

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

© 2024 г. М. В. Абгарян^{1,*}, А. М. Бишаев^{2,**}

¹125080 Москва, Ленинградское шоссе, 5, а/я 43, МАИ, Россия

²141700 Долгопрудный, М.о., Институтский пер., 9, МФТИ, Россия

*e-mail: abgmvk@gmail.com

**e-mail: bishaev@bk.ru

Поступила в редакцию 07.08.2023 г.

Переработанный вариант 03.10.2023 г.

Принята к публикации 20.11.2023 г.

В данной работе построена система кинетических уравнений для изучения процессов, происходящих в трехкомпонентной плазме. Построенная модель является аналогом модели Крука, которая широко используется в динамике разреженных газов. Предложенную модель предполагается использовать для изучения процессов, происходящих в каналах электроракетных двигателей. Библ. 10.

Ключевые слова: ионы, электроны, нейтралы, ионизация, макропараметры компонент плазмы.

DOI: 10.31857/S0044466924030078, **EDN:** XGVXJN

ВВЕДЕНИЕ

Электрические реактивные двигатели (ЭРД) нашли широкое применение в космической технике в качестве двигателей, с помощью которых осуществляется коррекция орбиты космических аппаратов (КА). Так, совсем недавно, с помощью стационарного плазменного двигателя (СПД) КА был выведен на геостационарную орбиту.

Рабочим телом в практически всех ЭРД являются положительно заряженные ионы. Они рождаются в результате ионизации в ускорительном канале двигателя. Будучи ускоренными электрическим полем, ионы выбрасываются в окружающее пространство, создавая тягу двигателя. Электроны при этом, имея существенно меньший ларморовский радиус, задерживаются приложенным магнитным полем.

Оценки чисел Кнудсена взаимодействий, происходящих между микрочастицами среды в канале ускорителя, больше или порядка единицы. Поэтому для адекватного описания процессов, в ней происходящих, необходимы методы кинетической теории.

По мнению авторов данной статьи, первым, кто понял, что для описания как процессов, происходящих в ускорительных каналах ЭРД, так и движения ионов в окружающем пространстве, был А. И. Морозов. В [1] им с соавторами было построено кинетическое уравнение, с помощью которого изучались указанные выше процессы. Электрическое поле при этом определялось с применением выдвинутой А. И. Морозовым гипотезы «термолизованного потенциала». Предложенное А. И. Морозовым направление — использование кинетической теории для изучения процессов, происходящих в плазменных средах, было продолжено одним из авторов этой статьи. Для описания движения ионной струи, выходящей из СПД, им была построена кинетическая модель, которая учитывала взаимодействие ионов с нейтралами, известное как резонансная перезарядка. Именно это взаимодействие имеет наибольшее сечение и, как следствие, наименьшее число Кнудсена. Нужно отметить, что в ходе работы с первоначальными вариантами упомянутой выше кинетической модели были произведены сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными, которые показали вполне удовлетворительные совпадения (см. [2]). Что естественно, поэтому А. В. Лазуренко в [3] использовал эту модель для изучения процессов, происходящих в канале СПД.

Когда в памяти ЭВМ стало возможным запоминать шестимерные массивы, моделирующие функцию распределения, была предложена более естественная модель резонансной перезарядки (см. [4]). На основе этой модели в трехмерной нестационарной постановке была поставлена задача о струе,

выходящей из СПД. Для ее численного решения был создан комплекс программ, с помощью которых были произведены многочисленные расчеты. Результаты этих расчетов можно найти в [5].

Для моделирования процессов в ускорительных каналах ЭРД в настоящее время применяются различные методы статистического моделирования. Так стали называть известные в кинетической теории газов методы прямого численного моделирования или методы Монте-Карло. Увеличение возможности ЭВМ и простота в реализации сделали метод статистического моделирования фактически инженерным методом, ибо в работах, где моделировались процессы в ЭРД, этот метод использовался без его описания. Исключение здесь составляет работа [6]. В данной статье для описания процессов, происходящих в плазме, строится полностью кинетическая модель для всех ее компонент.

1. МОДЕЛЬНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Введем в рассмотрение функции распределения ионов $f_i = f_i(t, \mathbf{x}, \xi)$, электронов $f_e = f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$, и нейтралов $f_n = f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w})$. Стоящие внизу индексы i, e, n всегда будут использоваться только для обозначения типа плазменной компоненты. В формулах, введенных выше t – время, $\mathbf{x} = \{x^k\}, k = 1, 2, 3$ – точка в физическом пространстве; $\xi = \{\xi^k\} \in \Omega_i$ – точка в скоростном пространстве ионов Ω_i , $\mathbf{v} = \{v^k\} \in \Omega_e$ – точка в скоростном пространстве электронов Ω_e , а $\mathbf{w} = \{w^k\} \in \Omega_n$ – точка в скоростном пространстве нейтралов Ω_n соответственно.

Введенные выше функции распределения используются выше для микроскопического описания состояния плазмы. Переход к макроскопическому описанию осуществляется введением следующих функций:

$$n_i = n_i(t, \mathbf{x}) = \int_{\Omega_i} f_i d\xi, \quad \mathbf{j}_i = \mathbf{j}_i(t, \mathbf{x}) = \int_{\Omega_i} \xi f_i d\xi,$$

$$\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{j}_i}{n_i}, \quad \frac{3}{2} n_i k T_i = \int_{\Omega_i} m_i \frac{c_i^2}{2} f_i d\xi, \quad c_i = \xi - \mathbf{u}_i.$$

Появившиеся выше символы m_i, k есть соответственно масса иона и постоянная Больцмана. Величины $\mathbf{u}_i = \{u_i^k(t, \mathbf{x})\}, k = 1, 2, 3; T_i = T_i(t, \mathbf{x})$ – макроскопическая скорость и температура (поступательная) ионов. Аналогичным образом определяются $n_s = n_s(t, \mathbf{x}), \mathbf{j}_s(\mathbf{u}_s) = \mathbf{j}_s(t, \mathbf{x}), T_s = T_s(t, \mathbf{x}), s = e, n$. В кинетической теории все так введенные величины называются основными макропараметрами соответствующей компоненты плазмы.

Получим уравнения для введенных выше функций распределения, основываясь на приведенном в [7] феноменологическом выводе уравнения Больцмана.

Рассмотрим точку фазового пространства ионов $(\mathbf{x}, \xi)$. Пусть $\Delta\Gamma_i = \Delta\mathbf{x}\Delta\xi$ есть малый элемент объема фазового пространства ионов, окружающий эту точку, т. е. $\Delta\mathbf{x} = [x_1 - \Delta x_1, x_1 + \Delta x_1] \times [x_2 - \Delta x_2, x_2 + \Delta x_2] \times [x_3 - \Delta x_3, x_3 + \Delta x_3]$, $\Delta\xi = [\xi_1 - \Delta\xi_1, \xi_1 + \Delta\xi_1] \times [\xi_2 - \Delta\xi_2, \xi_2 + \Delta\xi_2] \times [\xi_3 - \Delta\xi_3, \xi_3 + \Delta\xi_3]$. Аналогично, точка $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ есть точка фазового пространства электронов, а $\Delta\Gamma_e = \Delta\mathbf{x}\Delta\mathbf{v}$ есть малый элемент объема фазового пространства электронов, ее окружающий. Изменение числа частиц в $\Delta\Gamma_i$ и $\Delta\Gamma_e$ за

малое время Δt в результате их движения равно соответственно $N_i = \frac{D^i f_i}{dt} \Delta\Gamma_i \Delta t$ для ионов и $N_e = \frac{D^e f_e}{dt} \Delta\Gamma_e \Delta t$

для электронов, где $\frac{D^i}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \xi^k \frac{\partial}{\partial x^k} + \frac{e}{m_i} E^k \frac{\partial}{\partial \xi^k}, \frac{D^e}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v^k \frac{\partial}{\partial x^k} - \frac{e}{m_e} (E^k + \varepsilon_{kml} \frac{v^m}{c} H^l) \frac{\partial}{\partial \xi^k},$

e – заряд электрона, c – скорость света, m_e, m_i суть массы электрона и иона соответственно; $\mathbf{E} = \{E^k(t, \mathbf{x})\}, k = 1, 2, 3$ – напряженность электрического поля, $\mathbf{H} = \{H^l\}, l = 1, 2, 3$ – напряженность магнитного поля, $\varepsilon_{kml}, k, m, l = 1, 2, 3$ – символ Леви–Чевита. В данной работе во всех формулах принято соглашение о суммировании по повторяющимся индексам. Отсутствие члена с магнитным полем в кинетическом уравнении для ионов связано с тем, что ларморовский радиус у иона обычно много больше, чем у электрона, и тогда влиянием магнитного поля на ион можно пренебречь.

Следуя изложенной в [7] схеме вывода кинетических уравнений, N_i и N_e должны приравняться к изменению числа ионов и электронов в соответствующих элементах фазового объема, происходящих за время Δt в результате взаимодействия (согласно [7] столкновений) между компонентами плазмы. Новым типом взаимодействия здесь будет ионизация. Ее можно изобразить следующей схемой $e + n \Rightarrow e' + i + \tilde{e}$, т. е. электрон, взаимодействуя с нейтралом, может оторвать от него электрон,

превратив его в ион. Таким образом, ионизация, по сути, тройное столкновение приводит к появлению внутренних источников как ионов, так и электронов. Согласно [8], взаимодействие электронов с нейтралами может происходить как упругое, так и неупругое. Упругое взаимодействие электрона с нейтралом можно описать по обычной схеме двойного столкновения. Будем предполагать, что при неупругом взаимодействии электрона и нейтрала в течении времени много меньшим, чем Δt образуют одно целое. При этом электрон взаимодействует с электронной оболочкой нейтрала. Точное описание этого процесса является задачей квантовой механики, и она пока не решена. В [8] отмечается, что ионизация при неупругом взаимодействии происходит, если энергия налетающего на нейтрал электрона превышает пороговое значение $\varepsilon_0 \simeq 13\text{эВ}$. В противном случае взаимодействие происходит по схеме $e + n \Rightarrow e' + n'$. При этом у нейтрала происходит возбуждение электронных уровней энергии в его электронной оболочке.

Из вышеприведенного можно считать, что за время Δt число появившихся в процессе ионизации ионов, которые родились из-за “столкновений” электронов, движущихся в поле нейтралов, чья скорость ξ находится в элементе скоростного пространства нейтралов $d\mathbf{w}$, есть N_{ne} , где $N_{ne} = v(t, \mathbf{x}, \xi) f_n(t, \mathbf{x}, \xi) d\mathbf{w} d\mathbf{x} \Delta t$, $v = v(t, \mathbf{x}, \xi) = \int_{\Omega_e} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \xi| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') d\mathbf{v}'$. В последней формуле $\tilde{\sigma}$ есть сечение неупругих столкновений, приводящих к ионизации. Следуя [6], имеем

$$\tilde{\sigma} = \bar{\sigma}_{en} \chi\left(\frac{\mu}{4}(\mathbf{v} - \mathbf{w})^2 - \varepsilon_0\right), \chi(y) = \begin{cases} 1, y \geq 0, \\ 0, y < 0, \end{cases}$$

где $\mu = \frac{m_e m_n}{m_e + m_n}$ есть приведенная масса электрона и нейтрала, $\bar{\sigma}_{en}$ — сечение неупругого столкновения электронов и нейтралов. Аналогично число родившихся в результате ионизации электронов в элементе фазового пространства $\Delta\Gamma_e$ за время Δt будет

$$N_{en} = v(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) d\mathbf{w} d\mathbf{x} \Delta t, \\ v = v(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_e} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{v}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') d\mathbf{v}'.$$

Изменение числа электронов, которое происходит в результате неупругих столкновений электронов с нейтралами, не приводящих к ионизации, в указанном выше элементе фазового объема электронов за время Δt будем определять при помощи аналога модели Крука (см.[7]), т. е.

$$N_{en}^1 = v_1(f_{Me} - f_e) d\mathbf{v} d\mathbf{x} \Delta t,$$

где

$$f_{Me} = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi k T_e}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left\{-\frac{m_e}{2k T_e} \mathbf{c}_e^2\right\}, \mathbf{c}_e = \mathbf{v} - \mathbf{u}_e.$$

Фигурирующие в последней формуле функции $n_e = n_e(t, \mathbf{x})$, $\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_e(t, \mathbf{x})$, $T_e = T_e(t, \mathbf{x})$ суть определенные выше основные макропараметры электронов. Величина v_1 имеет смысл частоты неупругих столкновений электронов с нейтралами (см. [7]). Она будет определена ниже как функция, зависящая от основных макропараметров электронов и нейтралов. Соответствующее изменение числа электронов в результате упругих столкновений можно было бы записать в виде интеграла столкновений больцмановского типа. По мнению авторов данной статьи, это было бы похоже на превышение точности. Поэтому $N_{en}^2 = v_2(f_{Me} - f_e) d\mathbf{v} d\mathbf{x} \Delta t$, т. е. будет использоваться модель Крука, где v_2 — частота упругих столкновений электронов с нейтралами.

Известно (см.[8]), что из всех взаимодействий ионов с нейтралами наибольшим сечением взаимодействия обладает взаимодействие, известное как резонансная перезарядка. Это взаимодействие состоит в том, что при сближении нейтрала с ионом последний отдает у нейтрала электрон, становясь при этом нейтралом, а нейтрал становится ионом. В [4] для описания эволюции ионов и нейтралов в струе СПД была построена кинетическая модель, в которой учитывалась именно резонансная перезарядка. Согласно этой модели, соответствующие изменения числа ионов и нейтралов в их элементах фазового пространства $\Delta\Gamma_i, \Delta\Gamma_n = d\mathbf{x} d\mathbf{w}$ будут:

$$N_{in} = r(v_{ii}f_n(t, \mathbf{x}, \xi)d\mathbf{w} - v_{in}f_i(t, \mathbf{x}, \xi)d\xi)dx\Delta t, \quad N_{ni} = (v_{ni}f_i(t, \mathbf{x}, \mathbf{w})d\xi - v_{nn}f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w})d\mathbf{w})\Delta tdx,$$

где

$$v_{ii} = \sigma_0 \int_{\Omega_i} f_i(t, \mathbf{x}, \xi') |\xi' - \xi| d\xi', \quad v_{in} = \sigma_0 \int_{\Omega_n} f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}') |\mathbf{w}' - \xi| d\mathbf{w}', \quad v_{ni} = \sigma_0 \int_{\Omega_n} f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}') |\mathbf{w}' - \mathbf{w}| d\mathbf{w}',$$

$$v_{nn} = \sigma_0 \int_{\Omega_i} f_i(t, \mathbf{x}, \xi') |\xi' - \mathbf{w}| d\xi', \quad r = \frac{m_n}{m_i}.$$

Следует отметить, что в [4] $r = 1$, так как предполагалось, что $m_n \approx m_i$. В формулах, приведенных выше, $\sigma_0 \approx 10^{-14} \text{ см}^2$ есть сечение столкновения резонансной перезарядки, а Ω_i, Ω_n — определенные выше скоростные пространства ионов и нейтралов соответственно.

Феноменологический вывод кинетических уравнений основан (см. [7]) на приравнивании изменения числа частиц в соответствующих элементарных объемах фазового пространства в результате движения к изменению их числа, которое произошло в результате их взаимодействия. Прделав это для ионов и электронов, получим

$$\frac{Df_i}{Dt} = v(t, \mathbf{x}, \xi) f_n(t, \mathbf{x}, \xi) \frac{d\mathbf{w}}{d\xi} + r(v_{ii}f_n(t, \mathbf{x}, \xi) \frac{d\mathbf{w}}{d\xi} - v_{in}f_i(t, \mathbf{x}, \xi)),$$

$$\frac{Df_e}{Dt} = v(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) \frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{v}} + (v_1 + v_2)(f_{Me} - f_e).$$
(1)

Фигурирующие в (1) $\frac{d\mathbf{w}}{d\xi}, \frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{v}}$ возникли из-за того, что скоростные пространства компонент плазмы имеют разные масштабы и являются якобианами преобразования при переходе от интегрирования по одному скоростному пространству к другому. Они равны отношению характерных масштабов соответствующих скоростных пространств.

Введем следующие величины:

$$\rho(t, \mathbf{x}) = e(n_i(t, \mathbf{x}) - n_e(t, \mathbf{x})), \quad \mathbf{j}(t, \mathbf{x}) = e(\mathbf{j}_i(t, \mathbf{x}) - \mathbf{j}_e(t, \mathbf{x})).$$

Ясно, что $\rho(t, \mathbf{x})$ это плотность электрического заряда, а $\mathbf{j}(t, \mathbf{x})$ есть плотность электрического тока.

Умножим оба уравнения (1) на e и проинтегрируем каждое по своему пространству скоростей. Учитывая полученные ранее выражения для макропараметров плазмы, получим

$$\int_{\Omega_i} \frac{Df_i}{Dt} d\xi = \frac{\partial(en_i)}{\partial t} + \frac{\partial(ej_i^k)}{\partial x^k} = e \int_{\Omega_i} (v(t, \mathbf{x}, \xi) f_n(t, \mathbf{x}, \xi) \frac{d\mathbf{w}}{d\xi} + r(v_{ii}f_n(t, \mathbf{x}, \xi) \frac{d\mathbf{w}}{d\xi}) d\xi - e \int_{\Omega_i} r v_{in} f_i(t, \mathbf{x}, \xi) d\xi.$$

В первом интеграле в правой части полученного равенства переменную интегрирования ξ заменим на $\mathbf{w}$. Тогда получим

$$\frac{\partial(en_i)}{\partial t} + \frac{\partial(ej_i^k)}{\partial x^k} =$$

$$= e \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w}.$$
(2)

Имеют место очевидные соотношения $\int_{\Omega_e} \left(\frac{\mathbf{v}}{v^2} \right) f_{Me} d\mathbf{v} = \int_{\Omega_e} \left(\frac{\mathbf{v}}{v^2} \right) f_e d\mathbf{v}$. При интегрировании второго уравнения (1) по скоростному пространству электронов надо в соответствующем интеграле заменить переменную интегрирования $\vec{v}$ на $\vec{w}$ и учесть приведенное выше соотношение. Тогда будем иметь

$$\frac{\partial(en_e)}{\partial t} + \frac{\partial(ej_e^k)}{\partial x^k} = e \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w}.$$

Вычитая из (2) полученное равенство, получим:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j^k}{\partial x^k} = 0. \quad (3)$$

Равенство (3) выражает закон сохранения заряда, что является необходимым требованием к создаваемой кинетической модели плазмы.

Процесс рекомбинации, т. е. образование нейтралов в результате взаимодействия ионов и электронов, учитываться не будет. Тогда для эволюции функции распределения нейтралов предлагается следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{D^n f_n}{Dt} = \frac{\partial f_n}{\partial t} + w^k \frac{\partial f_n}{\partial x^k} = & - \int_{\Omega_e} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') d\mathbf{v}' f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) + \\ & + v_1 (f'_{Mn} - f_n) + v_2 (f_{Me} - f_n) + v_{ni} f_i(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) \frac{d\xi}{d\mathbf{w}} - v_{nn} f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}). \end{aligned} \quad (4)$$

Первый член в правой части (4) описывает убыль нейтралов из-за ионизации, второй и третий члены ответственны за изменение нейтралов из-за упругих и неупругих взаимодействий нейтралов с электронами. Последнее слагаемое ответственно за резонансную перезарядку. Фигурирующие в (4)

$$\begin{aligned} f'_{Mn} &= n_n(t, \mathbf{x}) \frac{m_n}{2\pi k T'(t, \mathbf{x})} \exp\left\{-\frac{m_n}{2k T'(t, \mathbf{x})} \mathbf{c}_n^2\right\}, \\ f_{Mn} &= n_n(t, \mathbf{x}) \frac{m_n}{2\pi k T_n(t, \mathbf{x})} \exp\left\{-\frac{m_n}{2k T_n(t, \mathbf{x})} \mathbf{c}_n^2\right\}, \quad \mathbf{c}_n = \mathbf{w} - \mathbf{u}_n, \end{aligned}$$

где $n_n(t, \mathbf{x})$, $\mathbf{u}_n(t, \mathbf{x})$, $T_n(t, \mathbf{x})$ суть макропараметры нейтралов, а $T'(t, \mathbf{x})$ будет определено ниже.

Кроме соотношения (3), которое есть закон сохранения заряда, исследуем допускает ли предложенная система кинетических уравнений другие законы сохранения.

2. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МАССЫ

Умножим первое уравнение (1) на m_i , второе на m_e , а уравнение (4) на m_n и проинтегрируем каждое по “своему” пространству скоростей. При этом в правых частях, чтобы соответствующая функция распределения интегрировалась по соответствующему пространству скоростей, будем делать замену переменной интегрирования. Тогда получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_i u_i^k)}{\partial x^k} &= m_i \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w}, \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_e u_e^k)}{\partial x^k} &= m_e \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w}, \\ \frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_n u_n^k)}{\partial x^k} &= -m_n \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w}, \end{aligned}$$

где $\rho_l = m_l n_l$, $l = i, e, n$ – массовая плотность соответствующей компоненты. Сложим все три уравнения. Учитывая, что $m_n = m_i + m_e$, получим

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial Q^k}{\partial x^k} = 0, \quad \bar{\rho} = \rho_i + \rho_e + \rho_n, \quad Q = m_i \mathbf{j}_i + m_e \mathbf{j}_e + m_n \mathbf{j}_n. \quad (5)$$

Соотношение (5) есть уравнение неразрывности (закон сохранения массы) в плазме.

Закон сохранения импульса имеет векторный характер. Поэтому умножим соответствующие уравнения на $m_i \xi^j$, $m_e v^j$, $m_n w^j$, $j = 1, 2, 3$. При интегрировании кинетических уравнений по скоростным пространствам имеются следующие соотношения:

$$\int_{\Omega_i} \mathbf{c}_i f_i d\xi = \int_{\Omega_e} \mathbf{c}_e f_e d\mathbf{v} = \int_{\Omega_n} \mathbf{c}_n f_n d\mathbf{w} = 0.$$

Надо принять во внимание также тот факт, что для любой функции распределения $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$ и функции $\varphi(\mathbf{v})$ такой, что она при $|\mathbf{v}| \rightarrow +\infty$ растет не быстрее любой степени $|\mathbf{v}|$ имеет место следующее соотношение:

$$\int_{\Omega} \varphi(\mathbf{v}) \frac{\partial f}{\partial v^k} d\mathbf{v} = \int_{\Omega} \frac{\partial(\varphi f)}{\partial v^k} d\mathbf{v} - \int_{\Omega} f \frac{\partial \varphi}{\partial v^k} d\mathbf{v} = - \int_{\Omega} f \frac{\partial \varphi}{\partial v^k} d\mathbf{v}.$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho_i u_i^j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i^j u_i^k)}{\partial x^k} + \frac{\partial P_i^{kj}}{\partial x^k} - en_i E^j = \\ & = m_i \iint_{\Omega_e \times \Omega_n} w^j \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w} + \\ & + m_n \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \sigma_0(w^j - \xi^j) |\xi - \mathbf{w}| f_i(t, \mathbf{x}, \xi) f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\xi d\mathbf{w}, \\ & \frac{\partial(\rho_e u_e^j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_e u_e^j u_e^k)}{\partial x^k} + \frac{\partial P_e^{kj}}{\partial x^k} + en_e E^j - \\ & - \frac{e}{c} \varepsilon_{jls} j_e^l H^s = m_e \iint_{\Omega_e \times \Omega_n} w^j \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w}, \\ & \frac{\partial(\rho_n u_n^j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_n u_n^j u_n^k)}{\partial x^k} + \frac{\partial P_n^{kj}}{\partial x^k} = \\ & = -m_n \iint_{\Omega_e \times \Omega_n} w^j \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w} - \\ & - m_n \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \sigma_0(w^j - \xi^j) |\xi - \mathbf{w}| f_i(t, \mathbf{x}, \xi) f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\xi d\mathbf{w}, \end{aligned}$$

где

$$P_i^{kj} = \int_{\Omega_i} c_i^k c_i^j f_i d\xi, \quad P_e^{kj} = \int_{\Omega_e} c_e^k c_e^j f_e d\mathbf{v}, \quad P_n^{kj} = \int_{\Omega_n} c_n^k c_n^j f_n d\mathbf{w}$$

суть компоненты тензора напряжений ионной, электронной и нейтральной компонент плазмы. Сложение трех полученных выше уравнений приводит к следующим уравнениям:

$$\frac{\partial Q^j}{\partial t} + \frac{\partial((m_i u_i^k j_i^j + P_i^{kj}) + (m_e u_e^k j_e^j + P_e^{kj}) + (m_n u_n^k j_n^j + P_n^{kj}))}{\partial x^k} - \rho E^j - \frac{e}{c} \varepsilon_{jls} j_e^l H^s = 0, \quad j = 1, 2, 3,$$

которые суть закон сохранения импульса в плазме.

Закон сохранения энергии. Для его получения нужно умножить каждое кинетическое уравнение на $\frac{m_i}{2} \xi^2, \frac{m_e}{2} \mathbf{v}^2, \frac{m_n}{2} \mathbf{w}^2$ и проинтегрировать по соответствующим скоростным пространствам, используя при этом всю описанную методику получения макроскопических уравнений. Удобно ввести следующие обозначения:

$$E_s = \frac{\rho_s}{2} \mathbf{u}_s^2 + \frac{3}{2} n_s k T_s, \quad s = i, e, n; \quad \frac{dE_s}{dt} = \frac{\partial E_s}{\partial t} + \frac{\partial(u_s^k E_s)}{\partial x^k},$$

и учесть, что в левой части возникнет еще один макропараметр

$$\mathbf{q}_i = \int_{\Omega_i} \frac{m_i}{2} \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i f_i d\xi, \quad \mathbf{q}_e = \int_{\Omega_e} \frac{m_e}{2} \mathbf{c}_e \mathbf{c}_e f_e d\mathbf{v}, \quad \mathbf{q}_n = \int_{\Omega_n} \frac{m_n}{2} \mathbf{c}_n \mathbf{c}_n f_n d\mathbf{w},$$

который называется тепловым потоком соответствующей компоненты. Тогда, после выполнения обозначенной выше процедуры будем иметь

$$\begin{aligned} & \frac{dE_i}{dt} + \frac{\partial(u_i^j P_i^{jk} + q_i^k)}{\partial x^k} - e_i^k E^k = \\ & = m_i \iint_{\Omega_e \times \Omega_n} \frac{\mathbf{w}^2}{2} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w} + \\ & + m_n \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \sigma_0 \left(\frac{\mathbf{w}^2 - \xi^2}{2} \right) |\xi - \mathbf{w}| f_i(t, \mathbf{x}, \xi) f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\xi d\mathbf{w}; \\ & \frac{dE_e}{dt} + \frac{\partial(u_e^j P_e^{jk} + q_e^k)}{\partial x^k} + e_e^k E^k = \\ & = m_e \iint_{\Omega_e \times \Omega_n} \frac{\mathbf{w}^2}{2} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w}; \\ & \frac{dE_n}{dt} + \frac{\partial(u_n^j P_n^{jk} + q_n^k)}{\partial x^k} = \frac{3}{2} n_n v_1 k (T' - T_n) - \\ & - m_n \iint_{\Omega_e \times \Omega_n} \frac{\mathbf{w}^2}{2} \tilde{\sigma} |\mathbf{v}' - \mathbf{w}| f_e(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}') f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\mathbf{v}' d\mathbf{w} - \\ & - m_n \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} \sigma_0 \left(\frac{\mathbf{w}^2 - \xi^2}{2} \right) |\xi - \mathbf{w}| f_i(t, \mathbf{x}, \xi) f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) d\xi d\mathbf{w}. \end{aligned}$$

Сложение всех трех уравнений дает

$$\frac{d(E_i + E_e + E_n)}{dt} + \frac{\partial(u_i^j P_i^{kj} + q_i^k + u_e^j P_e^{kj} + q_e^k + u_n^j P_n^{kj} + q_n^k)}{\partial x^k} - j_k E^k = \frac{3}{2} n_n v_1 k (T' - T_n). \quad (6)$$

Ноль в правой части (6) уравнения сохранения энергии получится, если $T' = T_n(t, \mathbf{x})$. Ранее было замечено, что при неупругом взаимодействии электронов с нейтралами, если ионизация не происходит, то у нейтрала происходит возбуждение электронов в электронной оболочке. В течение достаточно быстрого времени после возбуждения нейтрал испускает гамма-квант и нейтрал приходит в невозбужденное состояние. При этом из системы уносится энергия в виде излучения. Введение величины $T' \neq T_n(t, \mathbf{x})$ есть попытка учета уносимой энергии. Если W есть мощность уносимой энергии (ее можно измерить), то $-W = \frac{3}{2} n_n v_1 k (T' - T_n(t, \mathbf{x}))$ есть соотношение для определения T' . В (1) и (3) частоты столкновения для описания резонансной перезарядки и величина v_1 зависят от микроскопической скорости частиц. При решении задачи о струе (см. [4], [5]) были проведены расчеты как с частотами, которые зависели от микроскопических скоростей нейтралов и ионов, так и с модельными частотами, зависящими только от макропараметров упомянутых выше компонент. Сравнение результатов не обнаружило существенных отличий в расчетах, проведенных с разными частотами столкновений. Поэтому в кинетических уравнениях (1) и (3) будем использовать частоты столкновений, которые зависят только от макропараметров ионов, электронов и нейтралов. Введем величину

$$z = \sigma_0 \iint_{\Omega_i \times \Omega_n} f_n(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) f_i(t, \mathbf{x}, \xi) |\xi - \mathbf{w}| d\mathbf{w} d\xi.$$

Так, определенная величина есть число взаимодействий ионов и нейтралов в единице объема в единицу времени. Величина z не зависит от микроскопических скоростей ионов и нейтралов. Для определения зависимости этой величины от макропараметров ранее в расчетах использовалось следующее выражение:

$$z = \sigma_0 \int_{\Omega_i \times \Omega_n} f_{Mn}(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) f_{Mi}(t, \mathbf{x}, \xi) |\xi - \mathbf{w}| d\mathbf{w} d\xi = n_i(t, \mathbf{x}) n_n(t, \mathbf{x}) \Theta_{in},$$

где

$$\Theta_{in} = \sigma_0 \frac{h_i^{3/2} h_n^{3/2}}{\pi^3} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_n} \exp\{-(h_i \mathbf{c}_i^2 + h_n \mathbf{c}_n^2)\} |\xi - \mathbf{w}| d\mathbf{w} d\xi, \quad h_s = \frac{1}{2kT_i(t, \mathbf{x})}, \quad s = i, n.$$

Напомним, что $\mathbf{c}_i = \xi - \mathbf{u}_i(t, \mathbf{x})$, $\mathbf{c}_n = \mathbf{w} - \mathbf{u}_n(t, \mathbf{x})$. Поэтому $d\mathbf{w} d\xi = d\mathbf{c}_i d\mathbf{c}_n$. При вычислении приведенного выше интеграла удобно перейти к переменным $\omega = \mu_i c_i + \mu_n c_n$, $\mathbf{g} = \mathbf{c}_i - \mathbf{c}_n$, $\mu_s = \frac{h_s}{h_i + h_n}$, $s = i, n$. Так как $\mathbf{c}_i = \omega + \mu_n \mathbf{g}$, $\mathbf{c}_n = \omega - \mu_i \mathbf{g}$, то $\frac{\partial(\mathbf{c}_n, \mathbf{c}_i)}{\partial(\omega, \mathbf{g})} = 1$. В новых переменных

$$\Theta_{in} = \sigma_0 \frac{h_i^{\frac{3}{2}} h_n^{\frac{3}{2}}}{\pi^3} \int_{\Omega_\omega} \exp\{-(h_i + h_n)\omega^2\} \int_{\Omega_g} e^{-\alpha_{in} \mathbf{g}^2} |\mathbf{g} + \mathbf{U}_{in}| d\mathbf{g} = \sigma_0 \frac{\alpha_{in}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}} \int_{\Omega_g} e^{-\alpha_{in} \mathbf{g}^2} |\mathbf{g} + \mathbf{U}_{in}| d\mathbf{g},$$

где $\alpha_{in} = \frac{h_i h_n}{h_i + h_n}$, $\mathbf{U}_{in} = \mathbf{u}_i(t, \mathbf{x}) - \mathbf{u}_n(t, \mathbf{x})$. В последнем интеграле удобно перейти к сферическим пере-

менным, приняв за полярную ось $\mathbf{U}_{in}$. Тогда получим

$$\begin{aligned} \Theta_{in} &= \sigma_0 \frac{2\alpha_{in}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \int_0^\pi e^{-\alpha_{in} g^2} g^2 \sqrt{g^2 + U_{in}^2 + 2gU_{in}\cos\alpha} \sin\alpha d\alpha dg = \\ &= \sigma_0 \frac{2\alpha_{in}^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-\alpha_{in} g^2} g \left(\frac{(g + U_{in})^3 - |g - U_{in}|^3}{U_{in}} \right) dg. \end{aligned}$$

В последнем интеграле $g = |\mathbf{g}|$, а $U_{in} = |\mathbf{U}_{in}|$. Его нетрудно вычислить. Тогда

$$\Theta_{in} = \sigma_0 \frac{3}{2\sqrt{\alpha_{in}}\pi} (1 + \sqrt{\alpha_{in}} U_{in}) \text{Erf}(\sqrt{\alpha_{in}} U_{in}), \quad \text{Erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

Следуя выше приведенному анализу, число взаимодействий электронов с нейтрами в единице объема за единицу времени, которые приводят к ионизации, будем определять следующей формулой:

$$\bar{z} = \bar{\sigma}_{en} \int_{\Omega_e \times \Omega_n} \chi\left(\frac{\mu}{4}(\mathbf{v} - \mathbf{w})^2 - \varepsilon_0\right) f_{Mn}(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}) f_{Me}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) |\mathbf{v} - \mathbf{w}| d\mathbf{w} d\mathbf{v} = n_e(t, \mathbf{x}) n_n(t, \mathbf{x}) \Theta_{en}.$$

Если при вычислении приведенного выше интеграла воспользоваться описанным выше методом, заменив везде индекс i на индекс e , то получим

$$\Theta_{en} = \bar{\sigma}_{en} \frac{2\alpha_{en}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}} \iint_{D(t, g)} e^{-\alpha_{en} g^2} g^2 \sqrt{g^2 + U_{en}^2 + 2gU_{en}t} dt dg.$$

Область интегрирования $D(t, g)$ можно представить в следующем виде:

$$D(t, g) = \begin{cases} 0 \leq g < +\infty \\ t_0 < -1 \\ -1 \leq t \leq 1 \end{cases} \cup \begin{cases} 0 \leq g < +\infty \\ -1 \leq t_0 < 1 \\ t_0 \leq t \leq 1 \end{cases},$$

где

$$t_0 = \frac{\bar{\varepsilon}_0 - g^2 - U_{en}^2}{2gU_{en}}, \bar{\varepsilon}_0 = \frac{4\varepsilon_0}{\mu}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Theta_{en} = \bar{\sigma}_{en} \frac{2\alpha_{en}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}} & \left(\int_{|g_1|}^{g_2} e^{-\alpha_{en}g^2} g^2 \int_{t_0}^1 \sqrt{g^2 + U_{en}^2 + 2gU_{en}t} dt dg + \int_{g_2}^{+\infty} e^{-\alpha_{en}g^2} g^2 \int_{-1}^1 \sqrt{g^2 + U_{en}^2 + 2gU_{en}t} dt dg + \right. \\ & \left. + \chi(g_1) \int_0^{g_1} e^{-\alpha_{en}g^2} g^2 \int_{-1}^1 \sqrt{g^2 + U_{en}^2 + 2gU_{en}t} dt dg \right), g_1 = U_{en} - \sqrt{\bar{\varepsilon}_0}, g_2 = U_{en} + \sqrt{\bar{\varepsilon}_0}. \end{aligned}$$

Вычислив внутренние интегралы, имеем

$$\begin{aligned} \Theta_{en} = \bar{\sigma}_{en} \frac{2\alpha_{en}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}} & \left(\int_{|g_1|}^{g_2} \frac{e^{-\alpha_{en}g^2}}{3U_{en}} g ((g + U_{en})^3 - \bar{\varepsilon}_0^{\frac{3}{2}}) dg + \int_{g_2}^{+\infty} e^{-\alpha_{en}g^2} \times \right. \\ & \left. \times 2g(g^2 + \frac{U_{en}^2}{3}) dg + \chi(g_1) \int_0^{g_1} e^{-\alpha_{en}g^2} 2g^2 \left(\frac{g^2}{3U_{en}} + U_{en} \right) dg \right). \end{aligned}$$

После необходимых вычислений можно получить, что

$$\Theta_{en} = \Theta_{el}^1 + \Theta_{el}^2 + \Theta_{el}^3,$$

где

$$\begin{aligned} \Theta_{el}^1 = \bar{\sigma}_{en} \frac{\alpha_{en}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi}} & \left(\frac{|g_1|^3 e^{-\alpha_{en}g_1^2} - g_2^3 e^{-\alpha_{en}g_2^2}}{3U_{en}} + \frac{g_1^2 e^{-\alpha_{en}g_1^2} - g_2^2 e^{-\alpha_{en}g_2^2}}{U_{en}} + \right. \\ & \left. + \frac{|g_1| e^{-\alpha_{en}g_1^2} - g_2 e^{-\alpha_{en}g_2^2}}{U_{en}} \left(\frac{1}{\alpha_{en}} + U_{en}^2 \right) + \frac{e^{-\alpha_{en}g_1^2} - e^{-\alpha_{en}g_2^2}}{3U_{en}} (U_{en}^3 - \bar{\varepsilon}_0^{\frac{3}{2}}) + \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{(\text{Erf}(\sqrt{\alpha_{en}}g_2) - \text{Erf}(\sqrt{\alpha_{en}}|g_1|))}{\sqrt{\alpha_{en}}U_{en}} \left(\frac{1}{\alpha_{en}} + U_{en}^2 \right) \right), \end{aligned}$$

$$\Theta_{en}^2 = \bar{\sigma}_{en} \frac{2}{\sqrt{\pi\alpha_{en}}} e^{-\alpha_{en}g_2^2} (\alpha_{en}g_2^2 + 1 + \frac{\alpha_{en}U_{en}^2}{3}),$$

$$\Theta_{en}^3 = \chi(g_1) \bar{\sigma}_{en} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\alpha_{en}U_{en}} \left(\frac{1}{2} + \alpha_{en}U_{en}^2 \right) \text{Erf}(\alpha_{en}^{\frac{1}{2}}|g_1|) \right) - \frac{e^{-\alpha_{en}g_1^2}}{\sqrt{\alpha_{en}}U_{en}} \left(\frac{2}{3} \alpha_{en}|g_1|^3 + |g_1|(1 + \alpha_{en}U_{en}^2) \right).$$

Теперь можно привести окончательный вид построенной выше системы кинетических уравнений:

$$\begin{aligned}
\frac{D^i f_i}{Dt} &= n_e \Theta_{en} f_n \frac{d\mathbf{w}}{d\xi} + \frac{m_n}{m_i} \Theta_{en} (n_i f_n \frac{d\mathbf{w}}{d\xi} - n_n f_i), \\
\frac{D^e f_e}{Dt} &= n_e \Theta_{en} f_n \frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{v}} + n_n (\bar{\Theta}_{en}^1 + \bar{\Theta}_{en}^2) (f_{Me} - f_e), \\
\frac{D^n f_n}{Dt} &= -n_e \Theta_{en} f_n \frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{v}} + n_e \bar{\Theta}_{en}^1 (f_{Me} - f_e) + n_e \bar{\Theta}_{en}^2 (f'_{Me} - f_e) + \Theta_{en} (n_n f_i \frac{d\xi}{d\mathbf{w}} - n_i f_n), \\
\bar{\Theta}_{en}^1 &= \sigma_1 A_{en}, \bar{\Theta}_{en}^2 = \bar{\sigma}_{en} A_{en}, A_{en} = \frac{3}{2\sqrt{\alpha_{en}\pi}} (1 + \sqrt{\alpha_{en}} U_{in}) \text{Erf}(\sqrt{\alpha_{en}} U_{en}),
\end{aligned} \tag{7}$$

где σ_1 есть сечение упругого столкновения электронов и нейтралов, Θ_{in}, Θ_{en} определены выше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше построенная кинетическая модель (7) является в некоторой степени аналогом известной в динамике разреженного газа модели Крука. Она обладает, кроме Н-теоремы, всеми свойствами модели Крука. Модель (7) предполагается использовать для моделирования процессов, происходящих в ускорительных каналах ЭРД. При этом предполагается использовать метод решения кинетических уравнений совместно с уравнением Пуассона для определения электрического поля, предложенный в [9]. Подробное описание этого метода будет в номере, который готовится к выходу. В [10] предложена гибридная модель стационарного плазменного двигателя. Именно так ее называли авторы этой статьи. Суть ее в том, что для описания ионной и нейтральной компонент плазмы используются кинетические уравнения, а описание движения электронной компоненты происходит на макроскопическом уровне. Оценки величин чисел Кнудсена во взаимодействиях ионов, электронов и нейтралов, происходящих в канале ускорителя, дают величины порядка или больше единицы. Этот факт свидетельствует в пользу полностью кинетического описания этих процессов. Естественно, что предложенная в статье модель обладает недостатками модели Крука, но известно, что решения многих задач динамики разреженных газов, полученных на основе этой модели, мало отличаются от аналогичных решений, когда использовались другие модели или уравнение Больцмана. Поэтому авторы считают, что представленную выше модель целесообразно использовать для решения указанных в статье задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков Б.И., Морозов А.И., Свешников А.Г., Якунин С.А. Численное моделирование ионов в системе с замкнутым дрейфом // Физ. плазмы, 1981. Т. 7. Вып. 2. С. 245–253.
2. Бишаев А.М., Калашиников В.К., Ким В., Шавыкина А.В. Численное моделирование плазменной струи стационарного плазменного двигателя, распространяющейся в среде низкого давления // Физ. плазмы. 1998. Т. 24. №11. С. 989–995.
3. Лазуренко А.В. Моделирование процессов ионизации и ускорения рабочего тела в стационарном плазменном двигателе (СПД) с учетом 3-мерных эффектов. Дис. 2002 г.
4. Абгарян М.В., Бишаев А.М. Нестационарная модель струи разреженной плазмы, истекающей из Стационарного плазменного двигателя // Физ. плазмы. 2018. Т. 4. № 2. С. 238–249.
5. Абгарян М.В., Бишаев А.М. Модернизация метода расщепления для решения системы кинетических уравнений, описывающих поведение струи разреженной плазмы // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2018. Т. 39. №7. С. 1132–1146.
6. Чернышев Т.В. Экспериментальные и численные исследования нарушения стационарности горения интенсивных разрядов с замкнутым дрейфом электронов. Дис // М.: Физматлит. 2016 г.
7. Коган М.Н. Динамика разреженного газа // М.: Физматлит. 1967.
8. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. 1987. 592 с.
9. Abgaryan M.V., Bishaev A.M. Method of the electron distribution function calculation in a problem of the kinetic rarefied plasma plume modeling. Journal of Physics: Conference Series 2021. J. Phys: Conf. Ser. V. 2056 012021.
10. Гавриков Т.Б., Таюрский А.А. Гибридная модель стационарного плазменного двигателя: Препринт № 35. М.: ИПМатем. РАН, 2021.

KINETIC MODEL OF A THREE-COMPONENT PLASMA

M. V. Abgaryan^{a,*}, A. M. Bishaev^{b,**}^a*Moscow Aviation Institute,**Leningradskoye shosse, 5, PO Box, Moscow, 43125080 Russia*^b*Moscow Institute of Physics and Technology,**Institutskiy per., 9, Dolgoprudny, Moscow Region, 141700 Russia*^{*}*e-mail: abgmvk@gmail.com*^{**}*e-mail: bishaev@bk.ru*

Received 07 August, 2023

Revised 03 October, 2023

Accepted 20 November, 2023

Abstract. In this work, a system of kinetic equations is constructed to study the processes in a three-component plasma. It is an analogue of the Krook model, which is widely used in the dynamics of rarefied gases. The model is supposed to be used to study the processes in the channels of rocket electric thrusters.

Keywords: ions, electrons, neutrals, ionization, plasma component macroparameters.