

УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ТОМОГРАФИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ РАЗРЕЖЕННЫХ МАТРИЧНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК И ЦИФРОВОЙ КОГЕРЕНТНОЙ ОБРАБОТКИ С РАСЧЕТАМИ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

© 2023 г. Д.О. Долматов^{1,*}, А.Р. Хайруллин^{1,**}, В.А. Смолянский^{1,***}

¹Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия 634040 Томск, пр-т Ленина, 30

E-mail: *dolmatovdo@tpu.ru; ** arh5@tpu.ru; *** vsmol@tpu.ru

Поступила в редакцию 23.02.2023; после доработки 19.03.2023

Принята к публикации 24.03.2023

На сегодняшний день актуальной проблемой для промышленной ультразвуковой томографии с применением цифровой когерентной обработки сигналов матричных антенных решеток является повышение скорости получения результатов в форме изображений дефектов в объектах контроля. Одним из подходов, направленных на решение указанной задачи, является применение разреженных матричных АР. В данной работе рассмотрено совместное применение разреженных матричных преобразователей, работающих в раздельном режиме, и алгоритма цифровой когерентной обработки сигналов, который основан на использовании расчетов в частотной области. Этот алгоритм базируется на применении неэквидистантного быстрого преобразования Фурье. Эффективность рассмотренного подхода подтверждается экспериментально.

Ключевые слова: ультразвуковой неразрушающий контроль, ультразвуковая томография, алгоритмы цифровой когерентной обработки с расчетами в частотной области, неэквидистантное быстрое преобразование Фурье, разреженные матричные антенные решетки.

DOI: 10.31857/S0130308223050019, EDN: YXIF0Q

ВВЕДЕНИЕ

В данный момент актуальным вопросом исследований и разработок в области ультразвукового неразрушающего контроля является переход к решению задачи точного определения параметров дефектов (дефектометрии). Этим фактом обусловлен интерес к применению ультразвуковой томографии с применением цифровой когерентной обработки сигналов антенных решеток (АР), которая основана на использовании метода синтезированной апертуры (Synthetic Aperture Focusing Technique). Технологии, которые базируются на подобном подходе (Total Focusing Method [1], Цифровая фокусировка антенной [2, 3], Sampling Phase Array [4] и др.), получают все большее применение в современных дефектоскопах на АР и находят отражение в современных международных стандартах в области ультразвукового неразрушающего контроля [5, 6]. Промышленная ультразвуковая томография с матричными АР способна обеспечить получение в одной измерительной позиции трехмерных изображений дефектов, имеющих высокое разрешение. При этом восстановление изображений дефектов в режиме реального времени при использовании матричных АР затруднено в связи со значительным объемом сигналов, подлежащих цифровой когерентной обработке. Одним из подходов, направленных на повышение скорости восстановления изображений, является применение разреженных АР. В этом случае в АР ограничивается количество активных элементов, участвующих в процессах зондирования контролируемых объектов и приеме эхосигналов [7—9].

В контексте применения разреженных АР представляет интерес их совместное использование с алгоритмами цифровой когерентной обработки с расчетами в частотной области. Это обусловлено способностью данных алгоритмов обеспечивать восстановление изображений дефектов в контролируемых образцах с более высокой скоростью по сравнению с алгоритмами, использующими расчеты во временной области [10—14]. Особенностью алгоритмов, использующих расчеты в частотной области, является то, что они базируются на использовании преобразования Фурье. При этом на практике применяется алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ), который работает с данными, заданными на регулярной сетке. В свою очередь, использование разреженных АР подразумевает, что данные заданы на нерегулярной сетке. Это требует адаптации существующих алгоритмов с расчетами в частотной области, реализующих цифровую когерентную обработку сигналов АР.

Ранее [15] было рассмотрено применение алгоритма, использующего расчеты в частотной области, для цифровой когерентной обработки сигналов неэквидистантной матричной АР, работа-

ющей в совмещенном режиме. Указанный алгоритм базируется на применении неэквидистантного быстрого преобразования Фурье (НБПФ) [16]. Тем не менее при использовании АР большей эффективностью обладают отдельные режимы работы подобных преобразователей, при которых прием эхосигналов одновременно осуществляется несколькими элементами. Примером подобного режима является режим двойного сканирования [17] (в англоязычной литературе Full Matrix Capture [18]).

Таким образом, в данной работе рассматривается алгоритм цифровой когерентной обработки, который основан на использовании расчетов в частотной области и применении НБПФ. Данный алгоритм обеспечивает цифровую когерентную обработку сигналов разреженной матричной АР, работающей в отдельном режиме регистрации данных.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Алгоритм неэквидистантного быстрого преобразования Фурье. Задача получения образа Фурье $f(k_1, k_2, \dots, k_n)$ многомерной функции $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ может быть рассмотрена как несколько последовательных НБПФ относительно каждой из переменных. В этой связи исследуем алгоритм НБПФ функции $F(x)$ одной переменной. Реализация алгоритма НБПФ включает последовательное применение операции свертки с гауссианой, применение БПФ и реализацию обратной свертки [16].

На первом этапе для осуществления операции свертки задается регулярная сетка. Размерность данной сетки определяется величиной, называемой степенью передискретизации. Данное значение является входным параметром для алгоритма НБПФ. В общем случае частота дискретизации данной сетки выше требуемой, что направлено на обеспечение высокой точности осуществления операции свертки.

Для каждой точки x_j функции $F(x)$ на регулярной сетке определяется ближайшая точка ξ , при этом $\xi < x_j$. Полученная точка используется для определения значений, определяющих форму гауссовой кривой:

$$E_1 = \exp \left[-\frac{(x_j - \xi)^2}{4\tau} \right]; \quad (1)$$

$$E_2 = \exp \left[\frac{\pi(x_j - \xi)}{M_r \tau} \right]; \quad (2)$$

$$E_3(k) = \exp \left[\tau k^2 \right], |k| < N / 2, \quad (3)$$

где τ — величина, задающая ширину гауссовой кривой; M_r — количество отсчетов в регулярной сетке, имеющей повышенный шаг дискретизации; k — волновое число; N — размеры регулярной сетки, для которой производится НБПФ.

Для каждой точки x_j вычисляется:

$$V = F(x_j) \cdot E_1 \cdot E_2(n_1); \quad (4)$$

$$F_\tau(m+n) = F_\tau(m+n) + V, \quad (5)$$

где $n = -M_{sp} + 1, M_{sp}$; M_{sp} — количество точек на регулярной сетке с повышенной частотой дискретизации в окрестности точки x_j .

В результате определяется функция $F_\tau(m)$, которая располагается на регулярной сетке. На следующем этапе с применением БПФ получают образ Фурье $f_\tau(k)$ данной функции. На последнем этапе осуществляется операция обратной свертки:

$$f(k) = \sqrt{\frac{\pi}{\tau}} \cdot E_3(k) \cdot f_\tau(k). \quad (6)$$

Алгоритм на основе НБПФ при использовании отдельных режимов регистрации ультразвуковых сигналов. Рассмотрим случай непосредственного размещения матричной АР на поверхности объекта контроля. В таком случае задача восстановления изображений дефектов может быть решена за счет адаптации алгоритма, рассмотренного в [10] для случая реализации трехмерной цифровой когерентной обработки и применения разреженного преобразователя.

Набор сигналов, полученный в процессе сканирования объекта контроля матричной АР с применением отдельных режимов регистрации данных, может описан функцией $P(t, x_e, y_e, x_{tr}, y_{tr})$, где t — время; x_e, y_e — координаты зондирующего элемента; x_{tr}, y_{tr} — координаты элемента, принимающего эхосигналы. Использование разреженной АР подразумевает, что данные заданы на нерегулярной сетке. На первом этапе осуществляется НБПФ функции $P(t, x_e, y_e, x_{tr}, y_{tr})$:

$$P(t, x_{tr}, y_{tr}, x_e, y_e) \xrightarrow{\text{НБПФ}} p(\omega, k_{tx}, k_{ty}, k_{ex}, k_{ey}), \quad (7)$$

где $k_{tx}, k_{ty}, k_{ex}, k_{ey}$ являются компонентами волнового вектора k , а ω — угловая частота.

НБПФ поочередно осуществляется для всех переменных функции $P(t, x_e, y_e, x_{tr}, y_{tr})$ с использованием выражений (1)–(6). Результатом применения НБПФ является функция $p(\omega, k_{tx}, k_{ty}, k_{ex}, k_{ey})$, которая задана на равномерной сетке. Цифровая когерентная обработка производится отдельно для каждого из L слоев, в которых $p(\omega, k_{tx}, k_{ty}, k_{ex} = \text{const}, k_{ey} = \text{const})$. В рамках обработки осуществляется замена переменных и интерполяция:

$$p_i(\omega, k_{tx}, k_{ty}, k_{ex} = \text{const}, k_{ey} = \text{const}) \rightarrow p_i(k_x, k_y, k_z), \quad i = \overline{1, L}. \quad (8)$$

При этом зависимость между $k_{tx}, k_{ty}, k_{ex}, k_{ey}$ и компонентами волнового вектора k_x, k_y, k_z определяется следующими выражениями:

$$k_{xe} = k_x - k_{xtr}; \quad (9)$$

$$k_{ye} = k_y - k_{ytr}; \quad (10)$$

$$k = \frac{\sqrt{(k_z^2 + (k_{xtr}^2 + k_{ytr}^2) - (k_{xe}^2 + k_{ye}^2))^2 + 4k_z^2(k_{xe}^2 + k_{ye}^2)}}{2k_z}. \quad (11)$$

На следующем этапе все результаты суммируются для получения общего результата. Получение изображения дефектов обеспечивается путем применения алгоритма обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ) к результатам суммирования:

$$p(k_x, k_y, k_z) = \sum_{i=1}^L p_i(k_x, k_y, k_z); \quad (12)$$

$$p(k_x, k_y, k_z) \xrightarrow{\text{ОБПФ}} I(x, y, z). \quad (13)$$

Экспериментальная часть. Эффективность алгоритма на основе НБПФ была проверена с помощью серии экспериментов. Для этого использовался экспериментальный стенд, основой которого являлся многоканальный блок ультразвуковой электроники OPTUS (I-Deal Technologies GmbH, рис. 1).



Рис. 1. Электронный блок OPTUS.



Рис. 2. Ультразвуковая матричная АР Doppler 5M8×8BP1.0.

В экспериментах в качестве преобразователя использовалась матричная АР Doppler 5M8×8BP1.0 (рис. 2). Элементы данного преобразователя имеют рабочую частоту 5 МГц и формируют матрицу размером 8×8 элементов с шагом 1 мм.

В рамках экспериментальной верификации рассматривались АР, в которой все элементы были активными (конфигурация матричной АР № 1), а также разреженные АР, состоящие из 56 (конфигурация матричной АР № 2), 48 (конфигурация матричной АР № 3), 40 (конфигурация матричной АР № 4) и 32 активных элементов (конфигурация матричной АР № 5). На рис. 3 представлены конфигурации рассмотренных АР. Конфигурации разреженных преобразователей, рассмотренных в экспериментальной верификации, были определены произвольным образом.

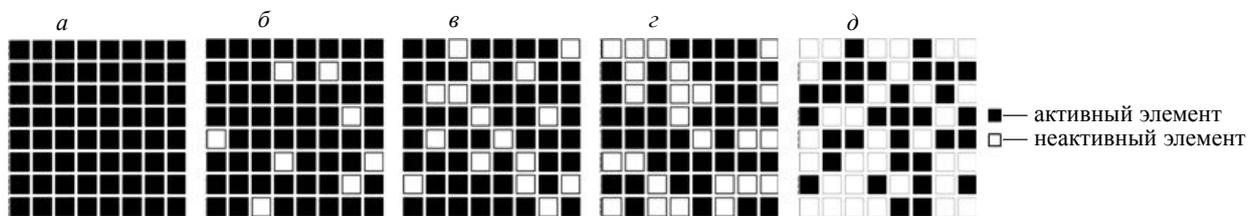


Рис. 3. Конфигурации АР, рассмотренных при проведении экспериментов: конфигурация № 1 (а); конфигурация № 2 (б); конфигурация № 3 (в); конфигурация № 4 (г); конфигурация № 5 (д).

При проведении экспериментальной верификации был использован участок тестового образца из стали толщиной 30 мм. В данном участке расположено плоскостное отверстие диаметром 2 мм. Глубина сверления данного отверстия составляет 10 мм.

Получение набора сигналов для каждой рассмотренной конфигурации матричной АР осуществляли в одной измерительной позиции. Процессы зондирования объекта контроля и приема эхосигналов проходили в несколько циклов. На каждом из циклов один из активных элементов разреженной матричной АР работал в качестве зондирующего элемента, в то время как отраженные эхосигналы регистрировались всеми активными элементами преобразователя. Количество указанных циклов равнялось количеству активных элементов в рассматриваемой конфигурации матричной АР. Полученные наборы сигналов служили исходными данными для рассмотренного алгоритма на основе НБПФ, который был реализован в программном пакете Matlab. Результатом работы алгоритма являлись трехмерные изображения дефекта в контролируемом участке. В рассмотренной экспериментальной верификации для каждой конфигурации матричной АР восстанавливалось изображение, состоявшее из $9 \cdot 10^4$ вокселей. Восстановление изображений происходило с применением ЭВМ, имеющей восьмиядерный процессор Intel core i7 10700 и ОЗУ 64 Гб. Для оценки работы алгоритма на основе НБПФ определяли время, затраченное на восстановление изображений, а также разрешение, контраст и отношение сигнал/шум (ОСШ) результатов.

Оценку разрешения полученных изображений осуществляли с применением значения Agay Performance Indicator (API) [19]. В случае восстановления трехмерных результатов API может быть определен по следующей формуле:

$$API = \frac{V_{-6\text{дБ}}}{\lambda^3}, \quad (14)$$

где $V_{-6\text{дБ}}$ — объем отражателя, в котором амплитуда синтезированного изображения выше порога в -6 дБ от максимальной амплитуды, соответствующей этому отражателю на синтезированном изображении; λ — длина волны.

Для оценки ОСШ может быть использовано выражение [20]:

$$SNR = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right), \quad (15)$$

где I_1 — максимальная амплитуда вокселя, соответствующего отражателю на синтезированном изображении; I_2 — максимальная амплитуда вокселя в области, не содержащей отражателя.

Определение контраста может быть проведено с использованием следующего выражения:

$$C = \frac{I_r - I_b}{I_r}, \quad (16)$$

где I_r — максимальная амплитуда образа дефекта на синтезированном изображении; I_b — максимальная амплитуда синтезированного изображения вне образа дефекта.

Для оценки эффективности работы рассмотренного алгоритма к тем же наборам сигналов применялась цифровая когерентная обработка, базирующаяся на использовании расчетов во временной области, которая на сегодняшний день является более применимой в ультразвуковом неразрушающем контроле [11]. Для этой цели алгоритм, рассмотренный в [1], был адаптирован для трехмерного случая и также был реализован в программном пакете Matlab. В рамках сравнительного анализа алгоритма на основе НБПФ и алгоритма, использующего расчеты во временной области, проводилось сравнение времени, затраченного на восстановление изображений, а также значений API, контраста и ОСШ полученных трехмерных результатов.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Итогом работы алгоритмов цифровой когерентной обработки сигналов во всех случаях являлось трехмерное изображение дефекта в тестовом образце. Пример подобного изображения представлен на рис. 4.

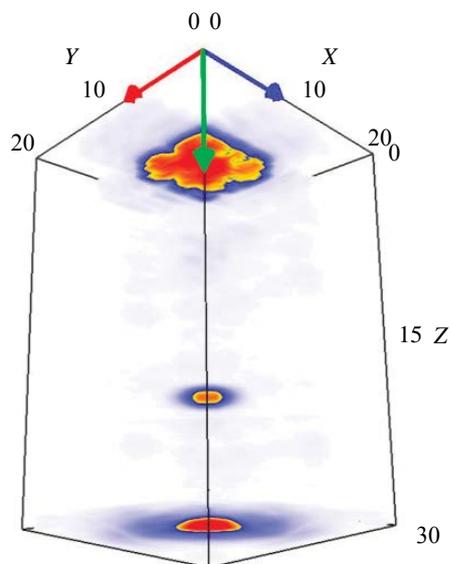


Рис. 4. Пример результата трехмерной когерентной обработки сигналов разреженной матричной АР.

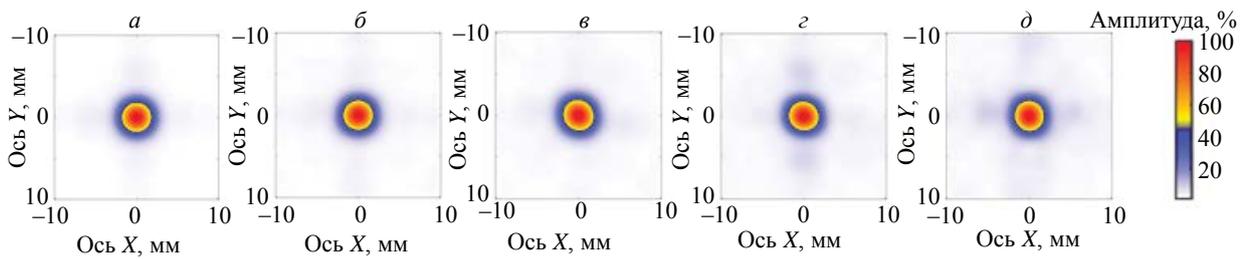


Рис. 5. Результаты цифровой когерентной обработки сигналов матричных АР с применением алгоритма на основе НБПФ: конфигурация № 1 (а); конфигурация № 2 (б); конфигурация № 3 (в); конфигурация № 4 (г); конфигурация № 5 (д).

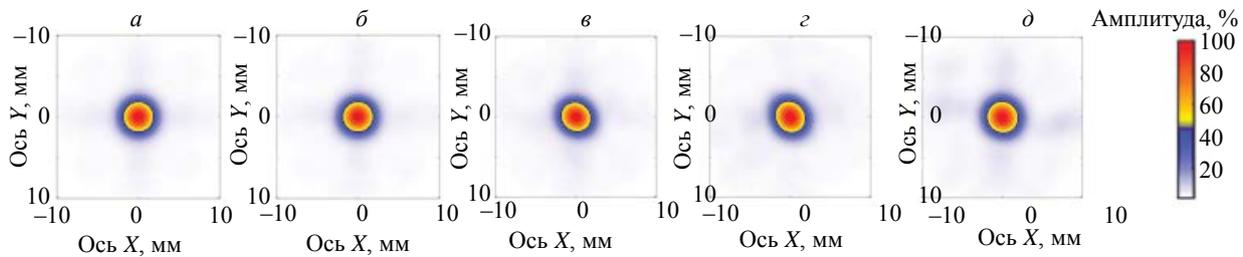


Рис. 6. Результаты цифровой когерентной обработки сигналов разреженных матричных АР с применением алгоритма, использующего расчеты во временной области: конфигурация № 1 (а); конфигурация № 2 (б); конфигурация № 3 (в); конфигурация № 4 (г); конфигурация № 5 (д).

На рис. 5 и 6 представлены проекции изображений дефекта на плоскость ХУ, полученные с применением алгоритма на основе НБПФ и алгоритма, использующего расчеты во временной области. Рис. 5 содержит результаты обработки сигналов матричных АР различных конфигураций при использовании алгоритма на основе НБПФ. Аналогичные результаты для алгоритма, использующего расчеты во временной области, представлены на рис. 6.

На следующем этапе проводилась оценка времени, затраченного на восстановление трехмерных результатов, а также определялись значения АРІ, ОСШ и контраста в соответствии с формулами (14)—(16). Результаты оценки величины АРІ для алгоритма на основе НБПФ и алгоритма, использующего расчеты во временной области, представлены в табл. 1. Результаты оценки ОСШ и контраста для двух рассмотренных алгоритмов представлены в табл. 2 и 3 соответственно. В табл. 4 представлены временные значения, затраченные на восстановление изображений дефекта при различных конфигурациях используемых разреженных матричных АР с применением рассмотренных алгоритмов.

Таблица 1

Значения АРІ полученных результатов

№ конфигурации матричной АР	Количество активных элементов	Значения АРІ		Разница, %
		Алгоритм на основе НБПФ	Временной алгоритм	
1	64	1,58	1,62	2,5
2	56	1,66	1,68	1,2
3	48	1,69	1,72	1,7
4	40	1,70	1,74	2,3
5	32	1,72	1,75	1,7

Таким образом, разница в оценке значений АРІ, полученных при использовании алгоритма на основе НБПФ и алгоритма, использующего расчеты во временной области, для обработки одного и

Таблица 2

Значения ОСШ полученных результатов

№ конфигурации матричной АР	Количество активных элементов	ОСШ, дБ		Разница, дБ
		Алгоритм на основе НБПФ	Временной алгоритм	
1	64	27,2	26,8	0,4
2	56	26,4	26,2	0,2
3	48	26,2	26,0	0,2
4	40	23,7	22,9	0,8
5	32	23,1	21,9	1,2

Таблица 3

Значения контраста полученных результатов

№ конфигурации матричной АР	Количество активных элементов	Значения контраста		Разница, %
		Алгоритм на основе НБПФ	Временной алгоритм	
1	64	0,96	0,95	0,22
2	56	0,95	0,95	0,12
3	48	0,95	0,95	0,12
4	40	0,93	0,93	0,68
5	32	0,93	0,92	1,13

Таблица 4

Значения времени, затраченного на восстановление изображений

№ конфигурации матричной АР	Количество активных элементов	Затраченное время, с		Разница, %
		Алгоритм на основе НБПФ	Временной алгоритм	
1	64	1,35	2,27	48,9
2	56	1,14	1,75	44,0
3	48	0,90	1,31	41,2
4	40	0,69	0,93	36,6
5	32	0,49	0,61	31,1

того же набора сигналов, не превышала 2,5 %. При этом разница в значений ОСШ, полученных для рассмотренных алгоритмов, не превышала 1,2 дБ при максимальной разнице в контрасте изображений 1,13 %. Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод о сходном качестве получаемых изображений при использовании алгоритма на основе НБПФ и алгоритма, использующего расчеты во временной области при более высокой скорости работы алгоритма на основе НБПФ. При этом алгоритм на основе НБПФ обеспечил восстановление изображений с более высокой скоростью для всех наборов сигналов, полученных с использованием различных конфигураций матричных АР.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был рассмотрен алгоритм, использующий расчеты в частотной области и обеспечивающий цифровую когерентную обработку сигналов разреженных матричных АР. Данный алгоритм базируется на применении НБПФ, что позволяет учесть расположение данных разреженных матричных АР на неравномерной сетке. Рассмотренный алгоритм был реализован в программном пакете Matlab, для оценки его эффективности применялись натурные эксперименты. В рамках натуральных экспериментов рассматривались различные конфигурации матричных АР, сигналы которых подвергались цифровой когерентной обработке с использованием ал-

горитма на основе НБПФ для получения результатов в форме трехмерных изображений дефекта в участке тестового образца. Полученные результаты сравнивали с аналогичными результатами, полученными при применении алгоритма, использующего расчеты во временной области. Сравнительный анализ показал, что при использовании одного набора данных матричных АР различной конфигурации алгоритм на основе НБПФ и алгоритм, использующий расчеты во временной области, обеспечивают получение результатов со сходным разрешением, ОСШ и контрастом. Разница в значении АРІ, использованного для оценки разрешения результатов цифровой когерентной обработки двух алгоритмов, не превышала 2,5 %. При этом разница в ОСШ изображений во всех случаях не превышала 1,2 дБ. Разница в контрасте изображений, полученных с использованием алгоритма на основе НБПФ и алгоритма, использующего расчеты во временной области, для различных конфигураций матричных АР не превышала 1,13%. При этом во всех случаях алгоритм на основе НБПФ обеспечил более высокую скорость восстановления трехмерных результатов.

Полученные результаты могут служить заделом для дальнейших исследований и разработок. Использование алгоритма на основе НБПФ будет наиболее эффективным при использовании разреженной матричной АР оптимальной конфигурации. В этом случае предполагается, что активные элементы преобразователя будут обеспечивать формирование функции рассеяния точки без побочных дифракционных максимумов, низким уровнем боковых лепестков и узким главным лепестком, что обеспечит получение результатов высокого качества (с высоким разрешением, контрастом и ОСШ). Таким образом, представляет интерес разработка подходов по определению оптимальной конфигурации разреженной матричной АР в зависимости от условий проведения ультразвукового контроля. Другим направлением дальнейших исследований и разработок является аппаратная оптимизация алгоритма на основе НБПФ, что включает в себя перенос вычислений в рамках алгоритма на графические процессоры или программируемые логические интегральные схемы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-00244, <http://rscf.ru/project/22-79-00244/>

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Holmes C., Drinkwater B., Wilcox P. The post-processing of ultrasonic array data using the total focusing method // *Insight-Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*. 2004. V. 46. No. 11. P. 677—680.
2. Базулин Е.Г. Сравнение систем для ультразвукового неразрушающего контроля, использующих антенные решетки или фазированные антенные решетки // *Дефектоскопия*. 2013. № 7. С. 51—75.
3. Самокрутов А.А., Шевалдыкин В.Г. Ультразвуковая томография металлоконструкций методом цифровой фокусировки антенной решетки // *Дефектоскопия*. 2011. № 1. С. 21—38.
4. Von Bernus L., Bulavinov A., Dalichow M., Joneit D., Kröning M., Reddy K. Sampling phased array — a new technique for signal processing and ultrasonic imaging // *Insight*. 2006. No. 48 (9). P. 545—549.
5. ISO 23864:2021. Non-destructive testing of welds — Ultrasonic testing — Use of automated total focusing technique (TFM) and related technologies.
6. ISO 23865:2021. Non-destructive testing — Ultrasonic testing — General use of full matrix capture/total focusing technique (FMC/TFM) and related technologies 11. Real-time 3D imaging with Fourier-domain algorithms and matrix arrays applied to non-destructive testing.
7. Базулин Е.Г. Ультразвуковой контроль на однократно отраженном луче с использованием прожектных антенных решеток и трехмерной обработки эхосигналов // *Дефектоскопия*. 2016. Т. 1. №. 1. С. 3—17.
8. Hu H., Du J., Ye C., Li X. Ultrasonic phased array sparse-TFM imaging based on sparse array optimization and new edge-directed interpolation // *Sensors*. 2018. V. 18. No. 6. Art. number: 1830.
9. Zhang H., Bai B., Zheng J., Zhou Y. Optimal design of sparse array for ultrasonic total focusing method by binary particle swarm optimization // *IEEE Access*. 2020. V. 8. P. 111945—111953.
10. Hunter A.J., Drinkwater B.W., Wilcox P.D. The wavenumber algorithm for full-matrix imaging using an ultrasonic array // *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*. 2008. V. 55. №. 11. P. 2450—2462.
11. Zhuang Z., Zhang J., Lian G., Drinkwater B. W. Comparison of time domain and frequency-wavenumber domain ultrasonic array imaging algorithms for non-destructive evaluation // *Sensors*. 2020. V 20 (17). Art. number: 4951.
12. Marmonier M., Robert S., Laurent J., Prada C. Real-time 3D imaging with Fourier-domain algorithms and matrix arrays applied to non-destructive testing // *Ultrasonics*. 2022. V. 124. Art. number. 106708.
13. Долматов Д.О., Седнев Д.А., Булавинов А.Н., Пинчук Р.В. Применение алгоритма расчета в частотной области для ультразвуковой томографии слоисто неоднородных сред с использованием матричных антенных решеток // *Дефектоскопия*. 2019. № 7. С. 12—19.

14. *Dolmatov D.O., Salchak Y.A., Pinchuk R.* Frequency-domain imaging algorithm for ultrasonic testing by application of matrix phased arrays // MATEC Web of Conferences. 2017. V. 102. Art. number. C. 1015.
15. *Долматов Д.О., Ермошин Н.И.* Цифровая когерентная обработка сигналов с расчетами в частотной области для решения задач ультразвуковой томографии с применением матричных антенных решеток с неэквидистантным расположением элементов // Дефектоскопия. 2022. № 10. С. 13—26.
16. *Greengard L., Lee J.Y.* Accelerating the nonuniform fast Fourier transform // SIAM review. 2004. V. 46. No. 3. P. 443—454.
17. *Базулин Е.Г., Коколев С.А., Голубев А.С.* Применение ультразвуковой антенной решетки для регистрации эхосигналов методом двойного сканирования для получения изображений дефектов // Дефектоскопия. 2009. № 2. С. 18—32.
18. *Holmes C., Drinkwater B.W., Wilcox P.D.* Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit-receive array data for non-destructive evaluation // NDT & E International. 2005. V. 38 (8). P. 701—711.
19. *Fan C., Caleap M., Pan M., Drinkwater B.W.* A comparison between ultrasonic array beamforming and super resolution imaging algorithms for non-destructive evaluation // Ultrasonics. 2014. V. 54. No. 7. P. 1842—1850.
20. *Zhang J., Drinkwater B.W., Wilcox P.D., Hunter A.J.* Defect detection using ultrasonic arrays: The multi-mode total focusing method // NDT&E International. 2010. V. 43. P. 123—133.