

УДК 004.421.6

СИМВОЛЬНО-ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ АДИАБАТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДНЫХ МОД ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

© 2024 г. Д. В. Диваков^{a, *}, А. А. Тютюнник^{a, **}, Д. А. Стариков^{a, ***}

^aРоссийский университет дружбы народов
117198 Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Россия

*E-mail: divakov_dv@pfur.ru

**E-mail: tyutyunnik_aa@pfur.ru

***E-mail: starikov_da@pfur.ru

Поступила в редакцию 30.07.2023

После доработки 10.09.2023

Принята к публикации 01.10.2023

В работе построено символьно-численное решение уравнений Максвелла, описывающее направляемые моды двумерного плавно-нерегулярного волновода в рамках нулевого приближения модели адиабатических волноводных мод. Система линейных алгебраических уравнений, получаемая в нулевом приближении модели адиабатических волноводных мод, решена символьно. Дисперсионное уравнение решено численно методом продолжения по параметру.

Ключевые слова: символьное решение линейных уравнений, символьное решение дифференциальных уравнений, адиабатические волноводные моды, направляемые моды, плавно-нерегулярный волновод

DOI: 10.31857/S0132347424020066 EDN: ROVQMP

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе строятся символьно-численные решения уравнений Максвелла, описывающие волноводные моды двумерного плавно-нерегулярного волновода в рамках модели адиабатических волноводных мод (АВМ) [1, 2, 3]. В основе модели АВМ лежит приближение коротких волн [4], адаптированное для волноводного распространения, которое представляет собой асимптотический ряд по малой величине, представляющей собой обратную частоту. Асимптотические методы удобны тем, что нулевое приближение отыскивается, как правило, в символьном виде. Учитывая асимптотический характер решения, в модели АВМ удастся получить ряд промежуточных результатов в символьном виде — поэтому компьютерная алгебра используется в качестве основного инструмента исследования.

В нулевом приближении асимптотического разложения модели АВМ уравнения Максвелла символьно редуцируются к системе четырех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и двум дополнительным соотношениям. Систему дифференциальных уравнений удастся решить символьно [5] в каждом слое многослойного волновода. Используя символьные представления решений формулируется система граничных уравнений в виде однородной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с символьной мат-

рицей коэффициентов. Однородная СЛАУ с символьной матрицей коэффициентов решается символьно в настоящей работе. Условие разрешимости однородной СЛАУ формулируется в виде нелинейного уравнения, которое решается в работе численно методом продолжения по параметру.

2. МЕТОДЫ

2.1. Модель адиабатических волноводных мод в нулевом приближении

В работе [5] получен нулевой вклад в адиабатическое приближение волноводного решения уравнений Максвелла вида:

$$\begin{cases} \vec{E}(x, z, t) \\ \vec{H}(x, z, t) \end{cases} = \begin{cases} \vec{E}_0(x; z) \\ \vec{H}_0(x; z) \end{cases} = \exp\{i\omega t - ik_0\varphi(z)\}, \quad (1)$$

причем

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial E_0^y}{\partial x} = -ik_0 \varepsilon \mu H_0^z, \\ \varepsilon \frac{\partial E_0^z}{\partial x} = ik_0 \left(\varepsilon \mu - (\varphi'(z))^2 \right) H_0^y, \\ \mu \frac{\partial H_0^y}{\partial x} = ik_0 \varepsilon \mu E_0^z, \\ \mu \frac{\partial H_0^z}{\partial x} = -ik_0 \left(\varepsilon \mu - (\varphi'(z))^2 \right) E_0^y, \end{cases} \quad (2)$$

$$E_0^x = \frac{1}{\varepsilon} \phi'(z) H_0^y, H_0^x = -\frac{1}{\mu} \phi'(z) E_0^y. \quad (3)$$

Систему уравнений (2)–(3) следует дополнить условиями сопряжения электромагнитного поля на границах раздела сред [6] для рассматриваемого многослойного волновода: на границах раздела диэлектрических сред выполняются граничные условия сопряжения полей

$$\left[n \times \vec{E} \right]_{x=0, h(z)} = \vec{0}, \quad \left[n \times \vec{H} \right]_{x=0, h(z)} = \vec{0}, \quad (4)$$

где через $[\vec{f}]_{x=0, h(z)}$ обозначен скачок векторной величины $\vec{f}$ на границах $x=0, h(z)$. Кроме того, выполняются асимптотические граничные условия на бесконечности [6]:

$$\left\| \vec{E} \right\| \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0, \quad \left\| \vec{H} \right\| \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0. \quad (5)$$

2.2. Геометрия рассматриваемой структуры

Рассматривается трехслойный плавно-нерегулярный волновод, геометрия которого представлена на рис. 1.

Параметры волновода следующие: $\mu_c = \mu_f = \mu_s = 1$, $\varepsilon_c = 1$, $\varepsilon_f = 1.565^2$, $\varepsilon_s = 1.47^2$, толщины определены как $h_1 = 2\lambda$, $h_2 = 3\lambda$, а $L = 100\lambda$, где λ — длина волны, $\lambda = 0.55$ [мкм]. Переменная толщина $h(z)$ определена следующим образом:

$$h(z) = 2(h_1 - h_2) \left(\frac{z}{L} \right)^3 - 3(h_1 - h_2) \left(\frac{z}{L} \right)^2 + h_1, \quad (6)$$

причем для $h'(z)$ выполняется $|h'(z)| \ll 1$, то есть $h'(z)$ является малым параметром при каждом фиксированном z .

В работе вычисляются адиабатические волноводные моды для описанной выше структуры в символьно-численном виде.

2.3. Символьный метод решения задачи

В работе система (2) решается в символьном виде. Коэффициенты системы (2) заданы в символьном виде, причем ε , μ для рассматриваемого многослой-

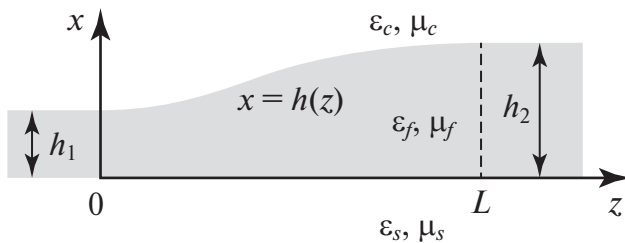


Рис. 1. Геометрия двумерного плавно-нерегулярного волноводного перехода между двумя регулярными волноводами.

ного волновода есть кусочно-постоянные функции — известные константы для каждого из слоев. В каждом слое систему (2) решаем символьно в системе компьютерной алгебры **Maple** с помощью функции **dsolve** [7] и получаем разложение решения по фундаментальной системе решений (ФСР) с неопределенными коэффициентами. Решения в полубесконечных слоях удовлетворяют условиям (5), поэтому константы, стоящие перед нарастающими на бесконечности функциями ФСР, будут определены и равны нулю.

Условия непрерывности (4) записываем символьно в системе компьютерной алгебры **Maple** [7] и получаем систему граничных уравнений вида

$$M(z, \gamma(z)) \vec{C}(z) = \vec{0}, \quad (7)$$

где $\gamma(z) = \phi'(z)$, вектор $\vec{C}(z)$ определяет константы разложения решения по ФСР в каждом слое при фиксированном z . Условие разрешимости системы (7) есть равенство нулю определителя системы

$$\det M(z, \gamma(z)) = 0. \quad (8)$$

Система линейных алгебраических уравнений (7) с символьной матрицей коэффициентов решается в работе символьно методом из раздела 3.3 работы [8].

Символьное выражение детерминанта определяется с помощью функции **Determinant** пакета **LinearAlgebra**. Уравнение (8) характеризуется вещественными корнями при $z \leq 0$ и при $z \geq L$, поэтому корни для $z=0$ отыскиваются с помощью встроенной в **Maple** функции **RootOf** [7]. В интервале $0 < z < L$ корни уравнения (8) могут быть комплексными, поэтому для их отыскания в системе компьютерной алгебры использован метод продолжения по параметру, описанный ниже.

Описанный метод решения нелинейного уравнения (8), а также символьное решение системы (7) реализованы в системе компьютерной алгебры **Maple** [7].

2.4. Метод продолжения по параметру

Рассмотрим уравнение $F(x, y) = 0$ относительно искомой величины y , которое содержит параметр x . Пусть это уравнение имеет при $a \leq x \leq b$ решение $y(x)$ и при $x=a$ такое решение $y(a) = y_a$ известно, то есть $F(a, y_a) = 0$. Тогда в пространстве (x, y) точка y_a , соответствующая решениям рассматриваемого уравнения, описывает непрерывную кривую k , проходящую через точки (a, y_a) и (b, y_b) , где $F(b, y_b) = 0$.

Идея метода продолжения по параметру [9] состоит в построении решения отталкиваясь от (a, y_a) и двигаясь вдоль кривой κ .

Дифференцирование рассматриваемого уравнения по параметру приводит к дифференциальному уравнению

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y}, \quad (9)$$

которое вместе с условием

$$y(a) = y_a \quad (10)$$

образует задачу Коши.

В работе дифференциальное уравнение (9) формулируется в системе компьютерной алгебры с помощью встроенной в **Maple** функции **diff**. Начальное условие (10) формулируется численно в системе компьютерной алгебры с помощью непосредственного решения уравнения встроенной функцией **RootOf**.

Сформулированная таким образом задача Коши решается численно в системе компьютерной алгебры **Maple** с помощью функции **dsolve** методом **rkf45** с разными **abserr**, **relerr**.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Символьное исследование системы

Система линейных алгебраических уравнений (7) с символьной матрицей коэффициентов исследуется символьно в системе компьютерной алгебры. После перестановки уравнений и искомым величин матрица системы (7) и вектор ее правых частей преобразуются к блочному виду

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix}, \bar{C} = \begin{pmatrix} \bar{C}_1 \\ \bar{C}_2 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

и в результате система (7) разбивается на две независимых системы $M_1 \bar{C}_1 = \bar{0}$ и $M_2 \bar{C}_2 = \bar{0}$.

Матрица M_1 имеет следующую структуру

$$M_1 = \begin{pmatrix} m_{1,1}^1 & m_{1,2}^1 & m_{1,3}^1 & 0 \\ 0 & m_{2,2}^1 & m_{2,3}^1 & m_{2,4}^1 \\ 0 & m_{3,2}^1 & m_{3,3}^1 & m_{3,4}^1 \\ m_{4,1}^1 & m_{4,2}^1 & m_{4,3}^1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

элементы матрицы определены следующим образом

$$m_{1,1}^1 = ih' \eta_c \varphi' - \eta_c^2, \quad (13)$$

$$m_{1,2}^1 = ih' \eta_f \varphi' e^{\eta_f k_0 h} - \eta_f^2 e^{\eta_f k_0 h}, \quad (14)$$

$$m_{1,3}^1 = -ih' \eta_f \varphi' e^{-\eta_f k_0 h} + \eta_f^2 e^{-\eta_f k_0 h}, \quad (15)$$

$$m_{2,2}^1 = i\eta_f \varepsilon_f, \quad (16)$$

$$m_{2,3}^1 = -i\eta_f \varepsilon_f, \quad (17)$$

$$m_{2,4}^1 = -i\eta_s \varepsilon_s, \quad (18)$$

$$m_{3,2}^1 = -\eta_f^2, \quad (19)$$

$$m_{3,3}^1 = -\eta_f^2, \quad (20)$$

$$m_{3,4}^1 = \eta_s^2, \quad (21)$$

$$m_{4,1}^1 = -i\eta_c \varepsilon_c, \quad (22)$$

$$m_{4,2}^1 = -i\eta_f \varepsilon_f e^{\eta_f k_0 h}, \quad (23)$$

$$m_{4,3}^1 = i\eta_f \varepsilon_f e^{-\eta_f k_0 h}. \quad (24)$$

Матрица M_2 определена ниже

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0 & m_{1,2}^2 & m_{1,3}^2 & m_{1,4}^2 \\ 0 & m_{2,2}^2 & m_{2,3}^2 & m_{2,4}^2 \\ m_{3,1}^2 & m_{3,2}^2 & m_{3,3}^2 & 0 \\ m_{4,1}^2 & m_{4,2}^2 & m_{4,3}^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

элементы матрицы определены следующим образом

$$m_{1,2}^2 = -\eta_f^2, \quad (26)$$

$$m_{1,3}^2 = -\eta_f^2, \quad (27)$$

$$m_{1,4}^2 = \eta_s^2, \quad (28)$$

$$m_{2,2}^2 = i\eta_f \mu_f, \quad (29)$$

$$m_{2,3}^2 = -i\eta_f \mu_f, \quad (30)$$

$$m_{2,4}^2 = i\eta_s \mu_s, \quad (31)$$

$$m_{3,1}^2 = ih' \eta_c \varphi' - \eta_c^2, \quad (32)$$

$$m_{3,2}^2 = -ih' \eta_f \varphi' e^{-\eta_f k_0 h} + \eta_f^2 e^{-\eta_f k_0 h}, \quad (33)$$

$$m_{3,3}^2 = ih' \eta_f \varphi' e^{\eta_f k_0 h} + \eta_f^2 e^{\eta_f k_0 h}, \quad (34)$$

$$m_{4,1}^2 = i\eta_c \mu_c, \quad (35)$$

$$m_{4,2}^2 = -i\eta_f \mu_f e^{-\eta_f k_0 h}, \quad (36)$$

$$m_{4,3}^2 = i\eta_f \mu_f e^{\eta_f k_0 h}, \quad (37)$$

где $\eta_\alpha = \sqrt{\varphi'^2 - \varepsilon_\alpha \mu_\alpha}$, $\alpha = c, f, s$. Решение подсистемы $M_1 \bar{C}_1 = \bar{0}$ получаем символьно, используя метод из раздела 3.3 работы [8]:

$$C_{1,1} = \frac{\eta_f^2 \eta_s (\eta_s \varepsilon_f - \eta_f \varepsilon_s) (i\eta_f + h' \varphi') e^{-\eta_f k_0 h}}{\eta_c (ih' \varphi' - \eta_c)} + \frac{\eta_f^2 \eta_s (\eta_s \varepsilon_f + \eta_f \varepsilon_s) (i\eta_f - h' \varphi') e^{\eta_f k_0 h}}{\eta_c (ih' \varphi' - \eta_c)}, \quad (38)$$

$$C_{1,2} = -i\eta_f \eta_s (\eta_s \varepsilon_f + \eta_f \varepsilon_s), \quad (39)$$

$$C_{1,3} = -i\eta_f \eta_s (\eta_s \varepsilon_f - \eta_f \varepsilon_s), \quad (40)$$

$$C_{1,4} = -2i\eta_f^3 \varepsilon_f. \quad (41)$$

Решение подсистемы $M_2 \vec{C}_2 = \vec{0}$ получаем аналогичным образом:

$$C_{2,1} = -\frac{i\eta_f^2 \eta_s \mu_f (\eta_f \mu_s - \eta_s \mu_f) e^{-\eta_f k_0 h}}{\eta_c \mu_c} - \frac{i\eta_f^2 \eta_s \mu_f (\eta_f \mu_s + \eta_s \mu_f) e^{\eta_f k_0 h}}{\eta_c \mu_c}, \quad (42)$$

$$C_{2,2} = i\eta_f \eta_s (\eta_s \mu_f - \eta_f \mu_s), \quad (43)$$

$$C_{2,3} = i\eta_f \eta_s (\eta_s \mu_f + \eta_f \mu_s), \quad (44)$$

$$C_{2,4} = 2i\eta_f^3 \mu_f. \quad (45)$$

На основе полученных символьных решений (38)–(45) определяем символьное представление компонент электромагнитного поля в каждом из трех слоев рассматриваемого волновода.

Амплитудная часть электромагнитного поля в покровном слое ($x > h(z)$) определяется следующим образом:

$$\vec{E}_0^c = \begin{pmatrix} -i\eta_c \varphi' C_{1,1} \\ i\eta_c \mu_c C_{2,1} \\ \eta_c^2 C_{1,1} \end{pmatrix} e^{-\eta_c k_0 (x-h)}, \quad (46)$$

$$\vec{H}_0^c = \begin{pmatrix} -i\eta_c \varphi' C_{2,1} \\ -i\eta_c \varepsilon_c C_{1,1} \\ \eta_c^2 C_{2,1} \end{pmatrix} e^{-\eta_c k_0 (x-h)}. \quad (47)$$

Амплитудная часть электромагнитного поля в волноводном слое ($0 < x < h(z)$) определяется следующим образом:

$$\vec{E}_0^f = \begin{pmatrix} i\eta_f \varphi' C_{1,2} \\ -i\eta_f \mu_f C_{2,3} \\ \eta_f^2 C_{1,2} \end{pmatrix} e^{\eta_f k_0 x} + \begin{pmatrix} -i\eta_f \varphi' C_{1,3} \\ i\eta_f \mu_f C_{2,2} \\ \eta_f^2 C_{1,3} \end{pmatrix} e^{-\eta_f k_0 x}, \quad (48)$$

$$\vec{H}_0^f = \begin{pmatrix} i\eta_f \varphi' C_{2,3} \\ i\eta_f \varepsilon_f C_{1,2} \\ \eta_f^2 C_{2,3} \end{pmatrix} e^{\eta_f k_0 x} + \begin{pmatrix} -i\eta_f \varphi' C_{2,2} \\ -i\eta_f \varepsilon_f C_{1,3} \\ \eta_f^2 C_{2,2} \end{pmatrix} e^{-\eta_f k_0 x}. \quad (49)$$

Амплитудная часть электромагнитного поля в подложке ($x < 0$) определяется следующим образом:

$$\vec{E}_0^s = \begin{pmatrix} i\eta_s \varphi' C_{1,4} \\ -i\eta_s \mu_s C_{2,4} \\ \eta_s^2 C_{1,4} \end{pmatrix} e^{\eta_s k_0 x}, \quad (50)$$

$$\vec{H}_0^s = \begin{pmatrix} i\eta_s \varphi' C_{2,4} \\ i\eta_s \varepsilon_s C_{1,4} \\ \eta_s^2 C_{2,4} \end{pmatrix} e^{\eta_s k_0 x}. \quad (51)$$

В приведенных символьных выражениях (46)–(51) только для величины φ' неизвестно символьное представление, так как она является решением нелинейного уравнения (8) и определяется численно.

3.2. Численное решение нелинейного уравнения

Используем для решения нелинейного уравнения (8) метод продолжения по параметру, описанный в разделе 1 настоящей работы. Вычисленные величины $\gamma_j(z)$, $j = 1..4$ приведены на рис. 2, 3. Приведем также невязки решений, полученных методом продолжения по параметру. Величины $\delta_j(z) = |\det M(z, \gamma_j(z))|$, $j = 1..4$ (невязки) приведены на рис. 4, 5.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

В работе получены символьные представления направляемых мод плавно-нерегулярного волноводного перехода (рис. 1) между двумя регулярными

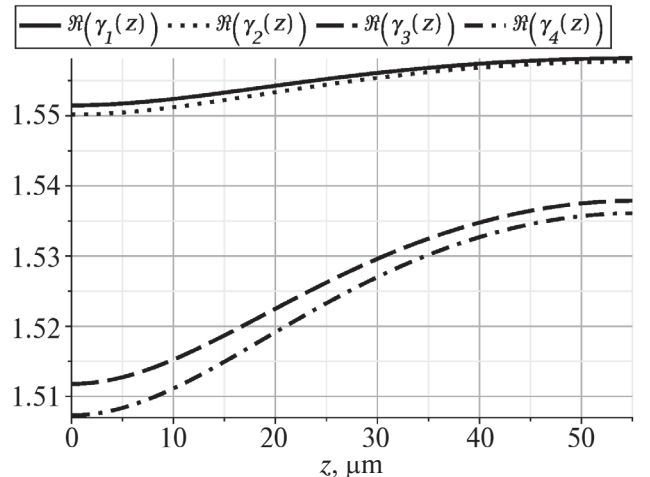


Рис. 2. Величины $\Re(\gamma_j(z))$, $j = 1..4$ для $z \in [0, L]$.

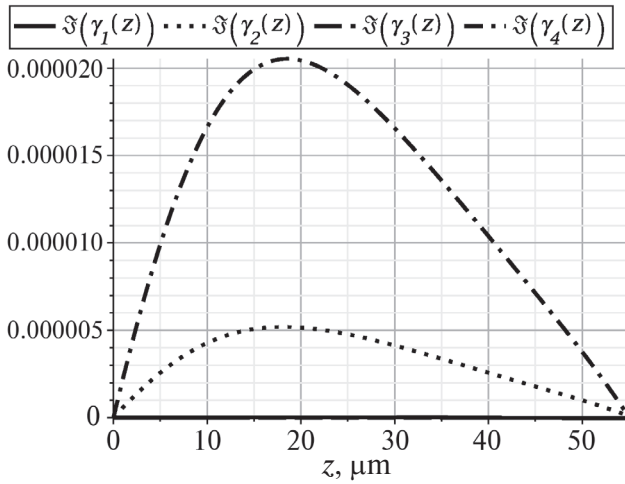


Рис. 3. Величины $\mathfrak{Z}(\gamma_j(z))$, $j = 1..4$ для $z \in [0, L]$.

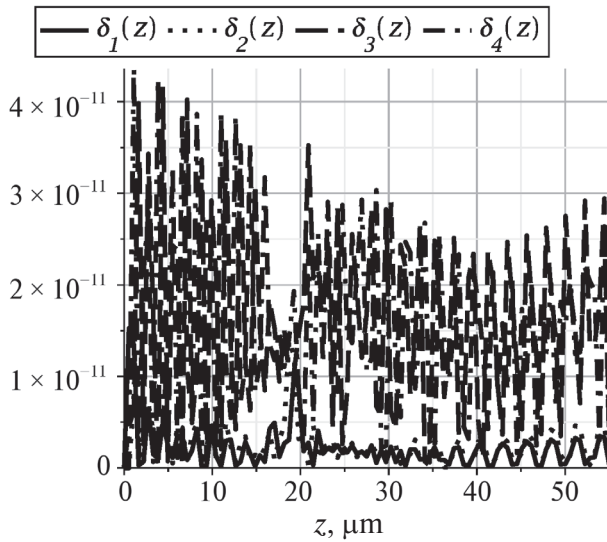


Рис. 4. Невязки $\delta_j(z)$, $j = 1..4$ для $z \in [0, L]$ при значениях **abserr** и **relerr**, равных 10^{-10} .

волноводами в рамках модели адиабатических волноводных мод. Символьные представления направляемых мод во всех слоях волновода достаточно компактны (46)–(51) и позволяют построить волноводные моды в символьно-численном виде, где численно отыскивается только $\gamma(z) = \varphi'(z)$. Кроме того, символьный вид направляемых мод модели АВМ в нулевом приближении асимптотического разложения (46)–(51) будет использован при построении первого приближения асимптотического метода.

Важно отметить, что полученные символьные выражения (46)–(51) не единственны. Каждая подсистема $M_1 \bar{C}_1 = \bar{0}$ и $M_2 \bar{C}_2 = \bar{0}$ имеет по 4 различных символьных представлений решения, как в работе [8]. Вектор решения $\bar{C}$, определенный в (11), будет иметь 16 различных символьных представлений.

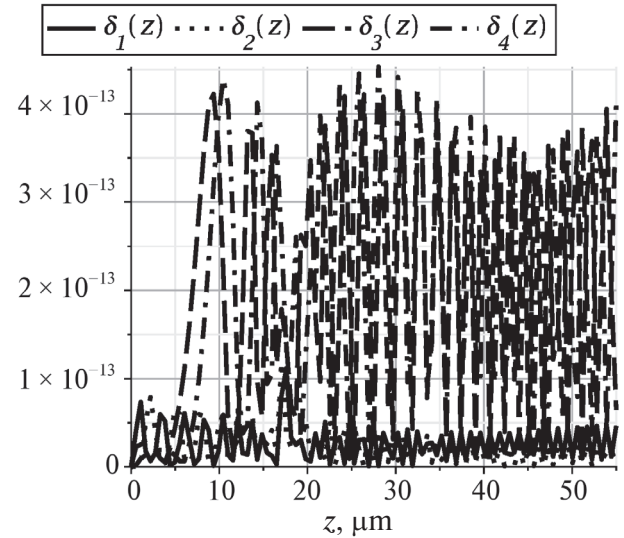


Рис. 5. Невязки $\delta_j(z)$, $j = 1..4$ для $z \in [0, L]$ при значениях **abserr** и **relerr**, равных 10^{-12} .

Кроме того, любая линейная комбинация этих 16 символьных представлений также будет решением однородной системы (7). Вопрос выбора наиболее удобного символьного представления решения остается открытым.

В рамках приближенного вычисления корней нелинейного уравнения вычислены функции $\gamma_j(z)$, описывающие переменные коэффициенты фазового замедления для j -й волноводной моды. В работе [10] приближенно вычислялись функции $\gamma_j(z)$ методом разложения по малому параметру $h'(z)$, отвечающему малому наклону криволинейной границы раздела. В работе [10] построены численно нулевое, первое и второе приближения по малому параметру и вычислены невязки. В обеих работах рассматривается одинаковая структура.

В настоящей работе вместо разложения по малому параметру использован метод продолжения по параметру, который дает невязку, не превышающую 4.5×10^{-11} , согласно рис. 4, и невязку, не превышающую 4.5×10^{-13} согласно рис. 5. В работе [10] получена меньшая точность порядка 10^{-8} . Другими словами, точность метода продолжения по параметру на несколько порядков выше, чем у метода малого параметра из [10], и меняется в зависимости от значений параметров **abserr**, **relerr** метода rkf45. В методе малого параметра из [10] решение представляется в виде разложения, коэффициенты которого известны в виде довольно громоздких символьных выражений. Обобщая вышесказанное, метод малого параметра менее удобен для решения нелинейного уравнения (8), чем использованный в настоящей работе метод продолжения по параметру.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель адиабатических волноводных мод позволяет сформулировать задачу расчета направляемых мод в символьном виде и решить ее в символьно-численном виде.

Использование компьютерной алгебры позволило получить символьные выражения для адиабатических волноводных мод в нулевом приближении для волноводного перехода.

Описан метод продолжения по параметру и реализован в системе компьютерной алгебры для решения дисперсионных уравнений с комплексными корнями. Продемонстрированы эффективность и высокая точность метода.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Публикация выполнена при поддержке Программы стратегического академического лидерства РУДН, проект № 021934-0-000.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sevastianov L.A., Egorov A.A.* Theoretical analysis of the waveguide propagation of electromagnetic waves in dielectric smoothlyirregular integrated structures // *Optics and Spectroscopy*. 2008. V. 105. № 4. P. 576–584.
2. *Egorov A.A., Sevastianov L.A.* Structure of modes of a smoothly irregular integrated optical four-layer three-dimensional waveguide // *Quantum Electronics*. 2009. V. 39. № 6. P. 566–574.
3. *Egorov A.A., Lovetskiy K.P., Sevastianov A.L., Sevastianov L.A.* Simulation of guided modes (eigenmodes) and synthesis of a thin-film generalised waveguide Luneburg lens in the zero-order vector approximation // *Quantum Electronics*. 2010. V. 40. № 9. P. 830–836.
4. *Babich V.M., Buldyrev V.S.* Asimptotic Methods in Short-Wave Diffraction Problems. Method of Reference Problems, Moscow: Nauka, 1972.
5. *Divakov D.V., Sevastianov A.L.* The Implementation of the Symbolic-Numerical Method for Finding the Adiabatic Waveguide Modes of Integrated Optical Waveguides in CAS Maple // *Lecture Notes in Computer Science*. 2019. V. 11661. P. 107–121.
6. *Adams M.J.* An Introduction to Optical Waveguides. Wiley, New York (1981).
7. Mathematics-based software and services for education, engineering, and research <https://www.maplesoft.com/>
8. *Divakov D.V., Tyutyunnik A.A.* Symbolic investigation of the spectral characteristics of guided modes in smoothly irregular waveguides // *Program. Comput. Software*. 2022. V. 48. № 2. P. 80–89.
9. *Kuznetsov E.B., Shalashilin V.I.* Solution of differential-algebraic equations using the parameter continuation method // *Differ. Uravn.* 1999. V. 35. № 3. P. 379–387.
10. *Divakov D.V., Tyutyunnik A.A.* Symbolic-numerical modeling of adiabatic waveguide mode in a smooth waveguide transition // *Comput. Math. Math. Phys.* 2023. V. 63. № 1. P. 95–105.

SYMBOLIC-NUMERICAL IMPLEMENTATION OF THE MODEL OF ADIABATIC GUIDED MODES FOR TWO-DIMENSIONAL IRREGULAR WAVEGUIDES

© 2024 D. V. Divakov^a, A. A. Tyutyunnik^a, D. A. Starikov^a

^aRUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198 Russia

In this work, a symbolic-numerical solution of Maxwell's equations is constructed, describing the guided modes of a two-dimensional smoothly irregular waveguide in the zeroth approximation of the model of adiabatic waveguide modes. The system of linear algebraic equations obtained in this approximation is solved symbolically. The dispersion relation is solved numerically using the parameter continuation method.

Keywords: symbolic solution of linear equations, symbolic solution of differential equations, adiabatic waveguide modes, guided modes, smoothly irregular waveguide