою кинетическую энергию более чем на 10 эВ, а ее экваториальный питч-угол уменьшается до  $\sim 50^\circ$ . Значение параметра  $\alpha \tau^2$  вдоль траектории захваченной по фазе частицы превосходит единицу на 15-й секунде расчета, что соответствует моменту последнего резонанса  $u = 0$  частицы с волной.

С целью изучения влияния исследуемого волнового пакета на динамику электронов Ландау резонанса нами был выполнен статистический анализ изменения энергии и экваториального питч-угла для группы электронов. Моделирование нелинейной системы уравнений движения проводилось для  $10 \times 9 \times 400 = 36000$  пробных частиц, равномерно распределенных по 10 значениям начальной кинетической энергии  $W_0 = [5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50]$  эВ, 9 начальным значениям экваториального питч-угла  $\alpha_{eq0} = [40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 70^\circ, 75^\circ, 80^\circ]$  и по 400 начальным фазам  $\psi_0$  от 0 до  $2\pi$ . В нашей модели волна заполняет магнитную силовую трубку по обе стороны от экватора в широтном диапазоне  $|\lambda| < 29^\circ$ . Полноценный анализ динамики захваченных частиц на одном баунс-периоде должен учитывать резонансное взаимодействие с волной в обоих полушариях, поэтому мы запускаем каждую пробную частицу в северном полушарии вблизи ее точки магнитного отражения ( $v_{\parallel} = 0$ ). Такой подход ограничивает снизу диапазон начальных значений экваториального питч-угла пробных частиц. При значениях  $\alpha_{eq0}$  меньше  $40^\circ$  область магнитного отражения электронов оказывается за пределами широтного диапазона  $|\lambda| < 29^\circ$ , в котором определены параметры волны, поэтому такие частицы мы не рассматриваем. Работа программы останавливается либо при достижении частицей точки магнитного отражения ( $v_{\parallel} = 0$ ) в южном полушарии, либо при выходе частицы за пределы области, где определены параметры ЭМИЦ-волны. Обратное движение электронов к северному полушарию в программе не рассчитывается, поскольку такие частицы не вступают в резонанс с исследуемым волновым пакетом.

На основе проделанного численного моделирования были получены данные по относительному количеству захваченных по фазе (рис. 7а) и пролетных (рис. 7б) частиц в зависимости от начальных значений  $W_0, \alpha_{eq0}$ . Эти результаты изображены на рис. 7 в черно-белом цвете. Мы определяли частицу захваченной по фазе, если она испытывала точный резонанс с волной ( $u = 0$ ) более двух раз за время своего

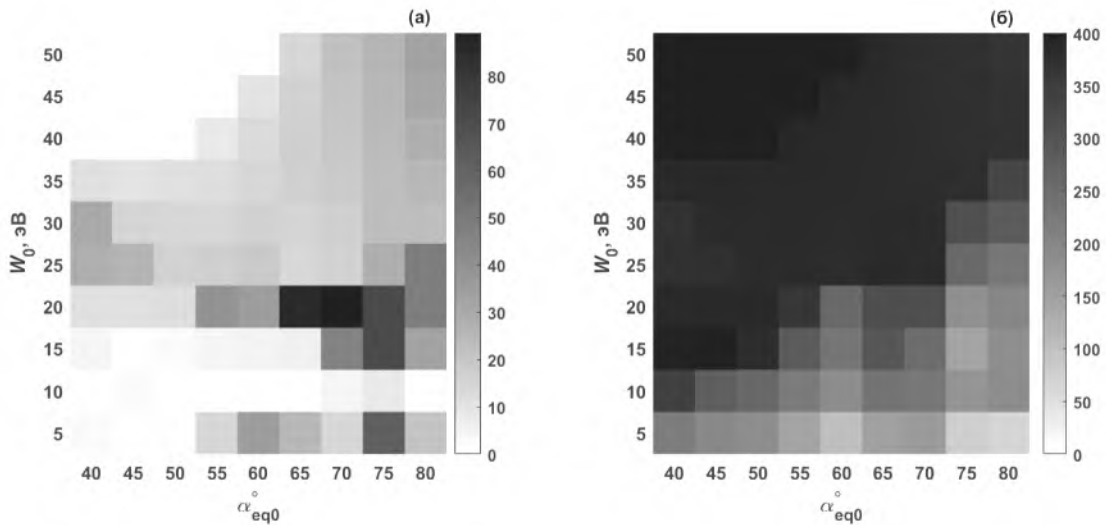


**Рис. 6.** Результаты численного интегрирования нелинейной системы уравнений движения электронов Ландау резонанса в поле смоделированного пакета ЭМИЦ-волн. Траектории захваченного в фазовую ловушку и пролетного электрона представлены сплошными и штриховыми линиями соответственно; кинетическая энергия частицы  $W$  в эВ (а), отклонение  $u$  продольной скорости частицы от резонансного значения (б) как функции времени  $t$ ; траектория электрона на фазовой плоскости  $\psi-u$  (в); экваториальный питч-угол  $\alpha_{eq}$  (г), широта  $\lambda$  (д), величина  $\alpha\tau^2$  (е) как функции времени  $t$ .

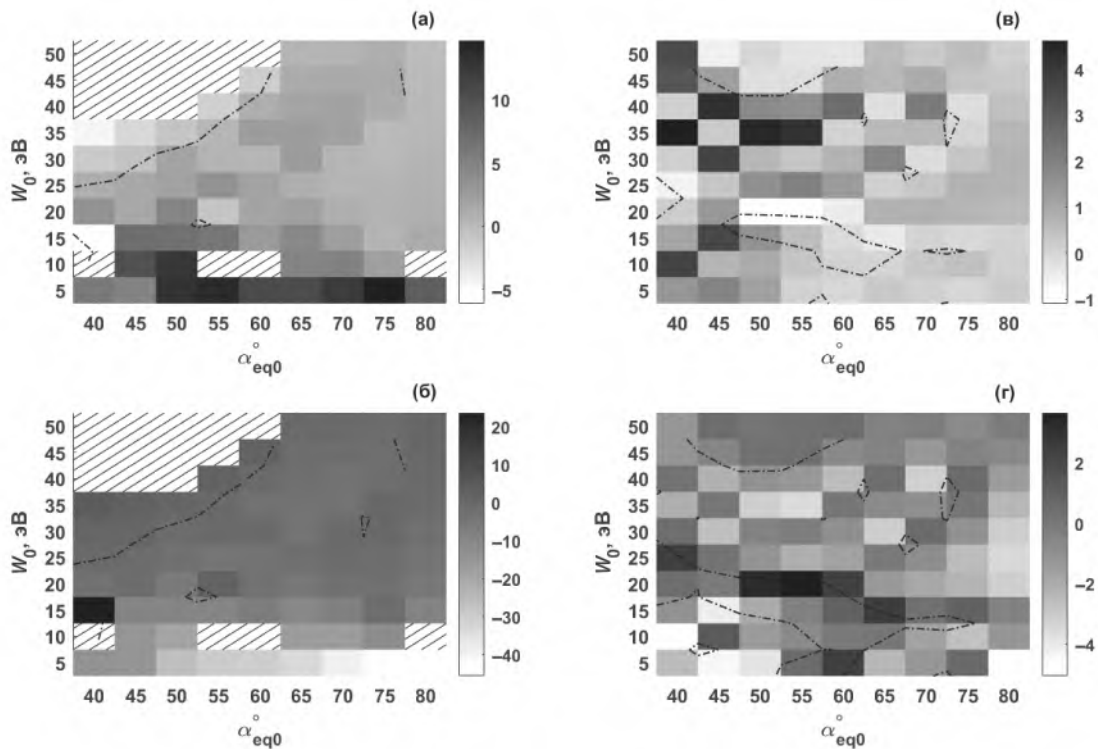
движения между точками магнитного зеркала. В случае же если частица только два раза взаимодействовала резонансно с волной, то она считалась пролетной. Доля захваченных по фазе частиц была максимальной для электронов с начальной энергией  $W_0 \sim 5-20$  эВ и начальным экваториальным питч-углом  $\alpha_{eq0} \sim 65-75^\circ$ . Вместе с тем среди частиц с большой начальной кинетической энергией  $W_0 \sim 40-50$  эВ и относительно малым начальным экваториальным питч-углом  $\alpha_{eq0} \sim 40-60^\circ$  захваченные частицы не наблюдались вовсе. Это объясняется тем, что такие частицы взаимодействуют резонансно с волной на довольно больших широтах  $\lambda$ , где неоднородность плазмы  $\alpha$  высока, так что  $|\alpha|\tau^2 > 1$ . Обратим внимание, что для некоторых пар начальных значений ( $W_0, \alpha_{eq0}$ ) сумма захваченных и пролетных частиц не совпадает с общим числом запущенных частиц (400 частиц). Дело в том, что в нашей модели эффективная амплитуда волны, определяемая матричным элементом  $V_0$ , достаточно велика, поэтому частицы вблизи резонанса испытывают существенное изменение динамических

характеристик. При этом изменение продольной скорости частицы по порядку величины может быть сопоставимо с самой продольной скоростью. В рамках численного расчета для некоторых частиц такая динамика может приводить к изменению знака продольной скорости  $v_{||}$  еще до достижения частицей первого резонанса ( $u = 0$ ). Этому преимущественно были подвержены частицы с малой кинетической энергией  $W_0 \sim 5-15$  эВ и большим экваториальным питч-углом. Такие частицы мы не относили ни к захваченным, ни к пролетным частицам, а их вклад в средние изменения значений энергии и экваториального питч-угла (см. далее) никак не учитывался.

Статистические данные по изменению динамических характеристик электронов в зависимости от начальной энергии и экваториального питч-угла представлены на рис. 8. Среднее изменение энергии и экваториального питч-угла захваченных по фазе частиц изображены на рис. 8а, б соответственно. Начальные значения  $W_0$  и  $\alpha_{eq0}$ , при которых в рамках нашего моделирования не наблюдалось захваченных по фазе ча-



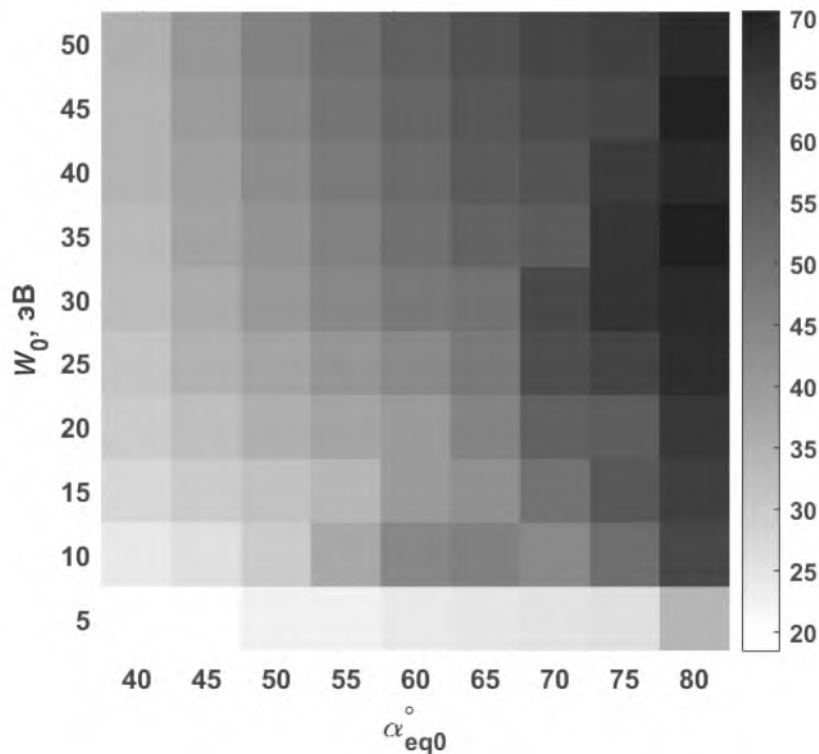
**Рис. 7.** Результаты численного интегрирования нелинейной системы уравнений движения электронов Ландау резонанса в поле смоделированного пакета ЭМИЦ-волн для группы пробных электронов. Доля захваченных по фазе (а) и пролетных (б) частиц в зависимости от начальных значений  $\alpha_{eq0}^\circ$  и  $W_0$  представлены серой шкалой.



**Рис. 8.** Результаты численного интегрирования нелинейной системы уравнений движения электронов Ландау резонанса в поле смоделированного пакета ЭМИЦ-волн для группы пробных электронов: среднее изменение энергии  $\Delta W$  в эВ (а) и экваториального питч-угла  $\Delta \alpha_{eq}^\circ$  (б) захваченных по фазе частиц в зависимости от начальных значений  $\alpha_{eq0}^\circ$  и  $W_0$ ; среднее изменение энергии  $\Delta W$  в эВ (в) и экваториального питч-угла  $\Delta \alpha_{eq}^\circ$  (г) пролетных частиц в зависимости от начальных значений  $\alpha_{eq0}^\circ$  и  $W_0$ . Контур нулевого изменения представлены штрих-пунктирными линиями.

стиц, для удобства выделены на этих панелях диагональной штриховкой. Средние изменения энергии и экваториального питч-угла для пролетных частиц

показаны на рис. 8в, г соответственно. Из представленных результатов следует, что средние изменения энергии пролетных частиц были порядка несколь-



**Рис. 9.** Минимальное значение конечного экваториального питч-угла среди 400 частиц, запущенных с начальными значениями  $\alpha_{eq0}$  и  $W_0$ .

ких электрон-вольт, а экваториальный питч-угол таких частиц менялся не более чем на  $5^\circ$ . Захваченные по фазе частицы существенно изменяли свою кинетическую энергию в процессе взаимодействия с волной, однако вследствие разнонаправленности этих изменений при движении частицы к экватору и от него (см. уравнение (20)) результирующее изменение энергии оказывалось также порядка нескольких электрон-вольт для большинства начальных значений  $W_0$  и  $\alpha_{eq0}$ . Вместе с тем захваченные по фазе частицы с начальной энергией  $W_0 = 5$  эВ значительно  $\langle \Delta W \rangle \sim 5\text{--}15$  эВ увеличили свою кинетическую энергию, а результирующее изменение экваториального питч-угла таких частиц доходило до  $\Delta \alpha_{eq} = -50^\circ$ . Вследствие таких больших рассчитанных изменений экваториального питч-угла нами был проведен анализ возможности питч-углового рассеяния исследуемых электронов в конус потерь в результате взаимодействия с волновым пакетом. Отдельно отметим, что частицы с энергией  $W_0 > 40$  эВ и экваториальным питч-углом  $\alpha_{eq0} < 55^\circ$  не могут быть захвачены по фазе исследуемым волновым пакетом, поскольку резонансное взаимодействие таких частиц с волной происходит на больших широтах, где плазма существенно неоднородна. Поэтому говорить о возможности питч-угловой диффузии таких электронов в конус потерь не приходится. Для выбранной  $L$ -оболочки экваториальный угол ко-

нуса потерь оказывается равен  $\alpha_{lc} \approx 3.5^\circ$ . Как следует из данных рисунка 9, на котором показано минимальное (среди 400 частиц, распределенных равномерно по начальной фазе  $\psi_0$ ) вычисленное значение экваториального питч-угла электронов в зависимости от  $W_0$  и  $\alpha_{eq0}$ , ни одна из частиц не оказывается в результате взаимодействия вблизи конуса потерь. Электроны с меньшим начальным экваториальным питч-углом  $\alpha_{eq0} < 40^\circ$  потенциально могут быть рассеяны в конус потерь, но не рассматриваются нами из-за ограниченности волнового пакета по широтам.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Большие значения наблюдаемых амплитуд электромагнитных ионно-циклотронных волн (1–10 нТл) позволяют считать, что этот тип излучения играет значительную роль в динамике заряженных частиц. Наравне с магнитосферными ионами ЭМИЦ-волны могут вступать в резонансное взаимодействие с электронами, что является предметом изучения множества экспериментальных и теоретических исследований. Их взаимодействие с электронами на ненулевых циклотронных резонансах ( $n \neq 0$ ) осуществляется только для релятивистских частиц с энергией больше 0.5 МэВ и считается основным механизмом быстрых потерь высокоэнергичных электронов радиационных



поясов Земли. В настоящей работе мы, напротив, фокусируем внимание на нелинейном взаимодействии ЭМИЦ-волн с электронами малых энергий на нулевом ( $n = 0$ ) Ландау резонансе, которое может быть реализовано только для сильнонаклонных ЭМИЦ-волн с большими амплитудами.

На основе экспериментальных данных, зарегистрированных спутником Van Allen Probe-B 10 сентября 2017 г., в условиях многокомпонентной неоднородной плазмы была получена магнитосферная траектория ЭМИЦ-волны  $\text{He}^+$  диапазона. Использование линейной теории резонансного взаимодействия совместно с законом сохранения энергии позволило вычислить амплитуду моделируемого монохроматического волнового пакета вдоль всей его траектории. Решение системы уравнений движения электронов Ландау резонанса в поле такой волны показало большую роль нелинейных эффектов в динамике частиц. В частности, фазовый захват электронов, приводящий к длительному резонансному взаимодействию с волной и значительному росту кинетической энергии частиц, был реализован для частиц с энергией в диапазоне от 5 до 50 эВ.

Автор благодарит создателей спутников Van Allen Probes и разработчиков инструментов за возможность свободного использования данных (EMFISIS — Крэйг Клетцинг). Автор благодарит Д.Р. Шкляра за полезные обсуждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Loto'aniu T.M., Fraser B.J., Waters C.L. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2005. V. 110. P. A07214. Doi: 10.1029/2004JA010816.
2. Min K., Lee J., Keika K., Li W. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2012. V. 117. P. A05219. Doi: 10.1029/2012JA017515.
3. Sakaguchi K., Kasahara Y., Shoji M., Omura Y., Miyoshi Y., Nagatsuma T., Kumamoto A., Matsuoka A. // Geophys. Res. Lett. 2013. V. 40. P. 5587. Doi: 10.1002/2013GL058258.
4. Meredith N.P., Horne R.B., Kersten T., Fraser B.J., Grew R.S. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2014. V. 119. P. 5328. Doi: 10.1002/2014JA020064.
5. Chen H., Gao X., Lu Q., Tsurutani B.T., Wang, S. // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. Doi: 10.1029/2020GL090275.
6. Сагдеев Р.З., Шафранов В.Д. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 181.
7. Kennel C.F., Petschek H.E. // J. Geophys. Res. 1966. V. 71(1). P. 1. Doi: 10.1029/JZ071i001p00001.
8. Cornwall J.M. // J. Geophys. Res. 1965. V. 70(1). P. 61. Doi: 10.1029/JZ070i001p00061.
9. Young D.T., Perraut S., Roux A., de Villedary C., Gendrin R., Korth A., Kremser G., Jones D. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 1981. V. 86. P. 6755. Doi: 10.1029/JA086iA08p06755.
10. Rauch J.L., Roux A. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 1982. V. 87. P. 8191. Doi: 10.1029/JA087iA10p08191.
11. Taylor Jr. H.A., Brinton H.C., Smith C.R. // J. Geophys. Res. 1965. V. 70(23). P. 5769. Doi: 10.1029/JZ070i023p05769.
12. Young D.T., Geiss J., Balsiger H., Eberhardt P., Ghielmetti A., Rosenbauer H. // Geophys. Res. Lett. 1977. V. 4. P. 561. Doi: 10.1029/GL004i012p00561.
13. Smith R.L., Brice N. // J. Geophys. Res. 1964. V. 69(23). P. 5029. Doi: 10.1029/JZ069i023p05029.
14. Saikin A.A., Zhang J.-C., Allen R.C., Smith C.W., Kistler L.M., Spence H.E., Torbert R.B., Kletzing C.A., Jordanova V.K. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2015. V. 120. P. 7477. Doi: 10.1002/2015JA021358.
15. McCollough J.P., Elkington S.R., Usanova M.E., Mann I.R., Baker D.N., Kale Z.C. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2010. V. 115. P. A10214. Doi: 10.1029/2010JA015393.
16. McCollough J.P., Elkington S.R., Baker D.N. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2012. V. 117. P. A01208. Doi: 10.1029/2011JA016948.
17. Allen R.C., Zhang J.-C., Kistler L.M., Spence H.E., Lin R.-L., Klecker B., Dunlop M.W., Andre M., Jordanova V.K. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2015. V. 120. P. 5574. Doi: 10.1002/2015JA021333.
18. Vines S.K., Allen R.C., Anderson B.J., Engebretson M.J., Fuselier S.A., Russell C.T., Strangeway R.J., Ergun R.E., Lindqvist P.A., Torbert R.B., Burch J.L. // Geophys. Res. Lett. 2019. V. 46. P. 5707. Doi: 10.1029/2019GL082152.
19. Суворов Е. В., Трахтенгерц В. Ю. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1987. Т. 27. С. 86.
20. Horne R.B., Thorne R.M. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 1997. V. 102(A6). P. 11457. Doi: 10.1029/97JA00749.
21. Zhang J.-C., Kistler L.M., Mouikis C.G., Dunlop M.W., Klecker B., Sauvaud J.-A. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2010. V. 115. P. A06212. Doi: 10.1029/2009JA014784.
22. Zhang J.-C., Kistler L.M., Mouikis C.G., Klecker B., Sauvaud J.-A., Dunlop M.W. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2011. V. 116. P. A11201. Doi: 10.1029/2011JA016690.
23. Wang Z., Sun K., Zhang Y., Zhai H. // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. P. 022903. Doi: 10.1063/1.5075509.
24. Jordanova V.K., Farrugia C.J., Thorne R.M., Khazanov G.V., Reeves G.D., Thomsen M.F. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2001. V. 106(A1). P. 7. Doi: 10.1029/2000JA002008.

25. *Jordanova V.K., Spasojevic M., Thomsen M.F.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2007. V. 112. P. A08209. Doi: 10.1029/2006JA012215.
26. *Engebretson M.J., Posch J.L., Wygant J.R., Kletzing C.A., Lessard M.R., Huang C.L., Spence H.E., Smith C.W., Singer H.J., Omura Y., Horne R.B., Reeves G.D., Baker D.N., Gkioulidou M., Oksavik K., Mann I.R., Raita T., Shiokawa K.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2015. V. 120. P. 5465. Doi: 10.1002/2015JA021227.
27. *Yahnin A.G., Popova T.A., Demekhov A.G., Lubchich A.A., Matsuoka A., Asamura K., Miyoshi Y., Yokota S., Kasahara S., Keika K., Hori T., Tsuchiya F., Kumamoto A., Kasahara Y., Shoji M., Kasaba Y., Nakamura S., Shinohara I., Kim H., Noh S., Raita T.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2021. V. 126. Doi: 10.1029/2020JA029091.
28. *Thorne R.M., Kennel C.F.* // J. Geophys. Res. 1971. V. 76(19). P. 4446. Doi: 10.1029/JA076i019p04446.
29. *Summers D., Thorne R.M.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2003. V. 108. P. 1143. Doi: 10.1029/2002JA009489.
30. *Jordanova V.K., Albert J., Miyoshi Y.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2008. V. 113. P. A00A10. Doi: 10.1029/2008JA013239.
31. *Zhu H., Chen L., Claudepierre S.G., Zheng L.* // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. Doi: 10.1029/2019GL085637.
32. *Grach V.S., Artemyev A.V., Demekhov A.G., Zhang X.-J., Bortnik J., Angelopoulos V., Nakamura R., Tsai E., Wilkins C., Roberts O.W.* // Geophys. Res. Lett. 2022. V. 49. Doi: 10.1029/2022GL099994.
33. *Angelopoulos V., Zhang X.-J., Artemyev A.V., Mourenas D., Tsai E., Wilkins C., Runov A., Liu J., Turner D.L., Li W., Khurana K., Wirz R.E., Sergeev V.A., Meng X., Wu J., Hartinger M.D., Raita T., Shen Y., An X., Shi X., Bashir M.F., Shen X., Gan L., Qin M., Capannolo L., Ma Q., Russell C.L., Masongsong E.V., Caron R., He I., Iglesias L., Jha S., King J., Kumar S., Le K., Mao J., McDermott A., Nguyen K., Norris A., Palla A., Roosnov A., Tam J., Xie E., Yap R.C., Ye S., Young C., Adair L.A., Shaffer C., Chung M., Cruce P., Lawson M., Leneman D., Allen M., Anderson M., Arreola-Zamora M., Artinger J., Asher J., Branchevsky D., Cliffe M., Colton K., Costello C., Depe D., Domae B.W., Eldin S., Fitzgibbon L., Flemming A., Frederick D.M., Gilbert A., Hesford B., Krieger R., Lian K., McKinney E., Miller J.P., Pedersen C., Qu Z., Rozario R., Rubly M., Seaton R., Subramanian A., Sundin S.R., Tan A., Thomlinson D., Turner W., Wing G., Wong C., Zarifian A.* // Space Sci. Rev. 2023. V. 219. P. 37. Doi: 10.1007/s11214-023-00984-w.
34. *Grach V.S., Artemyev A.V., Demekhov A.G., Zhang X.-J., Bortnik J., Angelopoulos V.* // Geophys. Res. Lett. 2024. V. 51. Doi: 10.1029/2023GL107604.
35. *Thorne R.M., Horne R.B.* // Geophys. Res. Lett. 1992. V. 19. P. 417. Doi: 10.1029/92GL00089.
36. *Usanova M.E.* // Front. Astron. Space Sci. 2021. V. 8. Doi: 10.3389/fspas.2021.744344.
37. *Wang B., Li P., Huang J., Zhang B.* // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. Doi: 10.1063/1.5088374.
38. *Bortnik J., Chen L., Li W., Thorne R.M., Horne R.B.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2011. V. 116. Doi: 10.1029/2011JA016499.
39. *Kletzing C.A., Kurth W.S., Acuna M., MacDowall R.J., Torbert R.B., Averkamp T., Bodet D., Bounds S.R., Chutter M., Connerney J., Crawford D., Dolan J.S., Dvorsky R., Hospodarsky G.B., Howard J., Jordanova V., Johnson R.A., Kirchner D.L., Mokrzycki B., Needell G., Odom J., Mark D., Pfaff R., Phillips J.R., Piker C.W., Remington S.L., Rowl D., Santolik O., Schnurr R., Sheppard D., Smith C.W., Thorne R.M., Tyler J.* // Space Sci. Rev. 2013. V. 179. P. 127. Doi: 10.1007/s11214-013-9993-6.
40. *Kurth W.S., De Pascuale S., Faden J.B., Kletzing C.A., Hospodarsky G.B., Thaller S., Wygant J.R.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2015. V. 120. P. 904. Doi: 10.1002/2014JA020857.
41. *Ахиезер И.А., Половин Р.В., Ситенко А.Г., Стенанов К.Н.* Электродинамика плазмы / Ред. Ахиезер А.И. М.: Наука, 1974.
42. *Gamayunov K.V., Min K., Saikin A.A., Rassoul H.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2018. V. 123. P. 8533. Doi: 10.1029/2018JA025629.
43. *Gamayunov K.V., Kim H., Shin Y.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2024. V. 129. Doi: 10.1029/2023JA032399.
44. *Shklyar D.R., Matsumoto H.* // Surv. Geophys. 2009. V. 30(2). P. 55. Doi: 10.1007/s10712-009-9061-7.
45. *Шкляр Д.Р.* // Плазменная гелиогеофизика / Под ред. Л.М. Зеленого и И.С. Веселовского. М.: Физматлит, 2008. Т. 2. С. 391.
46. *Luzhkovskiy A.A., Shklyar D.R.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2023. V. 128. Doi: 10.1029/2023JA031962.
47. *Shklyar D.R., Chum J., Jiříček, F.* // Ann. Geophys. 2004. V. 22. P. 3589. Doi: 10.5194/angeo-22-3589-2004.
48. *Fu S., He F., Gu X., Ni B., Xiang Z., Liu J.* // Adv. Space Res. 2018. V. 61. P. 2091. Doi: 10.1016/j.asr.2018.01.041.
49. *Yan Y., Yue C., Yin Z.-F., Zhou X.-Z., Zong Q.-G., Li J.-H.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2023. V. 128. Doi: 10.1029/2023JA031451.
50. *Nakamura S., Omura Y., Kletzing C., Baker D.N.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2019. V. 124. P. 6701. Doi: 10.1029/2019JA026772.

51. *Nunn D.* // Planet. Space Sci. 1971. V. 19. P. 1141.  
Doi: 10.1016/0032-0633(71)90110-3.
52. *Su Z., Zhu H., Xiao F., Zheng H., Zhang M., Liu Y. C.-M., Shen C., Wang Y., Wang S.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21(5).  
Doi: 10.1063/1.4880036.
53. *Albert J.M.* // Phys. Fluids. 1993. V. 5(8). P. 2744.  
Doi: 10.1063/1.860715.
54. *Albert J.M.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2000. V. 105. P. 21191.  
Doi: 10.1029/2000JA000008.

## NONLINEAR INTERACTION OF LANDAU-RESONANCE ELECTRONS WITH THE EMIC WAVE IN A MULTICOMPONENT PLASMA

A. A. Luzhkovskii<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>*Space Research Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997 Russia*

*\*e-mail: luzartyom@yandex.ru*

Nonlinear resonant interaction between the electromagnetic ion-cyclotron (EMIC) wave and magnetospheric electrons at the Cerenkov resonance, also referred to as the Landau or the zero-order cyclotron resonance, is investigated. Based on the data obtained on September 10, 2017, by one of the Van Allen Probe (RBSP) spacecrafts, the trajectory of a monochromatic wave packet in an inhomogeneous multicomponent plasma is found. The amplitude of the wave along the propagation trajectory is calculated taking into account not only the linear resonant interaction with protons and electrons but also variation of geometric factors such as the group velocity and the ray tube cross section. Numerical integration of the nonlinear system of equations describing the motion of electrons in the field of modeled packet of the EMIC waves revealed an important role played by nonlinear effects in the dynamics of resonant particles.

**Keywords:** EMIC waves, resonant interaction, cyclotron resonances, phase trapping, Landau resonance, magnetospheric plasma

## УСИЛЕНИЕ ПРОТИВОРАКОВОГО ЭФФЕКТА ПРИ СОВМЕСТНОЙ ОБРАБОТКЕ КЛЕТОК СТРУЕЙ ХОЛОДНОЙ АТМОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ И НАНОЧАСТИЦ ЗОЛОТА

© 2024 г. И. В. Швейгерт<sup>a,\*</sup>, Д. Э. Закревский<sup>a,b,c</sup>, Е. В. Милахина<sup>a,b,c</sup>, П. П. Гугин<sup>a,b</sup>,  
М. М. Бирюков<sup>a,d</sup>, А. А. Полякова<sup>a,d</sup>, Н. В. Крячкова<sup>a,d</sup>, Е. А. Горбунова<sup>a,d</sup>,  
А. В. Епанчинцева<sup>d</sup>, И. А. Пышная<sup>d</sup>, О. А. Коваль<sup>a,d</sup>

<sup>a</sup> Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>c</sup> Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

<sup>d</sup> Институт химической биологии и фундаментальной медицины СО РАН, Новосибирск, Россия

\*e-mail: ivschweigert@gmail.com

Поступила в редакцию 02.08.2024 г.

После доработки 28.08.2024 г.

Принята к публикации 05.09.2024 г.

Выбор эффективных и биологически безопасных режимов работы холодной атмосферной плазменной струи (ХПС) имеет решающее значение для разработки противораковой терапии на основе ХПС. В эксперименте и численном моделировании, изменяя длительность импульса положительного импульсного напряжения, были найдены оптимальные режимы ХПС с регулярным распространением стримеров и максимальным током разряда при температуре  $T < 42^\circ\text{C}$ . В этих режимах ХПС существенно подавляет жизнеспособность раковых клеток. Показано, что добавление наночастиц золота увеличивает цитотоксический эффект плазменной струи и снижает жизнеспособность эпителиоподобной аденокарциномы легкого NCI-H23, аденокарциномы легкого A549, аденокарциномы молочной железы BrCC4e-134 и клеток увеальной меланомы uMell. Модифицированные полиэтиленгликолем наночастицы золота с флуоресцентными метками использовались для визуализации поглощения наночастиц клетками. Продemonстрировано, что ХПС стимулирует проникновение наночастиц в клетки, когда их добавляли в среду с клетками непосредственно перед воздействием ХПС или сразу после, что свидетельствует о кратковременном увеличении проницаемости мембраны клеток.

**Ключевые слова:** холодная атмосферная плазменная струя, проникновение золотых наночастиц, импульсное напряжение, длительность импульса, оптимизация режимов

DOI: 10.31857/S0367292124110058, EDN: FBUYRR

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время низкотемпературная плазма атмосферного давления активно применяется в различных медицинских приложениях, в частности для подавления роста онкологических образований (см. обзоры [1, 2] и ссылки в них). Несмотря на различия в конструкциях источников плазмы и их эксплуатационных характеристик, были получены многообещающие результаты в доклинических исследованиях на различных моделях раковых образований и в клинических испытаниях с пациентами [3].

Воздействие холодной атмосферной плазмы является летальным для раковых клеток при повышенном энергокладе, но способствует пролиферации клеток и заживлению ран при небольших дозах обработки [4]. Стримеры в холодной плазменной струе (ХПС), генерируемые периодическим напряжением плазменного источника, образуют химически актив-

ные формы кислорода и азота (АФКА) в окружающем воздухе. В зависимости от концентрации АФКА с высокой реакционной способностью, воздействие холодной плазменной струи приводит либо к гибели клеток (при больших дозах), либо к ускорению процессов регенерации тканей (малые дозы).

Положительная селективность воздействия ХПС при обработке клеток одного гистологического происхождения (убиваются только раковые клетки, а здоровые не повреждаются) была продемонстрирована на десятках различных линий опухолевых клеток [5, 6]. “Летальные дозы” обработки ХПС для раковых клеток значительно ниже, чем для здоровых клеток, поэтому для конкретного типа рака возможно подобрать режимы генерации ХПС для селективного воздействия.

Подавление роста онкологических образований с использованием холодной газоразрядной плазмы часто комбинируется с препаратами химиотерапии, ин-

гибиторами ферментов, антителами, малыми интерферирующими РНК, а также с наночастицами различного типа. В 2009 г. [7] были опубликованы первые результаты воздействия ХПС и наночастиц золота (НЧЗ) на раковые клетки. Наночастицы золота являются одним из наиболее изученных, биосовместимых материалов, и часто используются совместно с холодной атмосферной плазмой [8–15]. Разработанные методики синтеза НЧЗ позволяют получить монодисперсные частицы заданного размера, а также присоединить к их поверхности молекулярные терапевтические комплексы. НЧЗ могут быть использованы для доставки лекарств при конъюгации с молекулярными терапевтическими препаратами, а также в качестве инструментов исследования.

Целью данной работы было изучение эффектов комбинированного воздействия холодной плазменной струи и НЧЗ на опухолевые клетки, а также исследование динамики проникновения наночастиц в клетки. В наших экспериментах ХПС инициируется в “высокодозных” режимах с низким нагревом биологической ткани, что является условиями применимости в противораковой терапии. Отметим, холодная плазменная струя формируется положительным импульсным либо синусоидальным напряжением в режимах, показавших максимальную эффективность обработки клеток [16–18].

Мы синтезировали и использовали НЧЗ без/с покрытием полиэтиленгликолем (PEG), а также конъюгированные с изотиоцианатом флуоресцеина, для визуализации проникновения НЧЗ.

## 2. ОПИСАНИЕ ПЛАЗМЕННОГО ИСТОЧНИКА, РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ПЛАЗМЫ, СИНТЕЗА ЗОЛОТЫХ ЧАСТИЦ И МЕТОДОВ АНАЛИЗА ЖИЗНЕСПОСОБНОСТИ КЛЕТОК

### 2.1. Устройство, генерирующее плазменную струю

Газоразрядная ячейка — это цилиндрический диэлектрический канал длиной 10 см с внутренним диаметром 1 см (рис. 1). В центре канала помещен медный электрод в виде стержня длиной 5 см и диаметром 0.2 см, к которому подается напряжение  $U$ . На выходе из канала вставлен диэлектрический капилляр с внутренним диаметром 0.23 см и длиной 0.5 см. Подробное описание источника плазмы можно найти в [19, 20].

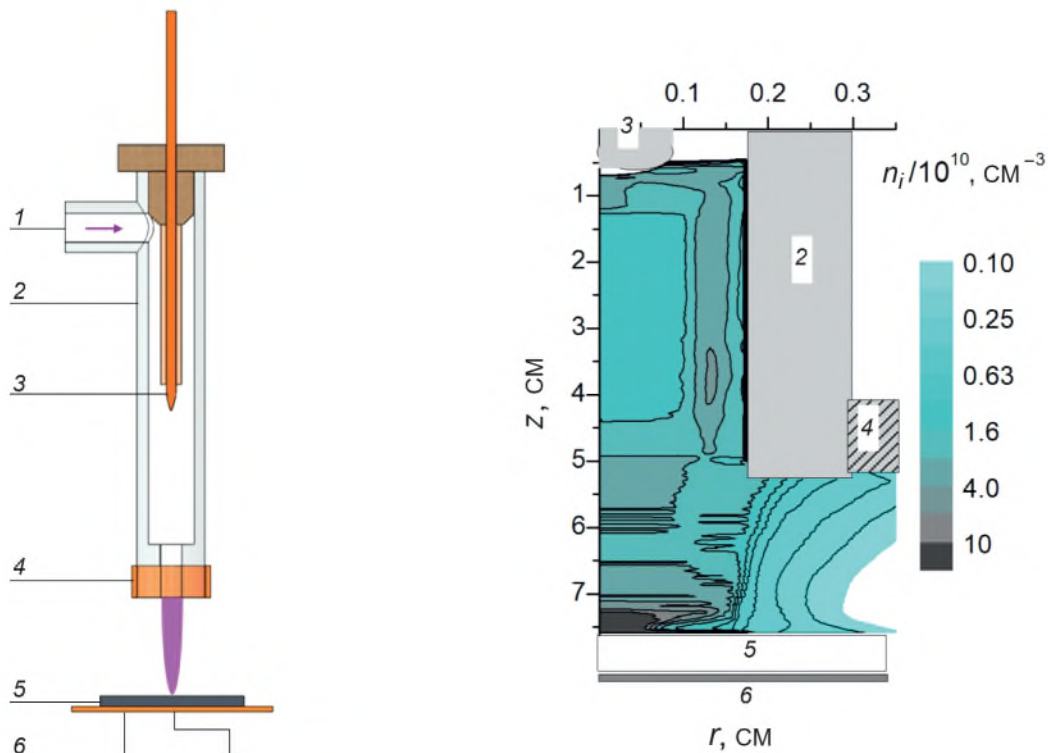
Инициирование струи гелиевой плазмы осуществлялось с помощью генератора синусоидального напряжения с амплитудой  $U = 3.3\text{--}3.5$  кВ при фиксированной частоте  $f_U = 50$  кГц или генератором униполярных положительных импульсов с регулируемой частотой повторения  $f_U = 1\text{--}40$  кГц и амплитудой 3.8 кВ и 4.2 кВ. Длительность импульсов  $\tau$  варьировалась от 5 мкс до 16 мкс. Амплитуда напряжения  $U$  была ограничена для обеспечения безопасных условий воздействия ХПС на живые объекты. Измерения тока проводились датчиком, расположенным на рас-

стоянии  $z = 2.5$  см от сопла, перпендикулярно оси распространения плазменной струи, и представляющим собой коллектор (плоский металлический электрод), который заземлялся через шунт. Это позволило измерить частоту и амплитуду импульсов тока на коллекторе. Во всех наших экспериментах заземленный металлический коллектор использовался в качестве дополнительного электрода для усиления электрического поля в головке стримера. Это приводило к интенсификации генерации активных радикалов в зоне контакта ХПС с мишенью по сравнению со случаем с мишенью под плавающим потенциалом (см. [19, 21]). Расстояние от сопла до мишени 2.5 см было выбрано таким образом, чтобы плазменная струя приближалась к мишени, обеспечивая максимальную генерацию ОН при заданном расходе газа, и нагрев мишени был меньше  $42^\circ\text{C}$ . В экспериментах использовались два типа мишеней: пластина  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной 0.1 см в качестве тестовой мишени и клетки в среде. Во всех случаях заземленный электрод находился под мишенью. Поток гелия составлял  $v = 9$  л/мин. Наши предыдущие эксперименты [19] показали, что для геометрии источника плазменной струи, использованной в данном исследовании, ламинарный режим течения газа наблюдался при расходе  $v$  до 12 л/мин. При дальнейшем увеличении  $v$  поток становится неустойчивым. Мы также показали, что максимальная интенсивность люминесценции радикалов ОН ( $\lambda = 309$  нм) наблюдается при  $v = 6\text{--}9$  л/мин.

### 2.2. Детали численного моделирования

Численное моделирование зажигания разряда и динамики распространения стримеров для условий эксперимента проводилось в рамках гидродинамической модели с использованием авторского кода 2DPlasmaNovH. Физическая модель и уравнения, описывающие динамику стримерного пробоя, подробно описаны в [22]. Система уравнений, описывающая динамику газового разряда, включает уравнения непрерывности для электронов, ионов и средней энергии электронов, а также уравнения Пуассона для напряженности электрического поля. Расчет поверхностного заряда на внутренней поверхности диэлектрической газоразрядной трубки проводится на основе интегрирования по времени потоков электронов и ионов на стенку.

Для анализа закономерностей распространения стримеров (комбинация коротких и длинных стримеров в плазменной струе) моделирование динамики стримеров проводилось для нескольких десятков импульсов напряжения. Поэтому мы использовали упрощенную модель, в которой рассматривалась только гелиевая газовая струя без примеси азота или кислорода. В большинстве наших экспериментов скорость гелиевого газа составляет 30 м/с ( $v = 9$  л/мин), что оправдывает наше упрощение. Согласие между рассчитанными и измеренными



**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки для генерации холодной атмосферной плазменной струи (а) и расчетная область с распределением плотности ионов в момент касания стримером подложки (б):  $U = 3.8$  кВ и  $f_U = 30$  кГц,  $I$  — ввод газа; 2 — диэлектрическая трубка; 3 — потенциальный внутренний электрод; 4 — заземленный внешний электрод; 5 — мишень; 6 — дополнительный заземленный электрод.

тока разряда вблизи поверхности, а также характеристики распространения стримеров подтверждают применимость модели. Для расчета фотоионизации использовалась модель, разработанная в [22]. В экспериментах [22] изображения стримеров представляли собой светящиеся пятна радиусом примерно 0.2–0.25 см вокруг головки стримера. Из этих наблюдений следовало, что характерное время испускания фотонов возбужденными атомами меньше характерного времени распространения стримера, и что характерная длина фотоионизации меньше 0.25 см. Скорость фотоионизации вокруг головки стримера задавалась из расчета скорости возбуждения атомов гелия в головке стримера. Предполагалось, что все фотоны от возбужденных состояний атомов гелия ионизируют воздух.

Численный расчет динамики стримерного пробоя проводился для условий эксперимента. В модельной плазменной ячейке (рис.1б) расстояние между  $U$ -электродом и кольцевым заземленным электродом равняется 4.5 см, а расстояние между соплом и диэлектрической пластиной — 2.5 см. Радиус  $U$ -электрода под напряжением, расположенном в диэлектрическом канале, — 0.1 см. Размеры расчетной

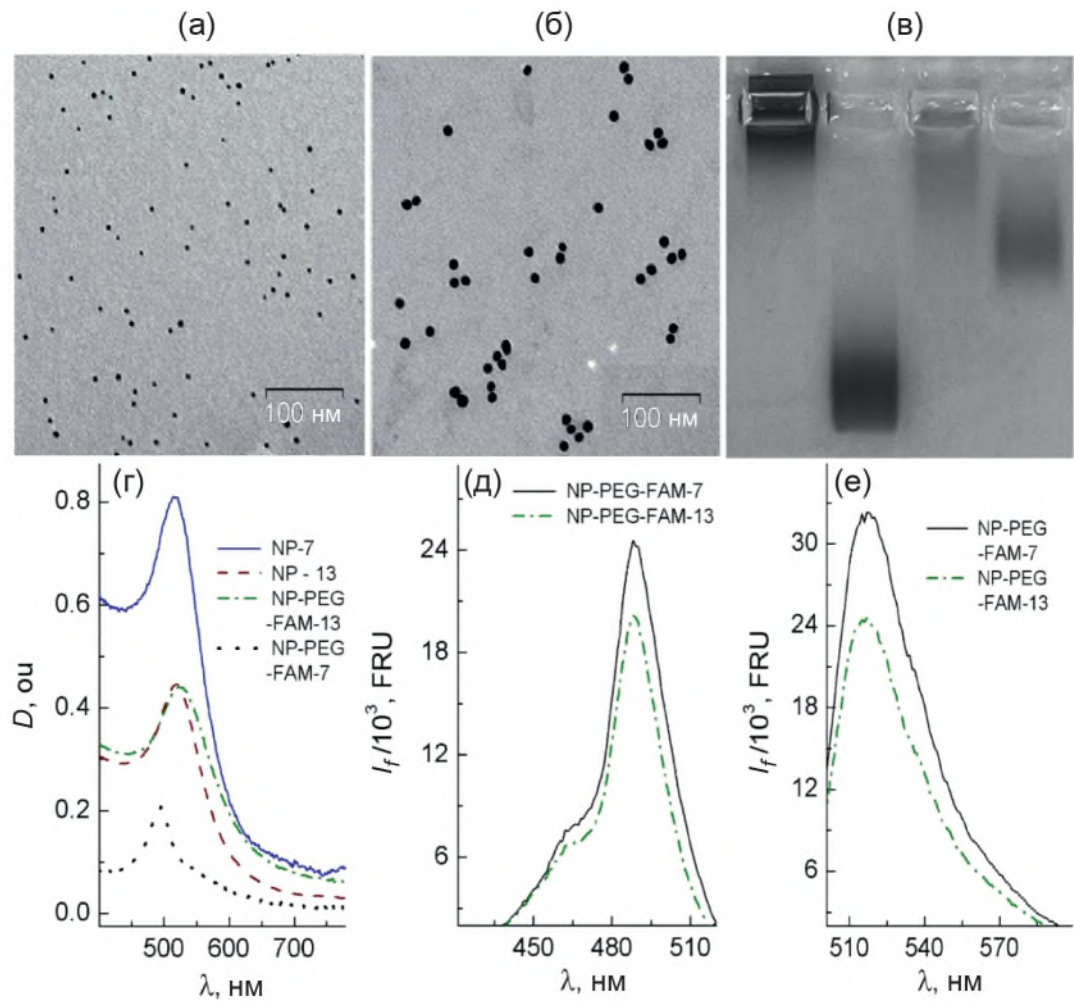
области по  $r = 7$  см и по  $z = 7.8$  см. В численном моделировании расчет динамики разряда и распространения стримеров проводился непрерывно в течение 100–400 мкс (5–20 импульсов напряжения). В расчетном коде шаг по времени выбирался автоматически из расчетов изменения проводимости плазмы.

### 2.3. Синтез и свойства наночастиц золота

Для нашего исследования были синтезированы сферические золотые наночастицы двух размеров (NP-7 и NP-13), проведена модификация их поверхности полиэтиленгликолем (NP-PEG-7 и NP-PEG-13) и присоединена флуоресцентная метка (NP-PEG-FAM-7 и NP-PEG-FAM-13). Все полученные наноконструкции характеризовали методом гель-электрофореза, просвечивающей электронной микроскопией (ТЕМ), спектрофотометрическим методом с помощью спектрофотометра UV-2100 и методом динамического светорассеяния (DLS) с помощью Zetasizer Nano ZS (рис. 2).

Наночастицы NP-7 синтезировали согласно [23], используя в качестве стабилизатора поливинилпирролидон, и NP-13 — методом цитратного восстановления согласно [24]. Эти химические подходы позволяют получить монодисперсные суспензии наноча-





**Рис. 2.** Изображения просвечивающей электронной микроскопии NP-7 (а), NP-13 (б). Длина масштабных полос соответствует 100 нм. Электрофоретическое сравнение NP-13 (линия 1), NP-PEG-FAM-13 (линия 2), NP-7 (линия 3), NP-PEG-FAM-7 (линия 4) (в). Концентрация NP составляла 100 нМ. Оптические спектры адсорбции (г), спектры излучения возбуждения (д), эмиссионные спектры полученных комплексов НЧ (е). Обозначения:  $D$  — оптическая плотность,  $\text{ou}$  — оптические единицы,  $I_f$  — интенсивность флуоресценции, FRU — относительные единицы флуоресценции.

стиц заданного размера с минимальными отклонениями (рис. 2а, б). Для модификации NP мы использовали полиэтиленгликоль (Mr 3.2 kDa), содержащий тио- (SH) и карбоксильную группы (COOH). Первая группа позволяет ковалентно присоединить полиэтиленгликоль (PEG) к наночастицам золота, вторая может быть использована для ковалентного присоединения в состав нашей конструкции флуоресцентной метки или направляющей молекулы. Мы применили флуоресцеин (FAM) как метку для визуализации проникновения всей наноконструкции в клетки. Наличие модификаций на поверхности NP приводит к увеличению электрофоретической подвижности соответствующей наноконструкции (рис. 2в). Максимумы спектров оптического поглощения исходных наночастиц соответствовали 520 нм (рис. 2г). При этом интенсивность сигнала флуоресценции полученных конструкций NP-PEG-FAM-7 и NP-PEG-FAM-13 сопоставима (рис. 2в, д, е). Концентрацию NP-13 и NP-7 рассчитывали по поглощению при 520 нм,

**Таблица 1.** Гидродинамический диаметр и поверхностный потенциал нанокомплексов

Обозначение	$D_h$ , нм	$\zeta$ -потенциал, мВ
NP-13	$19.0 \pm 0.5$	$-30.3 \pm 4.9$
NP-PEG-FAM-13	$36 \pm 16$	$-48 \pm 1$
NP-7	$24.1 \pm 18.4$	$-7.6 \pm 1.7$
NP-PEG-FAM-6	$98.6 \pm 57.7$	$-16.9 \pm 2.8$

используя известные параметры для частиц разных размеров [25]. Интенсивность флуоресценции образцов, содержащих FAM измеряли с помощью прибора Clariostar (BMG Labtech, Ортенберг, Германия).

Измеренные гидродинамический диаметр  $D_h$  и  $\zeta$ -потенциал полученных нанокомплексов приведены в табл. 1. Гидродинамический диаметр структур НЧ определяет их диффузию в жидкости, а  $\zeta$ -потенциал характеризует поверхностный заряд.

#### 2.4. Материалы и методы для изучения клеточных линий

**Анализ жизнеспособности клеток.** Для изучения цитотоксического эффекта совместного воздействия ХПС и наночастиц были выбраны линии раковых клеток, относящиеся к разным типам неоплазий: клетки аденокарциномы легкого A549, клетки аденокарциномы молочной железы BrCCh4e-134 [26] и клетки увеальной меланомы uMel1. Клетки линии были выбраны таким образом, чтобы время деления клеток было близким по значению ( $24 \pm 5$  ч). Клетки, достигшие 30% конфлюэнтности в 96-луночном планшете, обрабатывали ХПС, НЧ и наноконплексами. Жизнеспособность клеток определяли через 24 ч после облучения ХПС с помощью МТТ (3-[4,5-диметилтиазол-2-yl]-2,5-дифенилтетразолия бромид), как было описано ранее [27, 28].

**Анализ проникновения НЧ в клетки с помощью проточной цитометрии.** Клетки выращивали в 96-луночных планшетах в стандартных условиях до обработки ХПС и НЧЗ. Перед анализом клетки отделяли от лунок с помощью TryPLETM Express (GIBCO, Thermo Fisher Scientific, США) и промывали фосфатным буфером. Все анализы проводили на проточном цитометре FACSCantoII (BD Biosciences, Franklin Lakes, NJ, USA), а данные анализировали с помощью программного обеспечения FACSDiva (BD Biosciences). Первоначально клетки сортировали на основе прямого и бокового рассеяния, чтобы исключить мелкий мусор, и собирали десять тысяч событий из этой популяции. FАМ-позитивная популяция клеток (т. е. клеток с наночастицами) была обнаружена в канале флуоресценции FITC ( $\lambda_{ex} = 491$  нм,  $\lambda_{em} = 525$  нм).

### 3. РАЗЛИЧНЫЕ МОДЫ ГЕНЕРАЦИИ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ

Правильный выбор режима воздействия ХПС является определяющим для эффективности обработки онкообразований. Цитотоксический эффект ХПС может отсутствовать или на 100% убивать раковые клетки в зависимости от выбора частоты и амплитуды напряжения. Ранее в наших исследованиях было показано, что интенсивность взаимодействия ХПС с мишенью является немонотонной функцией амплитуды и частоты напряжения [16, 17, 20].

Большинство разработанных источников плазмы для медицинских целей генерируют ХПС синусоидальным напряжением. Необходимые характеристики, такие как повышенная концентрация АФКА, низкое тепловыделение и большие электрические поля в голове стримера, у поверхности мишени, затруднительно реализовать при синусоидальном типе возбуждения ХПС. Ранее было показано [17, 18], что импульсное униполярное напряжение с варьируемой длительностью импульсов, позволяет существен-

но повысить концентрацию АФКФ при  $T < 42^\circ\text{C}$  в зоне контакта.

ХПС имеет оптимальные характеристики, когда 1) стримеры касаются мишени в каждом цикле напряжения, 2) амплитуда тока вблизи мишени 5 (см. рис. 1) имеет максимально возможное безопасное значение и 3) температура в зоне контакта не превышает  $42^\circ\text{C}$ . Мы предполагаем, что максимальный цитотоксический эффект обработки клеток ХПС будет зависеть от регулярности распространения стримеров до мишени и возрастать с увеличением тока разряда вблизи обрабатываемой поверхности.

В эксперименте ХПС генерируется при повышенных напряжениях,  $U = 3\text{--}4.5$  кВ, поскольку в некоторых линиях раковых клеток низкоэнергетическое воздействие может стимулировать деление опухолевых клеток [4]. При повышенных рабочих напряжениях большое электрическое поле в головке стримера “активирует” раковые клетки и способствует проникновению НЧ и химически активных радикалов в клетки [9, 29–31]. Понятие “активации” раковых клеток было введено в [32] и связано со значительным повышением чувствительности раковых клеток к АФКА после обработки ХПС. Предположительно, это может быть связано с изменениями в структуре мембраны клеток или экспрессии специфических белков в клетках, обработанных ХПС [32], однако до настоящего времени механизм, лежащий в основе активации клеток, неизвестен. Отметим, что при электропорации [33] используются большие электрические поля, которые могут вести к различным повреждениям биотканей.

ХПС состоит из стримеров, которые формируются у нагруженного стержневого электрода в каждом цикле напряжения и распространяются в направлении объекта воздействия. Сценарий установившегося распространения стримеров вне диэлектрического канала определяется амплитудой и частотой напряжения, а также фоновой концентрацией плазмы между соплом и объектом воздействия, поддерживаемой стримерами. Как правило, только часть стримеров достигает объекта воздействия, а остальные распадаются вблизи сопла плазменного источника. Отметим, что цитотоксичность воздействия ХПС увеличивается с ростом числа стримеров, достигающих обрабатываемого объекта, поскольку возрастает интегральная концентрация АФКА вблизи обрабатываемой поверхности.

Причиной, по которой некоторые стримеры не приближаются к мишени, является накопление квазинейтральной плазмы  $n_0$  в зазоре между соплом и мишенью. Между импульсами напряжения плазма распадается за счет рекомбинации и дрейфово-диффузионных процессов. Когда выполняется условие  $n_s \gg n_0$ , (где  $n_s$  — концентрация плазмы в головке и  $n_0$  — концентрация квазинейтральной плазмы между соплом и объектом) очередной стример до-

стигает поверхности объекта. В результате самоорганизации системы для разных  $U$  и  $f_U$ , ток  $I$  у поверхности объекта воздействия имеет частоту в  $N$  раз меньшую, чем частота приложенного напряжения, т. е.  $f_I = f_U/N$ , где  $N = 1, 2, 3, \dots$  В работе [20] мы представили карту различных режимов распространения стримеров в зависимости от  $U$  и  $f_U$  для синусоидального напряжения.

Мы обнаружили, что для ХПС с синусоидальным напряжением (sin-ХПС) нагрев поверхности быстро увеличивается с ростом  $U$  и  $f_U$ . Например, при расходе гелия  $\nu = 6$  л/мин с ростом  $U$  от 2.25 кВ до 3.8 кВ температура поверхности увеличивается со скоростью  $20^\circ\text{C}/\text{kV}$ , и для  $\nu = 9$  л/мин и  $U = 2.25\text{--}4.2$  кВ со скоростью  $15^\circ\text{C}/\text{kV}$ . Ранее в эксперименте [34] было показано, что температура зоны контакта снижается при обрезании синусоидального напряжения в положительной фазе. Поэтому мы используем ХПС с положительным импульсным напряжением и варьируемой длительностью импульсов, что позволяет пони-

зять нагрев в области контакта и повысить концентрацию АФКА.

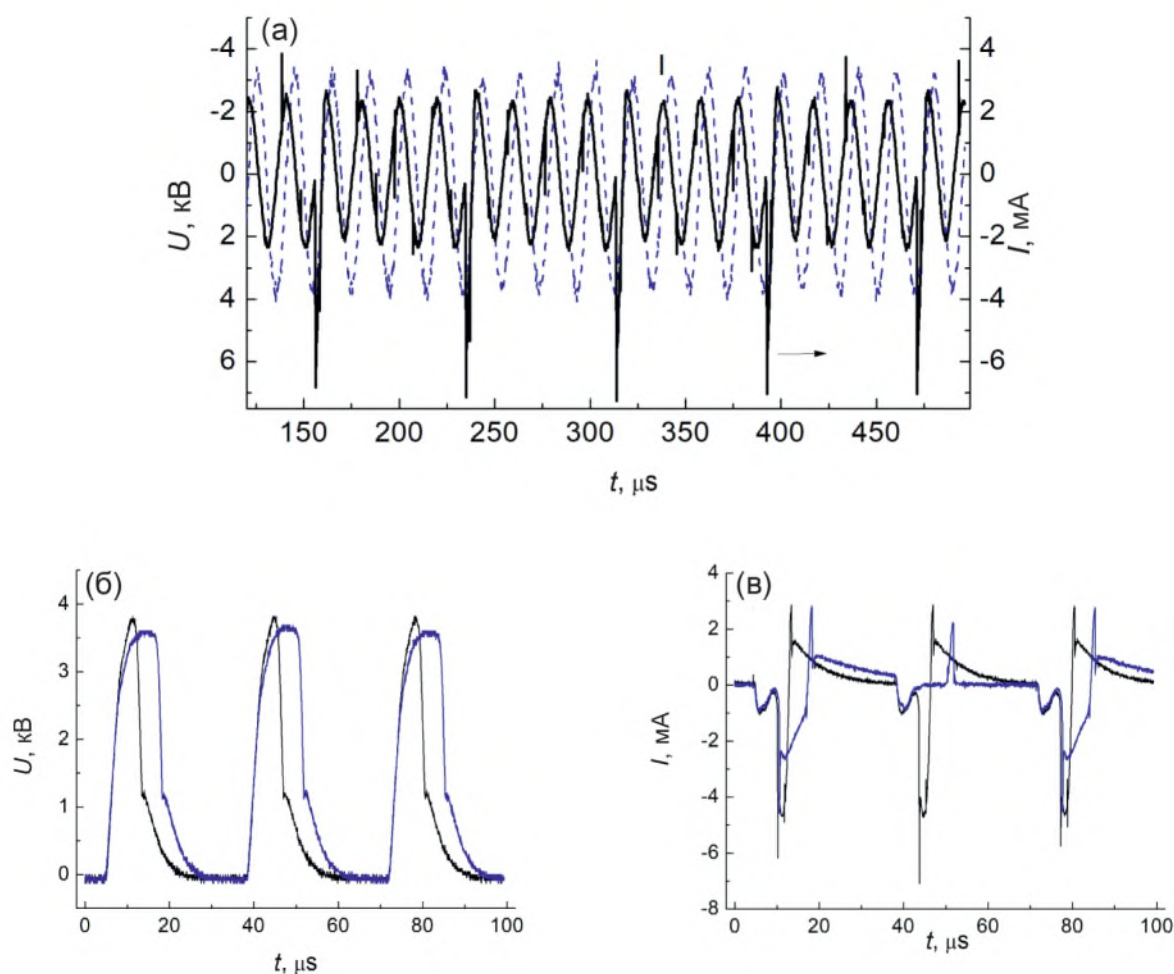
### 3.1. Зажигание ХПС синусоидальным напряжением

Изменяя амплитуду и частоту напряжения, мы исследовали ХПС с синусоидальным напряжением (sin-ХПС), чтобы найти режим с максимальным током при  $T < 42^\circ\text{C}$ . Измерения и численное моделирование показали, что для sin-ХПС максимальный ток достигается при  $U = 3.3\text{--}3.5$  кВ и частоте  $f_U = 50$  кГц. В этом режиме только каждый четвертый стример достигает поверхности, т. е. частота касания стримера мишени  $f_I = 50/4$  кГц (рис.3а).

### 3.2. ХПС с импульсным положительным напряжением.

*Влияние длительности импульсов напряжения на распространение стримеров*

Для генерации ХПС импульсным напряжением (PP-ХПС) использовалось напряжение с амплитудой  $U = 3.8\text{--}4.2$  кВ и частотой  $f_U = 30$ . При больших зна-



**Рис. 3.** Эксперимент: осциллограммы напряжения и тока для sin-ХПС с  $U = 3.5$  кВ,  $f_U = 50$  кГц и частотой тока на поверхности диэлектрической пластины  $f_I = 50/4$  кГц (а); осциллограммы напряжения (б) и тока (в) для PP-ХПС с  $U = 3.8$  кВ,  $f_U = 30$  кГц и с длительностью импульсов напряжения  $\tau = 7$  мкс (черные) и 14 мкс (синие кривые).

чениях  $U$  и  $f_U$  температура в зоне контакта плазмы с диэлектрической мишенью была выше  $42^\circ\text{C}$ . В эксперименте ток  $I$  вблизи мишени регистрируется во времени для определения частоты касания мишени стримерами. В численных расчетах распространение стримеров и ток вблизи мишени отслеживается в течение десятки циклов напряжения. Изменение длительности импульсов напряжения  $\tau$  от 5 до 16 мкс позволило найти регулярное распространение стримеров и максимально допустимую амплитуду тока при низком нагреве поверхности ( $T < 42^\circ\text{C}$ ).

Измерение тока проводилось на диэлектрической пластине с одновременным контролем температуры. Было показано, что при  $\tau = 7\text{--}9$  мкс удается понизить нагрев зоны контакта и добиться регулярности распространения стримеров. Рассмотрим влияние длительности импульсов на характеристики стримеров. Для  $\tau = 7$  мкс ток регистрируется в каждом цикле напряжения и амплитуда тока, измеренная у поверхности мишени  $I = 4.8$  мА (рис. 3б, в). Увеличение  $\tau$  до 14 мкс приводит к падению частоты и амплитуды тока примерно два раза,  $f_I = f_U/2$  и  $I = 2.2$  мА.

В численном моделировании в расчетной ячейке (см. рис. 1б) квазистационарное состояние достигается в течение нескольких циклов напряжения. Импульсы напряжения и рассчитанный ток проводимости  $I_c$  и ток смещения  $I_{\text{dis}}$  вблизи диэлектрической пластины для длительности импульсов  $\tau = 7$  (PP-7) и 14 мкс (PP-14), а также профили тока при приближении стримера к поверхности воздействия показаны на рис. 4. Ток смещения рассчитывался по производной напряженности электрического поля вблизи поверхности мишени по времени. Для PP-7 ХПС рассчитанные токи практически одинаковы для каждого цикла напряжения. Для PP-14 ХПС ток вблизи мишени в два раза меньше по сравнению со случаем PP-7, когда стример приближается к мишени и практически равен нулю, когда стример не достигает поверхности мишени. На рис. 4г показаны  $z$ -профили тока при приближении стримера к диэлектрической пластине, полученные интегрированием тока по  $r$ -координате. Головка стримера определяется по максимальной скорости ионизации и максимальному току. Как и в экс-

перименте, расчетные стримеры в PP-7 ХПС касаются мишени в каждом цикле напряжения,  $f_I = f_U$ , а для PP-14 только каждый второй стример приближается к мишени,  $f_I = f_U/2$ . Рассчитанные амплитуды токов согласуются с данными эксперимента (рис. 3). На основании данных по току и регулярности распространения стримеров мы ожидаем более высокую цитотоксичность PP-ХПС с длительностью импульсов 7 мкс.

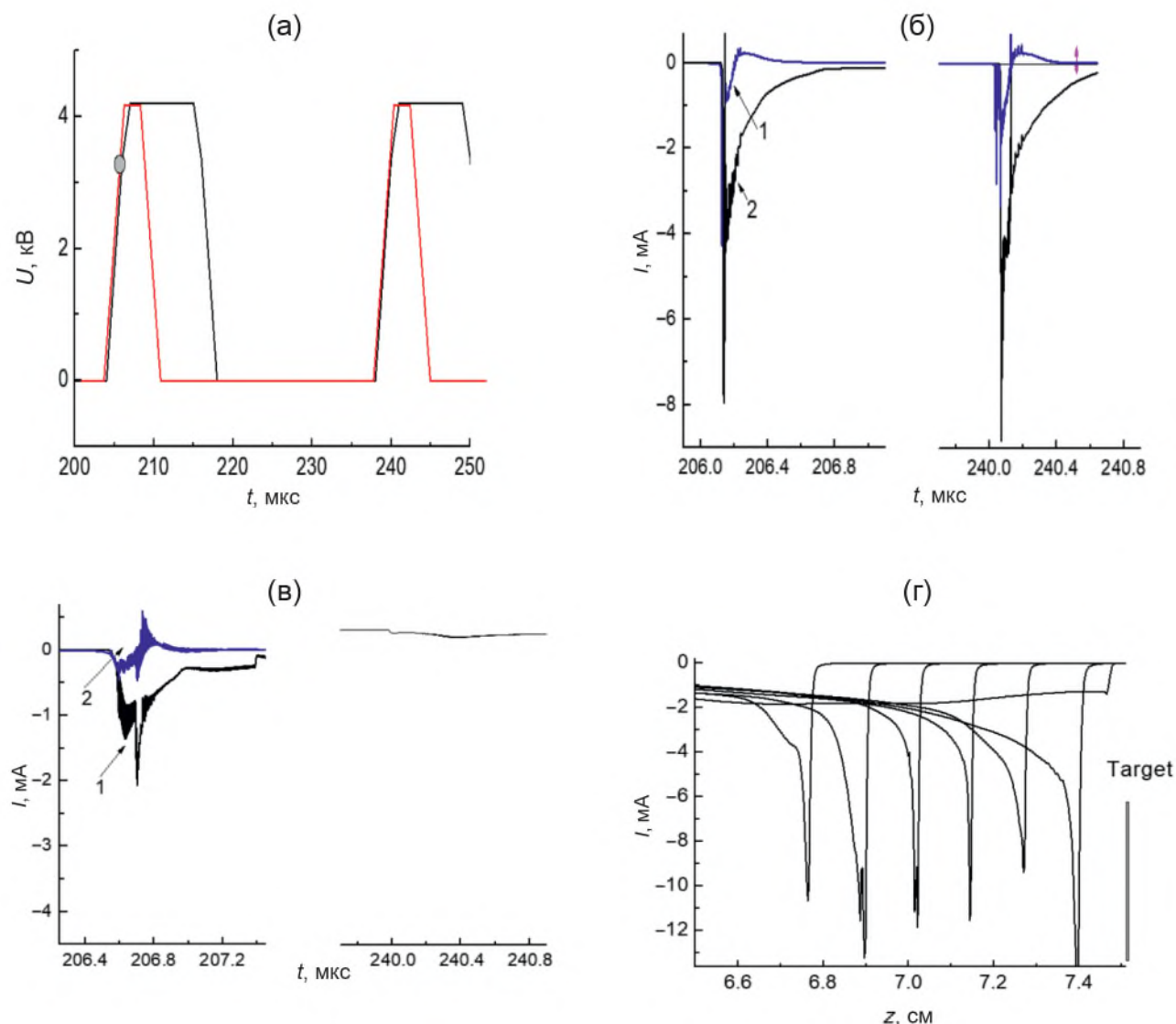
#### 4. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ РАКОВЫХ КЛЕТОК К СОВМЕСТНОЙ ОБРАБОТКЕ ХПС И NP-PEG

Для подавления жизнеспособности раковых клеток использовались режимы (см. раздел 3) с импульсным напряжением (PP-ХПС),  $U = 4.2$  кВ,  $f_U = 30$  кГц, с ожидаемыми эффектами: максимальным при длительности импульсов  $\tau = 7$  мкс (PP-7) и с пониженным при  $\tau = 14$  мкс (PP-14). Использовался также оптимальный режим с синусоидальным напряжением (sin-ХПС),  $U = 3.3$  кВ,  $f_U = 50$  кГц и  $f_I = 50/4$  кГц. Расход гелия составлял  $v = 9$  л/мин, а расстояние между соплом и мишенью  $d = 25$  мм. Эффект совместной обработки ХПС и наночастиц золота и их комплексов (см. раздел 2.3) также был проанализирован для этих режимов. НЧ добавляли в среду с клетками до концентрации 20 нМ. Диаметр золотых наночастиц, 13 нм возрастал до  $25 \pm 5.4$  нм при покрытии полиэтиленгликолем (PEG). Клетки инкубировали с НЧ-PEG в течение одного часа, после чего клетки подвергали воздействию ХПС. На рис. 5 показана жизнеспособность клеток A549, BrCCh4e-134 и uMell1, измеренная методом МТТ через 24 ч после воздействия. Цитотоксический эффект рассматривался для случаев, показанных в табл. 2.

Во всех случаях с добавлением наночастиц их концентрация составляла 20 нМ. Результаты воздействия для случаев N1-N7 показаны на рис. 5. Для всех клеточных линий наблюдается одна и та же тенденция: цитотоксический эффект возрастает по порядку от sin-ХПС, PP14-ХПС и PP7-ХПС. Добавление наночастиц усиливает цитотоксический эффект воздействия ХПС.

**Таблица 2.** Режимы холодной плазменной струи для воздействия на клетки.

№	ХПС, рабочее напряжение	Наночастицы	Обозначение
1	Нет	+	NP
2	Синусоидальное	-	0 NP, sin
3	Синусоидальное	+	20 нМ, sin
4	Импульсное, импульсы 7 мкс	-	0 NP, PP, 7 мкс
5	Импульсное, импульсы 7 мкс	+	20 нМ, PP, 7 мкс
6	Импульсное, импульсы 14 мкс	-	0 NP, PP, 14 мкс
7	Импульсное, импульсы 14 мкс	+	20 нМ, PP, 14 мкс



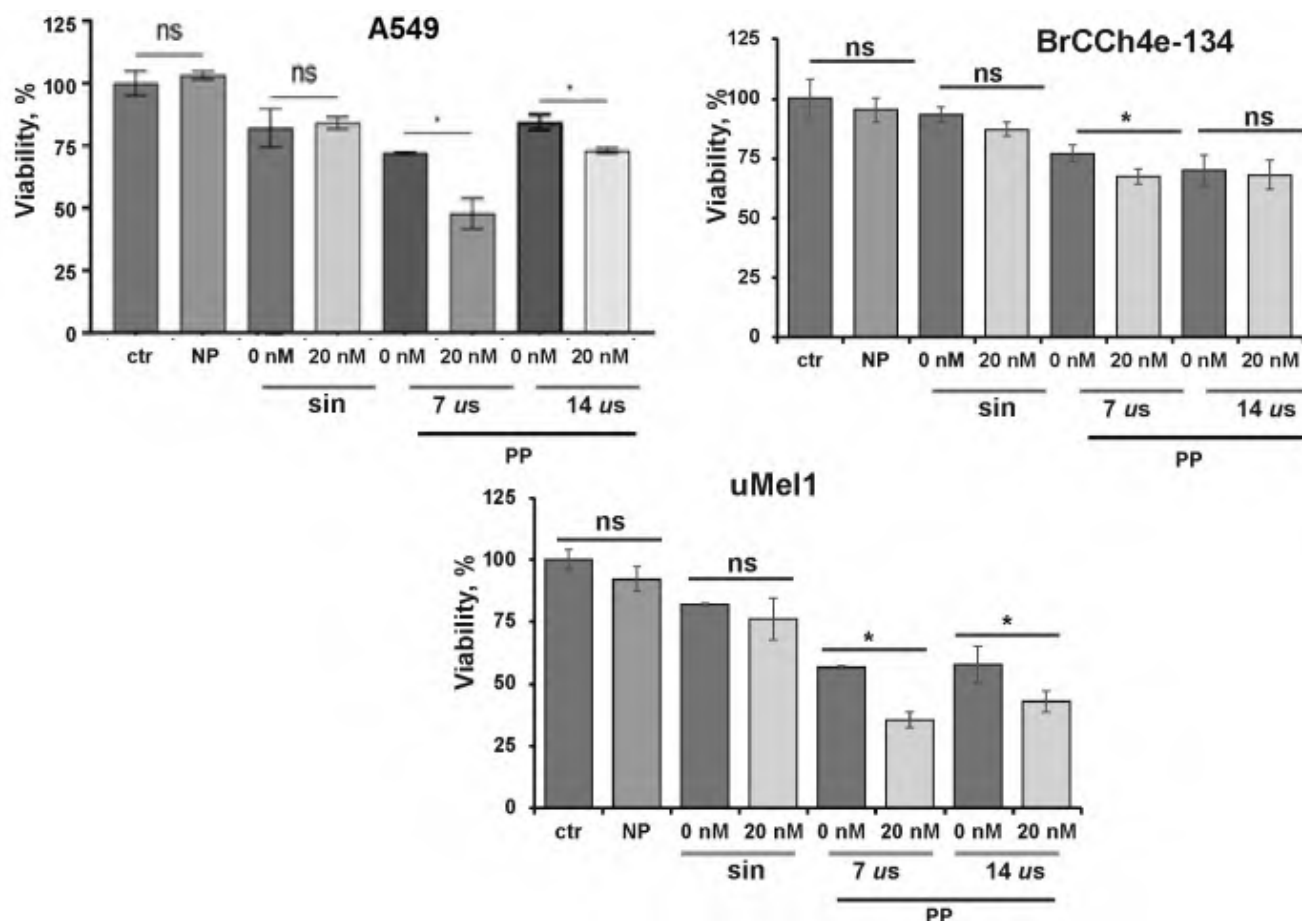
**Рис. 4.** Численный расчет: напряжение на нагруженном электроде (а), ток вблизи поверхности диэлектрика для  $\tau = 7$  (б) и 14 мкс (в) со временем, ХПС с импульсным напряжением,  $U = 4$  кВ,  $f_U = 30$  кГц, ток проводимости 1 и ток смещения 2 и профили тока при приближении стримера к диэлектрической пластине, расположенной при  $z = 7.51$  см со временем (г).

Ранее, используя полный транскриптомный анализ клеток, обработанных ХПС, мы показали, что ХПС индуцирует повышение экспрессии генов, связанных с апоптозом [35]. Большинство генов со сниженной транскрипционной активностью были связаны с процессами деления клеток. Анализ клеточного цикла, при обработке ХПС, выявил торможение клеточного цикла в фазе G2/М. Таким образом, воздействие ХПС ингибирует пролиферацию клеток и активирует процессы клеточной гибели. Из трех клеточных линий, клетки BgCh4e-134 минимально восприимчивы ко всем типам комбинированной обработки N1–N7. Клетки uMel1 были наиболее чувствительны к обработке РР-ХПС с НЧ. После воздействия жизнеспособность клеток uMel1 падает до 36% для РР7-ХПС и до 48% для РР14-ХПС. Как и ожидалось из анализа тока разряда в разделе 3, импульсный режим

с длительностью импульсов  $\tau = 7$  мкс является более эффективным по сравнению с режимом с  $\tau = 14$  мкс. Анализ жизнеспособности A549 также показал, что НЧ усиливают цитотоксическую активность ХПС в обоих импульсных режимах, но слабо влияют на результаты для синусоидального режима.

При сравнении клеточных линий, культивируемых в разных средах, возникает вопрос о различных антиоксидантных свойствах этих сред и влиянии типа сыроворотки на концентрацию активных компонент. Даже в отсутствие клеток обработка ХПС приводит к образованию различных нитритных радикалов в питательной среде и в среде с сывороткой (FBS) (рис. 6а), что может повлиять на жизнеспособность клеток. Поэтому в наших экспериментах все клеточные линии культивировали с добавлением FBS. Сравнение количества нитритных радикалов в ХПС, обработанной пол-





**Рис. 5.** Жизнеспособность клеток A549, BrCCh4e и uMel1 после совместной обработки ХПС и наночастиц, NP-PEG (20 нМ). NP-PEG добавляли к за 1 ч до обработки ХПС (1 мин). Расстояние от слоя клеток до сопла плазменного источника составляло 25 мм, слой жидкости над клетками — 3 мм. МТТ-анализ жизнеспособности клеток проводили через 24 ч. В качестве положительного контроля использовали клетки, не подвергавшиеся обработке (ctr). Данные представлены как среднее значение жизнеспособности  $\pm$  SD. Выполнено три повтора. Статистические различия обозначены как \* для  $p < 0.05$ , ns — несущественные ( $p > 0.05$ ).

ной среде DMEM/F-12 (выращивание клеток A549) и IMDM (выращивание клеток BrCCh4e-134) показало, что существенной разницы в содержании нитрит-ионов не было (рис. 6б). Таким образом, мы считаем, что в наших экспериментах различия между чувствительностью клеточных линий к ХПС обусловлены состоянием антиоксидантной и других жизненно важных систем в клеточных линиях а не различиями в используемых культуральных средах.

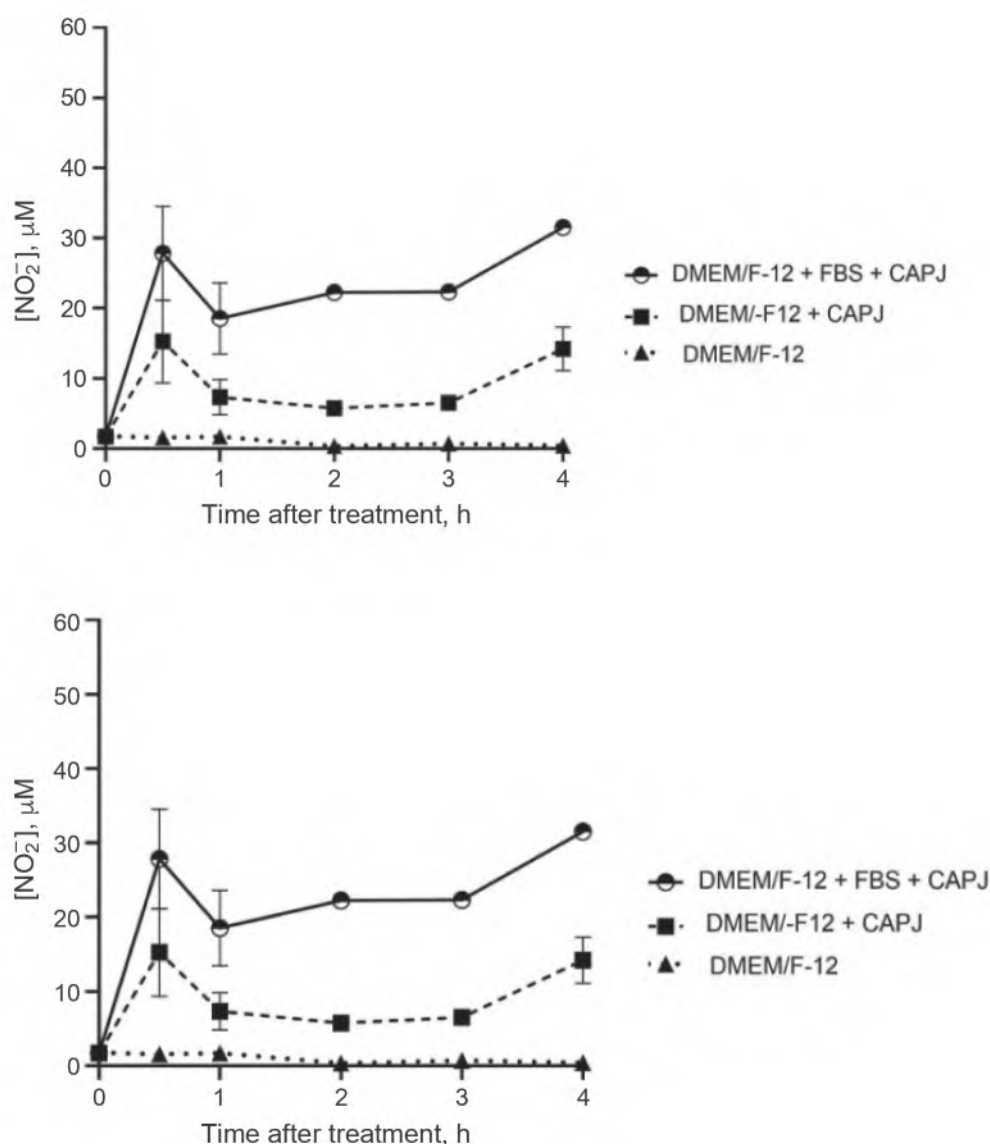
## 5. ПРОНИКНОВЕНИЕ НЧ В КЛЕТКИ

Для изучения стимулирующего воздействия ХПС на проникновение наночастиц в клетки, НЧ-PEG были конъюгированы с флуоресцентной меткой FAM (NP-PEG-FAM) для визуализации поглощения НЧ клетками. Клетки A549 культивировали в стандартных условиях, а затем, за час до обработки ХПС, NP-PEG-FAM добавляли к растущим клеткам. Обработку проводили с помощью sin-ХПС ( $U = 2.9$  кВ,  $f_U = 50$  кГц,  $f_I = 50/4$  кГц, гелий,  $v = 9$  л/мин,

время обработки — 1 мин). Интенсивность флуоресценции FAM клеток измеряли с помощью проточной цитометрии через 90 мин и 3 ч. Рис. 7 демонстрирует изменения интенсивности флуоресценции (область P2) при пассивном поглощении НЧ клетками без ХПС и под воздействием ХПС. Сравнение с контрольным образцом (без наночастиц) показало, что уровень пассивного проникновения НЧ в клетки был низким (2–3%). Увеличение времени инкубации клеток с НЧ с 90 мин до 3 ч не привело к увеличению доли клеток, захвативших НЧ. Когда клетки обрабатывали ХПС, количество НЧ-позитивных клеток увеличилось в среднем на 10% по сравнению с пассивным поглощением. Таким образом, прямая обработка ХПС стимулирует проникновение NP-PEG-FAM в клетки.

Поскольку увеличение времени инкубации с НЧ после облучения с 90 мин до 3 ч не привело к увеличению проникновения НЧ в клетки, мы предположили, что облучение ХПС временно изменяет свой-

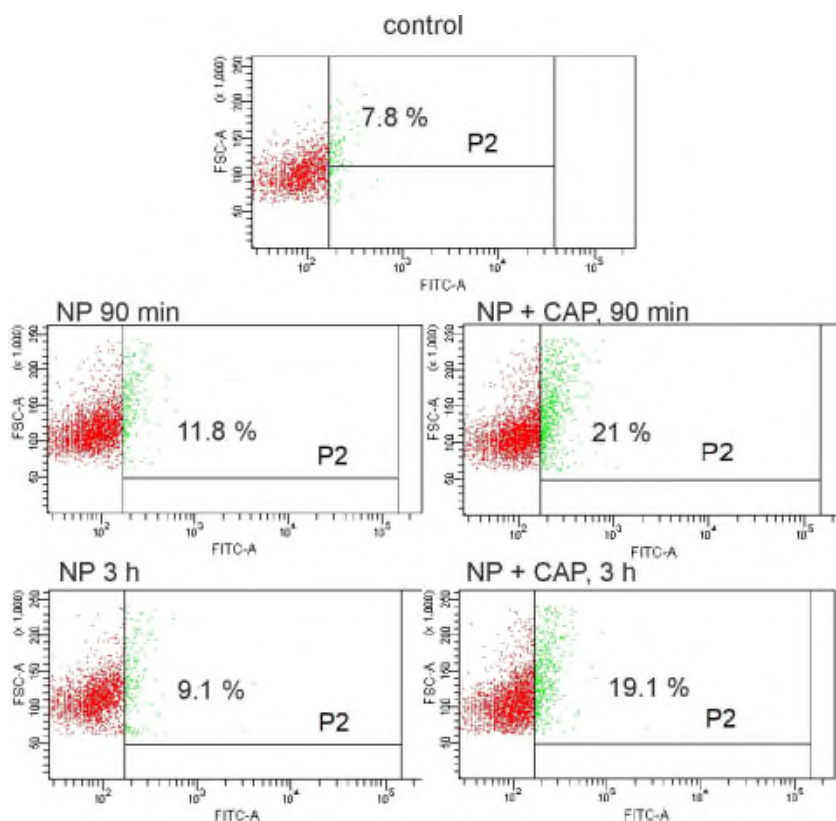




**Рис. 6.** Влияние прямой обработки CAP на содержание нитрит-ионов в культуральных средах. Культуральные среды обрабатывали sin-ХПС ( $U = 2.9$  кВ,  $f_U = 50$  кГц,  $f_I = 50/4$  кГц, гелий 9 л/мин, 1 мин): сравнение сред DMEM/F-12 и DMEM/F-12 с сывороткой (FBS) (а); сравнение полной культуральной среды DMEM/F-12 и IMDM (б). Полная среда содержит FBS и все остальные добавки для выращивания клеток. Данные представлены как среднее значение четырех технических повторов  $\pm$  SD. Статистические различия обозначены как \* для  $p < 0.05$ , ns — несущественные ( $p > 0.05$ ).

ства проницаемости мембраны. Чтобы выяснить временной диапазон проницаемости клеточной мембраны для поглощения НЧ, мы добавляли наноразмерные комплексы NP-PEG-FAM в клетки через различные промежутки времени (0–4 ч) после обработки ХПС. Далее мы сосредоточились на клетках опухоли легкого потому что мы уже показали молекулярные особенности клеточной клеточной смерти под действием ХПС на эти клеточные линии [27, 35], и данное исследование является логическим продолжением предыдущего. Использование клеточных линий A549 и H23 позволит нам в дальнейшем сравнить изменяется ли молекулярный механизм клеточной гибели при добавлении НЧ. Клетки A549 и H23

подвергались воздействию ХПС с синусоидальным и импульсным напряжениями. Анализ проникновения НЧ в клетки проводили через после добавления НЧ в клетки. Результаты анализа показали, что динамика проникновения НЧ была различной для случаев sin-ХПС и PP7-ХПС для обеих клеточных линий (рис. 8). Максимальное проникновение НЧ в ХПС-обработанных клеток было обнаружено при импульсном напряжении с длительностью импульсов 7 мкс, когда НЧ были добавлены сразу после воздействия ХПС. Когда воздействие проводилось с sin-ХПС, эффективно проникали в клетки наночастицы, добавленные через 30 мин–2 ч после облучения ХПС. Видно, что при обработке ХПС, наночастицы легче про-



**Рис. 7.** Интенсивность флуоресценции клеток A549, полученная с помощью проточной цитометрии: контроль — без НЧ и ХПС, пассивное поглощение наночастиц (NP), поглощение наночастиц под воздействием ХПС (NP+CAP). Концентрация наноконплексов (NP-PEG-FAM) 20 нМ, sin-ХПС,  $U = 2.9$  кВ,  $f_U = 50$  кГц, гелий 9 л/мин, 1 мин обработки. Наноконплексы добавляли за 1 ч до обработки ХПС. Анализ методом проточной цитометрии FAM-позитивных клеток через 90 мин и 3 ч после обработки ХПС. Популяция P2 калибровалась для определения FAM-позитивных клеток (в канале FITC). Выполнено два повтора.

никали в клетки раковые клетки A549, чем в здоровые клетки H23.

Жизнеспособность клеток, обработанных ХПС, показана на рис. 8г для разного времени добавления НЧ. Для совместной обработки ХПС с НЧ применялся режим PP7. Сравнение эффективности проникновения при различных режимах добавления НЧ (рис. 8а) и их влияния на жизнеспособность клеток, обработанных ХПС (рис. 8г), показывает прямую зависимость между эффективностью проникновения НЧ в клетки и увеличением цитотоксического эффекта. Максимальный цитотоксический эффект при комбинированной обработке PP7-ХПС и НЧ достигается при добавлении НЧ за 1 ч до или сразу после воздействия плазменной струей.

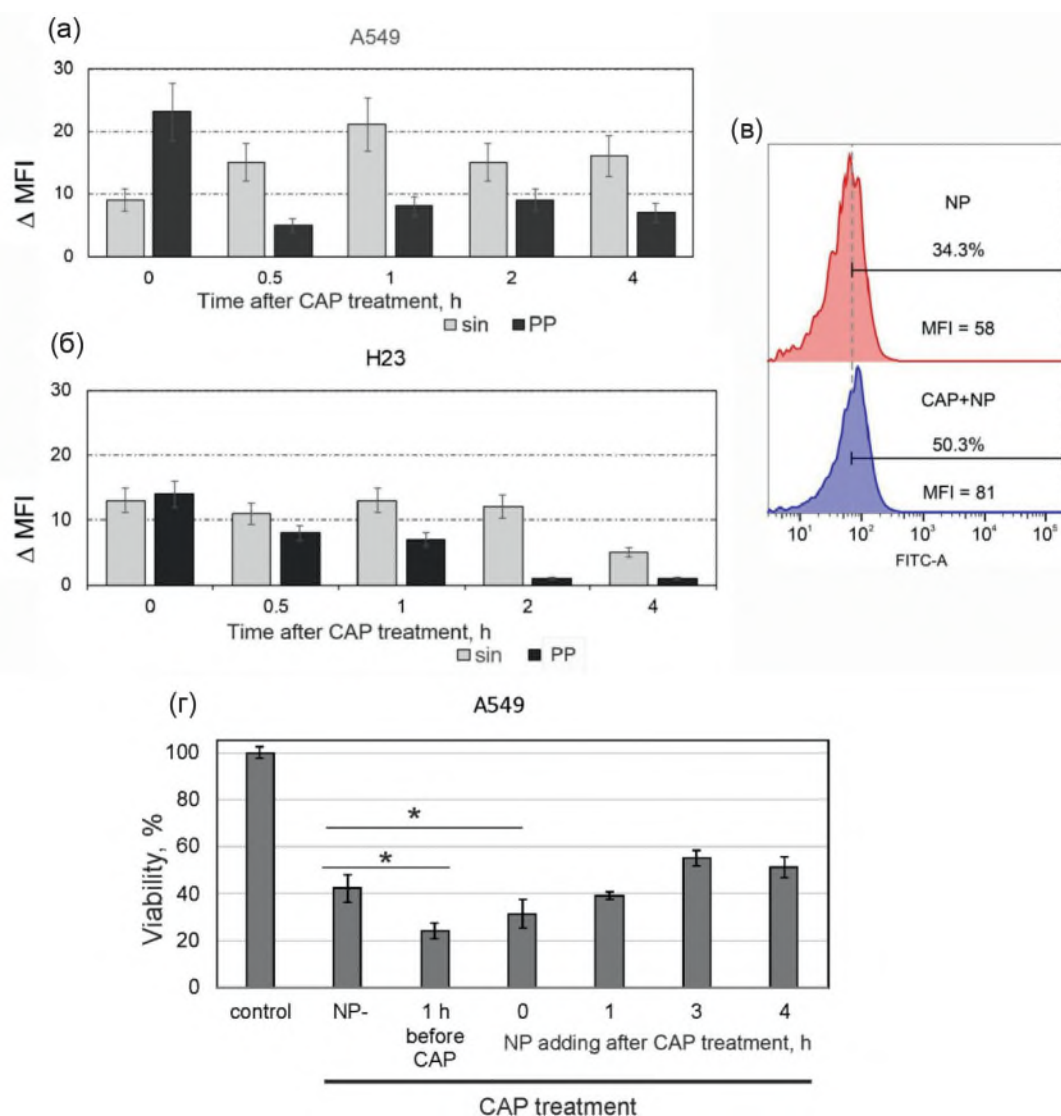
## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Холодная плазменная струя при атмосферном давлении и золотые наночастицы были использованы для подавления жизнеспособности раковых клеток различного типа. С целью получения максимального эффекта воздействия были исследованы режимы генерации плазменной струи генерируемые синусои-

дальным и импульсным напряжениями с различными амплитудами и частотами. На основе измеренных и рассчитанных токов у поверхности воздействия и температуры в зоне контакта было показано, что ХПС, генерируемая импульсным положительным напряжением наиболее эффективна для уничтожения раковых клеток. Варьирование амплитуды и частоты напряжения,  $U = 3.8\text{--}4.2$  кВ,  $f_U = 20\text{--}30$  кГц, а также длительности импульсов в диапазоне от 5 до 16 мкс дает возможность выбрать оптимальные режимы воздействия. Данные режимы с регулярным распространением стримеров позволяют генерировать большие электрические поля и повышенную концентрации химически активных частиц, а также поддерживать температуру  $T < 42^\circ\text{C}$  в зоне воздействия.

Для комбинированного воздействия ХПС и НЧЗ был проведен синтез наночастиц золота различных размеров и исследованы их физико-химические характеристики. Наночастицы конъюгировали с полиэтиленгликолем и присоединили флуорисцентные метки для визуализации проникновения наночастиц в клетки.

В биоэкспериментах цитотоксический эффект воздействия ХПС в комбинации с НЧ золота измеря-



**Рис. 8.** Динамика накопления НЧ в клетках, стимулированного ХПС. Клетки A549 (а) и H23 (б) обрабатывали ХПС-sin и PP-7 ХПС в течение 1 мин. NP-PEG-FAM (20 нМ) добавляли к клеткам сразу (0 ч) или через 0.5–4 ч после обработки ХПС. Проточная цитометрия. Анализ клеток проводили через час. В качестве отрицательного контроля использовали клетки, обработанные NPs и не подвергавшиеся воздействию ХПС. Данные представлены как MFI (средняя интенсивность флуоресценции) в канале FAM между накоплением НЧ, обработанных ХПС, и пассивным попаданием НЧ. Два повтора. Пример анализа проточной цитометрии для клеток A549, обработанных NP-PEG-FAM (NP) и NP сразу после обработки PP ХПС (ХПС + NP) (в). Указаны значения MFI и FITC-позитивных популяций (%). Изменения в жизнеспособности клеток A549, подвергшихся воздействию ХПС, при различном времени добавления NP (г). Клетки A549 обрабатывали PP ХПС в течение 1 мин. NP-PEG-FAM (20 нМ) добавляли к клеткам до, сразу (0 ч) или через 1–4 ч после обработки ХПС. Клетки, обработанные НЧ без воздействия ХПС (NP-), использовали в качестве отрицательного контроля. Через 24 ч проводили МТТ-анализ жизнеспособности клеток. Клетки, не подвергавшиеся обработке, использовали в качестве положительного контроля (жизнеспособность 100%). Было выполнено три повтора. Данные представлены как среднее значение жизнеспособности  $\pm$  SD. Статистические различия обозначены \* при  $p < 0.05$ .

ли для трех линий раковых клеток: аденокарциномы легкого A549, аденокарциномы молочной железы BrCCh4e-134 и увеальной меланомы uMel1. Обработка клеток проводилась с использованием гелиевой ХПС, генерируемой импульсным напряжением в оптимальном (с длительностью импульсов напряжения 7 мкс) и неоптимальном (14 мкс) режимах, а также с использованием синусоидального оптимального ре-

жима. Как и предсказывали физические исследования, максимальный цитотоксический эффект наблюдался для случая импульсной ХПС с длительностью импульсов 7 мкс.

Добавление наноконплексов НЧ+PEG в среду с клетками с последующим воздействием ХПС показало, что поглощение НЧ клетками увеличивается с помощью ХПС на 13% по сравнению с пассивным

поглощением НЧ (2–3%). Величина цитотоксического эффекта воздействия ХПС коррелировала с режимом максимального проникновения НЧ, а время активного поглощения наночастиц клетками после воздействия ХПС было ограничено. Клетки BrCC4e-134 оказались более резистивными к комбинированной обработке ХПС+НЧ, тогда как клетки uMel1 и A549 оказали высокую чувствительность к такому воздействию.

Отметим, что наночастицы могут быть использованы как носители антираковых препаратов на следующих этапах исследования. Найденные максимально эффективные режимы работы ХПС являются безопасными по температуре и току, что позволяет применить ХПС для обработки животных с опухолями.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда РФФ № 22–49–08003 (<https://rscf.ru/project/22-49-08003/>).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Živani M., Espona-Noguera A., Lin A., Canal C. // *Adv. Sci.* 2023. V.10(8). P. 2205803. Doi: 10.1002/advs.202205803.
2. Limanowski R., Yan D., Li L., Keidar M. // *Cancers* 2022. V.14(14). P. 3461. Doi: 10.3390/cancers14143461.
3. Canady J., Murphy R., Zhuang T., Gitelis S., Nissan A., Ly L., Jones O., Cheng X., Adileh M., Blank A. et al. // *Cancers*. 2023. V. 15(14). P. 3688. Doi: 10.3390/cancers15143688.
4. von Woedtke T., Schmidt A., Bekeschus S., Wende K., Weltmann K.-D. // *In Vivo*. 2019. V. 33(4). P. 1011. Doi: 10.21873/invivo.11570.
5. Keidar M., Walk R., Shashurin A., Srinivasan P., Sandler A., Dasgupta S., Ravi R., Guerrero-Preston R., Trink B. // *Brit. J. Cancer*. 2011. V. 105(9). P. 1295. Doi: 10.1038/bjc.2011.386.
6. Keidar M., Shashurin A., Volotskova O., Stepp M., Srinivasan P., Sandler A., Trink B. // *Phys. Plasmas*. 2013. V. 20(5). P. 057101. Doi: 10.1063/1.4801516
7. Kim G., Kim G., Park R., Jeon S., Seo H., Iza F., Lee J. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2009. V. 42(3). P. 032005. Doi: 10.1088/0022-3727/42/3/032005.
8. Kim G., Park S., Kim G., Lee J. // *Plasma Med.* 2011. V. 1(1). P. 45. Doi: 10.1615/PlasmaMed.v1.i1.40.
9. Cheng X., Murphy W., Recek N., Yan D., Cvelbar U., Vesel A., Mozetic M., Canady J., Keidar M., Sherman J. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2014. V. 47(33). P. 335402. Doi: 10.1088/0022-3727/47/33/335402.
10. Choi B., Kim M., Song K., Kim U., Hong J., Lee J., Kim G. // *J. Biomed. Nanotechnol.* 2015. V. 11(5). P. 900. Doi: 10.1166/jbn.2015.1999.
11. Irani S., Shahmirani Z., Atyabi S., Mirpoor S. // *Arch. Med. Sci.* 2015. V. 11(6). P. 1286. Doi: 10.5114/aoms.2015.48221.
12. Choi B., Choi J., Hong J., Song K., Lee H., Kim U., Kim G. // *Int. J. Med. Sci.* 2017. V. 14(11). P. 1101. Doi: 10.7150/ijms.20104.
13. Kim W., Na K.-Y., Lee K.-H., Lee H., Lee J., Kim K.-T. // *Sci. Rep.* 2017. V. 7. P. 10971. Doi: 10.1038/s41598-017-11292-z.
14. Jawaid P., Rehman M., Zhao Q.-L., Misawa M., Ishikawa K., Hori M., Shimizu T., Saitoh J.-I., Noguchi K., Kondo T. // *Cell Death Discov.* 2020. V. 6. P. 83. Doi: 10.1038/s41420-020-00314-x.
15. Kaushik N., Kaushik K., Yoo K., Uddin N., Kim J., Lee S., Choi E. // *Biomaterials*. 2016. V.87. P. 118. Doi: 10.1016/j.biomaterials.2016.02.014.
16. Schweigert I., Zakrevsky D., Gugin P., Milakhina E., Biryukov M., Keidar M., Koval O. // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2022. V.31(11). P. 114004. Doi: 10.1088/1361-6595/aca120.
17. Schweigert I., Zakrevsky D., Milakhina E., Gugin P., Biryukov M., Patrakova E., Troitskaya O., Koval O. // *Plasma Phys. Rep.* 2023. V. 49(5). P. 595. Doi: 10.1134/S1063780X2360010X.
18. Schweigert I., Zakrevsky D., Milakhina E., Aleksandrov A., Biryukov M., Koval O. // *Plasma Phys. Rep.* 2023. V. 49(11). P. 1358. Doi: 10.1134/S1063780X2360130X.
19. Schweigert I., Zakrevsky D., Gugin P., Yelak E., Golubitskaya E., Troitskaya O., Koval O. // *Appl. Sci.* 2019. V. 9. P. 4528. Doi: 10.3390/app9214528.
20. Schweigert I., Alexandrov A., Zakrevsky D. // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2020. V. 29(12). P. 12LT02. Doi: 10.1088/1361-6595/abc93f.
21. Schweigert I., Zakrevsky D., Milakhina E., Gugin P., Biryukov M., Patrakova E., Koval O. // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2022. V. 64(4). P. 044015. Doi: 10.1088/1361-6587/ac53fl.
22. Schweigert I., Vagapov S., Lin L., Keidar M. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2019. V. 52(29). P. 295201. Doi: 10.1088/1361-6463/ab1319.
23. Jana N., Gearheart L., Murphy C. // *Langmuir*. 2001. V. 17(22). P. 6782. Doi: 10.1021/la0104323.
24. Murphy D., Eritja R., Redmond G. // *Nucleic Acids Res.* 2004. V. 32(7). P. e65. Doi: 10.1093/nar/gnh065.
25. Liu X., Atwater M., Wang J., Huo Q. // *Colloids Surf. B*. 2007. V. 58(1). P. 3. Doi: 10.1016/j.colsurfb.2006.08.005.
26. Koval O., Subrakova V., Nushtaeva A., Belovezhets T., Troitskaya O. // *Genes Cells*. 2019. V. 14(4). P. 66. Doi: 10.23868/201912034.
27. Patrakova E., Biryukov M., Troitskaya O., Gugin P., Milakhina E., Semenov D., Poletaeva J., Zakrevsky D., Schweigert I., Koval O. et al. // *Cells*. 2023. V. 12(2). P. 290.

- Doi: 10.3390/cells12020290.
28. Koval O., Kochneva G., Tkachenko A., Troitskaya O., Sivolobova G., Grazhdantseva A., Nushtaeva A., Kuligina E., Richter V. // *Biomed. Res. Int.* 2017. V. 2017. P. 3620510.  
Doi: 10.1155/2017/3620510.
  29. Busco G., Robert E., Chettouh-Hammas N., Pouvesle J.-M., Grillon C. // *Free Radic. Biol. Med.* 2020. V. 161. P. 290.  
Doi: 10.1016/j.freeradbiomed.2020.10.004.
  30. Kaneko T., Sasaki S., Hokari Y., Horiuchi S., Honda R., Kanzaki M. // *Biointerphases*. 2015. V. 10. P. 029521.  
Doi: 10.1116/1.4921278.
  31. Shaw P., Kumar N., Hammerschmid D., Privat-Maldonado A., Dewilde S., Bogaerts A. // *Cancers*. 2019. V. 11(8). P. 1109.  
Doi: 10.3390/cancers11081109.
  32. Yan D., Xu W., Yao X., Lin L., Sherman J., Keidar M. // *Sci. Rep.* 2018. V. 8. P. 15418.  
Doi: 10.1038/s41598-018-33914-w.
  33. Kim K., Lee W. G. // *J. Mater. Chem. B.* 2017. V. 5. P. 2726.  
Doi: 10.1039/C7TB00038C.
  34. Гугин П. П., Закревский Д. Э., Милахина Е. В. // *Письма ЖТФ*. 2021. Т. 48 (22). С. 41.  
doi: 10.21883/PJTF.2021.22.51726.18977.
  35. Biryukov M., Semenov D., Kryachkova N., Polyakova A., Patrakova E., Troitskaya O., Milakhina E., Zakrevsky D., Schweigert I., Koval O. et al. // *Biomolecules*. 2023. V. 13(11). P. 1672.  
Doi: 10.3390/biom13111672.

## ENHANCEMENT OF THE ANTICANCER EFFECT DURING THE SIMULTANEOUS TREATMENT OF CELLS BY A COLD ATMOSPHERIC PLASMA JET AND GOLD NANOPARTICLES

I. Schweigert<sup>a,\*</sup>, D. Zakrevsky<sup>a,b,c</sup>, E. Milakhina<sup>a,b,c</sup>, P. Gugin<sup>a,b</sup>, M. Biryukov<sup>a,d</sup>, A. Polyakova<sup>a,d</sup>, N. Kryachkova<sup>a,d</sup>, E. Gorbunova<sup>a,d</sup>, A. Epanchintseva<sup>d</sup>, I. Pyshnaya<sup>d</sup>, and O. Koval<sup>a,d</sup>

<sup>a</sup>Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 630090 Russia

<sup>b</sup>Rzhanov Institute of Semiconductor Physics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 630090 Russia

<sup>c</sup>Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 630073 Russia

<sup>d</sup>Institute of Chemical Biology and Fundamental Medicine, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 630090 Russia

\*e-mail: ivschweigert@gmail.com

Selecting the most effective and biologically safe operation regimes of a cold atmospheric plasma jet (CAPJ) is a defining factor in developing the cancer treatments based on the CAPJ. Experimentally and numerically, by changing the pulse duration of the positive pulsed voltage, we determined the optimum CAPJ regimes with regular propagation of streamers and a maximum discharge current at a temperature  $T < 42^\circ\text{C}$ . In these regimes, the CAPJ appreciably suppresses the viability of the cancerous cells. It was shown that adding gold nanoparticles increases the cytotoxic effect of the plasma jet and decreases the viability of the NCI-H23 epithelioid lung adenocarcinoma, the A549 lung adenocarcinoma, the BrCC4e-134 mammary adenocarcinoma, and the cells of the uMel1 uveal melanoma. The polyethyleneglycol-modified gold nanoparticles with fluorescent labels were used to visualize the absorption of the nanoparticles by the cells. It was shown that the CAPJ stimulated the penetration of the nanoparticles into the cells when they were applied to the medium immediately before the CAPJ treatment or immediately after, which indicates a short-time increase in the permeability of the cell membrane.

**Keywords:** cold atmospheric plasma jet, penetration of gold nanoparticles, pulsed voltage, pulse duration, regime optimization

## ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ТОК ПЛАЗМЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТОКОВЫХ СЛОЕВ

© 2024 г. А. Г. Франк<sup>a,\*</sup>, И. Р. Нугаев<sup>a,\*\*</sup>, Д. Е. Харлачев<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

\*e-mail: annfrank@fpl.gpi.ru

\*\*e-mail: gfnov@mail.ru

Поступила в редакцию 08.07.2024 г.

После доработки 14.08.2024 г.

Принята к публикации 02.09.2024 г.

Предложена и реализована экспериментально методика оперативной оценки ряда ключевых параметров, которые определяют особенности эволюции и динамики токовых слоев, создаваемых в лабораторных экспериментах. Методика основана на анализе изменений во времени интегрального тока плазмы в течение его первого полупериода. Поперечные размеры токовых слоев и напряженность начального электрического поля, инициирующего образование слоя, можно оценить на основе определения индуктивностей как всего колебательного контура, так и области, где протекает ток плазмы. Данные о проводимости плазмы могут быть получены при измерении активного сопротивления плазменного промежутка и размеров токового слоя. Показано, что проводимость увеличивалась в условиях, которые соответствовали увеличению плотности плазмы, что указывает на турбулентный характер проводимости.

**Ключевые слова:** плазма, токовый слой, динамические процессы, магнитное пересоединение, лабораторные эксперименты

DOI: 10.31857/S0367292124110064, EDN: FBTEUJ

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Процессы магнитного пересоединения в токовых слоях лежат в основе многих нестационарных явлений в космической и лабораторной плазме, которые сопровождаются быстрым преобразованием энергии магнитного поля в кинетическую и тепловую энергию плазмы, в потоки высокоэнергичных частиц и излучений. Это вспышки на Солнце и звездах, суббури в магнитосферах Земли и других планет, неустойчивости срыва в плазме токамаков, динамические явления в тэта-пинчах с обратным полем, плазменном фокусе и др. [1–4].

Сравнительно тонкие токовые слои, в которых сконцентрирован электрический ток, служат границей раздела магнитных полей противоположных или различающихся направлений [1, 3, 5, 6]. В окрестности токовых слоев сосредоточен значительный запас магнитной энергии, которая при определенных условиях может трансформироваться в энергию плазмы и ускоренных частиц.

Изучение динамики токовых слоев и процессов магнитного пересоединения в лабораторных экспериментах ориентировано, как на выяснение физической природы преобразования энергии в плазме в сложных неоднородных магнитных полях, так и на моделирование нестационарных астрофизических явлений (см. [7–9] и цитированную там литературу).

Эти эксперименты проводятся в хорошо контролируемых и воспроизводимых условиях, с применением разнообразных методов диагностики плазмы. Возможность целенаправленного изменения экспериментальных условий позволяет создавать различные магнитоплазменные конфигурации и моделировать разнообразные явления, которые происходят в космическом пространстве и оказывают влияние на состояние межпланетного пространства, на атмосферу Земли, планет и на “космическую погоду”. Такие исследования представляют собой одно из перспективных направлений “лабораторной астрофизики” [10–14].

Формирование и эволюция токовых слоев в различных магнитных конфигурациях традиционно исследуются в Институте общей физики им. А.М. Прохорова РАН с помощью серии экспериментальных установок “Токовый слой” [9, 15–17]. Наряду с анализом структуры и динамики токовых слоев проводится сопоставление результатов лабораторных экспериментов с данными, полученными с помощью спутниковых миссий в магнитосфере Земли [10–12, 18–20].

В последнее время была проведена модернизация установки ТС-3DM [21], с помощью которой планируется исследовать возможности кумуляции магнитной энергии при формировании токовых слоев в трехмерных магнитных конфигурациях, получения высокоэнергичных сверхтепловых потоков плазмы, реали-



зации перехода от метастабильной стадии эволюции токовых слоев к импульсной фазе магнитного пересоединения. Такой переход должен обеспечить быструю трансформацию энергии магнитного поля, сосредоточенной в окрестности токового слоя, в кинетическую и тепловую энергию плазмы, в потоки высокоэнергичных частиц, ускоренных в индукционных электрических полях.

Для успешного проведения таких экспериментов необходимо обеспечить выполнение условия вмерзновенности магнитного поля в плазму в течение интервала времени, по крайней мере, сопоставимого со временем существования токового слоя [1, 9]. В лабораторных условиях, в отличие от космических объектов, ключевой момент, определяющий условие вмерзновенности, — это достаточно высокая проводимость плазмы токового слоя. Однако проводимость плазмы с протекающим в ней током во многих случаях оказывается аномально низкой из-за развития плазменных неустойчивостей [22]. В результате концентрация магнитной энергии в окрестности формирующегося токового слоя может быть реализована лишь в ограниченном диапазоне начальных условий, которые должны быть определены экспериментально, причем желательно на основе наиболее простых измерений, которые не требуют последующей длительной обработки.

Для перехода к импульсной фазе магнитного пересоединения, т. е. для осуществления разрыва токового слоя, необходимо, согласно имеющимся представлениям, чтобы слой обладал достаточно большой протяженностью, т. е. чтобы ширина слоя, или его больший поперечный размер, превышал меньший поперечный размер более, чем в 6–10 раз [23, 24]. В связи с этим возникает необходимость оперативного определения размеров области, в которой сосредоточен ток плазмы.

В различных экспериментах, направленных на изучение процессов магнитного пересоединения, пространственные распределения тока и плазмы в токовых слоях подробно исследовались при измерениях магнитных полей внутри плазменного объема [25–32], а также на основе метода голографической интерферометрии [33–36]. Такие измерения являются достаточно трудоемкими и требуют последующей детальной обработки результатов. При этом для проведения магнитных измерений малогабаритные контейнеры с зондами вводятся непосредственно в плазму, что неизбежно вызывает локальное охлаждение плазмы и появление дополнительных примесей.

Вместе с тем, в экспериментах с токовыми слоями обычно регулярно измеряется интегральный ток плазмы.

В настоящей работе предложен и экспериментально реализован метод оперативной оценки усредненной проводимости плазмы токовых слоев и геометрии области, в которой протекает электрический ток, на

основе анализа изменения во времени интегрального тока плазмы в течение его первого полупериода. Такие оценки позволяют определить основные тенденции изменения параметров токовых слоев при изменении начальных условий, в которых происходит формирование слоя. К числу начальных условий в экспериментах на установке ТС-3DM относятся: структура квазистационарных двумерных или трехмерных магнитных полей с особой линией X-типа, род газа, наполняющего вакуумную камеру, давление газа, метод создания начальной плазмы, амплитуда электрического тока, протекающего в слое и др.

Работа имеет преимущественно методический характер, и предлагаемый метод определения параметров токовых слоев был апробирован экспериментально при формировании токовых слоев в двумерных магнитных полях с нулевой линией X-типа.

Приведенные в работе оценки указывают на аномальный характер проводимости и на нарушение условия вмерзновенности магнитного поля в плазму в исследованных режимах. Однако эти режимы не были оптимальными с точки зрения концентрации магнитной энергии в окрестности токовых слоев. Важно подчеркнуть, что сопоставление полученных результатов позволяет сделать вывод, в каком направлении целесообразно изменять экспериментальные условия для обеспечения более высокой проводимости плазмы токовых слоев.

Структура статьи следующая. Раздел 2 содержит краткое описание экспериментальной установки и основных параметров плазмы токовых слоев. В разд. 3 определялись величины индуктивностей и сопротивлений колебательного контура, с помощью которого возбуждается ток плазмы, в различных условиях. В разд. 4 получены значения индуктивностей плазменного промежутка, в котором формируются токовые слои. Разделы 5, 6 содержат оценки размеров областей, в которых сосредоточен ток плазмы, и усредненной проводимости плазмы в различных условиях. В разд. 7 сформулированы основные выводы работы.

## 2. УСТАНОВКА ТС-3DM И ПАРАМЕТРЫ ПЛАЗМЫ ТОКОВЫХ СЛОЕВ

Измерения интегрального тока плазмы в токовых слоях проводились с помощью установки ТС-3DM, которая по основным физическим характеристикам аналогична установке ТС-3D (см., например, [9, 15–17, 31]). В описываемых экспериментах были задействованы две базовые системы установки: система создания квазистационарного двумерного магнитного поля с нулевой линией и система возбуждения электрического тока параллельно нулевой линии.

2D магнитная конфигурация с нулевой линией на оси  $z$  и магнитными силовыми линиями в плоскости  $(x, y)$  (квадрупольное магнитное поле)

$$\mathbf{B} = \{h_y, h_x, 0\} \quad (1)$$

создается при разряде батареи конденсаторов ( $C_q = 2.3$  мФ,  $W_q = 70$  кДж) на систему прямых проводников, расположенных вдоль образующей поверхности цилиндра диаметром 24 см. Длина проводников — 100 см. Каждое плечо квадрупольно состоит из двух проводников, расстояние между которыми — 4 см. Все 8 проводников системы соединены последовательно. В данном эксперименте градиент 2D магнитного поля составлял  $h = 0.28\text{--}0.57$  кГс/см, при этом ток в проводниках квадрупольно  $J_q = 35\text{--}70$  кА.

Нулевая линия магнитного поля (1) совмещена с осью цилиндрической кварцевой вакуумной камеры диаметром 18 см и длиной 100 см. После предварительной откачки камера заполняется рабочим газом — аргонном до давления 15–30 мТорр.

Возбуждение электрического тока  $J_z$  происходит при разряде батареи малоиндуктивных конденсаторов ( $C = 7.5$  мкФ,  $U_z \approx 10\text{--}15$  кВ). При этом импульсное напряжение подается на промежуток между двумя цилиндрическими электродами, введенными в вакуумную камеру с торцов, и возникает колебательный разряд. Диаметр электродов — 13 см, расстояние между ними — 60 см (рис. 1). Именно в межэлектродном промежутке создается плазма и может происходить формирование токового слоя. Замыкание тока  $J_z$  осуществляется с помощью обратного токопровода, который состоит из четырех прямых цилиндрических проводников диаметром 1.2 см, расположенных снаружи у поверхности вакуумной камеры (рис. 1, 2).

Зависимость от времени тока плазмы  $J_z(t)$  имеет характер затухающей синусоиды,

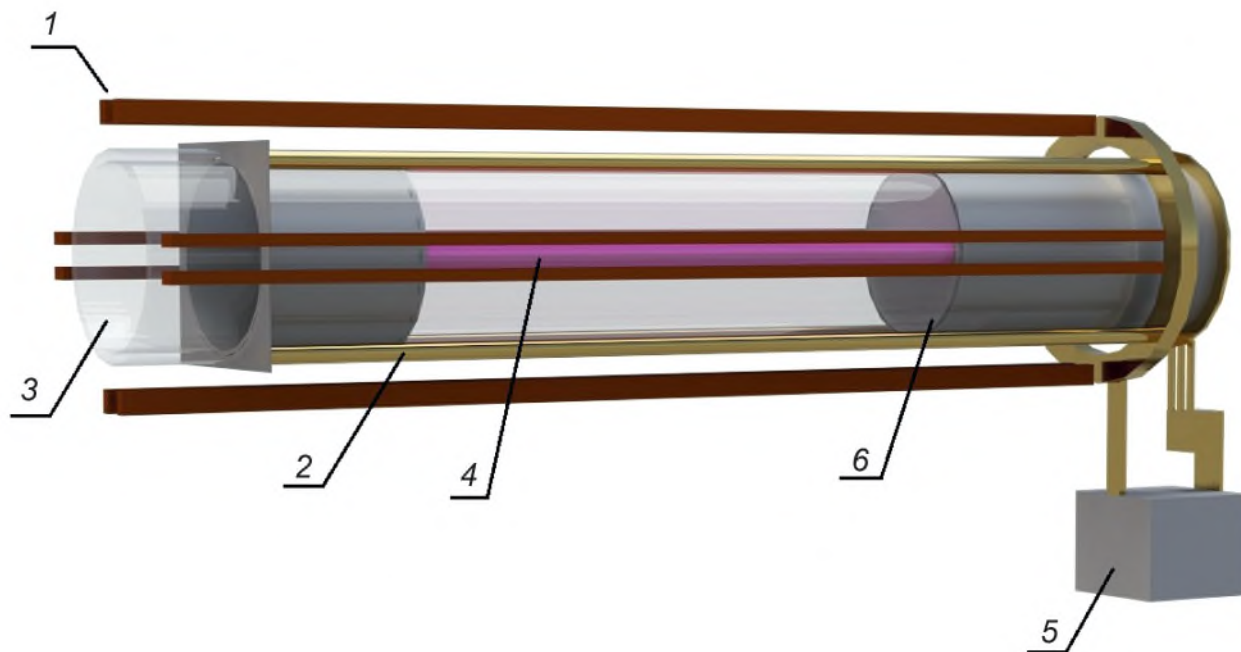
$$J_z(t) = J_z^0 e^{-\delta t} \sin(\omega t). \quad (2)$$

Круговая частота  $\omega$  и декремент затухания  $\delta$  синусоиды зависят от условий эксперимента: градиента квадрупольного магнитного поля  $h$ , рода газа, наполнявшего камеру, давления газа  $p$  и напряжения  $U_z$ . Длительность полупериода тока  $T/2 \approx 5\text{--}5.7$  мкс, амплитуда тока  $J_z^0 \approx 30\text{--}40$  кА, см. рис. 3, на котором приведены зависимости тока плазмы  $J_z(t)$  от времени при различных градиентах  $h$ ; остальные условия были идентичными:  $\text{Ar}$ ,  $p \approx 30$  мТорр,  $U_z \approx 15$  кВ.

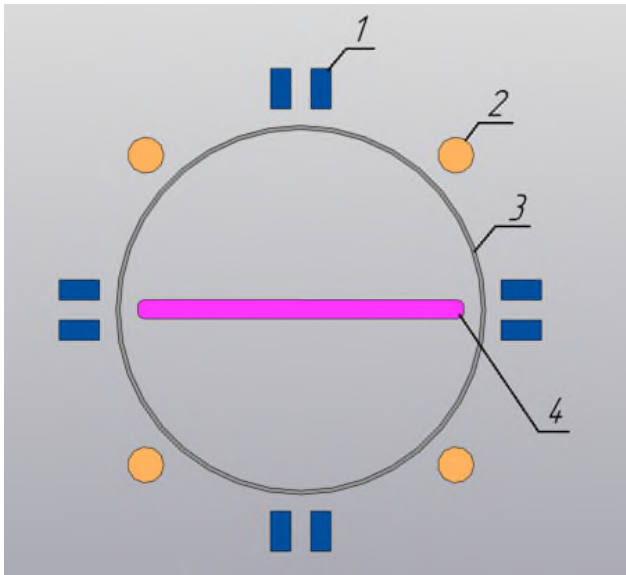
Протекающий в системе ток  $J_z$  измеряется с помощью пояса Роговского, который охватывает вакуумную камеру снаружи. Число витков пояса  $N = 313$ , индуктивность  $L = 10$  мкГн, интегрирующее сопротивление  $R = 0.235$  Ом.

В отличие от большинства исследований, проводившихся на установках “Токовый Слой” [9, 15–17, 27, 31–34], в данной работе эксперименты проводились без предварительного создания плазмы, поэтому сначала происходила ионизация нейтрального газа, заполнявшего вакуумную камеру, и создавалась начальная плазма, в которой затем возникал электрический ток.

При возбуждении тока  $J_z$ , который направлен параллельно нулевой линии квадрупольного магнитного поля (1), происходит формирование токового слоя



**Рис. 1.** Экспериментальная установка TC-3DM: 1 — система проводников квадрупольного магнитного поля; 2 — электроды для возбуждения электрического тока; 3 — вакуумная камера; 4 — токовый слой; 5 — конденсатор системы возбуждения электрического тока; 6 — сетка электрода.



**Рис. 2.** Поперечное сечение установки: 1 — система проводников квадрупольного магнитного поля; 2 — проводник обратного тока; 3 — вакуумная камера; 4 — токый слой

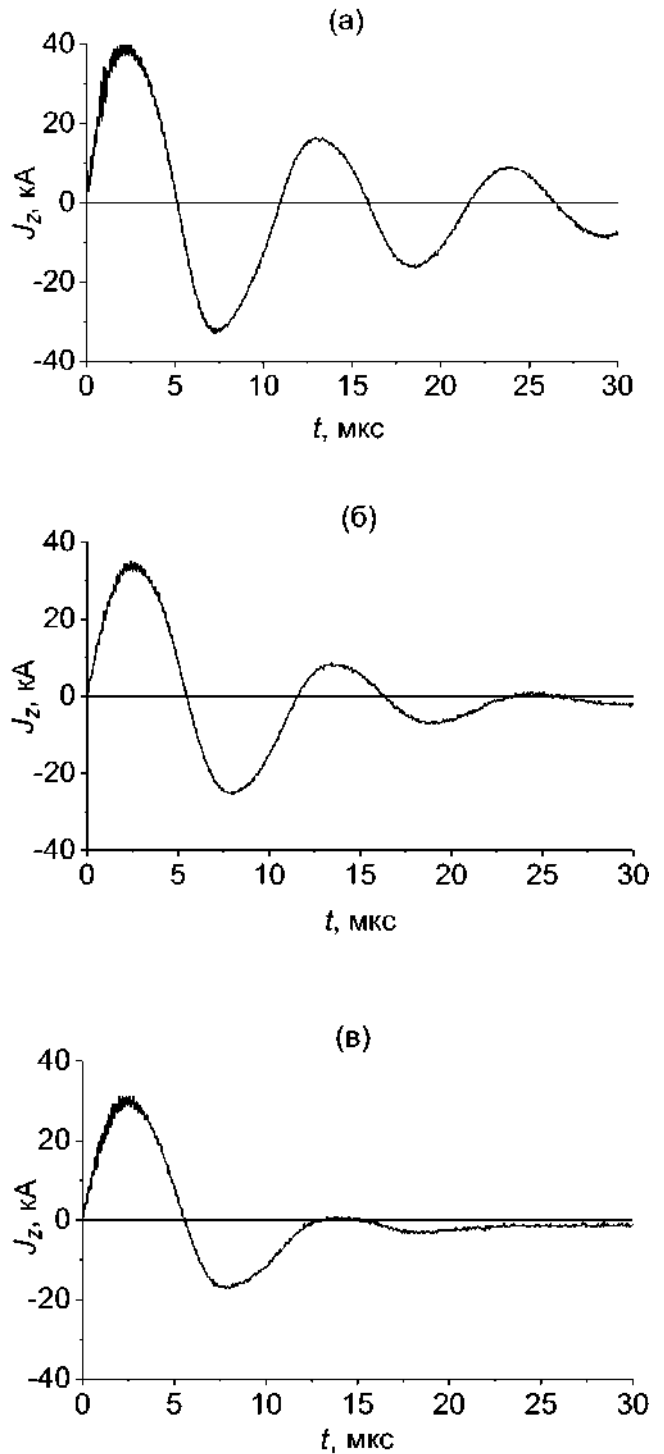
[1, 2, 9, 16, 17, 25, 27, 31]. Токый слой характеризуется двумя различающимися поперечными размерами шириной, или большим поперечным размером, и толщиной — меньшим поперечным размером. В типичных условиях ширина слоя, которую мы традиционно обозначаем как  $2\Delta x$ , составляет  $\approx 12\text{--}16$  см, толщина слоя  $2\Delta y \approx 1.5\text{--}2.5$  см, максимальная плотность тока в слое может достигать величин  $j_z^0 \approx 3\text{--}4$  кА/см<sup>2</sup>. В отсутствие квадрупольного магнитного поля ток протекает в пределах цилиндрической области с диаметром равным диаметру электродов.

В процессе формирования токвого слоя происходит не только сжатие тока, но и эффективное сжатие плазмы в пределы слоя, в результате максимальная концентрация электронов в плазменном слое достигает значений  $\approx 10^{16}$  см<sup>-3</sup> [33–36]. В аргонной плазме характерные значения температур электронов ионов, которые определялись методами спектроскопии, составляют, соответственно,  $T_e \approx 5 \div 10$  эВ,  $T_i \approx 50$  эВ, степень ионизации близка к 100%, эффективный заряд ионов  $\approx 1.5$  [37–40].

### 3. ИНДУКТИВНОСТЬ И СОПРОТИВЛЕНИЕ СИСТЕМЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ ТОКА В ПЛАЗМЕ

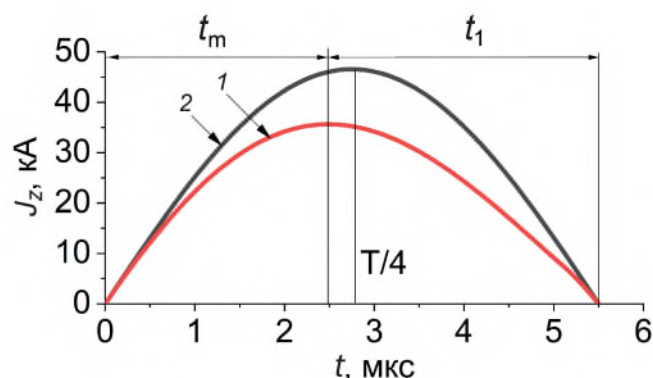
Зависимость от времени тока колебательного контура  $J_z(t)$  позволяет определить круговую частоту  $\omega$  и декремент затухания  $\delta$  контура и затем рассчитать индуктивность  $L$ , активное сопротивление  $R$  и волновое сопротивление  $\rho$  контура с помощью хорошо известных соотношений

$$\begin{aligned} \omega_0 &= (\omega^2 + \delta^2)^{1/2}, & L &= (\omega_0^2 C)^{-1/2}, \\ R &= 2L\delta, & \rho &= (L/C)^{1/2}. \end{aligned} \quad (3)$$



**Рис. 3.** Зависимость полного тока плазмы  $J_z$  от времени при разряде в аргоне, при давлении  $p \approx 3 \cdot 10^{-2}$  Торр,  $U_z = 15$  кВ:  $h = 0$  (а); 0.28 (б); 0.57 кГс/см (в).

При этом величины  $\omega$  и  $\delta$  усредняются по интервалу времени, который используется для расчетов: либо за несколько полупериодов, либо в течение первого полупериода тока. Наибольший интерес представляют индуктивности и сопротивления, рассчитанные



**Рис. 4.** Расчет зависимостей тока  $J_z(t)$  в течение первого полупериода для двух колебательных контуров с круговой частотой  $\omega_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ . Кривая 1 соответствует контуру с затуханием ( $\delta = 10^5 \text{ с}^{-1}$ ,  $R > 0$ ), кривая 2 — контуру без затухания ( $\delta = 0$  и  $R = 0$ );  $t_m$  — время достижения током максимума,  $t_1 = T/2 - t_m$ .

по данным, характеризующим первый полупериод тока. На основе полученных при этом значений  $L$  и  $R$  можно оперативно оценить некоторые параметры токовых слоев.

Для определения значений  $\omega$  и  $\delta$  в течение первого полупериода тока  $J_z(t)$  необходимо измерить интервал времени  $t_m$ , в течение которого ток  $J_z$  увеличивался от нулевого значения до первого максимума, а также длительность первого полупериода тока  $T_1/2$ .

В качестве иллюстрации на рис. 4 показаны расчетные зависимости тока  $J(t)$  в течение первого полупериода для двух колебательных контуров с одной и той же круговой частотой  $\omega_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ : кривая 1 соответствует контуру с затуханием ( $\delta = 10^5 \text{ с}^{-1}$ ,  $R > 0$ ), кривая 2 — контуру без затухания ( $\delta = 0$ ,  $R = 0$ ). Из сравнения этих кривых видно, что в контуре с затуханием ток достигает максимума раньше, чем в контуре без затухания ( $t_m < T_1/4$ ), и максимальное значение тока меньше, чем при  $\delta = 0$ . Это различие обусловлено омической диссипацией на активном сопротивлении контура  $R$ .

При  $t = t_m$  производная тока  $\partial J_z / \partial t = 0$ . Дифференцируя соотношение (2), получаем:  $\text{tg}(\omega t_m) = (\omega / \delta)$ , где  $\omega = \pi / (T_1/2)$ . После очевидных преобразований и с учетом неравенства  $(\delta / \omega) < 1$  получаем зависимость  $t_m$  от декремента затухания  $\delta$

$$t_m = T_1/4 - (\delta / \omega^2). \quad (4)$$

Обозначим интервал времени, в течение которого ток  $J_z$  затем уменьшается от первого максимума до нуля как

$$t_1 = T_1/2 - t_m = T_1/4 + (\delta / \omega^2) \quad (4a)$$

и введем параметр  $\alpha$

$$\alpha = (t_1 - t_m) / (t_1 + t_m). \quad (5)$$

Подставляя в это выражение значения  $t_m$  и  $t_1$ , получаем  $\alpha = 2\delta / \pi\omega$ . Отсюда декремент затухания  $\delta$ , усредненный по первому полупериоду тока, составляет

$$\delta = \alpha\omega\pi/2. \quad (6)$$

Таким образом, зависимость тока плазмы от времени  $J_z(t)$  в течение первого полупериода позволяет в каждом случае определить значения  $\omega$  и  $\delta$ , а затем с помощью соотношений (2) рассчитать величины  $L$  и  $R$ .

Этот метод был использован в данной работе для получения сравнительных характеристик разряда в аргоне при изменениях градиента квадрупольного магнитного поля и давления нейтрального газа. На основе анализа серии осциллограмм, аналогичных приведенным на рис. 3, были получены усредненные по 3–5 импульсам работы установки данные о величинах  $\omega$  и  $\delta$ , индуктивности и сопротивлении контура, а также о максимальном значении тока плазмы в течение первого полупериода. Эти данные приведены в табл. 1.

Как можно видеть из табл. 1, индуктивность  $L$  колебательного контура увеличивается с увеличением градиента магнитного поля  $h$ , и эти изменения явно выходят за пределы диапазона ошибок измерений. При этом сопротивление контура  $R$  при разряде в квадрупольном магнитном поле практически не зависит от градиента  $h$ , но изменяется при изменении начального давления  $p$ , увеличиваясь с уменьшением давления.

#### 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ ПЛАЗМЕННОГО ПРОМЕЖУТКА

Межэлектродный плазменный промежуток, в котором может происходить формирование токового слоя, составляет относительно небольшую часть колебательного контура. В состав контура также входят батарея малоиндуктивных конденсаторов ( $C = 7.5 \text{ мкФ}$ ,

**Таблица 1.** Параметры разряда в аргоне при различных градиентах квадрупольного магнитного поля

$h$ , кГс/см	$p$ , мТорр	$J_z^{\text{max}}$ , кА	$\omega$ , $10^5 \text{ с}^{-1}$	$\delta$ , $10^5 \text{ с}^{-1}$	$L$ , нГн	$R$ , $10^{-2} \text{ Ом}$
0	28	40	$6.17 \pm 0.04$	$1.78 \pm 0.08$	$324 \pm 6$	$11.5 \pm 0.4$
0.28	28	34	$5.86 \pm 0.07$	$1.03 \pm 0.10$	$377 \pm 12$	$7.8 \pm 0.3$
0.57	28	30	$5.62 \pm 0.03$	$0.87 \pm 0.09$	$412 \pm 6$	$7.2 \pm 0.6$
0.57	16	29	$5.53 \pm 0.08$	$1.41 \pm 0.10$	$410 \pm 15$	$11.5 \pm 0.4$

$L_c \leq 10$  нГн); разрядник; соединительные подводы; два цилиндрических электрода диаметром 13 см и суммарной длиной 40 см, введенные в вакуумную камеру с торцов; обратный токопровод, состоящий из четырех прямых проводников диаметром 1.2 см, длиной 100 см, расположенных на цилиндрической поверхности диаметром 24 см (см. рис. 1, 2). Все перечисленные элементы дают определенный вклад в суммарную индуктивность колебательного контура, но, что существенно, индуктивности этих элементов остаются неизменными в различных экспериментальных условиях. Нас же интересует индуктивность той части контура, где сосредоточен ток плазмы, конфигурация которого может изменяться.

Рассмотрим вариант, когда область протекания тока в плазме представляет собой цилиндр с диаметром равным диаметру электродов. Такая ситуация возникает, когда ток  $J_z$  возбуждается в отсутствие начального квадрупольного поля, т.е. при  $h = 0$ , а также если не происходит пинчевания плазменного тока, что в данном эксперименте специально проверялось. В этом случае вакуумную камеру с электродами, плазменным промежутком и обратным токопроводом можно рассматривать как коаксиальный кабель, внутренний проводник которого имеет диаметр электродов, а внешний проводник состоит из 4-х параллельных стержней. Индуктивность такой системы может быть рассчитана с помощью следующего соотношения [41]:

$$L_c = 2l \left[ \ln \left( \frac{R}{r} \right) + \frac{1}{m} \ln \left( \frac{R}{mr} \right) + \frac{1 + 1/m}{4} \right], \quad (7)$$

где  $l = 100$  см,  $R = 12$  см,  $r = 6.5$  см,  $m = 4$ ,  $\rho = 0.6$  см. Подставляя эти значения в формулу (7), получаем  $L_c = 265.5$  нГн.

Как показано выше, индуктивность всего колебательного контура, измеренная в отсутствие квадрупольного поля, при  $h = 0$ , составляет  $L = (324 \pm 6)$  нГн (см. табл. 1). На основе сопоставления величин  $L$  и  $L_c$  можно определить суммарную индуктивность батареи конденсаторов, подводов и разрядника как  $L_0 \approx 58$  нГн. Индуктивность участков контура с электродами можно оценить, согласно формуле (7), как  $L_{el} \approx 106$  нГн.

Часть контура, которая содержит плазменный промежуток, может рассматриваться как отрезок коаксиального кабеля длиной 60 см, с внутренним проводником — собственно плазменным промежутком, и внешним проводником, состоящим из 4-х стержней обратного токопровода. Индуктивность этой части контура  $L_{pl}$  равна разности между индуктивностью всего контура  $L$ , измеренной в конкретных условиях (см. табл. 1), и суммой индуктивностей элементов  $L_0$  и  $L_{el}$ , которые не зависят от условий эксперимента:

$$L_{pl} \approx L - (L_0 + L_{el}) \approx L - 164 \text{ нГн}. \quad (8)$$

**Таблица 2.** Индуктивности  $L_{pl}$  межэлектродной области, в которой сосредоточен ток плазмы, и напряженности электрического поля  $E_z^0$  при различных градиентах  $h$  квадрупольного магнитного поля, разряд в аргоне

$h$ , кГс/см	$L_{pl}$ , нГн	$L_{pl} / L$ , %	$E_z^0$ , В/см
0	160	49.4	120
0.28	213	56.5	140
0.57	248/246	60	150

В результате можно определить индуктивности  $L_{pl}$  межэлектродной области, в которой сосредоточен ток плазмы, при различных градиентах  $h$  квадрупольного магнитного поля (см. табл. 2).

Как видно из табл. 2, с ростом градиента магнитного поля  $h$  происходит заметное увеличение индуктивности плазменного промежутка  $L_{pl}$ , а также несколько увеличивается относительный вклад  $L_{pl}$  в суммарную индуктивность всего колебательного контура  $L$ , что приводит к увеличению напряженности электрического поля  $E_z^0$ , которое инициировало ток плазмы.

Поскольку межэлектродный плазменный промежуток можно рассматривать как внутренний проводник коаксиального кабеля, отсюда следует вывод, что увеличение индуктивности  $L_{pl}$  с ростом  $h$  обусловлено более компактным пространственным распределением тока плазмы в плоскости  $(x, y)$ .

## 5. ОЦЕНКА РАЗМЕРОВ ОБЛАСТИ, В КОТОРОЙ СОСРЕДОТОЧЕН ТОК ПЛАЗМЫ

Как указано в разд. 2, электрический ток в плазме, протекающий параллельно нулевой линии X-типа квадрупольного магнитного поля (1), принимает форму токового слоя, и поперечное сечение слоя характеризуется двумя различными размерами: большим размером — шириной и меньшим — толщиной. Интегральное свечение плазмы, которое в условиях данного эксперимента регистрировалось с торца установки, в  $z$ -направлении, демонстрирует, что в плоскости  $(x, y)$  происходит сжатие плазмы в пределы плоского двумерного слоя, что свидетельствует о формировании токового слоя [42].

В первом приближении можно представить сечение токового слоя в виде эллипса с полуосями  $b$  и  $a$ , причем  $b \gg a$ . По аналогии с предыдущим рассмотрением будем считать, что плазменный промежуток с током эллиптического сечения — это внутренний проводник коаксиального кабеля, а внешний проводник кабеля состоит из 4-х стержней обратного токопровода. В рамках сделанных предположений можно определить индуктивность такой системы следующим образом [41]:

$$L_{pl} = 2l_{pl} \left[ \ln \left( \frac{2R}{a+b} \right) + \frac{1}{m} \ln \left( \frac{R}{mr} \right) + \frac{1 + 1/m}{4} \right]. \quad (9)$$

Здесь  $l_{pl} = 60$  см, остальные обозначения были введены выше. Отсюда на основе данных об индуктивностях плазменного промежутка  $L_{pl}$  (см. табл. 2) получаем сумму полуосей эллипса  $(a + b)$  при различных градиентах  $h$  квадрупольного магнитного поля

$$\begin{aligned} h &= 0.28 \text{ кГс/см}, & (a + b) &\approx 8.3 \text{ см}; \\ h &= 0.57 \text{ кГс/см}, & (a + b) &\approx 6.3 \text{ см}. \end{aligned} \quad (10)$$

Детальные измерения, которые ранее проводились с помощью магнитных зондов, введенных непосредственно в плазму, показали, что меньший поперечный размер слоя, или его толщина, изменяется незначительно при различных градиентах квадрупольного магнитного поля  $h$  [31, 36, 43]. Так, при формировании токовых слоев в Ag толщина слоя по уровню половины максимальной плотности тока составляла  $2\Delta y_{0.5} \approx 1.4\text{--}1.8$  см при  $h = 0.57$  кГс/см и лишь незначительно превышала это значение при  $h = 0.28$  кГс/см.

С учетом этих данных естественно предположить, что малая полуось эллипса (или полутолщина слоя  $\Delta y_{0.5}$ ) лежит в пределах  $a \approx 0.7\text{--}0.9$  см при обоих градиентах  $h = 0.57; 0.28$  кГс/см. Тогда, зная величины  $(a + b)$ , соответствующие каждому значению  $h$ , можно оценить величины больших полуосей эллипсов  $b$ , а также площади поперечных сечений слоя  $S = \pi ab$ , в которых сосредоточен ток плазмы (табл. 3).

Из сравнения приведенных в табл. 3 величин больших полуосей эллипса  $b$  (или полуширин токовых слоев) при двух значениях  $h$  видно, что эти данные не противоречат выводам теории [44], а также результатам экспериментов [22], согласно которым с увеличением градиента магнитного поля  $h$  полуширина слоя уменьшается приблизительно как  $h^{-1/2}$ .

## 6. ОЦЕНКА СРЕДНЕЙ ПРОВОДИМОСТИ ПЛАЗМЫ ТОКОВЫХ СЛОЕВ

Отметим, что активное сопротивление колебательного контура  $R$  — это главным образом сопротивление плазменного промежутка, остальные элементы контура вносят незначительный вклад в величину сопротивления. При этом, как было установлено в работе [22], активное сопротивление силовых токовых слоев связано с процессами, происходящими в плазменном объеме, а не с приэлектродными явлениями. Это позволяет на основе данных об активном сопротивлении контура и о размерах области, в которой

сосредоточен ток плазмы, оценить среднюю проводимость плазмы, которая в единицах CGSE составляет

$$\sigma \approx 9 \cdot 10^{11} l_{pl} / RS. \quad (11)$$

Здесь  $l_{pl} = 60$  см — длина плазменного промежутка,  $R$  — сопротивление контура в Ом (см. табл. 1),  $S$  — площадь поперечного сечения токовой области (см. табл. 3). Отсюда получаем оценки проводимости плазмы в различных условиях, которые приведены в табл. 4.

Как следует из табл. 4, средняя проводимость плазмы составляет, в зависимости от условий эксперимента, от  $6 \cdot 10^{13}$  до  $3 \cdot 10^{13}$  с<sup>-1</sup>. При этом относительно более высокие значения проводимости реализуются при увеличении градиента квадрупольного магнитного поля, а также при более высоком начальном давлении аргона, наполнявшего вакуумную камеру.

Полученные значения проводимости плазмы позволяют оценить величину магнитной вязкости  $\nu_m$ , а также скин-слоевого времени  $t_\sigma$  и магнитное число Рейнольдса  $Re_m$ , где

$$\nu_m = \frac{c^2}{4\pi\sigma}, \quad t_\sigma = \frac{l^2}{\nu_m}, \quad Re_m = \frac{lv}{\nu_m}. \quad (12)$$

Магнитная вязкость в данном эксперименте составила  $\nu_m \approx (1.2\text{--}2.3) \cdot 10^6$  см<sup>2</sup>/с и соответственно,  $t_\sigma \approx 0.7\text{--}0.2$  мкс;  $Re_m = 1.5\text{--}0.6$  (при  $l \approx \Delta y_{0.5} \approx 0.7\text{--}0.9$  см и  $v \approx 2 \cdot 10^6$  см/с). Отсюда следует, что в данном эксперименте, а именно, при формировании токовых слоев в отсутствие начальной плазмы, условие вмерзновенности магнитного поля в плазму не выполнялось.

Вместе с тем, на основании полученных данных можно установить некоторые тенденции изменения величины проводимости плазмы в зависимости от начальных условий формирования слоя. Так, при увеличении начального давления газа в камере и при увеличении градиента квадрупольного магнитного поля, т.е. при увеличении плотности плазмы в токовом слое, наблюдалось увеличение средней проводимости плазмы. Эти тенденции, по всей вероятности, указывают на аномальный (турбулентный) характер проводимости, которая увеличивается с ростом плотности плазмы [22, 45].

## 7. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

В настоящей работе предложен и экспериментально реализован метод оперативной оценки параметров токовых слоев на основе анализа изменения во времени интегрального тока плазмы  $J_z(t)$  в течение его первого полупериода.

Определение индуктивности всего колебательного контура и затем индуктивности области, в которой сосредоточен ток плазмы, позволяет оценить поперечные размеры токовых слоев и напряженность начального электрического поля, которое инициирует

**Таблица 3.** Значения полуосей эллипса и поперечных сечений токового слоя при различных градиентах  $h$  квадрупольного магнитного поля, разряд в аргоне

$h$ , кГс/см	$a$ , см	$b$ , см	$S$ , см <sup>2</sup>	$b/a$
0.28	0.7–0.9	7.6–7.4	16.7–20.9	10.9–8.2
0.57	0.7–0.9	5.6–5.4	12.3–15.3	8.0–6.0



**Таблица 4.** Сопротивление контура, площади поперечного сечения токовой области и средняя проводимость плазмы при различных градиентах  $h$  квадрупольного магнитного поля и давлении аргона в вакуумной камере

$h$ , кГс/см	$p$ , мТорр	$R$ , $10^{-2}$ Ом	$S$ , см <sup>2</sup>	$\sigma$ , $10^{13}$ с <sup>-1</sup>
0.28	28	$7.8 \pm 0.3$ ( $\pm 3.8\%$ )	16.7–20.9	4.15–3.3
0.57	28	$7.2 \pm 0.6$ ( $\pm 8.3\%$ )	12.3–15.3	6.1–4.9
0.57	16	$11.5 \pm 0.4$ ( $\pm 3.5\%$ )	12.3–15.3	3.8–3.1

формирование слоя, в различных экспериментальных условиях.

На основе определения величины активного сопротивления колебательного контура, т.е. сопротивления плазменного промежутка, а также поперечных размеров токового слоя, получены данные о проводимости плазмы в зависимости от условий эксперимента. Показано, что проводимость возрастает в тех условиях, которые приводят к увеличению плотности плазмы, что указывает на турбулентный характер проводимости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Syrovatskii S.I. // Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1981. V. 19. P. 163.
2. Прист Э., Форбс Т. Магнитное пересоединение. М.: Физматлит, 2005.
3. Biscamp D. Magnetic Reconnection in Plasmas. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000.
4. Кадомцев Б.Б. // УФН. 1987. Т. 151. С. 3. Doi: 10.3367/UFNr.0151.198701a.0003.
5. Зеленый Л.М., Артемьев А.В., Малова Х.В., Петрукович А.А., Накамура Р. // УФН. 2010. Т. 180. С. 973. Doi: 10.3367/UFNr.0180.201009g.0973.
6. Зеленый Л.М., Малова Х.В., Григоренко Е.Е., Попов В.Ю. // УФН. 2016. Т. 186. С. 1153. Doi: 10.3367/UFNr.2016.09.037923.
7. Koeperke M.E. // Rev. Geophys. 2008. V. 46. P. 1. Doi: 10.1029/2005RG000168.
8. Yamada M., Kurlsrud R., Ji H. // Rev. Modern Phys. 2010. V. 82. P. 603. Doi: 10.1103/RevModPhys.82.603.
9. Франк А. Г. // УФН. 2010. Т. 180. С. 982. Doi: 10.3367/UFNr.0180.201009h.0982.
10. Artemyev A.V., Petrukovich A.A., Frank A.G., Vasko I.Y., Nakamura R., Zelenyi L.M. // J. Geophys. Res. 2013. V. 118. P. 2789. Doi: 10.1002/jgra.50297.
11. Франк А.Г., Артемьев А.В., Зелёный Л.М. // ЖЭТФ. 2016. Т. 150. С. 807. Doi: 10.7868/S0044451016100163.
12. Frank A.G., Artemyev A.V., Lu S., Zhang X.-J., Kyrie N.P. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2023. V. 65. P. 095006. Doi: 10.1088/1361-6587/ace73a.
13. Zweibel E.G., Yamada M. // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 2009. V. 47. P. 291. Doi: 10.1146/annurev-astro-082708-101726.
14. Frank A.G., Kyrie N.P., Savinov S.A., Nugaev I.R., Kharlachev D.E., Ivanov V.A., Stepakhin V.D. // Astronomy Rep. 2024. V. 68. P. 406. Doi: 10.1134/S1063772924700392.
15. Frank A.G. // Plasma Phys. Rep. 2022. V. 48. P. 574. Doi: 10.1134/S1063780X22200144.
16. Frank A.G., Kyrie N.P., Satunin S.N., Savinov S.A. // Universe. 2021. V. 7. P. 400. Doi: 10.3390/universe7110400.
17. Frank A.G., Savinov S.A. // Symmetry. 2024. V. 16. P. 103. Doi: 10.3390/sym16010103.
18. Юшков Е.В., Франк А.Г., Артемьев А.В., Петрукович А.А., Васью И.Ю. // Физика плазмы. 2015. Т. 41. С. 73. Doi: 10.7868/S0367292115010060.
19. Франк А.Г., Островская Г.В., Юшков Е.В., Артемьев А.В., Сатунин С.Н. // Космич. исслед. 2017. Т. 55. С. 48. Doi: 10.7868/S0023420617010058.
20. Юшков Е.В., Франк А.Г., Артемьев А.В., Петрукович А.А., Накамура Р. // Физика плазмы. 2018. Т. 44. С. 983. Doi: 10.1134/S0367292118120119.
21. Франк А.Г., Кирий Н.П., Иванов В.А., Савинов С.А., Огинов А.В., Мингалеев А.Р., Шпаков К.В., Нугаев И.Р., Харлачев Д.Е., Степахин В.Д. // Физмат. 2023. Т. 1. С. 84. Doi: 10.56304/S0000000023020065.
22. Франк А.Г. // Труды ФИАН. 1974. Т. 74. С. 108.
23. Furth H.P., Killen I.K., Rosenbluth M.N. // Phys. Fluids. V. 227. P. 459. Doi: 10.1063/1.1706761.
24. Coppi B., Laval G., Pellat R. // Phys. Rev. Letters. 1966. V. 227. P. 1207. Doi: 10.1103/PhysRevLett.16.1207.
25. Сыроватский С.И., Франк А.Г., Ходжаев А.З. // Письма ЖЭТФ. 1972. Т. 15. С. 138.
26. Stenzel R.L., Gekelman W. // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. P. 649. Doi: 10.1029/JA086iA02p00649.
27. Богданов С.Ю., Марков В.С., Франк А.Г. // Письма ЖЭТФ. 1982. Т. 35. С. 232.
28. Ono Y., Morita A., Katsurai M., Yamada M. // Phys. Fluids B. 1993. V. 5. P. 3691. Doi: 10.1063/1.860840.

29. Yamada M., Ji H., Hsu S., Carter T., Kulsrud R., Bretz N., Jobs F., Ono Y., Perkins F. // *Phys. Plasmas*. 1997. V. 14. P. 1936.  
Doi: 10.1063/1.872336.
30. Egedal J., Oiroset M., Fox W., Lin R.P. // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. P. 025006.  
Doi: 10.1103/PhysRevLett.94.025006.
31. Франк А.Г., Сатунин С.Н. // *Физика плазмы*. 2011. Т. 37. С. 889.
32. Франк А.Г., Сатунин С.Н. // *Письма ЖЭТФ*. 2020. Т. 112. С. 667.  
Doi: 10.31857/S1234567820220061.
33. Frank A.G., Bogdanov S.Yu., Markov V.S., Dreiden G.V., Ostrovskaya G.V. // *Phys. Plasmas*. 2005. V. 12. P. 052316.  
Doi: 10.1063/1.1896376.
34. Богданов С.Ю., Дрейден Г.В., Марков В.С., Островская Г.В., Франк А.Г. // *Физика плазмы* 2007. Т. 33. С. 1014.
35. Островская Г.В., Франк А.Г., Богданов С.Ю. // *ЖТФ* 2010. Т. 80. С. 24.
36. Островская Г.В., Франк А.Г. // *Физика плазмы*. 2014. Т. 40. С. 24.  
Doi: 10.7868/S0367292114010090.
37. Воронов Г.С., Кирий Н.П., Франк А.Г. // *Физика плазмы*. 2002. Т. 28. С. 1004.
38. Воронов Г.С., Кирий Н.П., Марков В.С., Островская Г.В., Франк А.Г. // *Физика плазмы*. 2008. Т. 34. С. 1080.
39. Кирий Н.П., Марков В.С., Франк А.Г., Васильков Д.Г., Воронова Е.В. // *Физика плазмы*. 2016. Т. 42. С. 563.  
Doi: 10.7868/S0367292116060044.
40. Кирий Н.П., Франк А.Г., Васильков Д.Г. // *Физика плазмы*. 2019. Т. 45. С. 313.  
Doi: 10.1134/S0367292119040036.
41. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Л.: Энергоатомиздат, 1986.
42. Харлачев Д.Е., Нугаев И.Р. // I Всероссийская научная школа НЦФМ по экспериментальной лабораторной астрофизике и геофизике, Саров, 2023. Т. 1. С. 96.
43. Богданов С.Ю., Бугров С.Г., Грицына В.П., Зверев О.В., Карнов Г.В., Марков В.С., Репин Д.В., Франк А.Г. // *Физика плазмы*. 2007. Т. 33. С. 483.
44. Сыроватский С.И. // *ЖЭТФ*. 1971. Т. 6. С. 1727.
45. Hamberger S.M., Friedman M. // *Phys. Rev. Lett.* 1968. V. 21. P. 674.

## INTEGRAL PLASMA CURRENT AND DETERMINATION OF CURRENT SHEET PARAMETERS

A. G. Frank<sup>a,\*</sup>, I. R. Nugaev<sup>a,\*\*</sup>, and D. E. Kharlachev<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

<sup>\*</sup>*e-mail: annfrank@fpl.gpi.ru*

<sup>\*\*</sup>*e-mail: gfnov@mail.ru*

A method for prompt estimation of a number of key parameters that determine the features of the evolution and dynamics of current sheets produced in laboratory experiments has been proposed and realized experimentally. The method is based on the analysis of time dependences of the integral plasma current during its first half-period. The transverse dimensions of the current sheets and the strength of the initial electric field that initiates the sheet formation can be estimated on the base of defining the inductances of both the entire oscillatory contour and the region where the plasma current flows. Data on the plasma conductivity can be obtained by measuring the active resistance of the plasma gap and the dimensions of the current sheet. It is shown that the conductivity increased under conditions that corresponded to an increase in plasma density, indicating a turbulent nature of the conductivity.

**Keywords:** plasma, current sheet, dynamic processes, magnetic reconnection, laboratory experiments

# ОСОБЕННОСТИ РАДИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОСЕВОМ СТРУЙНОМ ВЫБРОСЕ В ПЛАЗМЕННОМ ФОКУСЕ

© 2024 г. В. И. Крауз<sup>a,\*</sup>, К. Н. Митрофанов<sup>a,b,\*\*</sup>, В. В. Мялтон<sup>a</sup>,  
А. М. Харрасов<sup>a</sup>, Ю. В. Виноградова<sup>a</sup>

<sup>a</sup> НИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия

<sup>b</sup> ГНЦ РФ “Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований”, Москва, Россия

\*e-mail: krauz\_vi@nrcki.ru

\*\*e-mail: mitrofan@triniti.ru

Поступила в редакцию 07.06.2024 г.

После доработки 17.09.2024 г.

Принята к публикации 20.09.2024 г.

Проведены исследования радиального распределения  $B_z$ -поля на расстоянии 35 см от области генерации осевого струйного выброса (поверхности анода установки) на плазмодиффузионной установке ПФ-3. Измерения проводились многоканальными магнитными зондами, расположенными в пролетной камере установки. Это позволяло измерять распределение магнитного поля в 18-ти точках по обе стороны от оси пролетной камеры. Магнитные зонды были калиброваны как по абсолютной величине, так и по направлению магнитного поля. Для создания начального продольного (полоидального) магнитного поля использовался внешний многослойный соленоид. Схема питания соленоида позволяла получать различное направление  $B_z$ -поля — вдоль или против оси установки. Показано, что распределение полоидального поля достигает максимума в центре сгустка и спадает на периферии, вне зависимости от наличия внешнего магнитного поля.  $B_z$ -поле имеет радиальное распределение  $B_z(r)$ , близкое по форме к распределению магнитного поля соленоида. Работа выполнена в рамках программы моделирования джетов молодых звездных объектов.

**Ключевые слова:** плазменный фокус, динамика плазмы, магнитное поле, джеты молодых звездных объектов, лабораторное моделирование

DOI: 10.31857/S0367292124110071, EDN: FBSSEM

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Плазменные потоки, генерируемые в плазмодиффузионном разряде, являются объектом пристального внимания исследователей, что обусловлено широкой областью их применения в различных областях науки и техники. В числе этих применений в последнее время активно развивается направление, связанное с лабораторным моделированием астрофизических процессов, в частности астрофизических джетов. Астрофизические джеты — одно из ярких явлений, наблюдаемое у широкого класса астрофизических объектов: от молодых звезд до активных ядер Галактик [1]. В настоящее время в качестве основной модели образования струйных выбросов рассматривается магнито-гидродинамическая модель [2]. Магнитное поле является связующим звеном между центральной машиной и джетом. При этом полоидальное магнитное поле задает направление выброса, а продольный электрический ток, текущий вдоль струйного выброса, создает тороидальное магнитное поле, давление которого может коллимировать выброс. Однако имеющиеся в распоряжении исследователей средства наблюдения не позволяют получить необходимую информа-

цию о параметрах этого поля даже для сравнительно близких объектов, таких как молодые звездные объекты, что затрудняет обоснование предлагаемых моделей. Значительную помощь в этом случае может оказать лабораторное моделирование. Поскольку уравнения магнитной гидродинамики не имеют внутреннего масштаба, то при соблюдении определенных соотношений подобия процессы в астрофизической плазме и в лабораторной плазме описываются одними и теми же уравнениями, несмотря на огромные различия в пространственных и временных масштабах. Основные требования к таким соотношениям подобия сформулированы, например, в работах [3, 4]. В частности, они относятся к таким безразмерным параметрам, как число Рейнольдса, магнитное число Рейнольдса, число Маха, число Пекле, число Лундквиста, контраст плотности и ряд других. Этим требованиям можно удовлетворить в целом ряде экспериментальных устройств, например, описанных в работах [5–7], в том числе и на установках типа “плазменный фокус” (ПФ), которые являются источниками интенсивных плазменных потоков. Проведенные измерения плотности и температуры, как самого плазменного потока, так и фоновой плазмы, скорости потока, величины и

распределения магнитных полей и ряда других параметров позволили рассчитать основные безразмерные параметры, требованиям к которым, согласно сформулированным положениям в работах [3, 4], необходимо удовлетворить для обоснования применимости ПФ-установок для лабораторного моделирования джетов. Необходимо подчеркнуть, что здесь речь идет о моделировании джетов именно молодых звездных объектов, поскольку они являются нерелятивистскими. Было показано [8], что плазменные потоки, генерируемые в ПФ, хорошо удовлетворяют этим требованиям, что позволяет использовать их для моделирования ряда физических процессов в джетах молодых звезд.

Одной из таких задач является выяснение роли магнитных полей в астрофизических джетах. Ключевую роль при этом играет полоидальное (продольное) магнитное поле. В работе [9] был найден новый широкий класс решений обобщенного уравнения Грэда–Шафранова, позволяющий описывать осесимметричные стационарные течения. На его основе была определена внутренняя структура плазменного выброса для установок типа ПФ. В частности, построено радиальное распределение полоидального магнитного поля. Для верификации этого решения необходимо проведение измерения полоидального магнитного поля в реальном эксперименте. В случае положительного результата, аналогичный метод можно применить для нахождения самосогласованных конфигураций объектов Хербига–Аро и последующего численного расчета их движения в окружающей среде.

Проблема моделирования влияния продольного магнитного поля на параметры и динамику джета заключается в том, что в наиболее распространенных схемах моделирования магнитное поле либо отсутствует (эксперименты с лазерной плазмой), либо преобладает тороидальное (азимутальное) магнитное поле ( $Z$ -пинчи). Для того чтобы выйти из этой ситуации полоидальное поле создается с помощью внешних источников (например, с помощью катушек Гельмгольца) [5, 7, 10, 11]. На этом фоне выделяются установки “плазменный фокус”. Ранее было показано, что полоидальное магнитное поле в ПФ-разряде присутствует как на стадии пинчевания и формирования потока [12], так и в самом потоке на достаточном удалении от области генерации [13, 14]. Механизм появления этого поля в азимутально симметричной схеме эксперимента недостаточно ясен и обсуждается в настоящее время [15]. Поэтому влиять на его величину и направление не представляется возможным, что затрудняет исследования роли полоидального поля в механизме формирования и распространения плазменного потока. Для решения этой проблемы в НИЦ “Курчатовский институт” на установке ПФ-3 была разработана система создания внешнего полоидального поля с помощью соленоида, располагавшегося под анодом установки [15]. Это позволило проводить

эксперименты как в отсутствие внешнего поля, так и при его наложении, при этом имелась возможность варьировать как величину этого поля, так и его направление. В работе [15] было показано, что внешний магнитный поток  $B_z$ -поля эффективно сжимается токонесущей плазменной оболочкой (ТПО), что приводит к увеличению компоненты  $B_z$ -поля непосредственно в плазменном потоке на значительных расстояниях от области генерации (35 см). Было показано, что при наложении внешнего  $B_z$ -поля, его радиальное распределение  $B_z(r)$  в плазменном потоке близко по форме к распределению магнитного поля соленоида: в центральной части плазменного потока, в зоне повышенной плотности осевого тока, зарегистрирован максимальный уровень  $B_z$ -поля. При изменении направления внешнего магнитного поля катушки меняется знак абсолютного значения  $B_z$ -поля, при этом профиль радиального распределения магнитного поля  $B_z(r)$  в потоке не зависит от его направления. Построить достоверное радиальное распределение в случае отсутствия внешнего наложенного поля в этих экспериментах не удалось по причине малой величины собственного захваченного продольного поля, регистрируемого на уровне погрешности измерений. Данная работа посвящена исследованию радиального распределения полоидального магнитного поля, захваченного плазменным потоком, формируемым в установке плазменный фокус.

## 2. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

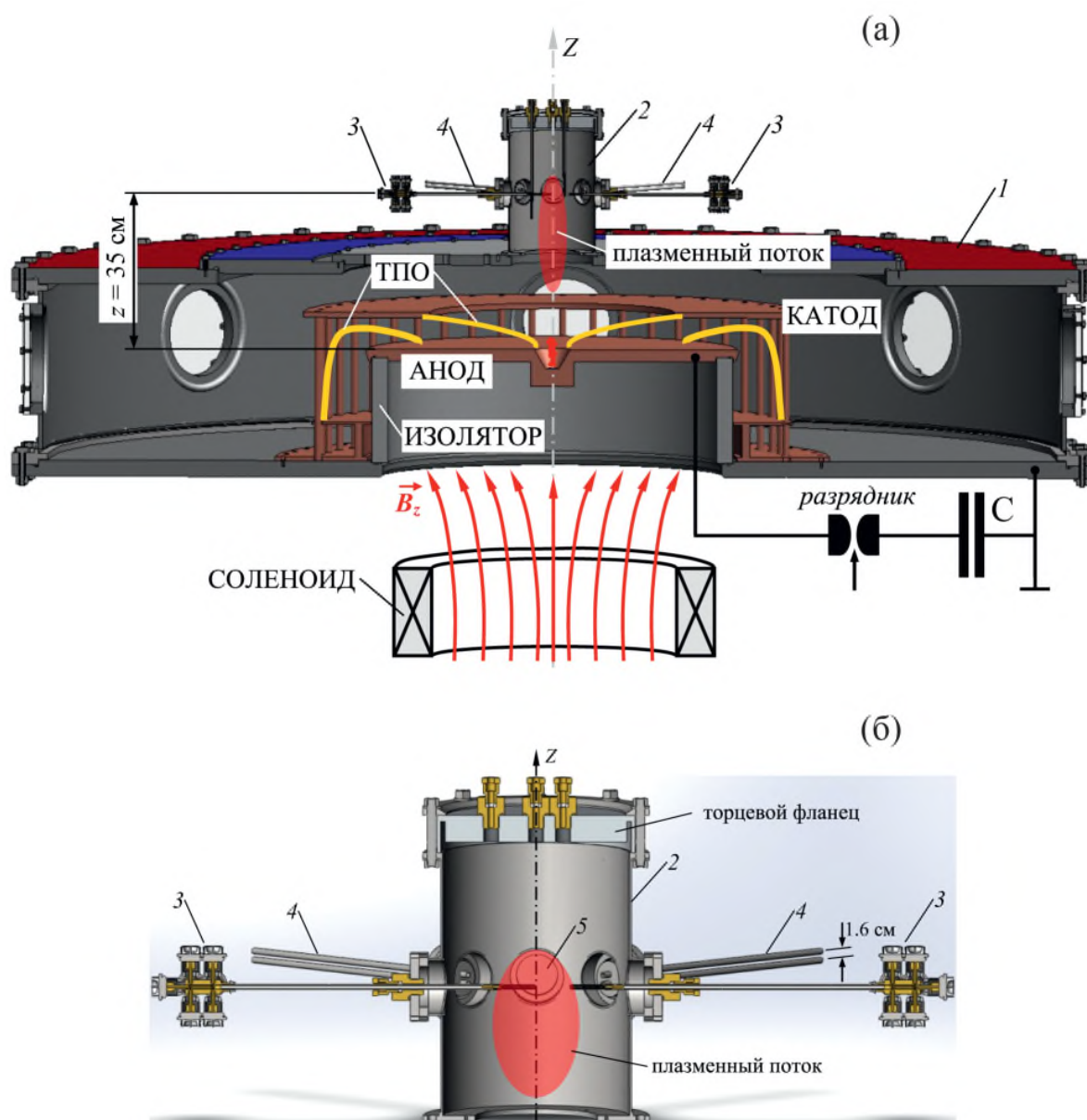
Исследования осевого плазменного потока, возникающего в результате сжатия ТПО и образования пинча, в присутствии полоидального ( $B_z$ ) магнитного поля проводились на установке ПФ-3 [16, 17]. Установка представляет собой плазменный фокус с конфигурацией электродов типа Филиппова (см. рис. 1а). Разрядный контур состоит из двух электродов (анод диаметром 92 см и штыревой катод типа “белчье колесо” диаметром 115 см, помещенные в вакуумную камеру диаметром 250 см), разделенных изолятором высотой 25 см. Эксперименты, представленные в настоящей работе, выполнены при стационарном напуске неона в качестве рабочего газа при давлении  $P_0 = 2.0$  Торр. Общий энергозапас емкостного накопителя установки составлял 370 кДж при зарядном напряжении 9 кВ. Разрядный ток в системе был около 2 МА. На этом же рис. 1а схематически показаны различные стадии сжатия ТПО и образования пинча на оси установки в прианодной области (в т.н. “анодной яме”). Там же показана область распространения осевого струйного выброса (джета) из анодной области в пространство полетной камеры.

Внешнее магнитное поле создавалось с помощью соленоида, расположенного под анодом (рис. 1а). Этот соленоид обеспечивал полный магнитный поток над поверхностью анода 686 кМкс с максимальным

начальным значением магнитной индукции 770 Гс на оси системы. Более подробно система создания внешнего магнитного поля и его распределение описаны в работе [15]. Как показали эксперименты, в результате сжатия этого потока проводящей ТПО можно достигнуть увеличения величины магнитного поля на оси (в области пинчевания и формирования потока) в рабочем разряде почти на два порядка.

Исследования динамики распространения осевого плазменного потока в окружающей среде из фонового газа проводились на значительных расстояниях от места генерации. Для этой цели используется специально сконструированная пролетная камера (см. рис. 1б)

с набором диагностических патрубков, позволяющим проводить измерения большого количества параметров плазменного потока (пространственных размеров, скорости, магнитного поля, интенсивности собственного свечения и др.) на различных расстояниях от места генерации. В настоящей серии экспериментов центры диагностических патрубков находились на расстоянии 35 см от плоскости анода. Следует заметить, что момент т.н. “особенности” на производной полного тока  $dI/dt$  традиционно принимается в качестве момента генерации осевого потока, а местом генерации в первом приближении принимается анодная плоскость (позиция  $z = 0$ ).

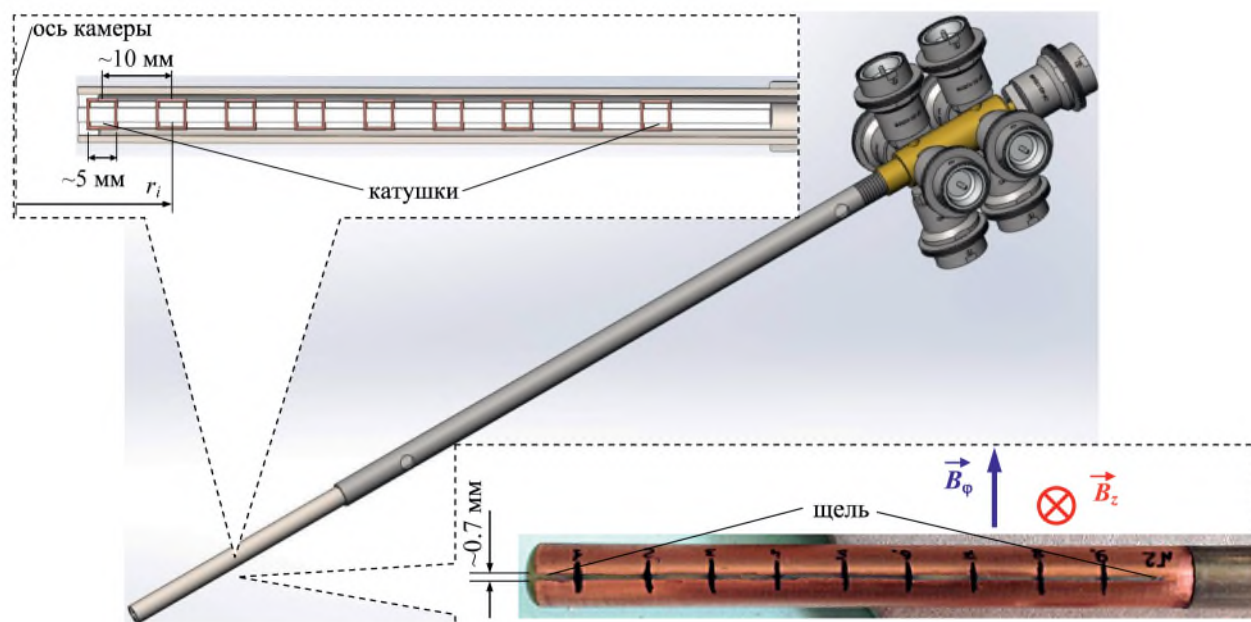


**Рис. 1.** Общий вид разрядной камеры установки ПФ-3 и ее электродной системы (а), пролетной камеры и расположения некоторых диагностических средств (б): 1 — вакуумная камера; 2 — пролетная камера; 3 — магнитные зонды; 4 — оптические коллиматоры; 5 — смотровые окна оптических диагностик (кадровых ЭОП и камеры щелевой развертки K008). На рис. (б) показано расположение магнитных зондов для измерения  $B_z(r)$  распределения магнитного поля.

В экспериментах использовались абсолютно калиброванные многоканальные магнитные зонды, позволяющие измерять полоидальную (продольную),  $B_z$ -компоненту магнитного поля в плазме при распространении осевого струйного выброса в дрейфовом пространстве полетной камеры. Характеристики магнитных зондов для измерения  $B_z$ -компоненты магнитного поля были следующие: пространственное разрешение зонда определялось размерами катушек зонда и составляло около 5 мм; временное разрешение было не хуже 1.5 нс и определялось на калибровочном стенде с частотой колебаний магнитного поля в катушке Гельмгольца 7 МГц; чувствительность катушек зонда  $k_p = (5.18 \div 9.04) \cdot 10^{-9}$  В/(Гс/с), количество каналов измерения — 9, дискретность измерения пространственного распределения  $B_z$ -поля —  $\Delta z = 10$  мм. Общий вид и подробное описание конструкции магнитного зонда представлены на рис. 2 и в работе [15]. Чувствительный элемент зонда калибровался как на величину магнитной индукции, так и на ее направление. Точность калибровки магнитных зондов (определения эффективной площади катушки) была не хуже 5%. Погрешность измерений магнитного поля в плазменном потоке с учетом обтекания оболочки зонда плазмой не превышала 20% [18, 19]. Известно, что искажения временного и амплитудного профиля магнитного поля, регистрируемого зондом, возникают за счет явлений, связанных с динамикой обтекания зонда плазменным потоком. Как показали наши эксперименты по зарегистрированным радиальным профилям  $B_z$ -поля и данным кадровой

электронно-оптической регистрации свечения плазмы, магнитный зонд с такими размерами существенно не возмущает исследуемый плазменный поток.

Одной из существенных проблем при измерении полоидальной компоненты магнитного поля является возможное влияние на результаты азимутального магнитного поля. Схема эксперимента в ПФ (как, впрочем, и в любом Z-пинче) обуславливает изначальное преобладание  $B_\phi$ -компоненты магнитного поля. Так по результатам наших измерений в экспериментах без наложенного магнитного поля величина тороидальной компоненты магнитной индукции на расстоянии 10 см от поверхности анода составляет около 30 кГс, а при распространении на расстояние до 35 см (область наших измерений в данной статье) падает до нескольких единиц кГс [15]. В экспериментах с внешним  $B_z$ -полем уровень тороидальных магнитных полей, регистрируемых зондом на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода, возрастал и составлял 5–10 кГс. Надежность выделения  $B_z$ -компоненты магнитного поля на фоне преобладающей тороидальной  $B_\phi$ -компоненты магнитного поля центрального тока джета обеспечивалась специальной формой экрана со щелью вокруг измерительных катушек зонда (см. рис. 2). Экран представлял собой медную трубку диаметром 10 мм с щелью шириной около 0.7 мм, вытянутой вдоль ее оси. Тестирование зонда с щелевым экраном на стенде показало, что взаимное расположение катушек зонда и щелевого экрана позволяет приблизительно в 400 раз уменьшить паразитный сигнал на катушки зонда от тороидальной компоненты магнит-



**Рис. 2.** Многоканальный магнитный зонд для измерения полоидальной  $B_z$ -компоненты магнитного поля в плазменном потоке. На верхней врезке к рисунку показана конструкция чувствительного элемента магнитного зонда с указанием размеров катушек и расстояний между ними. На нижней врезке к рисунку подробно показан щелевой экран зонда для выделения  $B_z$ -компоненты на фоне  $B_\phi$ -компоненты магнитного поля. Рисками указаны центры катушек.



ного поля. Таким образом, даже в случае наложения внешнего продольного поля величина магнитной индукции этого паразитного сигнала не должна превышать 20–30 Гс.

Набор вакуумных вводов позволял располагать магнитные зонды в диаметрально противоположных направлениях для измерения  $B_z(r)$  распределения магнитного поля по обе стороны от оси (см. рис. 1б) в среднем сечении ( $z_1 = 35$  см) пролетной камеры. Использование двух таких зондов позволяло проводить одновременные измерения в 18-ти точках пространства пролетной камеры в зависимости от цели эксперимента в диапазоне радиусов  $r \in (-12, 12)$  см. Сигнал с  $i$ -й катушки зонда, расположенной в точке пространства с координатами  $(r_i, z_i, \varphi_i)$ , был пропорционален производной магнитной индукции ( $U_p^i \sim \sim \partial B_z^i / \partial t$ ). Для получения временной зависимости магнитной индукции  $B_z^i(t)$  в данной точке сигнал с катушки  $U_p^i$  численно интегрировался с учетом полученных калибровочных коэффициентов  $k_p^i$ . Пространственное распределение полоидального магнитного поля  $B_z(r)$  восстанавливалось по семейству кривых  $B_z^i(t)$  в зависимости от расположения катушек магнитных зондов в пролетной камере. С помощью специальной программы обработки данных из зондовых сигналов восстанавливалось радиальное распределение магнитного поля непрерывно во времени, и на основе полученных данных создавался видеоряд в виде avi-файла. Полученный видеоряд позволял оперативно проводить анализ полученных зондовых результатов.

Фотографирование плазмы в оптическом диапазоне проводилось с помощью электронно-оптических преобразователей (ЭОП) типа ЭП-16 [20] в  $(r-z)$ -плоскости пролетной камеры. Каждый оптический регистратор представляет собой сборку из ЭОП, оптических фильтров, дистанционно управляемого цифрового фотоаппарата и системы объективов для переноса изображения. Регистрация плазменных потоков производилась также в центральном сечении ( $z = 35$  см) пролетной камеры. Экспозиция кадров составляла 30 нс. Поле зрения ЭОП-диагностики в приосевой области пролетной камеры захватывало область диаметром 13 см, разрешающая способность системы, приведенная к объекту, была около 1 мм.

В экспериментах также использовались оптические коллиматоры, собирающие световое излучение вдоль диаметра камеры, которое затем по световоду подавалось на фотокатод ФЭУ и регистрировалось на осциллографе. Коллимирование обеспечивает регистрацию излучения из относительно небольшого плазменного объема: диаметр области, попадающей в поле зрения коллиматора, не превышало 5 мм в центре пролетной камеры. Это позволяло с достаточно высокой точностью регистрировать момент прихода плазменного потока в область наблюдения и определять среднюю на пролетном участке скорость. Использование

двойного коллиматора, состоящего из двух таких каналов, как показано на рис. 1б (поз. 4), и разнесенных на небольшое расстояние (1.6 см), позволяло определять мгновенную скорость плазмы в области наблюдения по сдвигу во времени появления сигнала в различных каналах коллиматора.

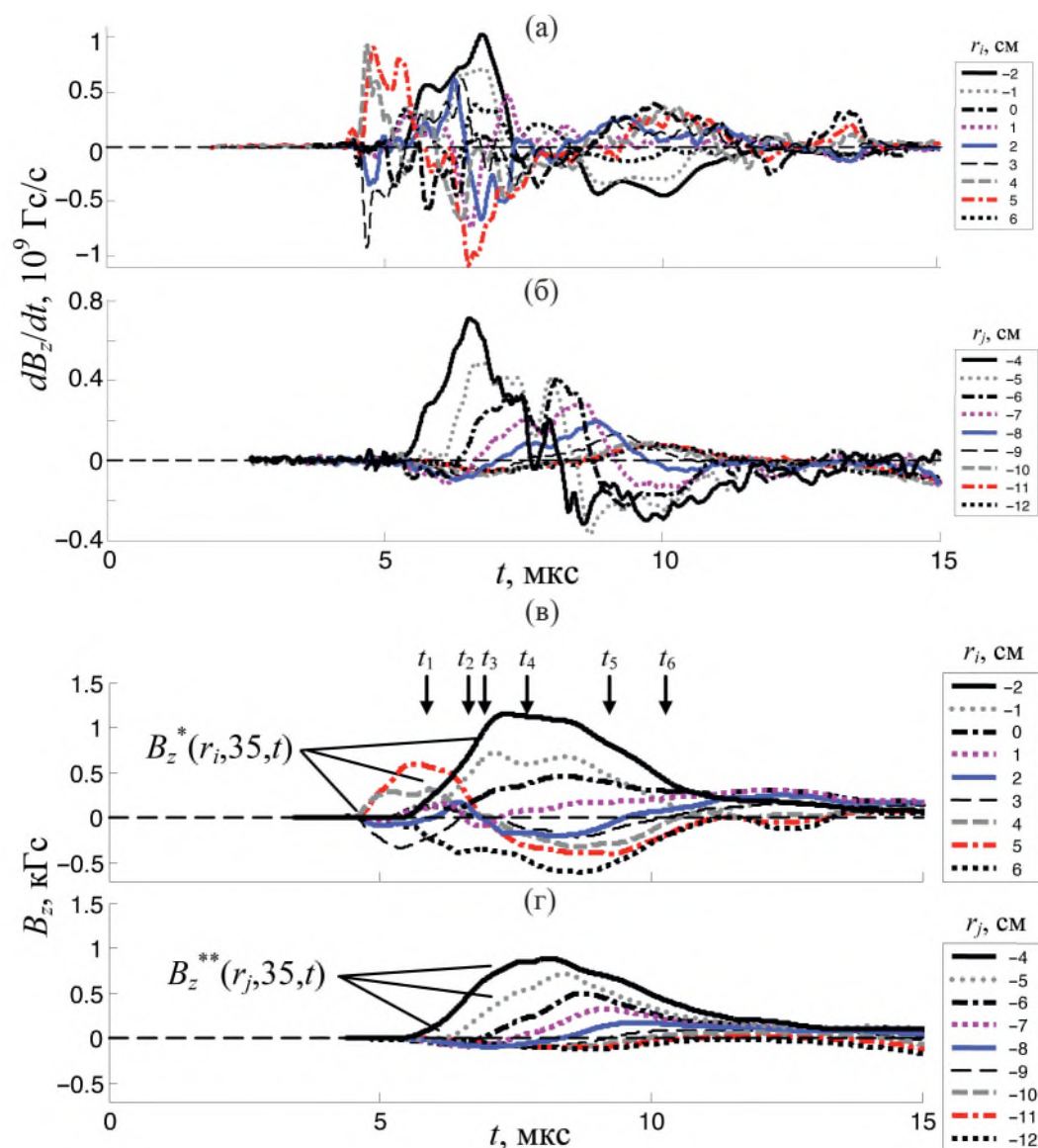
### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В этом разделе представлены результаты исследования радиального распределения продольного магнитного поля в осевом плазменном выбросе в случае квазипостоянного  $B_z$ -поля соленоида и в случае его отсутствия.

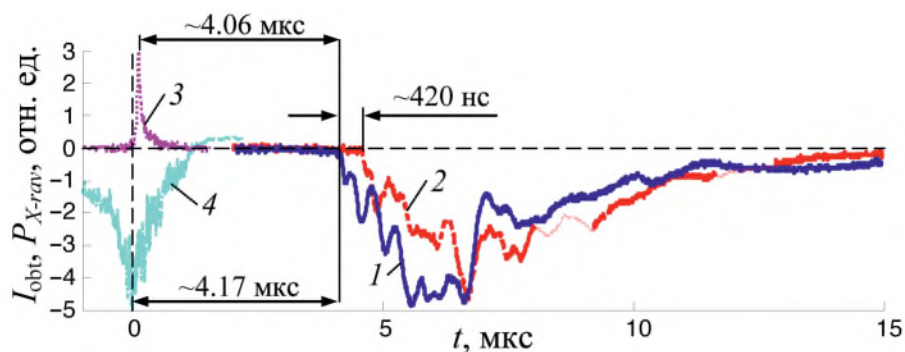
#### 3.1. Внешнее магнитное поле соленоида $B_{z0} = 0$

Как уже отмечалось, величина полоидального магнитного поля, самогенерируемого в разряде без наложенного магнитного поля, определяется физическими процессами, происходящими при пинчевании и формировании потока. Управляемым образом изменять его величину и направление в настоящее время не представляется возможным. В серии экспериментов, описанных в работе [15], величина регистрируемого полоидального поля была на пределе погрешности измерений, поэтому построить достоверное радиальное распределение не удалось. Нами была проведена дополнительная серия разрядов без наложенного магнитного поля, в которой удалось зарегистрировать плазменные потоки с собственным полоидальным полем около 1 кГс. На рис. 3 представлены результаты обработки сигналов магнитных зондов, полученных в одном из таких разрядов. Характер временных зависимостей  $B_z(t)$  следующий: на 4–5 мкс после момента генерации осевого плазменного выброса (момент  $t = 0$ ) зонды, расположенные на высоте  $z = 35$  см, уверенно начинают регистрировать  $B_z$ -поле. Этот момент приблизительно соответствует началу сигналов с оптических коллиматоров, свидетельствующих о появлении ярко излучающего плазменного объекта в области наблюдения (рис. 4). Некоторые отличия во временных параметрах могут быть обусловлены тем обстоятельством, что коллиматоры регистрируют излучение из достаточно малой области на оси системы, при этом ось наблюдения перпендикулярна оси ввода магнитных зондов. Так как плазменный поток имеет сложный профиль (об этом будет сказано ниже), то это может приводить к некоторым различиям в начале сигналов коллиматоров и различных катушек зонда. Через 2–2.5 мкс зонды регистрируют максимальный уровень полоидального магнитного поля. В данном разряде зарегистрировано амплитудное значение  $B_z$ -поля более 1 кГс. Полярность зондовых сигналов соответствует направлению магнитной индукции полоидального магнитного поля от анода установки вверх по оси  $Z$ . Далее, в течение 4–5 мкс наблюдается падение регистрируемого маг-





**Рис. 3.** Сигналы магнитных зондов (а), зарегистрированные на радиусах  $r_i \in [-2; 1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6]$  см (зонд № 1) и  $r_j \in [-4; -5; -6; -7; -8; -9; -10; -11; -12]$  см (зонд № 2), и восстановленные по ним временные зависимости полоидального магнитного поля (б) в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4632, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $B_{z0} = 0$ ). Справа в легенде показано соответствие представленных кривых радиусам расположения катушек зондов.



**Рис. 4.** Сигналы с оптических коллиматоров (1 и 2), датчика рентгеновского излучения СППД-11-02 (3) и производной разрядного тока (4).

нитного поля до уровня 0.1–0.2 кГс. Полная длительность сигналов магнитных зондов близка к длительности сигналов оптических коллиматоров, что свидетельствует о полном пролете плазменного потока места расположения магнитных датчиков. Таким образом, можно утверждать, что собственное пологоидальное магнитное поле сосредоточено, в основном, внутри плазменного потока.

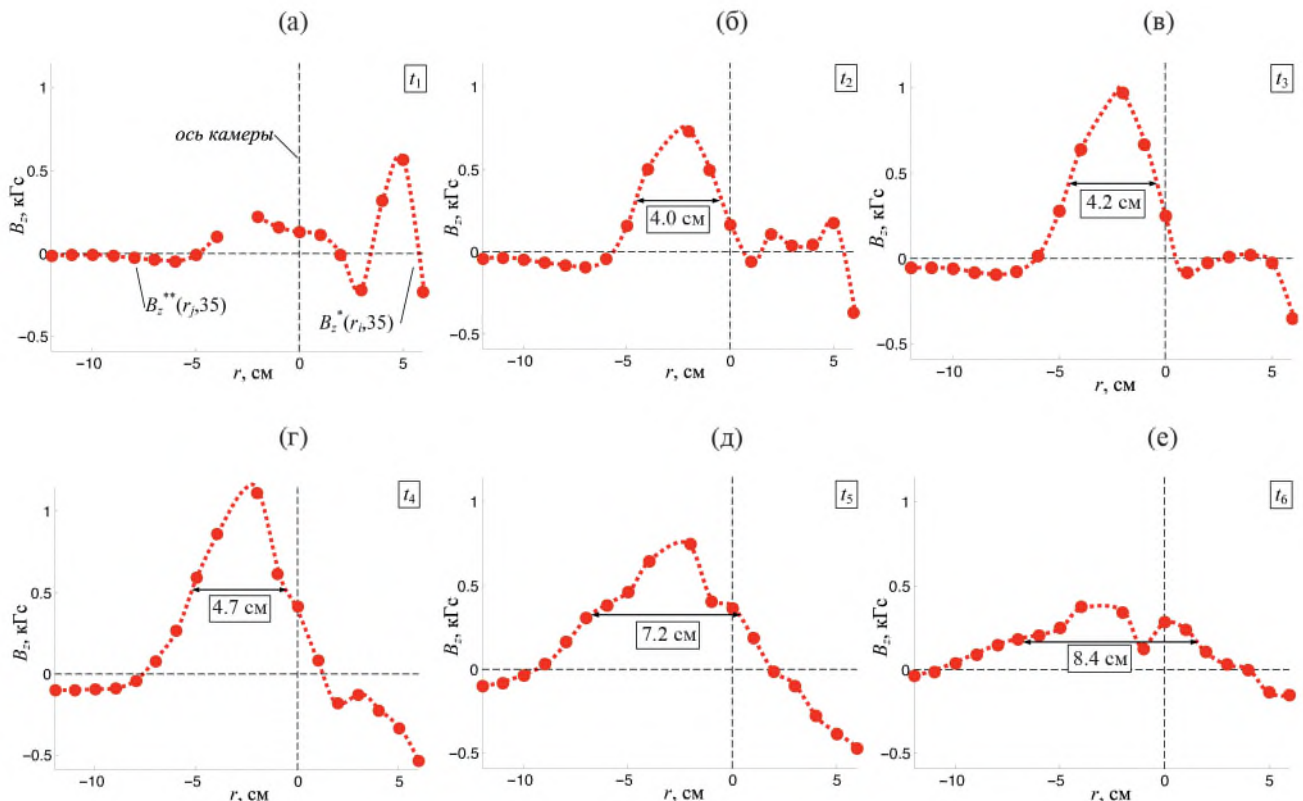
На рис. 5 приведены восстановленные радиальные распределения  $B_z(r)$  в некоторые моменты времени  $t_i$ , показанные стрелками на рис. 3. Радиальный профиль  $B_z$ -поля имеет следующие характерные особенности: наблюдается ярко выраженный максимум пологоидального магнитного поля, при этом положение максимума распределения  $B_z(r)$  может не совпадать с осью пролетной камеры ( $r = 0$ ). В случае, представленном на рис. 5, положение  $\max[B_z(r)]$  находится в позиции  $r = -2 \div -2.5$  см.

На рис. 6 и 7 представлены обработанные сигналы магнитных зондов и восстановленные радиальные распределения магнитного поля для аналогичного разряда из этой серии. В этом случае положение  $\max[B_z(r)]$  находится правее оси пролетной камеры в позиции  $r \approx 2.5$  см.

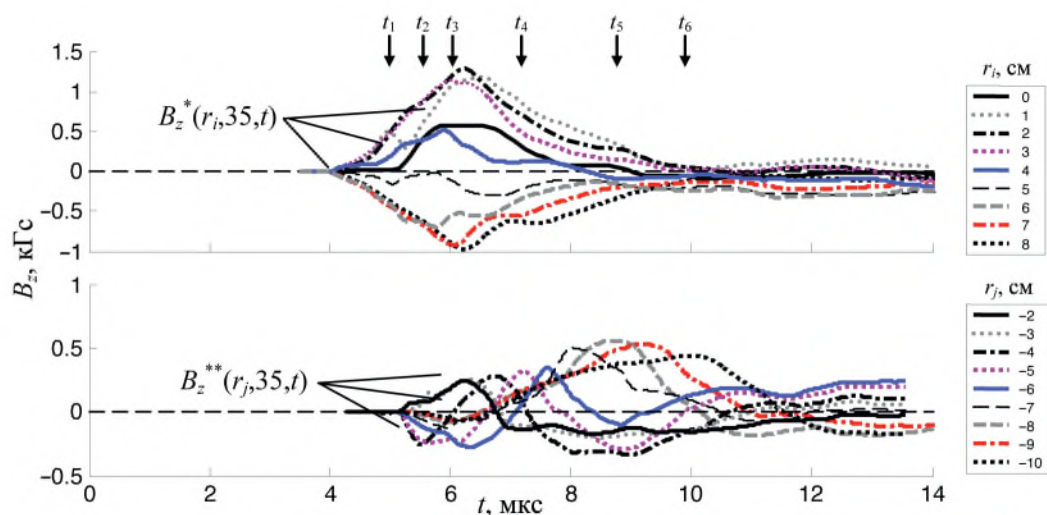
Общий вид профиля  $B_z(r)$  имеет колоколообразную форму с небольшой переполусовкой на пери-

ферии плазменного потока. Наблюдается радиальное уширение колоколообразной формы распределения  $B_z(r)$  от “головы” до “хвоста” плазменного потока. Это связано с конусной формой области протекания центрального тока, обнаруженной нами на предыдущих этапах исследования радиального распределения тороидальной компоненты магнитного поля [21]. При этом было зарегистрировано, что диаметр области центрального тока увеличивается с 3–4 см до величины более 7 см. Действительно, как следует из формы распределений пологоидального магнитного поля  $B_z(r)$ , представленных в моменты времени  $t_2$ – $t_6$  на рис. 5, ширина распределения на половине его высоты увеличивается с 4 см до 8.4 см. Это соответствует также теоретической модели, представленной в [9].

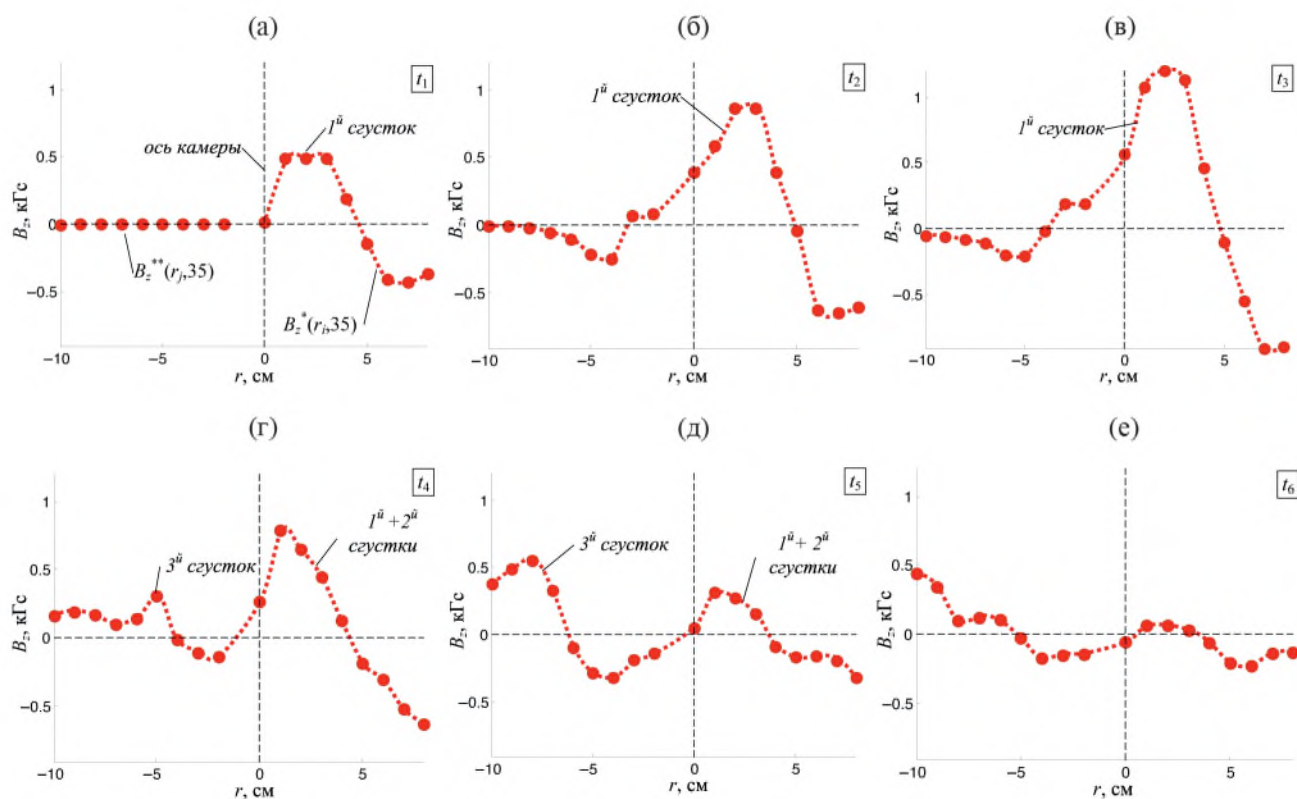
Следует заметить, что в большинстве выстрелов наблюдалось несколько независимых рядом идущих областей плазменного потока (т.н. “сгустков”), несущих, по всей видимости, собственное захваченное пологоидальное магнитное поле  $B_z(r)$ . Возможность генерации нескольких сгустков показана в работе [22]. Это хорошо видно из сравнения фотографии потока, приведенной на рис. 8, и динамики изменения суммарного распределения магнитного поля в этом разряде. При трактовке результатов нужно учитывать, что фотография дает двумерное изображение потока, при



**Рис. 5.** Результаты измерений пологоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4632, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $B_{z0} = 0$ ): а)–е) – радиальные распределения пологоидального магнитного поля  $B_z(r)$ , восстановленные из кривых  $B_z^*(r_i, 35, t)$  и  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$  рис. 3 на моменты времени  $t_1$ – $t_6$ , указанные стрелками (↓).



**Рис. 6.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4605, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $B_{z0} = 0$ ): временные зависимости полоидального магнитного поля, измеренной магнитными зондами на радиусах  $r_i \in [0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8]$  см [кривые  $B_z^*(r_i, 35, t)$ ] и  $r_j \in [-2; -3; -4; -5; -6; -7; -8; -9; -10]$  см [кривые  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$ ]. Справа в легенде показано соответствие представленных кривых радиусам расположения катушек зондов.



**Рис. 7.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4605, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $B_{z0} = 0$ ): а)–е) – радиальные распределения полоидального магнитного поля  $B_z(r)$ , восстановленные из кривых  $B_z^*(r_i, 35, t)$  и  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$  рис. 6 на моменты времени  $t_1$ – $t_6$ , указанные стрелками (↓).

этом некоторые сгустки могут проходить как перед магнитными зондами вдоль луча зрения, так и позади них. Поскольку катушки зондов регистрируют суммарное магнитное поле, результат может отличаться от “классического” представления распределения магнитного поля одиночного сгустка.

На рис. 8 можно выделить минимум 5 плазменных сгустков. Четвертый и пятый сгустки наиболее яркие и, видимо, наиболее близкие к регистратору, не оказывают существенного влияния на показания магнитных зондов. Из рисунка 6 видно, что сигнал катушки, находящейся на оси камеры (зонд №1), начинается позже сигналов более удаленных от оси катушек. Очевидно, этот сигнал обусловлен правым плазменным потоком. Со временем положение максимума поля смещается к центру камеры. По-видимому, здесь начинает оказывать свое влияние магнитное поле второго сгустка, радиальное распределение которого расширяется к хвосту сгустка таким образом, что оно начинает регистрироваться катушками зонда. В более поздние времена зонды регистрируют магнитные поля, захваченные третьим сгустком или другими, не попавшими в поле зрения регистратора.

Несмотря на сложность трактовки полученных результатов, можно выделить ключевой момент: распределение полоидального поля, в отличие от тороидального, достигает максимума в центре сгустка и спадает на периферии, аналогично результатам, полученным в работе [15] при наложении внешнего магнитного поля.  $B_z$ -поле имеет радиальное распределение  $B_z(r)$ , близкое по форме к распределению магнитного поля соленоида.

### 3.2. Внешнее полоидальное магнитное поле соленоида $B_{z0} \neq 0$

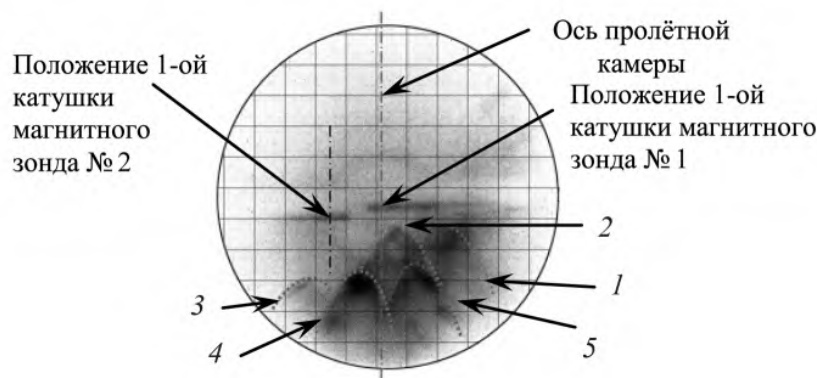
В этом разделе представлены результаты экспериментов по исследованию распространения осевого струйного выброса и захваченного им магнитного поля в присутствии постоянного полоидального магнитного поля соленоида с величиной магнитной индук-

ции  $B_{z0} = 0.77$  кГс, при этом магнитное поле направлено вдоль оси  $Z$  пролетной камеры (см. рис. 1а). Эксперименты проведены при различном направлении  $B_z$ -поля соленоида, чтобы прояснить возможное влияние его направления на динамику распространения плазменного потока. Силовые линии  $B_z$ -поля соленоида могли быть направлены от анода в направлении оси  $Z$  пролетной камеры (случай  $\uparrow$ ) или в противоположном направлении (случай  $\downarrow$ ).

Сначала рассмотрим случай распространения плазменного потока, когда силовые линии  $B_z$ -поля соленоида были направлены от анода в направлении оси  $Z$  пролетной камеры. На рис. 9–12 представлены результаты измерений распределений  $B_z$ -магнитного поля.

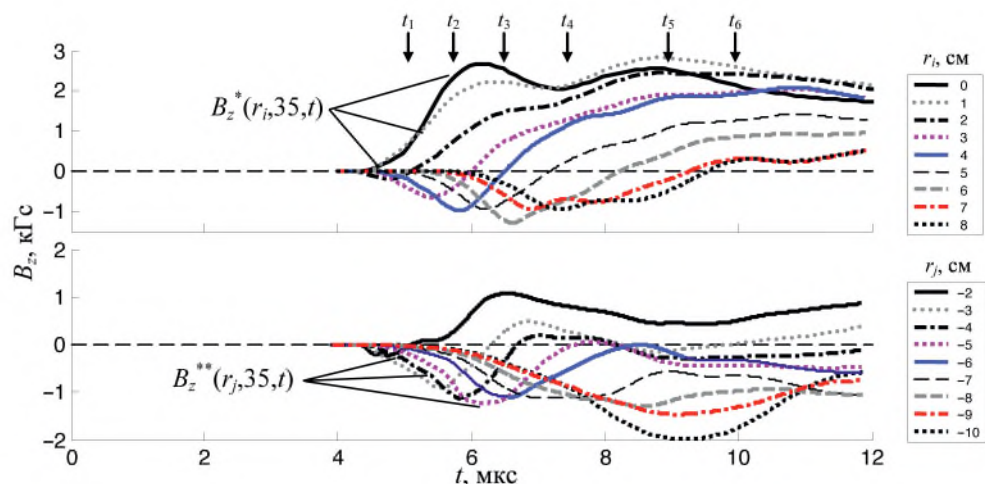
Захваченное плазменным потоком  $B_z$ -поле имеет тоже направление, что и начальное поле внешнего соленоида и составляет 2–3 кГс. При этом захваченное  $B_z$ -поле имеет радиальное распределение  $B_z(r)$ , близкое по форме к распределению магнитного поля кругового тока (аналог многовиткового соленоида в плазме): в центральной части плазменного потока, где протекает осевой ток, зарегистрирован максимальный уровень  $B_z$ -поля. При увеличении расстояния от оси наблюдается его спад с последующей переполюсовкой в области радиусов  $\pm(2.0-2.5)$  см по обе стороны от оси плазменного потока (см., напр., распределения  $B_z(r)$  в моменты времени  $t_1, t_2$  на рис. 10 и в момент  $t_1$  на рис. 12). В последующие моменты времени (моменты  $t_3-t_6$  на рис. 9 и  $t_2, t_3$  на рис. 11) радиус переполюсовки  $B_z$ -поля становится большим  $\pm 5$  см, что, как было объяснено выше для случая отсутствия поля внешнего соленоида, является следствием радиального уширения области протекания центрального тока по направлению от головы плазменного потока к его хвостовой части. Отметим, что в представленных импульсах, ось центральной области плазменного потока хорошо совпадает с осью пролетной камеры.

Обращает на себя внимание длительное существование полоидального магнитного поля в области на-

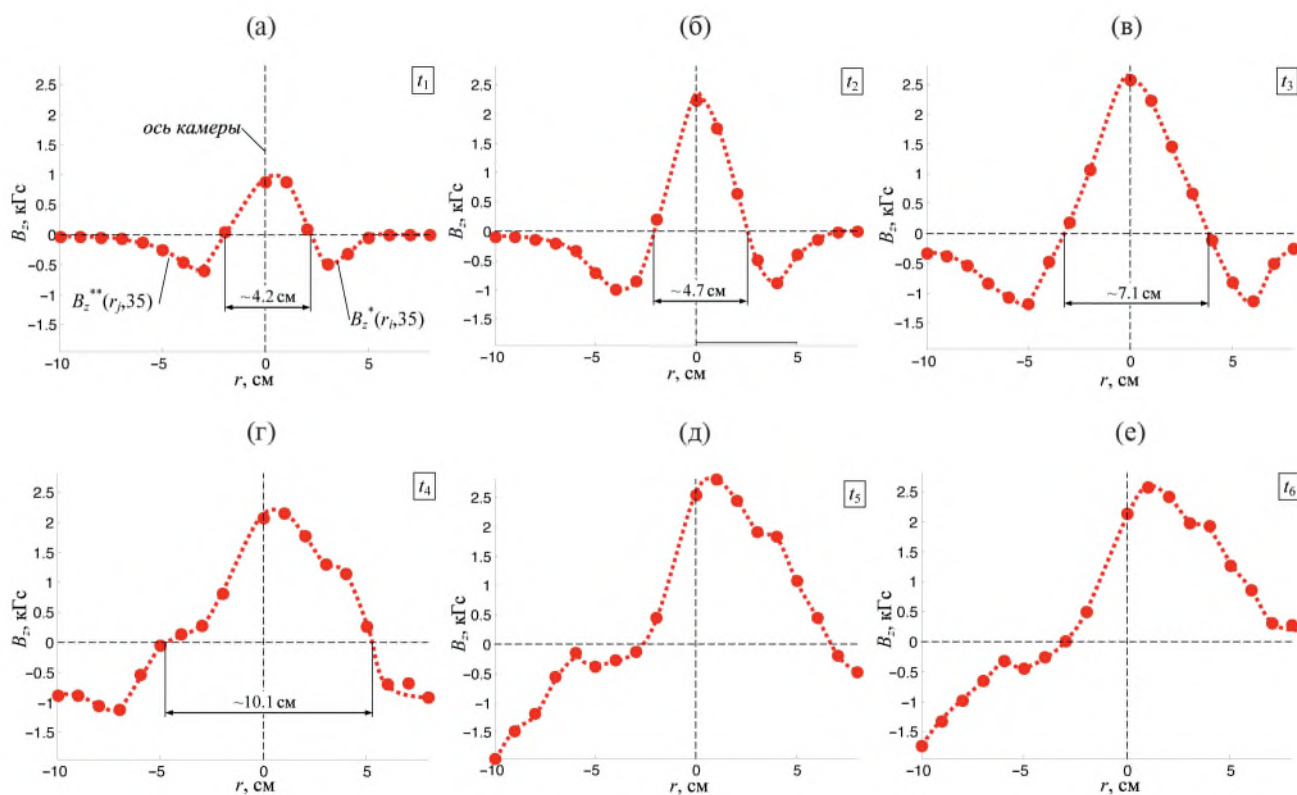


**Рис. 8.** Фотография плазменного потока в разряде № 4605. Экспозиция кадра 30 нс. На фотографии видны зонды № 1 и № 2. Цифрами 1–5 пронумерованы сгустки в плазменном потоке.

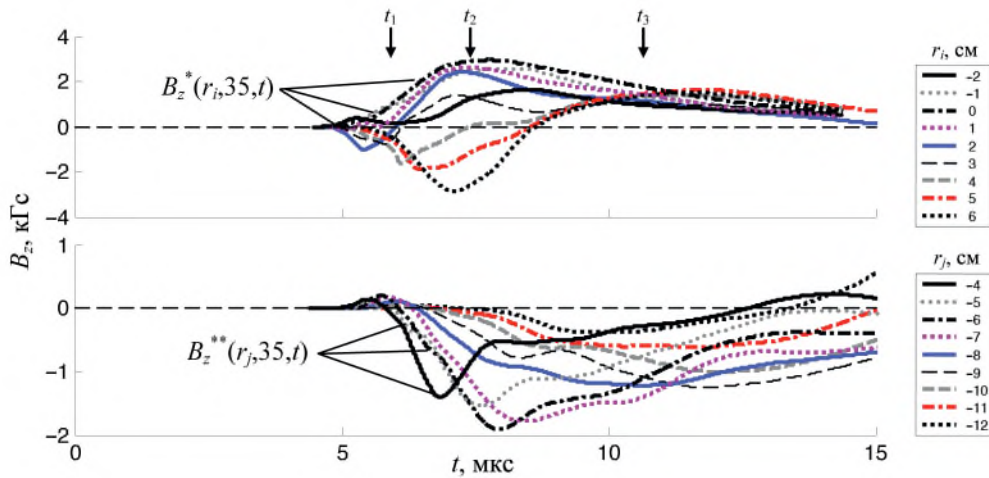




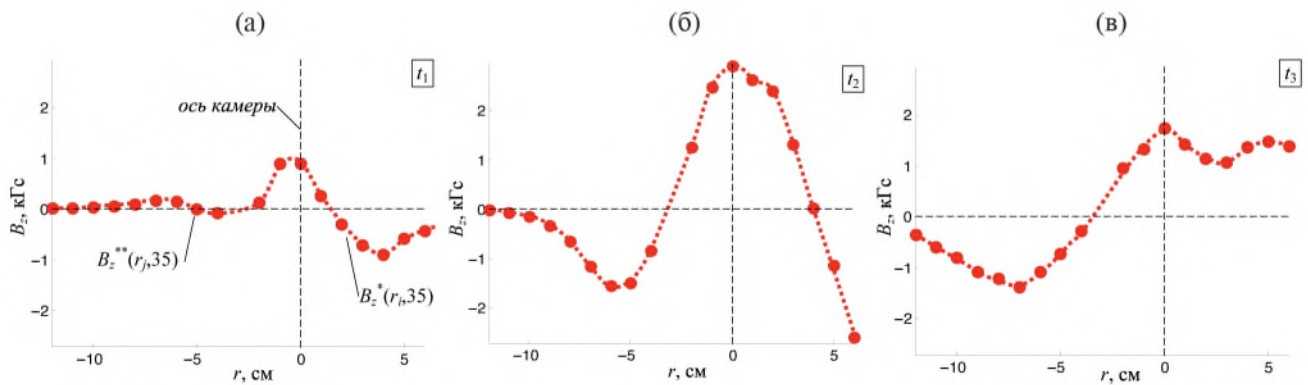
**Рис. 9.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4595, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $\uparrow B_{z0} = 0.77$  кГс): временные зависимости полоидального магнитного поля, измеренной магнитными зондами на радиусах  $r_i \in [0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8]$  см [кривые  $B_z^*(r_i, 35, t)$ ] и  $r_j \in [-2; -3; -4; 5; -6; -7; -8; -9; -10]$  см [кривые  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$ ]. Справа в легенде показано соответствие представленных кривых радиусам расположения катушек зондов.



**Рис. 10.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4595 газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $\uparrow B_{z0} = 0.77$  кГс): а)–е) – радиальные распределения полоидального магнитного поля  $B_z(r)$ , восстановленные из кривых  $B_z^*(r_i, 35, t)$  и  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$  рис. 9 на моменты времени  $t_1$ – $t_6$ , указанные стрелками (↓).



**Рис. 11.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4617, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $\uparrow B_{z0} = 0.77$  кГс): временные зависимости полоидального магнитного поля, измеренной магнитными зондами на радиусах  $r_i \in [-2; 1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6]$  см [кривые  $B_z^*(r_i, 35, t)$ ] и  $r_j \in [-4; 5; -6; -7; -8; -9; -10; -11; -12]$  см [кривые  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$ ]. Справа в легенде показано соответствие представленных кривых радиусам расположения катушек зондов.



**Рис. 12.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4617, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $\uparrow B_{z0} = 0.77$  кГс): а)–в) – радиальные распределения полоидального магнитного поля  $B_z(r)$ , восстановленные из кривых  $B_z^*(r_i, 35, t)$  и  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$  рис. 11 на моменты времени  $t_1$ – $t_3$ , указанные стрелками (↓).

блюдения по сравнению с длительностью пролета основного тела сгустка. Аналогичный результат был получен в работе [13] при регистрации полоидального потока на установке ПФ-3 с помощью петель, установленных по центру камеры на различных расстояниях от оси. По-видимому, в случае наложенного поля не происходит полного разрыва цепи тока, протекающего в плазменном потоке с электродами установки.

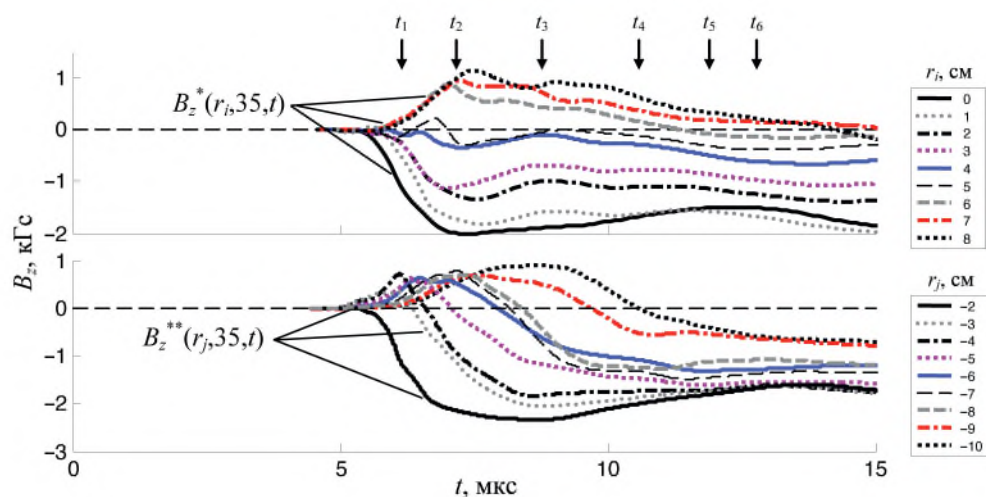
Аналогичные радиальные распределения полоидального магнитного поля получены для случая, когда  $B_z$ -поле внешнего соленоида имело противоположное оси  $Z$  направление, но ту же начальную величину магнитной индукции  $B_{z0} = -0.77$  кГс (см. рис. 13 и 14). Полученные профили распределения  $B_z(r)$  подобны профилям распределений, полученных для случая  $B_z \uparrow$ , однако имеют другую полярность, соответствующую

начальному направлению  $B_z$ -поля внешнего соленоида. Также наблюдается переполюсовка  $B_z$ -поля, захваченного плазменным потоком на определенном радиусе, который увеличивается по мере пролета джета (см. распределения  $B_z(r)$  в моменты  $t_1$ – $t_6$  на рис. 14).

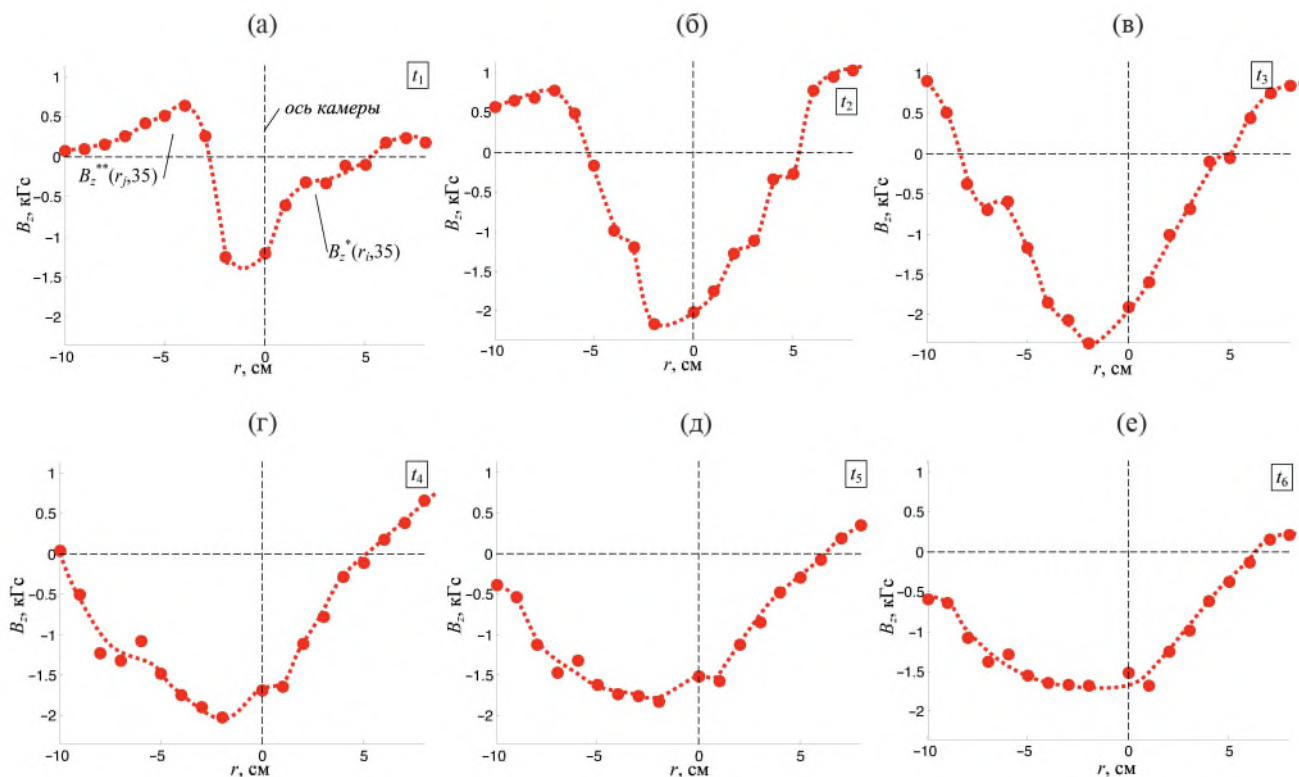
Таким образом, общий характер радиальных распределений полоидального магнитного поля, захваченного плазменным потоком, практически не зависит от начального направления  $B_z$ -поля внешнего соленоида. При этом полярность распределений  $B_z(r)$  меняется в соответствии с направлением магнитного поля соленоида.

Во всех случаях, представленных выше на рис. 10, 12 и 14, положение максимума распределения полоидального магнитного поля показывает, что ось центрального тока совпадает с осью пролетной каме-





**Рис. 13.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4599, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $\downarrow B_{z0} = -0.77$  кГс): временные зависимости полоидального магнитного поля, измеренной магнитными зондами на радиусах  $r_i \in [0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8]$  см [кривые  $B_z^*(r_i, 35, t)$ ] и  $r_j \in [-2; -3; -4; 5; -6; -7; -8; -9; -10]$  см [кривые  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$ ]. Справа в легенде показано соответствие представленных кривых радиусам расположения катушек зондов.



**Рис. 14.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4599, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $\downarrow B_{z0} = -0.77$  кГс): а)–е) – радиальные распределения полоидального магнитного поля  $B_z(r)$ , восстановленные из кривых  $B_z^*(r_i, 35, t)$  и  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$  рис. 13 на моменты времени  $t_1$ – $t_6$ , указанные стрелками (↓).

ры. Однако нами были зарегистрированы случаи, когда положение  $\max[B_z(r)]$  существенно не совпадает с осью камеры ( $r = 0$ ). Как раз такой случай представлен на рис. 15 и 16. Как видно из формы распределений магнитного поля  $B_z(r)$  на рис. 15 на промежутке времени  $t_1-t_6$  смещение максимума распределения происходит левее оси пролетной камеры с позиции  $r = -1.4$  см до  $-4.5$  см. Такое смещение оси плазменного потока регистрировалось нами ранее и на радиальных распределениях тороидального магнитного поля  $B_\varphi(r)$  [17].

Таким образом, наличие внешнего  $B_z$ -магнитного поля соленоида улучшает, но не гарантирует симметрию распространения плазменного потока относительно оси пролетной камеры. По-видимому, осевая симметричность потока определяется условиями на стадии генерации потока.

#### 4. ВЫВОДЫ

Проведенные исследования распределения  $B_z(r)$  внутри плазмы осевого струйного выброса позволяют сделать следующие выводы:

1. В случае наличия внешнего  $B_z$ -поля, созданного соленоидом, магнитная индукция захваченного плазменным потоком  $B_z$ -поля составляет 2–3 кГс и имеет радиальное распределение  $B_z(r)$ , близкое по форме к распределению магнитного поля соленоида. В центральной части плазменного потока, где протекает центральный ток, зарегистрирован максимальный уровень  $B_z$ -поля, а в сторону увеличения расстояния от оси наблюдается спад величины магнитного поля с последующей его переполусовкой в области радиусов 2–6 см.

2. Наблюдаемое радиальное уширение колоколо-

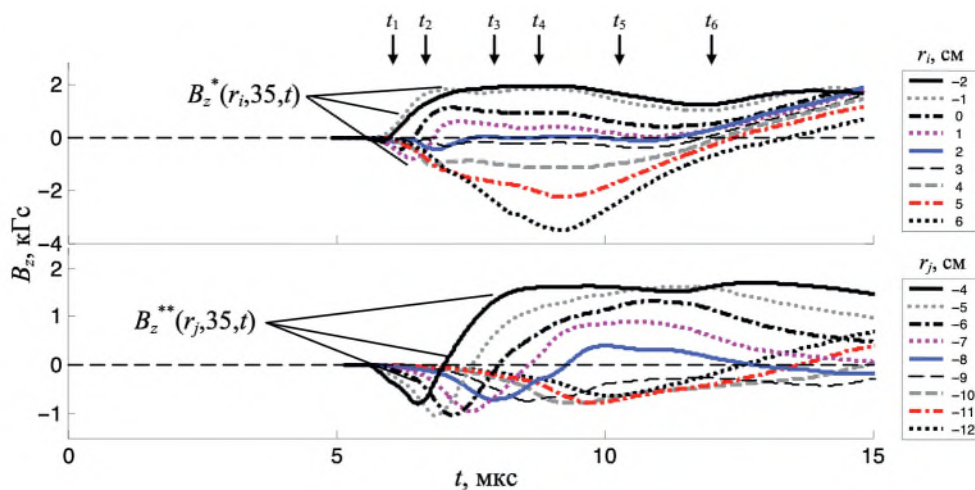
образной формы распределения  $B_z(r)$  от “головы” до “хвоста” при прохождении плазменного потока обусловлено конусной формой области протекания центрального тока, обнаруженной на предыдущих этапах исследования радиального распределения тороидальной компоненты магнитного поля

3. Профиль радиального распределения магнитного поля  $B_z(r)$  не зависит от направления внешнего магнитного поля катушки, но меняется только знак абсолютного значения  $B_z$ -поля. При этом измерения  $B_z$ -компоненты магнитного поля внутри плазменного потока показали, что захваченное внутри потока  $B_z$ -поле имеет тоже направление, что и начальное аксиальное магнитное поле, созданное током внешнего соленоида.

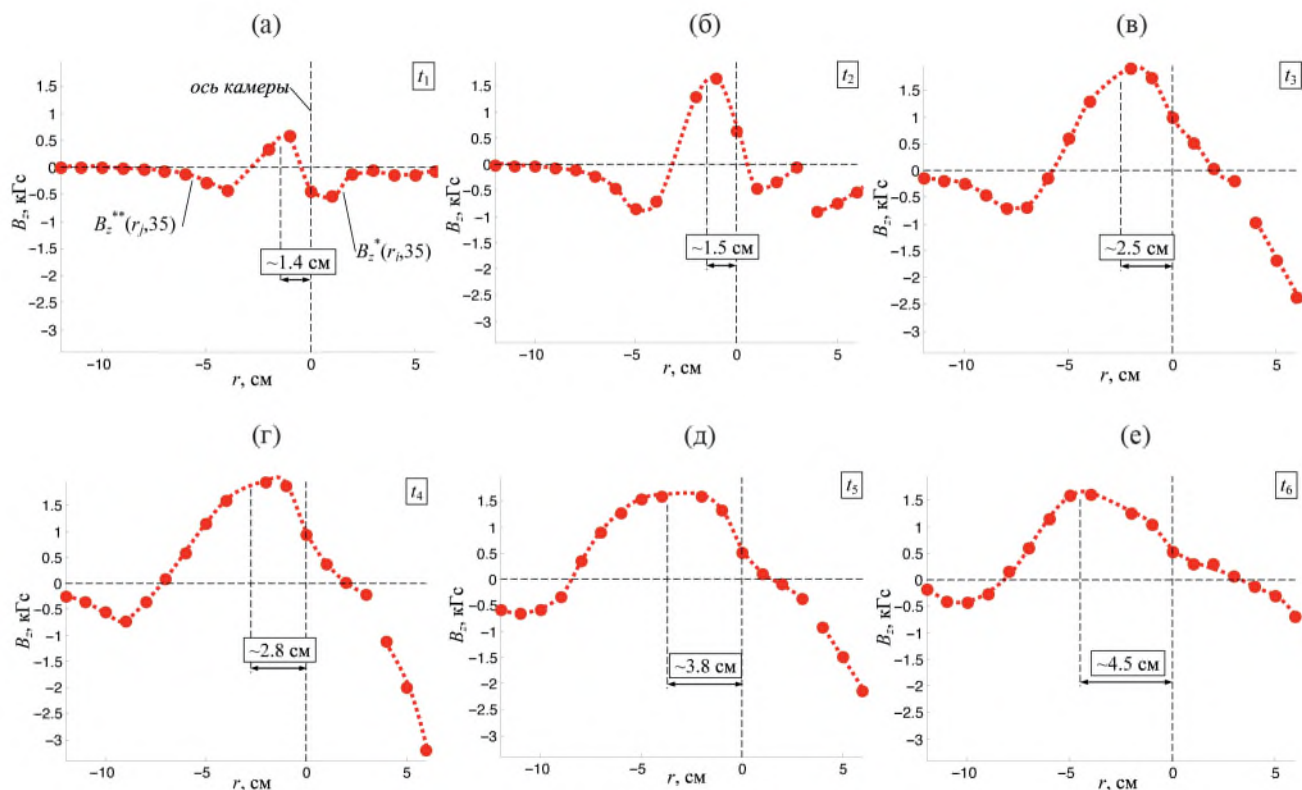
4. При смещении оси плазменного потока относительно оси пролетной камеры, на радиальных распределениях  $B_z(r)$  наблюдается смещение положения максимума распределения в ту же сторону.

5. В случае отсутствия внешнего  $B_z$ -поля профиль радиального распределения  $B_z(r)$  подобна профилю в экспериментах с внешним  $B_z$ -полем, но с меньшим в 3–4 раза максимальным уровнем  $B_z$ -поля (магнитная индукция в этом случае не превышает значение 1 кГс). Полярность зондовых сигналов соответствует направлению вектора индукции полоидального магнитного поля от анода установки вверх по оси  $Z$ . В данной серии экспериментов обратное направление не наблюдалось. Это не значит, что его не может быть. Ограниченная серия не позволяет сделать определенные выводы. Это может быть предметом дальнейших исследований.

6. В некоторых выстрелах зарегистрировано несколько рядом идущих областей плазменного потока (сгустков) с собственным полоидальным



**Рис. 15.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4621, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $\uparrow B_{z0} = 0.77$  кГс): временные зависимости полоидального магнитного поля, измеренной магнитными зондами на радиусах  $r_i \in [-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6]$  см [кривые  $B_z^*(r_i, 35, t)$ ] и  $r_j \in [-4; -5; -6; -7; -8; -9; -10; -11; -12]$  см [кривые  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$ ]. Справа в легенде показано соответствие представленных кривых радиусам расположения катушек зондов.



**Рис. 16.** Результаты измерений полоидальных магнитных полей в плазменном потоке на расстоянии  $z = 35$  см от поверхности анода установки (импульс № 4621, газ Ne,  $P_0 = 2.0$  Торр,  $U_0 = 9$  кВ,  $W_0 = 370$  кДж,  $\uparrow B_{z0} = 0.77$  кГс): а)–е) – радиальные распределения полоидального магнитного поля  $B_z(r)$ , восстановленные из кривых  $B_z^*(r_i, 35, t)$  и  $B_z^{**}(r_j, 35, t)$  рис. 15 на моменты времени  $t_1$ – $t_6$ , указанные стрелками (↓).

магнитным полем. В результате магнитными зондами регистрируется суперпозиция этих полей, что приводит к отклонению радиального распределения полоидального поля потока от “классического” профиля одиночного соленоида.

7. Полученные распределения полоидального магнитного поля в нашем лабораторном эксперименте имеют важное значение в вопросе о внутренней структуре астрофизических струйных выбросов. В настоящее время существуют как модели, в которых продольное (полоидальное) магнитное поле квазиоднородно в пределах струйного выброса [2], так модели, в которых оно меняет знак подобно экспериментам RFP [23, 24]. Наши эксперименты скорее говорят в пользу моделей с переменным продольным полем. Найденные нами распределения полоидального поля достаточно хорошо соответствуют распределениям, полученным при численном решении нового класса обобщенного уравнения Грэда–Шафранова [9], согласно которым максимум полоидального магнитного поля также наблюдается в центре потока с последующей переполусовкой на некотором расстоянии от оси (аналог поля соленоида). Кроме того, полученные нами новые уточненные данные открывают дополнительные возможности для отработки численного кода, что позволит применить этот метод в дальней-

шем для нахождения самосогласованных конфигураций объектов Хербига–Аро и последующего численного расчета их движения в окружающей среде.

Авторы выражают признательность В.С. Бескину за полезные обсуждения и ценные комментарии.

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ “Курчатовский институт”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pudritz R. E., Ray T. P. // *Front. Astron. Space Sci.* 6. 2019. P. 54
2. Бескин В. С., Осесимметричные стационарные течения в астрофизике М.: Физматлит, 2005
3. Ryutov D., Drake R.P., Kane J., Liang E., Remington B.A., Wood-Vasey W.M. // *The Astrophysical J.* 1999.
4. Remington B.A., Drake R.P., Ryutov D.D. // *Reviews of Modern Physics.* 2006. V. 78. P. 755.
5. Albertazzi B., Ciardi A., Nakatsutsumi M., Vinci T., Beard J., Bonito R., Billette J., Borghesi M., Burkley Z., Chen S. N., Cowan T. E., Herrmannsdorfer T., Higginson D. P., Kroll F., Pikuz S. A., Naughton K., Romagnani L., Riconda C., Revet G., Riquier R., Schlenvoigt H.-P., Skobelev I. Yu., Faenov A.Ya., Soloviev A., Huarte-Espinosa M., Frank A.,

- Portugall O., Pepin H., Fuchs J.* // Science. 2014. 17 October. P. 325.
6. *Lebedev S.V., Frank A., Ryutov D.D.* // Rev. Mod. Phys. 2019. V. 91. P. 025002.
  7. *Hsu S.C., Bellan P.M.* // Mon. Not. R. Astron. Soc. 334 257 (2002)
  8. *Бескин В.С., Крауз В.И., Ламзин С.А.* // УФН. 2023. 193, 345–381
  9. *Бескин В.С., Калашиников И.Ю.* // Письма в астрономический журнал. 2020. Т. 46. № 7. С. 494.
  10. *Suzuki-Vidal F., Lebedev S.V., Bland S.N., Hall G.N., Harvey-Thompson A.J., Chittenden J.P., Marrocchino A., Bott S.C., Palmer J., and Ciardi A.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2010. V. 38. P. 581.
  11. *Byvank T., Banasek J.T., Potter W.M., Greenly J.B., Seyler C.E., and Kusse B.R.* // Phys. Plasmas. 2017. V. 24, 122701
  12. *Krauz V.I., Mitrofanov K.N., Scholz M., Paduch M., Kubes P., Karpinski L. and Zielinska E.* // EPL. 2012. V. 98. 45001
  13. *Войтенко Д.А., Ананьев С.С., Астапенко Г.И., Басилая А.Д., Марколия М., Митрофанов К.Н., Мяслон В.В., Тимошенко А.П., Харрасов А.М., Крауз В.И.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 967
  14. *Auluck S. K. H., Krauz V. I., Myalton V. V., and Kharrasov A. M.* // Plasma Physics Reports. 2024. V. 50. P. 358
  15. *Крауз В.И., Виноградов В.П., Харрасов А.М., Мяслон В.В., Митрофанов К.Н., Бескин В.С., Виноградова Ю.В., Ильичев И.В.* // Астрономический журнал. 2023. Т. 100. С. 19
  16. *Filippov N.V., Filippova T.I., Khutoretskaia I.V., Mialton V.V., Vinogradov V.P.* // Phys. Lett. A. 1966. V. 211. N. 3. P. 168.
  17. *Митрофанов К.Н., Крауз В.И., Мяслон В.В., Велихов Е.П., Виноградов В.П., Виноградова Ю.В.* // ЖЭТФ. 2014. Т.146. С.1035
  18. *Глазырин И.В., Грабовский Е.В., Зукакишвили Г.Г., Карпеев А.В., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Самохин А.А.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2009. Вып. 2. С. 67.
  19. *Митрофанов К.Н., Крауз В.И., Грабовский Е.В., Мяслон В.В., Падух М., Грицук А.Н.* // ПТЭ. 2018. Т. 61. № 2. С. 78.
  20. *Виноградов В.П., Крауз В.И., Мокеев А.Н., Мяслон В.В., Харрасов А.М.* // Физика плазмы. 2016. Т. 42. С.1033.
  21. *Крауз В.И., Митрофанов К.Н., Войтенко Д.А., Астапенко Г.И., Марколия А.И., Тимошенко А.П.* // Астрономический журнал. 2019. Т. 96. С. 156.
  22. *Ананьев С.С., Крауз В.И., Мяслон В.В., Харрасов А.М.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2017. Т. 40, Вып. 1. С. 21–35
  23. *Romanova M.M., Ustyugova G.V., Koldoba A.V., Lovelace R.V.E.* // Mon. Not. Royal Astron. Soc. 2011, V. 416, P. 416
  24. *Bromberg O., Tchekhovskoy A.* // Mon. Not. Royal Astron. Soc. 2016, V. 456, P. 1739

## FEATURES OF RADIAL DISTRIBUTIONS OF POLOIDAL MAGNETIC FIELD IN AXIAL JET EJECTION IN A PLASMA FOCUS

V. I. Krauz<sup>a,\*</sup>, K. N. Mitrofanov<sup>a,b,\*\*</sup>, V. V. Myalton<sup>a</sup>, A. M. Kharrasov<sup>a</sup>, and Yu. V. Vinogradova<sup>a</sup>

<sup>a</sup> National Research Center “Kurchatov Institute,” Moscow, 123098 Russia

<sup>b</sup> Troitsk Institute for Innovation and Fusion Research, Troitsk, Moscow, 142190 Russia

\*e-mail: krauz\_vi@nrcki.ru

\*\*e-mail: mitrofan@triniti.ru

The radial distribution of the  $B_z$  field at a distance of 35 cm from the generation region of the axial jet emission (the anode surface of the setup) has been studied using the PF-3 plasma-focus facility. The measurements have been performed using multichannel magnetic probes located in the flight chamber of the facility. This has made it possible to measure the magnetic field distribution at 18 points on both sides of the flight chamber axis. The magnetic probes have been calibrated both in absolute value and in the magnetic field direction. An external multi-turn solenoid has been used to create the initial longitudinal (poloidal) magnetic field. The solenoid power supply circuit has allowed obtaining different  $B_z$  field directions: along or against the facility axis. It is shown that the poloidal field distribution reaches its maximum in the bunch center and decreases at the periphery, regardless of the presence of an external magnetic field. The  $B_z$  field has a radial distribution  $B_z(r)$ , close in shape to the magnetic field distribution of the solenoid. The work is performed within the program for the simulation of jets of young stellar objects.

**Keywords:** plasma focus, plasma dynamics, magnetic field, jets of young stellar objects, laboratory simulation

## ДИНАМИКА РАЗЛЕТА ИСКУССТВЕННЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ОБРАЗОВАНИЙ В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

© 2024 г. Т.В. Лосева<sup>a,b,\*</sup>, Е.М. Урвачев<sup>a,b,c</sup>, Е.С. Гончаров<sup>a,b</sup>, А.Н. Ляхов<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Институт динамики геосфер им. академика М. А. Садовского РАН, Москва, Россия

<sup>b</sup> ФГУП “Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова”, Москва, Россия

<sup>c</sup> НИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия

\*e-mail: Tatiana.Losseva@gmail.com

Поступила в редакцию 30.07.2024 г.

После доработки 28.09.2024 г.

Принята к публикации 01.10.2024 г.

Приводятся результаты численного моделирования начальной стадии разлета плазменных образований, образованных при инъекции высокоскоростных алюминиевых плазменных струй в ионосферу Земли на различных высотах, соответствующих двум экспериментам “Северная звезда”. Исследовано влияние искусственной атмосферы, представленной воздушным облаком, на параметры плазменного образования в эксперименте “Северная звезда-I”. Определены газодинамические параметры плазменных образований и их оптические характеристики. Представлено сравнение результатов расчетов с результатами измерений по кривым светимости в двух диапазонах длин волн фотометров, которое показало хорошее согласие расчетных и экспериментальных данных.

**Ключевые слова:** активные ракетные эксперименты в ионосфере, высокоскоростная алюминиевая плазменная струя, взрывные плазменные генераторы, численное моделирование, оптические характеристики плазменного образования

DOI: 10.31857/S0367292124110081, EDN: FBRHFM

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных геофизических проблем в настоящее время является разработка физических и прогностических моделей процессов, определяющих динамику потоков плазмы на разных высотах в ионосфере Земли. Для верификации теоретических моделей динамики разлета свободной плазмы, которую невозможно осуществить в условиях лабораторного эксперимента, целесообразно использовать результаты проведенных ранее активных геофизических ракетных экспериментов (АГРЭ) с инъекцией высокоскоростных плазменных струй в ионосферу Земли.

В АГРЭ, проведенных ИДГ РАН в 90-х гг. прошлого столетия, высокоскоростные плазменные потоки создавались взрывными генераторами плазменных струй ВГПС. В этих экспериментах на ионосферу Земли воздействовала струя алюминиевой плазмы с рекордными параметрами ( $V \sim 40$  км/с,  $\dot{A}$  до 6 МДж). Целью экспериментов являлось исследование процессов взаимодействия плазменных потоков с окружающей средой и геомагнитным полем, процессов генерации ионосферных возмущений разных пространственных и временных масштабов, а также определение физических механизмов и характеристик этих процессов. Инъекция выполнялась как вдоль, так и поперек геомагнитного поля. Была выполнена серия

экспериментов: “Кумулус” на высоте 150 км [1, 2], “Флаксус” на высоте 140 км [3–5], два эксперимента “Северная звезда-I” на высоте 360 км и “Северная звезда-II” на высоте 270 км [6–10]. Детальное описание экспериментов и результаты первичных измерений приведены в работе [11]. Ранее проводились аналогичные американские эксперименты CRIT-II по инъекции бария/цезия [12, 13], но с гораздо меньшей скоростью и энергией.

Задача физической интерпретации данных наблюдений требует определения параметров плазмы на начальной газодинамической стадии расширения. Физические модели должны учитывать процессы переноса излучения, так как тепловое излучение, испускаемое высокотемпературной плазмой струи и распространяющееся на большие расстояния, может быть одной из основных причин ионизации, возбуждения и генерации интенсивного свечения воздуха. Верификация теоретических моделей осуществляется сравнением результатов расчетов оптических параметров с существующими данными измерений на датчиках, расположенных на оптических модулях [11].

В свою очередь, для численного моделирования динамики плазменной струи необходимо знать сценарий инъекции плазмы, т. е. динамику газодинамических параметров плазмы при выходе струи из выходного отверстия генератора. Так как прямое числен-



ное моделирование процессов, происходящих внутри генератора, является весьма трудоемкой задачей, и вследствие отсутствия полной диагностики этого процесса в ионосфере, в работах [14, 15] была сформулирована и решена обратная задача определения сценариев инжекции для двух генераторов: ВГПС-300 (эксперимент “Флаккус”) и ВГПС-400 (эксперименты “Северная звезда”). При этом использовались все имеющиеся данные измерений газодинамических параметров на определенных расстояниях от сопла генератора в наземных экспериментах. Результаты численного моделирования начальной стадии инжекции плазмы, проведенного в рамках разработанной радиационно-газодинамической модели, (с учетом разработанного сценария инжекции) показали хорошее согласие с данными измерений в наземных экспериментах.

Для эксперимента “Флаккус” в [14] приведено сравнение зависимостей от времени расчетных плотностей потоков излучения (кривых светимости, характеризующих тепловое излучение плазмы) с данными измерений фотодиодами, расположенными на бортовом модуле, которые проводились синхронно с инжекцией с расстояния 130 м от генератора в первые 100 мкс разлета. Сравнение показало хорошее согласие расчетных и экспериментальных кривых светимости.

В эксперименте “Северная звезда-I”, в отличие от других АГРЭ, за ~200 мс до начала инжекции алюминиевой плазмы перед генератором плазменной струи в ионосферу был выпущен сухой воздух. Такая постановка эксперимента была выполнена для исследования влияния среды с переменной плотностью на параметры разлетающейся плазмы [11]. Заметим, что конструкция ВГПС обеспечивает разделение во времени инжекции плазмы и дальнейший разлет продуктов взрыва генератора.

Цель настоящей работы: исследование влияния на динамику алюминиевой плазмы искусственной атмосферы, созданной воздушным облаком, в эксперименте “Северная звезда-I” и разлета продуктов взрыва как в эксперименте “Северная звезда-I”, так и в эксперименте “Северная звезда-II”, а также верификация используемой при этом модели с помощью сравнения результатов расчетов с имеющимися данными оптических наблюдений.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 приводится описание используемой модели и постановка задачи расчета газодинамических параметров плазменного облака, в разд. 3 приводятся результаты расчетов газодинамических параметров плазмы, раздел 4 посвящен методу получения оптических характеристик плазменного образования и их сравнению с имеющимися данными наблюдений, в Заключение обсуждаются основные результаты.

## 2. МОДЕЛЬ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЕННОГО ОБЛАКА

Динамика начальной стадии разлета искусственных плазменных образований в экспериментах “Северная звезда-I” и “Северная звезда-II” исследовалась с помощью численного моделирования в гидродинамическом приближении. На рассматриваемых ионосферных высотах плотность окружающего воздуха мала, и длина свободного пробега частиц может оказаться больше размеров самого плазменного образования. Такие параметры среды находятся на границе применимости гидродинамического подхода. С другой стороны, пробег частиц в области горячей плотной плазмы струи значительно меньше, поэтому невозможно напрямую использовать методы, развитые для бесстолкновительной плазмы [16–19]. В работе [20], в которой представлены результаты разработки модифицированного метода моделирования инжекции плазмы в разреженную среду, соответствующую параметрам верхней ионосферы, было показано, что возникающая в стандартном гидродинамическом подходе численная ударная волна практически не влияет на оптические параметры плазмы. Кроме того, при ограничении расчетов рассмотрением начальной стадии разлета, когда давление инжектируемой плазмы на много порядков превышает магнитное давление в среде, применение гидродинамического подхода представляется обоснованным.

Предполагается, что плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия, что оправдано для плотной высокотемпературной плазмы. Приведем используемую систему уравнений эйлеровой гидродинамики в дивергентном виде

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

где векторы

$$\mathbf{U} = \left[ \rho, \rho v_j, \rho \left( e + \frac{v^2}{2} \right) \right]^T$$

и

$$\mathbf{F}_i = \left[ \rho v_i, \rho v_i v_j + p \delta_{ij}, \left( \rho e + \frac{\rho v^2}{2} + p \right) v_i \right]^T,$$

а  $\rho$ ,  $v$ ,  $p$  и  $e$  — плотность, скорость, давление и удельная внутренняя энергия вещества соответственно,  $t$  — время,  $\delta_{ij}$  — дельта-символ Кронекера,  $T$  означает транспонирование. Для замыкания системы уравнений (1) используются табличные уравнения состояния  $p = p(\rho, T)$  и  $e = e(\rho, T)$ .

Процесс формирования плазменных образований в рассматриваемых численных экспериментах включает в себя

1) выпуск 12 г сухого воздуха из выходного отверстия сопла генератора ВГПС-400 с радиусом 0.5 см в ионосферу с  $\rho_0 = 10^{-14}$  г/см<sup>3</sup>,  $T_0 = 1400$  К (высота



360 км) при численном моделировании эксперимента “Северная звезда-I”;

2) через 200 мс инъекцию алюминиевой струи в воздух с полученными параметрами (по сценарию, приведенному в [15, 21]) для эксперимента “Северная звезда-I” или в ионосферу с  $\rho_0 = 5 \cdot 10^{-14}$  г/см<sup>3</sup>,  $T_0 = 1340$  К (высота — 260 км) для эксперимента “Северная звезда-II” (радиус выходного отверстия сопла генератора при инъекции — 1 см);

3) после окончания инъекции (~25 мкс) начало разлета продуктов взрыва из начального объема — диска, обладающего размерами ВГПС-400 (радиус — 40 см, высота — 20 см).

Граничные условия: левая грань (до окончания инъекции) — стенка диска с радиусом ~40 см и высотой ~20 см, остальные грани (во все моменты времени) — свободные границы.

Численное моделирование производилось с помощью многомерного параллельного радиационно-газодинамического кода FRONT [22, 23]. Для расчета использовалась неравномерная двумерная цилиндрическая сетка (RZ-геометрия) со сгущением в области инъекции. В едином сквозном расчете сначала моделировался выпуск сухого воздуха (для эксперимента “Северная звезда-I”), затем инъекция алюминиевой плазмы согласно сценарию инъекции для ВГПС-400 (рис. 1б) и последующий разлет продуктов взрыва из начального объема — диска, обладающего размерами, соответствующими размерам генератора ВГПС-400 (радиус — 40 см, высота — 20 см). Для расчета использовалась гуденовская схема, основанная на приближенном римановском решателе HLLC [24]. Для корректного описания формы облака сухого воздуха и струи до момента окончания инъекции в вычислительной области занулялись потоки через границы ячеек, соответствующих генератору. Далее кор-

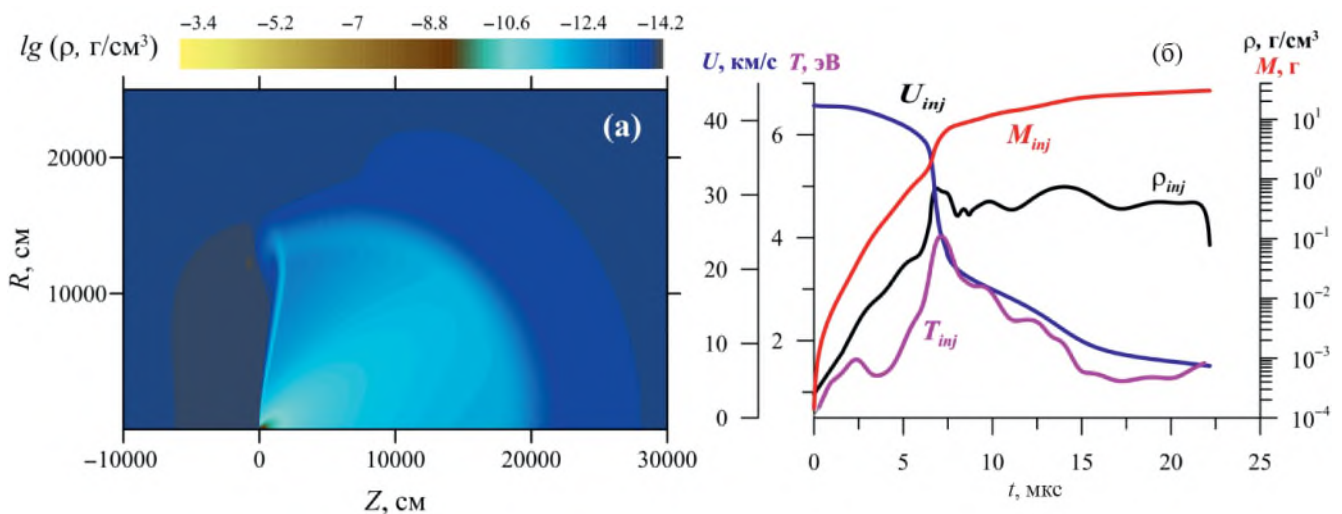
рекция потоков отключалась и начинался свободный разлет плазмы с составом, близким к продуктам взрыва (28.5% — N, 26.5% — C, 2.5% — O, 42.5% — H, указаны проценты по массовой доле). Уравнения состояния также согласованно рассчитывались кодом FRONT.

Как показали предыдущие радиационно-газодинамические расчеты динамики струи при одиночной инъекции [15], вклад излучения в общую динамику движения плазмы при рассматриваемых параметрах крайне мал, поэтому для упрощения расчетов численное моделирование газодинамической стадии разлета плазмы выполнялось без учета переноса теплового излучения.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЕННЫХ ОБРАЗОВАНИЙ. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ “СЕВЕРНАЯ ЗВЕЗДА-I” И “СЕВЕРНАЯ ЗВЕЗДА-II”

Рисунок 1а, на котором приведено пространственное распределение плотности выпущенного воздуха в момент времени  $t = 200$  мс, демонстрирует форму образовавшегося облака, в которое в эксперименте “Северная звезда-I” начиналась инъекция высокоскоростной струи алюминиевой плазмы. За это время облако воздуха расширилось более, чем на 200 м. При этом плотность воздуха вблизи выходного отверстия сопла генератора соответствует плотности атмосферы на высоте 140–150 км, как и предполагалось при планировании эксперимента.

Зависимости от времени  $t$  газодинамических параметров плазмы при ее вылете из выходного отверстия сопла генератора ВГПС-400, используемого в обо-



**Рис. 1.** Пространственное распределение плотности выпущенного воздуха в момент времени  $t = 200$  мс (а), зависимости от времени  $t$  газодинамических параметров струи при ее вылете из сопла генератора ВГПС-400 (б). Здесь  $M_{inj}$  — инжестируемая масса алюминиевых паров,  $U_{inj}$  — их скорость,  $\rho_{inj}$  — плотность,  $T_{inj}$  — температура.

их экспериментах “Северная звезда”, приведены на рис. 1б. Здесь  $M_{inj}$  — инжектируемая масса алюминиевых паров,  $U_{inj}$  — их скорость,  $\rho_{inj}$  — плотность,  $T_{inj}$  — температура. Этот полученный в расчетах [15] сценарий инжекции, показал хорошее согласие данных расчетов с имеющимися данными измерений в наземных экспериментах.

На рис. 2 приведены пространственные распределения плотности для двух моментов времени, соответствующих процессу инжекции в экспериментах “Северная звезда-I” (а, в) и “Северная звезда-II” (б, г). Красные кривые на этих рисунках отделяют область чистого алюминия, вне которой — воздух. Наличие воздушного облака приводит к заметному (в  $\sim 1.5$  раза) ограничению процесса расширения плазменной струи как в боковом, так и во фронтальном направлениях.

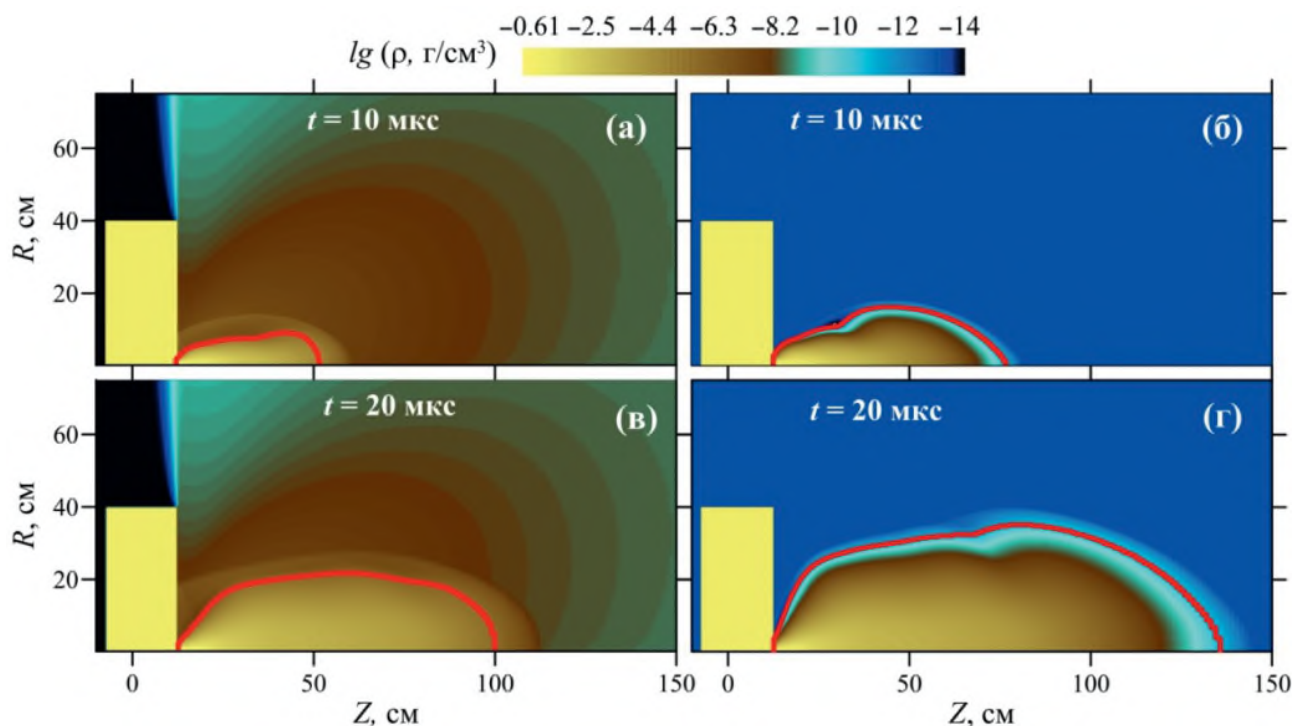
В обоих экспериментах после окончания инжекции выходное отверстие сопла генератора перекрывалось, и через некоторое время после этого начинался разлет продуктов взрыва и вещества генератора. Так как время задержки не определено, для простоты при численном моделировании этот разлет начинался в момент времени 25 мкс, а вещество продуктов представляло собой смесь, описанную в предыдущем разделе. На рис. 3 и 4 представлены пространственные распределения плотности  $\rho$  и температуры  $T$  в момент времени 100 мкс и 3 мс соответственно. Здесь, рисунки (а, в) соответствуют эксперименту “Северная звезда-I”, а (б, г) — “Северная

звезда-II”. Белые кривые — границы продуктов взрыва, красные — алюминиевых паров. Если максимальная температура алюминиевой плазмы в момент времени 100 мкс в эксперименте “Северная звезда-I” превышает аналогичную температуру в эксперименте “Северная звезда-II” ( $\sim 19000$  К по сравнению с  $\sim 14000$  К), то в момент времени 3 мс эти температуры выравниваются. Величина скорости фронта  $V_z \sim 40$  км/с практически не изменяется.

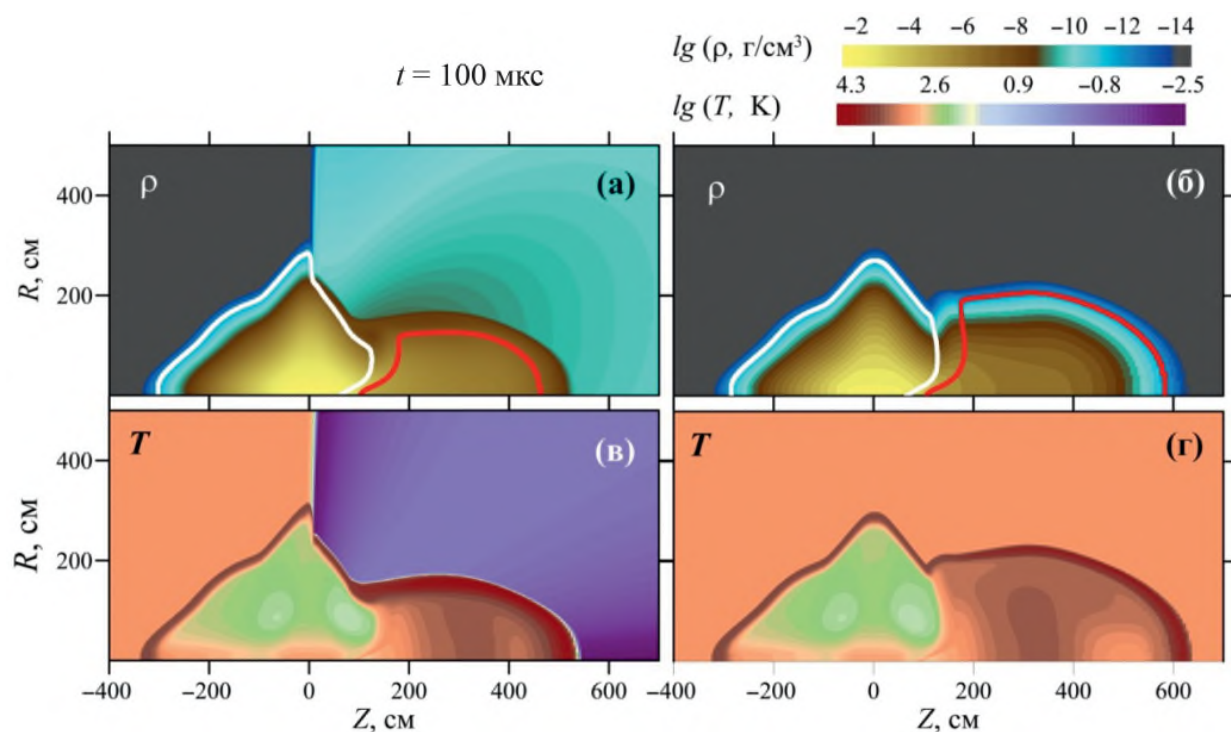
#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАЗМЕННЫХ ОБРАЗОВАНИЙ. СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ “СЕВЕРНАЯ ЗВЕЗДА-I” И “СЕВЕРНАЯ ЗВЕЗДА-II”

Схема расположения научных модулей с измерительной аппаратурой относительно плазменных генераторов в экспериментах “Северная звезда” приведена в работе [11]. Специализированная высокоскоростная оптическая аппаратура размещалась на модулях OSP (Optical Space Payload) на расстоянии 1020 м в эксперименте “Северная звезда-I” и на расстоянии 1595 м в эксперименте “Северная звезда-II”. Оба модуля были стабилизированы в пространстве таким образом, что их объективы были направлены на инжектируемую струю навстречу ее движению и имели угол зрения  $18^\circ$ .

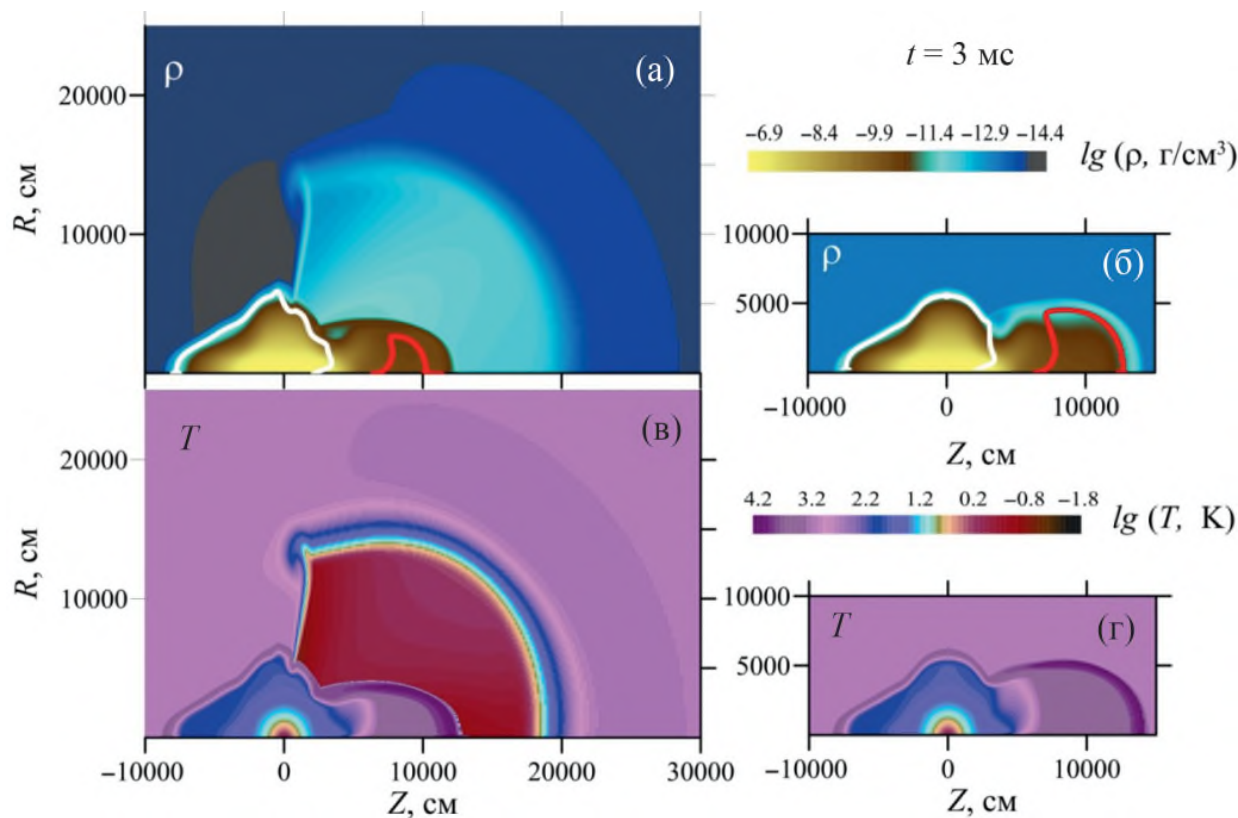
Характеристики теплового излучения плазменного



**Рис. 2.** Пространственные распределения плотности для двух моментов времени, соответствующих процессу инжекции в экспериментах “Северная звезда-I” (а, в) и “Северная звезда-II” (б, г). Красные кривые на этих рисунках отделяют область чистого алюминия, вне которой — воздух.



**Рис. 3.** Пространственные распределения плотности  $\rho$  и температуры  $T$  в момент времени 100 мкс: (а, в) соответствуют эксперименту “Северная звезда-I”, (б, г) — “Северная звезда-II”. Белые кривые — граница продуктов взрыва, красные — алюминиевых паров.



**Рис. 4.** Пространственные распределения плотности  $\rho$  и температуры  $T$  в момент времени 3 мс: (а, в) соответствуют эксперименту “Северная звезда-I”, а (б, г) — “Северная звезда-II”. Белые кривые — граница продуктов взрыва, красные — алюминиевых паров.



образования рассчитывались в каждый момент времени независимым интегрированием стационарных уравнений переноса излучения вдоль совокупности большого количества лучей, проходящих в точку наблюдения через расчетную область [21]. Направление луча соответствует единичному вектору  $\Omega$ . Дифференциальное уравнение переноса теплового излучения, описывающее распространение излучения вдоль луча имеет вид

$$\frac{\partial I_\epsilon}{\partial s} + k_\epsilon I_\epsilon = k_\epsilon B_\epsilon, \quad (2)$$

где

$$B_\epsilon = \frac{15}{\pi^5} \frac{\sigma \epsilon^3}{\exp(\epsilon/T) - 1}.$$

Здесь  $I_\epsilon$  — спектральная интенсивность излучения, зависящая от пространственных координат, времени, энергии фотонов  $\epsilon$  и направления их распространения,  $k_\epsilon$  — спектральный коэффициент поглощения излучения, исправленный на вынужденное испускание,  $B_\epsilon$  — равновесная интенсивность излучения,  $\sigma = 0.1029$  МВт/(см<sup>2</sup>эВ<sup>4</sup>) — постоянная Стефана–Больцмана. Для групповой интенсивности излучения  $I_i = \int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} I_\epsilon d\epsilon$ , уравнение переноса излучения вдоль луча формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial I_i}{\partial s} + k_{pi} I_i = k_{pi} B_i, \quad k_{pi} = \frac{\int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} k_\epsilon B_\epsilon d\epsilon}{\int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} B_\epsilon d\epsilon}, \quad (3)$$

$$B_i = \int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} B_\epsilon d\epsilon, \quad q_i = \int I_i \Omega d\Omega.$$

Здесь  $\epsilon_{i,1}$  и  $\epsilon_{i,2}$  — границы  $i$ -й группы по энергиям фотонов,  $q_i$  — вектор групповой плотности потока излучения,  $d\Omega$  — элемент телесного угла около единичного вектора  $\Omega$ . Зависимости  $k_\epsilon = k_\epsilon(T, \rho, \epsilon)$ , характеризующие оптические свойства алюминия, воздуха и вещества продуктов взрыва, рассчитывались с использования кода FRONT по модели астрофизической плазмы [25]. При этом учитывался вклад в поглощение от свободно-свободных (тормозное излучение), свободно-связанных (фотоэффект), связанно-связанных (линии) электронных переходов с использованием атомных данных NIST [26] и таблиц [27].

На рис. 5 приведена схема расположения точек наблюдения при расчете оптических параметров плазменных образований. Здесь точка  $C$  соответствует расположению модуля OSP. Угол  $\theta$  — угол между лучом и осью симметрии  $OC$ .

Расчеты зависимостей от времени плотностей потоков излучения  $q_i(t)$  (кривых светимости) проводились с помощью решения стационарных уравнений

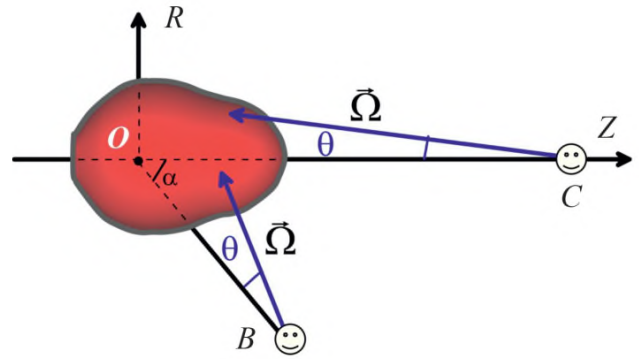
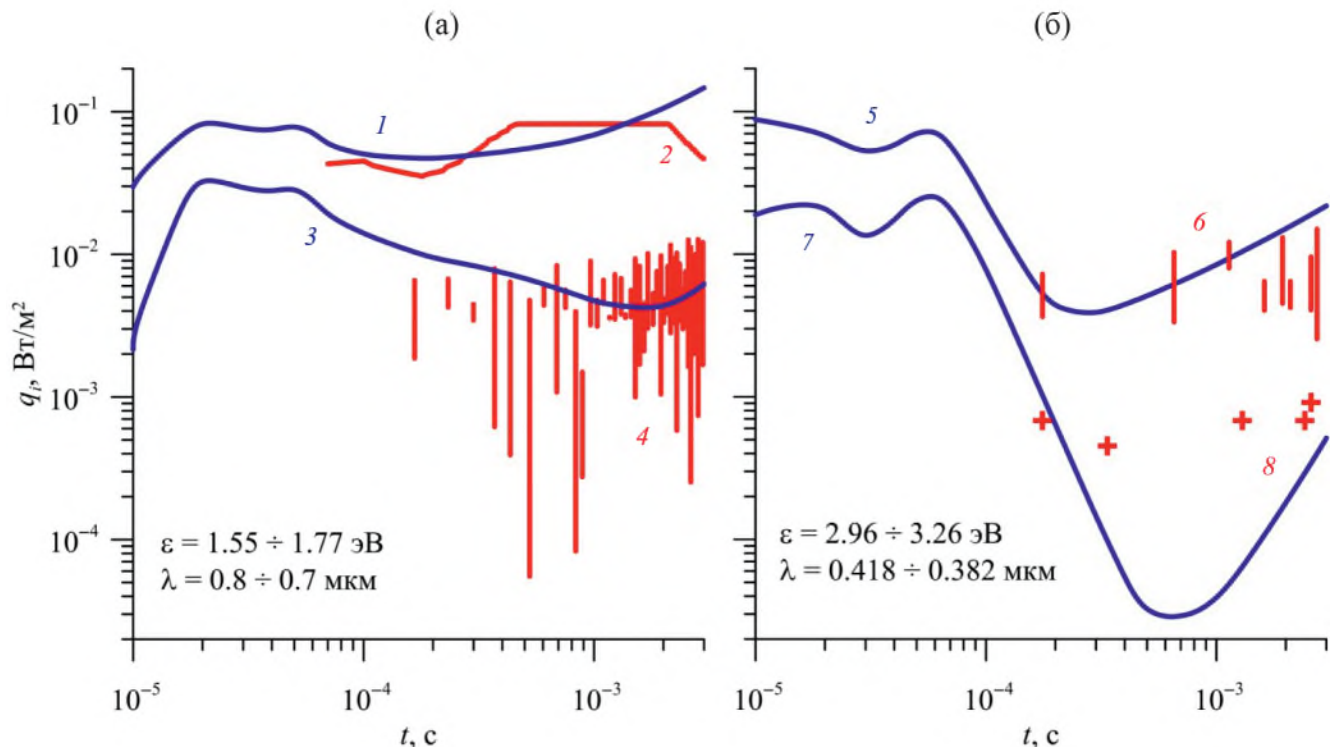


Рис. 5. Схема расположения точек наблюдения при расчете оптических параметров плазменных образований.

переноса излучения (3) для каждого момента времени вдоль 500 лучей (значений угла  $\theta$ ) проходящих через область плазменного образования, с последующим интегрированием по телесному углу, охватывающему эту область. Рис. 6 демонстрирует сравнение расчетных кривых светимости с имеющимися данными показаний двух фотометров: рис. 6а — HS1 (диапазон длин волн 0.7–0.8 мкм и границы группы по энергиям фотонов в расчетах  $\epsilon_{i,1} = 1.55$  эВ и  $\epsilon_{i,2} = 1.77$  эВ соответственно) и рис. 6б — LS1 (диапазон длин волн 0.382–0.418 мкм и границы группы по энергиям фотонов в расчетах  $\epsilon_{i,1} = 2.96$  эВ и  $\epsilon_{i,2} = 3.26$  эВ соответственно). Синим цветом обозначены результаты расчетов, красным — результаты измерений. Цифры (1, 2, 5, 6) соответствуют данным эксперимента “Северная звезда-I”, а (3, 4, 7, 8) — “Северная звезда-II”. Предварительная обработка данных измерений выполнялась трехточечным медианным фильтром. На кривых 4, 6, 8 показаны средние (по трем точкам) отклонения от медианных значений. Как видно из сравнения расчетных данных по кривым светимости, отличие величин плотностей потоков излучения в двух экспериментах более, чем на порядок, превышает влияние расстояний до OSP-модулей (2.5 раза), что присуще и данным экспериментов. В [11] этот факт назван “необъясненным”. Если учесть относительную упрощенность физической модели, существенную неопределенность в расчетах спектроскопических свойств алюминия, воздуха, и продуктов взрыва, особенно при низких плотностях и температурах, а также не вполне достоверные показания измерительной аппаратуры, результаты расчетов хорошо согласуются с данными измерений по кривым светимости в рассматриваемых двух диапазонах длин волн.

Заметим, что расположение научных модулей в обоих экспериментах и их размеры (радиус ~40 см) были такими, что самые близкие к OSP модулям — модули с аппаратурой для плазменных измерений PDP (Plasma Diagnostic Payload), которые находились на расстоя-



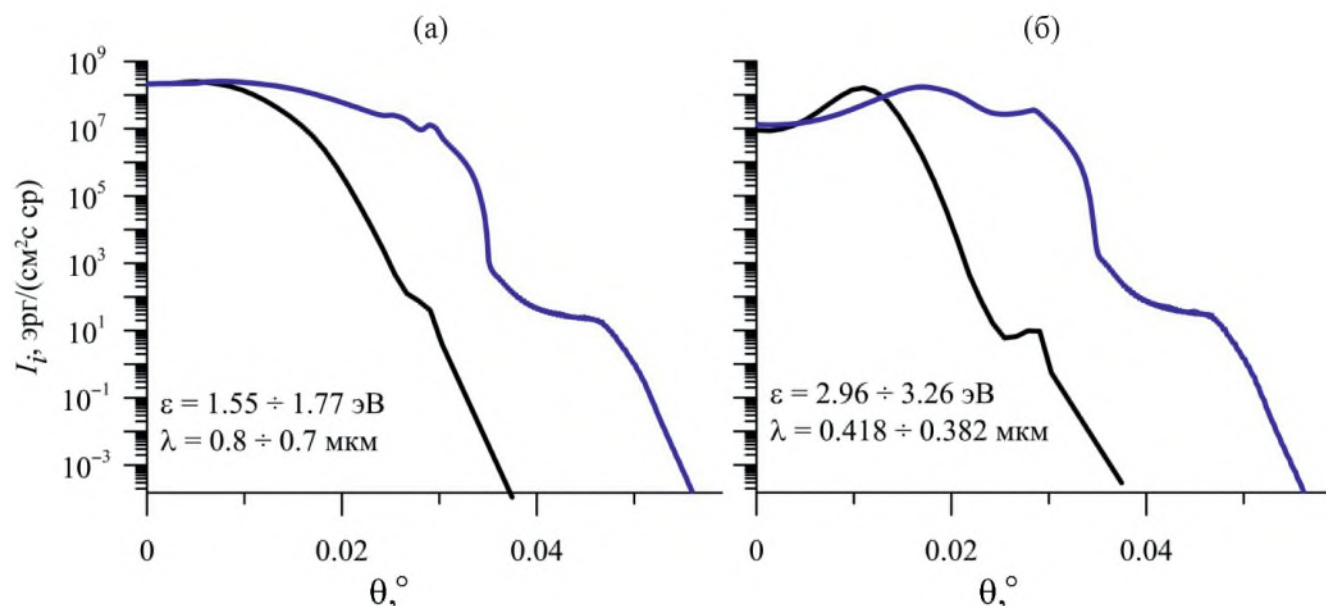
**Рис. 6.** Сравнение расчетных и экспериментальных кривых светимости: (а) соответствует диапазону длин волн фотометра HS1 0.7–0.8 мкм, (б) — диапазону длин волн фотометра LS1 0.382–0.418 мкм. Синим цветом обозначены результаты расчетов, красным — результаты измерений. Цифры (1, 2, 5, 6) соответствуют данным эксперимента “Северная звезда-I”, а (3, 4, 7, 8) — “Северная звезда-II”.

нии 468 м в эксперименте “Северная звезда-I” и 537 м в эксперименте “Северная звезда-II” от OSP [11], перекрывали свечение плазменных струй вплоть до времен порядка 40 мкс, что заметно по данным измерений. На рис. 7 показаны расчетные зависимости от угла  $\theta$  интенсивностей излучения  $I_i$  в момент времени 40 мкс. Здесь синие кривые соответствуют эксперименту “Северная звезда-I”, черные — эксперименту “Северная звезда-II”. Как видно из рисунка, свечение плазменного образования ограничено углом  $\theta \sim 0.04^\circ$  для первого и  $\theta \sim 0.02^\circ$  для второго эксперимента. Рис. 7а относится к диапазону датчика HS1, рис. 7б — LS1. Эти значения углов как раз соответствуют оценкам углов “слепой зоны” датчиков на OSP модулях. При расчете кривых светимости “слепая зона” не учитывалась.

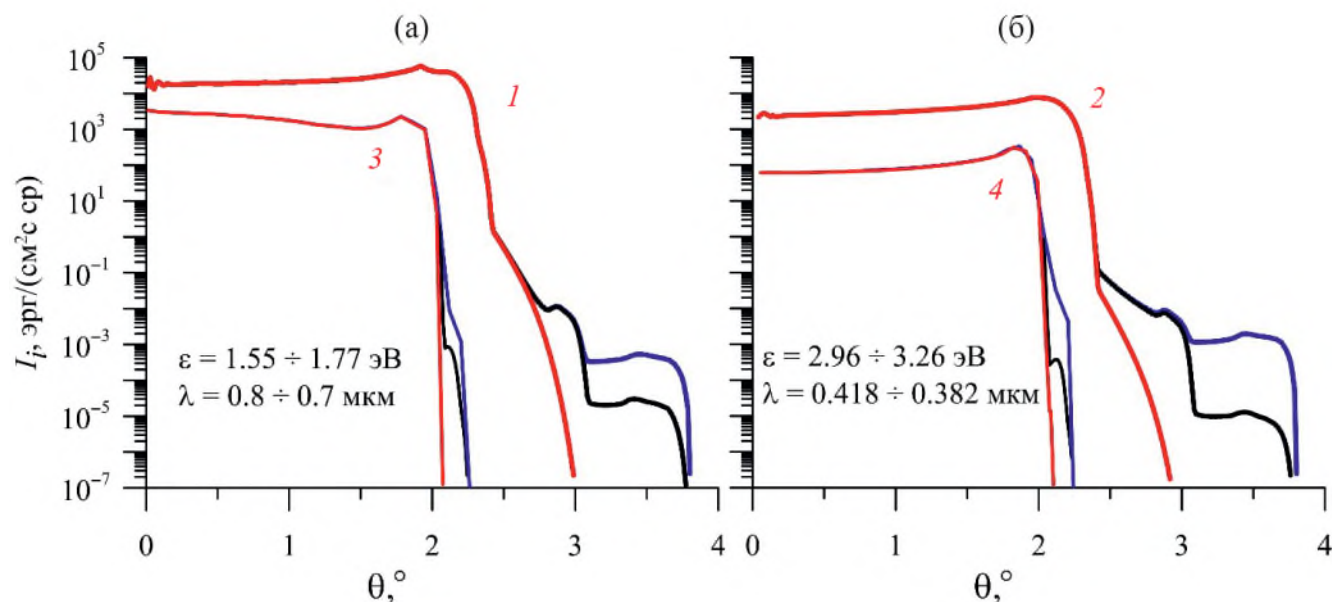
На рис. 8 приведены расчетные зависимости от угла  $\theta$  интенсивностей излучения  $I_i$  для двух диапазонов датчиков HS1 (рис. 8а) и LS1 (рис. 8б) в момент времени 3 мс. Группы кривых (1) и (2) соответствуют эксперименту “Северная звезда-I”, (3) и (4) — эксперименту “Северная звезда-II”. Красные кривые — свечение алюминиевых паров, черные — продуктов взрыва, синие — воздуха. Хорошо видно, что излучение при наблюдении из точки С (см. схему рис. 5) определяется свечением алюминиевых паров.

При наблюдении сбоку (в экспериментах были получены изображения со спутника MSX в видимом

диапазоне длин волн, начиная со времени 17 мс [11]) картина свечения отличается от соответствующей картины при наблюдении с торца. Для получения изображения из точки наблюдения В (см. схему рис. 5) стационарное уравнение переноса излучения (3) решалось вдоль миллиона лучей, проходящих через возмущенную область и попадающих в точку наблюдения В, являющуюся началом координат сферической системы координат  $(r, \theta, \varphi)$ , где  $r$  — расстояние вдоль луча до начала координат,  $\theta$  и  $\varphi$  — зенитный и азимутальный углы соответственно [21]. При переходе к этой системе координат плоскость датчика выбиралась в качестве фундаментальной плоскости, которой принадлежит точка наблюдения, зенитный угол  $\theta$  — это угол между перпендикуляром к фундаментальной плоскости, проведенным из точки наблюдения и направленным на возмущенную область, и направлением луча, который соответствует единичному вектору  $\Omega$ , азимут  $\varphi$  — угол между произвольно выбранным лучом на фундаментальной плоскости с началом в точке наблюдения и проекцией рассматриваемого луча на эту плоскость. Большое число лучей необходимо для того, чтобы достаточно точно описать перенос излучения в возмущенной области, представляющей собой сложное распределение участков различной плотности и температуры. Достаточная плотность лучей позволяет избежать “эффекта луча”, т.е. пропуск области яркого свечения, которая может внести значи-



**Рис. 7.** Расчетные зависимости от угла  $\theta$  интенсивностей излучения  $I_i$  в момент времени 40 мкс. Здесь синие кривые соответствуют эксперименту “Северная звезда-I”, черные — эксперименту “Северная звезда-II”: (а) соответствует диапазону длин волн фотометра HS1 0.7–0.8 мкм, (б) — диапазону длин волн фотометра LS1 0.382–0.418 мкм.

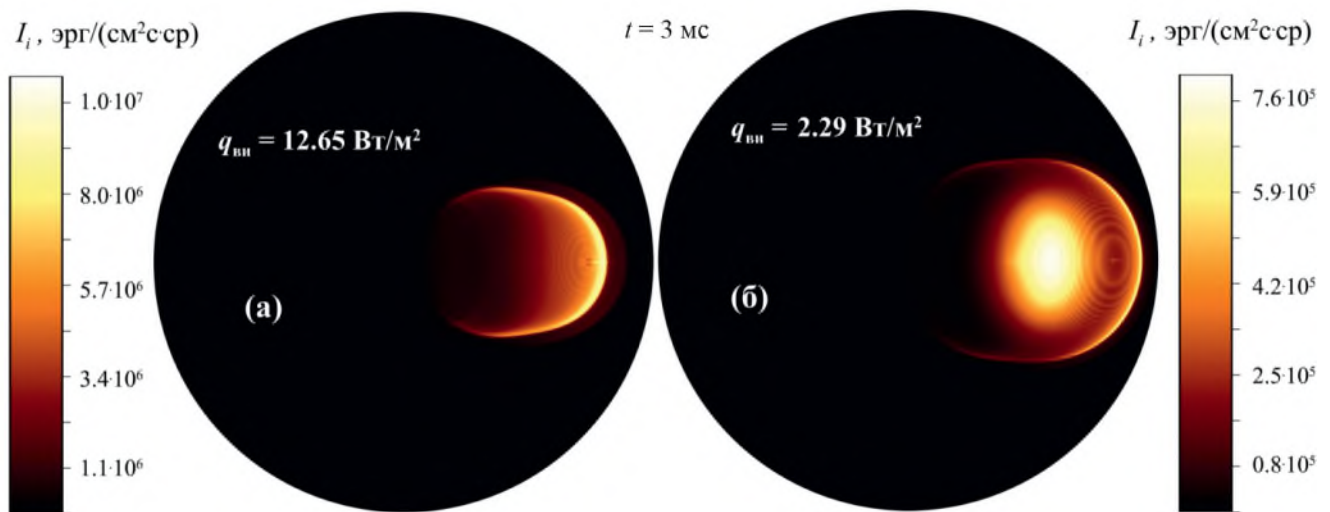


**Рис. 8.** Расчетные зависимости от угла  $\theta$  интенсивностей излучения  $I_i$  для двух диапазонов датчиков HS1 (а) и LS1 (б) в момент времени 3 мс. Группы кривых (1) и (2) соответствуют эксперименту “Северная звезда-I”, (3) и (4) — эксперименту “Северная звезда-II”. Красные кривые — свечение алюминиевых паров, черные — продуктов взрыва, синие — воздуха.

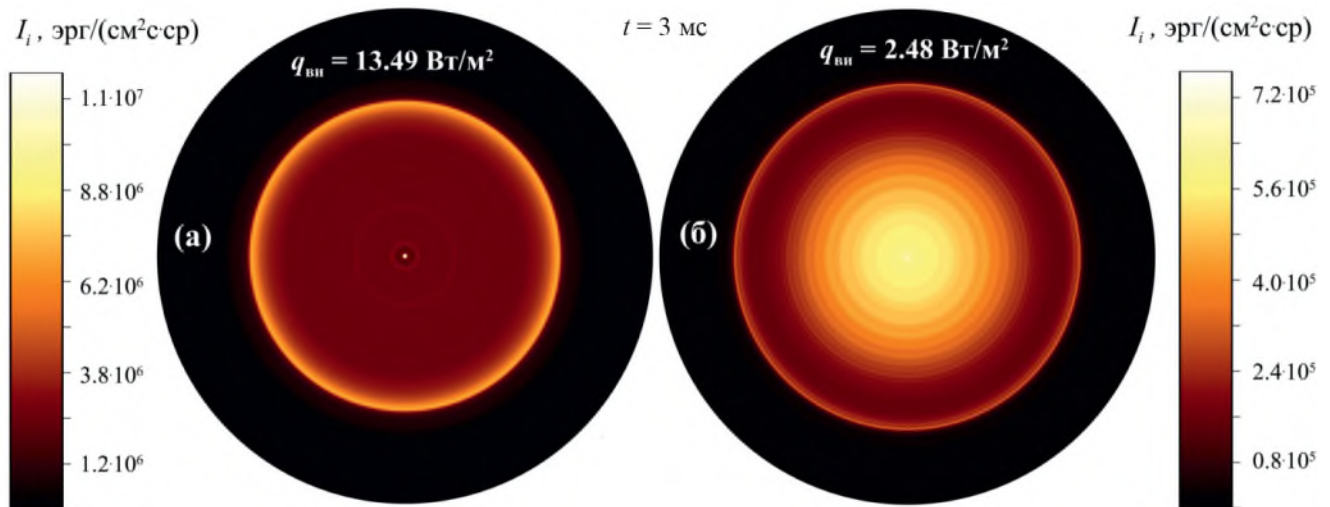
тельный вклад в плотность потока излучения, что может исказить результаты расчетов. На рис. 9 представлены расчетные изображения плазменных образований при наблюдении из точки  $B$  при угле  $\alpha = 45^\circ$  с расстояния 1 км от точки  $O$  в видимом диапазоне энергий фотонов  $\varepsilon = 1.55\text{--}3.26$  эВ (или длин волн  $\lambda = 0.8\text{--}0.38$  мкм) в момент времени 3 мс разлета плазменного образования, моделирующего эксперимент “Северная звезда-I” (рис. 9а) и “Северная звезда-II”

(рис. 9б). На рисунках белым цветом показаны значения соответствующих плотностей потоков излучения. Как видно из рисунков, используемый алгоритм расчета позволяет получать объемные изображения плазменных образований. Для сравнения на рис. 10 приведены аналогичные изображения в видимом диапазоне энергий фотонов при наблюдении из точки  $C$  при угле  $\alpha = 0^\circ$  с того же расстояния 1 км от точки  $O$ , что и на предыдущем рисунке. Здесь плотности потоков излу-





**Рис. 9.** Изображения плазменных образований в видимом диапазоне длин волн  $\lambda = 0.8\text{--}0.38$  мкм при наблюдении из точки В при угле  $\alpha = 45^\circ$  с расстояния 1 км от точки О в момент времени 3 мс разлета плазменного образования, моделирующего эксперимент “Северная звезда-I” (а) и “Северная звезда-II” (б).



**Рис. 10.** Изображения плазменных образований в видимом диапазоне длин волн  $\lambda = 0.8\text{--}0.38$  мкм при наблюдении из точки С при угле  $\alpha = 0^\circ$  с расстояния 1 км от точки О в момент времени 3 мс разлета плазменного образования, моделирующего эксперимент “Северная звезда-I” (а) и “Северная звезда-II” (б).

чения на  $\sim 6\text{--}7\%$  превышают соответствующие плотности потоков при наблюдении сбоку. Но, и в том, и в другом случае свечение плазменного облака в эксперименте “Северная звезда -I” более, чем в 5.5 раз интенсивнее, чем в эксперименте “Северная звезда -II”.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые выполнено численное моделирование динамики разлета плазменных образований, созданных взрывными генераторами плазменных струй ВГПС-400 в активных ракетных экспериментах “Северная звезда I” и “Северная звезда II”, отличающихся высотами экспериментов и предварительным (перед ин-

жекцией высокоскоростной алюминиевой плазменной струи) выпуском сухого воздуха в первом случае. Получены пространственные распределения газодинамических параметров плазмы (воздух + Al + продукты взрыва) в различные моменты времени вплоть до миллисекундных времен. Проведено сравнение величин этих параметров для двух экспериментов. Показано, что наличие воздушного облака сдерживает разлет алюминиевой плазмы, особенно на стадии ее инжекции (до 25 мкс).

С помощью численного моделирования получены оптические характеристики плазменных образований. Проведено сравнение расчетных и экспериментальных кривых светимости в диапазоне длин

волн 0.7–0.8 мкм (фотометр HS1) и 0.382–0.418 мкм (фотометр LS1) для обоих экспериментов “Северная звезда I” и “Северная звезда II”, которое показало хорошее согласие расчетных и экспериментальных данных. Расчеты показали, что датчики на оптических модулях OSP фиксировали свечение алюминиевой плазмы, при этом вклад вещества продуктов взрыва и воздуха оказался незначительным.

Приводятся изображения плазменных образований в видимом диапазоне длин волн при наблюдении сбоку и с торца с расстояния 1 км в момент времени 3 мс.

В работе исследовалась общая динамика крупномасштабного плазменного образования на гидродинамических временах. В то же время физические условия могут способствовать развитию таких эффектов, как, например, конденсация вещества и образование пылевых частиц [28, 29], разделение температур ионов и электронов [30, 31], вытеснение заряженными частицами магнитного поля [32] и др. Улучшение плазменной модели является предметом будущих исследований.

В заключении можно сделать вывод о том, что используемая сравнительно простая физикоматематическая модель начальной стадии разлета плазменных образований на различных высотах ионосферы Земли может применяться для прогноза газодинамических и оптических параметров искусственных плазменных струй.

Проведенные в работе систематизация и анализ данных активных экспериментов “Северная звезда I” и “Северная звезда II” могут составить базис для тестирования активно развивающихся в настоящее время современных подходов для описания динамики плазмы, например, гибридные модели [33, 34], метод частиц [35, 36], прямое кинетическое моделирование [37].

Работа выполнена в рамках государственного задания № FMWN-2022-0021.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский М.Б., Гурвич А.В., Евтушевский А.М., Киселев Ю.Н., Милиневский Г.П., Романовский Ю.А., Христофоров Б.Д., Фейгин В.М. // Космич. исслед. 1993. Т. 31. С. 32.
2. Адушкин В.В., Зецер Ю.И., Киселев Ю.Н., Немчинов И.В., Христофоров Б.Д. // ДАН АН СССР. 1993. Т. 31. С. 486.
3. Адушкин В.В., Зецер Ю.И., Гаврилов Б.Г., Грыцкиев И.В., Киселев Ю.Н., Романовский Ю.А., Рыбаков В.А., Менг Ч.-И., Эрландсон Р., Стоянов Б. // ДАН РФ. 1998. Т. 361. С. 818.
4. Гаврилов Б.Г., Зецер Ю.И., Подгорный А.И., Подгорный И.М., Собянин Д.Б. // Динамические процессы в геосферах под действием внешних и внутренних потоков энергии и вещества (геофизика сильных возмущений) / Сб. научн. тр. М.: ИДГ РАН, 1998. С. 168.
5. Киселев Ю.Н., Гаврилов Б.Г., Зецер Ю.И., Поклад Ю.В., Рыбаков В.А. // Динамические процессы в геосферах под действием внешних и внутренних потоков энергии и вещества (геофизика сильных возмущений) / Сб. научн. тр. М.: ИДГ РАН, 1998. С. 181.
6. Киселев Ю.Н., Зецер Ю.И., Поклад Ю.В., Рыбаков В.А. // Нестационарные процессы в верхних и нижних оболочках Земли (геофизика сильных возмущений). Сб. научн. тр. М.: ИДГ РАН, 2002. С. 323.
7. Gavrilov B.G., Podgorny I.M., Sobyannin D.B., Zetzer J.I., Erlandson R.E., Meng C.I., Pfaff R.F., Lynch K.A. // J. Spacecr. Rockets. 2004. V. 41. P. 490.
8. Lynch K.A., Torbert R. B., Chutter M., Erlandson R. E., Meng C. I., Zetzer J. I., Gavrilov B. G., Kiselev Y.N. // J. Spacecraft Rockets. 2004. V. 41. P. 496.
9. Pfaff R. F., Freudenreich H. T., Bounds S., Peter A. Delamere P.A., Erlandson R.E., Meng C.I., Zetzer J.I., Gavrilov B.G. // J. Spacecraft Rockets. 2004. V. 41. P. 521.  
DOI: 10.2514/1.11945.
10. Erlandson R.E., Meng C.I., Swaminathan P.K., Kumar C.K., Dogra V.K., Stoyanov B.J., Gavrilov B.G., Kiselev Y.N., Zetzer J.I., Stenbaek-Nielsen H.C., Lynch K.A., Pfaff R.F., Delamere P.A., Bounds S., Gatsonis N.A. // J. Spacecraft Rockets. 2004. V. 41. P. 483.
11. Зецер Ю.И., Поклад Ю.В., Эрландсон Р.Е. // Физика земли. 2021. № 5. С. 184.  
DOI: 10.31857/S0002333721050227.
12. Swenson C.M., Kelley M.C., Primdahl F., Baker K.D. // Geophys. Res. Lett. 1990. V. 17. P. 2337.
13. Swenson C.M., Kelley M.C., Brenning N., Torbert R.B., Primdahl F., Baker K.D. // Adv. Space Res. 1992. V. 12. P. 65.
14. Лосева Т.В., Голубь А.П., Косарев И.Б., Поклад Ю.В., Ляхов А.Н., Зецер Ю.И. // Динамические процессы в геосферах. М.: ИДГ РАН, 2021. № 13. С. 175.  
Doi: 10.26006/22228535\_2021\_1\_175.
15. Лосева Т.В., Косарев И.Б., Поклад Ю.В., Ляхов А.Н., Зецер Ю.И., Урвачев Е.М. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 956.  
Doi: 10.31857/S0367292122600583.
16. Denavit J. // Phys. Fluids. 1979. V. 22. P. 1384.  
Doi: 10.1063/1.862751.
17. Werner G.R., Uzdensky D.A., Begelman M.C., Cerutti B., Nalewajko K. // Monthly Notices Royal Astron. Soc. 2018. V. 473. P. 4840.  
Doi: 10.1093/mnras/stx2530.
18. Lobok M., Brantov A., Bychenkov V.Y. // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. № 12.  
Doi: 10.1063/1.5125968.
19. Lobok M., Andriyash I.A., Vais O., Malka V., Bychenkov V.Y. // Phys. Rev. E. 2021. V. 104. P. L053201.

- Doi: 10.1103/PhysRevE.104.L053201.
20. Урвачев Е.М., Лосева Т.В., Ляхов А.Н., Зецер Ю.И. // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 1118. Doi: 10.31857/S0367292123601145.
  21. Лосева Т.В., Урвачев Е.М., Зецер Ю.И., Ляхов А.Н., Косарев И.Б., Поклад Ю.В. // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 797. Doi: 10.31857/S0367292123600450.
  22. Glazyrin S. I., Brantov A. V., Rakitina M. A., Bychenkov V. Yu. // High Energy Density Physics. 2020. V. 36. P. 100824. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1574181820300707>.
  23. Urvachev E. M., Shidlovski D. S., Blinnikov S. I., Glazyrin S. I. // Astron. Lett. 2023. V. 49. P. 445. Doi: 10.1134/S1063773723080042.
  24. Toro E. F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction. Springer Science & Business Media, 2013.
  25. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
  26. Ralchenko Y., Fuh, J., Jou F., Martin W., Podobedova L., Reader J., Sansonetti J., Wiese W. NIST Atomic Spectra Database (2006). 2006. <http://physics.nist.gov/asd3>.
  27. Kurucz R. L. // Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica. 1992. V. 23. P. 181. <https://adsabs.harvard.edu/full/1992RMxAA..23..>
  - 181K.
  28. Popel S. I., Gisko A. A., Golub' A. P., Losseva T. V., Bingham R., Shukla P. K. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 2410.
  29. Лосева Т. В., Понель С. И., Голубь А. П. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 1007.
  30. Bartosiewicz Y., Proulx P., Mercadier Y. // J. Phys. D: Applied Phys. 2002. V. 35. P. 2139.
  31. Кузьмичева М.Ю. // Динамические процессы в геосферах. 2018. № 10. С. 185. Doi: 10.26006/IDG.2018.10.20195.
  32. Ковалева И.Х., Ковалев А.Т. // Динамические процессы в геосферах. 2021. № 13. С. 158. Doi: 10.26006/22228535\_2021\_1\_158.
  33. Belyaev M. A., Larson D. J., Cohen B. I., Clark S. E. // Phys. Plasmas. 2024. V. 31. P. 012902. Doi: 10.1063/5.0177132.
  34. Kropotina J. A., Petrukovich A. A., Chugunova O. M., Bykov A. M. // Monthly Notices Royal Astron. Soc. 2023. V. 524. P. 2934. Doi: 10.1093/mnras/stad2038.
  35. Dikalyuk A. S., Kuratov S. E. // Math Models Comput Simul. 2018. No. 10. P. 198. Doi: 10.1134/S2070048218020059.
  36. Le A., Stanier A., Yin L., Wetherston B., Keenan B., Albright B. // Phys. Plasmas. 2023. V. 30. P. 063902. Doi: 10.1063/5.0146529.
  37. Карнов С. А., Потапенко И. Ф. // Физика плазмы. 2015. Т. 41. С. 890.

## DYNAMICS OF THE EXPANSION OF ARTIFICIAL PLASMA FORMATIONS IN EARTH'S IONOSPHERE

T. V. Losseva<sup>a,b,\*</sup>, E. M. Urvachev<sup>a,b,c</sup>, E. S. Goncharov<sup>a,b</sup>, and A. N. Lyakhov<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Sadovsky Institute of Geosphere Dynamics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119334 Russia

<sup>b</sup>Dukhov Research Institute of Automatics, Moscow, 127055 Russia

<sup>c</sup>National Research Center "Kurchatov Institute," Moscow, 123182 Russia

\*e-mail: Tatiana.Losseva@gmail.com

The paper presents the results of numerical simulation of the initial stage of expansion of plasma formations resulting from the injection of high-speed aluminum plasma jets into the Earth's ionosphere at different altitudes corresponding to two "North Star" experiments. The influence of an artificial atmosphere represented by an air cloud on the plasma formation parameters in the North Star-I experiment is studied. Gas-dynamic parameters of plasma formations and their optical characteristics are determined. We present a comparison of the calculation results with the results of measurements of the luminosity curves in two wavelength ranges of photometers, which shows good agreement between the calculated and experimental data.

**Keywords:** active rocket experiments in the ionosphere, high-speed aluminum plasma jet, explosive plasma generators, numerical simulation, optical characteristics of plasma formation

## К ВОПРОСУ О НЕЛИНЕЙНЫХ ПЫЛЕВЫХ ЗВУКОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ В ИОНОСФЕРЕ МАРСА

© 2024 г. Ю. С. Резниченко<sup>a,b,\*</sup>, Ю. Н. Извекова<sup>a</sup>, С. И. Попель<sup>a,\*\*</sup>

<sup>a</sup> Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

<sup>b</sup> Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

\*e-mail: dyju@yandex.ru

\*\*e-mail: popel@cosmos.ru

Поступила в редакцию 25.08.2024 г.

После доработки 22.09.2024 г.

Принята к публикации 28.09.2024 г.

Рассмотрены пылевые звуковые солитоны и нелинейные периодические волны, распространяющиеся в ионосфере Марса в плазменно-пылевых облаках на высотах около 100 км. Исследована зависимость амплитуды солитона от величины заряда пылевых частиц и концентрации электронов плазмы. Показано, что важным фактором, влияющим на параметры солитона, является адиабатический захват электронов (ионов) плазмы. Исследована возможность существования в ионосфере Марса нелинейных периодических волн. Показано, что величина пространственного периода волны может быть достаточной для ее регистрации космическими аппаратами. Возможность возникновения пылевых звуковых волновых возмущений в ионосфере Марса следует учитывать при обработке и интерпретации данных наблюдений.

**Ключевые слова:** пылевая плазма, пылевые звуковые возмущения, солитоны, нелинейные волны, ионосфера, Марс

DOI: 10.31857/S0367292124110095, EDN: FBONDP

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к описанию пылевой плазмы в ионосферах планет резко возрос в конце 1990-х — начале 2000-х годов, что было связано, в частности, с разработкой к этому времени методов исследования пылевой плазмы в том числе и в природных системах [1–4]. В последние два десятилетия, кроме того, существенно возрос интерес и к исследованиям Марса. Атмосфера Марса на сегодняшний день успешно изучается, например, такими миссиями, как Mars Express и ExoMars Trace Gas Orbiter. В рамках программ Mars Exploration Rover Opportunity и Mars Science Laboratory Curiosity проводятся исследования поверхности планеты. Регулярно изучаются спутники Марса, Фобос и Деймос, и т. д.

Одним из объектов активного изучения последних лет является ионосфера Марса, нижняя граница которой обычно расположена на высотах около 80–90 км (хотя может опускаться и до 65 км) [5], а верхняя занимает высоту примерно в 400 км [6]. Параметры марсианской ионосферы испытывают сильные колебания во времени, поскольку на них определяющим образом воздействуют солнечное излучение и солнечный ветер: при формировании дневной ионосферы существенную роль играет фотоионизация нейтрального атмосферного газа мягким рентгеновским и ультрафиолетовым излучением, а основными физическими механизмами, приводящими к образованию ночной

ионосферы, являются осаждение электронов, перенос плазмы с дневной стороны, а также потоки высокоэнергетических частиц от Солнца [7]. Появление электронных слоев на высотах около 80 км, вероятно, обусловлено абляцией вещества метеороидов [5, 8].

Пиковые электронные концентрации ( $\sim 10^5$  см<sup>-3</sup>) регистрируются днем на высотах 135–140 км, в остальных областях они обычно ниже на 1–2 порядка [5]. Ночью концентрации электронов варьируются в диапазоне от  $2 \times 10^3$  до  $1.8 \times 10^5$  см<sup>-3</sup>. Ионные концентрации также максимальны днем, причем 90% всех положительных ионов приходится на ион O<sub>2</sub><sup>+</sup>, а оставшиеся примерно 10% — на ион CO<sub>2</sub><sup>+</sup> (примечательно, что преобладание ионов O<sub>2</sub><sup>+</sup> имеет место при практически полном отсутствии в атмосфере Марса собственно молекулярного кислорода O<sub>2</sub> [9]). Первичный ион CO<sub>2</sub><sup>+</sup> образуется в результате фотоионизации углекислого газа, затем он быстро разрушается в столкновениях с атомарным кислородом с образованием иона O<sub>2</sub><sup>+</sup> либо непосредственно, либо через промежуточную стадию (с образованием атомарного иона O<sup>+</sup>) с последующей реакцией перезарядки [10].

Температуры электронов и ионов примерно до 135–140 км равны температуре нейтрального газа [11], чье распределение таково, что оказывается возможным выделить три характерные области [12]: тропосферу (от поверхности планеты до высот около

50–60 км), среднюю атмосферу (от верхней границы тропосферы до примерно 110 км) и термосферу (начиная со 110 км и до границы с открытым космосом). В тропосфере температура снижается от среднего поверхностного значения (около 210 К) до атмосферного минимума, в области средней атмосферы температура остается примерно равной минимуму, далее в термосфере она вновь растет. В целом температурный профиль сильно подвержен влиянию суточно-сезонных изменений (в первую очередь, в области тропосферы); днем температура примерно на 15 К выше, чем ночью [12].

Еще одной важной составляющей марсианской ионосферы являются пылевые частицы. Пылевые частицы могут присутствовать на Марсе вплоть до высот около 100 км над поверхностью планеты, однако их концентрации, как правило, невелики (высокие концентрации пылевых частиц регистрируются во время пылевых бурь и других явлений, в результате которых оказывается возможным поднятие частиц реголита с поверхности планеты) [13]. На высотах около 100 км, где температуры достаточно низки для заморозки углекислого газа, инфракрасный спектрометр SPICAM (установлен на космическом аппарате Mars Express) регистрировал облака микрочастиц с размерами 80–130 нм и концентрацией порядка  $1 \text{ см}^{-3}$  [14]. На более низких высотах (около 80 км над поверхностью планеты) миссией Mars Express с помощью спектрометра OMEGA были обнаружены облака, состоящие из микрометровых частиц [15]. Детектировались облака и непосредственно над поверхностью планеты, а также на высотах около 4 км [16]. В этих областях по ночам наблюдались тонкие пылевые слои, состоящие, по данным установки Mars Climate Sounder (аппарат Mars Reconnaissance Orbiter), из заморозившихся частиц льда  $\text{CO}_2$  или  $\text{H}_2\text{O}$  [17]. Облака частиц сухого льда, напоминающие по своим свойствам серебристые облака мезосферы Земли, наблюдались и выше, на высотах, больших 60 км (аппарат Mars Science Laboratory Curiosity) [18].

Несколько слов необходимо сказать о присутствии в ионосфере Марса металлических паров. Ионосферные металлические слои метеорного происхождения были зарегистрированы на Марсе в диапазоне высот от 80 до 110 км спектрометром NGIMS (аппарат MAVEN), основными чистыми веществами в таких слоях являются магний и железо, хотя присутствуют и некоторые другие металлы [19]. Концентрации металлов в слоях невелики: в среднем концентрации ионов магния равны  $250 \text{ см}^{-3}$ , пиковые значения — примерно  $350\text{--}400 \text{ см}^{-3}$ , возможно, до  $1000 \text{ см}^{-3}$  (для сравнения на Земле пиковые концентрации паров железа достигают значений  $\sim 10^5 \text{ см}^{-3}$ ). В отдельных случаях, однако, значения концентраций могут значительно повышаться. Так, например, в октябре 2014 г. Марс сильно сблизился с быстро летящей (около 54 км/ч) кометой C/2013 A1 (Siding Spring), и вскоре после мак-

симального сближения (по достижении Марса пылевым облаком от кометы) наблюдался подскок концентраций металлов до  $\sim 10^4\text{--}10^5 \text{ см}^{-3}$  (см., например, [20]).

Присутствие в ионосфере паров металлов дает основание предполагать, что по крайней мере в некоторых случаях частицы конденсата могут иметь в своем составе металлические примеси, что, в свою очередь, снижает работу выхода материала микрочастицы. Такая микрочастица в дневных условиях (при наличии солнечного излучения) вследствие фотоэффекта способна приобретать существенный положительный заряд  $Z_d \sim 100$ , тогда как обычно пылинка, чей заряд оказывается обусловлен микротоками ионов и электронов плазмы, несет на себе отрицательный заряд с  $Z_d \sim 10$  (ср. с [21]). Другими словами, принципиально возможны три случая соотношений основных параметров марсианской ионосферной плазмы:

- 1) ночная плазма с заведомо отрицательно заряженными пылевыми частицами;
- 2) дневная плазма с отрицательно заряженными пылевыми частицами в отсутствие фотоэффекта;
- 3) дневная плазма с положительно заряженными пылевыми частицами при наличии фотоэффекта.

Итак, область высот около 100 км в атмосфере Марса представляет очевидный интерес с точки зрения исследования плазменно-пылевых процессов. Настоящая работа посвящена изучению вопроса о возможности существования в ионосфере Марса нелинейных пылевых звуковых (или, как их еще называют, пылеакустических, см. [22, 23]) возмущений, а также оценке значений их основных параметров.

## 2. ПЫЛЕВЫЕ ЗВУКОВЫЕ СОЛИТОНЫ

Важным видом нелинейных волновых структур, свойственных плазменным средам, являются солитоны. Их исследования интенсивно проводятся для самых разнообразных видов плазменных сред (см., например, [22–25]).

Одномерное горизонтальное распространение пылевых звуковых солитонов<sup>1</sup> описывается системой уравнений, включающей в себя, в частности, уравнение непрерывности и уравнение Эйлера для пылевой компоненты, а также уравнение Пуассона для электростатического потенциала  $\varphi$

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_d)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = \pm \frac{Z_d e}{m_d} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (2a,b)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 4\pi e (n_e - n_i \pm Z_d n_d), \quad (3a,b)$$

где верхний “(индекс  $a$ )” и нижний “(индекс  $b$ )” знаки отвечают случаям отрицательного и положительно-го заряда микрочастиц соответственно. Здесь  $x$  и  $t$  —

<sup>1</sup> Вообще пылевых звуковых возмущений.

пространственная и временная переменные,  $n_d$  и  $v_d$  — концентрация пылевых частиц и направленная скорость их движения,  $Z_d$  и  $m_d$  — зарядовое число и масса пылевой частицы,  $-e$  — заряд электрона,  $n_{e(i)}$  — концентрация электронов (ионов) плазмы.

Далее необходимо учесть распределения концентраций электронов и ионов, которые успевают установиться на пылевых звуковых временных масштабах. Обычно и для электронов, и для ионов рассматриваются распределения Больцмана (см., например, [26]), однако электростатический потенциал, индуцируемый микрочастицами, является потенциальной ямой для одной из двух заряженных компонент плазмы, следовательно, возможен адиабатический захват электронов (ионов) стенками положительного (отрицательного) солитона (см. [27, 28]). Действительно, необходимым условием [29, 30] захвата заряженной частицы стенками солитона является выполнение соотношения  $\tau_{sol} \geq l_{sol}/v_{e(i)}$ , где  $\tau_{sol}$  и  $l_{sol}$  — время формирования и характерный пространственный масштаб солитона,  $v_{e(i)}$  — тепловая скорость электрона (иона). Величина  $\tau_{sol}$  по порядку совпадает с  $\omega_{pd}^{-1}$ , где  $\omega_{pd}$  — пылевая плазменная частота, характерный масштаб солитона  $l_{sol}$  порядка нескольких дебаевских радиусов электрона  $\lambda_{De}$ . Величина  $l_{sol}/v_{e(i)}$ , таким образом, может быть оценена как  $l_{sol}/v_{e(i)} \sim \omega_{pe(i)}^{-1}$  при положительном (отрицательном) заряде микрочастиц плазмы. Поскольку  $\omega_{pd} \ll \omega_{pe(i)}$ , условие захвата всегда выполняется.

Таким образом, при отрицательном заряде пылевых частиц распределение электронов можно считать больцмановским, для ионов же необходимо использовать распределение Гуревича; наоборот, при положительном заряде микрочастиц электроны оказываются распределены по Гуревичу, а ионы — по Больцману:

$$\begin{aligned} n_e &= n_{e0} e^{e\varphi/T_e}, \\ n_i &= n_{i0} \left[ \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{-e\varphi/T_i}} e^{-u^2} du \right) e^{-e\varphi/T_i} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{-e\varphi}{T_i}} \right], \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} n_e &= n_{e0} \left[ \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{e\varphi/T_e}} e^{-u^2} du \right) e^{e\varphi/T_e} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{e\varphi}{T_e}} \right], \\ n_i &= n_{i0} e^{-e\varphi/T_i}. \end{aligned} \quad (4b)$$

Здесь  $n_{e(i)0}$  и  $T_{e(i)}$  — невозмущенная концентрация и температура электронов (ионов) плазмы соответственно.

Значения зарядов  $q_d$  пылевых частиц определяются из уравнения  $I_e(q_d) + I_i(q_d) = 0$ , где  $I_e(q_d)$  и  $I_i(q_d)$  — микроскопические токи электронов и ионов на пылевую

частицу. При этом аналогично ситуации в запыленной мезосфере Земли оказывается возможным пренебречь изменениями зарядов пылевых частиц в солитоне. Действительно, по своему происхождению марсианские ионосферные облака субмикронных частиц, как отмечалось ранее, напоминают серебристые облака мезосферы Земли. Частицы льда  $\text{CO}_2$ , составляющие такого рода облака, образуются за счет конденсации пересыщенных атмосферных паров углекислого газа при седиментации пылевой компоненты плазмы [31]. Для частиц, находящихся на одной высоте над поверхностью планеты, описанные процессы проходят с одинаковой интенсивностью, поэтому при рассмотрении горизонтального распространения волновых возмущений можно пренебречь дисперсией микрочастиц по размерам и, как следствие, по зарядам.

Начальные условия для систем (1)–(4a), (1)–(4b) задаются на бесконечности: предполагается, что при  $x \rightarrow \pm\infty$  все возмущения исчезают, т. е.  $\varphi(\pm\infty) = 0$ ,  $v_d(\pm\infty) = 0$ ,  $n_e(\pm\infty) = n_{e0}$ ,  $n_i(\pm\infty) = n_{i0}$  и  $n_d(\pm\infty) = n_{d0}$ . Невозмущенные значения концентраций  $n_{e0}$ ,  $n_{i0}$  и  $n_{d0}$  связаны соотношениями квазинейтральности  $n_{i0} = n_{e0} + Z_d n_{d0}$  и  $n_{e0} = n_{i0} + Z_d n_{d0}$  соответственно для случаев (а) и (б). Решения систем уравнений ищутся в виде уединенного волнового возмущения, движущегося с постоянной скоростью  $u_0$  вдоль оси  $Ox$ . Все параметры задачи, таким образом, должны зависеть от координаты  $x$  и времени  $t$  только посредством переменной  $\xi = x - u_0 t$ .

Далее используется стандартный подход, основанный на нахождении сагдеевского потенциала  $V(\varphi)$ . После обезразмеривания системы (1)–(4a) путем замен  $e\varphi/T_i \rightarrow \varphi$ ,  $\xi/\lambda_{De} \rightarrow \xi$  сагдеевский потенциал может быть выписан в виде

$$\begin{aligned} V(\varphi) &= \tau^2 (1 - e^{\varphi/\tau}) + l\tau \left( 1 - e^{-\varphi} - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} (-\varphi)^{3/2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\varphi} \int_0^{\sqrt{-\varphi}} e^{-u^2} du - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{-\varphi} \right) + \\ &\quad + Md\tau^2 \left( M - \sqrt{M^2 + \frac{2Z_d\varphi}{\tau}} \right). \end{aligned} \quad (5a)$$

Здесь  $\tau = T_e/T_i$ ,  $d = n_{d0}/n_{e0}$ ,  $l = n_{i0}/n_{e0}$ ,  $M = u_0/C_S$ , где  $C_S = \sqrt{T_e/m_d}$  — скорость звука.

Для системы (1)–(4b) в соответствии заменами  $e\varphi/T_e \rightarrow \varphi$ ,  $\xi/\lambda_{De} \rightarrow \xi$  потенциал Сагдеева имеет вид

$$\begin{aligned} V(\varphi) &= 1 - e^{\varphi} + \frac{l}{\tau} (1 - e^{-\tau\varphi}) - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \varphi^{3/2} + \\ &\quad + \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{\varphi} \int_0^{\sqrt{\varphi}} e^{-u^2} du - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\varphi} + \\ &\quad + Md \left( M - \sqrt{M^2 - 2Z_d\varphi} \right), \end{aligned} \quad (5b)$$



где выражения для безразмерных величин  $\tau$ ,  $d$ ,  $l$  и  $M$  остаются теми же. Константы интегрирования в обоих случаях выбраны из условия  $V(0) = 0$ .

Для существования солитонов сагдеевский потенциал  $V(\varphi)$  должен иметь локальный максимум в точке  $\varphi = 0$ , необходимым условием которого является отрицательный знак второй производной  $V''(0) < 0$ . Отсюда получаем нижнюю границу  $M_{\min}$  числа Маха, оказывающуюся в случаях (а) и (б) одинаковой

$$M^2 > M_{\min}^2 = Z_d^2 d / (1 + l\tau). \quad (6)$$

Вторым условием существования локализованного решения является наличие у уравнения  $V(\varphi) = 0$  по крайней мере одного действительного решения  $\varphi \neq 0$ . Это возможно при выполнении неравенств  $V(\varphi_{\min}) = V(-M_{\max}^2 \tau / 2Z_d) \geq 0$  (случай (а)) и  $V(\varphi_{\max}) = V(M_{\max}^2 / 2Z_d) \geq 0$  (случай (б)), задающих верхнюю границу  $M_{\max}$  числа Маха. В развернутом виде неравенства имеют вид

$$\tau^2 \left( 1 - e^{-M_{\max}^2 / 2Z_d} \right) + l\tau \left( 1 - e^{M_{\max}^2 \tau / 2Z_d} - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left( \frac{M_{\max}^2 \tau}{2Z_d} \right)^{3/2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{M_{\max}^2 \tau}{2Z_d}} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{M_{\max}^2 \tau / 2Z_d} \int_0^{\sqrt{M_{\max}^2 \tau / 2Z_d}} e^{-u^2} du \right) + M_{\max}^2 d \tau^2 \geq 0 \quad (7a)$$

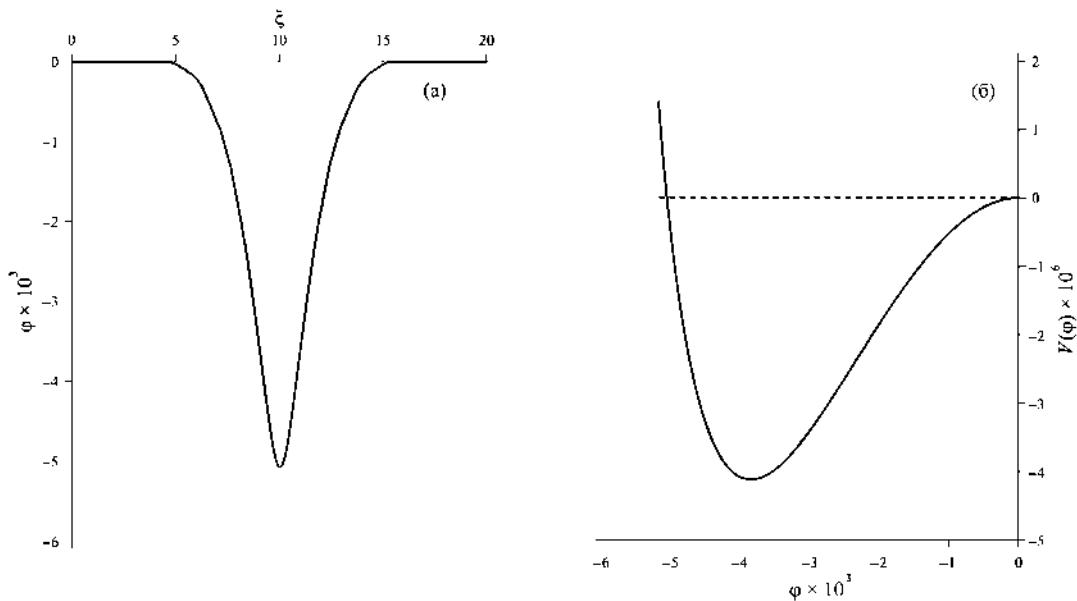
и

$$1 - e^{M_{\max}^2 / 2Z_d} + \frac{l}{\tau} \left( 1 - e^{-M_{\max}^2 \tau / 2Z_d} \right) - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left( \frac{M_{\max}^2}{2Z_d} \right)^{3/2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{M_{\max}^2}{2Z_d}} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{M_{\max}^2 / 2Z_d} \int_0^{\sqrt{M_{\max}^2 / 2Z_d}} e^{-u^2} du + M_{\max}^2 d \geq 0. \quad (7b)$$

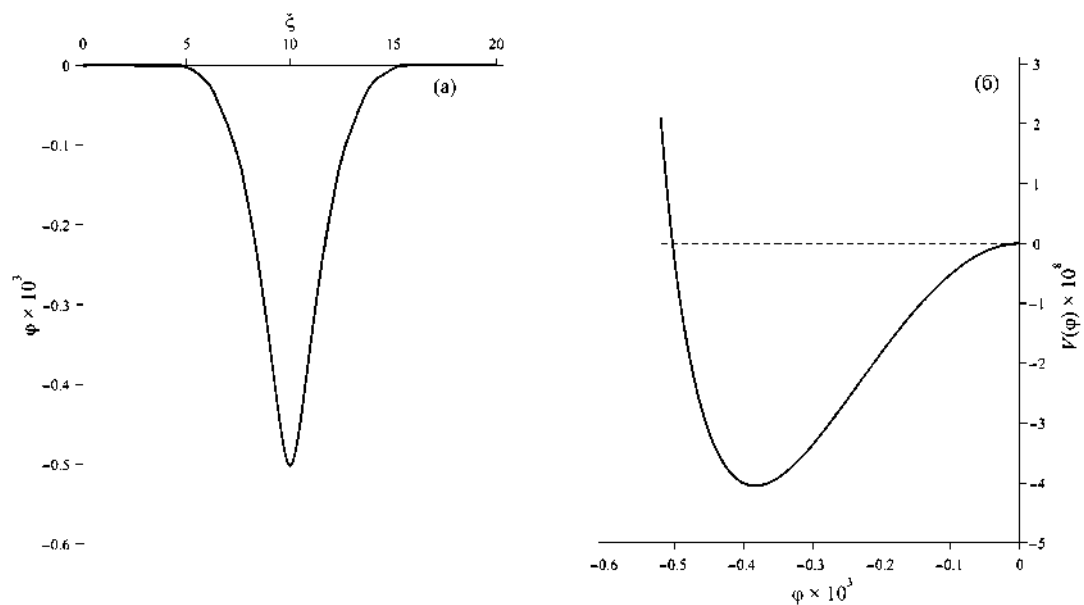
На рис. 1–3 представлены характерные профили солитонов  $\varphi(\xi)$  и соответствующих им сагдеевских потенциалов  $V(\varphi)$  для трех типов соотношений параметров марсианской ионосферной плазмы: первый рисунок соответствует ночной плазме с заведомо отрицательными пылевыми частицами при  $T_e = T_i = 85$  К,  $n_{e0} = 10^3$  см $^{-3}$ ,  $Z_d = 10$ , второй и третий рисунки отображают солитоны дневной плазмы с  $T_e = T_i = 100$  К,  $n_{e0} = 10^4$  см $^{-3}$  при отсутствии (рис. 2) фотоэффекта (отрицательные микрочастицы,  $Z_d = 10$ ) и его наличии (рис. 3, положительные микрочастицы с  $Z_d = 100$ ). Невозмущенная концентрация пылевых частиц во всех трех случаях равна  $n_{d0} = 1$  см $^{-3}$ . Видно, что характерная ширина солитона (при выбранном значении числа Маха  $M_{\min} < M < M_{\max}$ ), как и предполагалось ранее, составляет по порядку величины 8–10 дебаевских радиусов электрона  $\lambda_{De}$ .

Аналогичные вычисления для некоторых других значений плазменных параметров позволяют сделать следующие выводы. Амплитуда солитона, во-первых, линейно растет с увеличением зарядового числа  $Z_d$  пылевых частиц. Во-вторых, амплитуда солитона растет с уменьшением концентрации электронов плазмы: уменьшение  $n_{e0}$  на порядок величины приводит к росту амплитуды солитона также примерно на порядок величины. Соответствующие результаты расчетов для случаев ночной плазмы, дневной плазмы без фотоэффекта и дневной плазмы с фотоэффектом представлены в табл. 1–3.

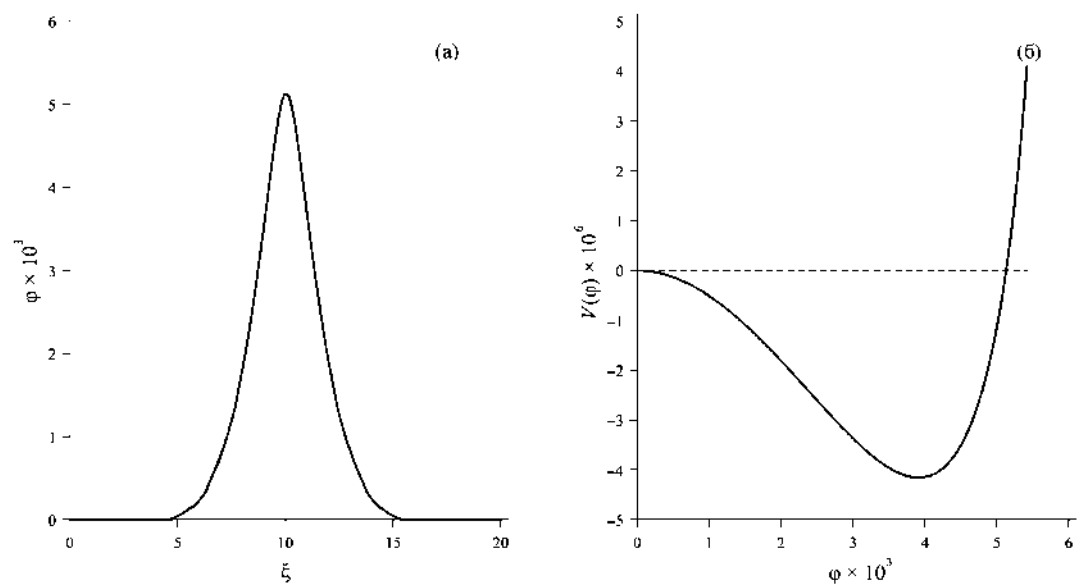
На рис. 4–6 для случаев ночной плазмы, дневной плазмы без фотоэффекта и дневной плазмы с фотоэффектом изображены профили амплитуд пылевых звуковых солитонов в зависимости от значений



**Рис. 1.** Пример профиля солитона  $\varphi(\xi)$  (а) и сагдеевского потенциала  $V(\varphi)$  (б) в случае ночной плазмы с заведомо отрицательными пылевыми частицами при  $T_e = T_i = 85$  К,  $n_{e0} = 10^3$  см $^{-3}$ ,  $n_{d0} = 1$  см $^{-3}$ ,  $Z_d = 10$ .



**Рис. 2.** Пример профиля солитона  $\phi(\xi)$  (а) и сэгдеевского потенциала  $V(\phi)$  (б) в случае дневной плазмы в отсутствие фотоэффекта (отрицательные пылевые частицы) при  $T_e = T_i = 100$  К,  $n_{e0} = 10^4$  см<sup>-3</sup>,  $n_{d0} = 1$  см<sup>-3</sup>,  $Z_d = 10$ .



**Рис. 3.** Пример профиля солитона  $\phi(\xi)$  (а) и сэгдеевского потенциала  $V(\phi)$  (б) в случае дневной плазмы при наличии фотоэффекта (положительные пылевые частицы) при  $T_e = T_i = 100$  К,  $n_{e0} = 10^4$  см<sup>-3</sup>,  $n_{d0} = 1$  см<sup>-3</sup>,  $Z_d = 100$ .

**Таблица 1.** Зависимость амплитуды солитона от величины  $Z_d$  и невозмущенной концентрации электронов плазмы  $n_{e0}$  в случае ночной плазмы при  $T_e = T_i = 85$  К,  $n_{d0} = 1$  см<sup>-3</sup>.

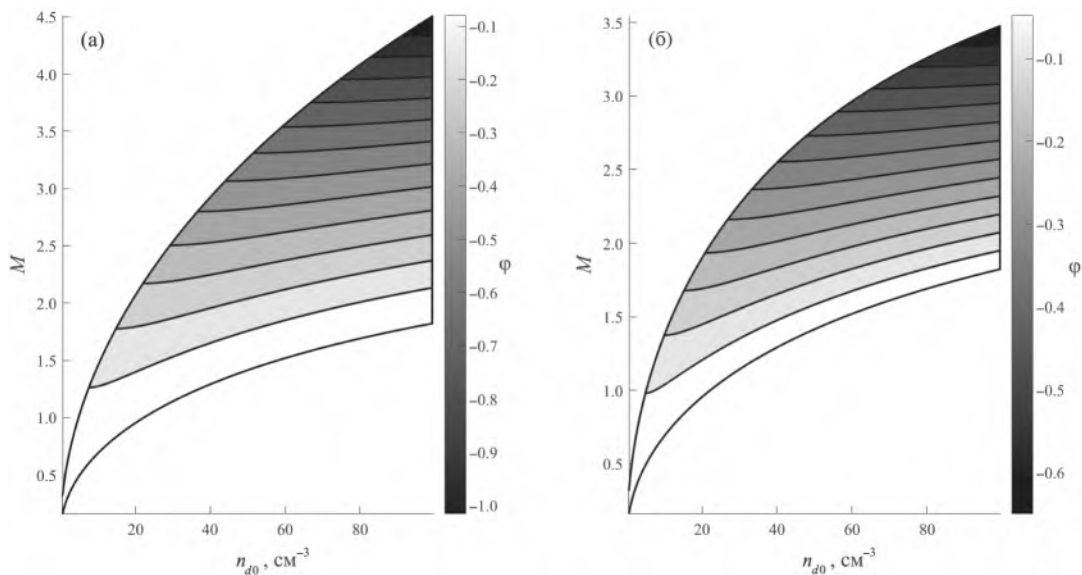
$Z_d = 2$		$Z_d = 5$		$Z_d = 10$	
$n_{e0} = 10^3$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^3$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^3$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>
$-1.01 \times 10^{-3}$	$-1.00 \times 10^{-4}$	$-2.53 \times 10^{-3}$	$-2.51 \times 10^{-4}$	$-5.08 \times 10^{-3}$	$-5.03 \times 10^{-4}$

**Таблица 2.** Зависимость амплитуды солитона от величины  $Z_d$  и невозмущенной концентрации электронов плазмы  $n_{e0}$  в случае дневной плазмы без фотоэффекта при  $T_e = T_i = 100$  K,  $n_{d0} = 1$  см<sup>-3</sup>.

$Z_d = 2$		$Z_d = 5$		$Z_d = 10$	
$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^5$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^5$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^5$ см <sup>-3</sup>
$-1.00 \times 10^{-4}$	$-1.03 \times 10^{-5}$	$-2.51 \times 10^{-4}$	$-2.45 \times 10^{-5}$	$-5.03 \times 10^{-4}$	$-5.04 \times 10^{-5}$

**Таблица 3.** Зависимость амплитуды солитона от величины  $Z_d$  и невозмущенной концентрации электронов плазмы  $n_{e0}$  в случае дневной плазмы с фотоэффектом при  $T_e = T_i = 100$  K,  $n_{d0} = 1$  см<sup>-3</sup>.

$Z_d = 20$		$Z_d = 50$		$Z_d = 100$	
$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^5$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^5$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^4$ см <sup>-3</sup>	$n_{e0} = 10^5$ см <sup>-3</sup>
$1.01 \times 10^{-3}$	$1.00 \times 10^{-4}$	$2.54 \times 10^{-3}$	$2.51 \times 10^{-4}$	$5.13 \times 10^{-3}$	$5.03 \times 10^{-4}$

**Рис. 4.** Профили амплитуд пылевых звуковых солитонов в зависимости от значений числа Маха  $M$  и невозмущенной концентрации пылевых частиц  $n_{d0}$  в случае ночной плазмы при  $T_e = T_i = 85$  K,  $n_{e0} = 10^3$  см<sup>-3</sup>,  $Z_d = 10$ . Левая панель (а) соответствует амплитудам, полученным с учетом адиабатического захвата ионов плазмы, правая панель (б) — амплитудам, полученным в случае, когда ионы считаются распределенными по Больцману.

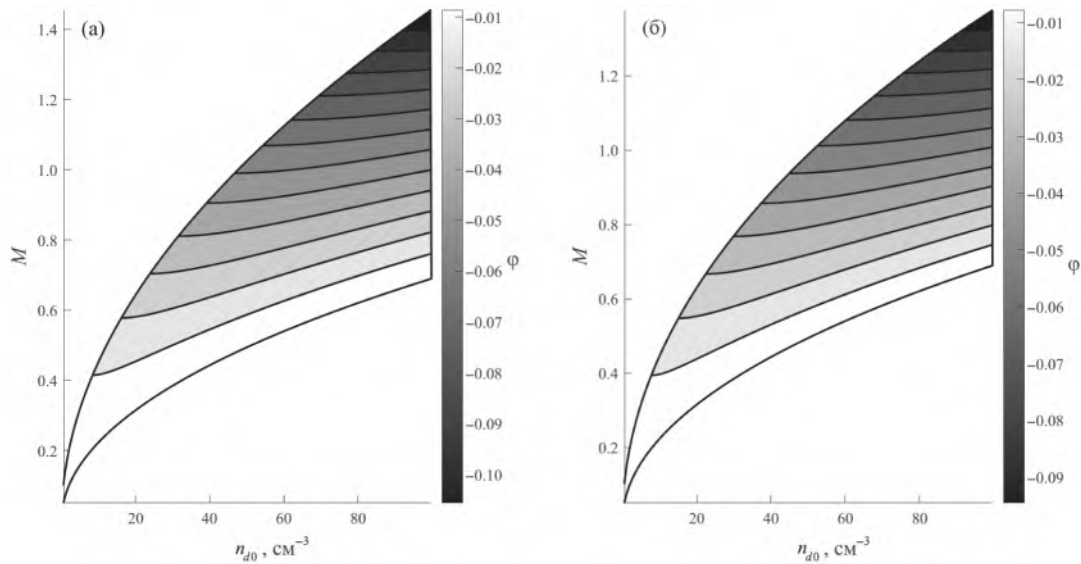
числа Маха  $M$  и невозмущенной концентрации пылевых частиц  $n_{d0}$ . Левые панели (а) на всех рисунках соответствуют амплитудам, полученным с учетом адиабатического захвата одной из заряженных компонент плазмы, правые панели (б) — амплитудам, полученным в случае, когда обе заряженные компоненты считаются распределенными по Больцману. Видно, что учет адиабатического захвата вносит существенные коррективы в результаты расчетов. Во-первых, захват расширяет область существования солитонов: если нижняя граница числа Маха остается неизменной (и, более того, определяется тем же выражением (6)), то значение верхней границы  $M_{\max}$  увеличивается. Во-вторых, в тех точках плоскости  $(M, n_{d0})$ , для которых солитоны существуют как при учете захвата (а), так и при использовании распределения Больцмана (б), значения гуревических амплитуд (по абсолютной величине) оказываются меньшими. Наконец, в-третьих, в случае с использованием распре-

ления Гуревича в той части значений  $M$ , которая оказывается недопустимой при использовании распределения Больцмана, амплитуды солитонов по модулю значительно превышают предельные значения соответствующих больцмановских амплитуд. Наиболее существенно влияние адиабатического захвата в третьем случае (см. рис. 6), когда положительно заряженные пылевые частицы несут на себе большой заряд  $Z_d \sim 100$ .

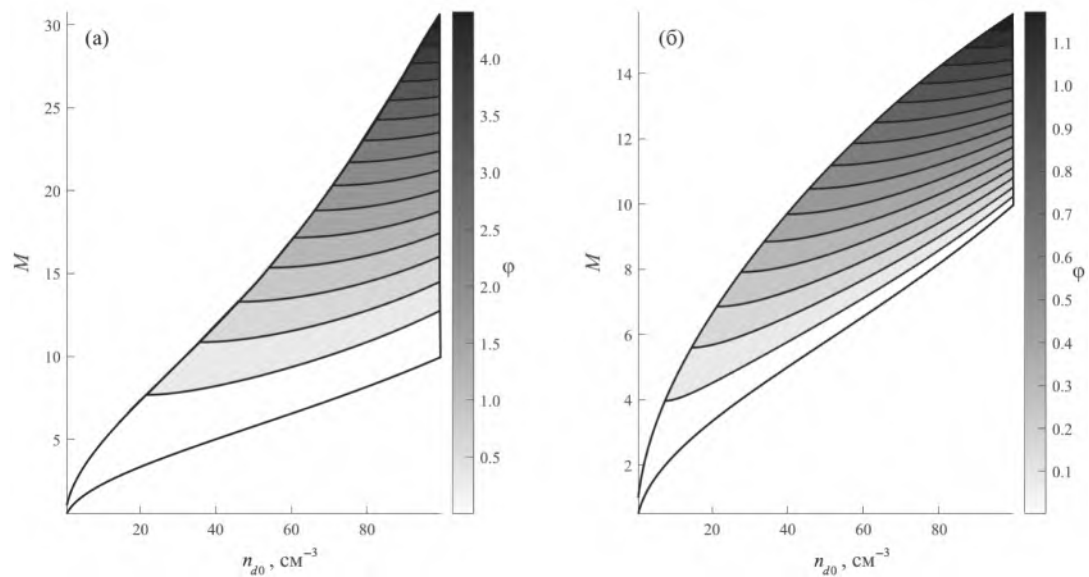
### 3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Системы уравнений (1)–(4а), (1)–(4б) допускают наличие и иного типа решений. Действительно, обе системы введением сакеевского потенциала сводятся к автономному уравнению  $\varphi_{\xi\xi} = -\partial V/\partial \varphi$ , первым интегралом которого является выражение, формально совпадающее с законом сохранения энергии,

$$\frac{1}{2}(\varphi_{\xi})^2 + V(\varphi) = C, \quad C \in \mathbb{R}.$$



**Рис. 5.** Профили амплитуд пылевых звуковых солитонов в зависимости от значений числа Маха  $M$  и невозмущенной концентрации пылевых частиц  $n_{d0}$  в случае дневной плазмы без фотоэффекта при  $T_e = T_i = 100$  К,  $n_{e0} = 10^4$  см $^{-3}$ ,  $Z_d = 10$ . Левая панель (а) соответствует амплитудам, полученным с учетом адиабатического захвата ионов плазмы, правая панель (б) — амплитудам, полученным в случае, когда ионы считаются распределенными по Больцману.

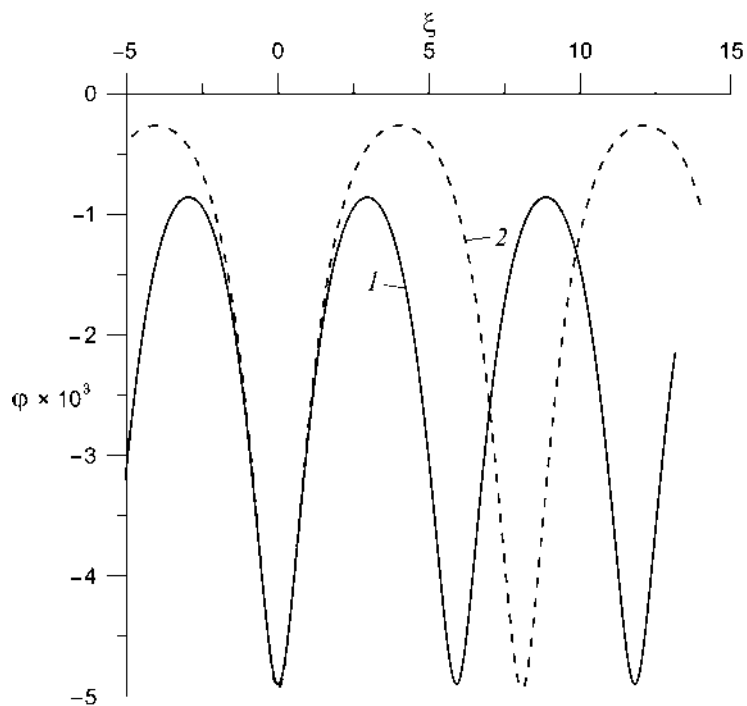


**Рис. 6.** Профили амплитуд пылевых звуковых солитонов в зависимости от значений числа Маха  $M$  и невозмущенной концентрации пылевых частиц  $n_{d0}$  в случае дневной плазмы с фотоэффектом при  $T_e = T_i = 100$  К,  $n_{e0} = 10^4$  см $^{-3}$ ,  $Z_d = 100$ . Левая панель (а) соответствует амплитудам, полученным с учетом адиабатического захвата электронов плазмы, правая панель (б) — амплитудам, полученным в случае, когда электроны считаются распределенными по Больцману.

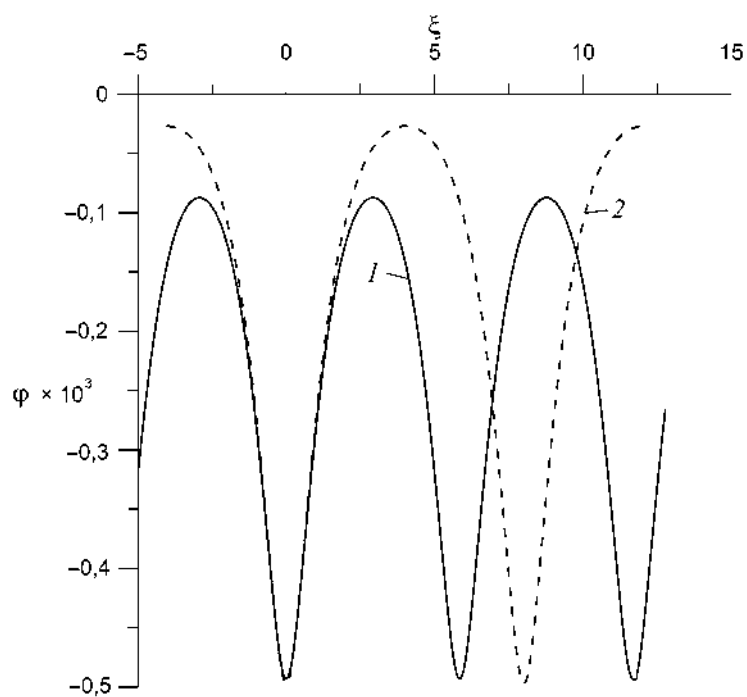
Солитонное решение соответствует нулевому значению константы  $C$ , если же  $C < 0$  (но больше глубины потенциальной ямы), то решение системы окажется периодическим и будет описывать нелинейную волну. Границы  $\varphi_{\min}$  и  $\varphi_{\max}$  такой волны являются решениями уравнения  $V(\varphi) = C$ .

На рис. 7–9 представлены профили нелинейных волн, построенных для значений  $C = 0.1 \times V_{\min}$  (сплошная кривая) и  $C = 0.01 \times V_{\min}$  (штриховая кривая), где  $V_{\min}$  — глубина потенциальной ямы. Как

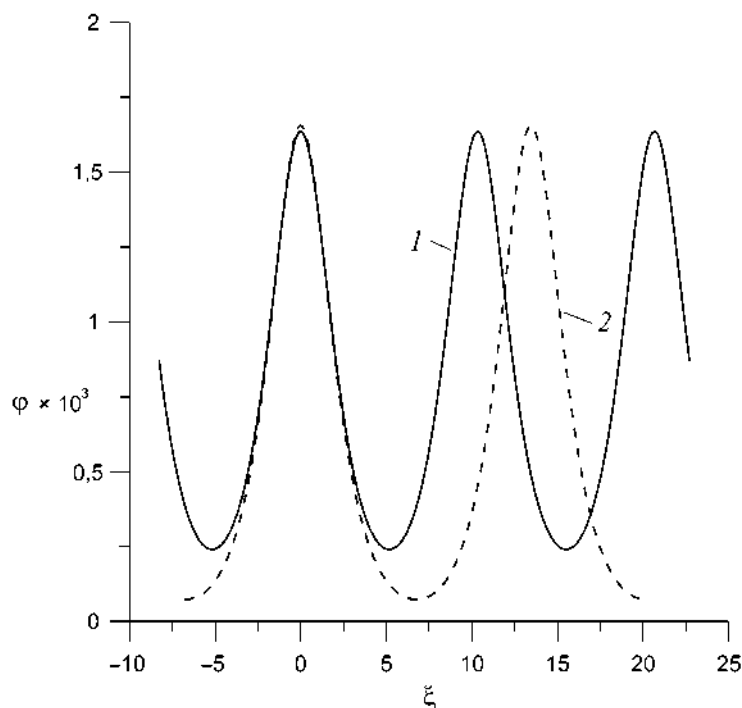
и в предыдущем разделе, первый из трех рисунков относится к случаю ночной плазмы, второй и третий — к случаям дневной плазмы без фотоэффекта и с фотоэффектом соответственно. Видно, что пространственный период волны, по порядку составляющий 5–15 дебаевских радиусов электрона  $\lambda_{De}$ , растет с увеличением константы  $C$ . Характерная величина  $\lambda_{De}$  для значений параметров марсианской ионосферы составляет несколько сантиметров (ночью  $\lambda_{De} \sim 0.6$ –2 см, днем  $\lambda_{De} \sim 0.2$ –0.6 см), поэтому можно



**Рис. 7.** Примеры профилей нелинейных волн  $\varphi(\xi)$  при  $C = 0.1 \times V_{\min}$  (кривая 1) и  $C = 0.01 \times V_{\min}$  (кривая 2) в случае ночной плазмы ( $T_e = T_i = 85$  K,  $n_{e0} = 10^3$  см $^{-3}$ ,  $n_{d0} = 1$  см $^{-3}$ ,  $Z_d = 10$ ). Глубина ямы  $V_{\min} = -3.78 \times 10^{-6}$ .



**Рис. 8.** Примеры профилей нелинейных волн  $\varphi(\xi)$  при  $C = 0.1 \times V_{\min}$  (кривая 1) и  $C = 0.01 \times V_{\min}$  (кривая 2) в случае дневной плазмы в отсутствие фотоэффекта ( $T_e = T_i = 100$  K,  $n_{e0} = 10^4$  см $^{-3}$ ,  $n_{d0} = 1$  см $^{-3}$ ,  $Z_d = 10$ ). Глубина ямы  $V_{\min} = -3.92 \times 10^{-8}$ .



**Рис. 9.** Примеры профилей нелинейных волн  $\varphi(\xi)$  при  $C = 0.1 \times V_{\min}$  (кривая 1) и  $C = 0.01 \times V_{\min}$  (кривая 2) в случае дневной плазмы при наличии фотоэффекта ( $T_e = T_i = 100$  K,  $n_{e0} = 10^4$  см $^{-3}$ ,  $n_{d0} = 1$  см $^{-3}$ ,  $Z_d = 100$ ). Глубина ямы  $V_{\min} = -1.37 \times 10^{-7}$ .

подобрать значение  $C$  таким образом, чтобы расстояние между пиками волны было около 10–20 см. Физические проявления структуры с такими характеристиками вполне могут регистрироваться измерительными аппаратами, и, в частности, можно предполагать наличие на Марсе явлений, схожих с полярными дюнами земной ионосферы (см., например, [32]).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены пылевые звуковые солитоны и нелинейные периодические волны, распространяющиеся в плазменно-пылевых облаках ионосферы Марса на высотах около 100 км. Показано, что свойства солитонов существенным образом зависят от параметров пылевой плазмы. Так, например, рост заряда пылевых частиц или же уменьшение концентрации электронов плазмы приводят к росту амплитуды солитона. Кроме того, показано, что важным фактором, влияющим на параметры солитона, является адиабатический захват одной из заряженных компонент плазмы: учет адиабатического захвата увеличивает область существования солитонов, снижает значение солитонной амплитуды при фиксированной величине числа Маха и, с другой стороны, увеличивает предельное значение амплитуды солитона в расширенной области его существования.

В работе также продемонстрирована возможность распространения в ионосфере Марса нелинейных периодических волн. Показано, что при определенных условиях пространственный период волны может

оказаться достаточно большим, для того чтобы волны и/или их физические проявления могли быть зафиксированы космическими аппаратами. В частности, одним из предполагаемых проявлений нелинейных волн на Марсе, которые должны учитываться при анализе результатов измерений, могут быть явления, схожие с полярными дюнами земной ионосферы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shukla P.K., Mamun A.A. Introduction to Dusty Plasmas Physics. Bristol/Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 2002.
2. Tsytoich V.N., Morfill G.E., Vladimirov S.V., Thomas H. Elementary Physics of Complex Plasmas. Berlin/Heidelberg: Springer, 2008.
3. Fortov V.E., Ivlev A.V., Khrapak S.A., Khrapak A.G., Morfill G.E. // Phys. Reports. 2005. V. 421. P. 1.
4. Popel S.I., Kopnin S.I., Yu M.Y., Ma J.X., Huang F. // J. Phys. D: Applied Phys. 2011. V. 44. P. 174036.
5. Patzold M., Tellmann S., Hausler B., Hinson D., Schaa R., Tyler G.L. // Science. 2005. V. 310. P. 837.
6. Withers P. // Adv. Space Res. 2009. V. 44. P. 277. 2009.04.027.
7. Withers P., Fillingim M.O., Lillis R.J., Hausler B., Hinson D.P., Tyler G.L., Patzold M., Peter K., Tellmann S., Witasse O. // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. P. A12307.
8. Withers P., Patzold M., Witasse O., // <https://sci.esa.int/web/mars-express/-/51056-new-views-of-the-martian-ionosphere>



9. Mangold M., Baratoux D., Witasse O., Encrenaz T., Sotin C. // *Astron. Astrophys. Rev.* 2016. V. 24. P. 15.
10. Fox J.L., Dalgarno A. // *J. Geophys. Res.* 1979. V. 84. P. 7315.
11. Fox Jane L., Benna M., Mahay P.R., Jakosky B.M. // *Geophys. Res. Lett.* 2015. V. 42. P. 8977.
12. Forget F., Montmessin F., Bertaux J.L., Gonzalez-Galindo F., Lebonnois S., Quemerais E., Reberac A., Dimarellis E., Lopez-Valverde M.A. // *J. Geophys. Res.* 2009. V. 114. P. E01004.
13. Извекова Ю.Н., Попель С.И. // *Физика плазмы.* 2017. Т. 43. С. 1010.
14. Montmessin F., Bertaux J.L., Quemerais E., Korabiev O., Rannou P., Forget F., Perriera S., Fussend D., Lebonnois S., Reberaca A. // *Icarus.* 2006. V. 183. P. 403.
15. Montmessin F., Gondet B., Bibring J. P., Langevin Y., Drossart P., Forget F., Fouchet T. // *J. Geophys. Res.* 2007. V. 112. P. E11S90.
16. Whiteway J.A., Komguem L., Dickinson C., Cook C., Illnicki M., Seabrook J., Popovici V., Duck T.J., Davy R., Taylor P.A., Pathak J., Fisher D., Carswell A.I., Daly M., Hipkin V., Zent A.P., Hecht M.H., Wood S.E., Tamppari L.K., Renno N., Moores J.E., Lemmon M.T., Daerden F., Smith P. // *Science.* 2009. V. 325. P. 68.
17. Hayne P.O., Paige D.A., Schofield J.T., Kass D.M., Kleinbohl A., Heavens N.G., McCleese D.J. // *J. Geophys. Res.* 2012. V. 117. P. E08014.
18. [https://www.newsru.com/hitech/30may2021/mars\\_clouds.html](https://www.newsru.com/hitech/30may2021/mars_clouds.html).
19. Gonzalez-Galindo F. // Doi: 10.1093/acrefore/9780190647926.013.79.
20. Christou A., Vaubailion J., Withers P., Hueso R., Killen R. // arXiv:2010.14647. Doi: 10.48550/arXiv.2010.14647.
21. Клумов Б.А., Морфул Г.Е., Попель С.И. // *ЖЭТФ.* 2005. Т. 127. С. 171.
22. Trukhachev F.M., Vasiliev M.M., Petrov O.F., Vasilieva E.V. // *Phys. Rev. E.* 2019. V. 100. P. 063202.
23. Дубинов А.Е., Кутаев И.Н. // *Теплофизика высоких температур.* 2022. Т. 61. С. 11.
24. Srinivas J., Popel S.I., Shukla P.K. // *J. Plasma Phys.* 1996. V. 55. P. 209.
25. Лосева Т.В., Попель С.И., Голубь А.П. // *Физика плазмы.* 2012. Т. 38. С. 792.
26. Popel S.I., Kopnin S.I., Kosarev I.N., Yu M.Y. // *Adv. Space Res.* 2006. V. 37. P. 414.
27. Копнин С.И., Попель С.И. // *Письма ЖТФ.* 2019. Т. 45. С. 26.
28. Попель С.И., Морозова Т.И. // *Физика плазмы.* 2017. Т. 43. С. 474.
29. Гуревич А.В. // *ЖЭТФ.* 1967. Т. 53. С. 953.
30. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. *Физическая кинетика* М.: Физматлит, 2002. С. 182.
31. Дубинский А.Ю., Резниченко Ю.С., Попель С.И. // *Физика плазмы.* 2019. Т. 45. С. 913.
32. Izvekova Yu.N., Popel S.I., Morozova T.I., and Kopnin S.I. // *Plasma Phys. Rep.* 2024. V. 50. P. 1288.

## ON THE NONLINEAR DUST ACOUSTIC PERTURBATIONS IN THE IONOSPHERE OF MARS

Yu. S. Reznichenko<sup>a,b,\*</sup>, Yu. N. Izvekova<sup>a</sup>, and S. I. Popel<sup>a,\*\*</sup>

<sup>a</sup>Space Research Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997 Russia

<sup>b</sup>Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University),  
Dolgoprudnyi, Moscow oblast, 141701 Russia

\*e-mail: dvju.@yandex.ru

\*\*e-mail: popel@cosmos.ru

Dust acoustic solitons and nonlinear periodic waves propagating in the ionosphere of Mars in plasma–dust clouds at altitudes of about 100 km have been considered. The dependence of the soliton amplitude on the charge of dust particles and plasma electron density has been studied. It is shown that an important factor influencing the soliton parameters is the adiabatic capture of plasma electrons (ions). The possibility of the existence of nonlinear periodic waves in the ionosphere of Mars has been studied. It is shown that the spatial period of the wave can be sufficient for its recording by a spacecraft. The possibility of the occurrence of dust acoustic wave perturbations in the ionosphere of Mars should be taken into account when processing and interpreting observation data.

**Keywords:** dusty plasma, dusty acoustic disturbances, solitons, nonlinear waves, ionosphere, Mars

# РАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПЛАЗМЫ В ЗАДАННОМ ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

© 2024 г. В. Н. Шаповалов<sup>a</sup>, А. В. Шаповалов<sup>a</sup>, Т. Б. Гольдварг<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова, Элиста, Россия

\*e-mail: goldvarg.tatyana@mail.ru

Поступила в редакцию 14.04.2024 г.

После доработки 19.09.2024 г.

Принята к публикации 25.09.2024 г.

Проведена редукция системы уравнений МГД для равновесных состояний плазмы в заданном потенциальном поле к одному дифференциальному уравнению.

**Ключевые слова:** плазма, равновесное состояние, потенциал, уравнения МГД

**DOI:** 10.31857/S0367292124110103, **EDN:** FAUQOW

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В многочисленных работах по равновесным состояниям свободной идеальной плазмы, инвариантных относительно какой-либо однопараметрической группы геометрических симметрий, изучаются свойства решений дифференциального уравнения, к которому редуцируют соответствующую систему МГД, здесь эталонными считаются исследования Града и Шафранова [1, 2]. Система МГД для инвариантных равновесных состояний плазмы в потенциальном внешнем поле проинтегрирована полностью в работе [3], в которой в явном виде записаны напряженность магнитного поля, давление и плотность плазмы для произвольного инвариантного равновесного состояния, инвариантного относительно группы симметрии, генерируемой естественным образом однопараметрической группой движений с вектором Киллинга  $\mathbf{w}$  евклидова пространства. В системе координат  $(x)$ , где  $\mathbf{w}^n(x) = \delta^{n3}$ , все характеристики плазмы не зависят от переменной  $x^3$ ;  $\mathbf{H} = \mathbf{w} \cdot h(A)/\mathbf{w}^2 + [\nabla(A) \times \mathbf{w}]/\mathbf{w}^2$ . В переменных  $a = A(x)$ ,  $u = U(x)$  давление и плотность имеют вид

$$p(a, u) = - \int \left( \nabla \cdot \frac{\nabla(A)}{\mathbf{w}^2} - \frac{hh'}{\mathbf{w}^2} - \frac{qh}{\mathbf{w}^4} \right) da,$$

$$\rho = - \frac{\partial p}{\partial u}.$$

Здесь  $h(A)$ ,  $A(x^1, x^2)$  — произвольные функции своих аргументов;  $q = \text{const}$ . Хотя невозможно описать столь же полно произвольное несимметричное равновесное состояние, представляет интерес «максимально полное» интегрирование условий равновесия, точнее редукция их к одному дифференциальному уравнению. Этому посвящена настоящая работа.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Запишем систему МГД равновесных состояний в виде

$$[[\nabla \times \mathbf{H}] \times \mathbf{H}] = -\nabla p + \rho \cdot \nabla U, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $(\mathbf{H}/4\pi)^{1/2}$  — вектор напряженности магнитного поля; скаляры  $p$ ,  $\rho$ ,  $U$  — давление, плотность плазмы, заданный потенциал внешнего поля соответственно. Подчеркнем, в настоящей работе реализован локальный подход к изучению состояний: рассматривается идеальная плазма в области, где характеристики состояния описываются однозначными гладкими функциями и можно ввести систему координат  $(x')$ , в которой две компоненты контравариантного вектора  $\mathbf{H}$  (скажем, 1-я и 2-я) равны нулю. Теперь в исходной системе координат  $(x)$  имеем  $\mathbf{H} = h(x)[\nabla(x^1) \times \nabla(x^2)]$ . Принимая во внимание (2), находим  $h = h(x^1(x), x^2(x))$ . Таким образом справедливо представление

$$\mathbf{H}(x) = [\nabla A(x) \times \nabla B(x)]. \quad (3)$$

Здесь  $A$ ,  $B$  — произвольные однозначные гладкие функции (потенциалы). Отметим, что исследования по симметрии дифференциальных уравнений [4] являются локальными теориями. Теперь (1) можно представить как уравнение в дифференциалах

$$d(p(x)) = (\nabla B(x) \cdot \nabla \times [\nabla A(x) \times \nabla B(x)])dA(x) - (\nabla A(x) \cdot \nabla \times [\nabla A(x) \times \nabla B(x)])dB(x) - \rho(x)dU(x). \quad (4)$$

Рассмотрим возможные случаи.

*Тун А*

$$H(x) \cdot \nabla U(x) \neq 0 \Leftrightarrow [\nabla A(x) \times \nabla B(x)] \cdot \nabla U(x) \neq 0. \quad (5)$$

Введем новые координаты  $(a, b, u)$ ,

$$a = A(x), \quad b = B(x), \quad u = U(x).$$

В новых координатах образы скаляров — давления, плотности, потенциала внешнего поля — имеют вид  $P(a, b, u)$ ,  $R(a, b, u)$ ,  $u$ , где

$$\begin{aligned} P(A(x), B(x), U(x)) &= p(x), \\ R(A(x), B(x), U(x)) &= \rho(x). \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнение (4) равносильно системе

$$\frac{\partial P}{\partial a} = M(a, b, u), \quad \frac{\partial P}{\partial b} = N(a, b, u) \quad (7)$$

и определяющему плотность  $R$  равенству

$$R(a, b, u) = -\frac{\partial P}{\partial u}. \quad (8)$$

Здесь по определению

$$\begin{aligned} M(A(x), B(x), U(x)) &= (\nabla B(x) \cdot \nabla \times [\nabla A(x) \times \nabla B(x)]), \\ N(A(x), B(x), U(x)) &= -(\nabla A(x) \cdot \nabla \times [\nabla A(x) \times \nabla B(x)]). \end{aligned} \quad (9)$$

Условие совместности системы (7) имеет вид

$$\frac{\partial M(a, b, u)}{\partial b} = \frac{\partial N(a, b, u)}{\partial a}. \quad (10)$$

Запишем это равенство в исходной системе координат  $(x)$ . Предварительно: пусть  $(x')$  — некоторая система координат, докажем равенство

$$\frac{\partial}{\partial x'^i} = e'_{ijk}(x')([\nabla x'^j \times \nabla x'^k] \cdot \nabla)/2. \quad (11)$$

Здесь  $e'_{ijk}(x')$  — ковариантные компоненты символа Леви—Чивита в системе координат  $(x)$ .

Доказательство: умножая равенство

$$\frac{\partial}{\partial x^q} = \frac{\partial x'^s}{\partial x^q} \frac{\partial}{\partial x'^s}$$

на выражение

$$\frac{\partial x'^r}{\partial x^n} \frac{\partial x'^p}{\partial x^m} e^{nmq}$$

и учитывая тензорный характер символа Леви—Чивита, получаем

$$[\nabla x'^p \times \nabla x'^r] \cdot \nabla = e'^{prs}(x') \frac{\partial}{\partial x'^s}.$$

Умножая это равенство на  $e'_{ipr}$  и учитывая, что

$$e'_{ipr}(x')e'^{prs}(x') = 2\delta_i^s,$$

получаем требуемое равенство (11).

*Замечание.* Запишем для примера равенство (11) для  $i = 1$

$$\frac{\partial}{\partial x'^1} = (g'(x'))^{1/2}([\nabla x'^2 \times \nabla x'^3] \cdot \nabla),$$

$$g'(x') = (\nabla x'^1 \cdot [\nabla x'^2 \times \nabla x'^3])^{-2}.$$

Используя (11) и Замечание, находим

$$\frac{\partial}{\partial a} = -(\nabla B \cdot [\nabla A \times \nabla U])^{-1}(\nabla B \cdot [\nabla U \times \nabla]),$$

$$\frac{\partial}{\partial b} = (\nabla B \cdot [\nabla A \times \nabla U])^{-1}(\nabla A \cdot [\nabla U \times \nabla]).$$

Теперь условие совместности (10) в системе координат  $(x)$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} ([\nabla U \times \nabla A] \cdot \nabla) \cdot (\nabla B \cdot \nabla \times [\nabla A \times \nabla B]) &= \\ = ([\nabla U \times \nabla B] \cdot \nabla) \cdot (\nabla A \cdot \nabla \times [\nabla A \times \nabla B]). \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом потенциалы, давление, плотность любого заданного равновесного состояния обращают в тождества уравнения (7), (8), (12). С другой стороны, каждое частное решение  $A(x)$ ,  $B(x)$  уравнения (12) обеспечивает совместность системы (7) с неизвестной функцией  $P(a, b, u)$  и задает ее в виде

$$P(a, b, u) = \int M(a, b, u)da + N(a, b, u)db$$

с точностью до слагаемого — произвольной функции переменной  $(u)$ . Теперь плотность  $R(a, b, u)$  определяется из уравнения (8). Следовательно система уравнений (1) и (2) редуцирована к уравнению (12).

Примером такого состояния является аксиально-симметричное с потенциалом  $A$  вида  $[\nabla A \times \nabla U] \neq 0$ , в частности, это условие выполнено с  $U = U(r, z)$  и  $A = A(r, U)$  при  $U'_z A'_r \neq 0$ . Здесь — произвольная функция своих аргументов.

*Тип B*

$$H(x) \cdot \nabla U(x) = 0.$$

Не уменьшая общности, запишем произвольное решение уравнения (2) в виде

$$H(x) = \nabla A(x) \times \nabla U(x) \neq 0. \quad (13)$$

Из уравнения (4), полагая в нем  $B(x) = U(x)$ , получаем: существует функция  $P(a, u)$  такая, что

$$p(x) = P(A(x), U(x)), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \rho(x) &= - \frac{\partial P(a, u)}{\partial u} \Big|_{(a=A(x), u=U(x))} - \\ &\quad - \nabla A(x) \cdot \nabla \times [\nabla A(x) \times \nabla U(x)], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \nabla U(x) \cdot \nabla \times [\nabla A(x) \times \nabla U(x)] &= \\ = \frac{\partial P(a, u)}{\partial a} \Big|_{(a=A(x), u=U(x))}. \end{aligned} \quad (16)$$

Задавая произвольно функцию  $P(a, u)$ , из уравнения (16) находим  $A(x)$ , затем из уравнения (15) находим  $\rho(x)$ . Для интегрирования уравнения (16) важно утверждение, перед формулировкой и доказательством которого сделаем несколько замечаний. Перейдем от декартовых координат  $(x)$  к координатам  $(x')$ :

$$x'^1 = x^1, \quad x'^2 = x^2, \quad x'^3 = U(x); \quad (17)$$

Приведем выражение  $g' = \det(g'_{ij}(x'))$  и отличные от нуля контравариантные компоненты метрического тензора евклидова пространства в системе координат  $(x')$

$$g'^{11} = g'^{22} = 1, \quad g'^{13} = U_{,1}, \quad g'^{23} = U_{,2}, \quad g'^{33} = (\nabla U)^2, \quad 1/g' = (U_{,3})^2|_{(x=x(x'))}, \quad (18)$$

$$q_{,n}(x) = \frac{\partial q(x)}{\partial x^n}.$$

Отметим еще, что скалярный потенциал внешнего поля в координатах  $(x)$  задан функцией  $U(x)$ , а в координатах  $(x')$  в силу (17) функцией  $U'(x') = x'^3$ ; таким образом  $\partial U'/\partial x'^n = \delta_{3n}$ . Далее получена структура уравнения (16) в координатах  $(x')$ .

**Теорема.** В системе координат  $(x')$  уравнение (16) не содержит производных потенциала  $A$  по переменной  $x'^3$ , т. е. эта переменная входит в уравнение как параметр.

*Доказательство.* Используя тождества

$$\nabla c \cdot \nabla \times \mathbf{w} = \nabla \cdot (c \nabla \times \mathbf{w}),$$

$$c \nabla \times \mathbf{w} = \nabla \times (c \mathbf{w}) - [\nabla c \times \mathbf{w}],$$

$$[\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]] = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}),$$

приводим уравнение (16) к виду

$$\nabla \cdot ((\nabla U)^2 \cdot \nabla A - (\nabla A \cdot \nabla U) \cdot \nabla U) = - \frac{\partial P(a, u)}{\partial a} \Big|_{(a=A(x), u=U(x))}. \quad (19)$$

Используя выражения для дивергенции контравариантного вектора  $\mathbf{w}$  и контравариантных компонент градиента скаляра  $q$ , имеем в любой системе координат  $(x)$

$$\nabla \cdot \mathbf{w} = \frac{(w^n(x) \cdot \sqrt{g})_{,n}}{\sqrt{g}}, \quad (\nabla q)^n = g^{nk} q_{,n}.$$

Теперь уравнение (18) в системе координат  $(x')$  принимает вид

$$\frac{(g'^{ij} g'^{33} - g'^{3i} g'^{3j}) A'_{,i} \sqrt{g'}}{\sqrt{g'}} = - \frac{\partial P(a, x'^3)}{\partial a} \Big|_{(a=A'(x'))}. \quad (20)$$

Обозначим

$$(g'^{ij} g'^{33} - g'^{3i} g'^{3j}) = N^{ij}.$$

Очевидно  $N^{3j} = 0$ , таким образом

$$N^{ij} = N^{\alpha\beta} \delta_{\alpha}^i \delta_{\beta}^j \quad (\alpha, \beta = 1, 2).$$

Теперь уравнение (20) можно записать как

$$\frac{N^{\alpha\beta} A'_{,\beta} \sqrt{g'}}{\sqrt{g'}} = - \frac{\partial P(a, x'^3)}{\partial a} \Big|_{(a=A'(x'))}. \quad (21)$$

Здесь

$$N^{\alpha\beta}(x') = ((\nabla U)^2 \delta_{\alpha\beta} - U_{,\alpha} U_{,\beta})|_{(x=x(x'))}.$$

Теорема доказана.

Итак, для вычисления характеристик частного равновесного состояния рассматриваемого типа следует

- 1) задать функцию  $P(a, u)$ ;
- 2) вычислить в переменных  $(x')$  величины  $N$ ;
- 3) найти какое-либо частное решение  $A'(x')$  уравнения (21) и функцию  $A(x)$  с помощью (17) по формуле  $A(x) = A'(x'(x))$ ;
- 4) по формулам (13)–(15) получить в системе координат  $(x)$  напряженность магнитного поля, давление и плотность.

Очевидно, произвол в выборе функции  $P(a, u)$  и частного решения уравнения (21) позволяет найти все равновесные состояния рассматриваемого типа.

Можно привести много примеров таких состояний, однако отобрать из них физически интересные могут только хорошие специалисты в физике плазмы, поэтому приводим без анализа примеры.

**Пример 1:**

$$U = U(z), \quad p = Q(z) + U'^2 A^2 / 2,$$

$$\rho = -(Q' + U' U'' A^2) / U' - (\nabla A \cdot \nabla \times \mathbf{H}),$$

$$A = a(z) \cos(x \cos(q(z))) \sin(y \sin(q(z))).$$

Здесь  $Q(z)$ ,  $q(z)$ ,  $a(z)$  — произвольные функции.

**Пример 2:**

$$U = U(z), \quad p = Q(z) - U'^2 \exp A,$$

$$\rho = -(Q' - 2U' U'' \exp A) / U' - (\nabla A \cdot \nabla \times \mathbf{H}),$$

$$A = -\ln(2) + 2 \ln \left| \frac{a'(s)}{\text{Re}(a)} \right|.$$

Здесь  $Q(z)$ ,  $a(s, z)$  — произвольные функции,  $2s = x + iy$ .

Отметим следующее.

1. Результатом редукции уравнений (1), (2) с  $\nabla U \neq 0$  является одно уравнение на потенциалы; магнитное поле определяет давление и плотность с точностью до слагаемых  $q(U)$  и  $-q'(U)$  соответственно ( $q(U)$  — произвольная функция); при  $U = 0$  из (4) имеем систему из двух уравнений на потенциалы, структура которой не допускает ее редукцию к одному уравнению.

2. Указанная неоднозначность в определении давления и плотности означает существование множества «нефизических» решений системы (1), (2), в

которых некоторые параметры плазмы принимают сколь угодно большие значения в достаточно слабом внешнем поле. Похоже, нет конструктивного аналитического алгоритма отсеивания «нефизических» решений.

3. Магнитное поле равновесного состояния («равновесное» поле) несвободной плазмы ( $\nabla U \neq 0$ ) является «равновесным» полем «свободной» плазмы, если и только если  $[\nabla(\rho) \times \nabla U] = 0$ .

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты работы.

Система МГД для равновесных состояний плазмы в потенциальном внешнем поле, в которых эквипотенциальные поверхности внешнего поля не являются магнитными, редуцирована к дифференциальному уравнению с частными производными 3-го порядка на потенциалы магнитного поля.

Система МГД для равновесных состояний плазмы в

потенциальном внешнем поле, в которых эквипотенциальные поверхности внешнего поля являются магнитными, редуцирована к дифференциальному уравнению с частными производными 2-го порядка на потенциал магнитного поля.

Полученные результаты не публиковались ранее в научных журналах.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Grad H., Rubin H.* // Proceed. 2nd UN Confer. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, 1958. V. 31. P. 190.
2. *Shafranov V.D., Leontovich M.A.* // Reviews of Plasma Physics. V. 2 / Ed. M.A. Leontovich. New York: Consultants Bureau, 1966.
3. *Шановалов В.Н., Шановалова О.В.* // Изв. вузов. Физика. 2003. Т. 46.
4. *Овсянников Л.В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978. 399 с.

## EQUILIBRIUM STATES OF PLASMA IN A GIVEN EXTERNAL FIELD

V. N. Shapovalov<sup>a</sup>, A. V. Shapovalov<sup>a</sup>, and T. B. Gol'dvarg<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Kalmyk State University, Elista, 358000 Russia

\*e-mail: goldvarg.tatyana@mail.ru

The system of MHD equations for the equilibrium states of plasma in a given potential field is reduced to a single differential equation.

**Keywords:** plasma, equilibrium state, potential, MHD equations

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНО-ПЕРИОДИЧЕСКОГО НАНОСЕКУНДНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ВОЗДУХЕ

© 2024 г. В.А. Битюрин<sup>а</sup>, А.Н. Бочаров<sup>а,\*</sup>, А.С. Добровольская<sup>а</sup>, Н.А. Попов<sup>а</sup>, Е.А. Филимонова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Объединенный институт высоких температур РАН (ОИВТ РАН), Москва, Россия

\*e-mail: bocharov@ihed.ras.ru

Поступила в редакцию 18.10.2023 г.

После доработки 29.08.2024 г.

Принята к публикации 10.09.2024 г.

Представлены результаты численного моделирования импульсно-периодического наносекундного разряда. Рассматривается осесимметричный высокочастотный (5 МГц) электрический разряд в конфигурации игла-игла. Используются численные модели, учитывающие как химическую кинетику высокотемпературного воздуха, так и плазмохимию, в которой скорости реакций определяются величиной приведенного электрического поля. Представлены предварительные результаты плазменной активации воздуха атмосферного давления импульсно-периодическим наносекундным разрядом с целью интенсификации наработки химически активных частиц (на примере атомарного кислорода).

**Ключевые слова:** наносекундный электрический разряд в воздухе, неравновесная плазма, дуговой разряд

**DOI:** 10.31857/S0367292124110116, **EDN:** FAQISK

### ВВЕДЕНИЕ

Импульсные электрические разряды различных типов широко используются в качестве инициирующих и управляющих средств в различных задачах плазменной активации горючих смесей. Основной эффект воздействия таких разрядов связан с быстрым локальным нагревом рабочей смеси до требуемых температур (таковы, например, свечи зажигания в двигателях внутреннего сгорания) или с неравновесной наработкой химически активных радикалов, запускающих химические реакции воспламенения [1–3]. При том, что такого сорта технологии успешно применяются много десятилетий, современные экологические ограничения заставляют искать пути оптимизации процесса электроразрядной инициации воспламенения, в основном, с целью снижения наработки различных вредных продуктов.

В работе [4] проведено детальное экспериментальное исследование временной динамики параметров наносекундного импульсно-периодического электрического разряда в воздухе атмосферного давления. В течение нескольких первых импульсов [4] наблюдались в основном слаботочные разряды, которые затем, в последующих импульсах, сменялись сильноточными. На слаботочной стадии энерговыдел в разряд был сравнительно небольшим, а измеряемая температура газа в разрядном канале была близка к температуре окружающего газа. После перехода к сильноточной стадии (искровой пробой) энерговыделение в плазме увеличилось на порядок, и температу-

ра газа достигла значений  $T \sim 3000$  К.

В [5] представлена 1-D осесимметричная модель разрядов, создаваемых последовательностью наносекундных импульсов высокого напряжения для условий, близких экспериментам [4]. Результаты расчетов позволяют проследить эволюцию разрядных параметров на всех этапах после перекрытия межэлектродного промежутка первым стримером, а именно: (i) нагрев газа слаботочными импульсами, (ii) переход к сильноточным импульсам (искровой пробой), (iii) установление квазистационарного режима горения разряда в сильноточной стадии. Результаты расчетов [5] качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными [4].

Данная работа направлена на разработку 2-D численной модели для получения количественных характеристик как электроразрядной (быстрой) стадии, так и последующих – термохимической кинетики и газодинамической стадий. При этом необходимо контролировать процессы, происходящие на временах от долей наносекунд до единиц миллисекунд как в приэлектродных областях, так и в процессе радиального расширения горячего канала. На данном (начальном) этапе развития подхода к получению необходимых для практики интегральных характеристик рассматриваемого процесса инициации воспламенения топливно-воздушной смеси тем или иным электроразрядным методом будем рассматривать в качестве целевой функции получение данных для условий процесса, рассмотренного ранее в [6, 7]. В [6, 7] рассмат-



ривалось влияние неравновесных разрядов на зажигание холодных и бедных топливно-воздушных смесей.

Соответственно, разрабатываемая численная модель состоит из компонент пакета PlasmAero [8] и базируется на опыте их использования для решения родственных задач плазменной аэродинамики [9–13]. Основные использованные элементы модели были предварительно протестированы на доступных экспериментальных данных. В частности, были использованы данные работы [14], где проведены измерения (методом E-FISH) распределения электрического поля на фронте и за фронтом волны ионизации, инициированной импульсным наносекундным разрядом в воздухе атмосферного давления. Было достигнуто качественное и, в значительной степени, количественное согласие с данными [14] по динамике электрического поля в данном разряде.

Стадийность эволюции импульсного наносекундного разряда на миллиметровом промежутке между двумя острыми электродами, экспериментально исследованная в работах [15–17], полостью соответствует рассматриваемой в данной работе ситуации на начальной быстрой фазе развития разряда. Неравновесная кинетика воздуха при воздействии дугового разряда апробирована ранее при анализе МГД-актуаторов [12] и моделировании дугового канала в спутном потоке воздуха [13]. Выбор используемой ниже конфигурации расчетной области и параметров нагружения основан на предварительном моделировании характеристик разряда в миллиметровом промежутке автомобильной свечи зажигания в экспериментах [15–17] с привлечением разъяснений из работы [18]. По аналогии с постановкой задачи в [6, 7] ниже рассматривается импульсно-периодический высокочастотный ( $f = 5$  МГц) электрический разряд с наносекундным фронтом нарастания и примерно с 10-ти наносекундным спадом однополярного импульса в воздухе при начальных атмосферных условиях. Целями данной работы являются: исследование эволюции основных характеристик разряда при совместном использовании химической кинетики с участием высокоэнергетических электронов в сильных электрических полях и химической кинетики высокотемпературного воздуха; исследование наработки химически активных частиц (на примере наработки атомарного кислорода), что может быть существенным в процессе воспламенения горючих смесей.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается осесимметричный импульсно-периодический разряд между двумя соосными цилиндрическими электродами с радиусом закругления 250 мкм в воздухе при атмосферном давлении и температуре 300 К. Межэлектродное расстояние равно 1 мм. Расчетная область, покрытая сильно неравномерной расчетной сеткой, имеет размер 30 мм вдоль оси и 15 мм в радиальном направлении.

Импульсно-периодический разряд инициируется и поддерживается напряжением, подаваемым на электрод, второй электрод считается заземленным, напряжение которого принято  $U = 0$ . Форма импульса напряжения качественно аппроксимирует формы импульсов в экспериментах [14] линейной функцией, модулированной экспоненциальным спадом. Значение напряжения  $U$  в каждый момент времени  $t$  вычисляется с использованием дополнительного условия заданного тока. Возможность задавать токи разряда основана на технологии получения общего решения линеаризованной задачи о пространственном распределении электрического потенциала в каждый момент времени [19, 23].

Напряжение на высоковольтном электроде определяется следующим образом. Пусть  $\Phi_1(x, y)$  – решение линеаризованной на каждом временном шаге задачи о распределении потенциала  $\Phi(x, y)$  в области при потенциале электрода, например,  $U_E = 1$ . При потенциале электрода  $U_E = U$  решение в каждой точке будет  $\Phi(x, y) = U \cdot \Phi_1(x, y)$ . Аналогично, если  $I_1$  – ток в электрод при  $U_E = 1$ , то при  $U_E = U$  ток в электрод будет равен  $I = U \cdot I_1$ . Величина тока в каждый момент времени  $I(t)$  задается соотношением (1). Таким образом, находится неизвестный параметр – потенциал высоковольтного электрода. В [19, 23] представлены значительно более сложные способы задания функциональных граничных условий для многоэлектродных систем.

$$I(t) = I_0(z/t_0) \exp(z/t_0), \quad z = t - t_1[t/t_1], \quad (1)$$

где  $[t/t_1]$  обозначает целую часть числа. В работе используется характерное время нарастания тока  $t_0 = 1$  нс и период следования импульсов  $t_1 = 200$  нс.

Численное моделирование осуществлялось с помощью инструментов пакета PlasmAero, который позволяет получать самосогласованное решение уравнений Навье–Стокса для реального химически неравновесного воздуха с использованием химической кинетики для 11-компонентной модели воздуха [21] и с учетом основных реакций с участием высокоэнергетических электронов (см., например, [20, 22]) и модели квазистационарной электродинамики в квазинейтральном приближении. Предполагается, что после столкновения волн ионизации, движущихся от электродов навстречу друг другу после включения напряжения, плазма считается квазинейтральной. Предположение о том, что квазинейтральная плазма присутствует во всем промежутке, основано на предыдущей работе [20], в которой рассматривается процесс замыкания промежутка в диффузионно-дрейфовом приближении с учетом разделения заряда. В данной конфигурации этот процесс занимает менее 1 нс. За следующие 200 нс цикла (1) плазма не успевает рекомбинировать полностью, оставаясь квазинейтральной.

Система уравнений, система граничных условий, конкретные детали физико-химических процессов в

воздухе при наличии сильных электрических полей (до нескольких сотен Таунсенд), методология интегрирования полной системы уравнений описаны в наших предыдущих работах [8–10, 22]. Отметим, что характерные времена  $t_0$  и  $t_1$  отличаются почти на три порядка. Поэтому при интегрировании системы по времени в каждом цикле шаг меняется от 0.005 нс на временах менее 10 нс до 1 нс на временах до 200 нс. В сущности, данная работа продолжает исследования работы [20] для больших времен действия импульсного разряда.

### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Представление о разряде можно получить из рис. 1–4. На них показаны некоторые характеристики разряда после 2000 циклов в момент максимальной амплитуды тока, т.е.  $t^* = 2000 \cdot t_1 + t_0$ , или  $t^* = 400 \mu\text{с} + 1 \text{ нс}$ ,  $I_0 = 1 \text{ А}$ . На всех рисунках используется одинаковая цветовая шкала синий (минимум) – красный (максимум). На рисунке 2 и далее используется понятие приведенного электрического поля,  $E/N$ , где  $E$  – амплитуда электрического поля,  $N$  – концентрация нейтральных частиц (молекул воздуха).

Пиковые распределения электрического потенци-

ала и приведенного электрического поля (в момент времени  $t^*$ ) показаны на рис. 1 и 2, соответственно. И потенциал, и приведенное электрическое поле спадают практически до нуля в каждом цикле на временах, больших  $\sim 10 \text{ нс}$ , в соответствии с (1). Концентрация электронов и температура, пиковые распределения которых представлены на рис. 3 и 4, являются более консервативными величинами на больших временах. На рис. 5а представлены изменения напряжения во времени для формы импульса тока (1) и эволюция температуры в точке на оси разряда в средней точке между электродами. На рис. 5б показаны те же величины на начальном этапе развития разряда.

Из рис. 5 видно, что требуется порядка 100 циклов на формирование структуры разряда, близкой к той, что показана на рис. 1–4. Дальнейшее медленное изменение характеристик обусловлено, главным образом, расширением канала разряда. Именно увеличение радиуса канала приводит к снижению удельного энерговклада в каждом из импульсов и, соответственно, снижению концентрации нарабатываемых активных частиц. Эти результаты качественно согласуются с данными, полученными в работах [4,5].

Для рассмотренных параметров разряд поддерживается исключительно неравновесной ионизацией в

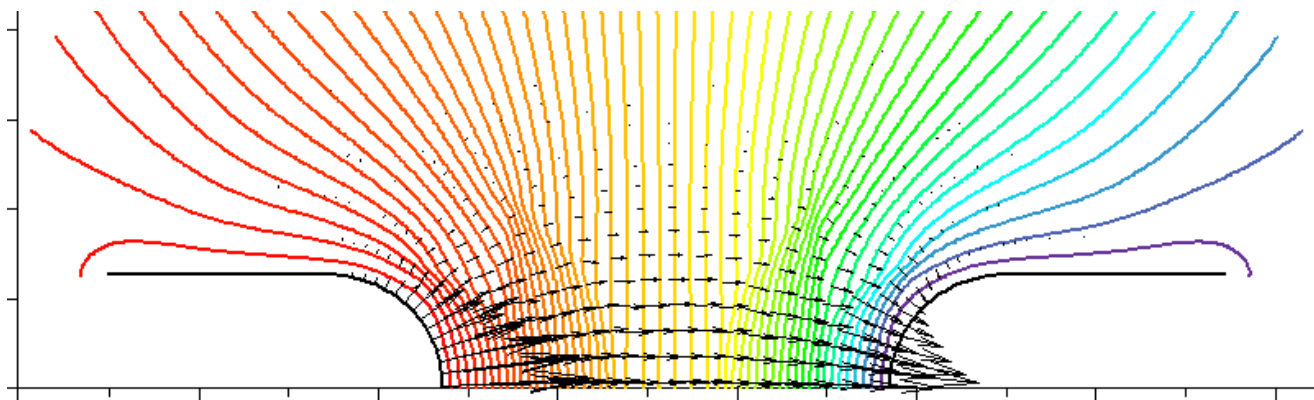


Рис. 1. Распределение электрического потенциала (линии) и плотности электрического тока (векторы) в момент времени  $t^*$ .  $U_{\text{max}} = 520 \text{ В}$ ,  $J_{\text{max}} = 1300 \text{ кА/см}^2$ .

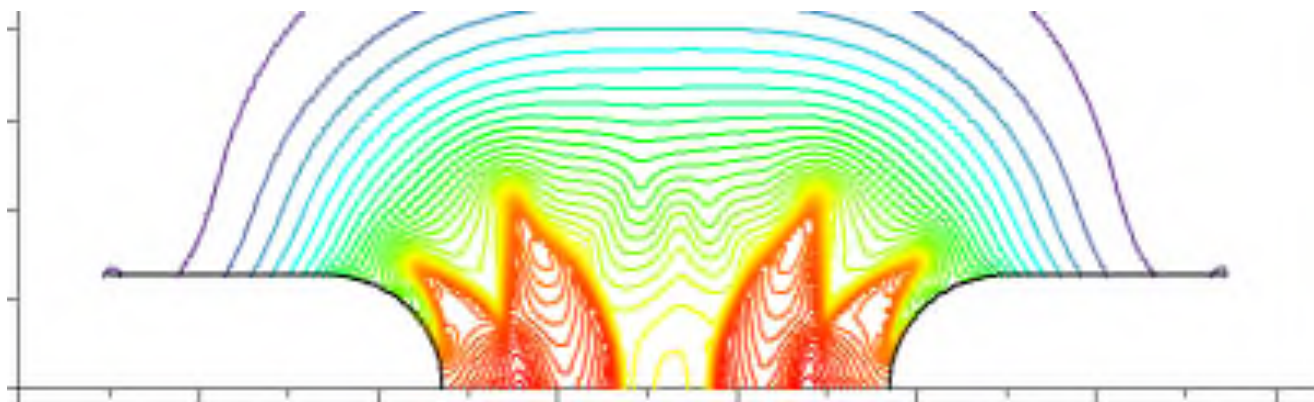


Рис. 2. Распределение приведенного электрического поля  $E/N$  в момент времени  $t^*$ .  $(E/N)_{\text{max}} = 366 \text{ Тд}$ .

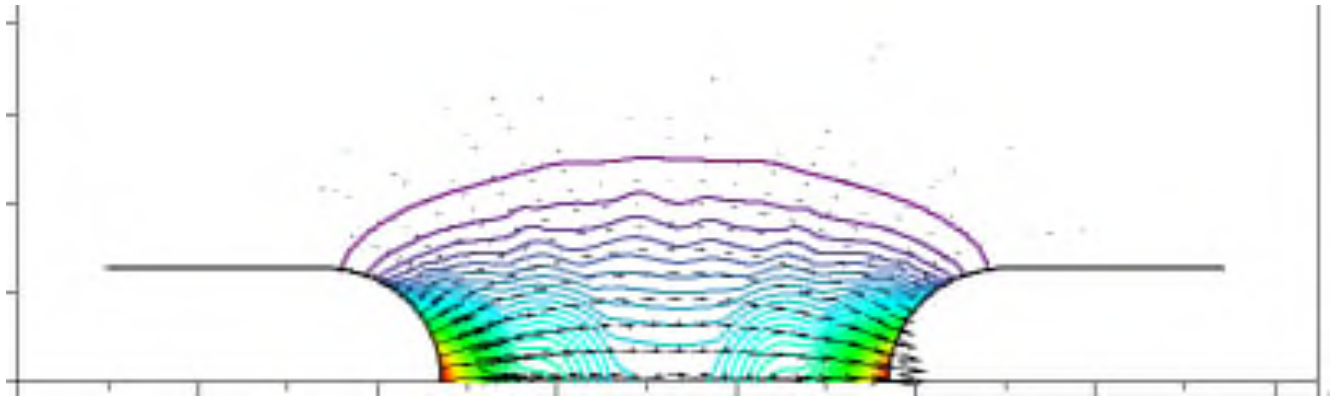


Рис. 3. Распределение электронной концентрации в момент времени  $t^*$ .  $N_{\max} = 4.38 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$ .

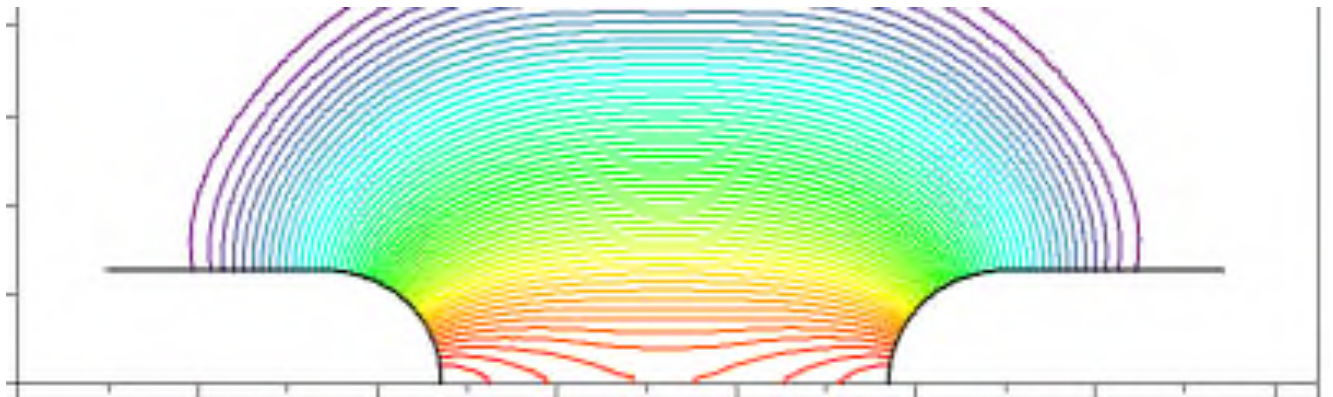


Рис. 4. Распределение температуры в момент времени  $t^*$ .  $T_{\max} = 4070 \text{ К}$ .

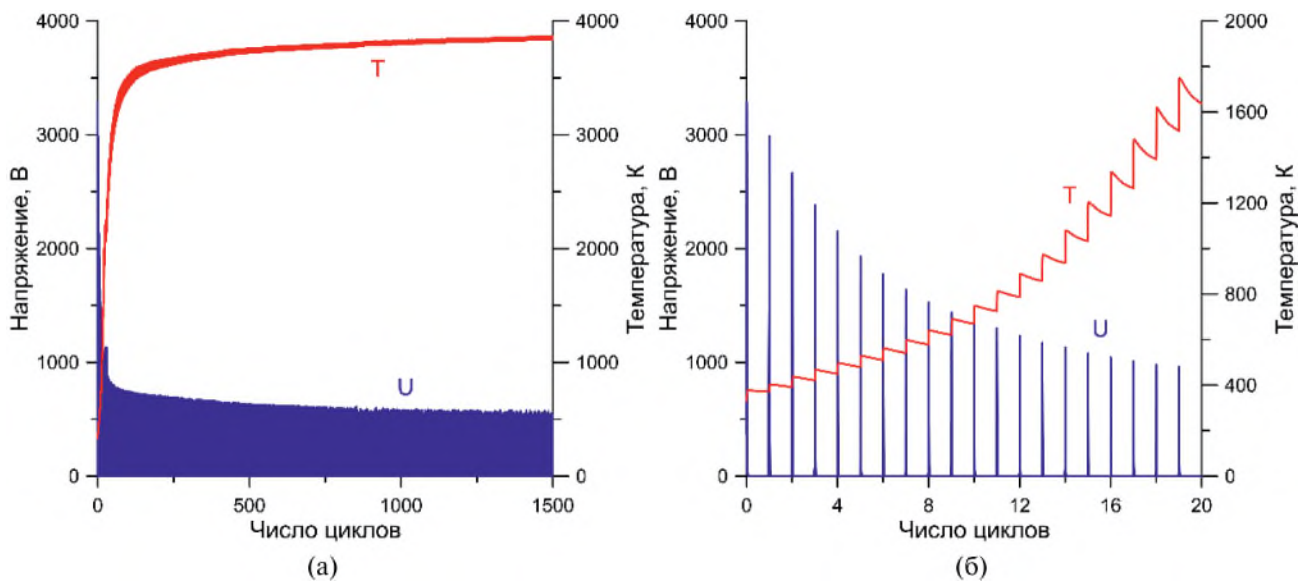


Рис. 5. Эволюция напряжения между электродами и температуры в средней точке для  $t_0 = 1 \text{ нс}$ ,  $t_1 = 200 \text{ нс}$ ,  $I_0 = 1 \text{ А}$ .

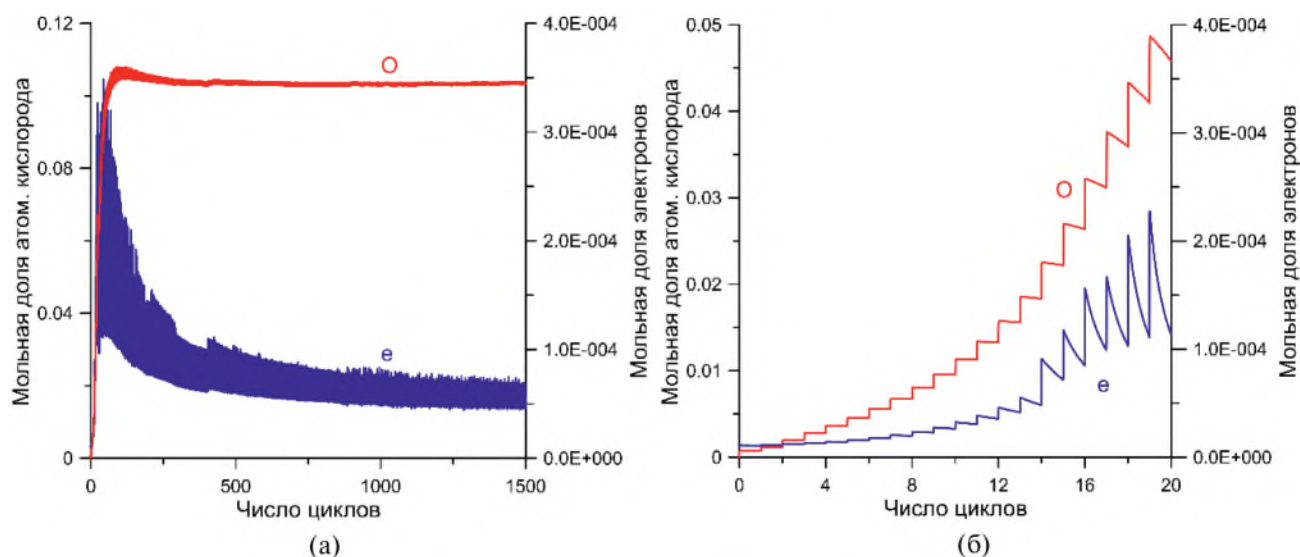


Рис. 6. Эволюция мольной доли атомарного кислорода и электронов в средней точке для  $t_0 = 1$  нс,  $t_1 = 200$  нс,  $I_0 = 1$  А.

высоких электрических полях на временах порядка нескольких наносекунд. Процесс ионизации носит циклический характер. Степень ионизации со временем меняется, т.к. меняется в целом температура, плотность и приведенное электрическое поле,  $E/N$ . На рис. 6 представлены изменения электронной концентрации (мольной доли электронов) и мольной доли атомарного кислорода.

Напомним, что для газовых смесей мольная доля  $i$ -го компонента это отношение концентрации  $i$ -го компонента к полной концентрации всех частиц смеси, состоящей из  $n$  компонент,  $x_i = N_i / \sum_{j=1}^n N_j$ . Несмотря на то, что электронная концентрация падает почти в пять раз относительно начального периода, поддержание плазмы на поздних временах также обусловлено исключительно электрическим полем. Термическая ионизация при температурах  $\sim 4000$  К крайне мала. Например, равновесная степень ионизации при  $T \approx 3800$  К и давлении 1 атм имеет порядок  $N_e/N \sim 1.2 \cdot 10^{-6}$ , что почти в 50 раз ниже наблюдаемой в средней точке (рис. 6). Концентрация электронов вблизи электродов еще выше. Таким образом, наносекундный разряд обеспечивает канал подвода энергии через неравновесную плазму. Ожидаемые положительные эффекты (например, воспламенение горючих смесей) будут иметь место на временах, много больших 1 нс.

Эволюция атомарного кислорода, представленная на рис. 6, обусловлена главным образом процессами диссоциации кислорода электронным ударом и тушением электронно-возбужденных молекул азота кислородом (см., например, [1, 3]). Роль термической диссоциации на временах, больших  $t_0 \sim 1$  нс, как и в случае ионизации невелика. Атомарному кислороду уделяется особое внимание, поскольку считается, что он стимулирует воспламенение горючих сме-

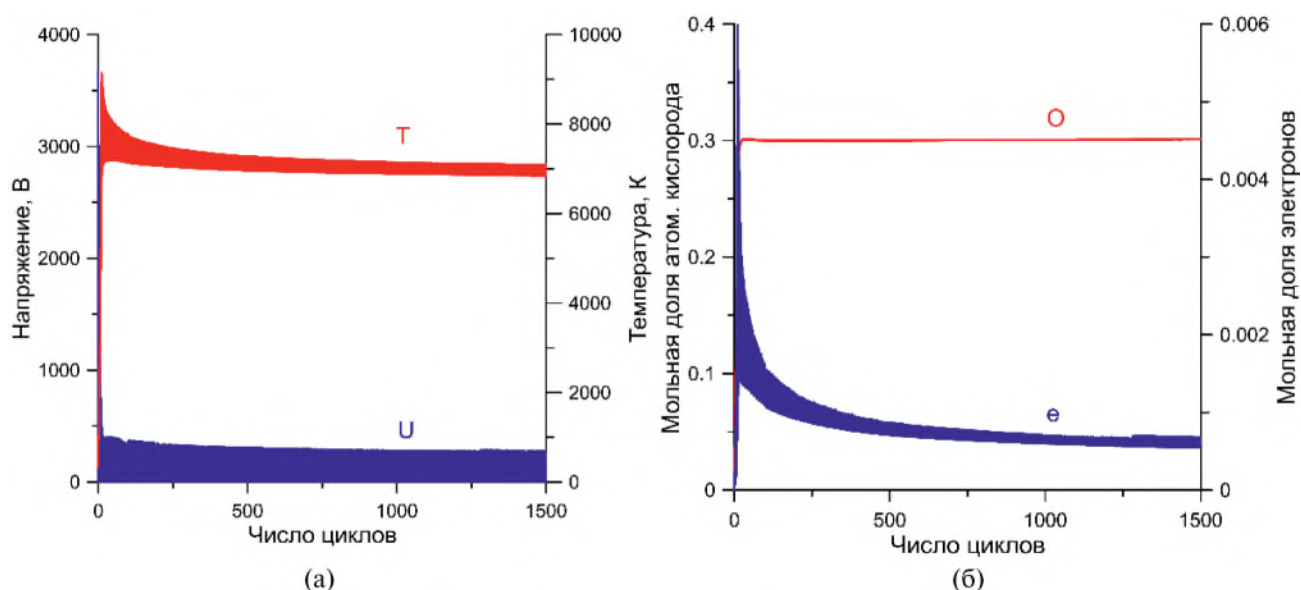
сей в дополнение к собственно нагреву. Рисунок 6 показывает также, что наработка атомарного кислорода в рассмотренных условиях далека от максимальной ( $\sim 30\%$ ). Как уже отмечалось, это связано с ростом радиуса канала и снижением удельной мощности разряда.

В целом рассмотренный слаботочный импульсно-периодический разряд ( $I_0 \sim 1$  А) может быть хорошей альтернативой искровому разряду, который обычно используется для воспламенения горючих смесей. Для качественного сравнения двух видов разряда рассмотрим импульсно-периодический разряд с амплитудой  $I_0 \sim 10$  А и теми же временами  $t_0 = 1$  нс,  $t_1 = 200$  нс. Условно будем называть его искровым. На рис. 7 показаны эволюция напряжения и эволюция температуры в средней точке для искрового разряда.

В рассмотренном условно искровом разряде и нагрев, и концентрация атомарного кислорода заметно выше, чем в предыдущем случае. При этом характеристики разряда в значительной степени определяются уже химической кинетикой высокотемпературного воздуха, а не кинетикой с участием электронов в сильных электрических полях.

На первый взгляд разряд с  $I_0 = 1$  А предпочтительнее разряда с  $I_0 = 10$  А, поскольку требует меньшей энергии, но обеспечивает температуру, превышающую температуру зажигания, например, метано-воздушной смеси. Средняя мощность, передаваемая среде, составляет  $\sim 3$  Вт в случае  $I_0 = 10$  А. В случае  $I_0 = 1$  А средняя мощность составляет  $\sim 0.5$  Вт. Однако по представленным результатам нельзя сделать прогноз в пользу слаботочного импульсно-периодического разряда как способа поджига горючих смесей с энергетической точки зрения. Следует рассматривать весь процесс зажигания на временах порядка нескольких миллисекунд, пока





**Рис. 7.** Эволюция напряжения и температуры в средней точке (а) и мольной доли атомарного кислорода и электронов в средней точке (б) для  $t_0 = 1$  нс,  $t_1 = 200$  нс,  $I_0 = 10$  А.

волна горения распространяются по объему смеси.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты численного моделирования многомасштабного процесса импульсно-периодического разряда с наносекундным нарастанием напряжения на соосных электродах. При несущей частоте 5 МГц активная разрядная фаза длится при выбранной форме импульса около 10 нс. Продемонстрирована возможность совместного использования моделей газоразрядных процессов на базе моделей импульсной короны (кинетика в сильных электрических полях) и искрового (дугового) пробоя межэлектродного промежутка (химическая кинетика высокотемпературного воздуха).

Продемонстрирована возможность слаботочного импульсно-периодического разряда нс-разряда обеспечить температуру зажигания, например, метано-воздушной смеси при атмосферном давлении. При этом и генерация плазмы, и генерация химически активных частиц (например, атомарного кислорода) происходят на активной стадии разряда на временах порядка несколько наносекунд, благодаря кинетике в сильных электрических полях.

Повышение амплитуды тока приводит к смене режима плазмообразования: ионизация воздуха в сильных электрических полях сменяется термической ионизацией. С энергетической точки зрения поджиг горючей смеси слаботочным разрядом представляется более выгодным, чем искрой. Однако вопрос об эффективности поджига тем или иным видом разряда должен решаться с учетом рассмотрения скорости воспламенения и распространения волны горения.

Поэтому эффект от воздействия разряда следует рассматривать на временах порядка нескольких миллисекунд, соответствующих временам распространения волны горения по разрядной камере.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РФ № 075-00270-24-00 и Программы №10 НЦФМ

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Starikovskiy A., Aleksandrov N. // Prog. Energy Combust Sci. 2013 V. 39. P. 61.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.pecs.2012.05.003>.
2. Ju Y., Sun W. // Prog. Energy Combust Sci. 2015. V. 48. P. 21.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.pecs.2014.12.002>.
3. Popov N.A., Starikovskaia S.M. // Prog. Energy Combust Sci. 2022. V. 91. P. 100928.  
<https://doi.org/10.1016/j.pecs.2021.100928>
4. Pancheshnyi S.V., Lacoste D.A., Bourdon A. and Laux C.O. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2006. V. 34. P. 2478.
5. Naidis G. V. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. P. 234017.
6. Filimonova E., Bocharov A., Bityurin V. // Fuel. 2014. V. 228. P. 309
7. Filimonova E.A., Dobrovolskaya A.S., Bocharov A.N., Bityurin V.A. and Naidis G.V. // Combust. Flame. 2020. V. 215. P. 401.
8. Bityurin V.A. and Bocharov A.N. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2018. V. 51. 264001.  
<https://doi.org/10.1088/1361-6463/aac566>.

9. Bityurin V.A. and Bocharov A.N. and Popov N.A. // High Temperature. 2011. V. 49. № 5. P. 758.
10. Bityurin V.A. and Bocharov A.N. // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2017. 249. 012008
11. Bityurin V.A., Bocharov A.N., Moralev I.A., Kuznetsova T.N. // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1394. 012022
12. Moralev I., Kazanskii P., Bityurin V., Bocharov A., Firsov A., Dolgov E. and Leonov S. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2020. V. 53. 425203, <https://doi.org/10.1088/1361-6463/ab9d5a>.
13. Bityurin V. A. , Bocharov A.N., Kuznetsova T.N. // J. Phys.: Conf. Ser. 2020.1698. 012027
14. Chng T. L., Brisset A., Jeanney P., Starikovskaia S. M., Adamovich I. V., and Tardiveau P. // Plasma Sources Sci. Technol. 2019.V.28. 09LT02
15. Albrecht H., Bloss W. H., Herden W., Maly R., Saggau B., and Wagner E. // Technical Paper.1977. 770853
16. Orriere T., Moreau E., and Pai D.Z. // J. Phys. D: Applied Phys. 2018. V. 51. P. 494002.
17. Minesi N., Mariotto P., Stancu G.D., Laux C.O. // 2019 AIAA SciTech Forum.2019. (7-11 January 2019, San Diego, California), AIAA Paper 10.2514/6.2019-0463, 2019.
18. Zhang B., Zhu Y., Zhang X., Popov N.A., Orriere T., Pai D., Starikovskaia S.M. // Plasma Sources Sci. Technol. 2023. V. 32. <https://doi.org/10.1088/1361-6595/ad085c>
19. Битюрин В.А. дисс. ... д.ф.-м.н., 1994.
20. Bityurin V.A., Bocharov A.N., Dobrovolskaya A.S., Kuznetsova T.N., Popov N.A. and Filimonova E.A. // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 2100. 012032. doi:10.1088/1742-6596/2100/1/012032
21. Park C. // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. 1993. V. 7. № 3.
22. Bityurin V.A., Bocharov A.N. and Popov N.A. // Plasma Physics Reports. 2023. V. 49. № 11. P. 1392. doi: 10.1134/S1063780X2360158X.
23. Bityurin V.A., Bocharov A.N., Popov N.A., Kuznetsova T.N. and Baranov D.S. // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 2100. 012030. doi:10.1088/1742-6596/2100/1/012030.

## NUMERICAL SIMULATION OF PULSE-PERIODIC NANOSECOND ELECTRIC DISCHARGE IN AIR

V. A. Bityurin<sup>a</sup>, A. N. Bocharov<sup>a,\*</sup>, A. S. Dobrovolskaya<sup>a</sup>, N. A. Popov<sup>a</sup>, and E. A. Filimonova<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Joint Institute for High Temperatures, Russian Academy of Sciences, Moscow, 125412 Russia

\*e-mail: bocharov@ihed.ras.ru

The results of the numerical simulation of a pulse-periodic nanosecond discharge are presented. An axisymmetric high-frequency (5 MHz) electric discharge in a pin-to-pin configuration is considered. Numerical models are used that take into account the chemical kinetics of high-temperature air and plasma chemistry, in which the reaction rates are determined by the magnitude of the reduced electric field. Preliminary results of plasma activation of atmospheric pressure air by a pulse-periodic nanosecond discharge are presented in order to intensify the production of chemically active particles (by the example of atomic oxygen).

**Keywords:** nanosecond electric discharge in air, nonequilibrium plasma, arc discha