

УДК 523.42

ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ВЕНЕРЫ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ PREM

© 2023 г. Д.О. Amorim^{a, *}, Т. В. Гудкова^{b, **}

^aМосковский физико-технический университет, Москва, Россия

^bИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

*e-mail: amorim.dargilan@gmail.com

**e-mail: gudkova@ifz.ru

Поступила в редакцию 15.02.2023 г.

После доработки 27.02.2023 г.

Принята к публикации 06.03.2023 г.

Построены модели внутреннего строения Венеры с широким диапазоном толщины коры (30–70 км) и радиуса ядра (2800–3500 км). Анализ полученных значений давления в центре планеты позволяет заключить, что наличие твердого внутреннего ядра маловероятно, если состав и температурный профиль Венеры соответствуют земному. Для учета неупругости недр Венеры при расчете приливных чисел Лява и угла запаздывания приливного горба применена реология Андраде. Сравнение экспериментальных значений числа Лява k_2 с модельными дает радиус ядра Венеры в диапазоне 3100–3500 км. Показано, что для определения характерной вязкости мантии Венеры ключевым фактором служит определение угла запаздывания приливного горба: значения 0.9° соответствуют низкой вязкости и высокой температуре, а 0.4° – высокой вязкости и низкой температуре, поэтому планируемые измерения приливных параметров и момента инерции планеты в миссиях VERITAS и EnVision смогут наложить ограничения на распределение вязкости и температуры в недрах Венеры.

Ключевые слова: Венера, модели внутреннего строения, вязкоупругость, приливные числа Лява, реология Андраде, угол запаздывания приливного горба

DOI: 10.31857/S0320930X23040023, **EDN:** RDSNQR

ВВЕДЕНИЕ

Процессы, происходящие в мантиях и ядрах планет, тесно связаны с их эволюцией (O'Rourke и др., 2023). Несмотря на то, что Венера и Земля похожи по таким параметрам, как масса и радиус, эволюционное развитие планет происходило по разным сценариям, и Венера остается одной из самых загадочных планет. Для понимания причин различия эволюционных процессов необходимо знание внутреннего строения Венеры.

В данной работе, мы предполагаем, что Венера и Земля близки по химическому составу, что не противоречит современным представлениям. Поэтому при построении модели внутреннего строения Венеры имеет смысл в качестве начального приближения (базовой модели) использовать параметры модели Земли PREM (Preliminary reference Earth model) (Dziewonski, Anderson, 1981), наиболее часто используемой модели в качестве первого приближения для построения региональных и трехмерных современных моделей Земли. PREM – это сферически симметричная модель Земли, в которой приведены распределения по радиусу плотности, скоростей сейсмических волн, упругих моделей (модуля сжатия K и

модуля сдвига μ), давления, ускорения силы тяжести и других физических величин.

Обычно, при построении модели внутреннего строения планеты опираются на данные о топографии и гравитационном поле: масса, средний радиус, момент инерции, и приливное число Лява k_2 . В отсутствие сейсмических данных, момент инерции является одним из основных ограничений на радиальное распределение плотности в модели. Определение момента инерции требует измерения скорости прецессии, и сложность заключается в том, что значение постоянной прецессии очень мало $\sim 2 \times 10^{-5}$ (Жарков, Гудкова, 2019). Недавно, по измерениям с Земли при помощи двух радиотелескопов, расположенных в США, и с использованием оценок скорости прецессии, для Венеры было получено единственное экспериментальное значение полярного момента инерции, которое составляет 0.337 ± 0.024 (Margot и др., 2021). Скорость прецессии оси вращения Венеры планируется определить в миссии EnVision (Rosenblatt и др., 2021). В настоящее время достаточно большая погрешность измерений момента инерции не позволяет наложить строгие

ограничения на модели внутреннего строения планеты.

Величины, которые позволяют контролировать как распределение плотности, так и распределение упругих параметров в недрах планеты — это приливные числа Лява. Числа Лява (Love, 1909) характеризуют: насколько поверхность планеты смещается под воздействием приливных сил (число h); и как изменяется гравитационное поле планеты вследствие перераспределения в ней массы из-за действия приливных сил (число k). По данным наблюдений вариаций гравитационного поля Венеры на КА Magellan и Pioneer Venus Orbiter известно значение приливного числа Лява $k_2 = 0.295 \pm 0.066$ (Konopliv, Yoder, 1996), которое измерено по солнечному приливу на Венере (период составляет 58.4 дня). Из-за недостаточной точности оценки интервала значений приливного числа Лява k_2 и отсутствия данных о вязкости в ее недрах продолжается обсуждение вопроса о том, находится ли ядро планеты в жидком или твердом состоянии, и имеется ли внутреннее твердое ядро (Dumoulin и др., 2017). Несмотря на достаточно высокую погрешность измерения, значение числа Лява k_2 , как будет показано ниже, позволяет наложить некоторые ограничения на модели внутреннего строения Венеры.

При интерпретации величины k_2 имеются определенные сложности, так как требуются знания о неупругих свойствах недр Венеры. Значение k_2 измерено при периоде приливной волны 58.4 дня и зависит от неупругости недр. При построении модели внутреннего строения рассчитывается упругое значение k_2 , поэтому необходим учет реологии недр на периоде приливной деформации.

Вопрос о распределении вязкости очень сложный, и не до конца решен даже для Земли. Оценки вязкости для Венеры принимаются по порядку величины такие же, как и для ядра и мантии Земли. Для расплавленного внешнего ядра Земли оценка вязкости $\eta \ll 10^8$ Па с, по данным о поглощении продольных сейсмических волн. Если бы вязкость была порядка 10^8 Па с, то при прохождении через ядро P -волны были бы ослаблены намного сильнее, чем это наблюдается по данным сейсмологии (Жарков, 2013). Теоретические оценки, приведенные в (Жарков, 2012), показывают, что вязкость во внешнем ядре должна быть меньше, чем 0.1 Па с. Это значение используется во многих работах, и для расчета вязкоупругого числа Лява вязкостью во внешнем ядре обычно пренебрегают (например, Хiao и др., 2020), так как вязкость в мантии намного порядков выше.

Для идеально упругого тела вязкость равна бесконечности, и среда не обладает свойством те-

кучести. В реальности, среда не идеальна, из-за наличия точечных и линейных дефектов в твердых поликристаллах, они обладают способностью к медленным неупругим деформациям, при этом вязкость среды сильно зависит от температуры. Современные исследования (например, Harig и др., 2010; Čížková и др., 2012) дают значения вязкости в верхней мантии $\sim 10^{20}$ Па с, в переходной зоне $\sim 10^{21}$ – 10^{22} Па с, а в нижней $\sim 10^{22}$ – 10^{23} Па с. В литосфере Земли вязкость меняется в пределах от 10^{17} – 10^{24} Па с в зависимости от глубины и региона (Bills и др., 1994; Yaolin, Jianling, 2008). Ниже мы применим эти оценки для распределения вязкости в недрах Венеры.

Ряд моделей внутреннего строения Венеры был построен с использованием параметрической модели Земли PEM (Dziewonski и др., 1975) как базовой (Zharkov и др., 1981; Жарков, Засурский, 1982; Козловская, 1982; Yoder, 1995; Mosquet и др., 2011; Aitta, 2012). В работе (Жарков, Засурский, 1982) было отмечено, что за исходное уравнение состояния для Венеры разумно взять уравнение состояния для Земли, так как это позволяет автоматически учитывать распределение температуры в недрах планеты, которое, скорее всего, близко к геотерме на глубинах больше 200 км.

Вопрос о мощности коры Венеры пересматривается в сторону уменьшения по анализу последних данных гравитационного поля и топографии (Jiménez-Díaz и др., 2015; O'Rourke, Korenaga, 2015; Yang и др., 2016). В работе (Гудкова, Жарков, 2020) были построены модели внутреннего строения Венеры на основе моделей Земли PEM для различных толщин коры (30–100 км) при плотности 2800 кг/м³, при этом плотность мантии как функция давления $\rho_m(p)$ задавалась введением коэффициента A : $\rho_m(p) = A\rho_{m0}(p)$, где $\rho_{m0}(p)$ — уравнение состояния для Земли. Для выполнения условия сохранения массы планеты: если ядро большое (радиус 3400–3500 км), то мантия должна быть “облегченной” ($A < 1$), и наоборот, если ядро маленькое (радиус 2800–2900 км), то мантия должна быть “утяжеленной” ($A > 1$). Состав мантии меняется в результате изменения молярной доли железа по отношению к магнию. При коэффициенте A , меньшем единицы, содержание железа в мантийных силикатах меньше, чем в принятой базовой модели. Ниже мы будем использовать такой же подход.

На Земле существует слой пониженной вязкости из-за приближения температуры к температуре плавления, это учтено в модели Земли PREM, и в данной работе мы предполагаем наличие такого слоя и в недрах Венеры. Неопределенности в распределении температуры в недрах Венеры (Steinberger и др., 2010; Armann, Tackley, 2012)

Таблица 1. Данные наблюдений для Венеры (M_3 — масса Земли, R_3 — радиус Земли)

Параметры	Значения параметров	Ссылки
Масса M_0 , кг	$4.8669 \times 10^{24} = 0.815M_3$	Steinberger и др., 2010
Средний радиус R , км	$6050.9 = 0.95R_3$	Steinberger и др., 2010
Средняя плотность ρ_0 , кг/м ³	5241.9	
I/M_0R^2	0.337 ± 0.024	Margot и др., 2021
k_2	0.295 ± 0.066	Konopliv, Yoder, 1996
Давление на поверхности	9.3 МПа	Steinberger и др., 2010

оставляют открытым вопрос о том, является ли ядро Венеры жидким или твердым. В работах (Dumoulin и др., 2017; Shah и др., 2022) было показано, что на основании имеющихся на сегодняшний день данных нельзя исключить возможность твердого внутреннего ядра у Венеры. Тем не менее, как и во многих современных моделях, в этой работе мы предполагаем, что ядро полностью расплавлено. Результаты, полученные ниже, оправдывают такое предположение.

План статьи следующий. Сначала будут рассмотрены упругие модели внутреннего строения Венеры на основе модели Земли PREM. Затем, с использованием реологии Андраде, построены модели с учетом вязкоупругости в недрах Венеры, и продемонстрировано, как это влияет на значения модельных чисел Лява. В заключении обсуждаются возможные ограничения на распределение вязкости и температуры в модели внутреннего строения Венеры после уточнения момента инерции, чисел Лява и измерения угла запаздывания приливного горба в планируемых миссиях VERITAS (Cascioli и др., 2021) и EnVision (Rosenblatt и др., 2021).

МОДЕЛИ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ВЕНЕРЫ

Упругие модели

Данные наблюдений, используемые при построении моделей внутреннего строения Венеры, приведены в таблице: масса M_0 , средний радиус R , средняя плотность ρ_0 , безразмерный момент инерции I/M_0R^2 , приливное число Лява k_2 и давление на поверхности планеты. Масса Венеры составляет 81% от массы Земли, а радиус на 320 км меньше. Средняя плотность Венеры меньше, чем у Земли, а момент инерции больше. Это указывает на то, что вещество в недрах Венеры менее сжато.

Расчет моделей внутреннего строения планет основан на использовании уравнения для массы и уравнения гидростатического равновесия (см., например, Жарков, Трубицын, 1980). В безраз-

мерных переменных $x = r/R$, $m = M(r)/M_0$, $\rho = \rho(r)/\rho_0$, $p = p(r)/p_0$, где $p_0 = \frac{GM_0^2}{4\pi R^4}$, $\rho_0 = \frac{3M_0}{4\pi R^3}$ система уравнений принимает вид:

$$\frac{dm}{dx} = 3x^2\rho(p), \quad \frac{dp}{dx} = -3\frac{m}{x^2}\rho(p). \quad (1)$$

Граничные условия при этом имеют вид:

$$m(1) = 1, \quad m(0) = 0, \quad p(1) = 9.9013 \times 10^{-5}. \quad (2)$$

Система уравнений содержит уравнение состояния вещества $\rho = \rho(p)$, которое для Венеры неизвестно. За базовое распределение плотности в модели Венеры примем уравнение состояния из модели Земли PREM. Полученный профиль плотности должен удовлетворять безразмерному моменту инерции планеты I/M_0R^2 .

Плотность коры считаем постоянной и равной 2800 кг/м³. Аналогично работе (Гудкова, Жарков, 2020), плотность в мантии как функция давления $\rho_m(p)$ задается введением коэффициента A : $\rho_m(p) = A\rho_{m0}(p)$, где $\rho_{m0}(p)$ — уравнение состояния по модели внутреннего строения Земли PREM.

Состав ядра Венеры, также, как и состав мантии, может не совпадать с составом ядра Земли. Для изменения плотности ядра вводится коэффициент B : $\rho_c(p) = B\rho_{c0}(p)$, где $\rho_c(p)$ — плотность в ядре Венеры, $\rho_{c0}(p)$ — уравнение состояния ядра для модели Земли PREM. Варьируемые параметры задачи — радиус ядра, толщина коры и коэффициенты A и B . Коэффициент A подбирается так, чтобы модельная масса совпадала с наблюдаемой. Модель внутреннего строения контролируется по значению безразмерного момента инерции I/M_0R^2 . Единственное экспериментальное значение момента инерции 0.337 ± 0.024 (Margot и др., 2021) имеет достаточно высокую погрешность измерений, что не позволяет наложить сильные ограничения на модель внутреннего строения планеты. Еще одна величина, которая позволяет контролировать распределение плот-

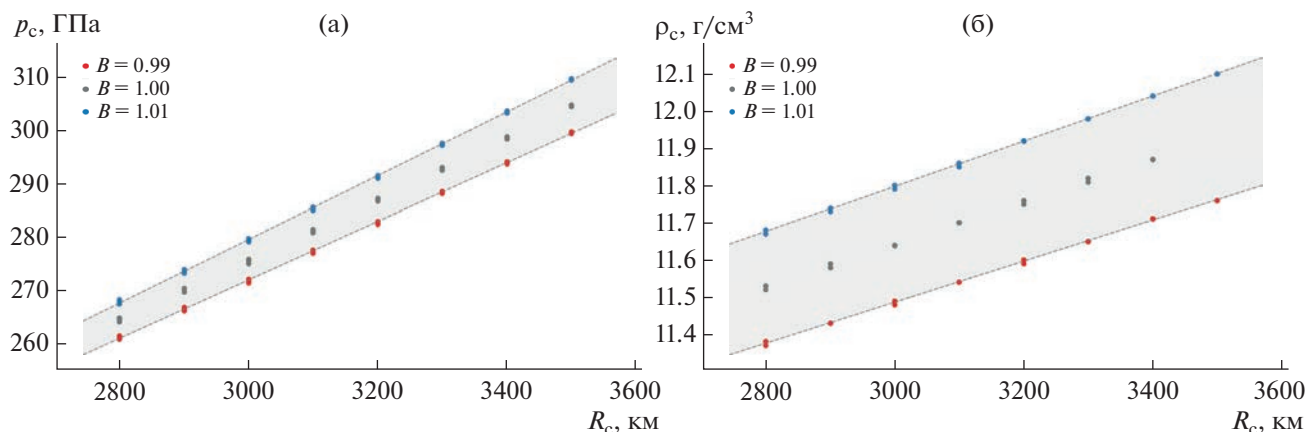


Рис. 1. Модельные значения физических параметров в центре Венеры в зависимости от радиуса ядра R_c для диапазона параметра $B = 0.99, 1.0, 1.01$: давление p_c (а), плотность ρ_c (б).

ности и упругих параметров в недрах планеты — это приливное число Лява k_2 .

Система расчета приливных чисел Лява, часто называемая “системой y_{in} ”, это шесть уравнений первого порядка с граничными условиями на поверхности планеты и на границе ядро–мантия (в случае жидкого ядра) или в центре (в случае твердого ядра) (Alterman и др., 1959; Молоденский, 2001). Обычно, система сводится к безразмерным переменным и решается методом Рунге–Кутты четвертого порядка (см., например, Michel, Boy, 2022).

Построены 72 упругие модели внутреннего строения Венеры для значений коры в интервале 30–70 км, и радиуса ядра в интервале 2800–3500 км. Модели разбиты на три группы по параметру B ($B = 1$, уравнение состояния ядра совпадает с земным; $B = 1.01$, вещество в ядре Венеры на 1% тяжелее земного; $B = 0.99$, вещество в ядре Венеры на 1% легче земного). Введем следующее обозначение для моделей внутреннего строения Венеры в зависимости от заданных параметров: (толщина коры в км, параметр B , радиус ядра в км). Например, модель (50, 0.99, 3200) — модель с толщиной коры 50 км, $B = 0.99$ и радиусом ядра 3200 км.

Результаты моделирования без учета неупругости недр Венеры представлены на рис. 1–4. В моделях прослеживаются следующие закономерности: 1) в моделях с маленьким ядром (2800–2900 км) мантия заметно тяжелее земной, а в моделях с большим ядром (3400–3500 км) — заметно легче; 2) при увеличении радиуса ядра давление и плотность в центре планеты увеличиваются; 3) при увеличении радиуса ядра момент инерции планеты уменьшается; 4) в моделях с толстой корой (70 км) мантия слегка тяжелее, а момент инерции несколько меньше, чем в моделях с тон-

кой корой (30 км); 5) при увеличении параметра B параметр A и момент инерции уменьшаются, а давление в центре планеты увеличивается.

На рис. 1 показана зависимость давления p_c и плотности ρ_c в центре планеты от радиуса ядра, параметра B и толщины коры. Модельные значения давления (рис. 1а) находятся в интервале 260–310 ГПа. Для сравнения: в центре Земли давление достигает 363 ГПа, а на границе внутреннего ядра — 328 ГПа (Dziewonski, Anderson, 1981). Это говорит о том, что даже в моделях с очень большим ядром давление в центре Венеры не достигает значений, при которых происходит кристаллизация расплава в земных условиях. Следовательно, присутствие твердого внутреннего ядра маловероятно, при условии одинакового состава и распределения температуры в недрах Земли и Венеры. В работе (Dumoulin и др., 2017) были построены модели Венеры с внутренним твердым ядром, при этом использовалось экспериментально полученное уравнение состояния чистого железа, которое может кристаллизоваться в условиях недр Венеры. Однако сложно представить, что в ядре Венеры нет примесей легких элементов, которые, в свою очередь, уменьшают температуру плавления, поэтому можно сделать вывод, что, скорее всего, у Венеры нет твердого внутреннего ядра. Видно, что плотность в центре планеты (рис. 1б) растет с увеличением радиуса ядра и коэффициента B . Отношение ρ_c для моделей с $B = 1.01$ к ρ_c для моделей с $B = 1.0$, оказалось больше, чем 1.01, что связано с тем, что при увеличении B увеличивается давление в ядре, что приводит к дополнительному сжатию вещества.

На рис. 2 приведены значения безразмерного момента инерции в зависимости от радиуса ядра, параметра B и толщины коры. Пунктирные ли-

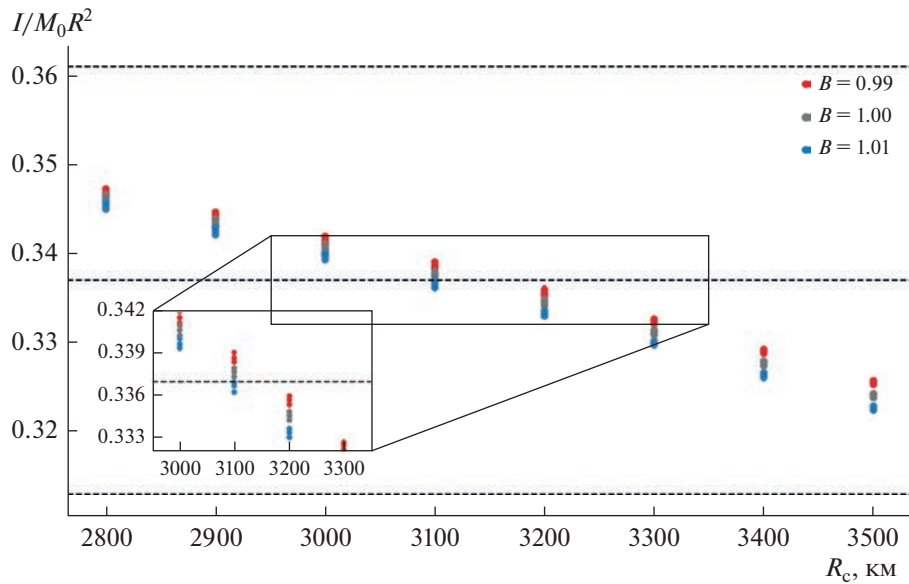


Рис. 2. Модельные значения безразмерного момента инерции $I/M_0 R^2$ в зависимости от радиуса ядра R_c для диапазона параметра $B = 0.99, 1.0, 1.01$. Пунктирные линии показывают разброс допустимых значений безразмерного момента инерции.

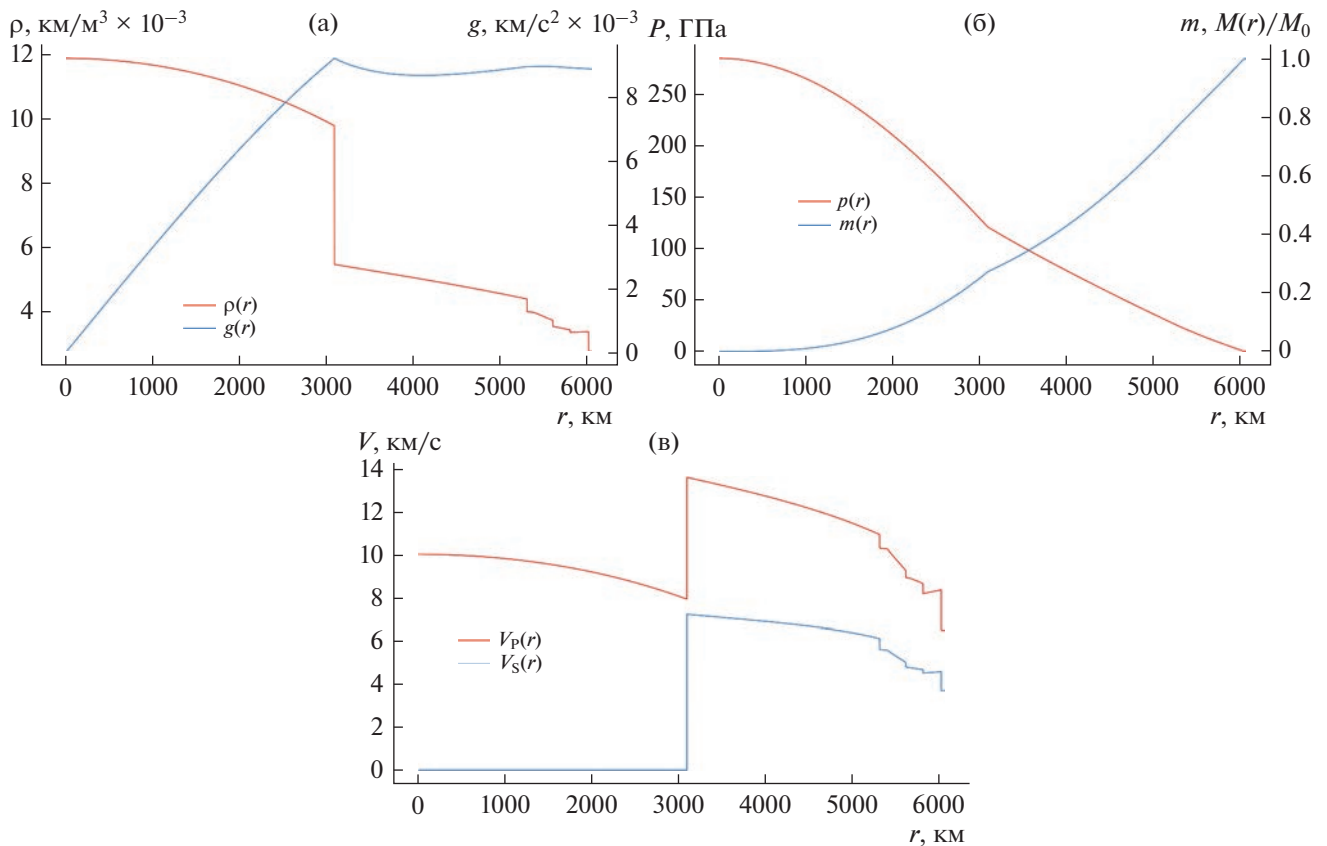


Рис. 3. Распределения физических параметров как функция радиуса для модели Венеры (30, 1.01, 3100) (толщина коры 30 км, параметр $B = 1.01$ — вещество в ядре Венеры на 1% тяжелее земного, радиус ядра 3100 км): плотность ρ и гравитационное ускорение g (а), давление p и относительная масса m (б), и скорости продольных и поперечных волн V_p и V_s (в).

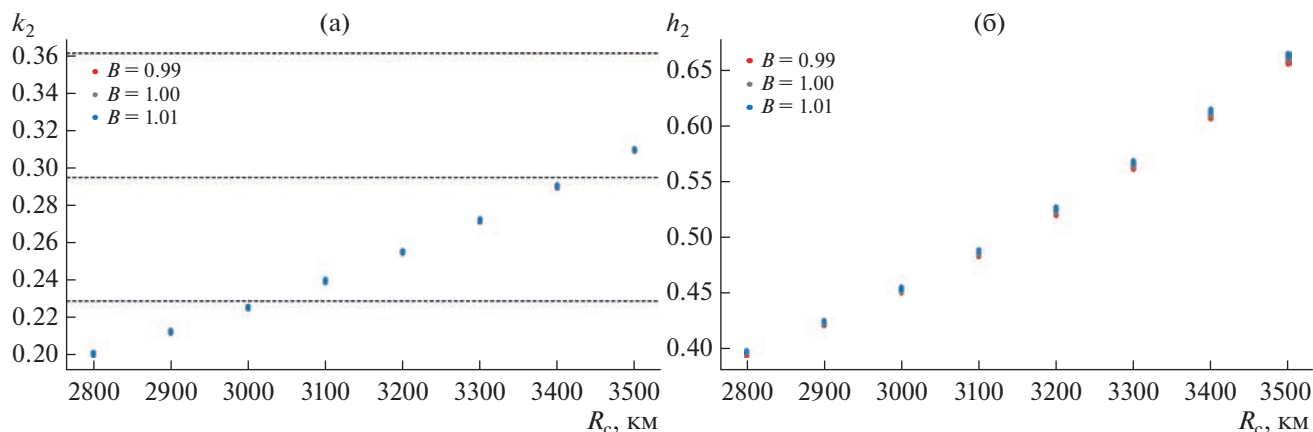


Рис. 4. Модельные упругие числа Лява в зависимости от радиуса ядра R_c для ряда моделей Венеры с параметром $B = 0.99, 1.0$ и 1.01 : k_2 (а) и h_2 (б). Горизонтальные штриховые линии показывают полосу допустимых наблюдений значений числа Лява k_2 .

нии выделяют область допустимых значений безразмерного момента инерции: 0.337 ± 0.024 (Maggot и др., 2021). Видно, что все модели попадают в допустимую область с запасом, но ближе всего к центральному значению 0.337 находятся модели с радиусом ядра 3000–3200 км, и модели с радиусом ядра 3300 км и $B = 0.99$ (большое, но “легкое” ядро). Для модели (30, 1.01, 3100) момент инерции точно равен 0.337. Для этой модели на рис. 3 показано распределение плотности, скоростей продольных и поперечных волн, гравитационного ускорения, массы и давления, как функция радиуса. Из-за того, что погрешность измерения момента инерции Венеры достаточно большая, нельзя отбросить какие-либо из рассчитанных выше моделей. Выше было отмечено, что еще одним критерием служит сравнение модельных значений приливного числа Лява k_2 с величиной, полученной из наблюдений. Несмотря на достаточно высокую погрешность, значение числа Лява позволяет наложить некоторые ограничения на модели внутреннего строения Венеры.

Рис. 4 демонстрирует зависимость значений упругих чисел Лява k_2 (рис. 4а) и h_2 (рис. 4б) от радиуса ядра Венеры для диапазона изменений параметра B . Наблюдается сильная зависимость числа h_2 от радиуса ядра, при этом толщина коры и параметр B , слабо влияют на результат. Штриховые линии на рис. 4а выделяют область допустимых значений числа Лява k_2 . Модели с маленьким ядром (2800–3000 км) находятся вне области допустимых значений k_2 (рис. 4а) и могут быть исключены, а модели с радиусом ядра 3300–3500 км ближе всего к центральному значению k_2 . Этот результат не очень хорошо согласуется со значениями, которые были выбраны при отборе моделей по моменту инерции.

При решении системы “ y_{in} ” для расчета приливных чисел Лява считалось, что планета является идеально упругим телом, что не соответствует реальности. В работах (Жарков, 2012; Dumoulin и др., 2017; Гудкова, Жарков, 2020) было показано, что учет неупругости недр необходим при вычислении приливных чисел Лява. Построенные выше модели внутреннего строения Венеры являются упругими, а в диссипативной среде, какой являются недра Венеры, модуль сдвига μ и приливное число Лява планеты k_2 являются функциями частоты. Без учета реологии, полученные модельные значения числа Лява k_2 занижены. Для того чтобы использовать k_2 как ограничение при построении моделей внутреннего строения Венеры, ниже, при расчете модельных приливных чисел Лява, будет учтена неупругость планеты.

Влияние вязкоупругости

Известно, что затухание механических колебаний земных недр происходит из-за отклонения материала от идеальной упругости по отношению к сдвиговым напряжениям, и рассеяние механической энергии связано именно с релаксацией модуля сдвига μ (Жарков, 2013). Распределение модуля сдвига в недрах Земли зависит от частоты, т.е. $\mu = \mu(r, \omega)$ и учет частотной зависимости приводит к заметному понижению модуля сдвига при переходе от сейсмических периодов ~ 1 с к периодам ~ 10 мин. Частота солнечной приливной волны на Венере соответствует периоду, равному ~ 58.4 дня ($\approx 5 \times 10^6$ с). Числа Лява приблизительно обратно пропорциональны модулю сдвига, следовательно, их значения должны увеличиваться при переходе от упругой модели к неупругой.

Выше, для расчета чисел Лява были использованы распределения модулей упругости в модели PREM для периода 1 с (Dziewonski, Anderson, 1981), т.е. в расчетах использовался “упругий модуль сдвига”. Для учета неупругости необходимо выбрать подходящую реологическую модель поведения мантийного вещества.

Для описания вязкоупругого поведения коры Земли обычно применяется реология Максвелла, которая дает хорошие результаты при изучении постледниковых поднятий. Реологическое тело Максвелла можно представить как последовательное соединение упругого тела Гука с линейно-вязким телом Ньютона. На коротких периодах материал, описываемый моделью Максвелла, ведет себя как твердое тело, а на длинных (при медленных процессах, характерное время которых значительно превышает время Максвелла, представляющее собой отношение коэффициента вязкости к упругому модулю сдвига) — как вязкий. Модуль сдвига, в свою очередь, меняется от высокочастотного значения $\mu(\infty)$ до низкочастотного — статического значения $\mu(0)$. В реологии Максвелла модуль сдвига и параметр Ляме λ становятся комплексными величинами, и зависят от частоты внешнего воздействия ω и от вязкости среды η по формулам (Peltier, 1974):

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu}{1 - i \frac{\mu}{\omega \eta}}, \quad \tilde{\lambda} = K - \frac{2}{3} \tilde{\mu}. \quad (3)$$

Реология Максвелла использовалась для учета неупругости в недрах Венеры в работе (Хяо и др., 2020), в которой получено, что приливные числа Лява значительно отклоняются от своего упругого значения только при значениях вязкости в мантии меньше чем 10^{18} Па с. Применение реологии Максвелла для рассчитанных выше моделей внутреннего строения Венеры дало аналогичные результаты. Это означает, что даже если вязкость в мантии Венеры на порядок меньше вязкости в мантии Земли, то влияние неупругости на числа Лява пренебрежимо мало. Однако в работах (Dumoulin и др., 2017; Гудкова, Жарков, 2020) было показано, что k_2 заметно увеличивается при переходе от упругой модели к неупругой. Причина расхождения результатов заключается в использовании различных реологических моделей.

Реология Максвелла оказывается менее пригодной для сейсмических и приливных периодов. Экспериментальные результаты (см., например, Gribb, Cooper, 1998; Jackson, Faul, 2010; Jackson, 2015) показывают, что реология Максвелла плохо описывает поведение оливинов и других минералов, присутствующих как в мантии Земли, так и в других телах Солнечной системы. Для описания

поведения планетных тел предлагаются более сложные реологии, такие как реология Андраде, которая сейчас активно используется во многих работах по исследованию планет и спутников, особенно когда рассматриваются приливные взаимодействия (Castillo-Rogez и др., 2011; Bierson, Nimmo, 2016; Dumoulin и др., 2017; Renaud, Henning, 2018; Bagheri и др., 2022). Авторы этих работ пришли к выводу, что реология Андраде намного лучше описывает поведение мантийного вещества в планетах по сравнению с реологией Максвелла. Поэтому ниже мы будем использовать реологию Андраде для учета неупругости в недрах Венеры.

При описании вязкоупругой реологии Андраде, комплексный модуль сдвига $\tilde{\mu}$ равен $1/\tilde{J}$, где $\tilde{J}$ называется “комплексная податливость материала” (complex compliance) и задается формулой (Castillo-Rogez и др., 2011)

$$\tilde{J}(\chi) = J \left[1 + (i\tau_M \chi)^{-\alpha} \Gamma(1 + \alpha) \right] - \frac{i}{\eta \chi}, \quad (4)$$

$J = 1/\mu$, $\tau_M = \eta/\mu$ — время Максвелла, χ — частота прилива, Γ — гамма-функция и α — параметр Андраде.

Параметр Андраде α лежит в интервале 0.2–0.5 (Gribb, Cooper, 1998; Castillo-Rogez и др., 2011; Dumoulin и др., 2017), хотя для мантийного вещества часто используется $\alpha \approx 0.3$. Ниже примем значения $\alpha = 0.2$ и $\alpha = 0.5$ как предельные случаи, таким образом, будет перекрыт интервал возможных значений k_2 и h_2 для каждой модели.

На основе анализа распределения вязкости в недрах Земли, при расчете чисел Лява k_2 и h_2 для моделей с реологией Андраде, примем два пробных распределения вязкости в недрах Венеры:

1. Распределение с низкой вязкостью:

- вязкость коры 10^{21} Па с,
- вязкость верхней мантии 10^{19} Па с,
- вязкость нижней мантии 10^{21} Па с,

2. Распределение с высокой вязкостью:

- вязкость коры 10^{23} Па с,
- вязкость верхней мантии 10^{21} Па с,
- вязкость нижней мантии 10^{23} Па с.

Вязкость ядра принимается равной нулю.

Толщина коры и параметр B слабо влияют на числа Лява по сравнению с радиусом ядра, поэтому числа Лява k_2 и h_2 с учетом вязкоупругости будут рассчитаны только для моделей с толщиной коры 30 км и параметром $B = 1.0$ (30, 1.00, 2800–3500) для двух случаев распределения вязкости в недрах Венеры (случай высокой и низкой вязкости), и для двух значений параметра α : $\alpha = 0.2$ и

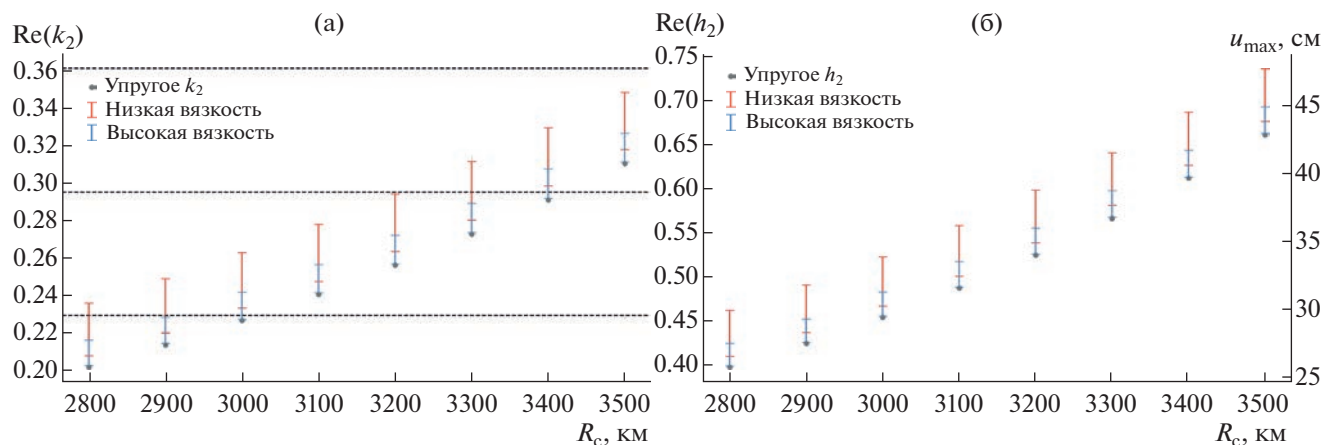


Рис. 5. Модельные значения вещественной части неупругих чисел Лява в зависимости от радиуса ядра R_c для ряда моделей Венеры с параметром $B = 0.99, 1.0$ и 1.01 : $\text{Re}(k_2)$ (а) и $\text{Re}(h_2)$ (б). Горизонтальные штриховые линии показывают полосу допустимых наблюдений значений числа Лява k_2 .

$\alpha = 0.5$. Это оправдано тем, что неопределенность в распределении вязкости и параметра α сильнее влияет на результат, чем толщина коры и коэффициент B .

Интервалы значений вязкости и параметра α приводят к большому разбросу возможных значений чисел Лява для каждой тестовой модели внутреннего строения. При $\alpha = 0.5$, k_2 и h_2 с учетом неупругости всего на 0.2–3% больше, чем упругие значения. При $\alpha = 0.2$ отличие составляет 5–17% для рассмотренных профилей вязкости. Если вязкость в нижней мантии Венеры меньше 10^{21} Па с, то числа Лява с учетом неупругости получаются на 20% больше, чем значения для упругой модели.

Значения вещественной части чисел Лява k_2 и h_2 для моделей (30, 1.00, 2800–3500) с учетом вязкоупругости в зависимости от радиуса ядра показаны на рис. 5. Модели с маленьким ядром (2800–2900 км) попадают в интервал данных наблюдений для k_2 (0.229–0.361) только при низких значениях вязкости и параметре α , близком к 0.2, но даже так, они находятся на краю допустимого интервала, и поэтому эти модели можно считать менее вероятными. Для выбора оптимальной модели необходимо более точное измерение k_2 и лучшее понимание того, какое значение параметра α больше соответствует поведению мантийного вещества. Тем не менее из рис. 5а видно, что если вязкость низкая, то предпочтительнее модели с радиусом ядра 3100–3400 км, а если вязкость высокая, то с ядром 3200–3500 км. Так как вязкость экспоненциально убывает с увеличением температуры, то большое ядро свидетельствует о “холодной мантии”, а среднее ядро — о “горячей мантии”.

Рассмотрим совместно ограничения на рассчитанные модели внутреннего строения Венеры по числу Лява k_2 и моменту инерции $I/M_0 R^2$ (рис. 6). Определим вероятность модели с числом Лява k_2 и моментом инерции $I/M_0 R^2$, как

$$p = \exp \left(-\frac{(k_2 - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{\left(\frac{I}{M_0 R^2} - \mu_2 \right)^2}{2\sigma_2^2} \right), \quad (5)$$

где $\mu_1 = 0.295$, $\sigma_1 = 0.033$, $\mu_2 = 0.337$, $\sigma_2 = 0.024$. Согласно (Konopliv, Yoder, 1996) интервал для допустимых значений $k_2 = 0.295 \pm 0.066$ соответствует погрешности 2σ , поэтому $\sigma_1 = 0.033$.

Сплошные линии на рис. 6 показывают вероятность моделей. Из рис. 6 можно сделать следующие выводы: если вязкость мантии Венеры высокая, то модели с радиусом ядра в интервале 3200–3500 км более вероятны; если вязкость мантии Венеры низкая, то более вероятны модели с радиусом ядра в интервале 3100–3400 км.

Как было отмечено выше, число Лява h_2 характеризует радиальное смещение поверхности из-за приливного воздействия. Если на планету массой m_1 и радиуса R действует приливный потенциал W со стороны тела массой m_2 , находящегося на расстоянии d от планеты, то вторая гармоника W_2 приливного потенциала W при разложении по многочленам Лежандра вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} W_2(\varphi) &= -\frac{Gm_1 m_2}{R m_1} \left(\frac{R}{d} \right)^3 P_2(\cos \varphi) = \\ &= V_0 \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{R}{d} \right)^3 P_2 \cos(\varphi), \end{aligned} \quad (6)$$

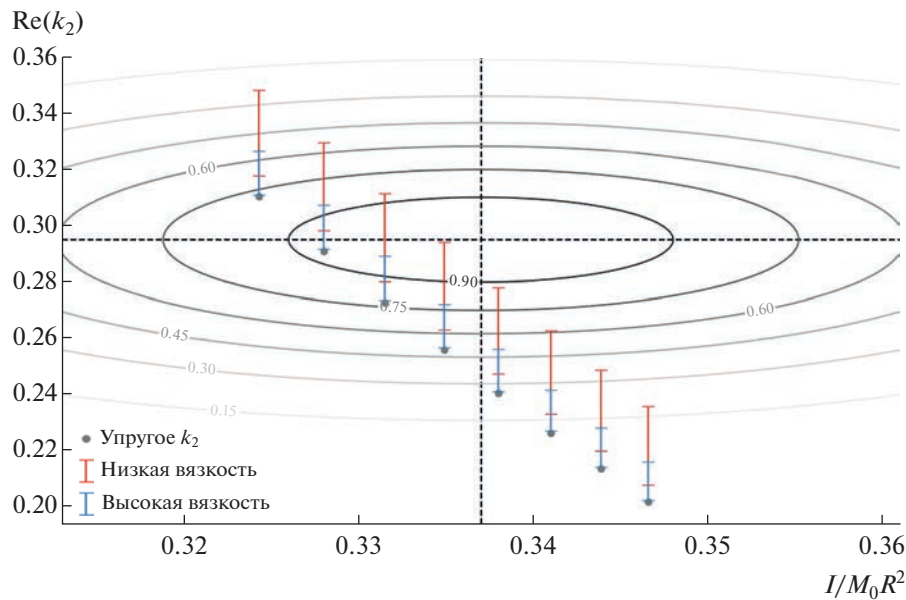


Рис. 6. Безразмерный момент инерции $I/M_0 R^2$ и число Лява k_2 (для упругих моделей и неупругих моделей с высокой и низкой вязкостью). Пунктирные линии отмечают $I/M_0 R^2 = 0.337$ и $k_2 = 0.295$. Сплошные линии показывают вероятность моделей.

где G — гравитационная постоянная, φ — широта, V_0 — гравитационный потенциал на невозмущенной поверхности.

Максимальное радиальное смещение $u_{\max}$ поверхности тогда равно

$$u_{\max} = \frac{3}{2} h_2 R \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{R}{d} \right)^3. \quad (7)$$

На рис. 5б для модельных чисел Лява h_2 с учетом неупругости приведено соответствующее радиальное смещение поверхности Венеры из-за приливного воздействия $u_{\max}$ в сантиметрах. Значения h_2 находятся в интервале 0.4–0.75, что соответствует радиальному смещению поверхности на 25–50 см. Согласно (Cascioli и др., 2021), миссия VERITAS планирует измерить радиальное смещение поверхности Венеры с точностью до ~10 см. Это небольшая точность, однако измерение h_2 с такой точностью сможет наложить ограничение на распределение параметров в недрах Венеры.

Приливный сдвиг фазы

Из-за неупругости недр планеты деформация ее фигуры при приливном взаимодействии отстает или опережает на некоторый угол линию, соединяющую центры двух тел: планеты и тела, вызывающего приливное воздействие. Угол запаздывания приливного горба (или сдвиг фазы) в радианах определяется как

$$\varepsilon \approx 1/2Q = \frac{\text{Im}(k_2)}{2|k_2|} \quad \text{или} \quad \varepsilon \approx \frac{\text{Im}(h_2)}{2|h_2|}, \quad (8)$$

где Q — добротность планеты.

Таким образом, величина угла запаздывания приливного горба может быть использована для определения вязкости планеты: чем больше угол запаздывания, тем материал менее вязкий, выше значения числа Лява и больше величина деформации. Модельные значения угла запаздывания для рассмотренных моделей приведены на рис. 7. Два набора моделей отличаются по значению вязкости на два порядка, и их можно различить по измерению угла запаздывания. Разница между углами запаздывания для k_2 и h_2 мала по сравнению с разбросом, вызванным неопределенностью параметра Андраде α . Угол запаздывания для моделей с высокой вязкостью примерно в два раза меньше, чем для моделей с низкой вязкостью. Наблюдается тенденция уменьшения угла запаздывания при переходе от моделей с маленьким ядром к моделям с большим ядром.

Согласно (Rosenblatt и др., 2021; Cascioli и др., 2021), в миссиях EnVision и VERITAS в конце 20-х — начале 30-х годов, угол запаздывания будет измерен с точностью до ~0.1°. Это поможет определить среднюю вязкость мантии Венеры с точностью до порядка величины. Если сдвиг фазы окажется выше 0.9°, то вязкость мантии низкая, а если окажется ниже 0.4°, то вязкость высокая.

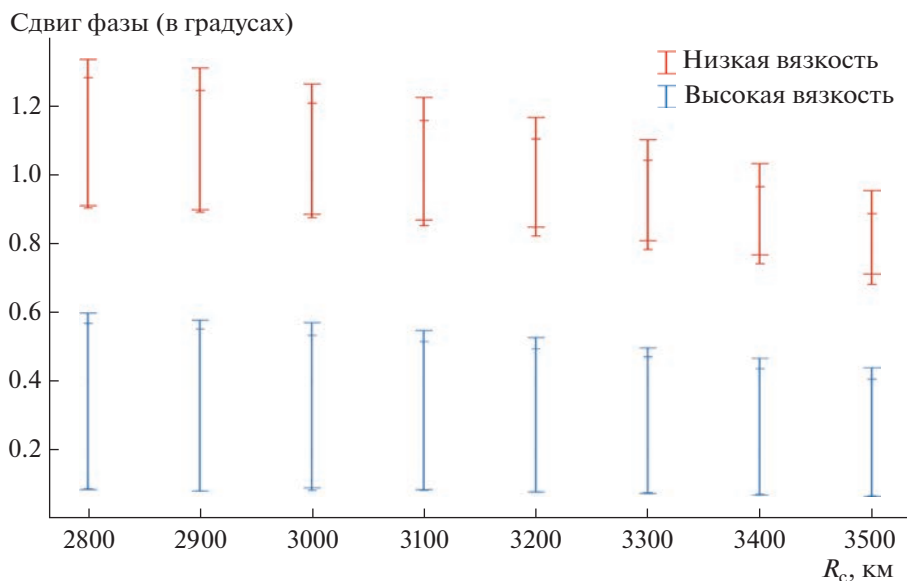


Рис. 7. Угол запаздывания приливного горба (сдвиг фазы) ϵ в градусах для моделей внутреннего строения Венеры с высокой и низкой вязкостью в зависимости от радиуса ядра R_c .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Широкая полоса допустимых значений k_2 , неопределенность момента инерции и отсутствие измерений диссипативного фактора приводят к тому, что в настоящее время нельзя точно определить радиус ядра, состав мантии и профиль температуры Венеры. В данной работе на основе модели Земли PREM построены 72 модели внутреннего строения Венеры, в которых варьируются толщина коры от 30 до 70 км, радиус ядра от 2800 до 3500 км. Рассмотрены случаи низкой, средней и высокой плотности вещества в мантии и ядре по сравнению с составом базовой модели. Для модели (30, 1.01, 3100) приведены профили давления, плотности, скоростей сейсмических волн, упругих модулей и гравитационного ускорения. Анализ полученных результатов и их сравнение с экспериментальными данными позволили сделать некоторые выводы о мантии и ядре Венеры.

Давление в центре планеты значительно меньше (на десятки ГПа), чем давление на границе внутреннего ядра Земли. Один из важных выводов состоит в том, что присутствие твердого внутреннего ядра для Венеры маловероятно и возможно только в случае, если ядро Венеры содержит значительно меньше легких элементов по сравнению с ядром Земли.

К сожалению, точность измерения момента инерции 0.337 ± 0.024 (Margot и др., 2021) пока не достаточно высока, чтобы наложить сильные ограничения на модель внутреннего строения Венеры. Для всех рассчитанных моделей значения момента инерции лежат в интервале от 0.323 до

0.347, что согласуется с измеренным значением. Показано, что без учета неупругости недр получаются заниженные модельные значения приливного числа Лява k_2 . Для описания неупругости недр Венеры была принята реологическая модель Андраде. При этом числа Лява становятся комплексными величинами и их значения увеличиваются по сравнению с упругими значениями. В моделях с высокой вязкостью мантийного вещества, это различие составляет более 7%, а в моделях с низкой вязкостью — 17%. Представления о строении Венеры сильно зависят от того, какой из рассмотренных случаев имеет место.

Совместный анализ модельных значений момента инерции и вязкоупругого числа Лява k_2 позволяет сделать следующие выводы: маловероятны модели Венеры с радиусом ядра меньше 3000 км; если вязкость мантии высокая, то радиус ядра лежит в интервале 3200–3500 км; если вязкость мантии низкая, то радиус ядра 3100–3400 км.

Из-за большой погрешности в измерениях момента инерции и числа Лява k_2 пока нельзя провести выбор между моделями с радиусом ядра 3100 и 3500 км. Также помехой в уточнении радиуса служит неопределенность параметра Андраде α в реологической модели поведения недр.

Рассчитан угол запаздывания приливного горба для построенных моделей. Его значение пока не измерено, но если оно окажется выше 0.9° , то можно уверенно говорить о достаточно низкой вязкости мантии Венеры (по сравнению с Землей); если ниже 0.4° — вязкость мантии высокая. Оценка вязкости, в свою очередь, предоставляет

ценную информацию о распределении температуры в недрах Венеры.

Создатели космических аппаратов VERITAS и EnVision обещают предоставить очень точные измерения момента инерции (1.4%), числа Лява (0.3%) и угла запаздывания приливного горба (0.1°) (Cascioli и др., 2021; Rosenblatt и др., 2021), с помощью которых можно будет провести довольно точные оценки радиуса ядра и средней вязкости мантии. Это поможет полностью охарактеризовать внутреннее строение Венеры и, тем самым, больше узнать об эволюции “близнеца” Земли.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-22-00074, <https://rscf.ru/project/23-22-00074>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гудкова Т.В., Жарков В.Н. Модели внутреннего строения земледобной Венеры // Астрон. вестн. 2020. Т. 54. № 1. С. 24–32. (Gudkova T.V., Zharkov V.N. Models of the internal structure of the Earth-like Venus // Sol. Syst. Res. 2020. V. 54. № 1. P. 20–27.)
- Жарков В.Н. Физика земных недр. М.: ОООНаука и образование, 2012. 386 с.
- Жарков В.Н. Внутреннее строение Земли и планет. Элементарное введение в планетную и спутниковую геофизику. М.: ООО Наука и образование, 2013. 414 с.
- Жарков В.Н., Трубицын В.П. Физика планетных недр. М.: Наука, 1980. 448 с.
- Жарков В.Н., Засурский И.Я. Физическая модель Венеры // Астрон. вестн. 1982. Т. 16. С. 18–28. (Zharkov V.N., Zasurskii I.Ya. A physical model of Venus // Sol. Syst. Res. 1982. V. 16. P. 14–22.)
- Жарков В.Н., Гудкова Т.В. О параметрах земледобной модели Венеры // Астрон. вестн. 2019. Т. 53. № 1. С. 3–6. (Zharkov V.N., Gudkova T.V. On parameters of the Earth-like model of Venus // Sol. Syst. Res. 2019. V. 53. P. 1–4.)
- Козловская С.В. Внутреннее строение Венеры и содержание железа в планетах земной группы // Астрон. вестн. 1982. Т. 16. № 1. С. 3–17. (Kozlovskaya S.V. The internal structure of Venus and the iron content in the terrestrial planets // Sol. Syst. Res. 1982. V. 16. № 1. P. 1–14.)
- Молоденский М.С. Гравитационное поле, фигура и внутреннее строение Земли. М.: Наука, 2001. 569 с.
- Aitta A. Venus' internal structure, temperature and core composition // Icarus. 2012. V. 218. P. 967–974.
- Alterman Z., Jarosch H., Pekeris C.L. Oscillations of the Earth // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A: Math. and Phys. Sci. 1959. V. 252. № 1268. P. 80–95.
- Armann M., Tackley P. Simulating the thermochemical magmatic and tectonic evolution of Venus' mantle and lithosphere: Two-dimensional models // J. Geophys. Res.: Planets. 2012. V. 117. id. E12003. <https://doi.org/10.1029/2012JE004231>.
- Bagheri A., Efroimsky M., Castillo-Rogez J., Goossens S., Plesa A.-C., Rambaux N., Walterová M., Khan A., Giardini D. Tidal insights into rocky and icy bodies: An introduction and overview // Adv. Geophys. 2022. V. 63. P. 231–320.
- Biersen C.J., Nimmo F. A test for Io's magma ocean: Modeling, tidal dissipation with a partially molten mantle // J. Geophys. Res.: Planets. 2016. V. 121. № 11. P. 2211–2224.
- Bills B.G., Currey D.R., Marshall G.A. Viscosity estimates for the crust and upper mantle from patterns of lacustrine shore line deformation in the eastern great basin // J. Geophys. Res.: Solid Earth. 1994. V. 99. № B11. P. 22059–22086.
- Cascioli G., Hensley S., De Marchi F., Breuer D., Durante D., Racioppa P., Iess L., Mazarico E., Smrekar S.E. The determination of the rotational state and interior structure of Venus with VERITAS // Planet. Sci. J. 2021. V. 2. P. 220–231.
- Castillo-Rogez J.C., Efroimsky M., Lainey V. The tidal history of Japetus: Spin dynamics in the light of a refined dissipation model // J. Geophys. Res.: Planets. 2011. V. 116. id. E9.
- Čížková H., van den Berg A.P., Spakman W., Matyska C. The viscosity of Earth's lower mantle inferred sinking speed of subducted lithosphere // Phys. Earth and Planet. Inter. 2012. V. 200. P. 56–62.
- Dumoulin C., Tobie G., Verhoeven O., Rambaux N. Tidal constraints on the interior of Venus // J. Geophys. Res.: Planets. 2017. V. 122. № 6. P. 1338–1352.
- Dziewonski A.M., Hales A.L., Lapwond E.R. Parametrically simple Earth models consistent with geophysical data // Phys. Earth and Planet. Inter. 1975. V. 10. P. 12–48.
- Dziewonski A.M., Anderson D.L. Preliminary reference earth model // Phys. Earth and Planet. Inter. 1981. V. 25. № 4. P. 297–356.
- Gribb T.T., Cooper R.F. Low-frequency shear attenuation in polycrystalline olivine: Grain boundary diffusion and the physical significance of the Andrade model for viscoelastic rheology // J. Geophys. Res.: Solid Earth. 1998. V. 103. № B11. P. 27267–27279.
- Harig C., Zhong S., Simons F.J. Constraints on upper mantle viscosity from the flow-induced pressure gradient across the Australian continental keel // Geochem., Geophys., Geosyst. 2010. V. 11. id. Q06004. <https://doi.org/10.1029/2010GC00303>
- Jackson I. Properties of rock and minerals-physical origins of anelasticity and attenuation in rock // Treatise on Geophysics (Second Edition). Amsterdam: Elsevier, 2015. V. 2. P. 539–571.
- Jackson I., Faul U.H. Grain size-sensitive viscoelastic relaxation in olivine: Towards a robust laboratory-based model for seismological applications // Phys. Earth and Planet Inter. 2010. V. 183. P. 151–164.
- Jiménez-Díaz A., Ruiz J., Kirby J.F., Romeo I., Tejero R., Capote R. Lithospheric structure of Venus from gravity and topography // Icarus. 2015. V. 260. P. 215–231.
- Konopliv A.S., Yoder C.F. Venusian k_2 tidal love number from Magellan and PRO tracking data // Geophys. Res. Lett. 1996. V. 23. № 14. P. 1857–1860.
- Love A.E.H. The yielding of the Earth to disturbing forces // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. Containing Papers of

- a Mathematical and Physical Character. 1909. V. 82. № 551. P. 73–88.
- Margot J.-L., Campbell D.B., Giorgini J.D., Jao J. S., Snedeker L.G., Ghigo F.D., Bonsall A.* Spin state and moment of inertia of Venus // *Nature Astronomy*. 2021. V. 5. № 7. P.676–683.
- Michel A., Boy J.P.* Viscoelastic love numbers and long-period geophysical effects // *Geophys. J. Intern.* 2022. V. 228.№ 2. P. 1191–1212.
- Mocquet A., Rosenblatt P., Dehant V., Verhoeven O.* The deep interior of Venus, Mars, and the Earth: A brief review and the need for planetary surface-based Measurements // *Planet. and Space Sci.* 2011. V. 59. P. 1048–1061.
- O'Rourke J.G., Korenaga J.* Thermal evolution of Venus with argon degassing // *Icarus*. 2015. V. 260. P. 128–140.
- O'Rourke J.G., Wilson C. F., Borrelli M.E., Byrne P.K., Dumoulin C., Ghail R., Gulcher A.J.P., Jacobson S.A., Korablev O., Spohn T., Way M.J., Weller M., Westall F.* Venus, the Planet: Introduction to the evolution of Earth's sister planet // *Space Sci. Rev.* 2023. V. 219. id. 10.
- Peltier W.R.* The impulse response of a Maxwell Earth // *Rev. Geophys.* 1974. V. 12. № 4. P.649–669.
- Renaud J.P., Henning W.G.* Increased tidal dissipation using advanced rheological models: implications for Io and tidally active exoplanets // *Astrophys. J.* 2018. V. 857. № 2. id.98.
- Rosenblatt P., Dumoulin C., Marty J.-C., Genova A.* Determination of Venus' interior structure with EnVision // *Remote Sens.* 2021. V. 13. id. 1624.
- Shah O., Helled R., Alibert Y., Mezger K.* Possible chemical composition and interior structure models of Venus inferred from numerical modeling // *Astrophys. J.* 2022. V. 926. id. 217 (20 p.)
- Steinberger B., Werner S., Torsvik T.* Deep versus shallow origin of gravity anomalies, topography and volcanism on Earth, Venus and Mars // *Icarus*. 2010. V. 207. P. 564–577.
- Xiao C., Li F., Yan J.-G., Hao W.-F., Harada Y., Ye M., Barriot J.-P.* Inversion of Venus internal structure based on geodetic data // *Res. Astron. and Astrophys.* 2020. V. 20. № 8. id. 127 (15 p.)
- Yang A., Huang J., Wei D.* Separation of dynamic and isostatic components of the Venusian gravity and topography and determination of the crustal thickness of Venus // *Planet. and Space. Sci.* 2016. V. 129. P. 24–31.
- Yaolin S.H.I., Jianling C.A.O.* Lithosphere effective viscosity of continental China // *Earth Sci. Frontiers*. 2008. V. 15. № 3. P.82–95.
- Yoder C.* Venus's free obliquity // *Icarus*.1995. V. 117. P. 250–286.
- Zharkov V.N., Kozlovskaya S.V., Zasurskii I.Ya.* Interior structure and comparative analysis of theterrestrial planets // *Adv. Space. Res.* 1981. V. 1. P. 117–129.