

УДК 159.953

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ОПЫТА НАУЧЕНИЯ В ТЕРМИНАХ ЭТАПНОСТИ РЕШЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ¹

© 2024 г. О. В. Дятлова^{1,*}, Р. И. Кривоногов^{2,**}, А. И. Комаровская^{3,***},
М. И. Кунашенко^{4,****}, А. А. Девятерикова^{1,*****}

¹НИИ Развития мозга и высших достижений РУДН;
117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 11, Россия.

²ООО “Техкомпания Хуавэй”;
121614, г. Москва, ул. Крылатская, д. 17, к. 2, Россия.

³ФГБУ Национальный медицинский центр реабилитации и курортологии Минздрав РФ;
121099, г. Москва, ул. Новый Арбат, д. 32, Россия.

⁴Факультет психологии, МГУ имени М.В. Ломоносова;
125009, г. Москва, ул. Моховая, д. 11, стр. 9, Россия.

*Кандидат экономических наук, исследователь Лаборатории нейрпсихологии.

E-mail: dyatlovaolga@gmail.com

**Старший инженер.

E-mail: romansdidnotcrucify@gmail.com

***Нейрпсихолог.

E-mail: komarovskaya_a@mail.ru

****Аспирантка кафедры общей психологии, инженер 2-й категории.

E-mail: lanaya.croft@mail.ru

*****Кандидат психологических наук, научный сотрудник Лаборатории нейрпсихологии.

E-mail: alena.devaterikova@gmail.com

Поступила 05.06.2023

Аннотация. Работа посвящена исследованию научения в решении арифметических задач в условиях онлайн обучения. Научение решению задач определенного типа рассматривается как функциональная система, уровень дифференциации которой может быть связан с этапностью решения задач. Цель работы — найти статистическую дескриптивную модель, которая будет описывать связь этапности решения и типов задач на данных по Сложению и прогнозировать этапность решения задач в данных Умножения. Гипотеза состояла в том, что существует связь между этапностью выполнения задач на сложение и умножение. Участники исследования (25 женщин и 15 мужчин в возрасте 18–35 лет ($M = 24$), имеющих нематематическую специальность) проходили два экспериментальных курса “Сложение” и “Умножение”, обучаясь оптимальным методам вычисления. Курсы имели одинаковую структуру и относились к общему домену арифметических задач, что являлось условием сходства обучения. Была обнаружена прямая корреляционная связь ($p < 0.001$) между этапностью выполнения задач на сложение и умножение в среднем по выборке. Мы использовали классификацию на основе регрессии. Модели данного типа, построенные для каждого индивида персонально, обученные на данных Сложения и примененные к данным Умножения, позволяют прогнозировать этапность решения этих задач. Наилучшие из них предсказывают этапность выполнения в среднем с точностью 33–40% задач ($SD = 17–22\%$, $\max = 88\%$), в остальных задачах модели дают прогноз с небольшой ошибкой в 1–2 единицы, что говорит об их средней прогностической способности.

Ключевые слова: научение, функциональная система, этапность, компоненты решения, арифметические задачи, регрессия, классификация, перенос, цифровое обучение.

DOI: 10.31857/S0205959224040051

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-29-14115.

Активная цифровизация разных сфер жизни, в том числе и образования, ставит вопросы адекватного моделирования соответствующих процессов и возможности сбора информативных данных. Кроме того, изменения в любой сфере должны иметь цель — в случае с цифровизацией это может быть полная или частичная автоматизация процессов, уже выполняемых человеком, либо внесение новых. Один из таких вероятных новых процессов — персонализация объяснения при обучении новому знанию, затрудненная в условиях традиционного группового обучения. В зависимости от индивидуальных характеристик учащиеся могут выполнять задания развернуто, с осуществлением всех шагов или в частично свернутой форме, с пропуском некоторых. Свернутость решения экономит время, затраченное на задачу, однако снижает эффективность процесса обучения, если учащийся допускает ошибки. Персонализированное объяснение предполагает индивидуальную детализированность для разных учащихся, которая включает в себя конкретные рекомендации и инструкции относительно того, как именно выполнять ту или иную операцию, что включает в себя и точность следования этим указаниям. Другими словами, система, которая адаптирует объяснения под учащегося, может определить, кому стоит рекомендовать выполнять некоторые действия в уме, а кому не стоит.

Актуальность данной работы состоит в попытке выявить индивидуальные паттерны научения в цифровой среде действиям в уме, которые могут служить надежными предикторами научения другим действиям в уме.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБ ИНДИВИДУАЛЬНОМ ОПЫТЕ НАУЧЕНИЯ

Основная проблема в описании индивидуально-го опыта учащегося моделью навыков, знаний и компетенций состоит в том, что эти характеристики заданы экспертно [11]. Однако причина, по которой субъект решает задачи тем или иным образом, связана во многом с тем, как он воспринимает и как действует с задачей. То есть индивидуальный опыт должен быть описан в понятиях, которые его не интерпретируют. Одна из ведущих исследователей в области применения искусственного интеллекта в образовании Инге Моленаар также отмечает, что при подходе, предполагающем описание научения с помощью таких маркеров обучения, как необходимые действия, которые субъект применил и не применил, что он умеет

и знает, целью исследований становится контроль обучения [17; 25]. Нужно оценить, какие действия учащийся продемонстрировал, какие являются успешными, где совершена ошибка, а где не использовано то, что требовалось. На основании этого происходит формирование образовательной траектории, которая скорее всего будет направлена на устранение пробелов в знаниях и навыках. Иной подход состоит в том, чтобы заглянуть в процесс решения задач, понять, какую информацию субъект извлекает, как ее использует, какие действия и движения осуществляет, как фиксируется и меняется его опыт [16; 17]. Тогда образовательная траектория будет направлена на коррекцию способов усвоения информации.

Основной вопрос в данной работе состоит в том, в каких понятиях можно описать индивидуальный опыт и как его измерить. В теории функциональных систем П.К. Анохина понятия научение, индивидуальный опыт и функциональная система рассматриваются как взаимосвязанные. Функциональная система — это “комплекс избирательно вовлеченных компонентов, у которых взаимоотношение и взаимодействие приобретает характер взаимодействия компонентов, направленного на получение полезного результата” [4, с. 101]. Научение — это процесс приобретения, фиксации и модификации репертуара деятельности индивида [1]. При этом разделяют понятия “научение” и “обучение”. Под научением следует понимать организацию индивидуального опыта обучающегося, под обучением — процедуры модификации этого опыта [3]. К таким процедурам можно отнести, например, объяснения, подсказки, подкрепления, инструменты саморегуляции.

В физиологических исследованиях комплексом компонентов функциональной системы является ансамбль нейронов, а изучению подлежат различные аспекты специализации нейронов относительно выполняемого поведенческого акта. Авторы психолого-педагогических работ в качестве таких компонент предлагают рассматривать действия (*enactment*) при решении задач [23; 24]. В настоящей работе предложена модель научения, основанная на понятии аффордансов [7; 20], теории организации движения Н.А. Бернштейна [6], теории функциональных систем [3] и концепции системы циклов восприятия-действия (*perception-action loops*) [22]. Ключевым аспектом модели, который важен для нашего исследования, является то, что обучающийся в процессе научения в цифровой среде перемещает по экрану объекты и инструменты, которые предложены для понимания нового математического понятия [24]. Авторы проанализировали

движения учащихся и выявили, что по мере обучения новому понятию они становятся более последовательными и точными. Основная идея авторов состоит в том, что приобретенные нами знания являются не ментальной репрезентацией, а мультимодальным опытом взаимодействия с миром. Культурные артефакты (понятия, инструменты, символы, язык, способы демонстрации решения задач, принятые в той области деятельности, в которой они представлены) в индивидуальном опыте субъекта представлены не как структуры, хранящиеся в памяти, а как телесный опыт на всех уровнях (восприятия, движений, эмоций и др.). Мышление рассматривается по аналогии с движением, и формирование понятий является частью общеорганизменных системно-эволюционных процессов.

Уровень развития опыта отражает прежде всего понятие дифференциации [2; 10]. Системный принцип дифференциации состоит в расщеплении целого. При научении изначально субъект воспринимает ситуацию как целое и действует с ней, допуская обобщения, неточности, “сбитые в кучу” образы. Далее по мере научения происходит расщепление компонентов этой системы: разные группы компонентов начинают отвечать за разные составляющие поведения, действия субъекта становятся более последовательными и точными. Так ребенок формирует понятия об окружающем мире из целостных чувственных образов по И.М. Сеченову, формирует понятия из более обобщенных комплексов по Л.С. Выготскому, происходит координация движений по Н.А. Бернштейну [8]. Данный принцип работает для любого изучаемого процесса в организме.

В нейрофизиологии уровень дифференциации измеряется числом компонентов, входящих в систему и классификацией того, какие группы компонентов отвечают за какие составляющие поведения [5; 9]. Чем лучше сформирован навык, тем выше уровень дифференциации и выше точность ответа. Чем хуже сформирован навык, тем ниже уровень дифференциации, больше ошибок в применении этого навыка [5].

Кроме того, уровень дифференциации мозговых нейрональных структур связан с этапностью научения. Чем большее число этапов было в обучении, тем выше уровень дифференциации. И наоборот, чем меньше этапов в обучении, тем ниже дифференциация [9]. Данный результат является для нас важным, поскольку количество этапов, за которое выполняются действия, может быть измерено на основе поведенческих данных и свидетельствует о различиях в уровне системной организации опыта.

В данной работе мы делаем попытку применить вышеописанные представления об индивидуальном опыте к ситуации цифрового обучения на примере решения арифметических задач. Этапность решения измеряется количеством чисел в решении и количеством шагов, где шагом является единовременная манипуляция с несколькими числами. Данные показатели могут быть связаны: а) с тем, как индивиды различают типы задач, и в связи с этими различиями предполагают возможные манипуляции с числами [12]; б) с оценкой оптимальности стратегии решения, причем не всегда оптимальной для задачи, а оптимальной для индивида, и на протяжении решения задач он может придерживаться только одной стратегии [15] (что согласуется с вышеуказанным определением функциональной системы, подразумевающим целенаправленность действий как достижение полезного для организма результата [3; 4]). Из всего вышеописанного следует, что решение субъектом задачи может не соответствовать ожиданиям оценивающего эксперта и заданным им критериям сложности задач или какой-либо типологии. С другой стороны, помимо индивидуальных, существуют общие когнитивные процессы, влияющие на решение арифметических задач, например, рабочая память, контроль, визуально-пространственные и вычислительные способности [13; 14; 21], тревожность и снижение внимания [18; 19]. Мы полагаем, что в сходных экспериментальных условиях в одном домене (опыт решения арифметических задач) работа систем, обеспечивающих поведение, может быть сходной, и для разных типов арифметических задач индивидуальный опыт решателя может быть сходным.

Цели исследования: выявить индивидуальные паттерны научения на материале арифметических задач по сложению чисел, которые могут служить надежными предикторами научения на арифметических задачах по умножению чисел.

Задачи исследования: изучить 1) связь этапности решения задач с типами предъявляемых задач и 2) возможность прогнозирования этапности в условиях двух сходных ситуаций обучения. Обучая математическую модель на одних данных и применяя к другим данным, протестировать ее прогностическую способность.

МЕТОДИКА

Выборка состояла из 40 человек (25 женщин и 15 мужчин) в возрасте 18–35 лет ($M = 24$), имеющих нематематическую специальность.

Процедура исследования. Участникам исследования в онлайн режиме предлагалось пройти два обучающих курса: обучиться оптимальным методам Сложения и оптимальным методам Умножения. Требовалось решать арифметические примеры “в строчку”, не прибегая к трудным вычислениям в уме и используя методы, которым они обучились (см. примеры на рис. 1). В выборку попали те испытуемые, которые не использовали оптимальные методы счета в своей работе или жизни, о чем они были опрошены предварительно до эксперимента. Кроме того, в школьной программе оптимальному счету обычно специально не обучают. Таким образом, можно считать, что взрослые испытуемые обучались новому для них навыку. С другой стороны, мы рассматриваем научение как индивидуальный опыт, измерение его уровня и задача его прогнозирования не зависят от его новизны.

Испытуемые проходили каждый курс отдельно, с интервалом в 1–2 дня. Оба курса “Сложение” и “Умножение” имели одинаковую структуру. Каждый из них состоял из двух этапов: Обучения и Решения.

На этапе Обучения предъявлялись видео (4 метода оптимального вычисления) с 3 заданиями к ним, с 3 попытками решения. Цель испытуемого на этапе Обучения — научиться верно решать задания указанными методами.

На этапе Решения предъявлялось 10 серий по 12 задач. Цель испытуемого на этапе Решения — решать задачи, выбирая оптимальный метод — тот, который без трудных мыслительных вычислений в уме при проведении вычислений в строчку быстро приводит к верному ответу в задаче.

Параллельно с испытуемым в программе Zoom присутствовал экспериментатор и контролировал выполнение эксперимента, организационные и технические вопросы. Экспериментатор вел видеозапись всего процесса прохождения эксперимента.

Эксперимент доступен по ссылке <https://learninglab.ru/>, для входа испытуемые вводили

индивидуально сгенерированный номер и пароль. Сбор цифровых данных и предъявление задач происходили с помощью разработанной нами LMS системы.

Материал. Предъявлялось 6 типов заданий, представляющих собой примеры из двух чисел (однозначных и двузначных, не превышающих числа 100), которые требовалось сложить или умножить.

Измеряемые переменные. По открытому вводу решения в сопоставлении с итоговым ответом измерялись *две характеристики этапности решения (зависимые переменные)*:

1. *Block Count (BC)* — количество шагов в записи решения задачи (за сколько действий между знаками “=” была решена задача (вместо знака “=” мог использоваться перенос строки)).

2. *Number Count (NC)* — количество чисел в записи решения задачи.

Task Type — Тип задания (от 1 до 6), от простого к сложному ($1 < 2 \dots < 6$), был задан экспертно.

Пример. Дана задача $15 + 23$. Решение “ $10 + 20 + 5 + 3 = 38$ ”. Тогда $BC = 2$, $NC = 4$.

Гипотезы исследования:

1. Этапность (NC и BC) в Сложении и Умножении коррелируют в среднем по выборке.

2. *Number Count* связан с *Block Count* и *Task Type*.

3. NC в Умножении может быть предсказано моделью, построенной на данных по Сложению.

4. Прогностическая модель, построенная по всей выборке, хуже предсказывает NC каждого индивида, чем модель, построенная персонально по его данным (как в Сложении, так и Умножении).

Анализ данных. Общий алгоритм анализа данных представлен на рис. 2. По данным курса по Сложению строилась регрессия (линейная или полином 2-й степени) для описания зависимости NC от BC и *Task Type*. Выбор линейной модели или

Материалы

Вводное слово

Метод 1. Отдельно умножать десятки и единицы, потом складывать

Метод 2. Достаивать до круглого целого, отнимать и потом перемножать

Метод 3. Менять местами множители

Метод 4. Достаивать до общего целого

Решите удобным вам методом:

$17 * 45$

Пожалуйста, распишите своё решение по шагам:

900- 135 = 800 35 765

Ваш ответ:

765

Осталось попыток: 1

Отвечать

Материалы

Вводное слово

Метод 1. Переписывать из одного числа до круглого целого другого

Метод 2. Отдельно десятки и единицы

Метод 3. Достаивать до круглого целого и отнимать

Метод 4. Менять местами слагаемые

Решите удобным вам методом:

$71 + 43$

Пожалуйста, распишите своё решение по шагам:

70 1 40 3

Ваш ответ:

114

Осталось попыток: 1

Отвечать

Рис. 1. Курсы по Сложению и Умножению. Пример выполнения задач участником исследования

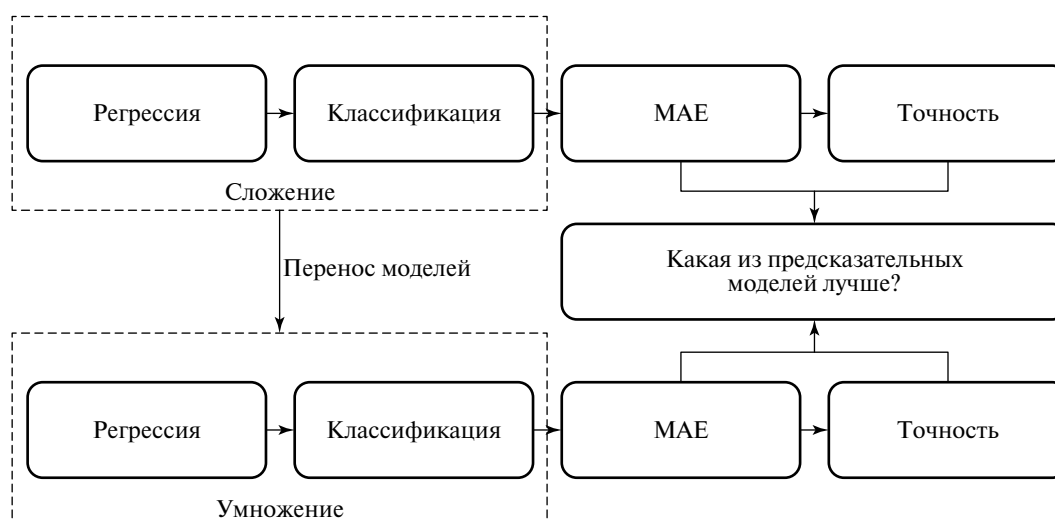


Рис. 2. Алгоритм анализа данных

полинома связан с выполнением условий нормальности, гомоскедастичности, отсутствия выбросов (для нелинейной их выполнение не требуется) и нахождением максимального коэффициента детерминации. Так как *Task Type* является качественной переменной, были построены регрессии с фиктивными переменными. Поскольку результатом регрессии является действительное число, а *NC* является целым числом, мы построили поверх регрессии простой классификатор, который либо вычисляет целую часть *INT*, либо округляет *ROUND* результат регрессии. Далее вычисляли среднюю абсолютную ошибку (*MAE*) классификатора и точность (*precision*) как процент верно предсказанных нашей регрессионно-классификационной моделью *NC*. Затем применяли модель к данным курса по Умножению. И аналогично вычисляли *MAE* и *precision*. Всего было рассмотрено четыре модели, каждая из которых была построена как на всей выборке (Обобщенные модели) и затем применена к каждому испытуемому, так и индивидуально для каждого из 40 участников исследования (Персональные модели).

Модель 1: *Number Count = INT (regression (Block Count, Task Type))*

Модель 2: *Number Count = ROUND (regression (Block Count, Task Type))*

Модель 3: *Number Count = INT (regression (Block Count))*

Модель 4: *Number Count = ROUND (regression (Block Count))*

РЕЗУЛЬТАТЫ

А. Была обнаружена значимая положительная корреляция между показателями этапности

научения в двух курсах Сложения и Умножения. *NC* в умножении коррелирует с *NC* в Сложении (корреляция по Спирмену, $r = 0.81$, $p < 0.001$). Аналогичная корреляция обнаружена и для *BC* ($r = 0.73$, $p < 0.001$).

Б. Регрессии $NC = regression(BC)$ и $NC = regression(BC, Task Type)$, построенные персонально для каждого испытуемого на данных Сложения, имеют средний коэффициент детерминации $R^2 = 0.86$ и $R^2 = 0.88$ соответственно (для обобщенных моделей $R^2 = 0.9$ и $R^2 = 0.89$). Распределение ошибок *MAE* после примененной к регрессии классификации представлено на рис. 3 и в табл. 1. По критерию Краскела—Уоллиса обнаружены значимые различия между моделями по *MAE* на Сложении: $\chi^2(3) = 21.33$, $p < 0.001$, размер эффекта $\eta^2 = 0.12$, мощность критерия $power = 0.93$. По тесту *Dunn—Sidak correction test* $\alpha = 0.0085$ обнаружены значимые различия между Моделями 1 и 2 ($p = 0.002$) и Моделями 2 и 3 ($p < 0.001$). Значимых различий по *MAE* между моделями на данных Умножения не обнаружено: $\chi^2(3) = 1.05$, $p = 0.79$, размер эффекта $\eta^2 = 0.013$, мощность критерия $power = 0.91$.

В. Точность (*precision*) как процент верно спрогнозированных моделями *NC* представлена на рис. 4 и в табл. 2. По критерию Краскела—Уоллиса обнаружены значимые различия между моделями на Сложении: $\chi^2(3) = 18.8$, $p < 0.001$, размер эффекта $\eta^2 = 0.1$, мощность критерия $power = 0.93$. По тесту *Dunn—Sidak correction test* $\alpha = 0.0085$ обнаружены значимые различия между Моделями 1 и 2 ($p = 0.002$) и Моделями 2 и 3 ($p < 0.001$). Значимых различий между моделями на данных Умножения не обнаружено: $\chi^2(3) = 6.52$, $p = 0.089$, размер эффекта $\eta^2 = 0.023$, мощность критерия $power = 0.93$.

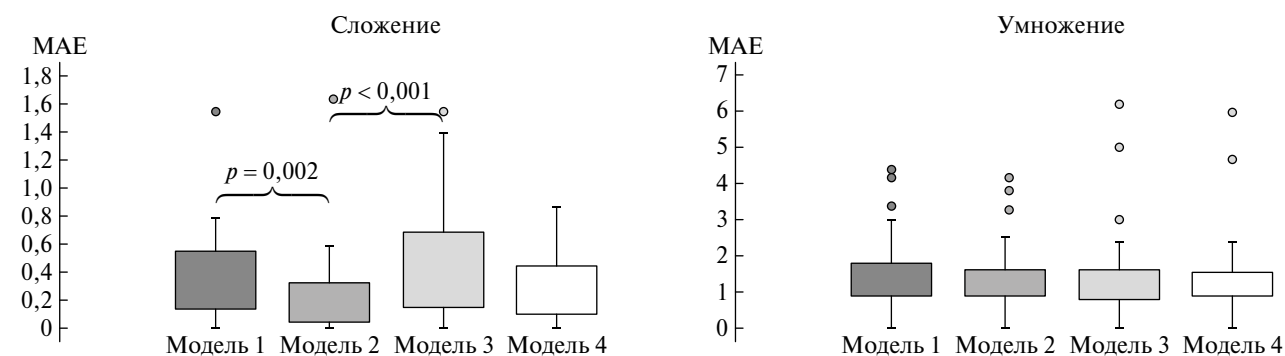


Рис. 3. Распределение средних абсолютных ошибок MAE персональных регрессионно-классификационных моделей по данным курсов по Сложению и Умножению

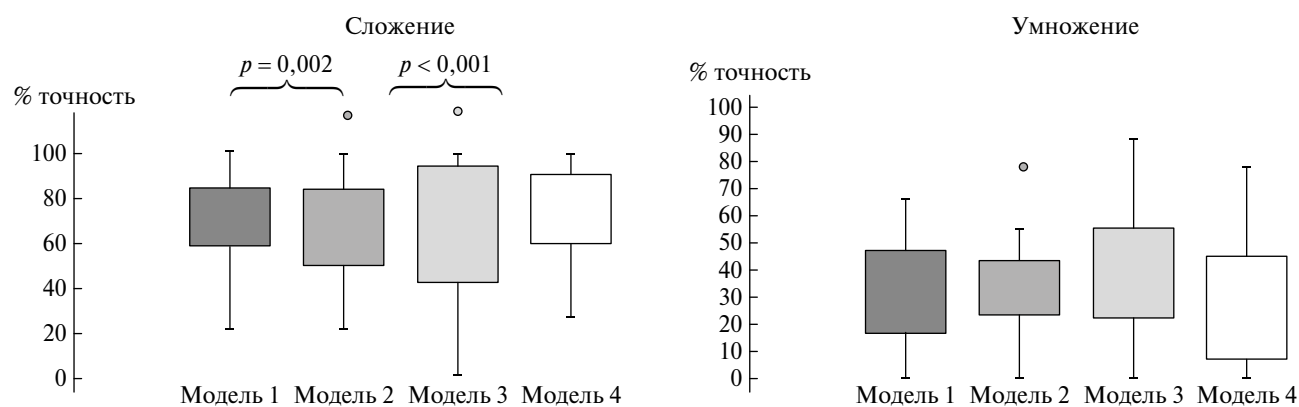


Рис. 4. Распределение точности персональных регрессионно-классификационных моделей по данным курсов по Сложению и Умножению

Г. Обнаружено, что персональные модели обладают существенно меньшей ошибкой и более высокой точностью предсказания *NC* (размеры эффекта больше 0.5), чем обобщенные модели. Данные представлены в табл. 1 и 2.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На основе определения функциональной системы мы описали индивидуальный опыт научения в виде элементов этого решения — этапов, из которых оно состоит в записи решения испытуемого. Ссылаясь на работы других авторов [23; 24], мы

обосновали допустимость применения теории функциональных систем к поведенческим данным. Количество элементов, согласно определению уровня дифференциации функциональных систем, является оценкой уровня научения. В связи с этим в качестве зависимой переменной уровня научения мы использовали количество чисел в решении задач *NC*, предполагая его связь с количеством шагов в решении *BC* и типом задачи *Task Type*. Опираясь на работы, в которых обсуждается решение арифметических задач как принадлежащих к одному домену опыта с позиции сходства влияния показателей внимания и памяти [13; 14; 18; 19; 21], мы предположили возможность прогнозирования

Таблица 1. Сравнение MAE персональных и обобщенных моделей по критерию Манна—Уитни

	MAE “Сложение”				MAE “Умножение”			
	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
Personal mean (SD)	0.38 (0.29)	0.22 (0.27)	0.45 (0.30)	0.29 (0.23)	1.54 (0.88)	1.43 (0.82)	1.49 (1.12)	1.48 (1.01)
General mean (SD)	1.39 (0.47)	1.14 (0.38)	1.57 (1.18)	1.57 (1.18)	4.76 (1.34)	5.24 (1.31)	3.17 (1.08)	3.17 (1.08)
One-tailed Mann—Whitney U p-value	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001
Effect size = $Z/\sqrt{n1 + n2}$	0.86	0.86	0.65	0.77	0.85	0.86	0.79	0.78

Таблица 2. Сравнение точности персональных и обобщенных моделей по критерию Манна—Уитни

	Precision (%) “Сложение”				Precision (%) “Умножение”			
	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
Personal mean(SD)	68 (20.21)	82.08 (14.79)	61.45 (23.89)	73.30 (21.11)	33.20 (17.77)	33.48 (16.94)	40.13 (22.30)	28.45 (21.45)
General mean(SD)	45.23 (21.62)	51.18 (15.01)	23.63 (23.05)	23.63 (23.05)	10.23 (7.07)	1.33 (3.10)	9 (11.01)	9 (11.01)
One-tailed Mann—Whitney U p-value	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001
Effect aize = $Z/\sqrt{n1 + n2}$	0.46	0.73	0.64	0.74	0.63	0.86	0.66	0.50

опыта научения решателя в задачах на Умножение на основе данных его опыта научения в задачах на Сложение, создав сходные условия обучения.

Нами была обнаружена сильная положительная корреляционная связь между этапностью выполнения задач на Сложение и Умножение, что позволяет принять Гипотезу 1. Это дало основания для поиска регрессионных моделей, которые могли бы описать и прогнозировать связь между этапностью.

Гипотеза 2 может быть принята частично. Модели строились по данным Сложения, и среди них наилучшей является Модель 2: $NC = ROUND(\text{regression}(BC, \text{Task Type}))$, поскольку имеет наибольшую среднюю точность, наименьшую среднюю ошибку и значимо отличается от Моделей 1 и 3. Однако Модель 2 не имеет значимых различий с Моделью 4: $NC = ROUND(\text{regression}(BC))$. Таким образом, Модели 2 и 4 являются претендентами на лучшие модели, описывающие NC в Сложении. Зависимость от типа задач увеличивает точность, но не значимо. Возможно, это связано с тем, что типы задач, заданные экспертно, не всегда соответствуют эмпирическим типам задач: субъект может иначе воспринимать задачи и иметь иные критерии их сложности, влияющие на количество этапов в решении.

В соответствии с Гипотезой 3 предполагалось, что модель, обученная на данных Сложения, может прогнозировать NC , т.е. количество чисел в решении задачи в Умножении. Было показано, что такая модель может быть построена и она обладает ненулевой прогностической способностью. Следует отметить, что наибольшей точностью прогноза обладала Модель 3, а наименьшей ошибкой Модель 2, хотя значимых различий ни по точности, ни по средней абсолютной ошибке между всеми моделями не обнаружено. Таким образом, наилучшая модель для Сложения не обязательно является лучшей для Умножения. Средняя точность прогноза этих моделей составляет 33.48% ($SD = 16.94$) и 40.13% ($SD = 22.30$), причем размах Модели 3

составляет 88%. По табл. 1 и 2 можно заключить, что средняя точность прогноза любой модели уменьшается в 1.5–2.0 раза, а средняя ошибка увеличивается во столько же раз при переносе со Сложения на Умножение. При этом ошибки Моделей 2 и 3 (равны 1.43 и 1.49) являются небольшими, то есть при прогнозе NC в Умножении, который измеряется целым числом, мы ошибаемся часто, но лишь на 1–2 единицы.

Гипотеза 4 также принимается. Персональные модели значимо превосходят по точности любую обобщенную модель и имеют по сравнению с ней значимо меньшую среднюю ошибку.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности предсказания индивидуального опыта научения решателя внутри одного домена арифметических задач со средней прогностической способностью и учетом ошибки данного прогноза в виде поправки к моделям.

ВЫВОДЫ

В данной работе мы дали обоснование тому, каким образом можно описывать индивидуальный опыт учащегося в терминах этапности выполнения задач при их решении онлайн. На примере двух экспериментальных курсов по обучению оптимальным методам Сложения и Умножения чисел была предпринята попытка спрогнозировать этапность, предполагая, что это возможно в условиях одинаковой структуры и тематики курсов. Построив несколько статистических дескриптивных регрессионно-классификационных моделей, мы обнаружили, что количество чисел, используемых для решения задач, связано с количеством шагов в решении и не всегда связано с типом предъявляемых задач. Предположительно это связано с тем, что критерии различий задач, заданные в эксперименте, могут не во всех задачах и не для всех субъектов совпадать с их индивидуальным восприятием этих задач. Модели с высокой средней точностью могут

описывать этапность решения задач на данных Сложения, на которых они были построены. Однако при переносе на данные Умножения и с учетом того, что модели построены для каждого индивида персонально, модели с высокой точностью предсказывают количество этапов (чисел), за которое задача будет решена у 33–40% задач ($SD = 17–22\%$, $\max = 88\%$), в остальных 60–67% задач модели всегда ошибаются, предсказывая количество чисел в решении на 1–2 единицы больше или меньше верного ответа, что говорит об общей их приспособленности к данным, на которых они тестируются. Кроме того, лучшая для Сложения модель может не быть лучшей для Умножения, что делает выбор наиболее оптимальной модели неочевидным. Учитывая все описанные условия, мы интерпретируем полученный результат как возможность описанных нами моделей предсказывать результаты научения одному типу задач по другому типу задач со средней прогностической способностью.

Благодарность. Авторы выражают благодарность за помощь в планировании и обсуждении результатов исследования А.Ю. Шварц, А.А. Созинову, Ю.И. Александрову.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров И.О. Формирование структуры индивидуального знания. М.: Изд-во “Институт психологии РАН”, 2006.
2. Александров Ю.И. Дифференциация и развитие // Теория развития: Дифференционно-интеграционная парадигма / Сост. Н.И. Чуприкова. М.: Языки славянских культур, 2009. С. 17–28.
3. Александров Ю.И. Психофизиологические закономерности научения и методы обучения // Психологический журнал. 2012. Т. 33. № 6. С. 5–19.
4. Александров Ю.И., Брушлинский А.В., Судаков К.В., Умрюхин Е.А. Системные аспекты психической деятельности. М.: Эдиториал УРСС, 1999.
5. Александров Ю.И., Сварник О.Е., Знаменская И.И., Колбенева М.Г., Арутюнова К.Р., Крылов А.К., Булава А.И. Регрессия как этап развития. М.: Изд-во “Институт психологии РАН”, 2017.
6. Бернштейн Н.А. О построении движений. М.: Медгиз, 1947.
7. Гибсон Дж. Экологический подход к зрительному восприятию. М.: Прогресс, 1988.
8. Каропа Г.Н. Системная дифференциация как закономерность и принцип обучения // Вестник Тамбовского университета. Серия: Гуманитарные науки. Тамбов. 2017. Т. 22. № 6 (170). С. 107–116.
9. Кузина Е.А., Александров Ю.И. Особенности нейронного обеспечения инструментального поведения, сформированного одно- и многоэтапным способами // Журнал высшей нервной деятельности им. И.П. Павлова. 2019. Т. 69. № 5. С. 601–617.
10. Чуприкова Н.И. Психология умственного развития: принцип дифференциации. М.: Столетие, 1997.
11. Barria-Pineda J., Guerra-Hollstein J., Brusilovsky P. A fine-grained open learner model for an introductory programming course // Proceedings of the 26th conference on user modeling, adaptation and personalization, 2018. P. 53–61.
12. Björklund C., Marton F., Kullberg A. What is to be learnt? Critical aspects of elementary arithmetic skills // Educational Studies in Mathematics. 2021. V. 107. P. 261–284.
13. Chimoni M., Pitta-Pantazi D., Christou C. Unfolding algebraic thinking from a cognitive perspective // Educational Studies in Mathematics. 2023. V. 114. P. 89–108.
14. Eaves J., Attridge N., Gilmore C. The role of domain-general and domain-specific skills in the identification of arithmetic strategies // Journal of Numerical Cognition. 2022. V. 8. № 3. P. 335–350.
15. Hickendorff M. Flexibility and adaptivity in arithmetic strategy use: What children know and what they show // Journal of Numerical Cognition. 2022. V. 8. № 3. P. 367–381.
16. Molenaar I. Personalisation of learning: Towards hybrid human-AI learning technologies // OECD digital education outlook. 2021. P. 57–77.
17. Molenaar I. Towards hybrid human-AI learning technologies // European Journal of Education. Special Issue: Futures of artificial intelligence in education. 2022. V. 57. № 4. P. 632–645.
18. Orbach L., Fritz A. Patterns of attention and anxiety in predicting arithmetic fluency among school-aged children // Brain sciences. 2022. V. 12. № 3. P. 376.
19. Pizzie R.G., Raman N., Kraemer D.J.M. Math anxiety and executive function: Neural influences of task switching on arithmetic processing // Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience. 2020. V. 20. P. 309–325.
20. Rietveld E., Denys D., Van Westen M. Ecological-enactive cognition as engaging with a field of relevant affordances: The skilled intentionality framework (SIF) // Eds. A. Newen, L. De Bruin, S. Gallagher. The Oxford Handbook of 4E Cognition. 2018. P. 41–70.
21. Träff U., Skagerlund K., Östergren R., Skagenholt M. The importance of domain-specific number abilities and domain-general cognitive abilities for early arithmetic achievement and development // British Journal of Educational Psychology. 2023. V. 93. № 3. P. 825–841.
22. Turvey M.T. Preliminaries to a theory of action with reference to vision // Eds. R. Shaw, J. Bransford. Perceiving, acting, and knowing: Toward an ecological psychology. Erlbaum, 1977. P. 211–265.

23. Shvarts A., Alberto R., Bakker A., Doorman M., Drijvers P. Embodied instrumentation in learning mathematics as the genesis of a body-artifact functional system // *Educational Studies in Mathematics*. 2021. V. 107. № 3. P. 447–469.
24. Shvarts A., van Helden G. Embodied learning at a distance: From sensory-motor experience to constructing and understanding a sine graph // *Mathematical Thinking and Learning*. 2023. V. 25. № 4. P. 409–437.
25. https://www.youtube.com/watch?v=Kbq_4bNXew8&ab_channel=EATEL

PREDICTION OF INDIVIDUAL LEARNING EXPERIENCE IN TERMS OF “NUMBER OF STEPS” AS SOLUTION COMPONENTS OF ARITHMETIC TASKS²

O. V. Dyatlova^{1,*}, R. I. Krivonogov^{2,}, A. I. Komarovskaya^{3,***},
M. I. Kunashenko^{4,****}, A. A. Deviatierikova^{1,*****}**

¹*Research Institute of brain development and higher achievements RUDN;
117198, Moscow, Miklucho-Maklaya str., 11, Russia.*

²*Huawei company;*

121614, Moscow, Krilatskaya str., 17, bldg. 2, Russia.

³*National Medical Center for Rehabilitation and Balneology, Ministry of Health of Russian Federation;
121099, Moscow, Novii Arbat str., 32, Russia.*

⁴*Faculty of psychology, Moscow State University;
125009, Mokhovaya str., 11, bldg. 9, Russia.*

^{*}*PhD (Economics), Researcher in Laboratory of neuropsychology.
E-mail: dyatlovaolga@gmail.com*

^{**}*Engineer A.*

E-mail: romansdidnotcrucify@gmail.com

^{***}*Neuropsychologist.*

E-mail: komarovskaya_a@mail.ru

^{****}*Phd student, Department of General Psychology, 2nd category engineer.*

E-mail: lanaya.croft@mail.ru

^{*****}*PhD (Psychology), Associate Researcher in Laboratory of neuropsychology.*

E-mail: alena.deviaterikova@gmail.com

Received 05.06.2023

Abstract. The paper is devoted to the study of learning in solving arithmetic problems in the conditions of digital learning. Learning is considered as a functional system, the level of differentiation of which can be related to the number of steps in problem solving. The goal of the paper is to find out the model that could more accurately describe the relationships between the number of steps and task types on Addition data and predict the number of steps on Multiplication data. The hypothesis is that with a given similarity, there is a correlation between the number of steps in solution of addition and multiplication tasks. We have created two experimental courses, “Addition” and “Multiplication” to make participants learn optimal methods of calculation of arithmetic tasks. The courses have the same structure and belong to a common domain (arithmetic tasks). It is a condition for similarity of learning. We have found out significant positive correlation between the number of steps in solution of addition and multiplication tasks on average for the sample. We have used a regression-based classification. Few models have been built for each individual personally and trained on the Addition data, then applied on the Multiplication data. The best of these models correctly predict the number of steps in 33–40% of tasks ($SD = 17–22\%$, $\max = 88\%$), in other tasks they give a prediction with a small error of 1–2 units, which indicates its medium predictive ability.

² The study was supported by Grant RFBR № 19-29-14115.

Keywords: learning, functional system, number of steps, solution components, arithmetic tasks, regression, classification, transfer, digital learning.

REFERENCES

1. *Aleksandrov I.O.* Formirovanie struktury individual'nogo znanija. Moscow: Izd-vo "Institut psihologii RAN", 2006. (In Russian)
2. *Aleksandrov Ju.I.* Differenciacija i razvitie. Teorija razviti-ja: Differencionno-integracionnaja paradigma. Ed. N.I. Chuprikova. Moscow: Jazyki slavjanskikh kul'tur, 2009. P. 17–28. (In Russian)
3. *Aleksandrov Ju.I.* Psihofiziologicheskie zakonomernosti naucheniya i metody obucheniya. Psihologicheskii zhurnal. 2012. V. 33. № 6. P. 5–19. (In Russian)
4. *Aleksandrov Ju.I., Brushlinskij A.V., Sudakov K.V., Um-ruhin E.A.* Sistemnye aspekty psihicheskoy dejatel'nosti. Moscow: Jeditorial URSS, 1999. (In Russian)
5. *Aleksandrov Ju.I., Svarnik O.E., Znamenskaja I.I., Kol-beneva M.G., Arutjunova K.R., Krylov A.K., Bulava A.I.* Regressija kak jetap razvitiya. Moscow: Izd-vo "Institut psihologii RAN", 2017. (In Russian)
6. *Bernshtejn N.A.* O postroenii dvizhenij. Moscow: Medg-iz, 1947. (In Russian)
7. *Gibson Dzh.* Jekologicheskij podhod k zritel'nomu vospri-jatiju. Moscow: Progress, 1988. (In Russian)
8. *Karopa G.N.* Sistemnaja differenciacija kak zakonomer-nost' i princip obucheniya. Vestnik Tambovskogo univer-siteta. Serija: Gumanitarnye nauki. Tambov, 2017. V. 22. № 6 (170). P. 107–116. (In Russian)
9. *Kuzina E.A., Aleksandrov Ju.I.* Osobennosti nejronnogo obespechenija instrumental'nogo povedeniya, sformi-rovannogo odno- i mnogojetapnym sposobami. Zhurnal vysshej nervnoj dejatel'nosti im. I.P. Pavlova. 2019. V. 69. № 5. P. 601–617. (In Russian)
10. *Chuprikova N.I.* Psihologija umstvennogo razvitiya: prin-cip differenciacii. Moscow: Stoletie, 1997. (In Russian)
11. *Barria-Pineda J., Guerra-Hollstein J., Brusilovsky P.* A fine-grained open learner model for an introductory programming course. Proceedings of the 26th conference on user modeling, adaptation and personalization, 2018. P. 53–61.
12. *Björklund C., Marton F., Kullberg A.* What is to be learnt? Critical aspects of elementary arithmetic skills. Educa-tional Studies in Mathematics. 2021. V. 107. P. 261–284.
13. *Chimoni M., Pitta-Pantazi D., Christou C.* Unfolding al-gebraic thinking from a cognitive perspective. Education-al Studies in Mathematics. 2023. V. 114. P. 89–108.
14. *Eaves J., Attridge N., Gilmore C.* The role of domain-gen-eral and domain-specific skills in the identification of arithmetic strategies. Journal of Numerical Cognition. 2022. V. 8. № 3. P. 335–350.
15. *Hickendorff M.* Flexibility and adaptivity in arithmetic strategy use: What children know and what they show. Journal of Numerical Cognition. 2022. V. 8. № 3. P. 367–381.
16. *Molenaar I.* Personalisation of learning: Towards hybrid human-AI learning technologies. OECD digital educa-tion outlook. 2021. P. 57–77.
17. *Molenaar I.* Towards hybrid human-AI learning technol-ogies. European Journal of Education. Special Issue: Fu-tures of artificial intelligence in education. 2022. V. 57. № 4. P. 632–645.
18. *Orbach L., Fritz A.* Patterns of attention and anxiety in predicting arithmetic fluency among school-aged chil-dren. Brain sciences. 2022. V. 12. № 3. P. 376.
19. *Pizzie R.G., Raman N., Kraemer D.J.M.* Math anxiety and executive function: Neural influences of task switching on arithmetic processing. Cognitive, Affective, & Behavior-al Neuroscience. 2020. V. 20. P. 309–325.
20. *Rietveld E., Denys D., Van Westen M.* Ecological-enactive cognition as engaging with a field of relevant affordanc-es: The skilled intentionality framework (SIF). Eds. A. Newen, L. De Bruin, S. Gallagher. The Oxford Hand-book of 4E Cognition. 2018. P. 41–70.
21. *Träff U., Skagerlund K., Östergren R., Skagenholt M.* The importance of domain-specific number abilities and do-main-general cognitive abilities for early arithmetic achievement and development. British Journal of Educa-tional Psychology. 2023. V. 93. № 3. P. 825–841.
22. *Turvey M.T.* Preliminaries to a theory of action with ref-erence to vision. Eds. R. Shaw, J. Bransford. Perceiving, acting, and knowing: Toward an ecological psychology. Erlbaum, 1977. P. 211–265.
23. *Shvarts A., Alberto R., Bakker A., Doorman M., Drijvers P.* Embodied instrumentation in learning mathematics as the genesis of a body-artifact functional system. Educa-tional Studies in Mathematics. 2021. V. 107. № 3. P. 447–469.
24. *Shvarts A., van Helden G.* Embodied learning at a dis-tance: From sensory-motor experience to constructing and understanding a sine graph. Mathematical Thinking and Learning. 2023. V. 25. № 4. P. 409–437.
25. https://www.youtube.com/watch?v=Kbq_4bNXew8&ab_channel=EATEL