

ISSN 0044-4510

Том 164, Выпуск 2

Август 2023



**ЖУРНАЛ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ  
и  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ  
ФИЗИКИ**

[www.sciencejournals.ru](http://www.sciencejournals.ru)



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
**ЖУРНАЛ**  
**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ**  
**И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

ОСНОВАН В МАРТЕ 1873 ГОДА

ТОМ 164, ВЫПУСК 2 (8)

ВЫХОДИТ 12 РАЗ В ГОД

АВГУСТ 2023

МОСКВА

РАН

ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ ПОД РУКОВОДСТВОМ ОТДЕЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК РАН

**СОДЕРЖАНИЕ**

**АТОМЫ, МОЛЕКУЛЫ, ОПТИКА**

Наблюдение дифракции Капицы–Дирака в газе атомов лития при помощи рассеяния Брэгга . . . . Батуро В. В., Виноградов В. А., Платонова М. В., Юхновец И. В., Турлапов А. В.	175
Оптимизация перепутывающих логических вентилях на основе эффекта Ридберговской блокады ..... Герасимов Л. В., Куприянов Д. В., Страупе С. С.	180
Разлет ультрахолодных бозонов из магнитной ловушки. Комментарий к статье Е. А. Кузнецова, М. Ю. Кагана «Симметричный подход в задаче о расширении газов в вакуум» . . . . . ..... Чаповский П. Л.	186
Ответ на комментарий к работе «Симметричный подход в задаче о расширении газов в вакуум» ..... Кузнецов Е. А., Каган М. Ю.	190
Прецизионная спектроскопия ридберговских состояний щелочноземельных атомов для измерения характеристик СВЧ излучения . . . . . ..... Глухов И. Л., Каменский А. А., Овсянников В. Д., Пальчиков В. Г.	193
Двумерная магнито-оптическая ловушка для создания потока холодных атомов тулия . . . . . ..... Яушев М. О., Мишин Д. А., Трегубов Д. О., Проворченко Д. И., Колачевский Н. Н., Головизин А. А.	204
Исследования параметров резонанса когерентного пленения населенностей и полевых сдвигов при регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения взаимодействия лазерного излу- чения с атомами . . . . . ..... Игнатович С. М., Скворцов М. Н., Месен- зова И. С., Квашнин Н. Л., Вишняков В. И., Бражников Д. В., Тарасенко Д. Е.	214
Оптимизация параметров петель обратной связи в оптических часах на атомах тулия при синхрон- ном сличении . . . . . Трегубов Д. О., Проворченко Д. И., Мишин Д. А., Колачевский Н. Н., Головизин А. А.	223

© Российская академия наук, 2023

© Редакция журнала ЖЭТФ (составитель), 2023

Масштабируемая архитектура гетероядерного квантового регистра из нейтральных атомов на основе электромагнитно-индуцированной прозрачности .....	230
..... Фарук А. М., Бетеров И. И., Сюй Пэн, Рябцев И. И.	
Квантовый алгоритм решения задачи коммивояжера методом квантовой оценки фазы и квантового поиска .....	241
..... Цзюньси Ч., Бетеров И. И.	
Система активного наведения для передачи ультрастабильных сигналов оптической частоты по воздушному каналу .....	247
..... Легошин А. Д., Лискова К. А., Кудеяров К. С., Вишнякова Г. А., Мирончук Е. С., Жаднов Н. О., Крючков Д. С., Хабарова К. Ю., Колачевский Н. Н.	
Полевой сдвиг резонанса когерентного пленения населенностей с учетом пространственной неоднородности светового пучка .....	255
..... Коваленко Д. В., Юдин В. И., Басалаев М. Ю., Строкова Н. В., Тайченачев А. В., Прудников О. Н.	
Лазерное охлаждение атомов лития-6 в бихроматическом световом поле ... ..	262
..... Ильенков Р. Я., Прудников О. Н., Кирпичникова А. А., Тайченачев А. В., Юдин В. И.	
Охлаждение иона иттербия-171 в полихроматическом поле Крысенко Д. С., Прудников О. Н.	273
Трехфотонное лазерное возбуждение одиночных ридберговских атомов рубидия в оптической дипольной ловушке .....	282
..... Бетеров И. И., Якшина Е. А., Третьяков Д. Б., Альянова Н. В., Скворцова Д. А., Сулиман Г., Загиров Т. Р., Энтин В. М., Рябцев И. И.	
Двойной радиооптический резонанс в конфигурации Ханле при возбуждении D <sub>1</sub> -линии поглощения атомов щелочных металлов .....	291
..... Бражников Д. В., Энтин В. М., Рябцев И. И.	

# НАБЛЮДЕНИЕ ДИФРАКЦИИ КАПИЦЫ – ДИРАКА В ГАЗЕ АТОМОВ ЛИТИЯ ПРИ ПОМОЩИ РАССЕЙЯНИЯ БРЭГГА

*В. В. Батура*<sup>a,b</sup>, *В. А. Виноградов*<sup>a,b,c</sup>, *М. В. Платонова*<sup>a,b,d</sup>, *И. В. Юхновец*<sup>b</sup>,

*А. В. Турлапов*<sup>a,b,c\*</sup>

<sup>a</sup> *Институт прикладной физики Российской академии наук  
603950, Нижний Новгород, Россия*

<sup>b</sup> *Российский квантовый центр  
121205, Москва, Сколково, Россия*

<sup>c</sup> *Московский физико-технический институт  
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

<sup>d</sup> *Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
603022, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 9 марта 2023 г.,  
после переработки 9 марта 2023 г.  
Принята к публикации 19 марта 2023 г.

Короткоживущая решетка плотности создается в газе атомов лития. Газ предварительно охлажден в магнитооптической ловушке. Образование решетки происходит благодаря дифракции атомов на стоячей световой волне. Решетка наблюдается по брэгговскому рассеянию света на ней. Указанный способ создания и наблюдения за решеткой может быть использован в атомном интерферометре на основе лития.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080011

EDN: HZCUSE

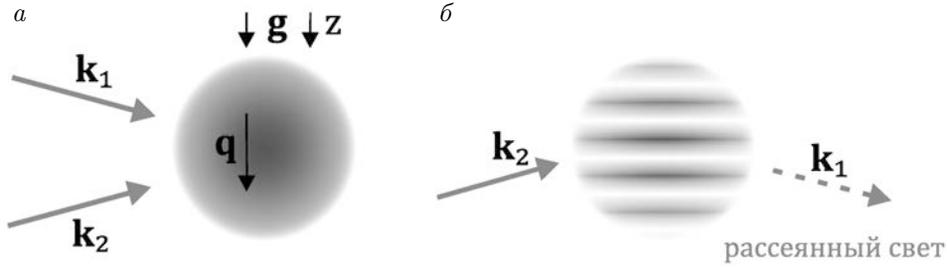
## 1. ВВЕДЕНИЕ

Наиболее легкие элементы, для которых реализовано лазерное охлаждение, — это гелий и литий. Малая масса способствует проявлению волновых свойств центра масс атома. Так, в ходе дифракции Капицы–Дирака [1–3] атом рассеивает фотон из моды  $\mathbf{k}_1$  в моду  $\mathbf{k}_2$ , получая импульс отдачи  $\hbar\mathbf{q} = \hbar(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$ , как показано на рисунке 1а. Частота отдачи  $\omega_q = \hbar q^2/2m$ , входящая в фазу волновой функции, растет как обратная масса  $1/m$ , поэтому литий интересен для интерферометрических измерений  $\hbar/m$ , которые, в свою очередь, дают постоянную тонкой структуры [4]. Дифракция Капицы–Дирака для атомов на стоячей световой волне впервые наблюдалась в эксперименте с пучком атомов

натрия [5], а в работе [6] использована для атомной интерферометрии [7].

В интерферометрических измерениях ускорения свободного падения  $g$  масса не входит в набег фазы. В экспериментах использовались тяжелые атомы Rb и Cs, для которых лазерное охлаждение проще, чем для Li, и которые дольше остаются в области наблюдения за счет меньшей тепловой скорости  $\propto 1/\sqrt{m}$ . Литий может быть интересен для недавно появившейся разновидности гравиметра [8, 9], в которой после подброса облака атомов на облако накладывается мелкая оптическая решетка. Вместо полета по баллистической траектории атомы совершают колебания Блоха–Зенера. Для лития из-за малой массы и, следовательно, малой частоты колебаний Блоха–Зенера ожидаются низкие потери атомов, связанные с неадиабатическими переходами в возбужденные зоны Блоха. Кроме того, поляризованный по спину фермионный изотоп литий-6 интересен для интерферометрии из-за отсутствия среднего сдвига.

\* E-mail: turlapov@appl.sci-nnov.ru



**Рис. 1.** а) Создание решетки плотности. Две плоские бегущие электромагнитные волны с волновыми векторами  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ , с одинаковой длиной волны и поляризацией освещают облако атомов, показанное серым. б) Детектирование решетки плотности. На атомы падает только волна в моде  $\mathbf{k}_2$ , которая рассеивается решеткой в моду  $\mathbf{k}_1$

В данной работе при помощи дифракции Капицы – Дирака создается решетка плотности в газе  ${}^6\text{Li}$ , охлажденном в магнитооптической ловушке. Затем решетка наблюдается по брэгговскому рассеянию света по методу, ранее реализованному для атомов рубидия [6]. Способ детектирования чувствителен к пространственному сдвигу решетки плотности относительно стоячей световой волны, на которой произошла дифракция, и позволяет наблюдать за падением решетки в поле тяготения. Таким образом создание и детектирование решетки применимо в интерферометре для измерения  $\hbar/m$  и  $g$ .

Модуляция плотности атомов, возникающая под действием импульса стоячей волны, рассчитана в разд. 2, эксперимент описан в разд. 3, применение к интерферометрии обсуждается в разд. 4, заключение в разд. 5.

## 2. РАСЧЕТ ДИФРАКЦИИ КАПИЦЫ – ДИРАКА

В газе атомов пространственно-периодическая модуляция плотности может появиться в ответ на кратковременное включение дипольного потенциала  $U = U_0 \sin qz$  от стоячей световой волны. Эту волну образуют бегущие плоские волны, показанные на рисунке 1а. В ответ на взаимодействие атомов со стоячей волной происходит дифракция Капицы – Дирака волн де Бройля атомов. Модель, описывающая появление и распад решетки плотности в газе атомов, получена адаптацией работ [10, 11].

Опишем эволюцию состояния центра массы атома. Внутреннее состояние атома считаем сохраняющимся, поскольку поляризации мод  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  одинаковы, а частота достаточно далека от однофотонного резонанса. В начальный момент времени  $t = 0$  атом пусть описывается плоской волной  $\psi_k(z, 0) = e^{ikz}$ . При  $t = 0$  кратковременно включаются лучи стоячей волны, создающие потенциал  $U(z, t) = U_0(t) \sin qz$ . Считая импульсное включение

стоячей волны коротким, пренебрежем движением атома за это время  $t_p$ , что эквивалентно пренебрежением кинетической энергией в операторе эволюции, который таким образом имеет вид  $e^{i\theta \sin qz}$ , где

$$\theta \equiv -(1/\hbar) \int_0^{t_p} U_0(t) dt$$

— площадь импульса. Воздействие стоячей волны переводит атом в состояние

$$\psi_k(z, t_p) = e^{i\theta \sin qz} e^{ikz} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\theta) e^{i(nq+k)z}, \quad (1)$$

где  $J_n$  — функции Бесселя первого рода. Плотность атома остается однородной, появляется модуляция фазы.

После завершения импульса волновая функция изменяется под воздействием оператора эволюции  $e^{-i\hat{p}^2 t/(2m\hbar)}$ :

$$\psi_k(z, t) = e^{i(kz - \omega_k t)} \sum_n J_n(\theta) e^{inq(z-vt)} e^{-in^2 \omega_q t}, \quad (2)$$

где  $\omega_k = \hbar k^2/2m$ ,  $v = \hbar k/m$  — начальная скорость атома. Зависимость плотности от времени определяется выражением

$$|\psi_k(z, t)|^2 = \sum_{n, n'} J_n J_{n'} e^{i(n-n')q(z-vt)} e^{-i(n^2 - n'^2) \omega_q t}. \quad (3)$$

Двойной ряд можно свести к разложению по гармоникам плотности, применив формулу Гегенбауэра

$$J_n(\theta) J_{n'}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(n-n')\delta} J_{n+n'}(2\theta \cos \delta) d\delta \quad (4)$$

и разложение (1). Получим

$$|\psi_k(z, t)|^2 = \sum_n e^{inq(z-vt)} i^{-n} J_n(2\theta \sin n\omega_q t). \quad (5)$$

Для теплового облака атомов полная концентрация  $\rho$  вычисляется усреднением фазового множите-

ля  $e^{-inqt}$  по максвелловскому распределению скоростей  $e^{-mv^2/(2T)}$ , что дает

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_n \rho_n(t) e^{iqnz}, \quad (6)$$

$$\rho_n(t) = i^{-n} e^{-(nqt\sqrt{T/m})^2/2} J_n(2\theta \sin n\omega_q t). \quad (7)$$

После выключения короткого импульса стоячей волны линейно по  $t$  нарастает амплитуда модуляции плотности  $\propto \sin qz$  — атомы фокусируются к минимумам дипольного потенциала  $U(z)$ . Тепловое движение, напротив, ведет к размыванию решетки. В то же время, если  $\theta$  велико, т.е. атомы получили достаточно сильный толчок, распад основной решетки происходит из-за аберрации и образования решетки  $\propto \sin 2qz$  до того, как скажется тепловое движение. При  $T = 0$  эволюция плотности повторяется с периодом  $2\pi/\omega_q$ , что составляет квантовый эффект Телбота [12].

Модуляция плотности, возникающая вследствие дифракции Капицы – Дирака, — пространственно-периодическая и поэтому может быть обнаружена по брэгговскому рассеянию света. Принцип наблюдения показан на рисунке 1б. В моде  $\mathbf{k}_2$  включается слабая бегущая волна с напряженностью электрического поля  $\mathbf{E}_{read} e^{i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{x} - i\omega t} + \text{c. c.}$ , которая, рассеиваясь на основном периоде решетки плотности, по условию Брэгга переизлучается в моду  $\mathbf{k}_1$ . Напряженность электрического поля в моде рассеяния

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1(t) e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x} - i\omega t} + \text{c. c.}, \quad \mathbf{E}_1 \propto \rho_1(t) \mathbf{E}_{read}(t). \quad (8)$$

Измерение комплексной величины  $E_1(t)$  позволяет узнать и модуль, и фазу при гармонике плотности  $e^{iqz}$ .

### 3. НАБЛЮДЕНИЕ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Атомы лития-6 предварительно охлаждены и локализованы в магнитооптической ловушке (МОЛ), как описано в [13]. Лучи МОЛ выключаются за 100 мкс до включения оптической стоячей волны. К моменту включения стоячей волны получается облако размером 2 мм, содержащее 50 млн атомов при температуре 1–3 мК. Для увеличения частоты экспериментов реализована система перезахвата атомов — после окончания создания и детектирования решетки лучи МОЛ вновь включаются до того, как атомы разлетятся. Это позволяет пропустить длинную 20-секундную фазу накопления МОЛ и повторять эксперимент 3 раза в секунду.

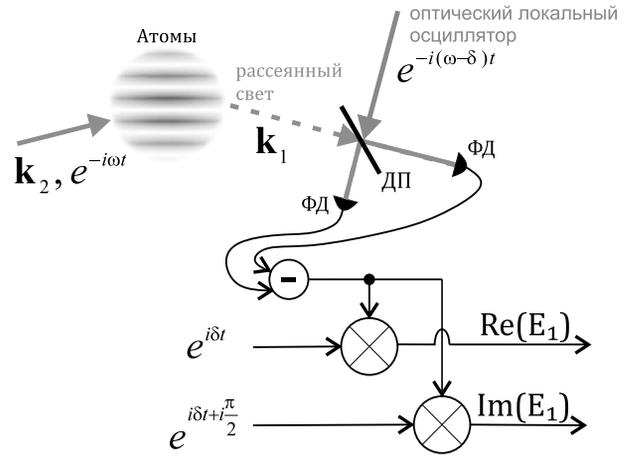
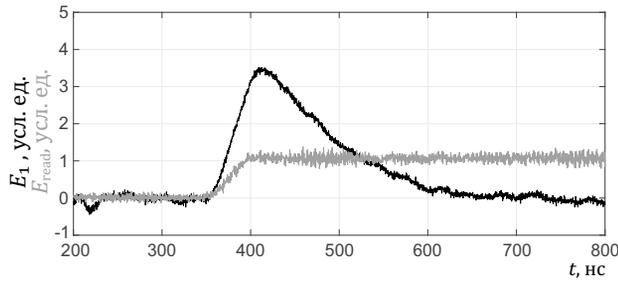


Рис. 2. Измерение амплитуды и фазы коэффициента  $\rho_1(t)$  при гармонике  $e^{iqz}$  плотности газа. Синим показан считывающий (сплошная линия) и рассеянный (штриховая) лучи, красным — ход лучей локального осциллятора. Черными стрелочками показаны электрические цепи, в которых распространяются сигналы на частоте 100 МГц и постоянного тока, ФД — фотодиод, ДП — делительная пластина

Угол между  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  составляет  $30^\circ$ , а длина волны 671 нм, что дает период решетки  $2\pi/q = 1.3$  мкм. Частота 2-фотонной отдачи стоячей волны  $\omega_q = 2\pi/(50 \text{ мкс})$ . Частота света в модах  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  отстроена на  $\Delta/2\pi = 60$  МГц вниз от перехода  $2S_{1/2}(F = 3/2) \rightarrow 2P_{3/2}$ , интенсивность света в каждой из мод  $2 \text{ Вт/см}^2$ , поляризация одинаковая линейная. Лучи включаются при помощи двух синфазных акустооптических модуляторов (АОМ) с акустической волной на частоте  $\delta/2\pi = 100$  МГц. Стоячая волна остается включенной в течение  $t_p = 100$  нс по уровню интенсивности  $1/2$ , а за  $t = 0$  выбран момент, когда интенсивность возрастает до половины от максимальной. Большинство атомов находятся на уровне  $2S_{1/2}(F = 3/2)$ . Для них площадь импульса независимо от магнитного подуровня  $\theta = 50$ .

Схема наблюдения решетки плотности показана на рис. 2. В момент времени  $t = \tau$  включается слабое излучение в моде  $\mathbf{k}_2$ , которое рассеивается в моду  $\mathbf{k}_1$ . Измерение комплексной амплитуды рассеянного света  $E_1(t)$  происходит методом оптического гетеродинамирования. Луч локального осциллятора, в качестве которого используется нулевой порядок АОМ, совмещается на делительной пластине с рассеянным светом. Биения локального осциллятора и поля рассеяния на частоте  $\delta$  измеряются сбалансированным фотодетектором и перемножаются с несущей частотой АОМ. Перемножение происходит как с напряжением в фазе, так и в квадратуре с несущей. За-



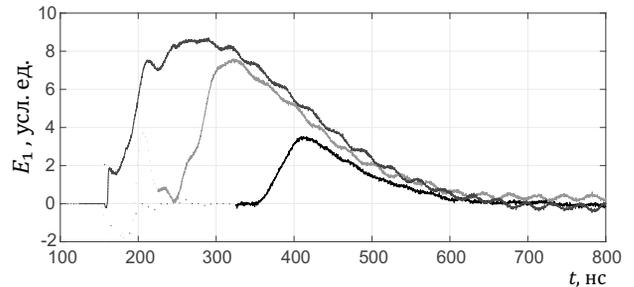
**Рис. 3.** Черная кривая: амплитуда света  $E_1(t)$ , рассеянного гармоникой плотности газа  $\rho_q(t)e^{ikz}$ , в зависимости от времени. Серая: амплитуда электрического поля  $E_{read}$  в импульсе считывания. Считывающий импульс включается в момент времени  $t = \tau = 350$  нс

тем напряжение на частоте  $2\delta$  удаляется фильтром высоких частот. В результате получаем части  $E_1(t)$  в фазе и в квадратуре с локальным оптическим осциллятором.

Измеренная амплитуда поля  $E_1(t)$  представлена на рис. 3. Показана только часть в фазе с несущей. Часть в квадратуре сведена к нулю выбором фазы несущей. Для исключения рассеяния, не связанного с атомами, в моду  $\mathbf{k}_1$  эксперимент выполнен сначала в присутствии облака атомов, а потом — без него. Результаты двух экспериментов вычтены. Каждый из двух экспериментов повторялся 64 раза, измеренное напряжение усреднялось. Для получения графиков на рис. 3 считывающий импульс в моде  $\mathbf{k}_2$  включается при  $t = \tau = 350$  нс через 250 нс после окончания импульса, создающего решетку. Амплитуда рассеянного света  $E_1(t)$  нарастает до максимального значения в течение 50 нс. Увеличение амплитуды сигнала в промежутке от 350 до 400 нс обуславливается увеличением амплитуды считывающего поля.

Для проверки того, что считывающее излучение не вносит существенного вклада в распад решетки плотности, в эксперименте время начала считывания  $\tau$  изменялось. Для трех значений  $\tau$  поле рассеяния показано на рис. 4. Видно, что убывание  $\rho_1(t)$  не зависит от  $\tau$ .

В данных рис. 4 не прослеживается линейное нарастание глубины модуляции плотности, предсказанное формулой (7), для времен сразу после выключения стоячей волны. Причина состоит в нарушении приближения о мгновенном воздействии импульса стоячей волны. В выражении для  $\rho_1$  зависимость  $J_1(2\theta\omega_q t)$  достигает максимума за 150 нс, что сравнимо с продолжительностью импульса  $t_p = 100$  нс. Атомы, таким образом, некоторое время удерживаются минимумами потенциала  $U(z)$ . Убывание кривых рассеяния происходит



**Рис. 4.** Амплитуда света  $E_1(t)$  в канале рассеяния для различных моментов включения считывающего импульса  $\tau = 150$  нс (синий), 250 нс (красный) и 350 нс (черный)

за 210 нс по уровню  $1/e$ , что соответствует температуре 1.4 мК в предположении теплового механизма разрушения решетки.

#### 4. ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

В поле тяготения решетка плотности падает, сдвигаясь на величину  $z'(t)$ , что создает в  $\rho_1$  фазовый множитель  $e^{-iqz'}$ . Поскольку рассеяние света чувствительно к фазе  $\rho_1$ , появляется возможность измерить ускорение свободного падения  $g$ . Кроме того, наблюдение за эволюцией решетки на временах  $\gg 2\pi/\omega_q$  позволяет измерить  $\omega_q$  и, как следствие,  $\hbar/m$ . В обоих измерениях препятствием служит распад решетки из-за теплового движения, который, однако, обратим при помощи эффекта эха [11], позволяющего восстановить решетку в любой заданный момент времени. Эхо использовано для измерения  $g$  при помощи газа рубидия [6].

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создана короткоживущая решетка плотности в газе атомов лития, образующаяся в ответ на краткое включение стоячей оптической волны. Наблюдение решетки чувствительно к сдвигу относительно начального положения. Модуляция плотности газа лития может быть применена в атомной интерферометрии в комбинации с эффектом эха и колебаниями Блоха–Зенера, где полезна малая масса лития-6 и отсутствие  $s$ -взаимодействия в спинполяризованном газе.

**Благодарности.** Авторы благодарят К. А. Карпова за участие в начальном этапе работы.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-29-11025), в рамках госзадания FFUF-2023-0002 и ДК «Квантовые вычисления».

## ЛИТЕРАТУРА

1. P. L. Kapitza and P. A. M. Dirac, *Math. Proceed. of the Cambridge Phil. Soc.* **29**, 297 (1933).
2. S. Altshuler, L. M. Frantz, and R. Braunstein, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 231 (1966).
3. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, *Письма в ЖЭТФ* **21**, 346 (1975).
4. D. S. Weiss, B. C. Young, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2706 (1993).
5. В. А. Гринчук, А. П. Казанцев, Е. Ф. Кузин и др., *Письма в ЖЭТФ* **34**, 395 (1981).
6. S. B. Cahn, A. Kumarakrishnan, U. Shim et al., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 784 (1997).
7. A. D. Cronin, J. Schmiedmayer, D. E. Pritchard, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1051 (2009).
8. R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam et al., *Phys. Rev. A* **85** 013639 (2012).
9. V. Xu, M. Jaffe, C. D. Panda et al., *Science* **366**, 745 (2019).
10. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, *Письма в ЖЭТФ* **31**, 542 (1980).
11. Б. Я. Дубецкий, А. П. Казанцев, В. П. Чеботаев и др., *Письма в ЖЭТФ* **39**, 531 (1984).
12. В. Б. Махалов, А. В. Турлапов, *Письма в ЖЭТФ* **109**, 564 (2019).
13. В. А. Виноградов, К. А. Карпов, А. В. Турлапов, *КЭ* **51**, 490 (2021).

# ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕПУТЫВАЮЩИХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЕНТИЛЕЙ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА РИДБЕРГОВСКОЙ БЛОКАДЫ

*Л. В. Герасимов<sup>a,b\*</sup>, Д. В. Куприянов<sup>a</sup>, С. С. Страуне<sup>a,c</sup>*

*<sup>a</sup> Центр квантовых технологий, физический факультет,  
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119991, Москва, Россия*

*<sup>b</sup> Центр перспективных исследований, Санкт-петербургский университет  
195251, Санкт-Петербург, Россия*

*<sup>c</sup> Российский квантовый центр  
121205, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 10 марта 2023 г.,  
после переработки 6 апреля 2023 г.  
Принята к публикации 6 апреля 2023 г.

Проанализирована реализация квантового логического вентиля в системе холодных атомов, удерживаемых оптическими микроловушками. Проведено моделирование динамики двух спиновых кубитов, в котором рассматривается ряд процессов, ограничивающих эффективность механизма перепутывания на основе эффекта ридберговской блокады, и предложена геометрия двухфотонного возбуждения ридберговских состояний атомов, позволяющая повысить устойчивость системы к вариации ряда параметров, а также снизить потери, связанные с процессами некогерентного рассеяния управляющего излучения.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

**DOI:** 10.31857/S0044451023080023  
**EDN:**HZDZWJ

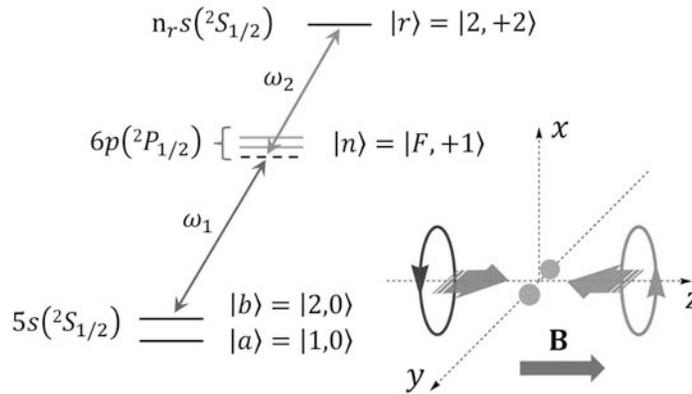
## 1. ВВЕДЕНИЕ

Массивы нейтральных атомов, удерживаемых оптическими микроловушками, являются весьма привлекательной физической платформой для реализации систем квантовой обработки информации, обладающей высоким потенциалом для масштабирования вплоть до нескольких сотен кубитов в одном массиве [1–4]. Разработанные на сегодняшний день методы индивидуального контроля спиновых и поступательных степеней свободы нейтральных атомов позволяют эффективно манипулировать состояниями одиночных кубитов, моделировать их динамику на квантовом уровне [5], а также обеспечить для них достаточно большое время спиновой когерентности [6–9].

Ключевой проблемой для работоспособности рассматриваемой платформы является низкая устойчивость и эффективность техники многокубитных логических операций, предполагающих создание перепутанных состояний между атомами. Разработанные на сегодняшний день протоколы перепутывания, основанные на эффекте ридберговской блокады [10–13], являются основным инструментом для существующих экспериментальных реализаций [14] и все еще демонстрируют относительно низкую достоверность как характеристику качества создаваемого перепутанного состояния.

В данной работе нами представлены результаты детального анализа различных физических механизмов, лежащих в основе спинового перепутывания атомов посредством эффекта ридберговской блокады. Разработанная модель продолжает наши исследования, изложенные в статье [15], и использована для проведения численного моделирования

\* E-mail: gerasimov\_lv@spbstu.ru



**Рис. 1.** Диаграмма энергетических переходов и геометрия возбуждения атомов  $^{87}\text{Rb}$  двумя встречными лучами управляющих полей, имеющих круговую  $\sigma_+$ -поляризацию. Ось квантования, задаваемая ориентацией внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}$  сонаправлена с осью ловушек  $z$ , что отмечено стрелкой фиолетового цвета. Участвующие в схемах возбуждения состояния указаны определенными значениями полного (суммарного углового для электрона и спинового для ядра) момента  $F_0 = 2, F = 1, 2, F_r = 2$  и их проекциями  $M_0 = 0, M = +1, M_r = +2$ . Рассматриваемая энергетическая конфигурация сводится к эффективной двухуровневой и позволяет проводить возбуждение одного из состояний кубита (в нашем случае  $|b\rangle$ ) в единственное ридберговское состояние  $|r\rangle$ , характеризуемое главным квантовым числом  $n_r \sim 50-100$

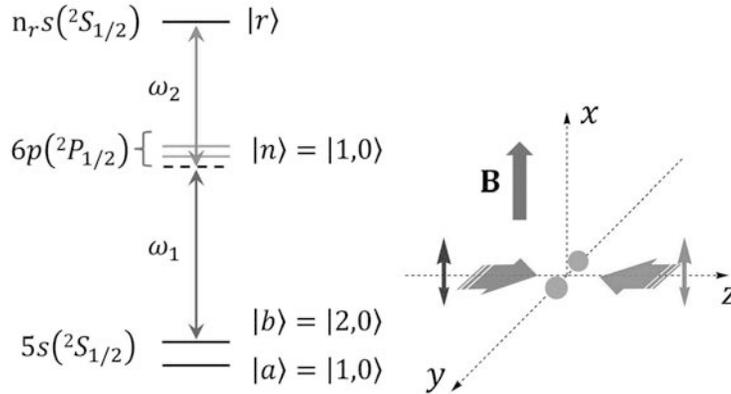
рассматриваемого протокола. В отличие от ряда предыдущих исследований, преимущественно фокусирующихся на квантовых вычислителях в многокубитных системах, мы были мотивированы выяснением физики процессов, способных ограничить эффективность процедуры перепутывания, достоверность которой является критически важным параметром для значительного числа предлагаемых на сегодняшний день систем квантовой обработки информации. Хотя в нескольких недавних работах были достигнуты значения достоверности двухкубитных операций на уровне 97–98% [16], для полноценной работы универсального квантового вычислителя эти величины все еще недостаточны, и в нашей работе исследован ряд трудностей, их причины и возможные пути их преодоления для дальнейшего усовершенствования квантовых логических систем.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПЕРЕПУТЫВАЮЩЕГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЕНТИЛЯ

Наряду с эффектом неидеальности ридберговской блокады (конечности блокадного сдвига), одним из основных источников ошибок двухкубитных логических операций является спонтанное рассеяние, которое неизбежно сопровождает когерентную динамику атома, возбуждаемого в ридберговское состояние в ходе двухфотонного процесса. Последний инициируется двумя одновременно включаемыми когерентными импульсами, имеющими различные несущие частоты: «синюю»  $\omega_1$  и «красную»  $\omega_2$ , и действующими через промежуточные состояния атома, которые обозначены на рис. 1 и 2 индексом  $n$ .

Проведенное нами численное моделирование основано на реалистичном описании всех этапов процесса взаимодействия и дало возможность оценить оптимальную длительность воздействия управляющих импульсов, а также соотношение частот Раби «синей» и «красной» мод, позволяющее повысить устойчивость протокола к флуктуациям их интенсивности и минимизировать некогерентные потери протокола в той или иной геометрии возбуждения. В частности, нами отмечена важная техническая деталь для практической реализации протокола, дающая возможность радикально снизить некогерентные потери, связанные с рассеянием управляющего излучения на промежуточных состояниях атомов, при использовании линейных  $\pi$ -поляризаций возбуждающих лучей. Часть потерь удастся избежать за счет того, что при возбуждении двухфотонного перехода  $\pi$ -поляризациями в нем будет задействовано лишь одно промежуточное состояние. Как следствие, такой базовый параметр квантово-перепутанного состояния на выходе логического вентиля CZ, как достоверность будет улучшен по сравнению со схемой возбуждения в круговых поляризациях. Сравнимые нами геометрии возбуждения изображены на рис. 1 и 2.

Проводя моделирование, мы фокусируемся на перепутывающем протоколе, изначально предложенном в работе [13], тогда как более современные модификации протокола CZ, основанного на эффекте ридберговской блокады, предлагают ряд средств для удобства отдельных аспектов его технической реализации, обобщения на большее количество перепутываемых кубитов, а также устойчивости к неко-



**Рис. 2.** То же, что на рис. 1, но в случае возбуждения линейными  $\pi$ -поляризациями. Мы предполагаем, что ось квантования, задаваемая ориентацией внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}$ , должна быть ориентирована в плоскости, ортогональной оси лувшек  $z$ , что отмечено стрелкой фиолетового цвета

торым шумам [16–18]. Тем не менее основные источники ошибок, а также сами физические механизмы, лежащие в основе процессов возбуждения атомов и их взаимодействия, сохраняются без качественных изменений. Таким образом, можно ожидать, что основные полученные нами результаты могут быть использованы также для оценки эффективности различных разрабатываемых сегодня перепутывающих протоколов.

Нами предполагается, что на контрольный атом, обозначаемый как  $A$ , последовательно действует два резонансных двухфотонных  $\pi$ -импульса, в паузе между которыми атом-мишень, обозначаемый как  $B$ , облучается аналогичным  $2\pi$ -импульсом. Воздействие последнего может быть заблокировано эффектом ридберговской блокады в том случае, если оба атома изначально находились в спиновом состоянии  $|b\rangle$ . В идеальном случае матрица плотности двухатомной системы трансформируется под действием диагонального унитарного оператора эволюции  $\text{diag}(+1, -1, -1, -1)$ , что с точностью до фазового множителя соответствует логической операции CZ. Параметр достоверности  $F$ , характеризующий качество перепутывания в реалистичных условиях, определяется как проекция полученной матрицы плотности на матрицу плотности «идеального» состояния:  $F = \langle \Psi | \hat{\rho} | \Psi \rangle_{AB}$ .

Эффективный гамильтониан, описывающий динамический процесс связывания состояния кубита  $|b\rangle$  с ридберговским состоянием  $|r\rangle$ , может быть записан с использованием базиса в импульсном пространстве  $\{|r, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{q}\}; |b, \mathbf{p}\rangle\}$  следующим образом:

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{q})^2}{2m} - \hbar\Delta & -\frac{\hbar\Omega_{eff}}{2} \\ -\frac{\hbar\Omega_{eff}^*}{2} & \frac{\mathbf{p}^2}{2m} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\hbar\mathbf{q} = \hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_2$  — импульс отдачи, сообщаемый

возбуждаемому в ридберговское состояние атому управляющими импульсами с волновыми векторами  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ ,  $\Omega_{eff}$  — эффективная частота Раби двухфотонного процесса. Двухфотонная отстройка  $\Delta = \omega_1 + \omega_2 - \omega_{rb} - \Delta_{LS}$  учитывает смещение соответствующих атомных состояний на величину световых сдвигов  $\Delta_{LS} = \Delta_r - \Delta_b$  под действием управляющих полей. В нее также может быть включен ридберговский сдвиг при моделировании эффекта блокады с учетом его конечности, например, на этапе действия  $2\pi$ -импульса на атом  $B$ . Отметим, что указанные величины определены в точке фокусировки управляющих лучей, принимаемой за начало отсчета  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ :

$$\begin{aligned} \Omega_{eff} &= \Omega_{eff}(\mathbf{0}) = -\frac{1}{2} \sum_n \frac{\Omega_{rn}^{(2)} \Omega_{nb}^{(1)}}{\Delta_n}, \\ \Delta_r &= \Delta_r(\mathbf{0}) = \frac{1}{4} \sum_n \frac{|\Omega_{rn}^{(2)}|^2}{\Delta_n}, \\ \Delta_b &= \Delta_b(\mathbf{0}) = \frac{1}{4} \sum_n \frac{|\Omega_{nb}^{(1)}|^2}{\Delta_n}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta_n \simeq -\omega_2 + \omega_{rn} \approx \omega_1 - \omega_{nb}$  — отстройка от промежуточных состояний  $|n\rangle$ , принимаемая нами приблизительно равной  $-3$  ГГц, а  $\Omega_{nb}^{(1)}$  и  $\Omega_{rn}^{(2)}$  определяют частоты Раби управляющих мод относительно тех или иных разрешенных переходов через промежуточные состояния  $|n\rangle$ . Полезным также оказывается ввести амплитуды управляющих полей  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  и приведенные частоты Раби,

$$\begin{aligned} \Omega^{(1)} &= 2|\langle J_n || d || J_0 \rangle| \mathcal{E}_1, \\ \Omega^{(2)} &= 2|\langle J_r || d || J_n \rangle| \mathcal{E}_2, \end{aligned} \quad (3)$$

определенные относительно приведенных матричных элементов соответствующих переходов, где  $J_0$ ,

$J_n, J_r$  — полные (спиновые и орбитальные) угловые моменты электрона в основном, промежуточном и ридберговском состояниях атома соответственно.

Наконец, остаточное движение атома в про-

странственно-неоднородном поле управляющих лучей может быть описано с помощью следующей поправки к эффективному гамильтониану, записанной также в импульсном представлении:

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} \hbar\Delta_r(\mathbf{0}) \left\{ \frac{\hbar^2}{z_{R2}^2} \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} + \frac{2\hbar^2}{w_{02}^2} \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} \Delta_{\perp} + \dots \right\} & -\frac{\hbar\Omega_{eff}}{2} \left\{ \frac{2\hbar}{z_*} \frac{\partial}{\partial p_z} + \frac{\hbar^2}{z_*^2} \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} + \frac{2\hbar^2}{w_*^2} \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} \Delta_{\perp} + \dots \right\} \\ -\frac{\hbar\Omega_{eff}^*}{2} \left\{ -\frac{2\hbar}{z_*} \frac{\partial}{\partial p_z} + \frac{\hbar^2}{z_*^2} \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} + \frac{2\hbar^2}{w_*^2} \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} \Delta_{\perp} + \dots \right\} & \hbar\Delta_b(\mathbf{0}) \left\{ \frac{\hbar^2}{z_{R1}^2} \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} + \frac{2\hbar^2}{w_{01}^2} \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} \Delta_{\perp} + \dots \right\} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Здесь  $\Delta_{\perp}$  — поперечный оператор Лапласа,  $w_{01}, w_{02}$  — перетяжки управляющих пучков в точке фокусировки,  $z_{R1,2} = \pi w_{01,2}^2 / \lambda_{1,2}$  — соответствующие длины Рэлея,  $\lambda_{1,2}$  — длины волн и для краткости введены следующие параметры:

$$\begin{aligned} \frac{2}{w_*^2} &= \frac{1}{w_{01}^2} + \frac{1}{w_{02}^2}, \\ \frac{2}{z_*} &= \frac{1}{z_{R1}} + \frac{1}{z_{R2}}, \\ \frac{2}{z_*^2} &\equiv \frac{1}{z_{R1}^2} + \frac{1}{z_{R2}^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где знак «степени» у  $z_*^2$  носит символический характер. Выражение поправки получено нами в результате разложения гауссовых профилей амплитуд вблизи точки фокусировки. В рамках предположения о бесконечном профиле волнового фронта управляющих полей ее вклад в динамику атомов будет пренебрежимо мал.

В проводимом нами расчете динамическая часть задачи, определяемая полным гамильтонианом  $\hat{H} + \hat{V}$ , в соответствии с соотношениями (1) и (2) может быть диагонализována и решена численным образом при переходе к представлению чисел заполнения, определяющих колебательные состояния атомных осцилляторов в оптических микроловушках, которые выключаются на период выполнения перепутывающей операции и включаются вновь по ее завершении. Таким образом, могут быть найдены «одночастичные» операторы эволюции, определяющие динамику как спиновых, так и поступательных степеней свободы из атомов  $A$  и  $B$  под действием  $\pi$ - и  $2\pi$ -импульсов управляющего излучения. Их последовательное действие на вектор начального состояния системы с последующим взятием следа по колебательным степеням свободы позволяет определить результирующую матрицу плотности двухатомной системы. Учет некогерентных эффектов: конечности времени жизни ридберговского состояния, а также спонтанного рассеяния на

промежуточных состояниях, проводится методом теории возмущений, как это описано в нашей предыдущей работе [15].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты проведенного моделирования представлены на рис. 3 и 4. Достоверность приготовления перепутанного состояния протоколом CZ была рассчитана как функция длительности  $\pi$ -импульса (рис. 3) при различных температурах продольного движения (поперечные степени свободы предполагаются охлажденными до основного колебательно-го состояния), а также для двух рассматриваемых схем возбуждения: с помощью управляющих полей с циркулярными (штриховые кривые) и линейными (сплошные кривые) поляризациями. Из представленных результатов расчета видно, что оптималь-

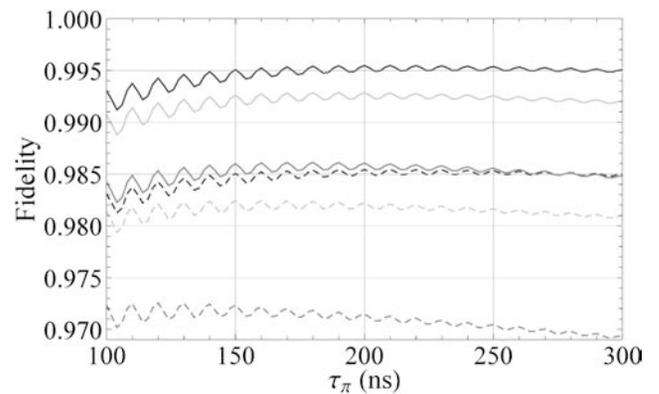


Рис. 3. Достоверность перепутанного состояния, приготовленного с помощью протокола CZ, инициируемого схемой возбуждения с круговыми (штриховые линии) или линейными (сплошные линии) поляризациями. Степени свободы поперечного движения атомов считаются «замороженными», однако продольное движение предполагается параметризованным различными величинами температуры  $T = 0$  мкК (синие кривые),  $T = 5$  мкК (зеленые),  $T = 10$  мкК (красные). Достоверность рассматривается как функция длительности  $\pi$ -импульса

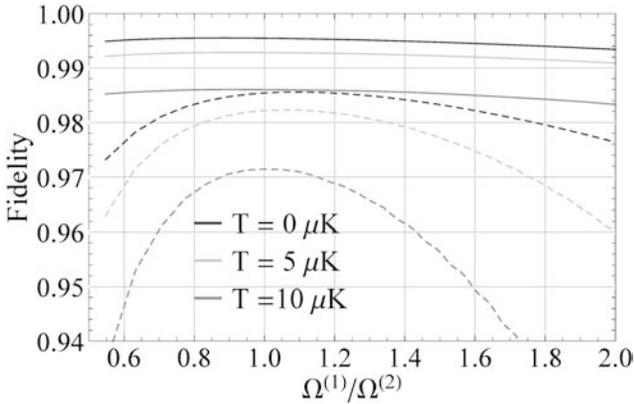


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но для достоверности, рассматриваемой как функция отношения частот Раби управляющих полей относительно приведенных матричных элементов соответствующих переходов

ной длительностью при температуре 5 мкК является  $\tau_\pi \sim 200$  нс. Данный результат превышает ранее полученное нами значение  $\sim 150$  нс [15], что обусловлено использованием в качестве промежуточного состояния  $6p(^2P_{1/2})$ , имеющего в разы большее время жизни, чем состояние  $5p(^2P_{1/2})$ , которое рассматривалось нами ранее. Для более коротких сигналов достоверность протокола снижается за счет эффекта утечки блокады. Более длительное выполнение протокола связано с более высоким вкладом некогерентных потерь. Наблюдаемые осцилляции связаны с зависимостью вероятности заселения дважды возбужденного ридберговского состояния от длительности воздействия управляющими полями.

Кроме того, нами проанализировано то, как достоверность протокола CZ зависит от соотношения амплитуд управляющих полей. На рис. 4 показана достоверность как функция отношения частот Раби «синей»  $\Omega^{(1)}$  и «красной»  $\Omega^{(2)}$  мод относительно приведенных матричных элементов соответствующих переходов, см. (3). Видно, что схема возбуждения линейными поляризациями (сплошные кривые) является менее чувствительной к рассматриваемому параметру, чем схема возбуждения с круговыми поляризациями (штриховые кривые). Для обеих схем возбуждения наблюдается максимум достоверности при  $\Omega^{(1)}/\Omega^{(2)} \sim 1$ , смещающийся при разных температурах вследствие эффекта остаточного движения атомов в пространственно-неоднородных полях управляющих пучков. Небольшие различия в положениях максимумов для разных схем возбуждения обусловлены участием в них разных дипольных переходов, а также тем, что в случае линейных поляризаций в схеме переходов участвует только одно промежуточное состояние.

Таблица. Вклад различных механизмов в ошибки протокола

Источники ошибок	$1 - \mathcal{F}$	
	$\sigma_+\sigma_+$	$\pi\pi$
Некогерентное рассеяние	0.0114	0.0014
Распад состояния $ r\rangle$	0.0021	0.0021
Утечка блокады	0.0012	0.0012
Эффект отдачи	0.0004	0.0004
Неоднородность пучков	0.0044	0.0025

В таблице нами сведены ошибки выполнения перепутывающей операции при температуре  $T = 5$  мкК, ширине перетяжки пучков  $w_{01} = w_{02} = 1.5$  мкм, блокадном сдвиге  $2\pi \cdot 50$  МГц и для  $\pi$ -импульса длительностью 200 нс, демонстрирующие относительный вклад различных механизмов, обуславливающих неидеальность протокола. Отклонения от единицы для достоверности оценены для двух рассматриваемых геометрий. Важно, однако, отметить, что приведенные в таблице значения носят лишь качественный характер и позволяют оценить только порядок величины ошибок, являющихся следствием того или иного механизма. Суммарные значения приведенных в таблице величин, вообще говоря, отличаются от значений в соответствующих точках на графиках рис. 3 и 4, где нами приводятся результаты полного моделирования протокола с одновременно действующими и потенциально коррелирующими между собой механизмами ошибок.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим, что построенная нами модель может быть использована для симуляции таких глобальных характеристик двухкубитных вентилей, как матрица истинности и матрица процесса. Полное квантовое томографирование двухкубитной операции предполагает расчет конечной матрицы плотности двухкубитной системы для 16 различных начальных состояний, см. [15].

Из проведенных симуляций видно, что даже использование рассмотренного нами базового протокола перепутывания позволяет достичь достоверности операции CZ на уровне порядка 99.5% при использовании оптимальной геометрии возбуждения с  $\pi$ -поляризациями управляющих полей, глубокого охлаждения атомов, а также оптимизации по параметрам частот Раби и длительности протокола. Вместе с тем создание универсального квантового вычислителя, позволяющего решать математи-

ческие задачи, представляющие практический интерес, требует более высоких значений параметра достоверности. Однако из приведенных нами в таблице результатов видно, что достигнутые показатели достоверности могут быть дополнительно улучшены. Так, негативное влияние пространственной неоднородности пучков может быть снижено оптимизацией их формы. Отбор задействованных в протоколе ридберговских состояний может снизить эффект утечки, а также влияние некогерентных эффектов. Некоторый ресурс для уменьшения вероятности неупругого рассеяния на промежуточных состояниях предоставляется варьированием отстройки управляющих полей, а также возможностью выбора состояний с большим временем жизни в качестве промежуточных. Безусловный интерес также представляет использование усовершенствованных вариантов перепутывающих протоколов, таких как предложенный в работе [16] и позволяющий сократить время реализации вентиля CZ, а также частично компенсировать эффект неидеальности ридберговской блокады за счет настройки двухфотонной отстройки [19]. Другим перспективным способом повысить эффективность перепутывающих операций является надлежащая модификация формы управляющих импульсов средствами оптимального управления квантовомеханическими процессами [20, 21].

**Финансирование.** Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 18-72-10039), а также госкорпорацией «Росатом» в рамках Дорожной карты «Квантовые вычисления» (договор № 868-1.3-15/15-2021 от 5.10.2021 и договор № P2154 от 24.11.2021).

## ЛИТЕРАТУРА

1. D. Bluvstein, H. Levine, G. Semeghini, T. T. Wang, S. Ebadi, M. Kalinowski, A. Keesling, N. Maskara, H. Pichler, M. Greiner, V. Vuletić, and M. D. Lukin, *Nature* **604**, 451 (2022).
2. T.-Y. Wu, A. Kumar, F. Giraldo, and D. S. Weiss, *Nature Phys.* **15**, 6 (2019).
3. T. M. Graham, M. Kwon, B. Grinkemeyer, Z. Marra, X. Jiang, M. T. Lichtman, Y. Sun, M. Ebert, and M. Saffman, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 230501 (2019).
4. P. Scholl, M. Schuler, H. J. Williams, A. A. Eberhart, D. Barredo, K.-N. Shymik, V. Lienhard, L.-P. Henry, T. C. Lang, T. Lahaye, A. M. Lauchli, and A. Browaeys, *Nature* **595**, 233 (2021).
5. L. V. Gerasimov, R. R. Yusupov, I. B. Bobrov, D. Shchepanovich, E. V. Kovlakov, S. S. Straupe, S. P. Kulik, and D. V. Kupriyanov, *Phys. Rev. A* **103**, 062426 (2021).
6. M. Saffman, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **49**, 202001 (2016).
7. L. Henriët, L. Beguin, A. Signoles, T. Lahaye, A. Browaeys, G.-O. Reymond, and C. Jurczak, *Quantum* **4**, 327 (2020).
8. X. Wu, X. Liang, Y. Tian, F. Yang, C. Chen, Y.-C. Liu, M. K. Tey, and L. You, *Chinese Phys. B* **30**, 020305 (2021).
9. C. Sheng, X. He, P. Xu, R. Guo, K. Wang, Z. Xiong, M. Liu, J. Wang, and M. Zhan, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 240501 (2018).
10. G. K. Brennen, C. M. Caves, P. S. Jessen, and I. H. Deutsch, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1060 (1999).
11. D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1975 (1999).
12. L. You and M. S. Chapman, *Phys. Rev. A* **62**, 052302 (2000).
13. D. Jaksch, J. I. Cirac, P. Zoller, S. L. Rolston, R. Côté, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2208 (2000).
14. X.-F. Shi, *Quant. Sci. Technol.* **7**, 023002 (2022).
15. L. V. Gerasimov, R. R. Yusupov, A. D. Moiseevsky, I. Vybornyi, K. S. Tikhonov, S. P. Kulik, S. S. Straupe, C. I. Sukenik, and D. V. Kupriyanov, *Phys. Rev. A* **106**, 042410 (2022).
16. H. Levine, A. Keesling, G. Semeghini, A. Omran, T. T. Wang, S. Ebadi, H. Bernien, M. Greiner, V. Vuletić, H. Pichler, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 170503 (2019).
17. M. Saffman, I. I. Beterov, A. Dalal, E. J. Pérez, and B. C. Sanders, *Phys. Rev. A* **101**, 062309 (2020).
18. I. I. Beterov, I. N. Ashkarin, E. A. Yakshina, D. B. Tretyakov, V. M. Entin, I. I. Ryabtsev, P. Cheinet, P. Pillet, and M. Saffman, *Phys. Rev. A* **98**, 042704 (2018).
19. I. Vybornyi, L. Gerasimov, D. Kupriyanov, S. Straupe, and K. Tikhonov, arXiv:2206.12171 [quant-ph] (2022).
20. А. Г. Бутковский, Ю. И. Самойленко, *Управление квантовомеханическими процессами*, Наука, Москва (1984).
21. T. H. Chang, T. N. Wang, H. H. Jen, and Y. C. Chen, arXiv:2303.16395 [quant-ph] (2023).

# РАЗЛЕТ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ БОЗОНОВ ИЗ МАГНИТНОЙ ЛОВУШКИ. КОММЕНТАРИЙ К СТАТЬЕ Е. А. КУЗНЕЦОВА, М. Ю. КАГАНА «СИММЕТРИЙНЫЙ ПОДХОД В ЗАДАЧЕ О РАСШИРЕНИИ ГАЗОВ В ВАКУУМ»

*П. Л. Чаповский\**

*Институт автоматизации и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

*Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 10 марта 2023 г.,  
после переработки 31 марта 2023 г.  
Принята к публикации 31 марта 2023 г.

Показано, что аргументы работы Е. А. Кузнецова и М. Ю. Кагана, ЖЭТФ 159, 794 (2021), не дают оснований сомневаться в достоверности стандартной диагностики бозе-эйнштейновской конденсации разреженных газов в ловушках по разлету конденсатов в вакуум.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

**DOI:** 10.31857/S0044451023080035  
**EDN:** HZIKRJ

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] выполнено теоретическое исследование расширения классических и квантовых газов из ловушки в вакуум и показано, что классические и квантовые газы могут иметь при разлете близкие формы. Поэтому, согласно [1], форма разлетающегося облака не может служить однозначным признаком достижения бозе-эйнштейновской конденсации (ВЕС). Вместо этого в работе [1] предложено детектировать ВЕС по появлению осцилляций плотности (колец Ньютона [1]) на границе расширяющегося облака — характеристики, которая существуют только у квантовых газов.

В Заключении работы [1] сказано: «Таким образом, разлет квантового газа должен приводить к появлению колец Ньютона, что в экспериментах как [2], так и [3, 4] не наблюдалось. Наблюдение таких осцилляций, по крайней мере на начальной ста-

дии разлета, было бы свидетельством того, что газ находится в квантовом состоянии».

Работа [1] претендует на изменение трактовки сотен экспериментов по ВЕС разреженных газов, в том числе ее первых наблюдений в работах [5–7]. В настоящем Комментарии показано, что аргументы работы [1] не дают оснований сомневаться в достоверности стандартной диагностики ВЕС разреженных газов в ловушках по разлету конденсатов в вакуум.

## 2. БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ КОНДЕНСАЦИЯ

Бозе-эйнштейновская конденсация была предсказана Эйнштейном в 1925 году. Для конденсации идентичных, невзаимодействующих между собой и свободных бозонов необходимо достижение фазовой плотности  $\rho$ , большей критической,

$$\rho \equiv n\lambda_{dB}^3 \geq 2.612, \quad (1)$$

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}.$$

Здесь  $\lambda_{dB}$ ,  $n$  и  $m$  — длина волны де Бройля частиц газа, плотность и масса бозонов,  $T$  — темпе-

\* E-mail: chapovsky@iae.nsk.su

ратура газа,  $h$  — постоянная Планка,  $k_B$  — постоянная Больцмана. Конденсация свободных бозонов осуществляется в низшем энергетическом состоянии с нулевым импульсом. Для бозонов в гармонической ловушке условие (1) необходимо выполнить в центре ловушки [8]. Конденсация бозонов в ловушке осуществляется в низшем энергетическом состоянии ловушки.

В существующих экспериментальных установках размер бозе-конденсата оказывается слишком мал для его детального изучения непосредственно в ловушке. Поэтому со времени открытия ВЕС разреженного газа в 1995 году стандартным методом диагностики состояния газа стало наблюдение разлета облака частиц после выключения ловушки.

Достижение критической фазовой плотности занимает центральное место во всех экспериментах по бозе-конденсации разреженных газов. Для этого разработана уникальная технология, которая позволяет охладить газ до температур порядка  $10^{-7}$  К, а фазовую плотность газа увеличить на 19 порядков. Опишем процедуру достижения критической фазовой плотности и бозе-конденсации в наших экспериментах [2, 9], в которых использовалась стандартная диагностика ВЕС. Из паров рубидия природного изотопного состава, находящихся при давлении порядка  $10^{-8}$  Торр и комнатной температуре (фазовая плотность  $\rho \sim 10^{-19}$ ), примерно  $3 \cdot 10^9$  атомов  $^{87}\text{Rb}$  захватываются в магнитооптическую ловушку и охлаждаются в ней до температуры порядка  $10^{-4}$  К. Далее, атомы рубидия помещаются в слабое однородное магнитное поле и оптически перекачиваются на зеemanовский уровень  $M_F = 2$  сверхтонкого состояния  $F_g = 2$  основного электронного состояния  $^{87}\text{Rb}$ . Атомы рубидия в этом состоянии можно удерживать консервативными магнитными ловушками. Далее, захваченные атомы адиабатически переносятся в глубокую квадрупольную магнитную ловушку и в ней транспортируются в высоковакуумную зону экспериментальной установки с низким давлением рубидия (фазовая плотность атомов в магнитной ловушке на этом этапе составляет  $\rho = 10^{-8} \dots 10^{-7}$ ). Квадрупольная магнитная ловушка при транспортировке атомов преобразуется в специальную магнитную ловушку QUIC [10], имеющую ненулевое магнитное поле в минимуме магнитного потенциала ловушки. Это необходимо для подавления потерь атомов из-за эффекта Майораны. Облако атомов в этой ловушке приобретает сигарообразную форму, вытянутую вдоль оси  $y$ . Атомы рубидия в нашей ловушке QUIC имеют частоты колебаний в радиальных направлениях  $\nu_x = \nu_z = 255$  Гц

и в аксиальном направлении  $\nu_y = 12.6$  Гц. В ловушке QUIC осуществляется финальное охлаждение атомов рубидия с помощью электромагнитного высокочастотного испарения, достигается фазовая плотность  $\rho \gg 1$  и происходит бозе-эйнштейновская конденсация атомов рубидия.

На всех этапах охлаждения фазовая плотность атомов рубидия в ловушке детектируется с помощью резонансного лазерного излучения. Для этого измеряется размер облака атомов рубидия непосредственно в магнитной ловушке, кинетическая энергия разлетающихся атомов и количество атомов. Состояние атомов в ловушке и при их разлете анализируется с помощью модели невзаимодействующих бозонов. Когда фазовая плотность меньше критической, такая модель из-за малой плотности атомов рубидия в ловушке является достаточно точной для целей оптимизации экспериментальной процедуры.

Детектирование характеристик атомов в ловушке с помощью разлетающегося облака иллюстрирует рисунок [9]. Когда фазовая плотность атомов в ловушке меньше критической, облако разлетающихся атомов приобретает сферическую форму (см. рисунок, левая колонка). При достижении критической фазовой плотности возникают радикальные изменения характеристик облака атомов рубидия: 1) фазовая плотность облака атомов рубидия в магнитной ловушке резко возрастает; 2) в разлетающемся облаке атомов становятся видны две фракции, «изотропная» и «анизотропная»; 3) наблюдается инверсия формы «анизотропной» фракции при разлете (см. рисунок, правая колонка).

Перечисленные эффекты имеют ясную физическую интерпретацию. Когда фазовая плотность меньше критической, атомы распределены по многим колебательным уровням ловушки и после ее выключения разлетаются изотропно. Резкое возрастание фазовой плотности обусловлено бозе-конденсацией в низшем квантовом состоянии атомов в ловушке. Изотропная фракция содержит неконденсированные в ловушке атомы рубидия. Анизотропная фракция содержит конденсированные в ловушке атомы рубидия.

Свойства анизотропной фракции проще всего понять на примере ВЕС невзаимодействующих бозонов в анизотропной гармонической ловушке. ВЕС в такой системе приводит к накоплению макроскопического количества атомов в основном состоянии ловушки. Бозоны в основном состоянии сигарообразной ловушки имеют высокую радиальную локализацию и низкую аксиальную локализацию. Рас-

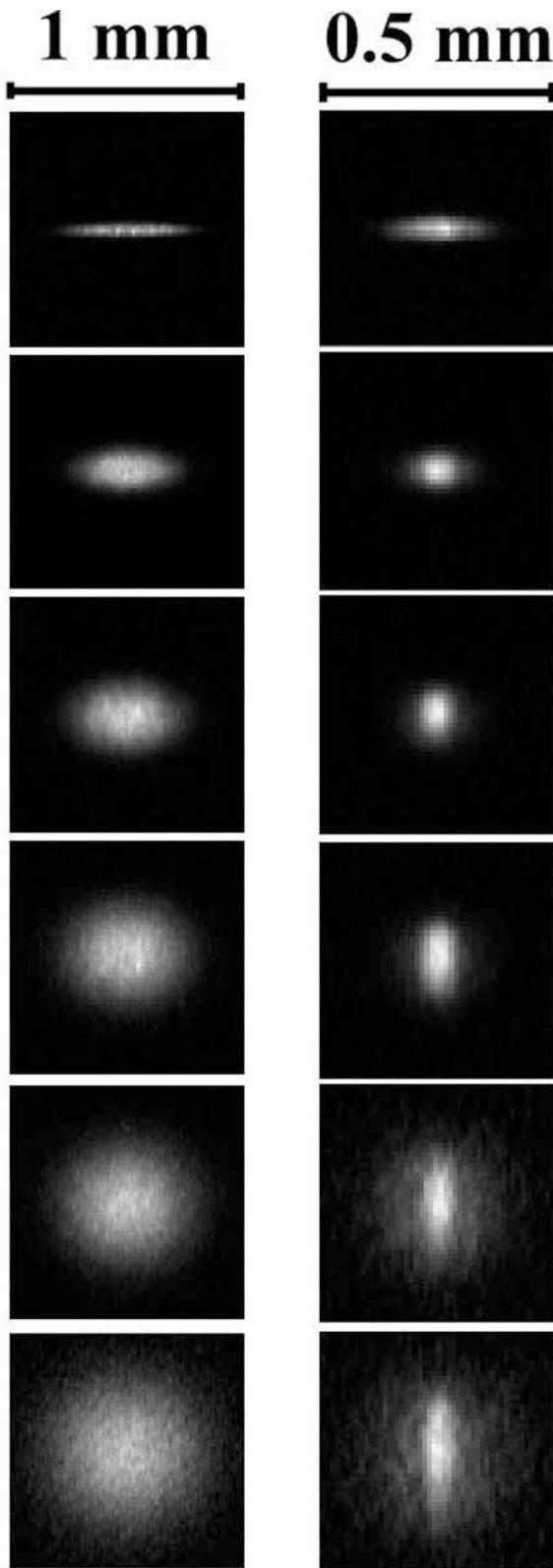


Рис. 1. Разлет атомов после выключения магнитной ловушки QUIC [9]. Левая колонка: атомы в ловушке имеют фазовую плотность меньше критической. Правая колонка: атомы в ловушке имеют фазовую плотность больше критической. Снимки сделаны с интервалом 5 мс

пределение по импульсам конденсированных бозонов имеет, согласно соотношению неопределенности, большую ширину в радиальном направлении и малую ширину в аксиальном направлении. После выключения ловушки форма облака атомов конденсата определяется импульсами атомов. Это приводит к превращению сигарообразного облака в тонкий диск с осью симметрии вдоль начального аксиального направления конденсата в ловушке.

Таким образом, в стандартной методике детектирование ВЕС осуществляется по факту достижения критической фазовой плотности бозонов в ловушке, а не по анизотропии разлета облака самого по себе, как полагают авторы работы [1]. Такую ошибку можно назвать логической. Действительно, существуют классические газы с анизотропным разлетом при расширении в вакуум, однако эти классические газы обладают низкой фазовой плотностью и не имеют отношения к бозе-конденсации. Отметим, что фазовая плотность газа в работе [1] не анализируется и даже не упоминается.

### 3. ОСЦИЛЛЯЦИИ ПЛОТНОСТИ

Работа [1] предсказывает существование нового физического эффекта — осцилляций плотности на границе расширяющегося в вакуум квантового газа. Для поиска этого эффекта в эксперименте понадобятся количественные оценки величины осцилляций плотности. Такие оценки в работе [1] не приводятся. Можно ожидать, однако, что эти осцилляции малы. Рассмотрим ВЕС невзаимодействующих между собой бозонов в анизотропной гармонической ловушке. Волновая функция такой системы вычисляется точно и совпадает с волновой функцией основного состояния трехмерного гармонического осциллятора [11]. Выключение ловушки приводит к анизотропному разлету облака бозонов без осцилляций [12]. Учет взаимодействия между конденсированными бозонами приводит к увеличению размеров конденсата в ловушке [11] и сглаживанию пространственных неоднородностей. Трудно ожидать больших осцилляций плотности и в такой системе.

Таким образом, отсутствие осцилляций плотности разлетающихся атомов рубидия в наших экспериментах [2, 9] логично объяснить малой величиной этого эффекта. На это указывает, в первую очередь, численный анализ разлета ВЕС на основе уравнения Гросса – Питаевского, проведенный в работе [2], в котором такие осцилляции не обнаружены. Осцилляции плотности не наблюдались и во всех других

известных нам экспериментах по разлету ВЕС. Наблюдение ВЕС непосредственно в ловушке [13] также не выявили осцилляций плотности.

#### 4. ВЫВОДЫ

В работе [1] предсказан новый физический эффект — осцилляции плотности на границе расширяющегося в вакуум бозе-конденсата. Такой эффект будет интересно обнаружить в будущем. Отметим, что в выполненных до сих пор экспериментах по ВЕС такие осцилляции плотности не обнаружены, по-видимому, из-за малой величины эффекта.

В работах [2, 9] сама постановка эксперимента и результаты измерений характеристик разлетающегося облака атомов рубидия свидетельствуют о достижении высокой фазовой плотности атомов в магнитной ловушке,  $\rho \gg 1$ . Из работ Эйнштейна [14, 15] известно, что ансамбли идентичных бозонов при фазовой плотности  $\rho \gg 1$  существуют в природе только в состоянии ВЕС.

Критерий Эйнштейна (1) является, по-видимому, необходимым и достаточным условием существования ВЕС разреженного газа. В соответствии с этим, технология создания ВЕС нацелена на достижение высокой фазовой плотности газа. Появление анизотропной фракции в разлетающемся облаке (наряду с другими особенностями) служит свидетельством достижения критической фазовой плотности. В стандартной диагностике ВЕС анизотропный разлет газа сам по себе (в отрыве от фазовой плотности газа) не считается доказательством достижения ВЕС. Эти обстоятельства убеждают нас в достоверности стандартной диагностики ВЕС.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Кузнецов, М. Ю. Каган, ЖЭТФ **159**, 794 (2021) [E. A. Kuznetsov and M. Yu. Kagan, JETP **132**, 704 (2021)].
2. Ю. В. Лиханова, С. Б. Медведев, М. П. Федорук, П. Л. Чаповский, Письма в ЖЭТФ **103**, 452 (2016) [Yu. V. Likhanova, S. B. Medvedev, M. P. Fedoruk, and P. L. Chapovsky, JETP Lett. **103**, 403 (2016)].
3. K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, Science **298**, 2179 (2002).
4. E. Elliott, J. A. Joseph, and J. E. Thomas, Phys. Rev. Lett. **112**, 040405 (2014).
5. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Science **269**, 198 (1995).
6. C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995).
7. K. B. Davis, M. O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
8. Y. Castin, in *Bose-Einstein Condensates in Atomic Gases: Simple Theoretical Results, Coherent Atomic Matter Waves*, ed. by R. Kaiser, C. Westbrook, and F. David, Springer, Berlin, (2001), pp. 1–136.
9. П. Л. Чаповский, Письма в ЖЭТФ **95**, 148 (2012) [P. L. Chapovsky, JETP Lett. **95**, 132 (2012)].
10. T. Esslinger, I. Bloch, and T. W. Hansch, Phys. Rev. A **58**, 2664 (1998).
11. F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
12. W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn, *Making, Probing and Understanding Bose – Einstein Condensates*, arXiv:cond-mat/9904034v2 (1999).
13. B. P. Anderson and M. A. Kasevich, Phys. Rev. A **59**, R938 (1999).
14. A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Phys. Math. Kl. **22**, 261 (1924).
15. A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Phys. Math. Kl. **23**, 3 (1925).

## ОТВЕТ НА КОММЕНТАРИЙ К РАБОТЕ «СИММЕТРИЙНЫЙ ПОДХОД В ЗАДАЧЕ О РАСШИРЕНИИ ГАЗОВ В ВАКУУМ»

*Е.А. Кузнецов<sup>a,b,c\*</sup>, М.Ю. Каган<sup>d,e</sup>*

<sup>a</sup> *Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук  
Москва, Россия*

<sup>b</sup> *Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук  
Черноголовка, Московская обл., Россия*

<sup>c</sup> *Сколковский Институт науки и технологии  
Сколково, Московская обл., Россия*

<sup>d</sup> *Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Москва, Россия*

<sup>e</sup> *Институт физических проблем им. П.Л. Капицы Российской академии наук  
Москва, Россия*

Поступила в редакцию 28 марта 2023 г.,  
после переработки 31 марта 2023 г.  
Принята к публикации 31 марта 2023 г.

Ответ на комментарий П. Л. Чаповского к работе «Симметричный подход в задаче о расширении газов в вакуум», ЖЭТФ **159**, 794 (2021).

DOI: 10.31857/S0044451023080047  
EDN:HZJHGL

Комментарий [1] к нашей работе [2] с нашей точки зрения основан на заключительном абзаце нашей статьи, который и стал предметом критики Чаповского. В нем содержится по сути ответ на данный комментарий. Приводим этот абзац полностью:

«Что касается разлета бозе-атомов, то в эксперименте [3] наблюдалась примерно та же самая последовательность изменения формы облака, что и в трехмерной задаче Анисимова–Лысикова. Это свидетельствует о том, что нормальная компонента играет в этом эксперименте более существенную роль, чем сверхтекучая компонента. Напомним, что одним из ключевых экспериментов по открытию бозе-эйнштейновских конденсатов газов щелочных элементов  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^{23}\text{Na}$ ,  ${}^{87}\text{Rb}$  [4–6] было определение функции распределения бозе-атомов при расширении газа в вакуум, после выключения оптической ловушки. Функция распределения имела бимодальную форму, которая соответствовала нормальной и

сверхтекучей компонентам. Для нормальной компоненты распределение по скоростям было широким — тепловым — максвелловского вида, а сверхтекучая компонента обладала более узким распределением с шириной, определяемой параметром взаимодействия (в смысле Гросса–Питаевского). При малых, но конечных температурах из-за падения плотности при разлете температура бозе-конденсации падает, что неизбежно должно приводить к росту числа атомов нормальной компоненты. По этой причине форма облака должна определяться нормальной компонентой, которую можно считать одноатомным газом. Холодная сверхтекучая компонента будет сосредоточена внутри расширяющегося облака. Для ферми-газов эта ситуация, по-видимому, также имеет место. В отличие от бозе-газов, переход к нормальной компоненте при разлете ферми газа будет сопровождаться также и разрушением куперовских пар. Таким образом, разлет квантового газа должен приводить к появлению колец Ньютона, что как в экспериментах [3], так и в [7] и [8] не наблюдалось. Наблюдение таких осцилляций, по крайней мере на начальной стадии разлета, было бы свидетельством того, что газ находится в квантовом состоянии.»

\* E-mail: kuznetso@itp.ac.ru

Во-первых, мы должны отметить, что не очень корректно сослалась на статью [3]. Более полное изложение эксперимента содержится в работе автора комментария [9]. Экспериментальные данные этой работы (см. рис. 6, правая колонка), приведенные также в тексте комментария, показывают, что при разлете квантового газа бозе-атомов (находящегося в конденсатном состоянии) в вакуум имеет место та же последовательность, что и для разлета ферми-газа [7]. Для ферми газа в унитарном пределе этот факт может и выглядеть естественно, поскольку в квазиклассическом пределе разлет такого газа соответствует идеальному газу с  $\gamma = 5/3$ . Как было показано впервые Анисимовым и Лысыковым [10], если начальное распределение идеального газа имеет форму банана, то асимптотически его форма деформируется в блин в поперечном направлении к начальному распределению. При разлете бозе-газа в вакуум, если он изначально находился в конденсатном состоянии, **последовательность форм должна быть другой**. В этом случае разлет бозе-газа может быть описан с помощью уравнения Гросса–Питаевского, для которого квазиклассический предел соответствует газу с  $\gamma = 2$ . Вопрос о гидродинамическом разлете для  $\gamma \neq 5/3$  был рассмотрен, в частности в книге [11], где можно найти соответствующие ссылки.

Заметим, что автор [1] в последующих работах [3, 12] использовал уравнение Гросса–Питаевского для описания двухкомпонентного разлета бозе-газа при конечной температуре, ниже критической, и получил осцилляции также для сверхтекучей компоненты. Мы не возражаем против этого результата и считаем его вполне естественным. При этом утверждение об уменьшении плотности атомов в центре разлетающегося облака требует более тщательного анализа и решения задачи с зацепляющимися уравнениями для профилей плотности конденсатных и надконденсатных частиц с учетом частого доминирования нормальной (тепловой) плотности во многих классических экспериментах (см. Комментарий [16] на работу автора [3] и обзор [17]).

Во-вторых, наша работа не претендует «на изменение трактовки сотен экспериментов по ВЕС» и на какую-либо ревизию в этой области, о чем пишет автор комментария на стр. 1. В наших работах (см. также [13–15]) рассмотрен разлет квантовых газов при температуре  $T \rightarrow 0$  со степенной зависимостью химпотенциала  $\mu$  от плотности  $n$  с показателем  $\nu = 2/d$ . Эксперимент [9], вообще говоря, не подпадает под эту теорию, за исключением того, что уже

написано выше про последовательность форм разлетающегося облака.

В наших работах сформулирована проблема о проявлении эффектов квантового давления при трехмерном разлете квантовых газов. Эта задача требует теоретических и численных исследований, равно как и выполнения соответствующих экспериментов. Следует отметить, что в численном эксперименте [18], моделирующем одномерный разлет бозе газа в вакуум в рамках уравнения Гросса–Питаевского, на краю облака наблюдаются осцилляции - аналог колец Ньютона в одномерной системе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. П. Л. Чаповский, ЖЭТФ **164**, XXX (2023).
2. Е. А. Кузнецов, М. Ю. Каган. ЖЭТФ **159**, 794 (2021) [JETP **132**, 704 (2021)].
3. Ю. В. Лиханова, С. Б. Медведев, М. П. Федорук, П. Л. Чаповский. Письма ЖЭТФ **103**, 452 (2016) [JETP Letters **103**, 403 (2016)].
4. M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell. *Science* **269**, 198 (1995).
5. C.I. C Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett, and R.G. Hulet. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
6. K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.R. Andrew, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
7. K.M. O'Hara, S.L. Hemmer, M.E. Gehm, S.R. Granade, and J.E. Thomas. *Science* **298**, 2179 (2002).
8. E. Elliott, J.A. Joseph, and J.E. Thomas. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 040405 (2014).
9. П.Л. Чаповский, Письма ЖЭТФ **95**, 148 (2012).
10. С.И. Анисимов, Ю.И. Лысыков, ПММ, **34** 926-929 (1970) [S. I Anisimov and Yu. I Lysikov, J. Appl. Math. and Mech. **34**, 882 (1970)].
11. S. I Anisimov and V. A Khokhlov, *Instabilities in Laser-Matter Interaction*, CRC Press Inc., Boca Raton-London-Tokyo (1995).

12. Ю.В. Лиханова, С.Б. Медведев, М.П. Федорук, П.Л. Чаповский. Письма в ЖЭТФ **100**, 935 (2014).
13. E.A. Kuznetsov, M. Yu. Kagan, A. V. Turlapov, arXiv:1903.04245 [cond-mat.quant-gas] (2019).
14. E.A. Kuznetsov, M. Yu. Kagan, A. V. Turlapov, Phys. Rev. **101**, 043612 (2020).
15. Е.А.Кузнецов, М.Ю. Каган, ТМФ **202**, 458 (2020).
16. А.И. Сафонов, И.И. Сафонов, И.С. Ясников, Комментарий к статье [3], Письма в ЖЭТФ, **103**, 896, (2016).
17. F. Dalfovo, S. Giorgini, L.P. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
18. S. K. Ivanov and A. M. Kamchatnov, Phys. Rev. A **99**, 013609 (2019).

# ПРЕЦИЗИОННАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ РИДБЕРГОВСКИХ СОСТОЯНИЙ ЩЕЛОЧНОЗЕМЕЛЬНЫХ АТОМОВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ

*И.Л. Глухов<sup>a\*</sup>, А.А. Каменский<sup>a</sup>, В.Д. Овсянников<sup>a</sup>, В.Г. Пальчиков<sup>b,c</sup>*

<sup>a</sup> Воронежский государственный университет  
394018, Воронеж, Россия

<sup>b</sup> Федеральное государственное унитарное предприятие "ВНИИФТРИ"  
141570, Московская область, Менделеево, Россия

<sup>c</sup> Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ  
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 марта 2023 г.,  
после переработки 18 апреля 2023 г.  
Принята к публикации 18 апреля 2023 г.

Определены условия расщепления резонанса электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) полем микроволнового излучения и рассчитаны частоты и амплитуды радиационных переходов между ридберговскими состояниями атомов щелочноземельных элементов группы IIa, необходимые для прецизионных измерений напряженности сверхвысокочастотного (СВЧ) электрического поля. Численные значения частот и матричных элементов аппроксимированы асимптотическими полиномами и табулированы для дипольных переходов между синглетными  $nS$ -,  $nP$ -,  $nD$ - и  $nF$ -состояниями с большими значениями главных квантовых чисел  $n$ .

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультратехнологических атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080059  
EDN:HZNВАС

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Современный арсенал лабораторной лазерной техники позволяет детектировать высоковольтные ридберговские состояния атомов с помощью одного или нескольких достаточно интенсивных излучений с частотами, настроенными в резонанс с энергиями внутриатомных переходов. Наиболее распространенным и эффективным практическим методом здесь является использование эффекта электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [1–5], в котором можно наблюдать расщепление резонанса ЭИП, обусловленное эффектом Ауслера–Таунса (АТ) [6, 7]. Эффект АТ соответствует расщеплению двух вырожденных квазиэнергети-

ческих состояний атома полем резонансной частоты [8, 9]. На практике расщепление АТ трансформируется в расщепление резонансного максимума ЭИП в спектре пробного излучения. По этому расщеплению можно однозначно определить количественные параметры СВЧ-излучения (напряженность электрического поля, частоту и амплитуду вынужденного резонансного перехода между ридберговскими состояниями атома) [10], опираясь на высокую чувствительность ридберговских состояний к внешним полям. Диапазоны частот СВЧ-излучений (радиочастотных, терагерцевых, микроволновых) совпадают с диапазоном частот  $\omega_R$  радиационных переходов между ридберговскими состояниями нейтральных атомов.

Если на атом, возбужденный в ридберговское состояние лазерными полями, подействовать полем СВЧ-излучения с частотой, совпадающей с частотой дипольного перехода в близкое ридберговское состояние, то эффект Ауслера–Таунса приведет к рас-

\* E-mail: GlukhovOfficial@mail.ru

щеплению энергии резонансно взаимодействующих квазиэнергетических состояний. Это расщепление трансформируется в расщепление резонанса ЭИП для детектирующей пробной волны, которое может служить основой для определения напряженности электрического поля СВЧ. В работах [10–14] продемонстрирована возможность создания приборов прецизионного измерения метрологических характеристик СВЧ-излучений на основе эффекта расщепления резонанса ЭИП на ридберговских состояниях атомов рубидия и цезия. Очевидно, эффекты СВЧ-индуцированного расщепления резонанса можно наблюдать и на других атомах. Таким образом, традиционные антенные методы измерения напряженностей электрических полей излучений в широком диапазоне частот от радиочастотных сотен мегагерц до микроволновых и терагерцовых вполне возможно заменить квантово-оптическими методами измерений, точность которых ограничена лишь неопределенностями численных значений частот и амплитуд радиационных переходов между ридберговскими состояниями атомов.

К настоящему времени численные расчеты частот и амплитуд выполнены для наиболее доступных на практике  $nS$ -,  $nP$ -,  $nD$ - и  $nF$ -серий ридберговских состояний щелочных атомов [14, 15]. Однако интерес и возможности экспериментальных исследований ридберговских состояний в атомах щелочноземельных элементов, возникшие в 1980-1990х годах, [1, 16, 17], позволяют предполагать, что и эти двухвалентные атомы являются вполне подходящими объектами для электрометрии радиочастотных и микроволновых полей. Несмотря на более сложную структуру энергетического спектра, в этих атомах имеются хорошо выраженные одноэлектронные серии ридберговских состояний с малыми орбитальными моментами высоковозбужденного электрона. В настоящей работе рассмотрены только одноэлектронные состояния высоковозбужденного атома без учета влияния каких-либо состояний с двумя возбужденными валентными электронами или с возбуждением электронов из внутренних оболочек щелочноземельного атома, поскольку энергии большинства из таких состояний располагаются выше потенциала одноэлектронной ионизации и являются автоионизационными.

Для определения основных характеристик расщепления резонанса ЭИП в спектре пробного (детектирующего) излучения необходимо знать главные характеристики вынуждаемого действием СВЧ-излучения радиационного перехода между близкими состояниями ридберговского электрона.

Таковыми характеристиками являются частота и амплитуда вероятности перехода. Для определения этих величин можно использовать хорошо развитый для расчетов амплитуд и восприимчивостей одноэлектронный метод квантового дефекта (МКД).

Ниже, в разд. 2 рассматривается зависимость расщепления частоты резонанса ЭИП пробного излучения от напряженности и частоты СВЧ-излучения, индуцирующего резонансное дипольное взаимодействие ридберговского состояния с ближайшим по энергии состоянием противоположной четности и расщепляющего энергию ридберговского резонанса. Демонстрируется отсутствие влияния на расщепление линейного доплеровского эффекта при коллинеарном распространении связывающего и пробного излучений.

В разд. 3 представлены численные значения ридберговских констант  $Ry_A$ , потенциалов одноэлектронной ионизации  $I_{pA}$  и коэффициентов асимптотического разложения для квантовых дефектов  $nS$ -,  $nP$ -,  $nD$ - и  $nF$ -серий синглетных ридберговских состояний атомов щелочноземельных элементов группы IIa, собранных из имеющихся данных литературы и/или полученных из существующих данных таблиц энергетических уровней [18, 19]. Поскольку с ростом главного квантового числа  $n$  потенциалы ионизации и расстояния между ближайшими уровнями на шкале энергий быстро убывают (как  $1/n^2$  и  $1/n^3$  соответственно), точность численных значений энергии, приводимых в таблицах, быстро убывает. Поэтому представление энергии связи уровня с помощью известной формулы Ридберга–Ритца

$$E_{nL} = I_{pA} - \frac{Ry_A}{(n - \mu_L)^2} \quad (1)$$

предоставляет возможность существенно снизить неопределенность численных значений частот СВЧ-переходов между близкими ридберговскими состояниями. При больших значениях  $n$  квантовый дефект  $\mu_L$  серии состояний с фиксированным значением орбитального момента  $L$  становится практически независимой от  $n$  константой, снижая таким образом неопределенность энергии (1) до не зависящих от  $n$  неопределенностей численных значений констант  $I_{pA}$  и  $Ry_A$  и позволяя получать численные значения энергии связи для неограниченного количества ридберговских уровней с произвольными значениями  $n$ .

В разд. 4 проводится численный расчет амплитуд дипольных радиационных переходов СВЧ-диапазона из  $nS$ - и  $nD$ -состояний, возбуждаемых связывающим излучением частоты

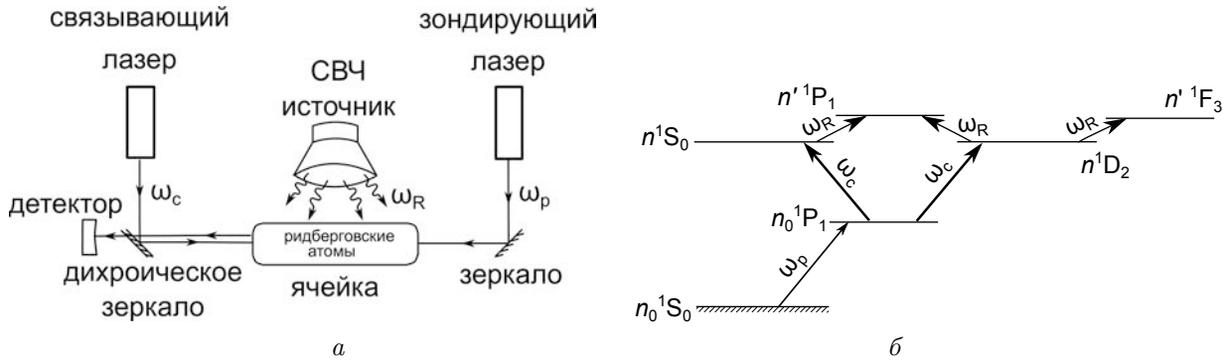


Рис. 1. (а) Принципиальная схема распространения пробного (р), связывающего (с) и СВЧ (R) (расщепляющего частоту ЭИП резонанса) пучков излучений, (б) схема энергетических уровней щелочноземельного атома в эксперименте по измерению напряженности электрического поля СВЧ-волны

$\omega_c = E_{nS(D)} - E_{n_0P}$ , обеспечивающим просветление (ЭИП) среды, интенсивно поглощающей пробное излучение на частоте  $\omega_p = E_{n_0P} - E_{n_0S}$  резонансного перехода из основного  $|n_0S\rangle$  в возбужденное состояние  $|n_0P\rangle$ .

Раздел 5 содержит основные выводы и перспективы дальнейшего использования выполненных работ для создания новых методов прецизионной спектроскопии ридберговских состояний щелочноземельных атомов и измерений основных характеристик СВЧ-излучения. В работе используется, если не оговорено специально, атомная система единиц  $e = m_e = \hbar = 1$ , в которой скорость света  $c = 137.036$  совпадает с обратной величиной постоянной тонкой структуры  $\alpha = 1/137.036$ .

## 2. РАСЩЕПЛЕНИЕ РЕЗОНАНСА ЭИП ИЗЛУЧЕНИЕМ СВЧ

Резонансная атомарная среда поглощает пробное излучение, переводя нормальные атомы в возбужденное состояние. При включении дополнительного достаточно сильного излучения накачки, связывающего возбужденное состояние с ридберговским состоянием, происходит сдвиг возбужденного состояния, приводя к отстройке резонанса поглощения пробной волны и превращая поглощающую среду в прозрачную. Этот эффект ЭИП имеет свой резонанс для частоты пробного излучения. Если изменить энергию связанного полем накачки ридберговского состояния, то произойдет одновременное изменение частоты резонанса ЭИП и для пробной волны.

Под действием СВЧ-излучения с частотой  $\omega_R = \omega_{nn'} + \epsilon$ , близкой к частоте  $\omega_{nn'} = E_n - E_{n'}$  дипольно-разрешенного перехода ( $\epsilon$  — отстройка от резонанса,  $|\epsilon| \ll \omega_R$ ) между ридберговскими

состояниями  $|n\rangle$  ( $|n\rangle \equiv |n^1S_0\rangle$  или  $|n\rangle \equiv |n^1D_2\rangle$ ) и  $|n'\rangle$  ( $|n'\rangle \equiv |n'^1P_1\rangle$  или  $|n'\rangle \equiv |n'^1F_3\rangle$ ) происходит расщепление двукратно вырожденного квазиэнергетического состояния в поле СВЧ, определяемое решением секулярного уравнения [8, 14, 15]

$$E_n^\pm = E_n \pm \Delta E(\epsilon, \Omega), \tag{2}$$

где

$$\Delta E(\epsilon, \Omega) = \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon^2 + \Omega^2}. \tag{3}$$

Здесь  $\Omega = F\mathcal{R}$  — амплитуда электродипольного СВЧ-перехода между ридберговскими вырожденными квазиэнергетическими состояниями,  $F$  — напряженность электрического поля излучения СВЧ,  $\mathcal{R} = \langle n'L' | z | nL \rangle$  — матричный элемент электрического дипольного перехода между состояниями  $|nL\rangle$  и  $|n'L'\rangle$ ,  $z$  — оператор проекции дипольного момента на направление вектора напряженности поля (ось  $z$ ). Это расщепление неизбежно трансформируется в расщепление частоты резонанса ЭИП для пробного излучения.

Покажем, что расщепление (3) в точности совпадает с расщеплением резонанса ЭИП для пробного излучения. Для этого выберем пробное и связывающее излучения с такими частотами, чтобы суммарная энергия их фотонов соответствовала условию резонанса ЭИП, то есть совпадала с энергией возбуждения синглетного ридберговского  $|nL\rangle$  состояния ( $L = 0$  или 2):

$$\omega_p + \omega_c = E_n. \tag{4}$$

При включении излучения СВЧ резонансная сумма энергий фотонов должна совпадать с энергией одного из расщепленных состояний (2)  $E_n^\pm$ . Очевидно, при неизменной энергии фотона связывающего излучения  $\omega_c$  резонансными для ЭИП

станут фотоны пробного излучения с частотами  $\omega_p^\pm = \omega_p \pm \Delta\omega^\pm$ . С учетом расщепления энергии ридберговского состояния (2) и линейного доплеровского сдвига для коллинеарного распространения пучков пробного и связывающего излучений при поперечном направлении излучения СВЧ (см. рисунок), условие резонанса (4) преобразуется к виду

$$\omega_p^\pm \left(1 + \frac{v}{c}\right) + \omega_c \left(1 \pm \frac{v}{c}\right) = E_n^\pm, \quad (5)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме,  $v$  — проекция вектора скорости теплового движения атома на направление пробного луча, знак «плюс» перед  $v$  во втором слагаемом в левой части (5) соответствует сонаправленному распространению связывающего излучения относительно пробного, «минус» — противоположно направленному. Оставив в левой и правой частях уравнения (5) только верхний (+) или только нижний (-) знак верхнего индекса резонансной частоты  $\omega_p^\pm$  ( $\Delta\omega^\pm$ ) и энергии  $E_n^\pm$ , а также воспользовавшись условием (4), записанным для атома в собственной системе отсчета (где  $v = 0$ ), получим два отдельных уравнения (пренебрегая квадратичными доплеровскими поправками и произведениями малых величин порядка  $v^2/c^2 \approx \Delta\omega^\pm v/c \approx \Delta E v/c$ ):

$$\begin{aligned} \Delta\omega^+ &= \Delta E - \frac{v}{c}(\omega_p \pm \omega_c) \\ \Delta\omega^- &= \Delta E + \frac{v}{c}(\omega_p \pm \omega_c) \end{aligned} \quad (6)$$

Сумма двух выражений (6) определяет полное расщепление резонанса как расстояние между резонансными частотами пробного излучения

$$\Delta\omega = \Delta\omega^+ + \Delta\omega^- = 2\Delta E = \sqrt{\epsilon^2 + \Omega^2}.$$

Таким образом, расщепление резонанса ЭИП для пробного излучения  $\Delta\omega$  в точности совпадает с расщеплением квазиэнергии смешанных резонансным излучением СВЧ ридберговских состояний  $E^+ - E^- = 2\Delta E$ . При этом линейные доплеровские сдвиги частот пробного и связывающего излучений не оказывают влияние на расщепление  $\Delta\omega$ . При точном совпадении частоты СВЧ-излучения с частотой перехода между ридберговскими состояниями ( $\epsilon = 0$ ) расщепление резонанса ЭИП для пробной волны совпадает с частотой Раби, пропорциональной напряженности  $F$  электрического поля СВЧ-излучения  $\Delta\omega = \Omega = F\mathcal{R}$ , откуда следует выражение для  $F$ :

$$F = \frac{\Delta\omega}{\mathcal{R}}. \quad (7)$$

Следовательно, расщепление резонанса ЭИП в спектре пробного излучения может служить осно-

вой для электрометрии радиочастотных и микроволновых полей, позволяющей создавать приборы для прецизионных измерений напряженности электрического поля СВЧ-излучений на основе спектрометрии ридберговских состояний атомов. Для осуществления этой цели необходимо знать основные характеристики — частоты  $\omega_R$  и амплитуды  $\mathcal{R}$  радиационных переходов между ридберговскими состояниями атомов. Последовательное решение этих задач, полученное к настоящему времени для атомов щелочных металлов [10–15], выполняется далее в разд. 3 и 4 настоящей работы для атомов щелочноземельных элементов группы IIa: Mg, Ca, Sr и Ba.

### 3. КВАНТОВЫЕ ДЕФЕКТЫ РИДБЕРГОВСКИХ СОСТОЯНИЙ

Численные значения частот радиационных переходов между связанными состояниями  $|n\rangle$  и  $|n'\rangle$  можно получить из численных значений энергий ридберговских состояний  $\omega_R = E_n - E_{n'}$ . Для этого можно использовать имеющиеся в настоящее время таблицы энергетических уровней, в первую очередь, наиболее надежные данные таблиц [18, 19]. Однако эти данные ограничены небольшими значениями главных квантовых чисел. Кроме того, ограничена и точность представленных данных (не более 8–9 десятичных знаков, из которых 4–5 знаков взаимно сокращаются в разности для ридберговских частот  $\omega_R$ ). Поэтому для уточнения и расширения информации о частотах  $\omega_R$  целесообразно использовать выражение (1) вместе с имеющимися в литературе наиболее точными данными для постоянной Ридберга. Отсутствующие в литературе численные значения  $Ry_A$  можно определить по универсальной константе  $R_\infty = 109737.3156853 \text{ см}^{-1}$  и массе атома  $M_A$ , выраженной в атомных единицах (в единицах массы электрона):

$$Ry_A = \frac{R_\infty}{1 + 1/M_A}. \quad (8)$$

Численные значения квантовых дефектов  $\mu_L$  можно представить в виде обычно используемой в литературе асимптотической формулы (см., например, [20, 21])

$$\mu_{nL} = \mu_0 + \frac{\mu_2}{(n - \mu_0)^2} + \frac{\mu_4}{(n - \mu_0)^4}, \quad (9)$$

**Таблица 1.** Численные значения постоянной Ридберга  $Ry_A$ , потенциалов ионизации  $Ip_A$  и констант, определяющих квантовые дефекты (9) синглетных ридберговских состояний атомов группы IIa

Серия $n^1L_J$	$\mu_{2q}$	АТОМ			
		Mg	Ca	Sr	Ba
$n^1S_0$	$\mu_0$	1.525367	2.34348	3.26919	4.21785
	$\mu_2$	-0.031	-1.28187	-0.1671	-7.49786
	$\mu_4$	1.364	50.7498	1.29955	235.476
$n^1P_1$	$\mu_0$	1.051333	1.88558	2.7295	3.72973
	$\mu_2$	-0.3679	-3.2409	-44.67	-2.32714
	$\mu_4$	0.874	-23.75	-157	15.0540
$n^1D_2$	$\mu_0$	0.61211	1.3405	2.3807	2.66969
	$\mu_2$	-3.147	-129.61	-39.41	-0.237472
	$\mu_4$	8.25	6014.4	-1090	-32.14157
$n^1F_3$	$\mu_0$	0.052167	0.096579	0.10061	0.1684204
	$\mu_2$	-0.253	-0.38546	-7.76224	-1.84912
	$\mu_4$	2.64	-44.44	767.83	17.34
$Ry_A, \text{см}^{-1}$		109734.8389	109735.8137	109736.6286	109736.8773
$Ip_A, \text{см}^{-1}$		61671.05	49305.924	45932.2036	42034.910

**Таблица 2.** Частоты электродипольных переходов между ридберговскими состояниями в атомах **магния**: из  $n^1S_0$  в  $(n-1)^1P_1$  состояние,  $\Delta E_{nSP} = E_{n^1S_0} - E_{(n-1)^1P_1}$ ; из  $n^1P_1$  в  $n^1S_0$  состояние,  $\Delta E_{nPS} = E_{n^1P_1} - E_{n^1S_0}$ ; из  $n^1D_2$  в  $n^1P_1$  состояние,  $\Delta E_{nDP} = E_{n^1D_2} - E_{n^1P_1}$ ; из  $n^1D_2$  в  $(n-1)^1F_3$  состояние,  $\Delta E_{nDF} = E_{n^1D_2} - E_{(n-1)^1F_3}$ ; из  $n^1F_3$  в  $n^1D_2$  состояние,  $\Delta E_{nFD} = E_{n^1F_3} - E_{n^1D_2}$

$n$	$\Delta E_{nSP}, \text{ГГц}$	$\Delta E_{nPS}, \text{ГГц}$	$\Delta E_{nDP}, \text{ГГц}$	$\Delta E_{nDF}, \text{ГГц}$	$\Delta E_{nFD}, \text{ГГц}$
20	571.966	477.1218	416.9461	418.0746	477.4629
50	30.87444	26.99313	24.37501	24.4245	30.00481
100	3.652925	3.242916	2.965115	2.97086	3.71924
150	1.062908	0.948387	0.870914	0.872584	1.09863
200	0.444385	0.397506	0.365839	0.366538	0.462750
Параметры интерполяционной формулы (10)					
$d_0, \text{ТГц}$	3462.1	3119.583	2890.37	2895.9	3683.71
$d_1$	5.27845	3.82238	2.4609	2.4592	1.0209
$d_2$	23.0984	12.97343	12.3934	12.793	-5.6515

где  $\mu_0, \mu_2, \mu_4$  — постоянные коэффициенты для заданной серии одноэлектронных состояний с фиксированным орбитальным моментом  $L$  конкретного атома. Численные значения этих констант, полученные из уравнения (1) путем интерполяции по имеющимся в [18, 19] численным значениям энергий и хорошо согласующиеся с имеющимися в литера-

туре данными для атомов группы IIa, приведены в табл. 1.

В расчетах констант  $\mu_0, \mu_2, \mu_4$  в формуле (9) использован стандартный метод полиномиальной интерполяции для квантовых дефектов, определяемых из выражений (1), (8), (9) по наиболее надежным численным значениям энергии, имеющимся в

**Таблица 3.** Частоты электродипольных переходов между ридберговскими состояниями в атомах **кальция**: из  $n^1S_0$  в  $(n-1)^1P_1$  состояние,  $\Delta E_{nSP} = E_{n^1S_0} - E_{(n-1)^1P_1}$ ; из  $n^1P_1$  в  $n^1S_0$  состояние,  $\Delta E_{nPS} = E_{n^1P_1} - E_{n^1S_0}$ ; из  $(n+1)^1P_1$  в  $n^1D_2$  состояние,  $\Delta E_{nPD} = E_{(n+1)^1P_1} - E_{n^1D_2}$ ; из  $(n-1)^1F_3$  в  $n^1D_2$  состояние,  $\Delta E_{nFD} = E_{(n-1)^1F_3} - E_{n^1D_2}$

$n$	$\Delta E_{nSP}$ , ГГц	$\Delta E_{nPS}$ , ГГц	$\Delta E_{nPD}$ , ГГц	$\Delta E_{nFD}$ , ГГц
20	668.536	533.621	134.423	-74.82507
50	33.4670	27.4886	22.6336	10.77464
100	3.86042	3.21369	3.00675	1.57442
150	1.11390	0.931695	0.895441	0.475588
200	0.463764	0.388840	0.377762	0.20156
Параметры интерполяционной формулы (10)				
$d_0$ , ТГц	3569.23	3016.92	2981.79	1592.87
$d_1$	7.70110	6.06633	4.25968	5.46546
$d_2$	45.3562	44.6778	-340.934	-659.629

**Таблица 4.** Частоты электродипольных переходов между ридберговскими состояниями в атомах **стронция**: из  $n^1S_0$  в  $(n-1)^1P_1$  состояние,  $\Delta E_{nSP} = E_{n^1S_0} - E_{(n-1)^1P_1}$ ; из  $n^1P_1$  в  $n^1S_0$  состояние,  $\Delta E_{nPS} = E_{n^1P_1} - E_{n^1S_0}$ ; из  $(n+1)^1P_1$  в  $n^1D_2$  состояние,  $\Delta E_{nPD} = E_{(n+1)^1P_1} - E_{n^1D_2}$ ; из  $n^1D_2$  в  $n^1P_1$  состояние,  $\Delta E_{nDP} = E_{n^1D_2} - E_{n^1P_1}$ ; из  $(n-2)^1F_3$  в  $n^1D_2$  состояние,  $\Delta E_{nFD} = E_{(n-2)^1F_3} - E_{n^1D_2}$

$n$	$\Delta E_{nSP}$ , ГГц	$\Delta E_{nPS}$ , ГГц	$\Delta E_{nPD}$ , ГГц	$\Delta E_{nDP}$ , ГГц	$\Delta E_{nFD}$ , ГГц
20	644.9847	744.404	594.143	574.582	183.868
50	29.9807	34.3302	37.9279	22.4285	16.0398
100	3.36669	3.89413	4.53420	2.50609	1.94882
150	0.962801	1.11830	1.3199112	0.719223	0.568275
200	0.399119	0.464555	0.551681	0.298911	0.237589
Параметры интерполяционной формулы (10)					
$d_0$ , ТГц	3030.51	3567.56	4245.84	2337.46	1798.65
$d_1$	10.35021	8.05610	7.97186	4.0283	11.5648
$d_2$	75.0531	106.588	-111.685	306.042	-304.176

литературе, в частности, в таблицах энергетических уровней [18, 19].

Данные табл. 1 позволяют рассчитать частоты переходов между синглетными ридберговскими состояниями, численные значения которых представлены в табл. 2–5 для атомов Mg, Ca, Sr и Ba. Наряду с численными значениями для переходов между ридберговскими состояниями с конкретными значениями главных квантовых чисел ( $n = 20, 50, 100, 150$  и  $200$ ), приводятся и численные значения коэффициентов асимптотического разложения для частот дипольных переходов между состояниями ридберговских серий со смежными

орбитальными моментами

$$\Delta E_{nLL'} \equiv E_{nL} - E_{n'L'} = \frac{d_0}{n^3} \left( 1 + \frac{d_1}{n} + \frac{d_2}{n^2} \right), \quad (10)$$

где  $L' = L \pm 1$ ,  $n' = n, n \pm 1, n \pm 2$  — орбитальное и главное квантовые числа ближайшего по энергии ридберговского состояния, в которое возможен дипольный радиационный переход из  $|n^1S_0\rangle$  или  $|n^1D_2\rangle$  состояния, возбуждаемого связывающим излучением из резонансного состояния  $|n_0^1P_1\rangle$ , в которое атом переходит из основного  $|n_0^1S_0\rangle$  состояния при поглощении фотона пробной волны (см. рис. 1 б). Первый из индексов  $L$  и  $L'$  соответствует состоянию

**Таблица 5.** Частоты электродипольных переходов между ридберговскими состояниями в атомах **бария**: из  $n^1S_0$  в  $(n-1)^1P_1$  состояние,  $\Delta E_{nSP} = E_{n^1S_0} - E_{(n-1)^1P_1}$ ; из  $n^1P_1$  в  $n^1S_0$  состояние,  $\Delta E_{nPS} = E_{n^1P_1} - E_{n^1S_0}$ ; из  $n^1D_2$  в  $(n+1)^1P_1$  состояние,  $\Delta E_{nDP} = E_{n^1D_2} - E_{(n+1)^1P_1}$ ; из  $n^1D_2$  в  $(n-3)^1F_3$  состояние,  $\Delta E_{nDF} = E_{n^1D_2} - E_{(n-3)^1F_3}$ ; из  $(n-2)^1F_3$  в  $n^1D_2$  состояние,  $\Delta E_{nFD} = E_{(n-2)^1F_3} - E_{n^1D_2}$

$n$	$\Delta E_{nSP}$ , ГГц	$\Delta E_{nPS}$ , ГГц	$\Delta E_{nDP}$ , ГГц	$\Delta E_{nDF}$ , ГГц	$\Delta E_{nFD}$ , ГГц
20	1002.874	661.686	159.536	651.4998	612.280
50	48.3070	21.0583	14.7077	31.3990	30.6607
100	5.312844	2.22191	1.78612	3.58531	3.55079
150	1.505813	0.626791	0.519408	1.03120	1.02623
200	0.621170	0.258352	0.216762	0.428652	0.427633
Параметры интерполяционной формулы (10)					
$d_0$ , ТГц	4586.02	2012.76	1631.58	3287.60	3303.32
$d_1$	16.1754	4.51813	13.1213	8.37691	6.93735
$d_2$	-23.731	561.623	-349.530	66.6017	54.3822

**Таблица 6.** Численные значения матричных элементов и коэффициентов интерполяционного полинома (12) для электродипольных переходов из ридберговских  $n^1S_0$  и  $n^1D_2$  состояний в атомах **магния**. Соответствующие частоты переходов представлены в табл. 2

$n$	$\langle n^1S_0   z   (n-1)^1P_1 \rangle$	$\langle n^1P_1   z   n^1S_0 \rangle$	$\langle n^1D_2   z   n^1P_1 \rangle$	$\langle n^1D_2   z   (n-1)^1F_3 \rangle$	$\langle n^1F_3   z   n^1D_2 \rangle$
20	199.306	235.5761	232.0898	203.8322	215.9874
50	1420.03	1578.0711	1505.1167	1417.8946	1313.8736
100	5922.69	6453.975	6083.41	5851.2619	5209.0052
150	13510.5	14627.87	13732.2	13296.988	11685.842
200	24183.4	26099.76	24451.43	23755.066	20744.372
Параметры интерполяционной формулы (12)					
$a_0$	2.49919	0.1620585	-2.694213	-3.11412	0.446855
$a_1$	-2.50080	-1.421768	-0.54864	-1.70341	0.4514861
$a_2$	0.617027	0.659599	0.6140971	0.6024717	0.516341

с большей энергией при достаточно больших  $n$ , так что  $\Delta E_{nLL'} > 0$ . Очевидно, коэффициенты  $d_0, d_1, d_2$  в (10) тесно связаны с константами разложения  $\mu_0, \mu_2, \mu_4$  для квантовых дефектов (9).

Обратим внимание на большие отрицательные значения коэффициентов  $d_2$ , связанные с резким изменением квантового дефекта  $\mu_D$  при малых значениях  $n$ . Такое поведение  $\mu_D$  обусловлено специфической спектральной структурой серий  $nD$  состояний в атомах группы IIa, обусловленных появлением двухэлектронных состояний с возбуждением электрона из внутренней D-оболочки. Влияние таких состояний приводит к тому, что соответствующие

энергии переходов  $nD-n'L'$  отрицательны и становятся положительными лишь при достаточно больших значениях  $n$ . В частности, для кальция частота перехода  $\Delta E_{nPD}$  становится положительной при  $n = 17$ , а  $\Delta E_{nFD}$  — при  $n = 24$ . У стронция  $\Delta E_{nPD}$  и  $\Delta E_{nFD}$  становятся положительными при  $n = 7$  и  $n = 13$ , соответственно.

Коэффициенты  $d_0, d_1, d_2$  асимптотического приближения (10) определены методом полиномиальной интерполяции по численным значениям сдвигов  $\Delta E_{nLL'}$ , полученным из расчетов энергий (1) для  $n = 20, 60, 120$  с использованием квантовых дефектов (9) с численными значениями коэффициентов

**Таблица 7.** Численные значения матричных элементов и коэффициентов интерполяционного полинома (12) для электродипольных переходов из ридберговских  $n^1S_0$  и  $n^1D_2$  состояний в атомах **кальция**. Соответствующие частоты переходов представлены в табл. 3

$n$	$\langle n^1S_0   z   (n-1)^1P_1 \rangle$	$\langle n^1P_1   z   n^1S_0 \rangle$	$\langle (n+1)^1P_1   z   n^1D_2 \rangle$	$\langle (n-1)^1F_3   z   n^1D_2 \rangle$
20	179.0652	218.175	269.820	264.9072
50	1342.061	1552.80	1503.69	1750.896
100	5694.125	6466.25	5939.22	7013.015
150	13062.75	14741.1	13389.80	15817.41
200	23447.90	26377.2	23857.07	28168.08
Параметры интерполяционной формулы (12)				
$a_0$	6.55853	0.716357	83.2064	31.05359
$a_1$	-3.45558	-2.57196	-1.74088	-1.025913
$a_2$	0.6033124	0.6722726	0.6030102	0.7084552

**Таблица 8.** Численные значения матричных элементов и коэффициентов интерполяционного полинома (12) для электродипольных переходов из ридберговских  $n^1S_0$  и  $n^1D_2$  состояний в атомах **стронция**. Соответствующие частоты переходов представлены в табл. 4

$n$	$\langle n^1S_0   z   (n-1)^1P_1 \rangle$	$\langle n^1P_1   z   n^1S_0 \rangle$	$\langle (n+1)^1P_1   z   n^1D_2 \rangle$	$\langle n^1D_2   z   n^1P_1 \rangle$	$\langle (n-2)^1F_3   z   n^1D_2 \rangle$
20	182.0592	175.777	168.3352	189.7896	236.9892
50	1440.259	1347.17	1042.346	1508.364	1617.280
100	6219.836	5720.67	4313.597	6385.609	6688.760
150	14351.47	13121.0	9847.389	14615.49	15228.09
200	25835.09	23548.2	17643.33	26197.94	27235.36
Параметры интерполяционной формулы (12)					
$a_0$	12.73516	0.4978125	33.6385	-16.24257	13.6446
$a_1$	-4.97004	-3.33483	-2.45126	-3.03424	-2.60574
$a_2$	0.6704106	0.605366	0.4525084	0.6705275	0.693569

$\mu_0, \mu_2, \mu_4$  из табл. 1. При этом относительная погрешность приближенной формулы (10) с константами  $d_0, d_1, d_2$  из табл. 2–5 в области  $10 < n < 500$  не превышает 0.01%.

#### 4. АМПЛИТУДА СВЧ-ПЕРЕХОДА МЕЖДУ РИДБЕРГОВСКИМИ СОСТОЯНИЯМИ

Здесь предполагается, что все три излучения (коллинеарные пробное и связывающее, а также поперечное к ним излучение СВЧ, см. рис. 1 а) поляризованы линейно вдоль оси  $z$ . Поэтому магнитные квантовые числа всех рассматриваемых состояний: основного  $|n_0S\rangle$ , резонансного  $|n_0P\rangle$ , а так-

же ридберговских  $|nL\rangle$  и  $|n'L'\rangle$  — одинаковы и совпадают с магнитным квантовым числом основного состояния  $M_0 = 0$ . Выполнив интегрирование по угловым переменным ридберговского электрона стандартными методами квантовой теории углового момента [22], матричный элемент  $\mathcal{R} = \langle n'L' | z | nL \rangle$  можно записать через радиальный матричный элемент  $\langle n'L' | r | nL \rangle$  в виде:

$$\mathcal{R} = \frac{L + L' + 1}{2\sqrt{(2L + 1)(2L' + 1)}} \langle n'L' | r | nL \rangle. \quad (11)$$

Расчет матричного элемента  $\langle n'L' | r | nL \rangle$  можно выполнить одним из хорошо апробированных полупырических методов — методом модельного потенциала Фьюса (МПФ) или методом квантового де-

**Таблица 9.** Численные значения матричных элементов и коэффициентов интерполяционного полинома (12) для электродипольных переходов из ридберговских  $n^1S_0$  и  $n^1D_2$  состояний в атомах *бария*. Соответствующие частоты переходов представлены в табл. 5

$n$	$\langle n^1S_0   z   (n-1)^1P_1 \rangle$	$\langle n^1P_1   z   n^1S_0 \rangle$	$\langle n^1D_2   z   (n+1)^1P_1 \rangle$	$\langle n^1D_2   z   (n-3)^1F_3 \rangle$	$\langle (n-2)^1F_3   z   n^1D_2 \rangle$
20	134.5930	184.8053	228.085	154.785	178.836
50	957.7323	1640.46	1630.520	1251.238	1255.518
100	4147.729	7195.95	6832.794	5393.76	5220.82
150	9613.958	16661.49	15625.76	12435.83	11892.89
200	17356.35	30036.83	28009.93	22377.68	21271.36
Параметры интерполяционной формулы (12)					
$a_0$	43.9670	-4.98649	18.93956	8.27385	-3.03226
$a_1$	-4.48701	-6.19155	-3.675310	-4.13626	-1.89655
$a_2$	0.4552463	0.7820094	0.7181385	0.579911	0.5413512

факта (МКД) [9, 23]. В обоих методах радиальные волновые функции записываются в виде полиномов с аргументом, пропорциональным радиальной переменной  $r$ . При этом коэффициенты при старших степенях  $r$  в волновых функциях МКД и МПФ одинаковы. Интегрирование по  $r$  в обоих методах приводит к аналитическим выражениям для  $\langle n^1L' | r | n^1L \rangle$  в виде двукратных сумм от обобщенных гипергеометрических функций [24, 25].

Результаты численных расчетов дипольных матричных элементов (11) с помощью волновых функций МКД в области главных чисел  $n > 15$  отличаются от результатов МПФ не более, чем на 1% и хорошо согласуются с наиболее надежными данными литературы. Различие между результатами расчетов в рамках МКД и МПФ снижается с ростом главных и орбитальных квантовых чисел. Матричные элементы переходов между близкими по энергии ридберговскими состояниями, в том числе и переходов, частоты которых представлены в табл. 2–5, пропорциональны квадрату главного квантового числа. Поэтому все рассчитанные величины матричных элементов (11) удобно аппроксимировать квадратичным полиномом

$$R(n) = a_0 + a_1n + a_2n^2, \quad (12)$$

коэффициенты которого можно определить с помощью стандартной процедуры полиномиальной интерполяции. Коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , полученные по численным значениям матричного элемента (11) для состояний с  $n = 50, 100$  и  $150$ , представлены в табл. 6–9. Значения полинома (12), получаемые с использованием этих коэффициентов, согласуются с

результатами прямых расчетов матричного элемента (11) в области от  $n = 20$  до  $n = 500$  с относительной погрешностью менее 1%.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными результатами настоящей работы являются численные значения частот и матричных элементов радиационных переходов между ридберговскими состояниями синглетных серий энергетических уровней с малыми орбитальными моментами  $L \leq 3$  атомов щелочноземельных элементов Mg, Ca, Sr и Ba. Результаты расчетов представлены в табл. 1–9 вместе с коэффициентами полиномов асимптотических аппроксимаций (10) и (12), позволяющих использовать полученные данные для произвольных значений главных квантовых чисел  $n > 15$  ридберговских состояний. Продемонстрировано отсутствие влияния линейного эффекта Доплера на расщепление частоты резонанса в ЭИП при коллинеарном распространении связывающего и пробного излучений, что позволяет обеспечить возможность измерения характеристик СВЧ-излучения в парах щелочноземельных атомов при любой температуре.

В таблицах представлены частоты и матричные элементы радиационных дипольных переходов под действием резонансного излучения СВЧ из ридберговских состояний  $n^1S_0$  и  $n^1D_2$  (в одном из которых атом может оказаться при возбуждении фотонами пробного и связывающего излучений) в ближайшие по энергии состояния  $n^1P_1$  и

$n^1F_3$  (см. рис. 1 б). Очевидно, что коэффициенты асимптотических аппроксимаций (10) для таких резонансных частот тесно связаны с коэффициентами разложения (9) для квантовых дефектов. Однако, численные значения асимптотических коэффициентов  $\mu_0, \mu_2, \mu_4$  в (9) определяются при интерполяции по энергиям состояний одной и той же спектральной серии с фиксированным орбитальным моментом, а коэффициенты  $d_0, d_1, d_2$  в (10) определяются при аппроксимации частот переходов между состояниями из разных серий. Поэтому взаимно однозначного соответствия между коэффициентами  $d$  и  $\mu$  может и не быть, а указанные наборы коэффициентов можно считать взаимно независимыми. С помощью представленных в табл. 2–5 данных можно найти значения главных и орбитальных квантовых чисел ридберговских уровней, энергия перехода между которыми  $\Delta E_{nLL'}$  будет совпадать с энергией фотона СВЧ-излучения заданной частоты  $\omega_R$ . Тогда по численным данным табл. 6–9 достаточно определить амплитуду (12) радиационного перехода  $\mathcal{R}$ , а по расщеплению резонанса ЭИП для зондирующей (пробной) волны  $\Delta\omega = \Omega$ , совпадающей с частотой Раби для аултер-таунсовского смешивания ридберговских состояний  $\Omega = F\mathcal{R}$ , определить напряженность (7) электрического поля излучения СВЧ.

В заключение необходимо отметить полное совпадение результатов измерений электромагнитных характеристик излучения СВЧ квантово-оптическими приборами, разработанными на основе использования ридберговских состояний атомов рубидия [14], с результатами измерений, основанных на использовании действующих в настоящее время эталонов электромагнитных полей радиочастотного диапазона [26–28]. Поэтому полученные в настоящей работе результаты могут быть использованы в качестве источников количественной информации для дальнейших разработок метрологических стандартов измерения характеристик СВЧ-излучений.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках Госзадания по проекту FZGU-2023-0007.

## ЛИТЕРАТУРА

1. K.-J. Boiler, A. Imamoglu, and S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **66**, 2593 (1991).
2. M. D. Lukin, M. Fleischhauer, R. Cote, et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 037901 (2001).
3. S. Mauger, J. Millen and M. P. A. Jones, J. Phys. B: At. Mol. Phys. **40**, F319 (2007).
4. A. K. Mohapatra, T. R. Jackson, and C. S. Adams, Phys. Rev. Lett. **98**, 113003 (2008).
5. M. Reetz-Lamour, J. Deiglmayr, T. Amthor, et al., New J Phys. **10**, 045026 (2008).
6. S. R. Autler and C. R. Townes, Phys. Rev. **100**, 703 (1955).
7. C. N. Cohen-Tannoudji. *The Autler-Townes Effect Revisited*. In: *Amazing Light*, ed. by R. Y. Chiao, Springer, New York (1996).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1974) §§ 39, 40.
9. N. L. Manakov, V. D. Ovsiannikov, L. P. Rapoport, Phys. Rep. **141**, 319 (1986).
10. J. A. Sedlacek, A. Schwettmann, H. Kubler, et al., Nature Physics **8**, 819 (2012).
11. J. A. Gordon, C. L. Holloway, A. Schwarzkopf, et al., Applied Phys. Lett **105**, 024104 (2014).
12. D. A. Anderson, G. Raithel, Appl. Phys. Lett. **111**, 053504 (2017).
13. M. T. Simons, J. A. Gordon, C. L. Holloway, Applied Optics **57**, 6456 (2018).
14. Е. Ф. Стельмашенко, О. А. Клезович, В. Н. Барышев и др., Оптика и спектроскопия **128**, 1063 (2020).
15. V. D. Ovsiannikov, V. G. Pal'chikov, I. L. Glukhov, Photonics **9**, 635 (2022).
16. R. Beigang, K. Luicke, D. Schmidt, et al, Phys. Scripta **26**, 183 (1982).
17. H. Rinneberg, J. Neukammer, A. Konig, et al., Hiperfine Interactions **38**, 515 (1987).
18. Yu. Ralchenko, A. Kramida, J. Reader and NIST ASD Team. NIST Atomic Spectra Database (version 4.1), [Online]. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD; <http://physics.nist.gov/asd>

19. Информационная система «Электронная структура атомов». Новосибирский государственный университет. Институт автоматизации и электрметрии СО РАН; <http://grotrian.nsu.ru>
20. W. C. Martin, J Opt Soc Am **70**, 784 (1980).
21. F. Robicheaux, J Phys B **52**, 244001 (2019).
22. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
23. И. И. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров*, Наука, Москва (1977).
24. I. L. Glukhov, A. A. Kamenski, V. D. Ovsiannikov, J. Quant. Spectr. Rad. Trans. **280**, 108068 (2022).
25. Е. Ю. Ильинова, В. Д. Овсянников, *Оптика и спектроскопия* **105**, 709 (2008).
26. С. А. Колотыгин, В. А. Тищенко, Л. Н. Брянский, *Измерительная техника* № 12, 27 (2001).
27. В. А. Тищенко, В. И. Токачлы, В. И. Лукьянов, *Измерительная техника* № 8, 78 (2003).
28. В. А. Тищенко, В. И. Токачлы, В. И. Лукьянов, *Измерительная техника* № 9, 39 (2003).

# ДВУМЕРНАЯ МАГНИТО-ОПТИЧЕСКАЯ ЛОВУШКА ДЛЯ СОЗДАНИЯ ПОТОКА ХОЛОДНЫХ АТОМОВ ТУЛИЯ

М. О. Яушев <sup>a,b\*</sup>, Д. А. Мишин <sup>a</sup>, Д. О. Трегубов <sup>a</sup>, Д. И. Проворченко <sup>a</sup>,

Н. Н. Колачевский <sup>a,c</sup>, А. А. Головизин <sup>a\*\*</sup>

<sup>a</sup> Физический институт им. П.Н.Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия

<sup>b</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет)  
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия

<sup>c</sup> Международный центр квантовых технологий  
121205, Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 марта 2023 г.,  
после переработки 12 марта 2023 г.  
Принята к публикации 17 марта 2023 г.

Предложен дизайн источника холодных атомов тулия на основе двумерной магнито-оптической ловушки и проведено численное моделирование его работы. Были найдены оптимальные параметры охлаждающего излучения и магнитного поля и показано, что при полной мощности излучения 50 мВт и температуре атомной печи 800 К предложенная конфигурация может обеспечить поток в  $4 \cdot 10^8$  холодных атомов в секунду, а при повышении температуры печи поток может достигать значений порядка  $10^{11}$  ат./с. Такой источник может быть использован как для создания стандартов частоты, так и в задачах, связанных с квантовыми симуляторами и получением конденсата Бозе – Эйнштейна.

Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.

DOI: 10.31857/S0044451023080060  
EDN:HZODYX

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие методов работы с квантовыми системами открыло доступ к широкому спектру их применений. Лазерно-охлажденные атомы и ионы используются в квантовой сенсорике [1], гравиметрии [2,3], квантовых симуляторах и квантовой информатике [3–6]. Как ионные [8,9], так и атомные [4] стандарты частоты демонстрируют уровень неточности и нестабильности ниже нескольких единиц  $10^{-17}$ , при этом все большее значение приобретают надежность и компактность таких систем. Многие современные наработки в рассматриваемых сферах нацелены на уменьшение размеров, потребляемой мощности и повышение срока службы установок.

В области стандартов частоты интерес к компактизации устройств обусловлен расширением сферы их применения [11]. Сличение оптических ча-

сов, расположенных в различных точках пространства, позволяет фиксировать разницу гравитационного потенциала, что может быть использовано для построения карты гравитационного поля Земли. В дальнейшем такие данные можно применять для разработки новых методов навигации и поиска месторождений полезных ископаемых. Среди лидеров в данном направлении следует перечислить установки на основе атомов стронция [12,13] и ионов кальция [14], также ведутся работы по созданию транспортируемого репера частоты на основе атомов тулия [15].

Как атомные, так и ионные стандарты частоты демонстрируют схожие характеристики, и при выборе платформы для транспортируемого стандарта следует учесть два принципиальных отличия, связанных с методом захвата и удержания частиц. При работе с нейтральными атомами спектроскопия часового перехода проводится в оптической решетке при типичном значении в  $10^4$ – $10^5$  захваченных частиц. Поскольку ионы взаимодействуют между собой посредством сильного кулоновского взаимодействия, в ионных стандартах частоты ограничива-

\* E-mail: iaushev.mo@phystech.edu

\*\* E-mail: artem.golovizin@gmail.com

ются лишь несколькими захваченными частицами, а чаще всего работают с единственным ионом. Таким образом, атомные стандарты позволяют быстрее накапливать статистику и добиваться требуемого уровня нестабильности за существенно меньшее время. С другой стороны, время жизни ионов в ловушке на несколько порядков превышает время жизни атомов в решетке, а размеры вакуумной камеры для работы с магнито-оптической ловушкой (МОЛ) зачастую превосходят аналогичные размеры для работы с радиочастотной ионной ловушкой, которая не требует такого широкого оптического доступа. Для некоторых атомов разработаны компактные схемы захвата и лазерного охлаждения, например, для атомов рубидия был получен ансамбль магнито-оптических ловушек на чипе с использованием кремниевых пирамидальных структур [16] и ловушка, сформированная единственным пучком с помощью дифракционной решетки [17], однако основной класс элементов, на которых ведутся исследования, требует создания полноразмерных вакуумных камер, а в большинстве экспериментов с щелочноземельными и редкоземельными элементами необходимо использовать зеemanовский замедлитель, что дополнительно увеличивает габариты установок. Также в некоторых случаях чувствительность переходов в атомах к тепловому излучению требует охлаждения частей установки до криогенных температур, что дополнительно усложняет схему эксперимента и увеличивает размеры системы.

Далее следует указать, что на данный момент стандарты частоты работают в режиме дискретных измерений, что приводит к ухудшению стабильности на малых временах усреднения [18]. Избежать этого можно несколькими путями: можно перейти к активным стандартам на основе сверхизлучения [19, 20], можно использовать комбинацию нескольких систем для проведения измерений без мертвого времени [21] или перейти к разрабатываемым схемам непрерывного опроса часового перехода [22, 23]. Для реализации подобных методов необходим непрерывный источник холодных атомов, допускающий перезахват в МОЛ на узких переходах или сразу в оптическую решетку.

В ряде работ были продемонстрированы преимущества атомов тулия для создания транспортируемого стандарта частоты, а именно: низкая чувствительность к тепловому излучению [24], удобные магнитические длины волн для формирования оптической решетки [24, 25], а также техника синтетической частоты, позволяющая устранить эффект Зеемана второго порядка [26]. В ходе данных работ была найде-

на абсолютная частота часового перехода на длине волны 1.14 мкм [24], а также продемонстрирована одновременная подготовка атомов в двух начальных состояниях, необходимых для реализации спектроскопии на синтетической частоте [27]. Проведенные исследования показали, что характеристики атомов тулия позволяют размещать атомную печь вблизи области захвата в МОЛ без существенных потерь в точности спектроскопии. В то же время такая схема размещения не подразумевает использования зеemanовского замедлителя, что потенциально позволяет уменьшить габариты и энергопотребление системы. В работе [15] приведен подробный анализ такой компактной установки, экспериментально продемонстрирован захват в МОЛ с темпом более  $10^7$  ат./с и временем жизни более секунды, а также показана работоспособность схемы как с семью, так и с шестью охлаждающими пучками (без зеemanовского луча, направленного навстречу атомному пучку).

В текущем режиме работы основным способом увеличить количество захваченных атомов является повышение температуры печи, что приводит к росту потока горячих атомов и ухудшению вакуума. Критическим этот эффект может стать в экспериментах с конденсатом Бозе–Эйнштейна, в которых требуется большое количество атомов с большим временем жизни в дипольной ловушке. Для решения этой проблемы предлагается перейти к использованию двумерной магнито-оптической ловушки [28, 29]. Аналогично трехмерному случаю в такой установке требуется магнитное поле в конфигурации антигельмгольца. Два пучка охлаждающего излучения с проекцией на направление распространения атомов из печи позволяют охладить и аккумулировать часть этих атомов вблизи нуля магнитного поля, а третий пучок, перпендикулярный первым двум, формирует поток холодных атомов, попадающий в следующую вакуумную камеру через отверстие размером примерно 2 мм. В этой камере можно проводить остальные стадии эксперимента, при этом уровень вакуума не будет ухудшаться из-за обилия горячих атомов, а непрерывное резонансное излучение двумерной ловушки может быть пространственно разделено с областью спектроскопии. Следующей важной чертой предлагаемой схемы, особенно в применении к транспортируемым установкам, является возможность формирования магнитных полей с помощью постоянных магнитов, что позволяет дополнительно снизить энергопотребление установки. Также предлагаемая схема позволяет получить поток холодных атомов, необ-

ходимый для работ по непрерывной спектроскопии часового перехода [23].

Однако при анализе такой системы возникает большое количество свободных параметров, требующих дополнительной оптимизации, и данная работа посвящена моделированию различных режимов работы указанной схемы. Ниже приведены результаты моделирования процессов охлаждения и формирования атомного пучка двумерной магнито-оптической ловушки. В первую очередь в разд. 2 описана используемая теоретическая модель, в которой в сравнении с моделью, применяемой в [15], был добавлен учет распределения по магнитным подуровням, далее в разд. 3 рассматривается дизайн вакуумной системы. Затем приводится теоретический анализ реализуемости двумерной МОЛ для атомов тулия и проводится поиск доступных в экспериментах оптимальных параметров. Также в работе проанализированы характеристики получаемого атомного пучка и возможность управлять ими для повышения эффективности дальнейшей экспериментальной схемы. В разд. 4 приведены результаты моделирования формирования атомного пучка в двумерной МОЛ без использования зеемановского пучка, что позволяет решить проблему, возникающую при работе с большими потоками атомов, которые приводят к деградации оптических элементов в направлении своего распространения. Результаты данной работы позволяют перейти к экспериментальной реализации двумерной ловушки.

## 2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Предлагаемая схема экспериментальной установки достаточно близка к упомянутой в статье [15], для которой мы уже проводили моделирование захвата атомов и лазерного охлаждения на синем переходе с длиной волны  $\lambda = 410$  нм и шириной  $\Gamma_{410} = 10$  МГц, используя метод Монте-Карло. Несмотря на хорошее согласие с результатами эксперимента по охлаждению атомов без использования зеемановского пучка, мы обнаружили значительное завышение эффективности захвата в конфигурации, где он использовался. Подобная ошибка могла возникнуть из-за отсутствия в модели учета распределения атомов по магнитным подуровням. В настоящей работе в основе лежит аналогичный метод расчета, но с учетом начального распределения по магнитным компонентам, для которых зеемановское охлаждение работает с разной эффективностью.

На атом, помещенный во внешнее электромагнитное поле, в приближении двухуровневой систе-

мы действует сила

$$\mathbf{F} = \hbar k \sum_i R_i^{sc} \hat{\mathbf{k}}_i + \frac{\hbar k \sum_i R_i^{sc}}{\sqrt{N^{sc}}} \mathbf{e}_r. \quad (1)$$

Здесь  $\hbar$  — приведенная постоянная Планка,  $k = 2\pi/\lambda_{410}$ ,  $\hat{\mathbf{k}}_i = \mathbf{k}_i/k$ ,  $\mathbf{k}_i$  — волновой вектор. Первое слагаемое описывает взаимодействие с  $i$ -м охлаждающим лучом, а второе соответствует процессу нагрева атома из-за спонтанного переизлучения фотона в случайном направлении  $\mathbf{e}_r$ . Импульс, переданный атому, пропорционален числу переизлученных фотонов

$$N^{sc} = \delta t \sum_i R_i^{sc},$$

где скорость рассеяния фотонов  $i$ -го пучка  $R_i^{sc}$  определяется как

$$R_i^{sc} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_i}{1 + s_i + 4(\Delta_i/\Gamma)^2}. \quad (2)$$

В текущих расчетах мы считаем градиент магнитного поля постоянным, так как размеры камеры позволяют хорошо контролировать его характеристики, а значит, требуется условие  $dv/dy = \text{const}$  для того, чтобы атом находился в резонансе с лазерным лучом в процессе торможения. Отсюда можно показать, что величина ускорения, действующего на атом, должна быть пропорциональна его скорости:

$$dv/dt = (dv/dy)(dy/dt) \propto v.$$

В области от печи до пересечения охлаждающих пучков атомы взаимодействуют только с зеемановским лучом, и здесь они сильнее всего тормозятся. Из-за конечной ширины охлаждающего перехода  $\Gamma$  максимальное ускорение  $a_{max} = \hbar k \Gamma / 2$ , что в свою очередь ограничивает максимальную начальную скорость, с которой атомы могут быть эффективно замедлены зеемановским лучом (далее  $v_{max}$ ). Так как при вылете из узкого сопла печи атомы летят почти параллельно оси  $Y$ , то можно сказать, что  $v_{max}$  является определяющим параметром, от которого зависит эффективность ловушки.

Как упоминалось в статье [15], сила перехода может значительно отличаться для разных магнитных подуровней. Дипольный матричный элемент для перехода между зеемановскими подуровнями можно записать как

$$\begin{aligned} \langle F m_F | d | F' m'_F \rangle &= \\ &= \sqrt{((2F' + 1)(2J + 1) C_{F',1,F,m+q}^{-q,m})} \langle J F' J' F | 1 I' \rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда эффективное взаимодействие со светом для конкретного подуровня описывается с помощью

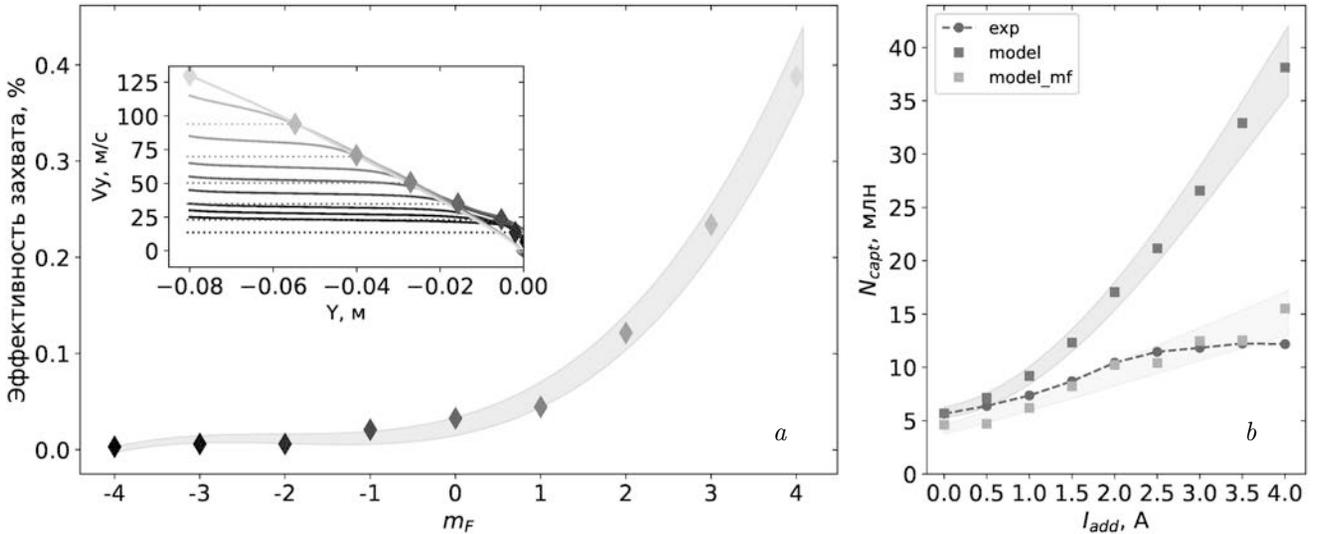


Рис. 1. *a*) Эффективность захвата для разных  $m_F$ , на вставке сплошные кривые показывают зависимость скорости от координаты вдоль пучка, а пунктирные линии соответствуют теоретической оценке скорости, при которой достигается максимальное замедление; цветовая шкала, относящаяся к магнитному подуровню, одинакова для обоих графиков. *b*) Эффективность захвата в зависимости от тока через компенсационные катушки. Синяя кривая соответствует экспериментальным данным, фиолетовая — моделированию без учета магнитных подуровней, результаты взяты из работы [15]. Оранжевая кривая — результаты моделирования с учетом распределения по магнитных подуровням

$\Gamma_{eff} \propto d^2$ , что приводит к понижению скорости захвата для нижних магнитных подуровней. В текущих расчетах мы учли различные силы переходов для каждого подуровня при взаимодействии с зеемановским излучением. Мы учитываем процесс оптической накачки атомов  $\sigma_+$ -поляризации. На каждом шаге мы генерировали случайное число в интервале (0,1) и сравнивали его с вероятностью поглощения фотона. Случай спонтанного распада из возбужденного состояния отличается тем, что атом может распасться в одно из трех состояний, соответствующие вероятности переходов мы рассчитали с помощью уравнения (3).

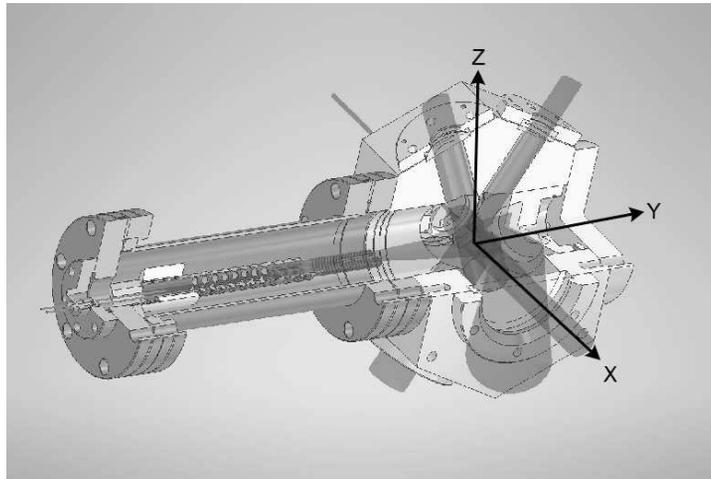
Учет магнитных подуровней в области МОЛ потребует значительно более сложной модели в связи с большим количеством пучков и зависимостью направления оси квантования от координаты атома. Тем не менее в предыдущей работе мы наблюдали хорошее согласование экспериментальных и теоретических данных в режиме работы без зеемановского пучка, что показывает достаточность использованного ранее приближения для описания МОЛ.

Для атомов, в начальный момент времени находящихся на подуровне  $m_F = i$ , мы нашли максимальные скорости  $v_i$ , при которых атом, вылетающий из печи с  $\mathbf{v} = (0, v_i, 0)$  все еще захватывается. Зависимости скоростей атомов  $v(y)$  на соответствующих подуровнях отображены сплошными кривыми на вставке к рис. 1а.

На вставке к рис. 1а пунктирными линиями отложены скорости, при которых для соответствующего магнитного подуровня достигается  $a_{max}^i$ . Видно, что при этой величине атомы замедляются эффективнее всего, и сплошная кривая испытывает наибольший перегиб.

Для каждого подуровня мы провели расчет эффективности захвата, результаты представлены точками на рис. 1а. Средняя эффективность захвата  $\zeta_{av} = 9.5 \cdot 10^{-4}$ , что почти в 4 раза меньше эффективности охлаждения на циклическом переходе  $m_F = 4 \rightarrow m_F = 5$ , который рассматривался в предыдущей модели.

С учетом равномерного распределения атомов по магнитным подуровням после вылета из печи мы повторно промоделировали захват в компактную ловушку. На рис. 1b воспроизведена зависимость количества захваченных атомов  $N_{capt}$  от тока через катушки  $I_{add}$  из упомянутой выше статьи: синие точки соответствуют экспериментальным данным, полученным на компактной установке, фиолетовые точки соответствуют модели без учета магнитных подуровней, оранжевыми точками отмечены результаты, полученные в новой модели. Полупрозрачные области отражают погрешность модели. Видно, что учет этого эффекта приводит результаты моделирования в согласие с экспериментом. Таким образом модифицированная модель оказалась хорошим теоретическим приближением, и поведение будущей



**Рис. 2.** Схема вакуумной камеры. Красным на схеме отображена печь, расположенная вдоль оси  $Y$ . Синим цветом изображены охлаждающие пучки, включая зеемановский луч

установки должно достаточно близко описываться изложенными ниже результатами.

### 3. ДИЗАЙН

Во время работы над созданием транспортируемой установки нашей группой была разработана компактная вакуумная система [15] и блок управления [30]. В дальнейшем мы планируем продолжить двигаться в сторону уменьшения размеров системы, поэтому при разработке дизайна основной задачей было создать компактную камеру, которую можно собрать из широко распространенных компонент. Схема установки представлена на рис. 2.

Для формирования охлаждающих пучков в вакуумной камере сделаны четыре окошка диаметром  $d_w = 19$  мм. В перпендикулярной им плоскости расположено окошко диаметром 45 мм для завода пучка, разгоняющего атомы.

Лазерная схема состоит из двух охлаждающих пучков, расположенных в плоскости  $Y-Z$  под углом  $64^\circ$  (что обусловлено минимизацией размеров вакуумной камеры), которые заводятся через окошки 19 мм. Также по аналогии с компактной 3D МОЛ, упомянутой выше, мы планируем использовать дополнительный зеемановский луч. С целью уменьшения размеров он заводится через окошко 45 мм под углом  $27.5^\circ$  к оси  $Y$  с помощью зеркала, расположенного внутри вакуумной камеры, отражается в направлении печи и сходится под углом  $\Theta_z = 2 \cdot 0.05$ . Вдоль оси  $X$  через окошко 45 мм заводится лазерное излучение разгоняющего луча. Напротив него установлено зеркало с отверстием на оси диаметром  $d_h = 2$  мм, которое отражает часть разгоняющего луча обратно для повышения эффек-

тивности охлаждения атомов, не попавших в пучок, проходящий через отверстие.

Выход печи расположен на расстоянии  $y_{oven} = 8$  см. Расходимость потока горячих атомов составляет  $\Theta_a = 2 \cdot 0.07$  рад, поэтому не требуется использовать защитные экраны для предотвращения напыления тулия на окошки (как это делается в [29]).

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Благодаря компактным размерам вакуумной камеры мы можем точно контролировать параметры магнитного поля внутри, в частности, создавать однородный градиент магнитного поля вдоль любой оси. Поэтому при моделировании градиент магнитного поля вдоль оси  $Y$  считается постоянным и в два раза большим градиентов вдоль остальных осей:

$$dB_y = 2dB_x = 2dB_z.$$

Для каждого набора параметров мы симулировали  $N_{tot} = 1000$  траекторий. Расчет каждой траектории продолжался до наступления одного из двух событий.

1. Атом достигает координаты зеркала с отверстием на оси  $X$ :

- если атом попадает в отверстие, то он считается захваченным;
- если атом удаляется от оси  $X$  на расстояние больше чем  $r_h = 1$  мм, то он считается потерянным.

2. Атом достигает координаты зеемановского зеркала по оси  $Y$ :

- в этом случае атом считается потерянным.

Также, помимо приведенной выше теории, в основе расчетов лежат следующие предпосылки.

**Таблица 1.** Эффективность захвата  $\zeta$  и поток холодных атомов  $\Phi$  при  $T = 800$  К в конфигурации с зеемановским пучком.  $P_{tot}$  — полная мощность излучения,  $\eta_z$  — доля мощности зеемановского пучка от  $P_{tot}$ ,  $dB$  — градиент магнитного поля,  $\Delta_{mot}$  — отстройка частоты охлаждающих пучков,  $\Delta_z$  — отстройка частоты зеемановского луча,  $\zeta$  — эффективность захвата от полного потока,  $\Phi$  — поток холодных атомов

$P_{tot}$ , мВт	$\eta_z$	$dB$ , Гс/см	$\Delta_{mot}$ , Г	$\Delta_z$ , Г	$\zeta$ , %	$\Phi$ , ат./с $\cdot 10^8$ при $T = 800$ К
20	0.75	14	-1.4	-3	1.2	2.5
50	0.85	15	-1.4	-3.8	1.8	3.8
100	0.80	16	-1.8	-4.2	2.2	4.6

1. Поток атомов из печи имеет капиллярное распределение по скоростям.

2. Так как тепловая скорость атомов  $\approx 400$  м/с существенно выше  $v_{max}$ , лежащей в интервале от 30 до 130 м/с, то чтобы не моделировать большое количество быстрых атомов, которые мы заведомо не захватим, включим в модель только сравнительно медленные атомы из части распределения, ограниченной сверху скоростью  $v_{th} = v_{max} + 10$  м/с, где для каждого набора параметров мы рассчитываем  $v_{max}$  как максимальную скорость, при которой атом, вылетающий строго вдоль оси  $Y$ , «захватывается» в 2D МОЛ. Таким образом, для всех параметров ловушки мы получаем достаточную для анализа и оптимизации долю «захваченных» атомов  $n$  при постоянном количестве симулируемых атомов  $N_{tot}$ .

3. Поток атомов имеет равномерное угловое распределение внутри угла  $\Theta_a$  вдоль оси  $Y$ .

4. Атомы равномерно распределены по магнитным подуровням.

5. Полная эффективность потока считается как  $\zeta = N/N_{tot}n_{cut}$ , где  $n_{cut}$  — доля атомов со скоростью меньшей  $v_{th}$ .

#### 4.1. Поиск оптимальных параметров в схеме с зеемановским лучом

Моделирование конфигурации с зеемановским лучом проводилось при температурах атомной печи, близких к рабочей температуре на упомянутой выше компактной установке. В процессе оптимизации эффективности захвата для выбранной полной мощности охлаждающего излучения  $P_{tot}$  из набора 20, 50, 100 мВт мы просканировали отстройку охлаждающих пучков  $\Delta_{mot}$  в диапазоне  $-1.0$  до  $-2.6$  Г, градиент магнитного поля  $dB$  в диапазоне 10–20 Гс/см, отстройку зеемановского луча  $\Delta_z$  от  $-4.8$  Г до  $-2.6$  Г и радиус по  $1/e^2$  охлаждающих пучков  $\sigma^Z$  в диапазоне от 1 до 10 мм. Для заданной суммарной мощности мы подбирали оптимальное распределение  $\eta_z$  между охлаждающими и зееманов-

скими пучками:  $P_z = P_{tot}\eta_z$ ,  $P_{mot} = (1 - \eta_z)P_{tot}/3$ . Оптимальный радиус пучка во всех случаях оказался равен  $\sigma_{opt}^Z = 3$  мм, остальные результаты приведены в табл. 1.

С точки зрения практической применимости источника холодных атомов помимо полного потока не менее важными являются параметры пучка: средняя скорость атомов и угловая расходимость, от которых зависит эффективность перезахвата в следующую стадию МОЛ (3D). При мощности 50 мВт и параметрах из табл. 1 мы наблюдали монотонный рост средней скорости  $v_x$  с ростом мощности разгоняющего пучка, см. рис. 3. Одновременно с этим сужается угловое распределение  $\phi_y$  в плоскости  $X$ – $Y$ . При этом угловое распределение  $\phi_z$  в плоскости  $Y$ – $Z$  не зависит от мощности и хорошо аппроксимируется нормальным распределением с параметрами (0, 50) мрад.

Для корректной оценки параметров асимметричных контуров (типичный пример получаемых распределений приведен на вставке к рис. 3) за ширину распределения мы брали часть кумулятивной суммы, соответствующую 64%, а центром считали наиболее вероятную скорость/угол.

Наши оценки показывают, что максимальная скорость захвата в магнито-оптической ловушке на зеленом переходе с длиной волны 530 нм и шириной 350 кГц составляет не менее 10 м/с. Исходя из наших расчетов мы можем получить поток со скоростью  $v_x = 8$  м/с и угловым разлетом  $\phi_y = 20$  мрад, что позволяет ожидать почти полный перезахват холодного потока и скорость загрузки трехмерной ловушки на уровне  $\Phi_{load} = 10^8$  ат./с.

#### 5. 2D МОЛ БЕЗ ЗЕЕМАНОВСКОГО ЛУЧА

Схема с зеемановским лучом имеет один потенциальный недостаток. Проблема может возникнуть из-за деградации коэффициента отражения зеемановского зеркала из-за напыления атомов тулия. Для работы оптических часов достаточно захватыва-

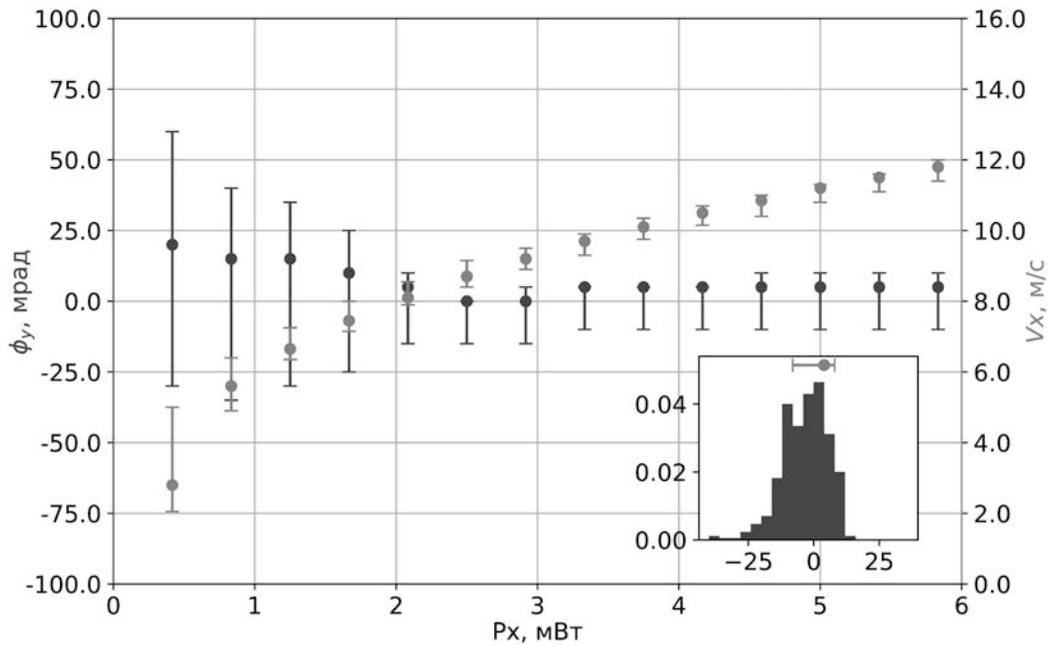


Рис. 3. Зависимость средней скорости вдоль оси  $X$   $v_x$  (красный цвет, правая ось) и углового распределения в плоскости  $X$ - $Y$   $\phi_y$  (синий цвет, левая ось) потока холодных атомов от мощности разгоняющего пучка. Точки соответствуют центру распределения, вертикальные отрезки — ширине распределения: нижняя половина соответствует левой полуширине, верхняя — правой. Гистограмма на вставке иллюстрирует метод расчета указанных величин

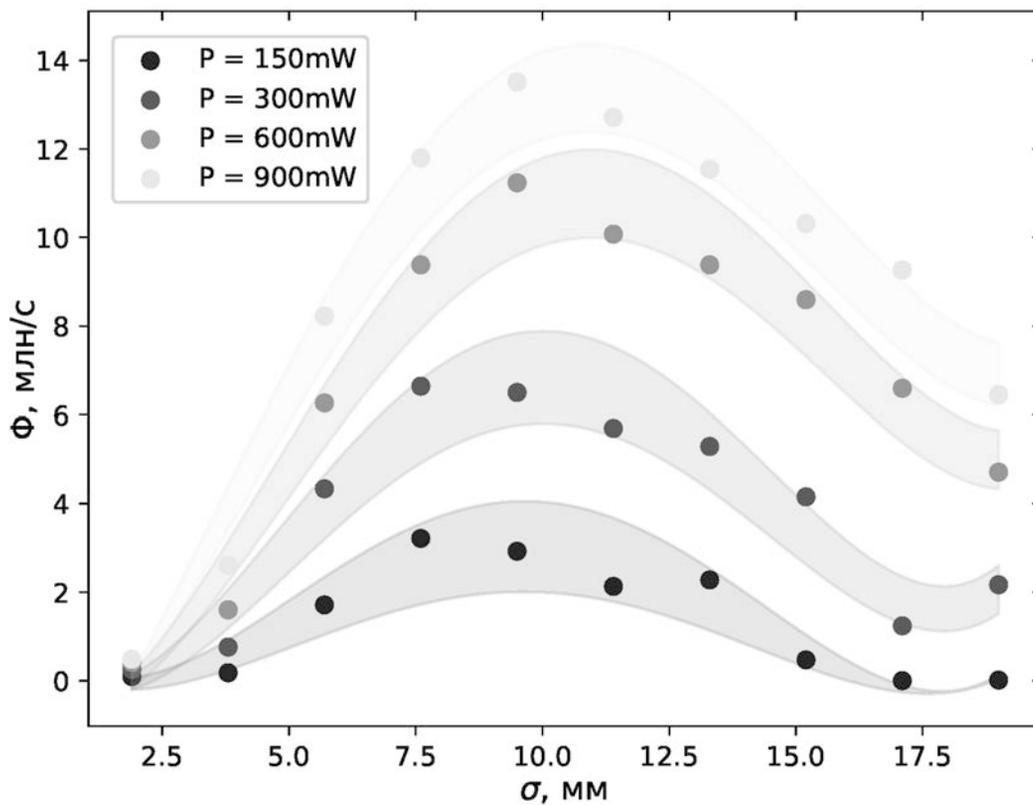
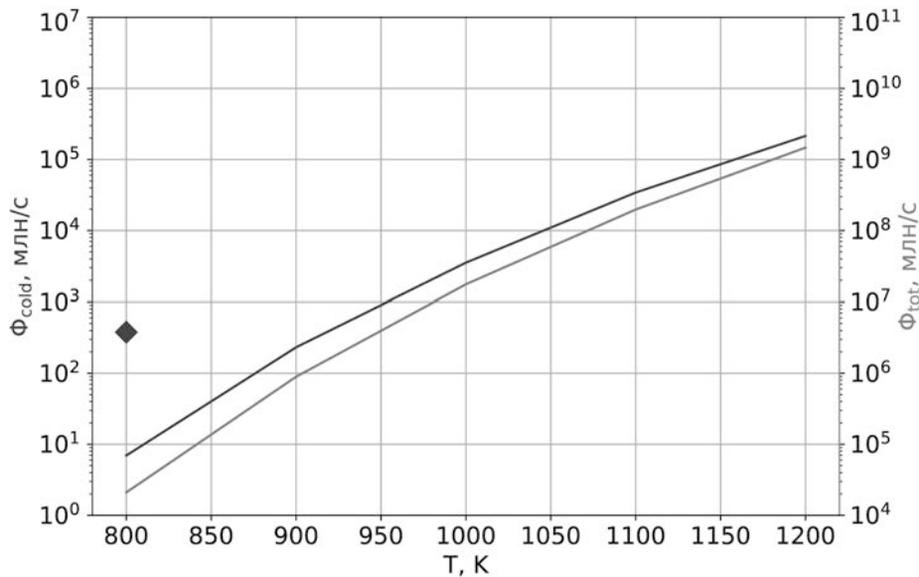


Рис. 4. Зависимости эффективности захвата от диаметра пучка. Разные цвета соответствуют различным мощностям. Полупрозрачная область отображает погрешность модели

**Таблица 2.** Эффективность захвата  $\zeta$  и поток холодных атомов  $\Phi$  при  $T = 800$  К в конфигурации без зеемановского пучка.  $P_{tot}$  — полная мощность охлаждающего излучения,  $dB$  — градиент магнитного поля,  $\Delta_{mot}$  — отстройка частоты охлаждающих пучков,  $\zeta$  — эффективность захвата от полного потока,  $\Phi$  — поток холодных атомов

$P_{tot}$ , мВт	$dB$ , Гс/см	$\Delta_{mot}$ , Г	$\zeta, \cdot 10^{-4}$	$\Phi$ , ат./с $\cdot 10^8$ при $T = 800$ К
150	12	-4.4	1.9	0.04
300	13	-5.2	3.5	0.07
600	15	-6.0	5.2	0.11
900	15	-6.4	6.4	0.13



**Рис. 5.** Количество захваченных атомов в зависимости от температуры печи при полной мощности охлаждающего излучения 300 мВт в конфигурации без зеемановского пучка. Синяя точка соответствует эффективности захвата при полной мощности 50 мВт в присутствии зеемановского пучка

вать порядка одного миллиона атомов, и соответственно необходим поток атомов  $\Phi_0 = 10^6 - 10^7$  ат./с. Такой поток можно обеспечить при температуре ниже  $500^\circ\text{C}$ . В таком режиме полный поток атомов относительно небольшой и не должен приводить к деградации в течение долгого времени (тем не менее на основной лабораторной установке было замечено понижение коэффициента отражения зеркала на 10% за несколько лет). Однако в задачах, связанных с получением конденсата Бозе–Эйнштейна, требуются гораздо большие потоки атомов, что может привести к значительно более быстрой деградации зеемановского зеркала при использовании высоких температур печи. В связи с этим мы дополнительно рассмотрели возможность формирования холодного пучка атомов в схеме без использования зеемановского луча. Для этого мы рассмотрели конфигурацию с использованием октогональной камеры с фланцами CF-40 [15], в которой охлаждающие

пучки сходятся под углом  $45^\circ$ , и расстояние до печи  $y_{oven} = 10$  см. В такой схеме мощность делилась поровну между всеми охлаждающими пучками.

Зависимости эффективности захвата при разных размерах пучка представлены на рис. 4, разные цвета соответствуют различной полной мощности охлаждающего излучения.

Видно, что максимум достигается при 10 мм, наблюдается небольшое смещение в сторону большего размера пучка.

Оптимальные значения градиента и отстройки для разных значений суммарной мощности представлены в табл. 2.

По сравнению с зеемановской конфигурацией мы наблюдаем увеличение оптимальной отстройки пучков МОЛ при повышении мощности охлаждающего излучения.

Как и ожидалось, эффективность формирования холодного пучка атомов без использования зеemanовского пучка на 1–2 порядка ниже. Скомпенсировать это уменьшение можно путем повышения температуры печи:

$$\Phi = \frac{4\pi}{3} \frac{n_{ov}(T)v_{th}(T)d^3}{8L}, \quad (4)$$

где  $n_{ov}(T)$  — плотность паров тулия [31],  $v_{th}(T)$  — наиболее вероятная скорость для капиллярного распределения, которые монотонно растут с ростом температуры,  $d$  — диаметр выходного отверстия печи,  $L$  — длина печи.

Поток горячих  $\Phi_{tot}$  (красная кривая) и холодных  $\Phi_{cold}$  (синяя кривая) атомов для температур печи в диапазоне 800–1200 К при суммарной мощности охлаждающего излучения 300 мВт представлен на рис. 5. Видно, что если поднять температуру до 920 К, то можно полностью компенсировать отсутствие дополнительного охлаждающего пучка. А при нагреве до 1050 К поток достигает  $10^{10}$  ат./с, что позволяет использовать данную установку для широкого спектра задач.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы спроектировали компактный источник холодных атомов тулия на основе 2D МОЛ с использованием дополнительного зеemanовского пучка, который позволяет получить поток  $\Phi = 4 \cdot 10^8$  ат./с при температуре атомной печи 800 К и суммарной мощности охлаждающего излучения 50 мВт, что сопоставимо с параметрами аналогичных установок, например, с источником холодных атомов Sr [29]. Найденные оптимальные параметры магнитного поля могут быть получены с помощью постоянных магнитов. Характеристики холодного атомного пучка должны обеспечить практически полный захват во вторичную МОЛ, сформированную на переходе на длине волны 530 нм с шириной 350 кГц. Более того, мы ожидаем увеличение на порядок скорости загрузки в МОЛ по сравнению с текущим значением  $\Phi_c = 1.6 \cdot 10^7$ , достигнутым в компактной установке [15]. Предложенный источник холодных атомов работает в широком диапазоне параметров отстройки и мощности охлаждающего излучения, при различных градиентах магнитного поля, а также позволяет контролировать характеристики потока холодных атомов, варьируя мощность и отстройку разгоняющего пучка. Подобная гибкость в режимах работы и найденные оптимальные параметры позволяют приступить к экспериментальной реализации пред-

ставленной схемы. Данный источник может быть использован как в известных схемах экспериментов с холодными атомами, так и при разработке непрерывного стандарта частоты.

**Финансирование.** Работа была выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-22-00437).

## ЛИТЕРАТУРА

1. K. Bongs et al., *Nature Rev. Phys.* **1**, 731 (2019).
2. C. Janvier et al., *Phys. Rev. A* **105**, 022801 (2022).
3. V. Ménotret et al., *Sci. Rep.* **8**, 1 (2018).
4. I. Bloch, J. Dalibard, and S. Nascimbene, *Nature Phys.* **8**, 267 (2012).
5. F. Schäfer, T. Fukuhara, S. Sugawa, Y. Takasu, and Y. Takahashi, *Nature Rev. Phys.* **2**, 411 (2020).
6. X. Wu et al., *Chinese Phys. B* **30**, 020305 (2021).
7. T. Graham et al., *Nature* **604**, 457 (2022).
8. S. M. Brewer et al., *Phys. Rev. Lett.* **123**, 033201 (2019).
9. S. Dörscher et al., *Metrologia* **58**, 015005 (2021).
10. T. Bothwell et al., *Metrologia* **56**, 065004 (2019).
11. M. Takamoto, Y. Tanaka, and H. Katori, *Appl. Phys. Lett.* **120**, 140502 (2022).
12. J. Grotti et al., *Nature Phys.* **14**, 437 (2018).
13. S. Wang et al., *Opt. Express* **28**, 11852 (2020).
14. J. Cao et al., *Appl. Phys. Lett.* **120**, 054003 (2022).
15. A. Golovizin, D. Tregubov, D. Mishin, D. Provorchenko, and N. Kolachevsky, *Opt. Express* **29**, 36734 (2021).
16. S. Pollock, J. Cotter, A. Laliotis, and E. Hinds, *Opt. Express* **17**, 14109 (2009).
17. D. S. Barker et al., *Phys. Rev. Appl.* **11**, 064023 (2019).
18. G. J. Dick, *Proceedings of the 19th Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting*, 133 (1989).
19. D. Pan, B. Arora, Y.-m. Yu, B. Sahoo, and J. Chen, *Phys. Rev. A* **102**, 041101 (2020).
20. M. A. Norcia et al., *Phys. Rev. X* **8**, 021036 (2018).

21. G. Biedermann et al., *Phys. Rev. Lett.* **111**, 170802 (2013).
22. H. Katori, *Appl. Phys. Express* **14**, 072006 (2021).
23. D. Mishin, D. Provorchenko, D. Tregubov, N. Kolachevsky, and A. Golovizin, *Appl. Phys. Express* **14**, 112006 (2021).
24. A. Golovizin et al., *Nature Commun.* **10**, 1724 (2019).
25. D. A. Mishin et al., *Quant. Electr.* **52**, 505 (2022).
26. A. A. Golovizin et al., *Nature Commun.* **12**, 5171 (2021).
27. E. Fedorova et al., *Phys. Rev. A* **102**, 063114 (2020).
28. M. Barbiero et al., *Phys. Rev. Appl.* **13**, 014013 (2020).
29. M. Kwon et al., *Rev. Sci. Instrum.* **94**, 013202 (2023).
30. A. A. Golovizin et al., *Instrum. Exp. Techn.* **65**, 896 (2022).
31. Д. Д. Сукачев, дисс. ... канд. физ.-матем. наук, Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва (2013).

# ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАНСА КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ И ПОЛЕВЫХ СДВИГОВ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ СИГНАЛА ИЗ РАЗНЫХ ОБЛАСТЕЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С АТОМАМИ

*С. М. Игнатович<sup>а</sup>, М. Н. Скворцов<sup>а</sup>, И. С. Месенцова<sup>а\*</sup>, Н. Л. Квашинин<sup>а</sup>,  
В. И. Вишняков<sup>а</sup>, Д. В. Бражников<sup>а,б</sup>, Д. Е. Тарасенко<sup>а</sup>*

<sup>а</sup> *Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

<sup>б</sup> *Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 13 марта 2023 г.,  
после переработки 28 марта 2023 г.  
Принята к публикации 28 марта 2023 г.

Представлены результаты экспериментального сравнения параметров резонанса когерентного пленения населенностей (КПН) для линии  $D_1$  в  $^{87}\text{Rb}$  и световых сдвигов при регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения взаимодействия лазерного излучения с атомами. Предложен метод поиска рабочих условий с нулевым световым сдвигом и их автоматической стабилизацией, что позволит улучшить долговременную стабильность СВЧ-стандартов частоты на базе КПН-резонансов.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080072  
EDN:IAIYOG

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Резонанс когерентного пленения населенностей (КПН) в щелочных атомах рубидия и цезия широко используется для создания миниатюрных атомных часов [1–3]. Эта технология позволяет существенно уменьшить размер, необходимую мощность потребления и стоимость атомных часов [4–8]. Во многих КПН-часах применяется лазер с вертикальным резонатором (ЛВР, VCSEL) [9], ток накачки которого модулируется генератором с частотой, равной половине частоты сверхтонкого расщепления основного атомного состояния. Вследствие этой модуляции в одночастотном режиме генерации возникают дополнительные спектральные компоненты — боковые по-

лосы. Две боковые полосы первого порядка используются для возбуждения КПН-резонанса по двухфотонной  $\Lambda$ -схеме. Поскольку частота модуляции равна половине частоты сверхтонкого расщепления основного состояния атома, составляющей 6.8 ГГц для линии  $D_1$  в  $^{87}\text{Rb}$ , то модуляция нужна на частоте 3.4 ГГц. Указанную частоту модуляции использует большинство исследовательских групп. Кратковременная стабильность любых атомных часов обратно пропорциональна ширине резонанса и пропорциональна отношению сигнал/шум, определяемым контрастом резонанса и шумами оптического излучения. Долговременная стабильность определяется различными частотными сдвигами и поведением их во времени. Зависимость сдвигов частоты исследуется от таких рабочих параметров, как интенсивность света, мощность СВЧ-сигнала модуляции, отстройка оптической частоты от частоты дипольного перехода в атоме, температура поглощающей ячейки и давление буферного газа в ней, а также

\* E-mail: stepan\_i@mail.ru

внешнее магнитное поле. Световые сдвиги резонансов связаны с динамическим штарк-эффектом, что присуще многофотонному взаимодействию. Кроме того, метод получения многочастотного поля путем модуляции тока лазера дает целую гребенку оптических полей, каждое из которых участвует в световом сдвиге.

Полевой сдвиг частоты уровня атома одним полем определяется как

$$\delta\nu_i(\nu_L, \Omega_i) = \frac{1}{4} |\Omega_i|^2 \frac{(\nu_L - \nu_i)}{(\nu_L - \nu_i)^2 + \Gamma_i^2/4}. \quad (1)$$

Полевой сдвиг частоты уровня атома совокупностью полей для четырехуровневой схемы определяется как

$$\delta\nu_i(\nu_L, \Omega_{ik}) = \frac{1}{4} \sum_{k=3}^4 |\Omega_{ik}|^2 \frac{(\nu_L - \nu_i)}{(\nu_L - \nu_i)^2 + \Gamma_i^2/4}, \quad (2)$$

где  $i$  — индекс уровня основного состояния атома рубидия,  $k$  — индекс уровня возбужденного состояния атома рубидия,  $\nu_L - \nu_{ik}$  — отстройка частоты излучения от частоты перехода,  $\Gamma_{ik}$  — ширина оптического перехода,  $\Omega_i$  — частота Раби оптического перехода.

В гребенке оптических частот, образующихся в результате модуляции тока лазера, отдельные компоненты имеют различные знаки отстройки частоты излучения от частоты перехода и, как следствие, сдвиги частоты тоже имеют разные знаки. При определенном соотношении интенсивностей этих компонент суммарный полевой сдвиг может быть нулевым. Для нахождения условий, при которых это происходит, можно использовать пробное изменение мощности излучения лазера, как это делалось в работе [10] с помощью акустооптического модулятора и в работе [11] с помощью электрооптического модулятора. Для улучшения долговременной стабильности частоты мало найти условия, при которых суммарный полевой сдвиг обращается в нуль, необходимо найти способ автоматической настройки лазерной системы на этот режим. Интенсивность лазерного излучения имеет гауссовское распределение в поперечном сечении, и при регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения можно наблюдать изменение полевого сдвига. Для увеличения времени когерентного взаимодействия при наблюдении резонансов КПН в парах щелочных металлов используются два вида поглощающих ячеек с антирелаксационным покрытием и поглощающие ячейки с буферным газом. В ячейках с антирелаксационным покрытием атомы паров щелочных металлов многократно пролетают через об-

ласть взаимодействия и поперечное распределение поля усредняется. В ячейках с буферным газом, где проявляется эффект Дикке, атомы совершают диффузионное движение на расстояние, соизмеримое с поперечным размером лазерного луча, и находятся в областях с различными интенсивностями оптического поля. Поэтому ячейки с буферным газом интересны для наблюдения полевого сдвига при регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения лазерного луча.

В настоящей работе приведены результаты исследования параметров резонанса КПН в парах  $^{87}\text{Rb}$  для линии  $D_1$  и полевых сдвигов при регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения лазерного луча. Отказ от использования модуляторов мощности лазерного излучения, как это делается в работах [10, 11], позволяет получить малые габариты и низкое потребление по питанию создаваемых стандартов частоты.

## 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема экспериментальной установки (рис. 1) включает в себя ЛВР (использовалась модель VIX-795-000-BC06), работающий на длине волны 795 нм, соответствующей  $D_1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$ . Лазер снабжен прецизионным источником тока и системой стабилизации температуры. Выходное излучение лазера линейно поляризовано и проходит через четвертьволновую пластинку для получения круговой поляризации. Градиентный нейтральный оптический фильтр используется для управления мощностью излучения. Он расположен под небольшим углом к выходному окну лазера для предотвращения обратных отражений в лазер. После пластинки излучение пропускается через поглощающую ячейку с парами рубидия и буферным газом. Для наблюдения поглощения в атомах щелочного металла осуществляется равномерный нагрев ячейки до температуры свыше  $50^\circ\text{C}$ . Из-за конструктивных особенностей окна ячейка находится при более низкой температуре. При этом на окнах происходит конденсация металла. Для решения данной проблемы температура ячейки  $T_c$  поддерживается большей на  $5^\circ\text{C}$  температуры отрезка  $T_f$ , в котором содержится металлический рубидий. На корпусе ячейки расположены катушки Гельмгольца для создания однородного магнитного поля, направленного вдоль волновых векторов волн. Это поле расщепляет уровни энергии основного состояния и позволяет наблюдать

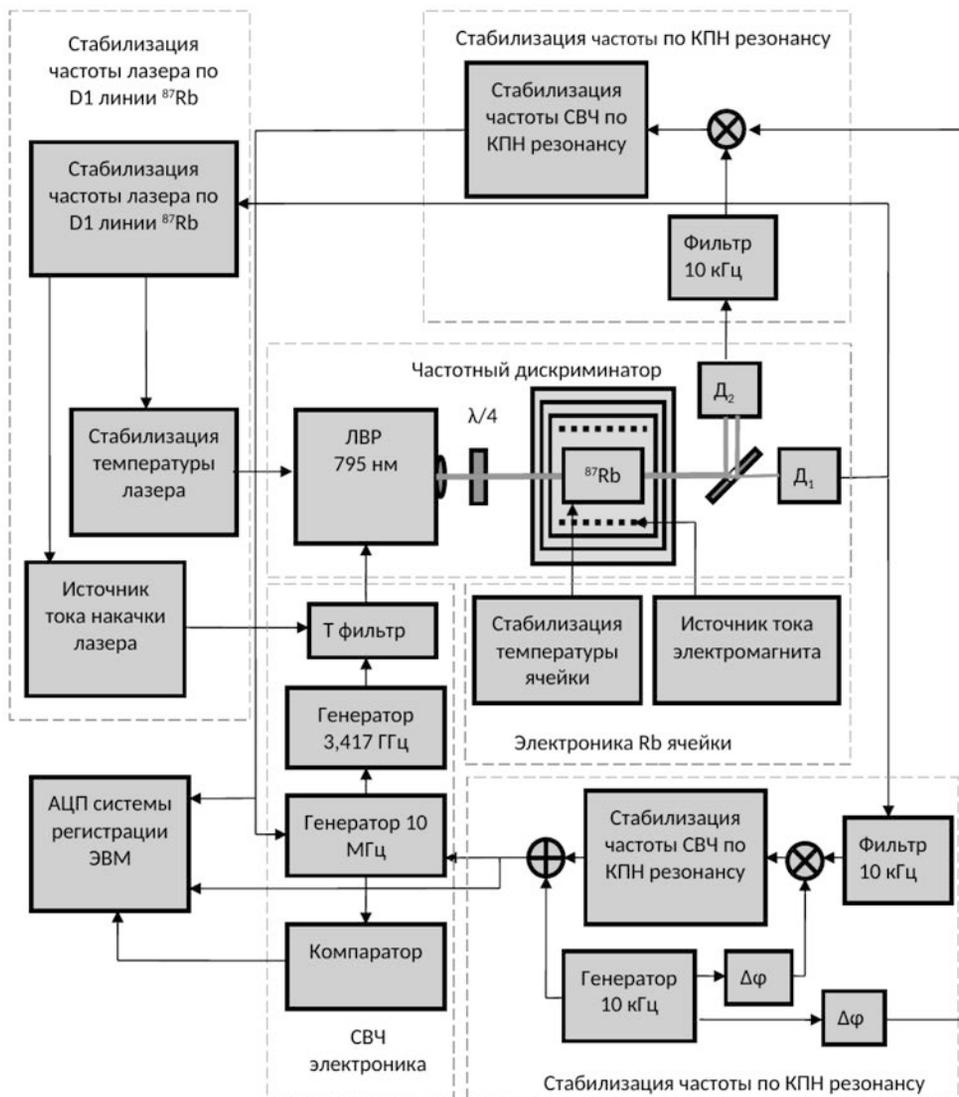


Рис. 1. Экспериментальная установка для исследования КПН-резонансов в разных областях поперечного сечения взаимодействия

КПН-резонанс, связанный только с магнитными подуровнями с квантовыми числами  $m_F = 0$ , для которых отсутствует линейный эффект Зеемана. Вместе с тем, эти уровни претерпевают квадратичный по магнитному полю сдвиг, что приводит к соответствующему сдвигу резонанса КПН (частоты часового 0–0-перехода)

$$\delta\nu = k_0 B^2, \quad (3)$$

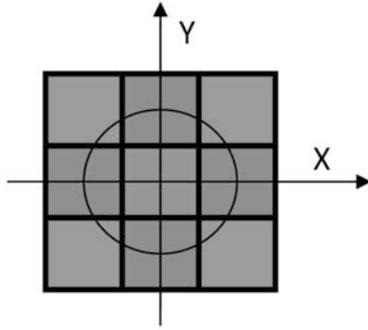
где  $B$  — индукция магнитного поля (в Гс). На основе формулы Брейта–Раби [12] можно показать, что для  $^{87}\text{Rb}$  коэффициент пропорциональности  $k_0 = 575.14 \text{ Гц/Гс}^2$ . Величина магнитного поля в нашем случае составляла 100–150 мГс.

Для получения резонансных оптических частот для  $\Lambda$ -схемы двухфотонного взаимодействия в спек-

тре излучения лазера его ток накачки модулировался с частотами 3.417 ГГц. Для модуляции на частоте 3.417 ГГц нами использовался СВЧ-генератор собственной разработки, входящий в состав миниатюрных атомных часов. Резонансные оптические частоты являются боковыми частотами  $\pm 1$ -го порядков формируемого частотно-модулированного излучения лазера. При этом частота генератора синтезируется из частоты 10 МГц термокомпенсированного кварцевого осциллятора (ТСХО).

Система автоматического регулирования, работающая на частоте модуляции тока накачки лазера 15 кГц, стабилизирует оптическую частоту лазерной генерации по  $D_1$ -линии поглощения  $^{87}\text{Rb}$ . Для получения сигнала ошибки синхронно детектируется первая гармоника частоты модуляции опти-

Многоэлементный фотоприёмник



Зеркало с отверстием и два фотоприемника

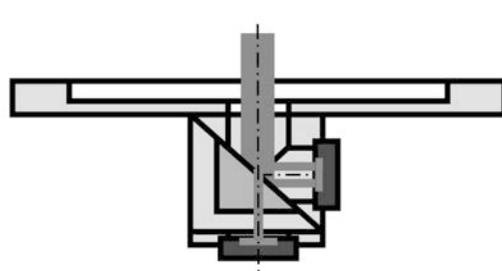


Рис. 2. Методы регистрации сигналов

ческой мощности пучка, прошедшего через рубидиевую ячейку. Рабочая частота пробной модуляции (15 кГц) выбрана из тех соображений, что на этой частоте как у лазера, так и у элементов электроники обычно отсутствует избыточный фликкер-шум. Управлять частотой генерации лазера можно, изменяя его ток накачки или температуру. При изменении тока быстродействие во много раз выше, чем при изменении температуры, но с изменением тока в гораздо большей степени меняется выходная мощность лазера, импеданс и модуляционные характеристики. С учетом этой особенности обработка сигнала ошибки системы автоматического регулирования осуществляется регулировкой температуры лазера, а пробная модуляция — через модуляцию тока лазера. При изменении тока лазера, несмотря на стабилизацию температуры в точке крепления термодатчика, температура лазера все равно меняется. Такой подход компенсирует погрешность измерения температуры лазера термодатчиком, связанную с их различным расположением в пространстве. Для стабилизации частоты СВЧ-генератора по КПН-резонансу применяется метод стабилизации, аналогичный методу Паунда – Древера – Холла, применяемому для стабилизации частоты лазеров в оптическом диапазоне [12]. В этом методе частота модуляции существенно превышает ширину резонанса. В нашем случае используется система автоматического регулирования с модуляционной частотой 10 кГц при полной ширине на полувысоте (FWHM) наблюдаемого резонанса КПН, равной 680 Гц. Данный метод имеет ряд достоинств, а именно, позволяет реализовать максимально возможное быстродействие обратной связи и выбрать высокую рабочую частоту для улучшения отношения сигнал/шум. Поглощающая ячейка изготовлена из кварцевого стекла, устойчивого к воздействию щелочных металлов и имеющего малую газопроницаемость (например, из стекла марки С51-1). Стеклоячейка содержит

чистый изотоп  $^{87}\text{Rb}$  и буферный инертный газ — смесь аргона и неона (давление 100 Торр). В отсутствие буферного газа время когерентного взаимодействия атомов рубидия с лазерным полем существенно меньше и равно среднему времени пролета атомов через пучок, что приводит к существенному уширению резонансов КПН.

Для регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения взаимодействия лазерного излучения с атомами использовалось два метода: первый метод — использование многоэлементного фотоприемника, второй метод — использование зеркала с отверстием, через которое проходит центральная часть луча и попадает на первый фотоприемник, область с периферии луча отражается на второй фотоприемник. Рисунок 2 иллюстрирует методы регистрации сигналов. В случае многоэлементного фотоприемника (использовался фотоприемник PIN-4x4D фирмы OSI Optoelectronics, 16 площадок, площадь каждой  $1.96 \text{ мм}^2$ ) луч настраивается на получение максимального сигнала на центральном элементе (красный цвет), меньшая интенсивность излучения на элементах, расположенных крестом (зеленый цвет), и еще меньшая интенсивность излучения на элементах, расположенных диагонально (синий цвет) (характерный размер луча показан кругом). В случае зеркала с отверстием и двух фотоприемников луч настраивается на получение максимального сигнала фотоприемника, принимающего прошедший луч, размер отверстия подбирается так, чтобы сигналы фотоприемников были примерно одинаковы (использовались фотоприемники BPW 34 S фирмы OSRAM, площадка  $7 \text{ мм}^2$ ). Сигналы, используемые для работы систем стабилизации по линии поглощения рубидия, использовались после прохождения центральной части сечения фотоприемника, а для стабилизации частоты СВЧ-генератора в зависимости от проводимых исследований — из любых фотоприемников.

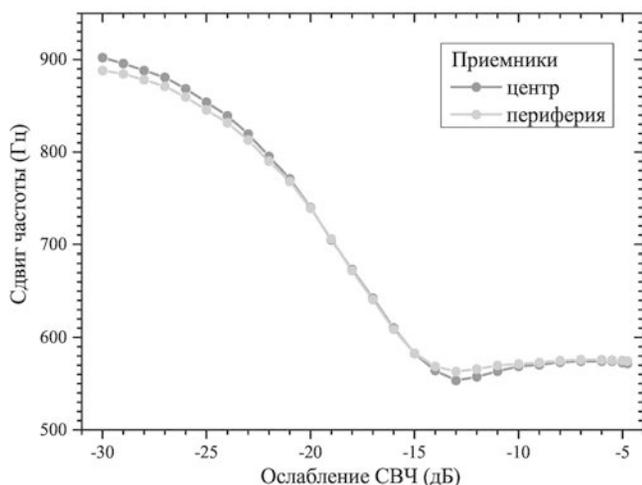


Рис. 3. Зависимость сдвига частоты от ослабления мощности СВЧ для случая ячеек, имеющих антирелаксационное покрытие стенок

Первые исследования были выполнены с поглощающей ячейкой, содержащей чистый изотоп  $^{87}\text{Rb}$  и имеющей антирелаксационное покрытие стенок. Использовался многоэлементный фотоприемник. Частота лазера стабилизировалась по  $D_1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$ . Частота СВЧ-генератора, осуществляющего модуляцию тока лазера, составляла 3.417 ГГц и стабилизировалась по наблюдаемому КПН-резонансу. Ее измерения проводились с помощью фазового компаратор-анализатора VCN-323 относительно водородного стандарта частоты и времени Ч1-1007. Мощность СВЧ-генератора составляла около 1 мВт и могла ослабляться регулируемым аттенуатором. Зависимости сдвига частоты от ослабления мощности СВЧ, пересчитанные на частоту сверхтонкого расщепления основного состояния  $^{87}\text{Rb}$ , показана на рис. 3. Зависимость, показанная красным цветом, представлена для случая сигнала, полученного из центральной области взаимодействия. Зависимость, показанная зеленым цветом, приведена для случая сигнала из областей взаимодействия, расположенных крестом на периферии. Зависимости снимались неоднократно, хорошо воспроизводятся, но существенных различий не имеют. Как уже отмечалось, в ячейках с антирелаксационным покрытием атомы паров щелочных металлов многократно пролетают через область взаимодействия и поперечное распределение поля усредняется.

Следующие исследования были выполнены с поглощающей ячейкой, содержащей чистый изотоп  $^{87}\text{Rb}$  и буферные газы из смеси аргона и неона (Ar — 35 Торр, Ne — 65 Торр). Использовался многоэлементный фотоприемник. Исследования проводились аналогичным образом, как в предыдущем

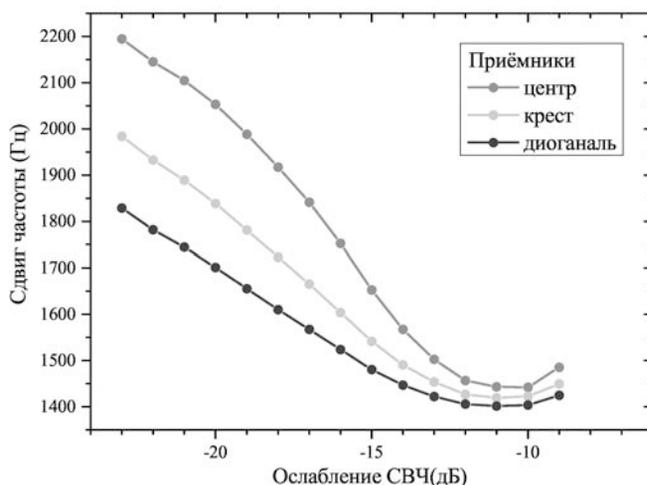


Рис. 4. Зависимость сдвига частоты от ослабления мощности СВЧ для случая ячеек с буферными газами из смеси аргона и неона (Ar — 35 Торр, Ne — 65 Торр)

случае. Зависимости сдвига частоты от ослабления мощности СВЧ, пересчитанные на частоту сверхтонкого расщепления основного состояния  $^{87}\text{Rb}$ , показаны на рис. 4. Зависимость, показанная красным цветом, это сигнал после центральной области взаимодействия. Зависимость, показанная зеленым цветом, приводится для случая сигнала из областей взаимодействия, расположенных крестом на периферии. Зависимость, показанная синим цветом, представлена для случая сигнала из областей взаимодействия, расположенных диагонально на периферии. Как видно из результатов измерений, сдвиг частоты существенно зависит от регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения взаимодействия лазерного излучения с атомами с различной интенсивностью излучения.

Полученный результат важен для понимания процесса формирования КПН-резонанса в поглощающей ячейке с буферными газами. Каждый атом рубидия в процессе взаимодействия с оптическими полями за время жизни его когерентности не выходит за пределы пространственной области, ограниченной его диффузией в буферных газах, которая меньше области взаимодействия с оптическими полями. Оптические поля существенно неоднородны в поперечном сечении (гауссовский пучок) и в продольном (поглощение рубидия), т. е. КПН-резонанс определяется результатом усреднения по всему объему взаимодействия, через который проходило регистрируемое излучение, и различен для лучей, проходящих через разные области поперечного сечения. Как уже говорилось, при определенном соотношении интенсивностей в гребенке оптических полей, образующихся в результате модуляции

тока лазера, суммарный полевой сдвиг может быть нулевым. К сожалению, распределение интенсивностей в гребенке сильно меняется от лазера к лазеру. Нам удалось найти такие условия эксперимента, когда полевой сдвиг нулевой для используемого нами лазера и нашей поглощающей ячейки. Эксперимент выполнен с поглощающей ячейкой, содержащей чистый изотоп  $^{87}\text{Rb}$  и буферные газы из смеси аргона и неона ( $\text{Ar} - 35 \text{ Торр}$ ,  $\text{Ne} - 65 \text{ Торр}$ ). Использовался многоэлементный фотоприемник. Исследования проводились аналогичным образом, как в предыдущих случаях, только для образования двухфотонной  $\Lambda$ -схемы использовались  $-2$ - и  $0$ -компоненты гребенки, а не  $-1$  и  $+1$ , как это делалось обычно. Зависимости сдвига частоты от ослабления мощности СВЧ, пересчитанные на частоту сверхтонкого расщепления основного состояния  $^{87}\text{Rb}$ , показана на рис. 5. Зависимость, отмеченная красным цветом, показана для случая сигнала из центральной области взаимодействия. Зависимость, отмеченная синим цветом, показана для случая сигнала из областей взаимодействия, расположенных крестом на периферии. Как видно из результатов измерений, сдвиг частоты существенно зависит от регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения взаимодействия лазерного излучения с атомами с различной интенсивностью излучения, и полученные зависимости пересекаются. В точке пересечения полевой сдвиг для центральной области и периферии одинаковый, не зависящий от величины поля, т.е. полевой сдвиг в этой точке равен нулю (сложилось определенное соотношение интенсивностей в гребенке оптических полей, при котором суммарный сдвиг оказался равным нулю).

Обычно частота лазера стабилизировалась по  $D_1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$ , и выбор рабочей точки осуществлялся изменением мощности СВЧ, модулирующей ток лазера для нахождения оптимального режима. При этом стабилизация частоты СВЧ может осуществляться с использованием сигнала из центральной области взаимодействия, а настройка мощности СВЧ по сигналу из периферийной области, так как в точке с нулевым сдвигом частоты оба сигнала после синхронного детектирования равны нулю. К сожалению, в точке пересечения амплитуда КПН-резонанса мала и поэтому получить высокую стабильность не представляется возможным. Была проведена серия экспериментов с зеркалом с отверстием и двумя фотоприемниками, что больше соответствовало осевой симметрии геометрии пучка для экспериментов и позволяло оптимизировать сигналы и получить более компактную конструкцию. Бы-

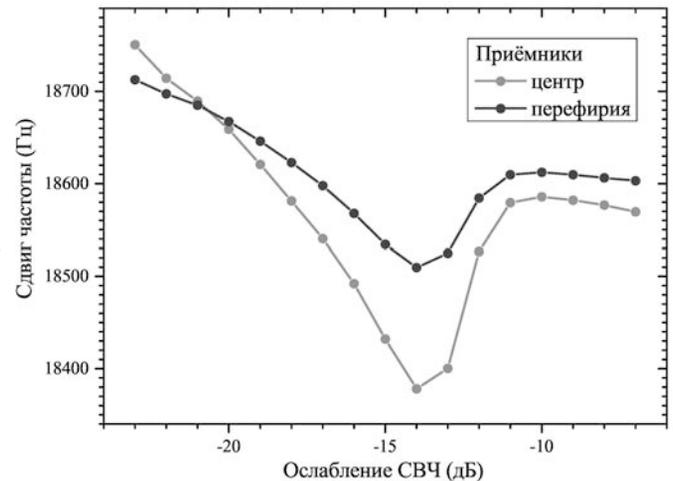


Рис. 5. Зависимость сдвига частоты от ослабления мощности СВЧ для случая ячеек с буферными газами из смеси аргона и неона ( $\text{Ar} - 35 \text{ Торр}$ ,  $\text{Ne} - 65 \text{ Торр}$ ) и использованием  $-2$ - и  $0$ -компонент гребенки

ло решено не ограничивать поиск рабочей точки с полевым сдвигом равным нулю ситуацией привязки частоты лазера к центру линии поглощения. Для поиска рабочей точки лазер перестраивался относительно центра линии поглощения рубидия. Частота СВЧ модулирующего ток лазера стабилизировалась по КПН-резонансу, который наблюдается в пределах всей однородно уширенной линии поглощения.

Для перестройки частоты лазера относительно центра линии поглощения рубидия осуществлялась плавная регулировка температуры лазера. При этом с помощью многоканального АЦП и компьютера можно было проводить синхронную запись целого ряда сигналов: сигнал пилообразной перестройки температуры лазера, сигнал мощности излучения из центральной области взаимодействия, сигнал мощности излучения из периферийной области взаимодействия, сигнал первой гармоники после выхода синхронного детектора привязки к КПН-резонансу из центральной области взаимодействия, сигнал первой гармоники после выхода синхронного детектора привязки к КПН-резонансу из периферийной области взаимодействия, сигнал из синхронного детектора на вторую гармонику привязки к КПН-резонансу из центральной области, сигнал после выхода синхронного детектора на вторую гармонику привязки к КПН-резонансу из периферийной области. Сигналы на вторую гармонику привязки к КПН-резонансу характеризуют амплитуду КПН-резонансов. После записи с привязкой по одному фотоприемнику проводилась запись с привязкой по другому фотоприемнику.

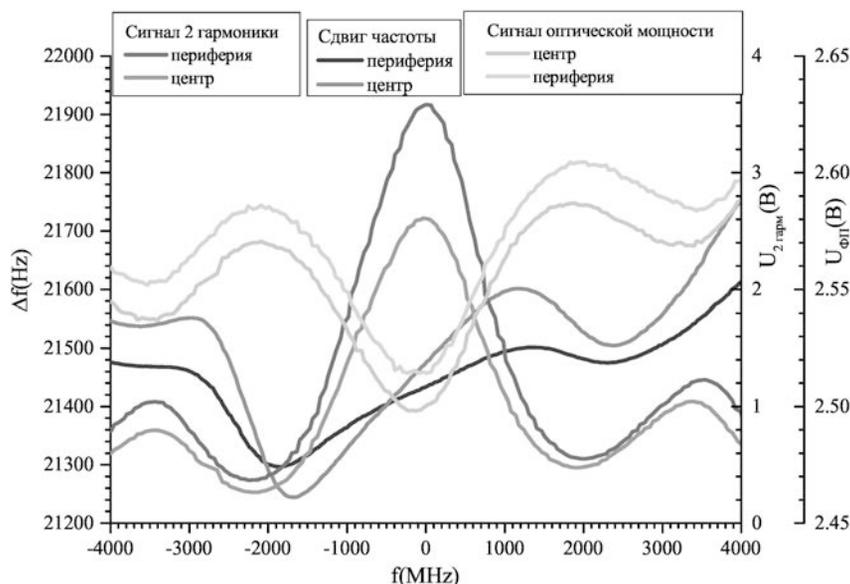


Рис. 6. Запись сигналов сдвига частоты КПН-резонанса для центральной и периферийной областей взаимодействия, сигналов синхронных детекторов на второй гармонике от модулирующей СВЧ-частоты 10 кГц и сигналов от прошедшей через ячейку мощности

На рис. 6 показана одна из записей сдвигов частоты КПН-резонанса для центральной (красный цвет) и периферийной (синий цвет) областей взаимодействия, сигналов после выхода синхронных детекторов на второй гармонике от модулирующей СВЧ-частоты (для центральной области пурпурный цвет для периферийной темно желтый цвет) 10 кГц, характеризующей амплитуду КПН-резонансов и сигналов от прошедшей через ячейку мощности для центральной (зеленый цвет) и периферийной (голубой цвет) областей взаимодействия. Величина СВЧ выбрана оптимальной для получения максимальной амплитуды КПН-резонанса. На рис. 6 видно, что сигнал, характеризующий величину КПН-резонанса, при перестройке в интервале порядка сверхтонкого расщепления основного состояния  $^{87}\text{Rb}$  падал не более чем на порядок. Так же наблюдается точка пересечения зависимостей сдвигов частоты КПН-резонанса от частоты отстройки лазера для центральной и периферийной областей взаимодействия. Величины сдвигов частоты КПН-резонансов для центральной и периферийной областей взаимодействия совпадают в точке, отстоящей от центра линии поглощения многочастотного лазерного поля в низкочастотную область, что обусловлено влиянием сверхтонкого расщепления возбужденного уровня линии  $D_1$  в  $^{87}\text{Rb}$ , которое составляет 816.656 МГц. В линии поглощения многочастотного лазерного поля расщепление из-за большого рабочего давления буферного газа не разрешается, но на вид зависимостей сдвигов частоты КПН-резонанса

от частоты отстройки лазера влияет.

Как видно на рис. 6, амплитуда КПН-резонанса в точке совпадения сдвигов частоты КПН-резонансов для центральной и периферийной областей взаимодействия (точка нулевого полевого сдвига) на 10% меньше максимальной. Следует отметить, что полевые сдвиги меняются не только от световой мощности, но и от многих других параметров: от мощности СВЧ, от отстройки частоты лазера относительно линии поглощения. Кроме того, локальная температура в ячейке так же зависит от поглощенной световой мощности, и могут быть сдвиги от величины световой мощности, не связанные с динамическим штарк-эффектом. Световая мощность контролируется на выходе из поглощающей ячейки и может быть стабилизирована, например, с использованием электрооптического либо акустооптического модуляторов. Отстройка частоты лазера относительно линии поглощения тоже может быть стабилизирована с помощью дополнительной поглощающей ячейки и акустооптического модулятора. Хуже обстоит дело с СВЧ-мощностью: даже если генератор СВЧ выдает стабильную мощность, это не значит, что модуляция лазера стабильна, могут меняться параметры согласования выходного импеданса генератора с импедансом лазера, и модуляционные характеристики лазера так же зависят от тока и температуры. На рис. 7 показана одна из записей сдвигов частоты КПН-резонанса для центральной (красный цвет) и периферийной (синий цвет) областей взаимодействия, сигналов после выхода синхронных детек-

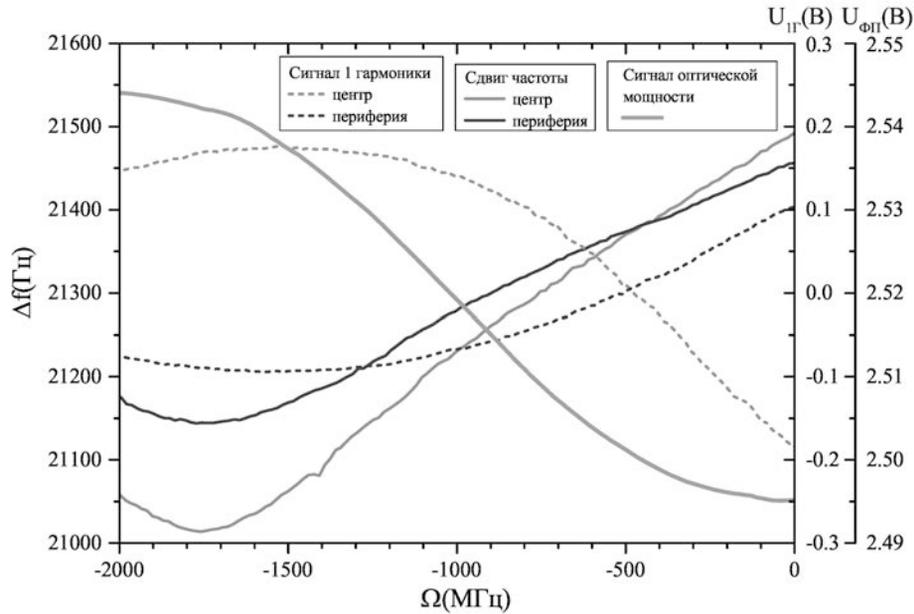


Рис. 7. Запись сигналов сдвига частоты КПН-резонанса для центральной и периферийной областей взаимодействия, сигналов синхронных детекторов на первой гармонике от модулирующей СВЧ-частоты 10 кГц и сигнала от прошедшей через ячейку мощности

торов на первой гармонике (штриховые линии для центральной области — красный цвет, для периферийной — синий цвет) от модулирующей СВЧ-частоты 10 кГц, характеризующей крутизну частотного дискриминатора на базе КПН-резонанса, и сигнала от прошедшей через ячейку мощности для периферийной области взаимодействия (пурпурный цвет). Когда стабилизация частоты СВЧ генератора осуществлялась по нулю первой производной от частоты модуляции 10 кГц из центральной области и записывался сдвиг частоты КПН-резонанса для центральной области, сигнал первой производной записывался из периферийной области. В следующей записи области менялись ролями. Величина СВЧ выбрана оптимальной для получения максимальной амплитуды КПН-резонанса.

Как видно на рис. 7, есть точка совпадения сдвигов частоты КПН-резонансов для центральной и периферийной областей взаимодействия, есть рабочие точки, где сигналы первой производной равны нулю в одном канале, когда есть захват в другом. Эти точки не совпадают, так как частота лазера кроме плавной перестройки путем изменения его температуры могла дрейфовать самостоятельно. Необходимо организовать более прецизионную перестройку частоты лазера. Отстройка частоты лазера относительно линии поглощения, как было сказано ранее, может быть стабилизирована с помощью дополнительной поглощающей ячейки и акустооптического модулятора, сдвигающего частоту лазера, поглоща-

ющей ячейки с подобранным буферным газом или поглощающей ячейки в магнитном поле. При построении стандарта частоты с использованием предлагаемого метода излучение одного из каналов регистрации может быть использовано для стабилизации частоты СВЧ, излучение другого — для подстройки уровня модулирующей мощности СВЧ, что может привести к автоматической настройке на режим работы с нулевым полевым сдвигом.

### 3. ВЫВОДЫ

В работе предложен метод поиска рабочих условий с нулевым световым сдвигом для резонанса когерентного пленения населенностей путем регистрации сигнала из разных областей поперечного сечения взаимодействия лазерного излучения с атомами. Представлены результаты экспериментальных исследований для случая регистрации КПН-резонансов на линии  $D_1$  в  $^{87}\text{Rb}$ . Использование предложенного метода позволит улучшить долговременную стабильность стандартов частоты СВЧ на базе КПН-резонансов.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках программы «Многочастотная лазерная спектроскопия атомов щелочных металлов и ее приложения к новому поколению миниатюрных атомных часов микроволнового и оптического диапазонов» (грант № 22-12-00279).

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. Knappe, R. Wynands, J. Kitching et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **18**, 1545 (2001).
2. V. S. Letokhov and V. P. Chebotayev, *Optical Science, Nonlinear Laser Spectroscopy*, Springer-Verlag, Berlin (1977), Vol. 4.
3. J. Vanier, *Appl. Phys.* **81**, 421 (2005).
4. J. Kitching, *Appl. Phys. Rev.* **5**, 031302 (2018).
5. S. Knappe, P. D. D. Schwindt, V. Shah et al., *Opt. Express* **13**, 1249 (2005).
6. S. Knappe, V. Shah, P. Schwindt et al. *Appl. Phys. Lett.* **85**, 1460 (2004).
7. С. А. Зибров, В. Л. Величанский, А. С. Зибров и др., *Письма в ЖЭТФ* **82**, 534 (2005) [*JETP Lett.* **82**, 477 (2005)].
8. S. A. Zibrov, I. Novikova, D. F. Phillips et al. *Phys. Rev. A* **81**, 013833 (2010).
9. R. Michalzik, *VCSELs*, Springer, Berlin – Heidelberg (2013).
10. M. I. Vaskovskaya, E. A. Tsygankov, D. Chuchelov et al., *Opt. Express* **27**, 35856 (2019).
11. V. Shah, V. Gerginov, P. D. D. Schwindt et al., *Appl. Phys. Lett.* **89**, 151124 (2006).
12. R. W. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski et al. *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983).

# ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЕТЕЛЬ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ В ОПТИЧЕСКИХ ЧАСАХ НА АТОМАХ ТУЛИЯ ПРИ СИНХРОННОМ СЛИЧЕНИИ

Д. О. Трегубов <sup>a\*</sup>, Д. И. Проворченко <sup>a</sup>, Д. А. Мишин <sup>a</sup>, Н. Н. Колачевский <sup>a,b</sup>,  
А. А. Головизин <sup>a\*\*</sup>

<sup>a</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия

<sup>b</sup> Международный центр квантовых технологий  
121205, Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 марта 2023 г.,  
после переработки 13 марта 2023 г.  
Принята к публикации 17 апреля 2023 г.

Синхронное сличение оптических часов с использованием фазово-когерентных часовых лазеров позволяет определять разность (отношение) частот часовых переходов, не ограниченную общими шумами используемых лазеров. Проведено детальное моделирование сличения двух тулиевых оптических часов с использованием синхронного опроса атомов излучением общего часового лазера. Определен ряд критических параметров, таких как остаточные нескоррелированные частотные и амплитудные шумы импульсов пробного излучения и шумы считывания, которые могут приводить к ухудшению стабильности сличения. В то же время продемонстрировано, что такой способ нечувствителен к флуктуациям числа атомов, калибровке параметров петли обратной связи, отдельным выбросам в циклах измерений и флуктуациям лабораторного магнитного поля.

Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.

DOI: 10.31857/S0044451023080084  
EDN:IANIDK

## 1. ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день уровень контроля систематических сдвигов частоты в оптических часах достиг рубежа  $10^{-18}$  в относительных единицах [1–4]. Для характеристики различных источников систематического сдвига и погрешности часовой частоты, а также для экспериментального подтверждения их контроля на таком уровне необходимо проводить сличение двух или несколько часов друг с другом. Несмотря на огромный прогресс источников ультрастабильного лазерного излучения, стабильность оптических часов, в особенности оптических часов на ансамблях нейтральных атомов, зача-

стую ограничивается именно шумами часового лазера. Однако, если использовать для опроса атомных ансамблей в нескольких системах (или нескольких подансамблей в одной системе) излучение одного и того же лазера, можно практически полностью устранить шумы лазера из сигнала разности частот двух систем. В такой конфигурации при синхронном опросе удалось достичь уровня нестабильности  $4.8 \cdot 10^{-17}/\sqrt{\tau}$  двух оптических часов на атомах стронция [5] и даже  $4.4 \cdot 10^{-18}/\sqrt{\tau}$  для двух подансамблей [6]. Важно отметить, что такой метод может быть использован и при сличении оптических часов, работающих на разных атомах, путем фазовой привязки часовых лазеров через оптическую фемтосекундную гребенку [7].

Оптические часы на атомах тулия являются перспективными для создания транспортируемых систем. Часовой переход на длине волны 1.14 мкм мало подвержен влиянию окружения: вследствие

\* E-mail: treg.dim@gmail.com

\*\* E-mail: artem.golovizin@gmail.com

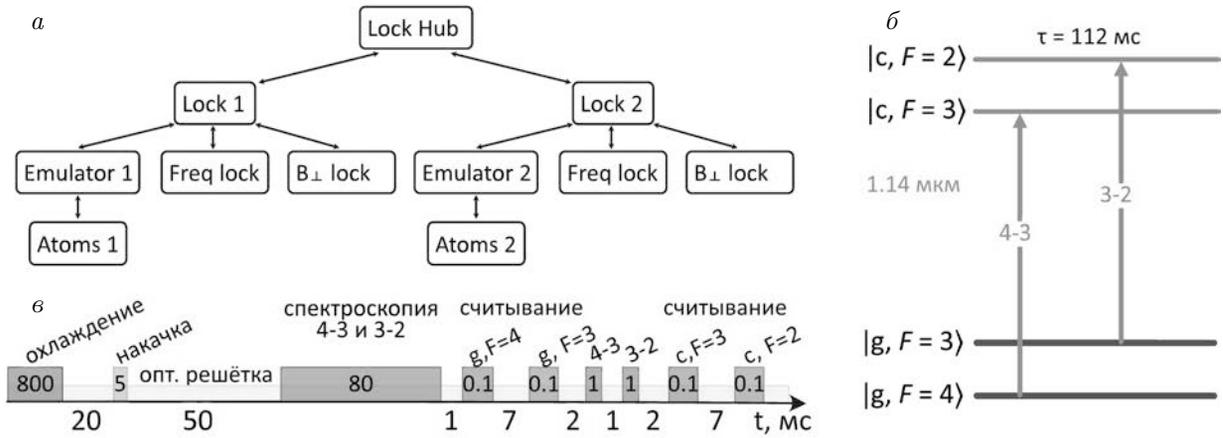


Рис. 1. а) Блок-схема программы моделирования опроса, стабилизации и сличения двух оптических часов. б) Схема уровней часового перехода в атоме тулия, используемых для формирования синтетической частоты. в) Временная диаграмма импульсов подготовки, опроса и считывания населенностей уровней. Две пары считывающих импульсов с короткими  $\pi$ -импульсами обоих часовых переходов между ними обеспечивают последовательные измерения населенностей всех уровней, указанных на схеме б

малой дифференциальной поляризуемости часовых уровней сдвиг частоты тепловым излучением при комнатной температуре составляет  $2.3 \cdot 10^{-18}$ , и влияние статических электрических полей пренебрежимо мало [8]; формирование синтетической частоты приводит к отсутствию зеемановского сдвига (первого и второго порядков) [9]. Как следствие, полный систематический сдвиг в тулиевых оптических часах ожидается на уровне единиц  $10^{-17}$ , с доминирующим вкладом от штарковского сдвига оптической решетки [10]. В нашей лаборатории имеются двое оптических часов на атомах тулия. Одна из систем разработана в компактном формате [11], являясь первым шагом на пути создания транспортируемых тулиевых оптических часов.

В настоящей работе мы проводим детальное моделирование эксперимента по сличению двух оптических часов с использованием синхронного метода опроса. Такое моделирование необходимо для определения ожидаемых требований для проведения эксперимента, в частности алгоритма опроса и работы петель обратных связей, необходимого уровня контроля критичных параметров, а также для определения потенциально достижимых результатов. В разд. 2 представлено описание разработанной модели. Результаты моделирования изложены в разд. 5. Выводы и обсуждение результатов приведены в разд. 4.

## 2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Разработанная программа моделирования опроса, стабилизации и сличения двух оптических часов основана на модели, подробно описанной в ра-

ботах [9, 12]. Она состоит из следующих основных подпрограмм (см. рис. 1).

1. **Atoms.** Этот класс осуществляет имитацию состояния ансамбля атомов аналогично его эволюции в эксперименте. Он включает в себя охлаждение и захват атомов, накачку, возбуждение пробными часовыми импульсами (спектроскопия), первую группу считывающих импульсов для определения числа атомов на подуровнях  $|g, F=4\rangle$ ,  $|g, F=3\rangle$ , девозбуждение резонансными  $\pi$ -импульсами часового лазера, вторую группу считывающих импульсов для измерения  $|c, F=3\rangle$  и  $|c, F=2\rangle$ , а также учет спонтанного распада атомов с часовых уровней (рис. 1б). На каждом шаге задается или изменяется число атомов на интересующих нас уровнях:  $|g, F=4, m_F=0\rangle$ ,  $|g, F=4, m_F \neq 0\rangle$ ,  $|g, F=3, m_F=0\rangle$ ,  $|g, F=3, m_F \neq 0\rangle$ ,  $|c, F=3, m_F=0\rangle$ ,  $|c, F=2, m_F=0\rangle$ . Мы учитываем возможные флуктуации начального числа атомов, неидеальность и флуктуации эффективности накачки, шумы считывания и квантовый проекционный шум. Здесь мы также можем вводить флуктуации значения продольного (задающего) и поперечного магнитного полей.

2. **Laser.** Класс, формирующий значение частоты и амплитуды «пробного» импульса для опроса часовых переходов. Спектр частотных шумов генерируется с использованием функций пакета `allantools.noise`. Все указанные в работе амплитуды определенных типов шумов есть размерные коэффициенты при соответствующей степени частоты в спектральной плотности мощности (СПМ), где размерность СПМ —  $\text{Гц}^2/\text{Гц}$ .

3. **Emulator**. Этот класс используется для «установки» параметров измерения (частоты пробного и перекачивающего излучений, значения задающего магнитного поля, глубины оптической решетки), которые он получает от **Lock**. Также по запросу результатов измерений от **Lock** этот класс имитирует экспериментальный цикл опроса и возвращает «измеренные» значения. В реальном эксперименте этот класс будет заменен на сервер, который управляет экспериментальной установкой.

4. **Lock**. Этот класс осуществляет стабилизацию частоты лазера к атомным переходам. Подкласс **Freq lock** реализует цифровую пропорционально-интегральную петлю стабилизации частоты лазера (если точнее, соответствующих акустооптических модуляторов) к каждому из часовых переходов («4–3» и «3–2», см. рис. 1б) на основе «основных» измерений. Подкласс **B<sub>⊥</sub> lock** осуществляет стабилизацию (если активирована) направления магнитного поля таким образом, чтобы ось квантования была перпендикулярна вектору поляризации оптической решетки.

5. **Lock Hub**. Этот класс осуществляет главное управление экспериментом. Он запускает подпрограммы **Lock 1** и **Lock 2** и задает на каждом шаге режим измерения («основной» режим стабилизации частоты, стабилизацию магнитного поля, левый или правый склон резонанса). После получения «измеренных» значений и определения требуемых корректировок подпрограммы **Lock 1** и **Lock 2** сообщают об этом основной программе, которая в зависимости от заданного алгоритма возвращает им значения корректировок. Помимо этого, в данной программе реализованы протоколы сканирования частоты возбуждающих импульсов через резонанс для калибровки коэффициентов считывания.

Для каждого набора параметров выполнялось 10 прогонов симуляции сличения двух систем с «временем измерения» 10 000 с каждый (одно измерение в секунду). По результатам каждого прогона формировались массивы разности частот переходов «4–3», «3–2» и синтетической частоты двух систем, для которых вычислялась девиация Аллана. Также вычислялись их среднее («измеренные» разности частот  $\nu^{meas}$ ), начальные («установленные»  $\nu^{init}$ ) и средние («реальные»  $\nu^{real}$ ) разности частот переходов в каждом ансамбле атомов. Девиации Аллана усреднялись по проведенным 10 прогонам, а значения частот сохранялись в виде массива. Если не оговорено иначе, моделирование выполнялось при следующих параметрах.

1. Задающее магнитное поле  $B_0 = 300$  мГс.

2. Начальное число атомов  $N_0 = 10^5$ , флуктуации 3%.

3. Эффективность накачки на подуровни  $|g, F = 4, m_F = 0\rangle$  и  $|g, F = 3, m_F = 0\rangle$  20%, относительные флуктуации 3%. Неидеальность накачки (населенности подуровней  $|g, F = 4, m_F \neq 0\rangle$  и  $|g, F = 3, m_F \neq 0\rangle$  перед опросом часовых уровней) равна 10% от населенностей подуровней  $|m_F = 0\rangle$ .

4. Шумы считывания равны нулю.

5. Влияние квантового проекционного шума всегда принимается во внимание.

6. Фазовые шумы лазера состоят из белого шума фазы (коэффициент в СПМ 0.49 в `noise.violet`) и фликкер-шума частоты (коэффициент 0.09 в `noise.pink`) и являются одинаковыми для двух систем.

Поскольку изначально число атомов на подуровнях  $|g, F = 4, m_F = 0\rangle$  и  $|g, F = 3, m_F = 0\rangle$  близко (отличается только флуктуациями), мы будем приводить результаты сличения синтетической частоты. Девиации Аллана разности частот, стабилизированных по переходам «4–3» и «3–2», имеют тот же вид, но значения нестабильности в  $\sqrt{2}$  раза больше, чем у синтетической частоты. Полученные девиации Аллана для времени усреднения  $\tau \geq 100$  с аппроксимировались формулой  $\sigma_y/\sqrt{\tau}$  и экстраполировались на полное время измерений. На полученных графиках также указаны стандартные отклонения «измеренных» значений разности частот, вычисленных по формуле  $\Delta\nu = \langle \nu_1^{meas} - \nu_1^{real} \rangle - \langle \nu_2^{meas} - \nu_2^{real} \rangle$ , где среднее вычисляется для каждого прогона. Отметим, что для всех расчетов среднее этих величин отлично от нуля на величину, меньшую ее стандартного отклонения, что говорит о корректности работы петель стабилизации.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для определения выигрыша проведения синхронного опроса в сравнении с независимым мы провели сличение в следующей конфигурации. Формировался экземпляр **Laser** удвоенной длительности (20 000 с при длительности одного измерения 10 000 с) с одинаковыми значениями фликкер-шума частоты и белого шума фазы. Затем формировались экземпляры **Laser 1** и **Laser 2** из четных (нечетных) значений **Laser**. Таким образом, медленные флуктуации частоты являются общими для двух систем, а белый шум фазы — независимым. Результаты показаны на рис. 2а. Видно, что наличие даже небольшого уровня шумов приводит к быстрому ухудшению погрешности измерений.

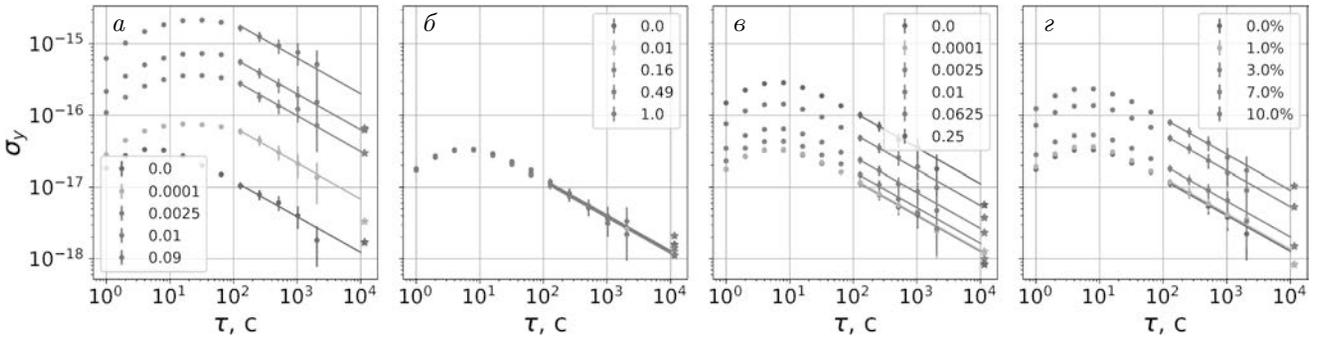


Рис. 2. Относительная девиация Аллана разности синтетических частот при времени усреднения  $\tau$  в зависимости от уровня шумов лазера а) при несинхронном опросе и б) при синхронном опросе; в) при синхронном опросе в зависимости от уровня относительных шумов частот двух пробных импульсов (белый шум частоты); г) при синхронном опросе в зависимости от уровня относительных флуктуаций мощности пробных импульсов

На рис. 2б представлены результаты для синхронного опроса в зависимости от уровня общих флуктуаций частоты лазера (менялась амплитуда белого шума фазы, амплитуда фликкер-шума частоты равна 0.09). Погрешность измерения оказывается нечувствительна к уровню шумов лазера (в диапазонах, в которых стабилизация частоты работает) и ограничена квантовым пределом шумов.

Однако в реальных условиях, даже при точной временной синхронизации пробных часовых импульсов, относительные фазы пробных импульсов могут флуктуировать из-за различных технических шумов. Основной вклад вносят нескоррелированные флуктуации длин оптического пути от лазера до каждого из атомных ансамблей. Общепринятой практикой является активная стабилизация оптического пути с использованием акустооптического модулятора (см., например, [13, 14]), однако всегда остаются некомпенсированные участки (например, от точки разделения излучения часового лазера до интерферометра стабилизации). Мы исследовали влияние таких шумов путем задания шумов **Laser 2** в виде суммы шумов **Laser 1** и добавочного белого шума частоты (функция `noise.white`). Результаты представлены на рис. 2в. Видно, что для сличения на уровне, близком к стандартному квантовому пределу, необходимо устранять относительные шумы частоты опрашиваемого излучения на уровне лучше 0.0025.

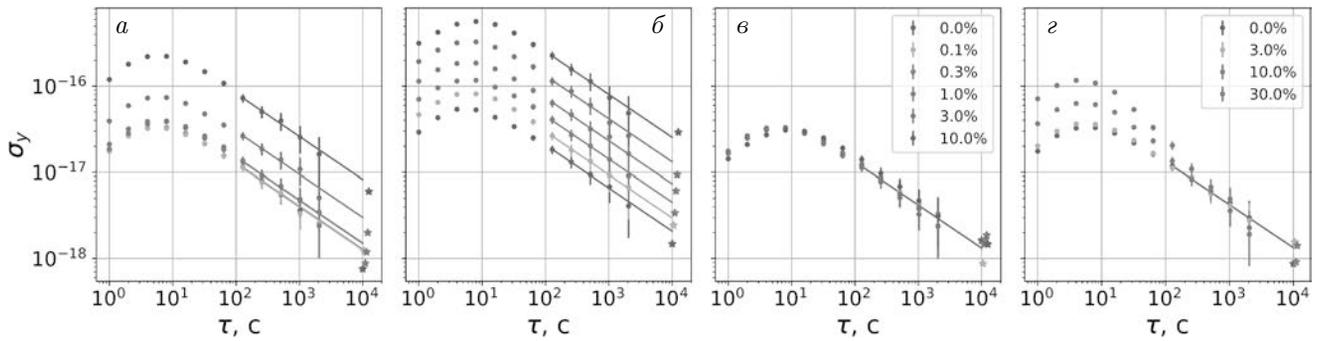
Общие флуктуации мощности, так же как и общие флуктуации частоты, опрашиваемых импульсов не приводят к деградации стабильности измерений. Однако нескоррелированные флуктуации мощности вызывают ухудшение девиации Аллана, как это показано на рис. 2г.

Из полученных результатов можно сделать вывод, что для проведения сличения частот двух оптических часов на уровне, близком к стандартно-

му квантовому пределу, необходимо обеспечить стабильность мощности опрашиваемого излучения на уровне 1% и флуктуации частоты, вносимые не общими нестабилизированными частями оптического пути, менее  $\delta\nu = 50$  мГц. Последнее при длительности пробного импульса  $\Delta t = 80$  мс соответствует набору разностной фазы  $\delta\phi = 2\pi\delta\nu\Delta t = 0.025$  рад.

Источником ухудшения стабильности измерений также являются шумы считывания числа атомов. На рис. 3а показаны результаты моделирования для различных значений относительных шумов считывания. Как и можно было ожидать, данные шумы начинают влиять на качество измерений при превышении величины стандартного квантового предела  $1/\sqrt{N}$ .

К ухудшению стабильности сличения приводит наличие «плохих» измерений, когда в работе одной или обеих систем произошел сбой (например, из-за отвязки стабилизации частоты какого-либо лазера, удвоителя или усиливающего резонатора оптической решетки). В модели мы учли такие ситуации путем задания вероятности  $\eta_b$  «плохого» измерения в каждой из систем (реализована в **Emulator**). При его реализации программа привязки получает от эмулятора нулевые значения измеренных населенностей и флаг «плохого» измерения и не использует его для стабилизации соответствующей частоты. В случае независимой работы петель привязок каждой из систем полученные девиации Аллана для разных значений вероятности  $\eta_b$  представлены на рис. 3б. Видно, что даже редкие случаи «плохих» измерений приводят к заметному ухудшению стабильности. Это связано с «рассинхронизацией» петель стабилизаций, что в какой-то мере эквивалентно внесению нескоррелированных частотных шумов. Однако, если каждая программа стабилизации будет сообщать **Lock Hub** о случившемся «плохом» измерении, можно реализовать пропуск кор-



**Рис. 3.** Девиация Аллана разности синтетических частот при времени усреднения  $\tau$  в зависимости от а) относительного уровня шумов считывания; б) вероятности нескоррелированных «плохих» измерений без синхронного исключения «плохих» циклов из коррекции частоты; в) вероятности нескоррелированных «плохих» измерений с синхронным исключением «плохих» циклов из коррекции частоты (для графиков а, б, в легенда общая); г) ошибок калибровки коэффициентов пропорционально-интегрального контроллера стабилизации частот

рекции частоты в обеих системах. В таком случае «рассинхронизации» петель стабилизаций не происходит, а девиация измерений практически не ухудшается даже при наличии большого числа «плохих» измерений (рис. 3в).

Отметим, что неточность калибровки считывания в пределах 20% не приводит к ухудшению сличения двух систем. Различие коэффициентов цифровых пропорционально-интегрирующих петель привязок приводит к ухудшению только кратковременной стабильности (рис. 3г).

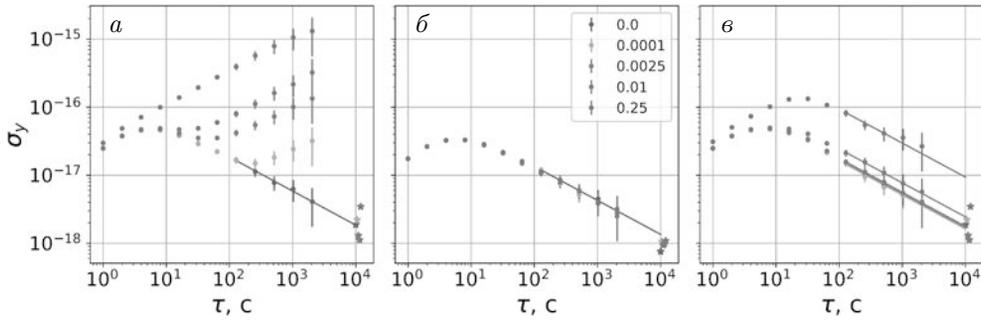
Следующим важным фактором являются флуктуации магнитного поля. Мы разделим их на два типа: флуктуации продольного (параллельного полю  $\mathbf{B}_0$ , задающего ось квантования) и перпендикулярного магнитных полей. Приводимые ниже амплитуды шумов есть размерный коэффициент при соответствующей степени частоты в СПМ, где размерность СПМ Гс<sup>2</sup>/Гц.

В случае флуктуации продольного магнитного поля, будь то вследствие нестабильности тока магнитной катушки или лабораторного магнитного поля, частота каждого из двух часовых переходов изменяется за счет изменения квадратичного зеемановского сдвига. При задающем магнитном поле  $B_0 = 300$  мГц коэффициент чувствительности частоты часовых переходов к изменению продольного магнитного поля  $\delta B_{\parallel}$  равен  $2\beta_i B_0 \approx \pm 0.15$  Гц/Гц. Здесь  $\beta_i = \pm 257$  Гц/Гц<sup>2</sup> есть коэффициенты квадратичного зеемановского сдвига для переходов «4–3» и «3–2». При этом сдвиг синтетической частоты оказывается нечувствительным к таким флуктуациям [9].

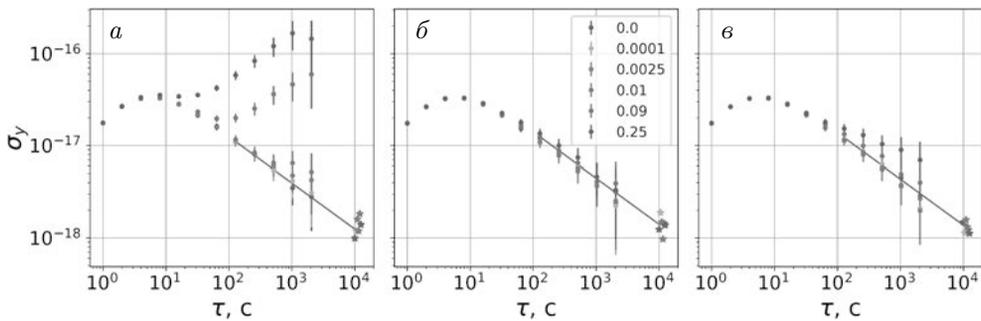
Мы провели моделирование сличения двух часов при наличии броуновского шума продольного магнитного поля различной величины. На рис. 4а показаны девиации Аллана сличения частот пере-

ходов «4–3» (для перехода «3–2» график аналогичен). Видно, что наличие шума с амплитудой 0.0001 приводит к ограничению достижимой погрешности измерений на уровне  $10^{-17}$ , а при увеличении шума девиация Аллана быстро растет. В то же время график девиации Аллана для синтетической частоты не изменяется (рис. 4б). Поскольку мы стабилизируем излучение к каждому из переходов «4–3» и «3–2», изменение разности их частот будут соответствовать изменению их зеемановских сдвигов. Из этих данных можно определить изменение продольного магнитного поля и скорректировать частоту каждого из переходов. При постобработке мы провели сглаживание этих значений по 30 измерениям (чтобы устранить флуктуации, связанные с флуктуациями частоты лазера) и скорректировали частоты переходов «4–3» (рис. 4в) и «3–2» (аналогичный, не показан). Видно, что такой метод хорошо работает до амплитуды шумов 0.01.

В случае флуктуации поперечного магнитного поля  $\delta B_{\perp}$  происходит одинаковое смещение частот переходов «4–3» и «3–2» (а следовательно, и синтетической частоты) вследствие изменения вклада тензорного слагаемого штарковского сдвига оптической решеткой. Зависимость этого вклада от малых флуктуаций перпендикулярного магнитного поля является квадратичной,  $\delta\nu \sim (\delta B_{\perp}/B_0)^2$ . В связи с этим влияние флуктуаций перпендикулярного магнитного поля на стабильность частоты переходов «4–3» и «3–2» при малых  $\delta B_{\perp}$  (девиации аналогичны показанной на рис. 5а для синтетической частоты) меньше, чем для флуктуаций продольного поля аналогичной амплитуды (рис. 4а). Однако, как отмечалось выше, синтетическая часовая частота обладает такой же чувствительностью к этим флуктуациям, как и частоты «4–3» и «3–2». Ранее нами была экспериментально продемонстриро-



**Рис. 4.** Влияние флуктуаций продольного магнитного поля на сличение двух часов. *а*) Девиация Аллана разности частот перехода «4–3» двух систем при времени усреднения  $\tau$ . *б*) Девиация Аллана синтетической частоты. *в*) Девиация Аллана разности частот перехода «4–3» двух систем с пострекорректировкой на основе измеренных значений продольного магнитного поля, полученных из величины разности частот переходов «4–3» и «3–2» в каждой из систем. Легенда на рис. *б* является общей для всех графиков, на ней указана амплитуда в СПМ шумов магнитного поля



**Рис. 5.** Влияние флуктуаций поперечного магнитного поля на сличение двух часов (легенда общая для всех графиков). Девиация Аллана синтетической частоты при времени усреднения  $\tau$  без активной стабилизации направления магнитного поля (*а*) и с ее наличием (*б*, *в*). Калибровочные измерения направления магнитного поля осуществляются раз в 4 цикла основной стабилизации (*б*), раз в 9 циклов (*в*)

вана [9] стабилизация направления задающего магнитного поля с точностью лучше 1 мрад, что обеспечивает вклад в нестабильность частоты менее  $10^{-18}$  в относительных единицах. На рис. 5*б*, *в* показаны результаты расчетов нестабильности синтетической частоты при добавлении в алгоритм измерений (симуляций) калибровочных измерений угла между задающим магнитным полем и вектором поляризации оптической решетки (подробно см. в [9, 12]). После выполнения 4(9) измерений частот переходов на левом и правом склонах осуществляется калибровочное измерение — добавляется перпендикулярное магнитное поле  $B_{\perp}^{calib} = \pm 60$  мГц ( $B_0 = 300$  мГц). Из разности частот центров линий при  $B_{\perp}^{calib} = \pm 60$  мГц определяется угол отклонения задающего магнитного поля от  $90^\circ$ , который компенсируется с помощью цифрового пропорционально-интегрального контроллера  $\mathbf{B}_{\perp}$  Lock. Оптимальный алгоритм калибровочных измерений (частота их проведения и параметры петли обратной связи) будут определены экспериментально на основе измерения уровня флуктуаций перпендикулярного магнитного поля.

Так, измеренная в работе [9] зависимость  $\delta B_{\perp}$  от времени соответствует броуновскому шуму с амплитудой 0.04. Видно, что в этом случае можно проводить калибровочные измерения каждые 9 основных измерений (рис. 5*в*).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы провели детальное моделирование сличения двух оптических часов в режиме синхронного опроса часовых переходов. Расчеты показали, что общие для двух систем флуктуации частоты и мощности часового лазера, схожего по спектру шумов с имеющимся в лаборатории, не будут оказывать влияния на измеряемую нестабильность разности частот двух систем. Однако для достижения нестабильности, определяемой стандартным квантовым пределом для ансамбля из 20 тыс. атомов, необходимо устранить ряд технических шумов. Наибольшее влияние оказывают нескоррелированные шумы частоты и мощности пробного излучения в каждой системе, что приводит к необходимости использования стабилизированных оптических волокон для

доставки излучения от часового лазера к атомам, минимизации и изоляции от окружения нескомпенсированных оптических путей, а также мониторинга и возможно активной стабилизации мощности пробных импульсов. Также необходимо обеспечить низкий уровень «классических» шумов считывания числа атомов, т. е. стабилизацию частоты считывающего лазера не хуже 0.1 от естественной ширины перехода, мощности считывающего пучка, а также достаточный уровень сигнала к шуму.

Мы показали, что наличие «плохих» измерений, когда в одной или обеих системах не удалось выполнить измерение эффективности возбуждения переходов часовым лазером, не приводит к ухудшению стабильности сличения при исключении таких циклов из корректировки частот в обеих системах. Неточности калибровки коэффициентов считывания и привязки в пределах 20% также не оказывают влияния на результаты сличения.

Мы также продемонстрировали, что типичные флуктуации магнитного поля в лаборатории не будут влиять на стабильность и точность при сличении двух тулиевых часов. Это обеспечивается, с одной стороны, за счет нечувствительности синтетической частоты к флуктуациям продольного магнитного поля, а с другой — путем проведения калибровочных измерений перпендикулярного магнитного поля и его активной стабилизации.

В итоге при реалистичных параметрах эксперимента мы ожидаем достижения относительной погрешности  $10^{-17}$  разностной синтетической частоты двух оптических часов на атомах тулия за время измерения менее 1000 с. Это позволит нам выполнить характеризацию систематических сдвигов частоты каждой из систем на уровне  $10^{-17}$  за достаточно небольшое время порядка нескольких дней. Применительно к измерению гравитационного сдвига, мы сможем регистрировать разность высот с разрешением 10 см при времени измерения менее 1000 с.

**Финансирование.** Работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 21-72-10108).

## ЛИТЕРАТУРА

1. T. Nicholson, S. Campbell, R. Hutson, G. Marti, B. Bloom, R. McNally, W. Zhang, M. Barrett, M. Safronova, G. Strouse, W. Tew, and J. Ye, *Nature Commun.* **6**, 1 (2015).
2. S. M. Brewer, J. Chen, A. M. Hankin, E. R. Clements, C. W. Chou, D. J. Wineland, D. B. Hume, and D. R. Leibbrandt, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 033201 (2019).
3. N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, and E. Peik, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 063001 (2016).
4. T. Bothwell, D. Kedar, E. Oelker, J. M. Robinson, S. L. Bromley, W. L. Tew, J. Ye, and C. J. Kennedy, *Metrologia* **56**, 065004 (2019).
5. E. Oelker et al., *Nature Photon.* **13**, 714 (2019).
6. T. Bothwell, C. J. Kennedy, A. Aeppli, D. Kedar, J. M. Robinson, E. Oelker, A. Staron, and J. Ye, *Nature* **602**, 420 (2022).
7. H. Inaba, K. Hosaka, M. Yasuda, Y. Nakajima, K. Iwakuni, D. Akamatsu, S. Okubo, T. Kohno, A. Onae, and F.-L. Hong, *Opt. Express* **21**, 7891 (2013).
8. A. Golovizin, E. Fedorova, D. Tregubov, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, *Nature Commun.* **10**, 1724 (2019).
9. A. A. Golovizin, D. O. Tregubov, E. S. Fedorova, D. A. Mishin, D. I. Provorchenko, K. Y. Khabarova, V. N. Sorokin, and N. N. Kolachevsky, *Nature Commun.* **12**, 5171 (2021).
10. A. Golovizin, D. Tregubov, E. Fedorova, D. Mishin, D. Provorchenko, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, *AIP Conf. Proc.* **2241**, 020016 (2020).
11. A. Golovizin, D. Tregubov, D. Mishin, D. Provorchenko, and N. Kolachevsky, *Opt. Express* **29**, 36734 (2021).
12. D. Tregubov, A. Golovizin, D. Provorchenko, D. Mishin, V. Sorokin, K. Khabarova, and N. Kolachevsky, 2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS), 1 (2021).
13. K. Kudayarov, G. Vishnyakova, K. Y. Khabarova, and N. Kolachevsky, *Laser Phys.* **28**, 105103 (2018).
14. A. Kuhl, T. Waterholter, S. Koke, G. Grosche, G. Vishnyakova, and R. Holzwarth, 2019 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium and European Frequency and Time Forum (EFTF/IFC), 1 (2019).

# МАСШТАБИРУЕМАЯ АРХИТЕКТУРА ГЕТЕРОЯДЕРНОГО КВАНТОВОГО РЕГИСТРА ИЗ НЕЙТРАЛЬНЫХ АТОМОВ НА ОСНОВЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-ИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ

*А. М. Фарук<sup>a,b,c\*</sup>, И. И. Бетеров<sup>a,c,d,e\*\*</sup>, Пэн Сюй<sup>f,g</sup>, И. И. Рябцев<sup>a,c</sup>*

<sup>a</sup> Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Факультет естественных наук, Университет Аль-Азхар  
11884, Каир, Египет

<sup>c</sup> Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук  
630090 Новосибирск, Россия

<sup>d</sup> Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>e</sup> Новосибирский государственный технический университет  
630073, Новосибирск, Россия

<sup>f</sup> Государственная ключевая лаборатория магнитного резонанса и атомной и молекулярной физики, Инновационная академия науки и техники точных измерений, Китайская академия наук  
430071, Ухань, Китай

<sup>g</sup> Уханьский институт квантовых технологий  
430206, Ухань, Китай

Поступила в редакцию 14 марта 2023 г.,  
после переработки 14 марта 2023 г.  
Принята к публикации 28 марта 2023 г.

Основываясь на нашей недавней статье [arXiv: 2206.12176 (2022)], мы рассматриваем масштабируемую архитектуру гетероядерного квантового регистра из нейтральных атомов щелочных металлов, в котором возможна параллельная реализация вентилях CNOT (управляемое HE) для квантовой обработки информации. Параллельное выполнение вентилях CNOT для удаленных друг от друга пар кубитов сочетается с последовательным выполнением таких вентилях для пар соседних кубитов, в которых один из кубитов является общим для всех пар. Для выполнения вентилях используется когерентный транспорт массива атомов одного химического элемента (вспомогательные кубиты) по отношению к массиву атомов другого химического элемента (кубиты данных). Вспомогательные кубиты удерживаются в массиве мобильных оптических дипольных ловушек, генерируемых двумерным акустооптическим дефлектором. Кубиты данных хранятся в массиве стационарных оптических дипольных ловушек, создаваемых с помощью пространственного модулятора света. Когерентный транспорт обеспечивает сохранение суперпозиций логических состояний вспомогательных кубитов, несмотря на их перемещение в пространстве. При этом пути перемещения выбираются таким образом, чтобы избежать пересечений с кубитами данных в пространстве. Численно оптимизированы параметры системы для достижения точности параллельно выполняемых вентилях CNOT около  $\mathcal{F} = 95\%$  для условий, которые могут быть реализованы в эксперименте. Предложенная архитектура может быть применена для реализации поверхностных кодов квантовой коррекции ошибок. Для оценки эффективности вентилях также исследованы энтропия Реньи и взаимная информация.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080096  
EDN: IAYWOR

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние несколько лет достигнут значительный прогресс в реализации квантовых вычислений. Следует отдельно отметить достижения в разработке квантовых процессоров или квантовых симулято-

\* E-mail: ahmed.farouk@azhar.edu.eg

\*\* E-mail: betеров@isp.nsc.ru

ров на основе нейтральных атомов щелочных [1–3] или щелочноземельных [4] металлов. Недавно были предложены оригинальные подходы для создания квантового процессора на основе атомов, в котором реализованы динамические связи между кубитами [4–7], что может быть использовано для построения масштабируемых квантовых информационных систем. В работе [5] реализован магнитный транспорт для перемещения холодных атомов вблизи поверхности с очень высокой точностью позиционирования, при этом атомы удерживаются во всех трех измерениях. Однако высокая скорость движения атомов приводит к их нагреву. С использованием оптического пинцета стало возможным перемещать атомные кубиты без разрушения когерентных суперпозиций их состояний, как это было продемонстрировано в работе [6]. Было показано, что можно перемещать атом между двумя оптическими дипольными ловушками, имеющими одинаковую глубину, и что перенос атомов с использованием оптического пинцета не вызывает значительного нагрева атомов во время их движения.

В работе [4] была экспериментально продемонстрирована возможность реализации квантовых вентилях и выполнения кодов квантовой коррекции ошибок с динамической реконфигурацией массива атомов, когда атомы захватываются в два отдельных массива оптических дипольных ловушек. Для генерации статических (не перемещаемых в пространстве) оптических дипольных ловушек используется пространственный модулятор света (ПМС), который позволяет создавать массивы фокусов оптических пучков с произвольной пространственной конфигурацией. Для генерации мобильных (перемещаемых в пространстве) оптических дипольных ловушек применялся акустооптический дефлектор (АОД), который может формировать атомные решетки правильной формы при подаче на него многочастотного радиочастотного сигнала. При этом оба массива оптических дипольных ловушек не пересекаются в пространстве. Динамическая реконфигурация массива может быть использована для передачи квантовой информации между кубитами. При этом для создания квантовой запутанности атомных кубитов требуется их кратковременное возбуждение в ридберговские состояния.

При работе с атомами одного и того же химического элемента (гомоядерная конфигурация) атомы вначале загружаются в статические ловушки, а затем с помощью мобильного оптического пинцета выполняется перегруппировка атомов для со-

здания упорядоченного массива, не имеющего дефектов. Затем некоторые из атомов, выбранных в качестве вспомогательных, переносятся в мобильные ловушки [1]. Необходимость переноса вспомогательных кубитов в массивы, создаваемые с помощью АОД, связана с тем, что это обеспечивает более быстрое перемещение атомов, чем было бы при использовании ПМС для этих целей.

Дополнительные возможности управления энергиями взаимодействия ридберговских атомов появляются при использовании атомов различных химических элементов (гетероядерная архитектура). В работе [9] экспериментально продемонстрирован упорядоченный массив из 512 атомов двух различных химических элементов,  $^{87}\text{Rb}$  и  $^{133}\text{Cs}$ , с индивидуальным управлением квантовыми состояниями отдельных атомов с расстояниями между соседними атомами одного и того же химического элемента 10 мкм и расстоянием между атомами различных химических элементов около 7 мкм. Такое расстояние достаточно, чтобы при воздействии лазерного излучения на отдельные атомы устранить влияние на атомы, находящиеся в соседних узлах. Архитектура гетероядерного массива, реализованного в работе [9], позволяет охлаждать атомы рубидия и цезия, захватывать их в упорядоченные массивы оптических дипольных ловушек и независимо управлять их квантовыми состояниями.

Архитектура квантовых регистров, в которых перемещаемые в пространстве атомы одного и того же химического элемента используются как в качестве кубитов данных, так и в качестве вспомогательных кубитов (гомоядерная архитектура) [4], или в которых используются атомы различных химических элементов или различных изотопов в качестве кубитов данных и вспомогательных кубитов (гетероядерная архитектура [9, 10]), а также массивы полярных молекул, взаимодействующих с ридберговскими атомами [11], могут обеспечить увеличение масштаба квантовых регистров на основе атомных систем и уменьшить перекрестные помехи между соседними кубитами. Теоретические расчеты энергии взаимодействия атомов различных химических элементов на основе моделей, предложенных в работах [12, 13], показали, что за счет квантового запутывания атомов различных химических элементов в результате гетероядерного взаимодействия можно проводить точные измерения квантовых состояний кубитов со значительно уменьшенным влиянием процесса измерения на состояния соседних кубитов данных. Были предложены эвристические алгоритмы оптимизации связей внутри массива, обес-

печивающие наименьшее количество перемещений атомов для формирования упорядоченных массивов атомов двух различных изотопов (или различных химических элементов) при их первоначальной стохастической загрузке [5] или для упорядочивания массивов атомов, имеющих произвольную геометрию, заданную пользователем [10]. Массивы атомов двух различных химических элементов могут использоваться для моделирования сложных структур в квантовой физике многих тел, например, можно рассматривать задачу о максимальном независимом множестве с использованием массивов ридберговских атомов [6, 16–18]. Такая архитектура может быть перспективна для реализации так называемого квантового превосходства, которое заключается в способности квантовых компьютеров решать задачи, которые не могут быть решены с помощью классических компьютеров [19].

В нашей работе численно рассчитана точность двухкубитовых вентилях «Управляемое НЕ» (CNOT) при их параллельной реализации в больших гетероядерных атомных массивах. Мы рассмотрели генерацию квантовой запутанности между всеми соседними кубитами, что необходимо для реализации поверхностных кодов, создания кластерных состояний и других приложений. Основная идея работы заключается в том, что гетероядерные взаимодействия ридберговских атомов различных химических элементов [13] в сочетании с когерентным транспортом атомов позволяют [4] выполнять двухкубитовые вентили параллельно для множества пар кубитов в массиве, а для выполнения квантового перепутывания всех соседних кубитов достаточно четырех последовательных этапов параллельного выполнения вентилях CNOT. В отличие от исходной работы [4], благодаря гетероядерному взаимодействию, можно эффективно выполнять квантовое запутывание кубитов данных и вспомогательных кубитов параллельно во всем массиве. При этом взаимодействие атомов одного и того же химического элемента оказывается существенно слабее, что уменьшает перекрестные помехи между ними во время параллельного выполнения двухкубитовых вентилях между атомами различных химических элементов.

Для выполнения отдельных двухкубитовых вентилях мы рассмотрели предложенную в работе [20] схему, основанную на эффекте дипольной блокады и электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Для двух кубитов эта схема была экспериментально опробована в работе [21]. Когерентный транспорт атомов был экспериментально продемон-

стрирован в работе [4]. Массивы атомов, состоящие из двух различных химических элементов, были экспериментально реализованы для атомов рубидия и цезия в работе [9]. На их основе может быть создана гетероядерная архитектура для параллельной реализации вентилях CNOT [22].

Статья построена следующим образом. В разд. 2 описана схема вентилях CNOT на основе ЭИП, показаны структура атомных уровней энергии и последовательность лазерных импульсов для выполнения вентилях CNOT. В разд. 3 рассчитана точность двухкубитового вентилях в зависимости от средней скорости перемещения массива вспомогательных элементов из одного положения в другое и от минимального расстояния между контролирующим и контролируемым атомами. В разд. 4 обсуждается взаимная информация и энтропия Реньи. В разд. 5 подводятся итоги.

## 2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Мы рассматриваем квантовый регистр из нейтральных атомов с гетероядерной архитектурой, где массив атомов цезия  $^{133}\text{Cs}$  генерируется с помощью АОД. Эти атомы выступают в роли вспомогательных кубитов и являются контролирующими при выполнении вентилях CNOT. В качестве логических состояний используются подуровни сверхтонкой структуры основного состояния атомов цезия  $|0\rangle = |6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$  и  $|1\rangle = |6S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$ , где  $F$  — полный момент атома с учетом сверхтонкой структуры,  $m_F$  — проекция полного момента на направление внешнего магнитного поля (рис. 1*a, b*). Из логических состояний могут возбуждаться ридберговские состояния  $|r\rangle = |81S_{1/2}, m_j = -1/2\rangle$  двухфотонным  $\pi$ -импульсом с частотой Раби  $\Omega_r(t)$ , действующим в течение времени  $T_r$  [мкс] ( $m_j$  — проекция полного момента с учетом тонкой структуры ридберговских состояний). Форма импульса задана выражением

$$\Omega_r^{(\mathcal{N})}(t) = \begin{cases} 0, & t < \mathbb{T}_{0,0}^{(\mathcal{N})}, \\ \frac{\pi}{T_r}, & \mathbb{T}_{0,0}^{(\mathcal{N})} \leq t \leq \mathbb{T}_{1,0}^{(\mathcal{N})}, \\ 0, & \mathbb{T}_{1,0}^{(\mathcal{N})} < t < \mathbb{T}_{1,1}^{(\mathcal{N})}, \\ \frac{\pi}{T_r}, & \mathbb{T}_{1,1}^{(\mathcal{N})} \leq t \leq \mathbb{T}_{2,1}^{(\mathcal{N})}, \\ 0, & t > \mathbb{T}_{2,1}^{(\mathcal{N})}, \end{cases} \quad (1)$$

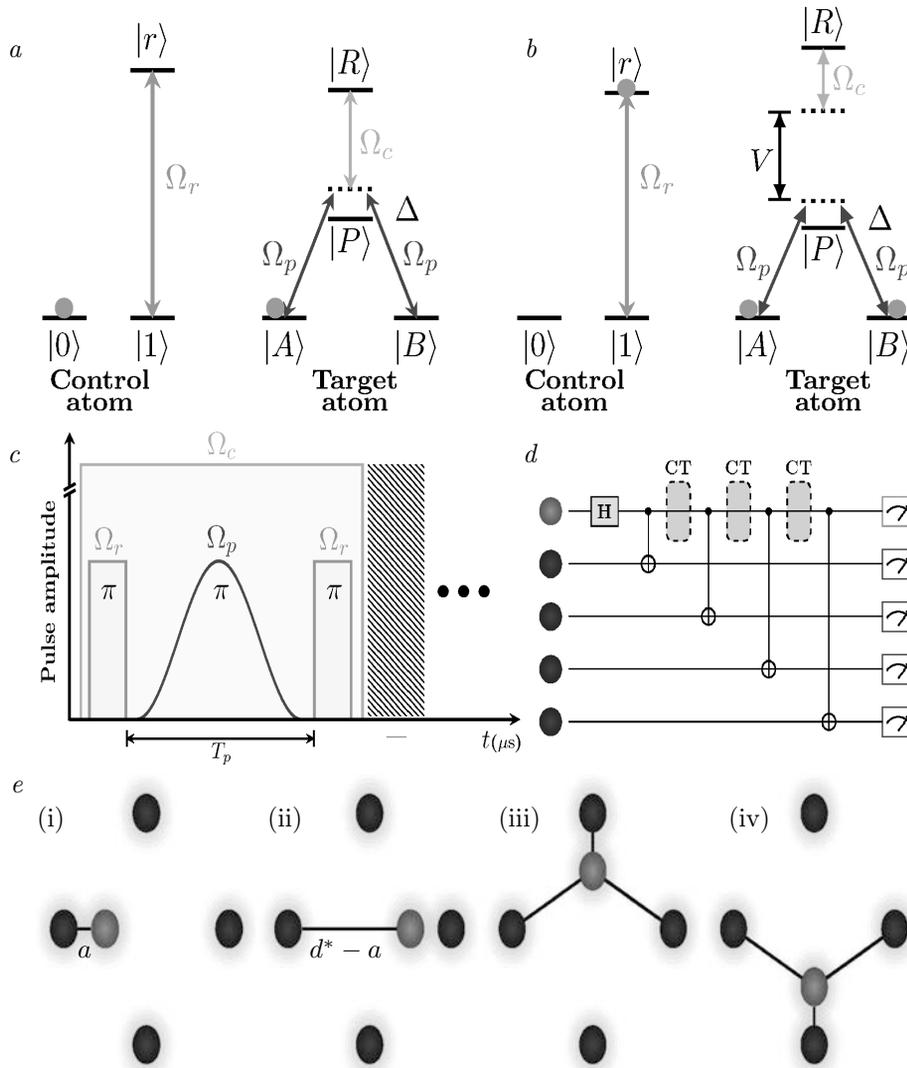
где

$$\mathbb{T}_{j,k}^{(\mathcal{N})} = \mathcal{T}_{\mathcal{N}} + jT_r + kT_p,$$

и

$$\mathcal{T}_{\mathcal{N}} = \sum_b^{\mathcal{N}} (b-1) [2T_r + T_p + T_{gap}].$$

Здесь  $T_{gap}$  — длительность когерентного транспор-



**Рис. 1.** (В цвете онлайн) Масштабируемая гетероядерная архитектура квантового регистра на основе атомов рубидия и цезия для выполнения вентиля CNOT с использованием эффекта ЭИП путем когерентного транспорта контролирующего атома рубидия (вспомогательного кубита) между четырьмя контролируемыми атомами цезия (кубитами данных). *a)* Вследствие эффекта ЭИП блокируется переход между логическими состояниями  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$ . *b)* При лазерном возбуждении контролируемого атома в ридберговское состояние  $|r\rangle$  взаимодействие между ридберговскими состояниями нарушает режим ЭИП, что делает возможным переход между логическими состояниями  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  контролируемого атома. *c)* Последовательность лазерных импульсов, действующих на контролирующий и контролируемый атом  $\mathcal{N}$  при выполнении одного вентиля CNOT. Область, заштрихованная серым, иллюстрирует временной промежуток, во время которого происходит когерентный транспорт. *d)* Схема генерации перепутанных состояний при последовательном выполнении вентилях CNOT и когерентного транспорта (СТ) контролирующего атома (вспомогательного кубита) в промежутке между ними. *e)* Схема перемещения контролирующего атома при последовательном выполнении вентилях CNOT. Минимальное расстояние между контролирующим атомом и любым из контролируемых атомов  $a > R_{LR}$ , расстояние между ближайшими контролируемыми атомами равно  $d = R_{TT} = 60$  мкм, а расстояние между несмежными атомами  $d^* = d\sqrt{2}$

та, а  $T_p$  — продолжительность рамановского лазерного импульса,  $\mathcal{N}$  — индекс, обозначающий контролируемый атом, для которого выполняется вентиль CNOT, индексы  $j = 0, 1, 2$  и  $k = 0, 1$  используются для обозначения времен включения и выключения лазерных импульсов. Время жизни ридберговского состояния контролирующего атома составляет  $\tau_r = 548$  мкс. Гамильтониан, описывающий взаи-

модействие контролирующего атома с излучением, имеет вид

$$\hat{H}_C = \frac{1}{2}\hbar \left[ \Omega_r^{(\mathcal{N})}(t)(|1\rangle\langle r| + \text{H. c.}) - i\gamma_r|r\rangle\langle r| \right]. \quad (2)$$

Здесь  $\gamma_r = 1/\tau_r$  — скорость спонтанного распада ридберговского состояния. Массив атомов

рубидия  $^{87}\text{Rb}$  (кубитов данных) формируется в той же плоскости, что и массив атомов цезия, с помощью ПМС. Атомы рубидия являются контролируруемыми при выполнении двухкубитовых вентилях. Для кубитов данных логическими состояниями являются сверхтонкие подуровни атомов рубидия  $|A\rangle = |5S_{1/2}, F = 1, m_F = 0\rangle$  и  $|B\rangle = |5S_{1/2}, F = 2, m_F = 0\rangle$ . Переходы между логическими состояниями контролируемого атома индуцируются через промежуточное возбужденное состояние  $|P\rangle = |6P_{3/2}, m_j = 3/2\rangle$  рамановским  $\pi$ -импульсом с плавно меняющейся частотой Раби  $\Omega_p(t)$  и профилем

$$\Omega_p(t) = \sqrt{\frac{16\pi\Delta}{3T_p}} \sin^2\left(\frac{\pi t}{T_p}\right).$$

Этот импульс действует только на контролируемые атомы. Его площадь описывается выражением

$$\frac{1}{2\Delta} \int_0^{T_p} \Omega_p^2(t) dt = \pi,$$

где  $\Delta$  — отстройка от резонанса между основными состояниями и промежуточным возбужденным состоянием. Чтобы в значительной степени подавить эффект спонтанного распада промежуточного состояния, рамановская отстройка  $\Delta$  должна быть много больше скорости спонтанного распада  $\gamma_p$  [23]. Промежуточное состояние  $|P\rangle$  со временем жизни  $\tau_p = 26.4$  нс связывается с ридберговским состоянием  $|R\rangle = |77S_{1/2}, m_j = 1/2\rangle$  резонансным излучением с частотой Раби  $\Omega_c(t)$  в условиях точного двухфотонного резонанса между основным и ридберговским состояниями (рис. 1a,b). Формы зависящих от времени рамановских лазерных импульсов  $\Omega_p(t)$  и импульса  $\Omega_c(t)$  задаются следующим образом (рис. 1c):

$$\Omega_p^{(N)}(t) = \begin{cases} 0, & t < \mathbb{T}_{1,0}^{(N)}, \\ \sqrt{\frac{16\pi\Delta}{3T_p}} \sin^2\left(\frac{\pi \bar{t}}{T_p}\right), & \mathbb{T}_{1,0}^{(N)} \leq t \leq \mathbb{T}_{1,1}^{(N)}, \\ 0, & t > \mathbb{T}_{1,1}^{(N)}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\bar{t} = t - \mathbb{T}_{1,0}^{(N)}$ , а

$$\Omega_c^{(N)}(t) = \begin{cases} 0, & t < \mathbb{T}_{0,0}^{(N)}, \\ \Omega_c, & \mathbb{T}_{0,0}^{(N)} \leq t \leq \mathbb{T}_{2,1}^{(N)}, \\ 0, & t > \mathbb{T}_{2,1}^{(N)}. \end{cases} \quad (4)$$

Гамильтониан взаимодействия контролируемого

атома  $j$  с излучением имеет вид

$$\hat{H}_{T_j} = \frac{1}{2}\hbar \left[ \Omega_p^{(N)}(t) (|A\rangle\langle P| + |B\rangle\langle P| + \text{H. c.}) + \Omega_c^{(N)}(t) (|P\rangle\langle R| + \text{H. c.}) - (2\Delta + i\gamma_p) |P\rangle\langle P| \right], \quad (5)$$

где  $\gamma_p = 1/\tau_p$  — скорость спонтанного распада промежуточного  $|P\rangle$ -состояния контролируемого атома.

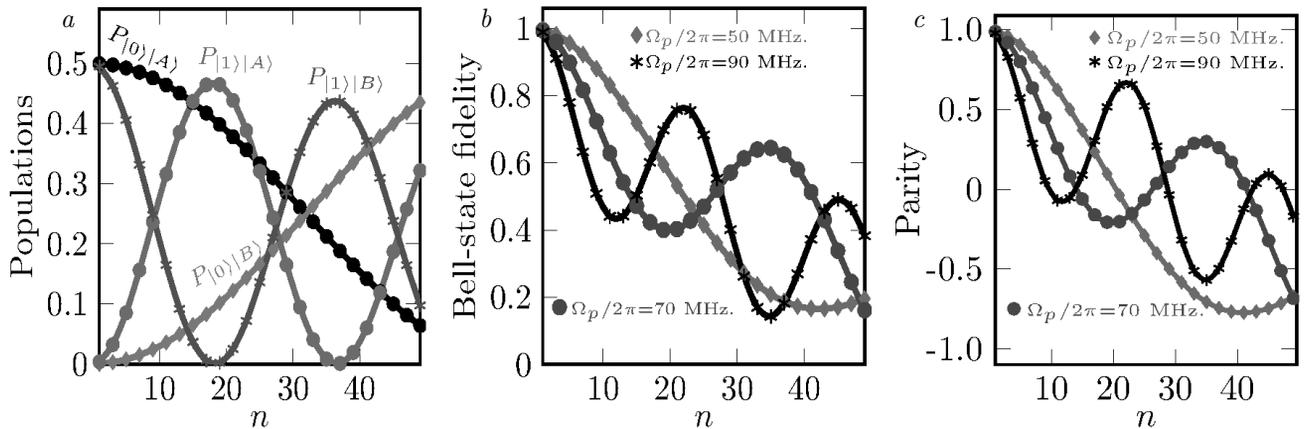
Для заданных последовательностей лазерных импульсов  $\Omega_r(t), \Omega_p(t)$  и  $\Omega_c(t)$  в случае, когда контролирующий атом изначально находился в состоянии  $|0\rangle$ , лазерное возбуждение контролирующего атома в ридберговское состояние не будет происходить, а взаимодействие между контролирующим и контролируемым атомами будет отсутствовать. Вследствие эффекта ЭИП при достаточно большом значении  $\Omega_c$  переход между логическими состояниями  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  контролируемого атома  $j$  будет заблокирован (рис. 1a). Если контролируемый атом изначально находится в состоянии  $|1\rangle$ , то лазерный импульс  $\Omega_r(t)$  возбудит его в ридберговское состояние  $|r\rangle$ . В результате взаимодействие Ван дер Ваальса для контролирующего и контролируемого атома  $j$  приведет к сдвигу энергии ридберговского состояния  $|R\rangle$  на  $V = V_{CT_j} > 0$ , где  $V_{CT_j}$  обозначает энергию взаимодействия контролирующего кубита  $C$  с контролируемым кубитом  $T_j$ . Это нарушит условие двухфотонного резонанса между основным и ридберговским состояниями в контролируемом атоме и сделает возможным переход между логическими состояниями  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  (рис. 1b). Это соответствует выполнению вентиля CNOT, как было показано в работе [20].

Гамильтониан взаимодействия контролирующего и контролируемого атома  $j$  имеет вид

$$\hat{H}_{CT_j} = V_{CT_j} |r\rangle\langle r| \otimes |R\rangle_j\langle R|,$$

где  $V_{CT_j} = C_3/R^3$ ,  $C_3/2\pi = 14.25$  ГГц · мкм<sup>3</sup>,  $R_{LR} = 1.9$  мкм<sup>1</sup>. Значения энергий взаимодействия и времен жизни в нашей работе рассчитаны с использованием библиотеки Alkali Rydberg Calculator (ARC) [24] и детально описаны в работе [22].

<sup>1</sup> В нашем моделировании межатомное расстояние  $R_{CT_j}$  между контролирующим и контролируемым атомами является зависящей от времени функцией, определяющей фактическое положение управляющего атома в процессе реализации.



**Рис. 2.** (В цвете онлайн) *a*) Результат выполнения последовательности вентилей CNOT в зависимости от числа последовательно выполненных вентилей для одного контролируемого атома в зависимости от числа циклов  $n \in (2N - 1)$  для системы, первоначально приготовленной в суперпозиционное состояние  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)|A\rangle$  при частоте Раби рамановского импульса  $\Omega_p = 2\pi \cdot 70$  МГц. Точность генерации состояний Белла (*b*) и осцилляции четности  $\mathcal{P} = 2(P_{|0\rangle|A} + P_{|1\rangle|B}) - 1$  (*c*) в зависимости от числа последовательно выполненных вентилей. Численно рассчитанная четность имеет амплитуду, равную 98.86% и 97.77% при выполнении только одного вентиля CNOT, т. е.  $n = 1$  для  $\Omega_p = 2\pi \cdot 70$  МГц и  $\Omega_p = 2\pi \cdot 90$  МГц соответственно. Здесь  $a = 5$  мкм,  $\Omega_c = 2.5\Omega_p$  и время выполнения вентиля  $\tau_n = n(2T_r + T_p) + (n - 1)T_{gap}$

Рассматриваемая нами пространственная конфигурация для атомов в оптических дипольных ловушках задана таким образом, что расстояние между атомами одного и того же химического элемента достаточно велико, чтобы подавлять любые гомоядерные ридберговские взаимодействия внутри массива,

$$\hat{H}_{\text{TT}} = \sum_{j \neq k}^N V_{T_j T_k} |R\rangle_j \langle R| \otimes |R\rangle_k \langle R|.$$

Кроме того, гетероядерное ридберговское взаимодействие между контролируемым атомом одного химического элемента и удаленными от него атомами другого химического элемента  $k$  также отсутствует. Для этого должно выполняться условие  $a = R_{\text{CT}_j} \ll R_{\text{CT}_k}$  ( $j \neq k$ ). Взаимодействие между контролируемыми атомами рубидия имеет характер взаимодействия Ван дер Ваальса (VdW), т. е.

$$V_{T_j T_k} = \frac{C_6}{R^6},$$

с  $C_6/2\pi = 2036$  ГГц  $\cdot$  мкм<sup>6</sup> и  $R_{\text{LR}} = 1.8$  мкм.<sup>2)</sup> Учитывая расстояние между двумя соседними контролируемыми атомами  $d > 20$  мкм, мы имеем  $V_{T_j T_k} \ll V_{\text{CT}_j}$ . Взаимодействие между гетероядерными атомами из-за резонанса Фёрстера име-

ет характер диполь-дипольного ( $d-d$ ) взаимодействия при межатомном расстоянии между контролирующим и ближайшим контролируемым атомами  $R_{\text{CT}_j} < R_{\text{VdW}} = 31$  мкм. Время выполнения последовательности квантовых вентилей

$$\tau_N = N(2T_r + T_p) + (N - 1)T_{gap},$$

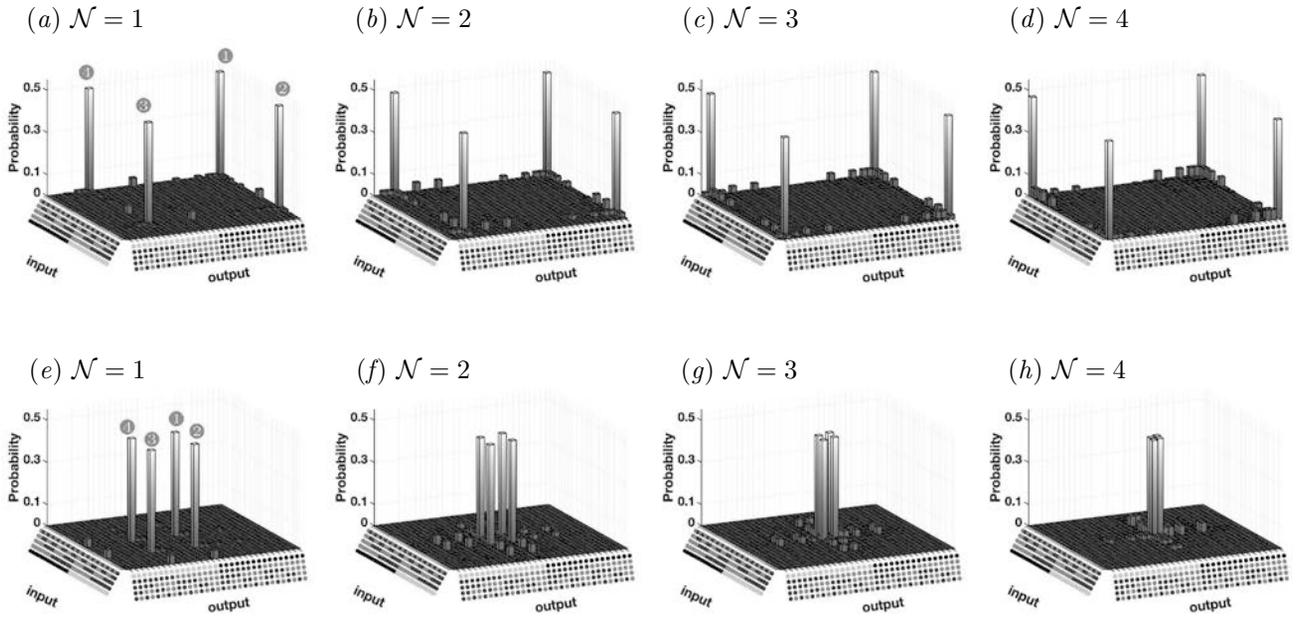
где  $N = 4$  — количество контролируемых атомов.

На рис. 2 мы рассмотрели простейший случай, когда имеется только один контролируемый атом (см. рис. 1*d*). Контролирующий атом после вентиля Адамара будет приготовлен в суперпозиции основных состояний:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle).$$

Последовательность лазерных импульсов, описанная выше, должна генерировать перепутанные состояния Белла. Вентиль Адамара может быть реализован в представлении сферы Блоха путем выполнения вращения кубита на  $90^\circ$  по оси  $Y$  с последующим вращением на  $180^\circ$  по оси  $X$ . Следует отметить, что при многократном выполнении двухкубитового вентиля CNOT происходит регулярный обмен населенностями между состояниями ( $|1\rangle|A\rangle \leftrightarrow |1\rangle|B\rangle$ ), но при этом максимальное значение точности состояний Белла постепенно уменьшается, как показано на рис. 2*b*. Скорость обмена населенностями при этом зависит от значения  $\Omega_p$ .

<sup>2)</sup> Величина  $R_{T_j T_k}$  имеет постоянное значение, поскольку контролируемые атомы захвачены статической ловушкой.



**Рис. 3.** (В цвете онлайн) Таблицы истинности для генерации состояния Гринберга–Хорна–Цайлингера после выполнения вентилей CNOT<sup>N</sup> для каждого из контролируемых атомов: *a–d* — для состояний из уравнения (6); *e–h* — для состояний из уравнения (7). Логические состояния  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ ,  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  обозначены в виде черных, зеленых, красных и синих кругов соответственно. Здесь  $N = 4$ ,  $T_{gap} = 1.09$  мкс,  $T_r = 1666$  нс,  $a = 5$  мкм,  $d = 60$  мкм,  $\Delta = 2\pi \cdot 1200$  МГц,  $\Omega_p = 2\pi \cdot 70$  МГц,  $\Omega_c = 2.5\Omega_p = 2\pi \cdot 175$  МГц

На рис. 3 показана таблица истинности для генерации состояний Гринберга–Хорна–Цайлингера

$$\begin{aligned}
 |\psi_0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) |AAAA\rangle \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |0\rangle |AAAA\rangle + |1\rangle |B\rangle^{\otimes N} |A\rangle^{\otimes (N-N)} \right) \quad (6)
 \end{aligned}$$

(рис. 3a) и

$$\begin{aligned}
 |\psi_0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) |BBBB\rangle \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |0\rangle |BBBB\rangle + |1\rangle |A\rangle^{\otimes N} |B\rangle^{\otimes (N-N)} \right) \quad (7)
 \end{aligned}$$

(рис. 3b). Массив контролируемых атомов во время выполнения квантовых вентилей перемещается так, как показано на примере одного атома из массива на рис. 1e. Столбец 1 в численно рассчитанных таблицах истинности на рис. 3 соответствует сохранению системы в исходном состоянии  $|0\rangle |AAAA\rangle \xrightarrow{\text{CNOT}} |0\rangle |AAAA\rangle$ . Видно, что его амплитуда практически не уменьшается под действием многократных лазерных импульсов и когерентного транспорта, изображенного на рис. 2a при  $n = 1$ . Переходу между состояниями  $|1\rangle |A\rangle$  и  $|1\rangle |BBBB\rangle$ , который также показан на рис. 4, по маршруту  $|1\rangle |AAAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |r\rangle |AAAA\rangle \xrightarrow{\text{SWAP}}$

$|r\rangle |BAAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |1\rangle |BAAA\rangle \xrightarrow{\text{CT}} |1\rangle |BAAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |r\rangle |BAAA\rangle \xrightarrow{\text{SWAP}} |r\rangle |BBAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |1\rangle |BBAA\rangle \xrightarrow{\text{CT}} |1\rangle |BBAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |r\rangle |BBAA\rangle \xrightarrow{\text{SWAP}} |r\rangle |BBBA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |1\rangle |BBBA\rangle \xrightarrow{\text{CT}} |1\rangle |BBBA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |r\rangle |BBBA\rangle \xrightarrow{\text{SWAP}} |r\rangle |BBBB\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |1\rangle |BBBB\rangle$ , соответствует рис. 3a (SWAP — процесс переноса населенностей между основными состояниями контролируемых атомов).

### 3. ТОЧНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ СОСТОЯНИЯ ГРИНБЕРГА–ХОРНА–ЦАЙЛИНГЕРА

Для  $N = 4$  контролируемых атомов рассмотрим генерацию состояния Гринберга–Хорна–Цайлингера, которое широко используется в квантовых вычислениях и криптографии [25]. Для оценки точности генерации состояния Гринберга–Хорна–Цайлингера мы использовали следующее определение точности произвольного состояния квантовой системы  $\hat{\rho}$  по отношению к эталонному состоянию  $\hat{\sigma}$  [26]:

$$\mathcal{F}(\hat{\rho}, \hat{\sigma}) = \text{Tr} \left( \sqrt{\sqrt{\hat{\rho}} \hat{\sigma} \sqrt{\hat{\rho}}} \right),$$

где матрица плотности  $\hat{\rho}$  вычислена после выбора подпространства логических основных состоя-

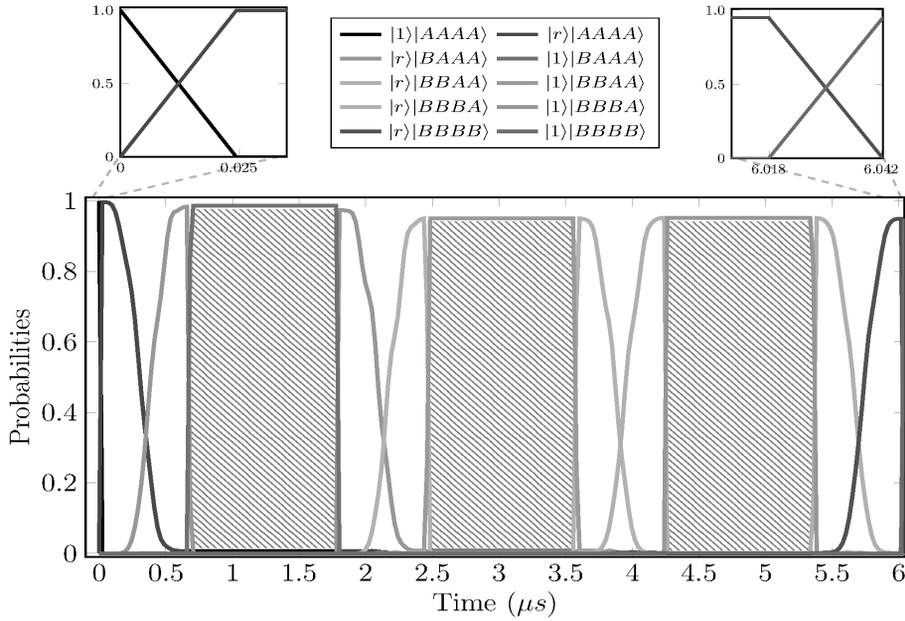


Рис. 4. (В цвете онлайн) Перенос населенности между состояниями  $|1\rangle|A\rangle \rightarrow |1\rangle|BBBB\rangle$  для тех же параметров, что и на рис. 3. Заштрихованные серым области иллюстрируют интервал  $T_{gap}$  между последовательно выполняемыми вентилями

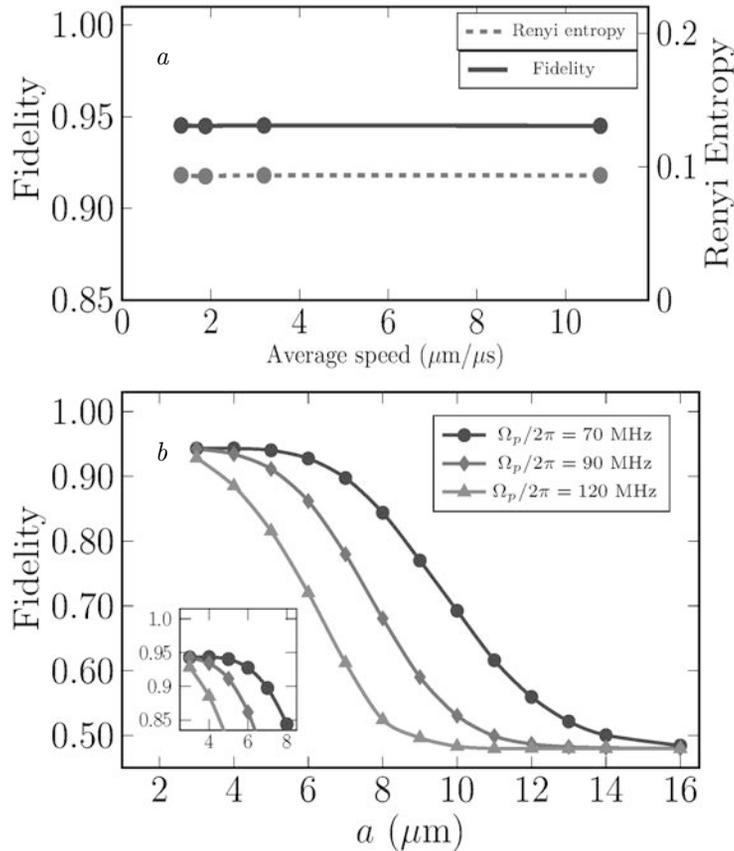


Рис. 5. (В цвете онлайн) а) Эволюция точности (сплошная линия) и энтропии Реньи (штриховая линия) в зависимости от средней скорости перемещения вспомогательного кубита на расстояние  $d^* = d\sqrt{2} = 60\sqrt{2} = 84.85$  мкм между несмежными кубитами данных. б) Эволюция точности в зависимости от минимального расстояния между вспомогательным кубитом и соответствующим кубитом данных для различных значений  $\Omega_p$ , при этом  $\Omega_c = 2.5\Omega_p$ , а остальные параметры такие же, как на рис. 3

ний контролируемых и контролируемых атомов из пространства всех возможных состояний атомов, а  $\hat{\sigma} = |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+|$  является матрицей плотности многокубитового перепутанного состояния,

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\otimes_{\ell}^N |0\rangle_{\ell} + \otimes_{\ell}^N |1\rangle_{\ell}).$$

Мы численно рассчитали матрицу плотности системы, первоначально приготовленной в суперпозиции логических состояний управляющего атома, что является результатом первоначального выполнения вентиля Адамара для начального состояния  $|0\rangle$  контролирующего атома.

На рис. 5а построен график зависимости точности (сплошная линия) генерации состояний Белла в зависимости от средней скорости когерентного транспорта, который был учтен введением в расчетах дополнительного времени ожидания. В такой модели средняя скорость перемещения контролирующего атома не влияет на точность генерации запутанных состояний, поскольку во время когерентного транспорта атом находится в основном состоянии. Это соответствует выводам из экспериментальной работы [4], согласно которым на точность влияет только потеря атома как доминирующий механизм ошибок при средней скорости более 0.55 мкм/мкс. На рис. 5b, показана зависимость точности от минимального межатомного расстояния между контролирующим атомом и соответствующим контролируемым атомом для трех различных значений  $\Omega_p$ . Максимальное значение полученной точности составляет 94.96%. Точность генерации снижается при увеличении расстояния  $a$  [мкм]. Более того, скорость снижения точности увеличивается при больших значениях  $\Omega_p$ , что соответствует более быстрому выполнению каждого вентиля CNOT.

#### 4. ЭНТРОПИЯ РЕНЬИ И ВЗАИМНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Обнаружение и измерение запутанности является фундаментальной особенностью физики квантовых систем. Если функция состояния  $\psi_{AB}$  квантовой системы является произведением состояний подсистем  $A$  и  $B$  системы многих тел  $AB$ , тогда

$$\text{Tr}(\rho_A^2) = \text{Tr}(\rho_B^2) = \text{Tr}(\rho_{AB}^2) = 1,$$

где  $\rho_A = \text{Tr}_B(\rho_{AB})$  — приведенная матрица плотности подсистемы  $A$ . Вычисление следа по подсистеме означает игнорирование всей информации о состоянии этой подсистемы. Для запутанных состояний системы состояния ее подсистемы оказываются менее чистыми по сравнению со всей системой,

в результате чего могут быть записаны неравенства  $\text{Tr}(\rho_A^2) < \text{Tr}(\rho_{AB}^2)$  и  $\text{Tr}(\rho_B^2) < \text{Tr}(\rho_{AB}^2)$ . Эти неравенства могут быть сформулированы в терминах квантовой энтропии, в частности энтропии Реньи [27]. Энтропия Реньи  $n$ -го порядка подсистемы  $A$  задается выражением

$$S_n(A) = \frac{1}{1-n} \log_2(\text{Tr} \rho_A^n).$$

В качестве предельного случая для  $n \rightarrow 1$  мы получаем энтропию фон Неймана. Для  $n = 2$  мы получаем энтропию Реньи второго порядка

$$S_2(A) = -\log_2(\text{Tr} \rho_A^2),$$

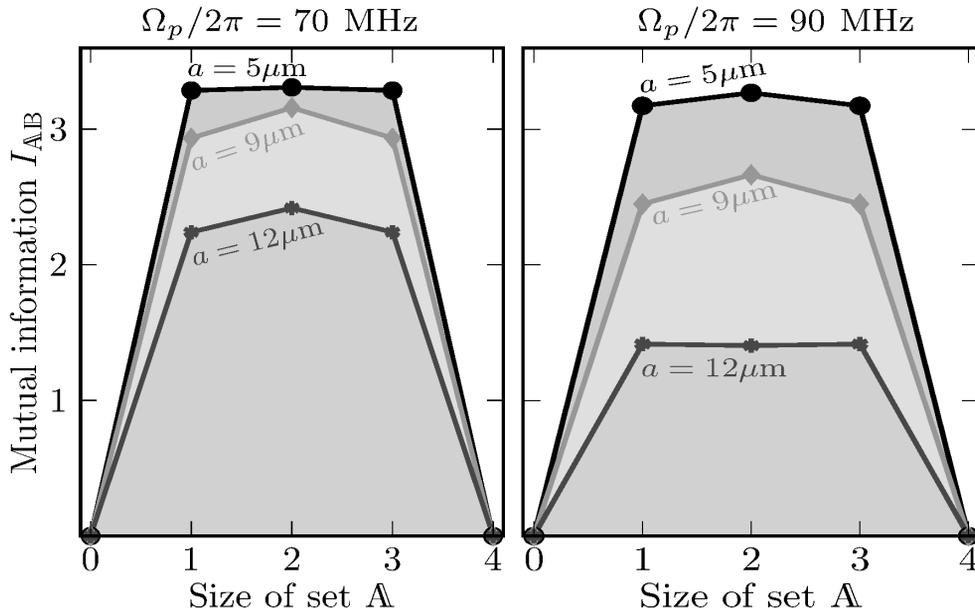
которая связана с чистотой, обеспечивающей нижнюю границу энтропии запутывания фон Неймана. Величина  $S_2(A)$  предоставляет больше информации о квантовом состоянии, чем энтропия фон Неймана, где достаточными условиями для демонстрации запутанности становятся  $S_2(A) > S_2(AB)$  и  $S_2(B) > S_2(AB)$  [28].

На рис. 5а показана эволюция энтропии Реньи  $S_{AB}$  (штриховая линия) как функция средней скорости перемещения при транспортировке контролирующего атома на расстояние  $d^* - 2a$  [мкм] и минимального расстояния  $a$  между контролирующим и контролируемым атомами соответственно. На рис. 5а хорошо видно, что изменение средней скорости атома не влияет на энтропию Реньи. Потеря атомов в процессе когерентного переноса является основным потенциальным механизмом ошибок, который может повлиять на энтропию Реньи.

Взаимная информация двух случайных величин — это мера зависимости одной из переменных от другой или объем информации, который можно получить об одной переменной, просто наблюдая за другой переменной. Это можно понимать как меру корреляции между двумя переменными [29]. Взаимная информация Реньи  $I_{AB}$  для двух наборов атомов,  $A$  и  $B$ , задается как

$$I_{AB} = S_2(A) + S_2(B) - S_2(AB), \quad (8)$$

где считается, что множество  $A$  включает оператор приведенной плотности для управляющего атома с любым числом  $N$  контролируемых атомов и множество  $B = A^c$ . В частном случае, когда множество  $A$  является пустым множеством или включает все контролируемые атомы, из уравнения (8) ясно, что взаимная информация  $I_{AB}$  равна нулю. Если взаимная информация линейно увеличивается с ростом размера системы, то скорость измерения оказывается низкой (что известно как «закон объема»). Ес-



**Рис. 6.** (В цвете онлайн) Численно рассчитанная взаимная информация  $I_{AB}$  как функция подмножества  $\Lambda$  для различных значений минимального расстояния  $a$  между контролирующим и контролируемым атомами и максимального значения частоты Раби рамановского импульса  $\Omega_p$

ли же взаимная информация не растет с увеличением размера системы, то высокая скорость измерения предотвращает накопление запутанности в системе (что известно как «закон площади»).

На рис. 6 мы показываем эволюцию взаимной информации  $I_{AB}$  в зависимости от размера набора  $\Lambda$  для различных значений минимального расстояния между контролирующим и контролируемым атомами  $a$  [мкм]. Поскольку количество контролируемых атомов ограничено в рассматриваемой архитектуре ( $N = 4$ ), не вполне ясно, описывается ли поведение масштабирования системы «законом объема» или «законом площади». Кроме того, количество взаимной информации уменьшается за счет размещения контролирующего атома на минимальном расстоянии от контролируемых атомов и становится меньше, как показано на рис. 6 справа, если рассматривается возможность более быстрой реализации вентилей CNOT за счет уменьшения времени рамановского импульса  $T_p \propto 1/\Omega_p$ .

## 5. ВЫВОДЫ

Мы предложили двумерную масштабируемую гетероядерную архитектуру с атомами рубидия и цезия для параллельной реализации вентилей CNOT в массиве атомов путем последовательной реализации вентилей CNOT<sup>4</sup> с использованием когерентного транспорта вспомогательных кубитов. При использовании когерентного транспорта взаимодействие между атомами одного химического

элемента подавляется, поскольку контролируемые атомы находятся достаточно далеко друг от друга, а взаимодействие атомов различных химических элементов оказывается достаточно эффективным, чтобы обеспечить выполнение двухкубитовых вентилей. Точность вентилей CNOT близка к 95% в случае транспортировки вспомогательного кубита между четырьмя различными кубитами данных при минимальном межатомном расстоянии 3 мкм между вспомогательным кубитом и кубитом данных при относительно небольших частотах Раби рамановского лазерного импульса  $\Omega_p = 2\pi \cdot 70$  МГц. Мы показали, что средняя скорость движения атомов не влияет на динамику состояний кубита (потери атомов не учтены в численной модели). Взаимная информация уменьшается при размещении контролирующего атома вдали от фиксированного положения контролируемых атомов при выполнении вентилей.

**Финансирование.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-42-00031, <https://rscf.ru/project/23-42-00031/>. Обучение одного из авторов (А. М. Фарук) в аспирантуре поддержано в рамках совместной исполнительской программы Египта и России (EGY-6544/19). Работа другого автора (Пэн Сюй) поддержана в рамках Национальной программы ключевых исследований и разработок Китая (грант № 2021YFA1402001), программы содействия молодежным инновациям. Регистрационный номер ассоциации Y2021091.

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. Ebadi, T. T. Wang, H. Levine et al., *Nature* **595**, 227 (2021).
2. P. Scholl, M. Schuler, H. J. Williams et al., *Nature* **595**, 233 (2021).
3. T. M. Graham, Y. Song, J. Scott et al., *Nature* **604**, 457 (2022).
4. I. S. Madjarov, J. P. Covey, A. L. Shaw et al., *Nature Physics* **16**, 857 (2020).
5. W. Hänsel, J. Reichel, P. Hommelhoff, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 608 (2001).
6. J. Beugnon, C. Tuchendler, H. Marion et al., *Nature Phys.* **3**, 696 (2007).
7. G. T. Hickman and M. Saffman, *Phys. Rev. A* **101**, 063411 (2020).
8. D. Bluvstein, H. Levine, G. Semeghini et al., *Nature* **604**, 451 (2022).
9. K. Singh, S. Anand, A. Pocklington et al., *Phys. Rev. X* **12**, 011040 (2022).
10. C. Sheng, J. Hou, X. He et al., *Phys. Rev. Lett.* **128**, 083202 (2022).
11. C. Zhang and M. R. Tarbutt, *PRX Quantum* **3**, 030340 (2022).
12. T. G. Walker and M. Saffman, *Phys. Rev. A* **77**, 032723 (2008).
13. I. I. Beterov and M. Saffman, *Phys. Rev. A* **92**, 042710 (2015).
14. Z. Tao, L. Yu, P. Xu et al., *Chin. Phys. Lett.* **39**, 083701 (2022).
15. S. Ebadi, A. Keesling, M. Cain et al., *Science* **376**, 1209 (2022).
16. M. Nguyen, J. Liu, J. Wurtz et al., *PRX Quantum* **4**, 010316 (2023).
17. A. Byun, M. Kim, and J. Ahn, *PRX Quantum* **3**, 030305 (2022).
18. M. Kim, K. Kim, J. Hwang et al., *Nature Phys.* **18**, 755 (2022).
19. F. Arute, K. Arya, R. Babbush et al., *Nature* **574**, 505 (2019).
20. M. Müller, I. Lesanovsky, H. Weimer et al., *Phys. Rev. Lett.* **102**, 170502 (2009).
21. K. McDonnell, L. F. Keary, and J. D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **129**, 200501 (2022).
22. A. M. Farouk, I. I. Beterov, P. Xu et al., *ArXiv*: 2206.12176 (2022).
23. C. W. Mansell and S. Bergamini, *New J. Phys.* **16**, 053045 (2014).
24. N. Šibalić, J. D. Pritchard, C. S. Adams, and K. J. Weatherill, *Comp. Phys. Comm.* **220**, 319 (2017).
25. M. Hillery, V. Bužek, and A. Berthiaume, *Phys. Rev. A* **59**, 1829 (1999).
26. M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computing and Quantum Information*, Cambridge University Press, Cambridge (2000).
27. R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, and K. Horodecki, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 865 (2009).
28. R. Islam, R. Ma, P. M. Preiss et al., *Nature* **528**, 77 (2015).
29. M. M. Wolf, F. Verstraete, M. B. Hastings, and J. I. Cirac, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 070502 (2008).

# КВАНТОВЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА МЕТОДОМ КВАНТОВОЙ ОЦЕНКИ ФАЗЫ И КВАНТОВОГО ПОИСКА

Ч. Цзюньси<sup>a</sup>, И. И. Бетеров<sup>b,a,c,d\*</sup>

<sup>a</sup> Новосибирский национальный исследовательский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>c</sup> Новосибирский государственный технический университет  
630072, Новосибирск, Россия

<sup>d</sup> Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 15 марта 2023 г.,  
после переработки 28 апреля 2023 г.  
Принята к публикации 28 апреля 2023 г.

Рассмотрен квантовый алгоритм решения задачи коммивояжера методом квантовой оценки фазы и квантового поиска. Развивается подход, ранее предложенный для решения этой задачи. Использован один квантовый регистр для кодирования собственных состояний унитарного оператора, фаза которого задает длительность каждого из возможных маршрутов. Для оценки длительности маршрута используется алгоритм квантовой оценки фазы. Затем для нахождения минимальной длительности маршрута измеренные значения длительностей кодируются в состояния второго квантового регистра и проводится поиск оптимального маршрута с помощью модифицированного алгоритма Гровера. Проведено численное моделирование предложенного квантового алгоритма с использованием библиотеки Qiskit для одной и двух итераций модифицированного алгоритма Гровера.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080102  
EDN:IAZOFF

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Задача коммивояжера относится к NP (non-deterministic polynomial) трудным задачам оптимизации. Это делает ее интересной для решения с использованием квантовых компьютеров [1]. В последнее время интерес к таким оптимизационным задачам значительно вырос в связи со значительным прогрессом в экспериментальной реализации квантовых процессоров и демонстрации так называемого квантового превосходства, которое заключается в способности квантовых компьютеров решать задачи, которые не могут быть решены с помощью

классических компьютеров [2–4]. Подобный класс NP-трудных задач интересен как для демонстрации квантового превосходства в различных физических системах, так и для практических приложений, например, маршрутизации. Элементарные задачи такого рода могут быть полезны для демонстрации возможностей альтернативных физических систем для квантовых вычислений, например, на основе ультрахолодных ионов или ультрахолодных атомов [5, 6].

Постановка задачи следующая: необходимо найти кратчайший путь через все указанные города с обязательным однократным посещением каждого из городов и возвратом в исходный город. На основе задачи коммивояжера были разработаны различные методы дискретной оптимизации. В работе [7]

\* E-mail: betеров@isp.nsc.ru

был предложен квантовый алгоритм решения задачи коммивояжера на основе квантовой оценки фазы. Было показано, что квантовый алгоритм позволяет достичь квадратичного ускорения в зависимости от числа городов по сравнению с классическим методом полного перебора. В дальнейшем на сайте Qiskit (общедоступной библиотеки для квантовых вычислений с использованием процессоров компании IBM) был опубликован методический материал [8] по решению задачи коммивояжера на основе работы [7]. В то же время решение задачи коммивояжера так и не было доведено до конца, поскольку вместо нахождения оптимального маршрута была получена длительность только одного из возможных маршрутов.

В работе [9] было предложено использовать модифицированный алгоритм Гровера для реализации квантового варианта алгоритма Дейкстры. Мы применили аналогичный подход для решения задачи коммивояжера в варианте, описанном в работе [7] и на сайте Qiskit [8]. Мы использовали один квантовый регистр для кодирования собственных состояний унитарного оператора, фаза которого задает длительность каждого из возможных маршрутов.

Для оценки длительности маршрута используется алгоритм квантовой оценки фазы. Затем для нахождения минимальной длительности маршрута измеренные значения длительностей кодируются в состояния второго квантового регистра и проводится поиск оптимального маршрута с помощью модифицированного алгоритма Гровера. В работе проведено численное моделирование предложенного квантового алгоритма с использованием библиотеки Qiskit для одной и двух итераций модифицированного алгоритма Гровера. Адаптивный алгоритм Гровера был предложен для решения аналогичной задачи в недавней работе [10].

Статья имеет следующую структуру: в разд. 2 рассматривается метод кодирования длительности маршрута в задаче коммивояжера в собственных состояниях унитарного оператора и оценки длительности маршрута методом квантовой оценки фазы. Приводятся оценки фазы маршрутов, полученные в результате численного моделирования с помощью библиотеки Qiskit. В разд. 3 описан модифицированный алгоритм Гровера для поиска минимума в неупорядоченной базе данных [11, 12] и приведена схема его использования для поиска минимальной длительности маршрута. Представлены результаты моделирования одной и двух итераций модифицированного алгоритма Гровера с помощью библиотеки Qiskit.

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ МАРШРУТА МЕТОДОМ КВАНТОВОЙ ОЦЕНКИ ФАЗЫ

Задача коммивояжера может быть представлена на графе, как показано на рис. 1. Каждый узел графа представляет собой город, расстояние между городами не зависит от направления движения. Максимальная длина маршрута может быть нормирована на величину  $2\pi$ . Следуя работе [7], мы рассмотрели граф из четырех узлов с расстояниями между узлами  $\phi_{12} = \pi/2$ ,  $\phi_{13} = \phi_{23} = \phi_{24} = \pi/4$  и  $\phi_{14} = \phi_{34} = \pi/8$ . Для классического решения задачи следует рассматривать матрицу  $\phi_{ij}$ , составленную из расстояний между узлами  $i$  и  $j$ . Для квантовой оценки фазы, согласно работе [7], будем использовать в качестве исходных данных матрицу  $e^{i\phi_{ij}}$ . Идея квантового алгоритма заключается в следующем: если закодировать передвижение между узлом  $i$  и всеми остальными узлами  $j$  состоянием некоторой квантовой системы, то можно построить действующий на это состояние унитарный оператор, собственное значение которого будет равно  $e^{i\phi_{ij}}$ . Любой маршрут по замкнутому циклу, проходящий однократно через все узлы графа, можно представить в виде тензорного произведения состояний квантовых систем, кодирующих маршрут между соседними узлами. Тогда можно построить унитарный оператор, являющийся тензорным произведением отдельных унитарных операторов, описывающих длительность маршрута через каждый из узлов. Фаза собственного значения такого унитарного оператора будет описывать длительность всего маршрута.

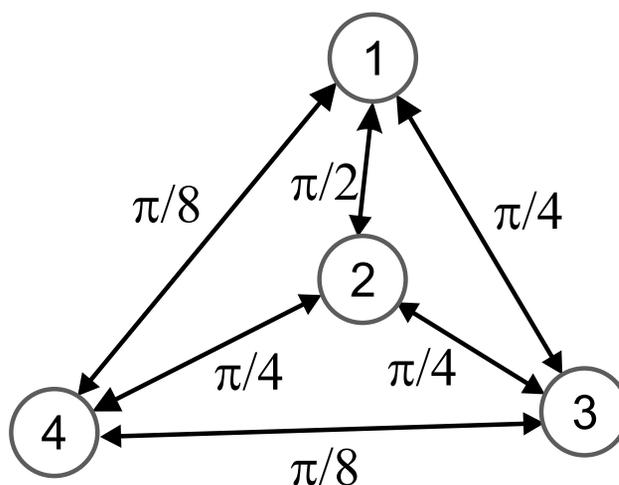


Рис. 1. Иллюстрация задачи коммивояжера на графе. Расстояния между городами  $\phi_{12} = \pi/2$ ,  $\phi_{13} = \phi_{23} = \phi_{24} = \pi/4$  и  $\phi_{14} = \phi_{34} = \pi/8$  не зависят от направления движения

Таблица. Замкнутые маршруты, соответствующие им собственные состояния и собственные значения

Маршрут	$r(1)-r(2)-r(3)-r(4)$	Собственное состояние	Собственное значение (результат моделирования)	Длительность маршрута
1-2-3-4	4-1-2-3	$ 11000110\rangle$	1001	$\pi + \pi/8$
1-2-4-3	3-1-4-2	$ 10001101\rangle$	1000	$\pi$
1-4-2-3	3-4-2-1	$ 10110100\rangle$	0111	$\pi/2 + \pi/4 + \pi/8$

Следуя изложению на сайте Qiskit [8], проиллюстрируем построение квантовых состояний регистра, описывающих определенный маршрут. Определим функцию  $i = r(j)$ : ее значение  $i$  — это номер узла, из которого для данного конкретного маршрута коммивояжер пришел в узел  $j$ , т. е. для маршрута, в котором коммивояжер из города 1 попадает в город 2, можно записать  $r(2) = 1$ . Таким образом, число узлов задает число кубитов, необходимых для кодирования каждого элемента маршрута. Для четырех узлов достаточно задать 2 кубита. Поскольку состояние двух битов принимает значения от 0 до 3, будем кодировать перемещение между соседними узлами с помощью функции  $r(j) - 1$ . Соответственно, для каждого отдельного узла построим унитарный оператор, описывающий длительность каждого возможного пути из любого соседнего узла, завершающегося в данном узле. Например, для узла 1 этот оператор будет иметь следующий вид:

$$\hat{U}_1 = |00\rangle\langle 00| + e^{i\phi_{21}}|01\rangle\langle 01| + e^{i\phi_{31}}|10\rangle\langle 10| + e^{i\phi_{41}}|11\rangle\langle 11|. \quad (1)$$

Мы исключаем из рассмотрения квантовые состояния, описывающие переходы, для которых начальный и конечный узлы совпадают. Поэтому фаза для собственного состояния  $|00\rangle$  оператора  $\hat{U}_1$  может быть произвольной. Аналогичным образом можно закодировать переходы, завершающиеся во всех остальных узлах графа. Для четырех узлов мы получаем, что для кодирования любого маршрута требуется 8 кубитов. Каждый маршрут мы кодируем набором всех переходов между соседними узлами:

$$|r(1) - 1\rangle \otimes |r(2) - 1\rangle |r(3) - 1\rangle |r(4) - 1\rangle. \quad (2)$$

Так, маршрут 1-2-3-4 кодируется состоянием  $|11\rangle \otimes |00\rangle \otimes |01\rangle \otimes |10\rangle$ . Здесь учтено, что переход замкнут и в узел 1 мы попадаем из узла 4. Унитарный оператор, описывающий длительность цикла, имеет вид

$$\hat{U} = \hat{U}_1 \otimes \hat{U}_2 \otimes \hat{U}_3 \otimes \hat{U}_4.$$

Обратим внимание, что вследствие такой формы определения оператора любой маршрут должен быть записан строго в форме, заданной уравнени-

ем (2), без изменения последовательности отдельных элементов. В частности, маршрут 1-4-2-3 описывается состоянием  $|10\rangle \otimes |11\rangle \otimes |01\rangle \otimes |00\rangle$ , а приведенное на сайте [6] собственное состояние для такого маршрута записано неверно, что в конечном итоге приводит к ошибочному результату при выполнении алгоритма. Обратим внимание, что в силу замкнутости цикла все маршруты, являющиеся циклической перестановкой узлов, будут иметь одинаковую длительность. Поэтому нам достаточно рассмотреть три маршрута, приведенные в таблице. При выполнении стандартного алгоритма квантовой оценки фазы унитарного оператора результат имеет вид

$$e^{i\phi} = e^{2\pi i\xi},$$

где  $\xi = 0, \xi_1, \dots, \xi_t$  — последовательность  $t$  битов, полученных при измерении конечного квантового состояния регистра. В таблице приведены длительности маршрутов для графа, показанного на рис. 1, и соответствующие этим длительностям битовые последовательности, задающие собственные значения.

Общая схема использованного нами стандартного квантового алгоритма оценки фазы приведена на рис. 2 для маршрута 1-2-3-4, заданного состоянием  $|11000110\rangle$ . Мы ограничились минимально возмож-

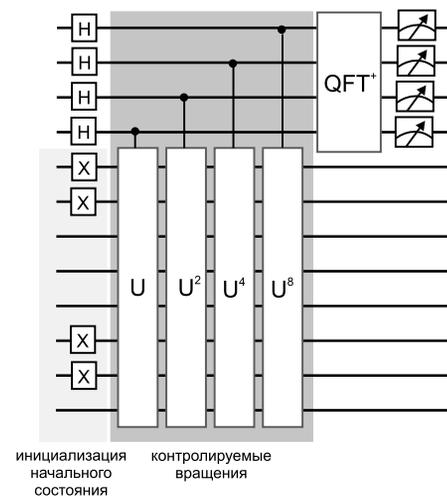


Рис. 2. Схема квантовой оценки фазы для оператора  $\hat{U}$  с использованием обратного квантового преобразования Фурье  $QFT^+$ . Маршрут 1-2-3-4 задан состоянием  $|11000110\rangle$

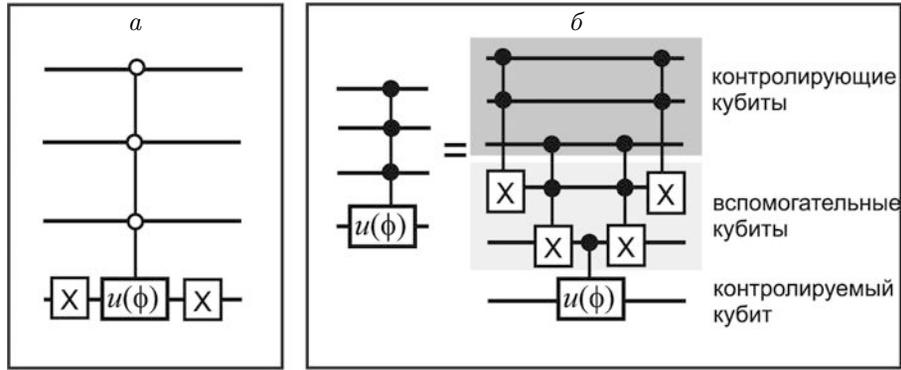


Рис. 3. а) Схема реализации фазового сдвига  $\hat{I}_\varphi$ . б) Схема декомпозиции контролируемой унитарной операции для множества контролирующих кубитов с использованием вентилей Тоффоли [11]

ным числом кубитов для кодирования маршрута (8 кубитов) и собственных значений (4 кубита). Для контролируемого выполнения унитарных операций над регистром мы использовали подход, описанный в работе [7]. Квантовый алгоритм был реализован с помощью библиотеки Qiskit [8]. В результате выполнения алгоритма были получены битовые последовательности, кодирующие собственные значения, которые совпадают с ожидаемыми длительностями маршрута, как видно из таблицы.

### 3. ПОИСК МИНИМУМА С ПОМОЩЬЮ МОДИФИЦИРОВАННОГО АЛГОРИТМА ГРОВЕРА

Для решения задачи коммивояжера необходимо из набора имеющихся маршрутов выбрать имеющий минимальную длительность. В работе [9] было предложено для аналогичной задачи использовать модифицированный алгоритм Гровера, известный также как алгоритм Гровера–Лонга [11]. Следуя такому подходу, мы завершили квантовый алгоритм решения задачи коммивояжера следующим образом: была построена база данных из результатов измерений собственных значений оператора и найдено минимальное значение, представленное в этой базе. Поиск минимального значения проводим следующим образом, описанным в работе [12]:

- 1) кодируем все значения базы данных  $D$  в виде суперпозиции всех состояний квантового регистра, значения которых равны элементам этой базы;
- 2) выбираем из несортированной базы данных  $D$  случайное значение  $d_0$ ;
- 3) для выбранного значения  $d_0$  строим оракул, помечающий состояния  $d \leq d_0$ ;

- 4) применяем алгоритм Гровера–Лонга для усиления амплитуды помеченных состояний;
- 5) измеряем конечное состояние квантового регистра; если в результате измерений мы получаем значение  $d_1 \leq d_0$ , то используем его для составления нового оракула.

Алгоритм Гровера–Лонга заключается в следующем: представим начальное состояние регистра в виде суперпозиции всех возможных состояний:

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \hat{W}|0\rangle^{\otimes N} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} |k\rangle = \\
 &= \sqrt{\frac{M}{N}} |\psi_{good}\rangle + \sqrt{\frac{N-M}{N}} |\psi_{bad}\rangle. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Здесь  $|\psi_{good}\rangle$  — решения задачи поиска,  $|\psi_{bad}\rangle$  — состояния, которые не являются решением задачи поиска,  $N$  — число элементов базы данных,  $n$  — число кубитов,  $M$  — число элементов базы данных, которые являются решением задачи поиска,  $\hat{W}$  — оператор, создающий суперпозицию всех элементов базы данных. В случае, когда  $N = 2^n$ , создание такой суперпозиции сводится к выполнению вентиля Адамара над каждым кубитом. Но в общем случае число элементов базы данных может быть любым. В рассмотренном нами случае база данных состоит из трех элементов, и построение суперпозиции всех возможных значений выполняется с помощью схемы, аналогичной представленной в работе [12].

Для решения задачи поиска вводится итерация Гровера

$$\hat{G} = -\hat{W}\hat{I}_0\hat{W}^{-1}\hat{O},$$

где  $\hat{O}$  — оракул, а  $\hat{I}_0$  — фазовый сдвиг, инвертирующий фазу состояния  $|0\rangle^{\otimes N}$ . В модифицированном алгоритме Гровера инверсия фазы  $\hat{I}_0$  заменяется на

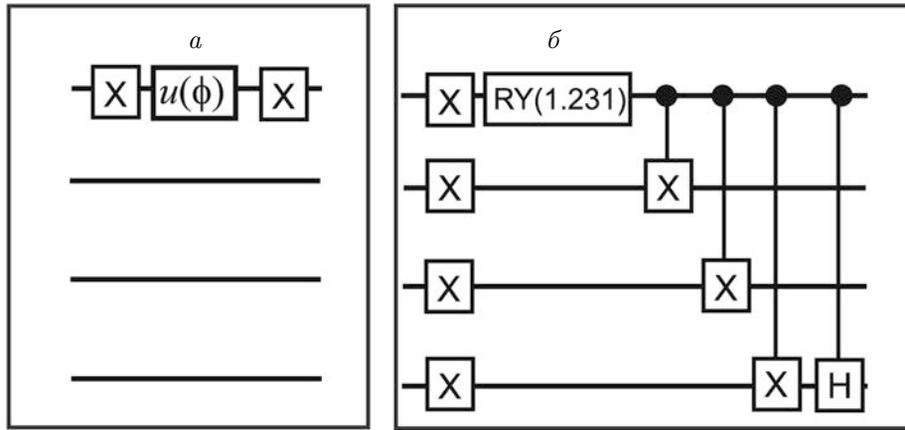


Рис. 4. а) Оракул, помечающий состояния в диапазоне от 0 до 7 включительно. б) Схема генерации квантовой суперпозиции  $(1/\sqrt{3})(|1000\rangle + |1001\rangle + |0111\rangle)$

фазовый сдвиг  $\hat{I}_\varphi$  на величину

$$\varphi = 2 \arcsin \left[ \frac{\sin \left( \frac{\pi}{4J+2} \right)}{\sin \beta} \right], \quad (4)$$

где  $\sin \beta = \sqrt{M/N}$ , а число итераций равно

$$J \geq \text{floor} \left[ \frac{\pi/2 - \beta}{\beta} \right] + 1.$$

Фазовый сдвиг можно записать следующим образом:

$$\hat{I}_\varphi = e^{i\varphi} |0\rangle\langle 0| + \sum_{k=1}^{N-1} |k\rangle\langle k|. \quad (5)$$

На рис. 3а приведены квантовая схема выполнения фазового сдвига  $\hat{I}_\varphi$  и ее эквивалентная декомпозиция с использованием трехкубитовых контролируемых вентилей [13], доступных для квантового программирования с использованием библиотек Qiskit.

Ключевым элементом алгоритма является конструирование оракула, помечающего решения задачи поиска:

$$\hat{O} = e^{i\varphi} \sum_{k=0}^{M-1} |k\rangle\langle k| + \sum_{k=M}^{N-1} |k\rangle\langle k|. \quad (6)$$

Общая схема построения таких оракулов подробно рассмотрена в работе [10]. Нам достаточно отметить, что, например, изображенная на рис. 4а схема позволяет пометить состояния от 0 до 7 включительно для четырехкубитового регистра. Старший кубит для цепочки битов находится сверху. Поэтому будут помечены все состояния, для которых значение старшего бита равно логическому нулю. При этом состояния в диапазоне от 8 до 15 включительно помечены не будут. Далее нам необходимо провести ко-

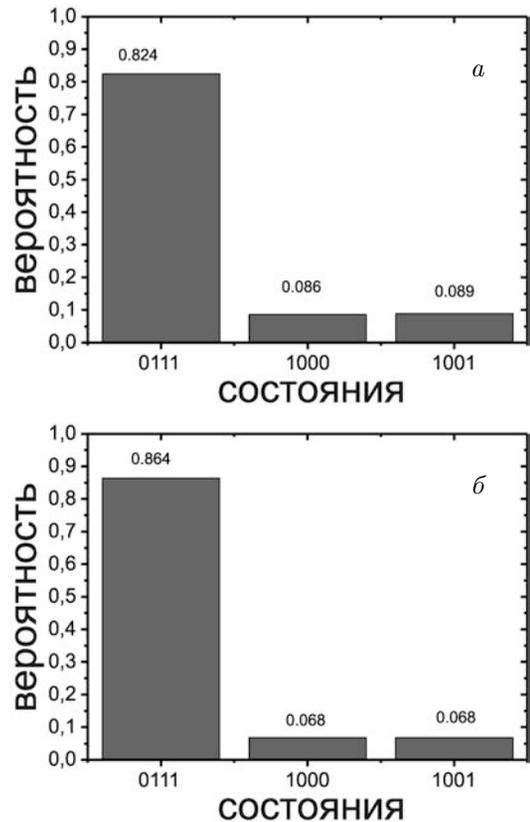


Рис. 5. Результаты моделирования одной (а) и двух (б) итераций квантового алгоритма поиска минимума

дирование полученных нами собственных значений длительности маршрута в квантовые состояния регистра. Поскольку собственные значения, приведенные в таблице, задаются четырьмя битами, потребуется квантовый регистр из четырех кубитов данных. Кроме того, будут необходимы два дополнительных кубита для декомпозиции фазового сдвига, как показано на рис. 3б. Таким образом, нужен регистр

из 6 кубитов. Схема создания суперпозиции

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(|1000\rangle + |1001\rangle + |0111\rangle)$$

изображена на рис. 4б. Здесь используется вращение одного из кубитов вокруг оси  $Y$  на угол 1.231 рад.

Мы провели численное моделирование итерации Гровера – Лонга для оракула, изображенного на рис. 4а, и выбранных значений  $N = 3$  и  $M = 1$ , что дает  $\varphi = 1.231$  и  $J = 2$ . Результаты моделирования с использованием библиотеки Qiskit приведены на рис. 5. Видно, что вероятность получить оптимальное решение задачи коммивояжера превышает 82% после одной итерации алгоритма (рис. 5а) и 86% для двух итераций алгоритма (рис. 5б). В общем случае значения числа результатов поиска  $M$  на каждой итерации оказываются неопределенными. Анализ влияния погрешности в определении значения  $M$  на успешность поиска приведен в работе [12]. Как отмечено в этой работе, успешность выполнения алгоритма снижается с увеличением размерности базы данных. Это требует дальнейших исследований для масштабирования предложенного алгоритма.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами реализован квантовый алгоритм решения задачи коммивояжера методом квантовой оценки фазы и поиска минимального значения в несортированной базе данных модифицированным методом Гровера. Рассмотренное нами решение представляет интерес как демонстрация некоторых принципов квантовой оптимизации с помощью библиотек Qiskit для моделирования квантовых вычислений.

**Финансирование.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-42-00031, <https://rscf.ru/project/23-42-00031/>

#### ЛИТЕРАТУРА

1. B. Mott, J. Job, J. R. Vlimant, D. Lidar, and M. Spiropulu, *Nature* **550**, 375 (2017).
2. F. Arute, K. Arya, R. Babbush et al., *Nature* **574**, 505 (2019).
3. Y. Wu, W-S. Bao, S. Cao et al., *Phys. Rev. Lett.* **127**, 180501 (2021).
4. H-S. Zhong, Y-H. Deng, J. Qin et al., *Phys. Rev. Lett.* **127**, 180502 (2021).
5. T. M. Graham, Y. Song, J. Scott et al., *Nature* **604**, 457 (2022).
6. C. Noel, P. Niroula, D. Zhu et al., *Nat. Phys.* **18**, 760 (2022).
7. K. Srinivasan, S. Satyajit, B. K. Behera, and P. K. Pagnrahi, arXiv:1805.10928 (2018).
8. <https://qiskit.org/textbook/ch-paper-implementations/tsp.html>
9. R. Botez, I.-A. Ivanciu, I. Marian, and V. Dobrota, *Proc. Rom. Acad. - Math. Phys. Tech. Sci. Inf. Sci.* **22**(41), 91 (2021).
10. J. Zhu, Y. Gao, H. Wang et al., arXiv:2212.02735 (2022).
11. G. L. Long, *Phys. Rev. A* **64**, 022307 (2001).
12. Y. Chen, S. Wei, X. Gao et al., arXiv:1908.07943 (2019).
13. M. Ghosh, N. Dey, D. Mitra, and A. Chakrabarti, *IET Quantum Communication* **3**(1), 13 (2022), DOI 10.1049/qtc2.12023.

# СИСТЕМА АКТИВНОГО НАВЕДЕНИЯ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ УЛЬТРАСТАБИЛЬНЫХ СИГНАЛОВ ОПТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ ПО ВОЗДУШНОМУ КАНАЛУ

*А. Д. Легошин*<sup>a,b\*</sup>, *К. А. Лискова*<sup>a,b</sup>, *К. С. Кудеяров*<sup>a</sup>, *Г. А. Вишнякова*<sup>a,b\*\*</sup>,  
*Е. С. Мирончук*<sup>a,b</sup>, *Н. О. Жаднов*<sup>a</sup>, *Д. С. Крючков*<sup>a</sup>, *К. Ю. Хабарова*<sup>a,b</sup>,  
*Н. Н. Колачевский*<sup>a,c</sup>

<sup>a</sup> *Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

<sup>b</sup> *Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)  
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

<sup>c</sup> *Российский квантовый центр  
121205, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 марта 2023 г.,  
после переработки 22 марта 2023 г.  
Принята к публикации 4 апреля 2023 г.

Разработана и создана система активного наведения для атмосферного канала передачи ультрастабильных оптических сигналов частоты, позволяющая существенно уменьшить геометрические отклонения передаваемого лазерного луча и обеспечить стабильную передачу в условиях движущегося отражателя, установленного в средней точке линии. Результаты тестирования работы системы подтверждают ее высокую эффективность и потенциал для применения в реальных условиях.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080114  
EDN:IBKLRP

## 1. ВВЕДЕНИЕ

На текущем этапе развития квантовой метрологии создание лабораторных оптических стандартов частоты с относительными нестабильностью и точностью лучше  $10^{-17}$ , основанных на прецизионной спектроскопии ансамблей ультрахолодных атомов и одиночных ионов в ловушках, носит скорее технологический, нежели исследовательский характер [1–4]. Все больший акцент делается на создание транспортируемых и бортовых реперов и стандартов [5–8].

Растут также важность и актуальность «инфраструктурной» задачи — возможности удаленного сличения оптических часов, которое требуется для

характеризации имеющихся и разрабатываемых реперов, создания сети оптических часов, необходимой для формирования и поддержания глобальных шкал времени [9], в частности UTC(SU). Другим важным направлением является сличение транспортируемых оптических часов с лабораторными в условиях полевых экспериментов. Решение данных задач является ключевым элементом для усиления наземного сектора ГЛОНАСС [10], метрологического обеспечения исследований дальнего космоса [11], интерферометрии со сверхдлинной базой [12], релятивистской геодезии [13], тестов фундаментальных теорий [14], включающих в себя поиск дрейфа фундаментальных констант [15], поиск полей темной материи [16, 17] и т. д.

Для корректного сличения оптических часов сигналы от них необходимо передавать с сохранением их характеристик, что уже не может быть достигнуто радиочастотными методами, поскольку они не могут обеспечить нестабильность передачи частоты

\* E-mail: Legoshin.AD@phystech.edu

\*\* E-mail: gulnarav7@gmail.com

лучше  $10^{-16}$  [18]. Однако сличение может быть выполнено с использованием фазы оптической несущей по каналу с активной компенсацией фазовых шумов практически без ограничения стабильности сличаемых реперов [19]. К сожалению, телекоммуникационные оптоволоконные линии могут оказаться недоступными в условиях проведения экспериментов с транспортируемыми часами вне лаборатории. Таким образом, необходимо создание более универсальных гибридных систем сличения, включающих в себя как участки распространения излучения по оптическому волокну [19, 20], так и по свободному пространству [21].

Для корректной работы системы компенсации фазовых шумов необходимо, чтобы длина когерентности передаваемого излучения была много больше удвоенной длины линии передачи. Поэтому при передаче на дальние расстояния необходимо использовать источник с узким спектром излучения. Наиболее распространенным методом сужения ширины линии генерации и стабилизации частоты излучения лазера является стабилизация по внешнему высокочастотному ультрастабильному резонатору Фабри-Перо. Кроме того, для опроса часовых переходов в оптических стандартах частоты также необходимо использовать ультрастабильные лазеры. В нашей лаборатории ведется разработка и исследование ультрастабильных лазерных систем и каналов передачи частоты. Были созданы ультрастабильные лазерные системы на основе криогенных кремниевых резонаторов [22–24] и длинных резонаторов из стекла ULE [25] и продемонстрировано сличение частот трех лазеров методом «треуголки» [26] с использованием оптоволоконных линий передачи частоты. Также была реализована компенсация фазовых шумов оптоволоконной линии передачи частоты длиной 2.8 км [27].

Настоящая работа посвящена разработке и исследованию открытого оптического канала для передачи ультрастабильных сигналов частоты на длине волны 1.5 мкм. При распространении по воздушной линии фаза передаваемого сигнала искажается под действием атмосферной турбулентности [28]. Помимо фазовых шумов турбулентность приводит к флуктуациям направления пучка, которые также необходимо компенсировать для наведения на удаленный объект, например, вышку связи с приемопередатчиком. К тому же необходимо предусмотреть возможность активного наведения на движущийся объект, например беспилотный летательный аппарат, что позволит существенно повысить универсальность данной системы [29]. Из-

начально нами был продемонстрирован 5-метровый воздушный оптический канал [30]. Далее его длина была увеличена до 17 м, а сам канал дооснащен системой компенсации малых флуктуаций угла направления пучка [31].

Основная особенность представленного здесь канала передачи заключается в наличии более гибкой системы наведения, позволяющей поддерживать динамически устойчивое слежение за движущимся объектом, обеспечивающее непрерывную передачу оптического сигнала частоты без ухудшения его стабильности.

## 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Исследуемый открытый оптический канал представляет собой беспроводной канал связи, передаваемой информацией по которому является фаза оптической частоты излучения волоконного лазера Koheras ADJUSTIK E15 с длиной волны 1550.12 нм (193.4 ТГц). Показателем эффективности системы компенсации фазовых шумов является величина вклада линии в относительную нестабильность передаваемой частоты, показателем эффективности системы стабилизации угла приема — диапазон угловых смещений, в котором сохраняется возможность стабильной передачи.

На этапе исследований принимающую сторону, как правило, располагают в непосредственной близости от передающей, что дает возможность автогетеродинного детектирования переданного сигнала частоты и анализа его нестабильности. Нами была использована схема так называемого «сложенного» канала [32], в которой принимающая сторона совмещена с передающей, а в средней точке линии установлен уголкового отражатель, существенно облегчающий настройку оптической схемы.

Система передачи по оптическому каналу связи состоит из двух функциональных блоков: системы детектирования и компенсации фазовых шумов и оптического терминала, включающего а) систему грубого (медленного) наведения, б) систему точного (быстрого) наведения и в) телескопическую систему расширения пучка. Принципиальная схема показана на рис. 1.

Принципы работы системы детектирования и компенсации фазовых шумов были подробно описаны ранее [30, 31], здесь кратко приведем основные идеи. Лазерный пучок направляется на акустооптический модулятор в волоконном исполнении (АОМ1), который сдвигает его частоту на величину

ну  $f_1$ , далее пучок направляется в оптический терминал, где расширяется телескопом в кеплеровской конфигурации до диаметра 10 мм и направляется в открытый канал.

Отраженное от уголкового отражателя излучение возвращается в оптический терминал, где заводится обратно в оптическое волокно и проходит через модулятор АОМ2, который дополнительно смещает частоту излучения на величину  $f_2$ . Далее излучение делится в пропорции 9 к 1, малая его часть используется для формирования сигнала на удаленном (remote) фотодетекторе, о котором будет сказано ниже, а основная часть после отражения фарадеевским зеркалом возвращается по тому же пути на передающую сторону для детектирования шума фазы за полный проход оптического пути. После повторного прохождения АОМ1 излучение, смещенное по частоте на величину  $2f_1 + 2f_2$ , отводится циркулятором на фотодетектор, где совмещается с опорным излучением лазера, формируя так называемый внутриветлевой (локальный) сигнал биений (inloop). Этот сигнал демодулируется опорным сигналом радиочастотного генератора, работающего на частоте  $2f_1 + 2f_2$ , на двойном балансном смесителе и формирует сигнал ошибки, который направляется на вход пропорционально-интегрально-дифференциального усилителя (PID1). Выход PID1 подается на вход генератора, управляемого напряжением, который накачивает АОМ1, замыкая тем самым петлю обратной связи и позволяя компенсировать приобретенные по мере распространения по каналу фазовые шумы путем подстройки частоты АОМ1.

Стоит отметить, что помимо полезного сигнала, отраженного фарадеевским зеркалом, на тот же фотодетектор внутриветлевого сигнала биений попадает паразитный сигнал, отраженный от уголкового отражателя при прямом проходе линии. Вышеописанное частотное смещение, вносимое АОМ2, позволяет осуществить разделение данных сигналов.

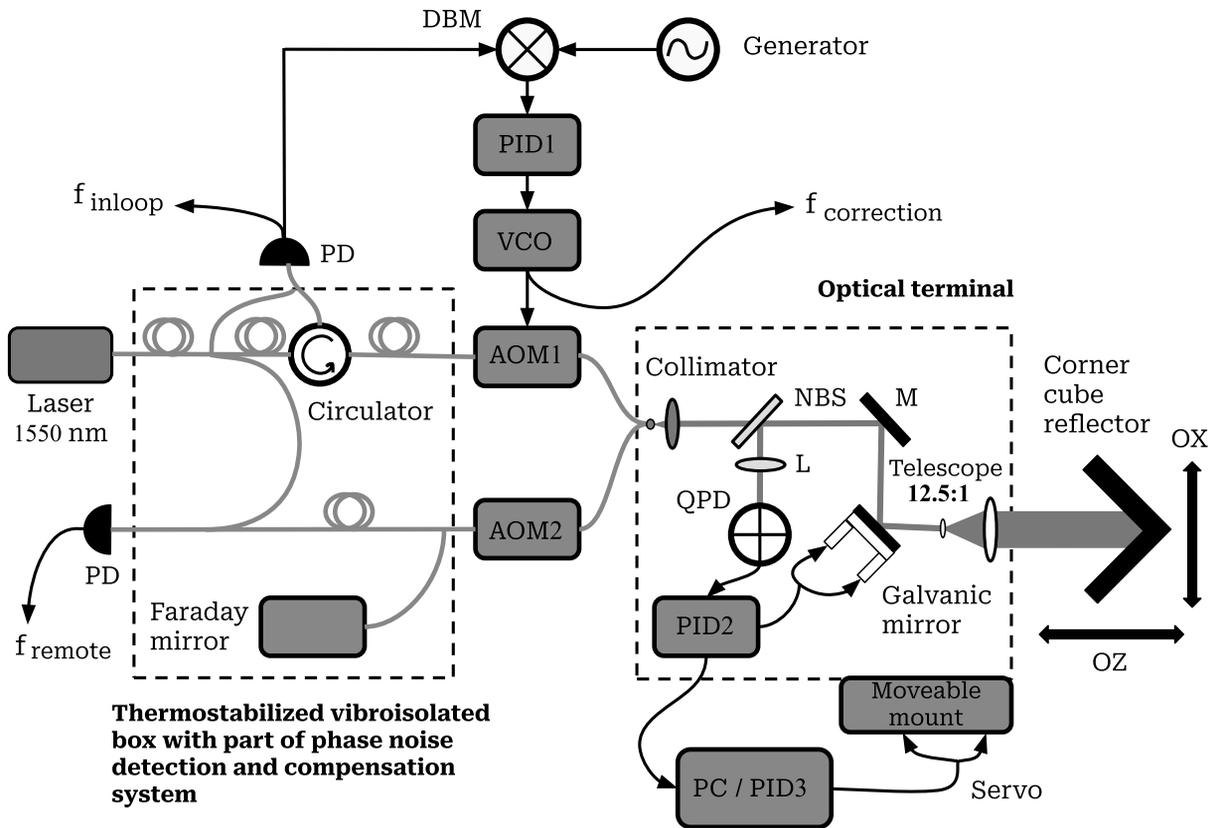
Оптоволоконная часть схемы детектирования фазовых шумов конструктивно выполнена единым модулем в отдельном термостабилизированном виброизолированном корпусе для подавления вклада шумов компонентов самой схемы в сигнал ошибки и, соответственно, в нестабильность передаваемого сигнала частоты.

Для характеристики эффективности компенсации шумов переданного сигнала на удаленном фотоприемнике детектируется сигнал биений принимаемого сигнала (после прохождения АОМ2) и опорного сигнала лазера. Детектирование осуществляет-

ся в том же корпусе. Внутриветлевой и удаленный сигналы биений, а также выходной сигнал генератора, накачивающего АОМ1, подаются на измеритель фазы высокого разрешения без мертвого времени К+К Messtechnik [33]. Измеритель фазы, генератор опорного сигнала в петле обратной связи и генератор, управляющий АОМ2, используют сигнал от пассивного водородного лазера в качестве опорного 10 МГц-сигнала. Стоит отметить, что использование лазера в эксперименте по исследованию вклада канала в нестабильность передаваемой частоты не является необходимым, достаточно использовать сигнал одного из генераторов.

Для компенсации небольших высокочастотных флуктуаций направления пучка использовалась система точного (быстрого) наведения. Она представляет собой схему автоматической подстройки направления луча [34, 35], включающую позиционно-чувствительный квадрантный фотодетектор Thorlabs PDQ30C и зеркало Thorlabs GVSM002-EC/М с двухкоординатным гальваническим управлением, установленное в сопряженной точке первой линзы расширяющего телескопа. Зеркало имеет ширину полосы отклика 1 кГц. Часть вернувшегося пучка после отражения на гальваническом зеркале отщепляется светоделительной пластинкой и заводится через фокусирующую линзу на позиционно-чувствительный квадрантный детектор, выход которого подается на контроллер подстройки смещения Thorlabs КРА101, который осуществляет измерение смещения отраженного пучка от оптимального положения и через встроенный PID2 подает сигналы обратной связи на два драйвера, управляющих углами наклона лепестков зеркала. Благодаря такой системе компенсируются небольшие дрожания пучка в узком диапазоне углов.

Для расширения диапазона наведения была реализована вторая подсистема — грубого (медленного) наведения. Для этого оптическая плита с терминалом была закреплена на альт-азимутальной монтажке телескопа NexStar Evolution (рис. 2). Величина выходного сигнала системы точного наведения (т. е. контроллера подстройки смещения) по каждой из двух осей считывается одноплатным компьютером Raspberry Pi 3 каждые 5 с и подается на вход PID3, выходные сигналы с которого (далее — сервосигналы) корректируют угловую скорость вращения динамического штатива по двум направлениям,  $X$  и  $Y$ . Это позволяло удерживать значение выходных сигналов контроллера подстройки смещения в небольшом диапазоне, что не позволяет гальваниче-



**Рис. 1.** Принципиальная схема открытого канала передачи оптической частоты с активной двухступенчатой системой наведения: AOM1, AOM2 — волоконные акустооптические модуляторы; DBM — двойной балансный смеситель; PID1 — пропорционально-интегрально-дифференциальный контроллер для компенсации фазовых шумов; VCO — генератор, управляемый напряжением; NBS — неполяризованная делительная пластинка; M — зеркало; L — линза; QPD — квадратный фотодетектор; PID2 — пропорционально-интегрально-дифференциальный контроллер в петле точного (быстрого) наведения; PC — персональный компьютер; PID3 — пропорционально-интегрально-дифференциальный контроллер в петле грубого (медленного) наведения; Servo — сервосигнал, управляющий скоростью вращения динамического штатива по двум осям; X и Z — направления, по которым перемещался отражатель во время измерений

скому зеркалу достигнуть предела своего диапазона поворота.

### 3. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И РЕЗУЛЬТАТЫ

В ходе проведенных экспериментов исследовалась работа систем точного и грубого наведения для определения диапазона смещений уголкового отражателя, в котором передача сигнала частоты осуществляется непрерывно без ухудшения характеристик стабильности.

Для проведения измерений уголкового отражатель был закреплен на подвижном столике на расстоянии около 115 см от телескопа (таким образом, длина канала составляет 230 см). Суммарная мощность светового пучка на выходе из телескопа составляла около 1.9 мВт. Уголкового отражатель смещался дискретно на приблизительно равный шаг по расстоянию за схожий период времени по двум

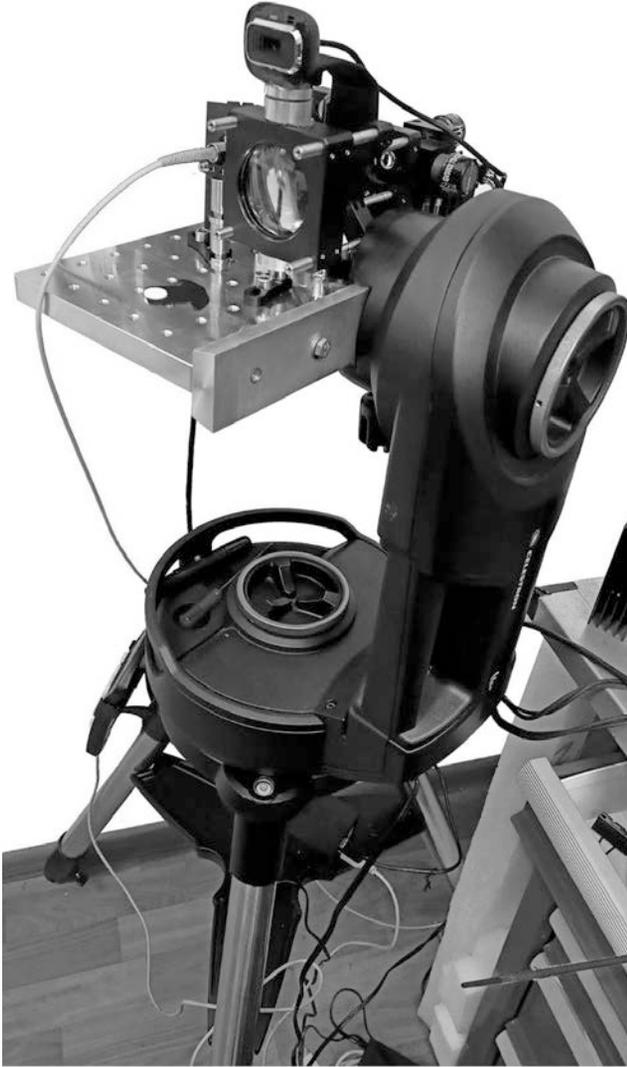
разным осям — в первом эксперименте перпендикулярно пучку (ось X), во втором — вдоль направления излучения (ось Z). При этом было проведено несколько серий измерений:

- 1) с отключенными системами наведения;
- 2) с включенной системой точного наведения;
- 3) с включенными обеими системами наведения.

Диапазон работы системы характеризуется максимальным угловым отклонением пучка, при котором внутривспетлевой сигнал биений ослабевает до уровня, недостаточного для непрерывного формирования сигнала ошибки и, соответственно, компенсации фазовых шумов, вносимых каналом.

В процессе эксперимента записывались:

- 1) смещение уголкового отражателя;
- 2) сервосигналы по осям X и Y системы грубого наведения — показатели корректности работы установки: данные параметры ярко демонстрируют соответствие как активности систем наведения момен-



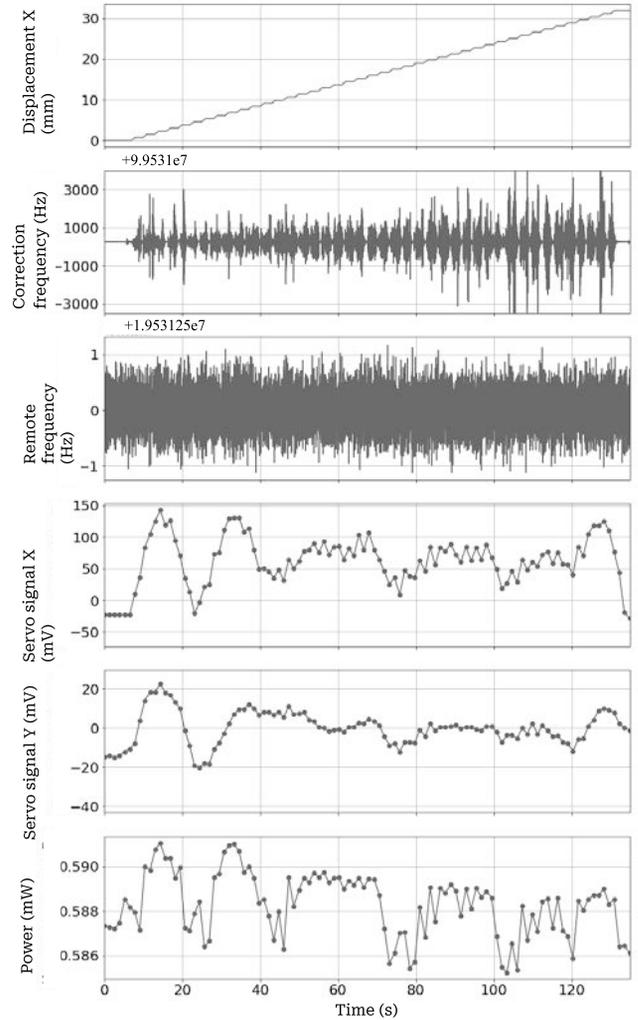
**Рис. 2.** Фотография динамического штатива с установленным на нем оптическим терминалом. В верхней части фотографии также видна веб-камера. В данном эксперименте она не использовалась, однако планируется ее применение в будущем для подстройки в более широком диапазоне с помощью наведения на светодиодную лампочку, расположенную на движущемся объекте

там смещения уголкового отражателя, так и корректности их наведения по отдельным осям;

3) мощность излучения на позиционно-чувствительном фотодетекторе — еще один численный показатель качества работы системы наведения: чем больше и стабильнее значение, тем точнее луч попадает на приемник;

4) частота внутриспетлевого сигнала биений (inloop) — сигнала, используемого для формирования сигнала ошибки;

5) частота сигнала коррекции — радиочастотного сигнала накачки АОМ1, отражающего задетектиро-

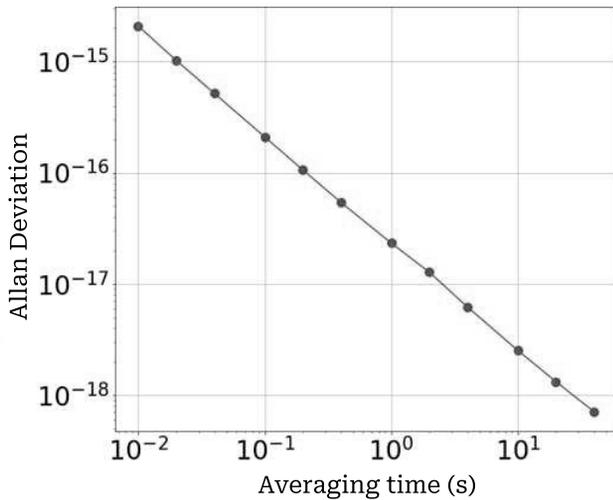


**Рис. 3.** Данные измерений при передаче сигнала оптической частоты через уголкового отражателя (установлен в середине линии передачи), смещающийся перпендикулярно оптическому пучку (по оси  $X$ ); обе подсистемы наведения включены. Сверху вниз: смещение уголкового отражателя; флуктуации частоты сигнала коррекции (компенсируемые частотные шумы); флуктуации частоты переданного сигнала (вклад канала в нестабильность передаваемой частоты); сервосигналы системы грубого наведения по осям  $X$  и  $Y$ ; мощность излучения на квадрантном фотодетекторе в зависимости от времени. Флуктуации частоты внутриспетлевого сигнала не показаны

ванные и успешно скомпенсированные фазовые шумы, вносимые каналом;

6) частота удаленного (remote) сигнала биений — сигнала биений опорного и получаемого удаленным пользователем (приемником) сигналов; является основной характеристикой работы системы.

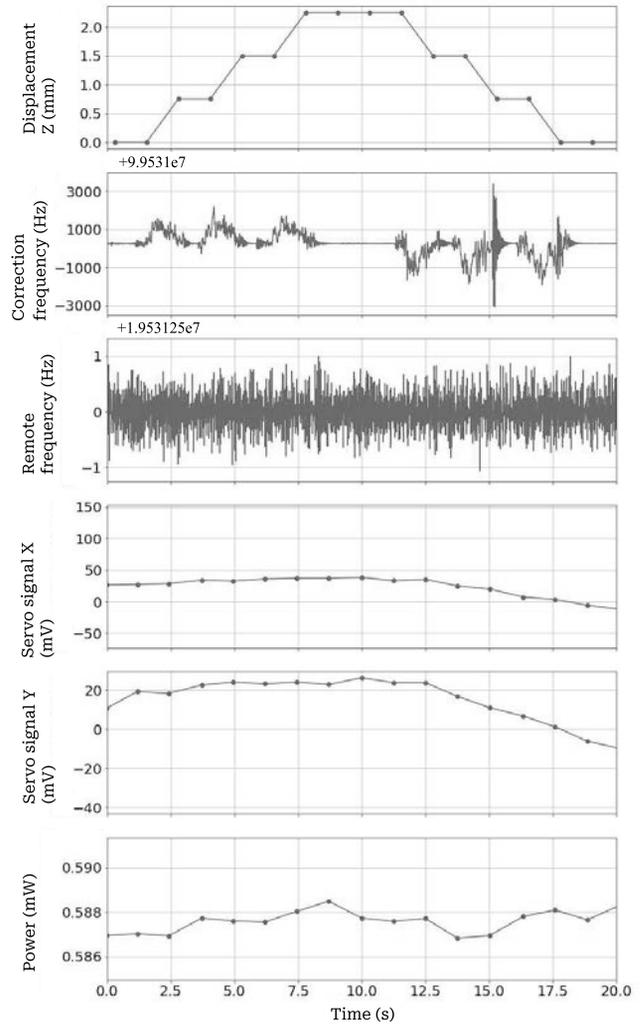
В первой серии измерений — при отключении подсистем наведения — сигнал частоты удавалось



**Рис. 4.** Вклад канала в относительную нестабильность частоты, переданной по открытому каналу, при смещении углового отражателя перпендикулярно направлению пучка (по оси *X*) и работающих обеих системах наведения в зависимости от времени усреднения

детектировать лишь при небольших смещениях отражателя по оси *X*, соответствующих отклонению пучка на углы до 0.3°. Включение подсистемы точного наведения расширило диапазон работы до 0.76°, а при включении обеих подсистем сигнал частоты успешно передавался при максимально возможном отклонении 3.15°, которое ограничивалось диапазоном смещения подвижного столика 3 см.

На рис. 3 представлены данные третьей серии измерений: смещение отражателя, флуктуации частоты сигнала коррекции, флуктуации частоты переданного сигнала, сервосигналы системы грубого наведения по двум координатам и мощность сигнала на квадрантном фотодетекторе в зависимости от времени. Хорошо виден отклик сервосигналов системы наведения на смещение отражателя. Мощность принимаемого на квадрантном фотодетекторе сигнала колебалась не более чем на 1.3%. Частотные возмущения (флуктуации частоты сигнала коррекции) достигали нескольких килогерц, однако вклад канала в относительную нестабильность передаваемой частоты оставался на уровне нескольких единиц восемнадцатого знака при усреднении в течение 10 с в терминах девиации Аллана (рис. 4), как и при передаче через неподвижный отражатель [31]. Таким образом, система наведения позволяет поддерживать эффективную компенсацию фазовых шумов при существенном увеличении диапазона угловых смещений пучка.



**Рис. 5.** Данные измерений при передаче оптической сигнала частоты через угловой отражатель (установлен в середине линии передачи), смещающийся вдоль оптического пучка (по оси *Z*); обе подсистемы наведения включены. Сверху вниз: смещение углового отражателя; флуктуации частоты сигнала коррекции (компенсируемые частотные шумы); флуктуации частоты переданного сигнала (вклад канала в нестабильность передаваемой частоты); сервосигналы системы грубого наведения по осям *X* и *Y*; мощность излучения на квадрантном фотодетекторе в зависимости от времени. Флуктуации частоты внутрипетлевого сигнала не показаны

Были также проведены дополнительные исследования при смещении углового отражателя вдоль направления оптического пучка (ось *Z*). На рис. 5 в сигнале частоты коррекции видны успешно скомпенсированные доплеровские смещения частоты, вызванные удалением или приближением углового отражателя; стабильность передаваемой частоты при этом сохранялась.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была разработана и исследована система активного наведения в схеме передачи ультрастабильных сигналов оптической частоты на длине волны 1550 нм по воздушному каналу, особенностью которой является реализация двухконтурной системы слежения. Была продемонстрирована стабильная и непрерывная передача сигнала при значительных смещениях уголкового отражателя. При отключении подсистем наведения диапазон работы системы был ограничен угловым смещением в  $0.3^\circ$ , однако при включении подсистем точного наведения и грубого наведения система передачи успешно функционировала во всем диапазоне угловых смещений  $3.15^\circ$ , который было возможно исследовать в эксперименте. Уменьшение мощности излучения на позиционно-чувствительном детекторе не наблюдалось, что дает основание утверждать, что система будет непрерывно обеспечивать передачу высокостабильной частоты в гораздо большем диапазоне угловых смещений. Вклад линии в относительную нестабильность составлял менее  $3 \cdot 10^{-18}$  при времени усреднения 10 с, что говорит о применимости такой системы для передачи сигналов от современных реперов частоты с сохранением их стабильности и точности. В совокупности с результатами, полученными нами ранее при характеристике статичной модификации оптического канала на больших временах до 5000 с [31], можно сделать вывод, что данная система является универсальным и перспективным решением для удаленного сличения оптических часов в лабораторных и полевых условиях.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030» (соглашение 075-02-2021-1316 от 30.09.2021).

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. Oelker, R. V. Hutson, C. J. Kennedy et al., *Nat. Photon.* **13**, 714 (2019).
2. A. Golovizin, E. Fedorova, D. Tregubov et al., *Nat. Commun.* **10**, 1724 (2019).
3. S. M. Brewer, J.-S. Chen, A. M. Hankin et al., *Phys. Rev. Lett.* **123**, 033201 (2019).
4. Д. В. Сутырин, О. И. Бердасов, С. Ю. Антропов и др., *КЭ* **49**, 199 (2019).
5. K. Khabarova, D. Kryuchkov, A. Borisenko et al., *Symmetry* **14**, (2022).
6. S. Origlia, M. S. Pramod, S. Schiller et al., *Phys. Rev. A* **98**, 053443 (2018).
7. S. B. Koller, J. Grotti, St. Vogt et al., *Phys. Rev. Lett.* **118**, 073601 (2017).
8. Г. С. Белотелов, Д. В. Сутырин, С. Н. Слюсарев, *Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы* **6**, 24 (2019).
9. F. Riehle, *Nat. Photon.* **11**, 25 (2017).
10. O. V. Kolmogorov, A. N. Shchipunov, D. V. Prokhorov et al., *Meas. Tech.* **60**, 901 (2017).
11. S. W. Schediwy, D. R. Gozzard, C. Gravestock et al., *Publ. Astronom. Soc. Australia* **36**, e007 (2019).
12. C. Clivati, R. Aiello, G. Bianco et al., *Optica* **7**, 1031 (2020).
13. Y. Tanaka and H. Katori, *J. Geodesy* **95**, 93 (2021).
14. P. Delva, J. Lodewyck, S. Bilicki et al., *Phys. Rev. Lett.* **118**, 221102 (2017).
15. B. M. Roberts, P. Delva, A. Al-Masoudi et al., *New J. Phys.* **22**, 093010 (2020).
16. Y.-D. Tsai, J. Eby, and M. S. Safronova, *Nat. Astron.* **7**, 113 (2023).
17. K. Bely, M. I. Bodine, T. Bothwell et al., *Nature* **591**, 564 (2021).
18. M. Fujieda, S.-H. Yang, T. Gotoh et al., *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **65**, 973 (2018).
19. G. Grosche, O. Terra, K. Predehl et al., *Opt. Lett.* **34**, 2270 (2009).
20. S. Droste, T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, *C. R. Phys.* **16**, 524 (2015).
21. D. R. Gozzard, L. A. Howard, B. P. Dix-Matthews et al., *Phys. Rev. Lett.* **128**, (2022).
22. Н. О. Жаднов, А. В. Масалов, В. Н. Сорокин и др., *КЭ* **47**, 421 (2017).
23. Н. О. Жаднов, К. С. Кудеяров, Д. С. Крючков и др., *КЭ* **48**, 425 (2018).
24. Д. С. Крючков, Н. О. Жаднов, К. С. Кудеяров и др., *КЭ* **50**, 590 (2020).
25. N. O. Zhadnov, K. S. Kudayarov, D. S. Kryuchkov et al., *Appl. Opt.* **60**, 9151 (2021).
26. К. С. Кудеяров, А. А. Головизин, А. С. Борисенко и др., *Письма в ЖЭТФ* **114**, 291 (2021).
27. K. S. Kudayarov, G. A. Vishnyakova, K. Y. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, *Laser Phys.* **28**, 105103 (2018).

28. L. C. Sinclair, F. R. Giorgetta, W. C. Swann et al., *Phys. Rev. A* **89**, 023805 (2014).
29. B. P. Dix-Matthews, S. W. Schediwy, D. R. Gozzard et al., *Nat. Commun.* **12**, 515 (2021).
30. К. С. Кудеяров, Д. С. Крючков, Г. А. Вишнякова и др., *КЭ* **50**, 267 (2020).
31. G. A. Vishnyakova, K. S. Kudeyarov, E. O. Chiglintsev et al., in *Proc. of the Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS)* (2021); DOI: 10.1109/EFTF/IFCS52194.2021.9604310
32. D. R. Gozzard, S. W. Schediwy, B. Stone et al., *Phys. Rev. Appl.* **10**, 024046 (2018).
33. G. Kramer and W. Klische, in *Proc. of the 2001 IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition* (Cat. No.01CH37218), p. 144 (2001); DOI: 10.1109/FREQ.2001.956178
34. W. C. Swann, L. C. Sinclair, I. Khader et al., *Appl. Opt.* **56**, 9406 (2017).
35. M. W. Wright, J. F. Morris, J. M. Kovalik et al., *Opt. Express* **23**, 33705 (2015).

# ПОЛЕВОЙ СДВИГ РЕЗОНАНСА КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ СВЕТОВОГО ПУЧКА

*Д. В. Коваленко*<sup>a,b</sup>, *В. И. Юдин*<sup>a,b,c\*</sup>, *М. Ю. Басалаев*<sup>a,b,c</sup>, *Н. В. Строкова*<sup>a</sup>,  
*А. В. Тайченачев*<sup>a,b</sup>, *О. Н. Прудников*<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Новосибирский государственный университет,  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук,  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>c</sup> Новосибирский государственный технический университет  
630073, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 23 марта 2023 г.,  
после переработки 23 марта 2023 г.  
Принята к публикации 28 марта 2023 г.

Исследуется полевой сдвиг резонанса когерентного пленения населенностей (КПН), возбуждаемого бихроматическим полем в открытой  $\Lambda$ -системе, с учетом гауссового профиля интенсивности лазерного излучения. При этом рассматриваются два метода формирования сигнала ошибки: частотная гармоническая модуляция и фазовая ступенчатая модуляция (фазовые прыжки). Показано, что пространственная неоднородность светового пучка приводит к существенно нелинейной зависимости сдвига сигнала ошибки от интенсивности лазерного излучения. Предложен метод, позволяющий линеаризовать данную зависимость, что имеет важное значение для развития методов подавления полевого сдвига в атомных часах на основе резонансов КПН.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080126  
EDN:IBLBDF

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Атомные часы имеют широкое применение в различных областях науки и техники: глобальные навигационные спутниковые системы, высокоскоростные телекоммуникации, защищенные линии связи, релятивистская геодезия, прецизионные спектроскопические измерения, проверка фундаментальных физических теорий и т. д. [1–8]. В настоящее время одним из ключевых направлений является разработка компактных атомных часов СВЧ-диапазона на основе резонансов когерентного пленения населенностей (КПН) [10–13, 60]. Благодаря полностью оптической схеме возбуждения радиочастотного перехода между энергетическими уровнями сверхтон-

кой структуры основного состояния в атомах щелочных металлов, размеры и энергопотребление таких устройств могут быть существенно уменьшены по сравнению с атомными часами, в которых используется микроволновый резонатор [14–16].

Одним из основных факторов, ограничивающих долговременную стабильность КПН-часов, является полевой (штарковский) сдвиг частоты реперного перехода, который возникает при взаимодействии атомов с возбуждающим резонанс лазерным полем [17–23]. Величина этого сдвига случайным образом меняется во времени из-за неконтролируемых вариаций параметров лазерного излучения и окружающей среды. Поэтому для достижения высоких метрологических характеристик необходимым условием является подавление полевого сдвига и его флуктуаций. Для решения этой важной проблемы были предложены различные методы как в схемах с импульсной накачкой и детектированием КПН-ре-

\* E-mail: viyudin@mail.ru

зонанса [24–32], так и в спектроскопии непрерывного типа [33–42]. В частности, метод автокомпенсации полевого сдвига [39] основан на спектроскопии реперного резонанса при двух различных значениях интенсивности лазерного излучения. При этом к частоте локального осциллятора добавляется и стабилизируется искусственный антисдвиг, пропорциональный интенсивности пробного поля. Метод автокомпенсации позволяет подавить линейный вклад в зависимости полевого сдвига от мощности излучения. Однако в случае нелинейного закона этой зависимости имеет место остаточный сдвиг частоты, который ухудшает долговременную стабильность. Поэтому важной задачей является детальное исследование причин, приводящих к нелинейному характеру зависимости полевого сдвига от интенсивности излучения, и определение условий для минимизации этих нелинейных вкладов. Также на форму и сдвиг резонанса могут оказывать влияние движение атомов и столкновения со стенками газовой ячейки [43–46].

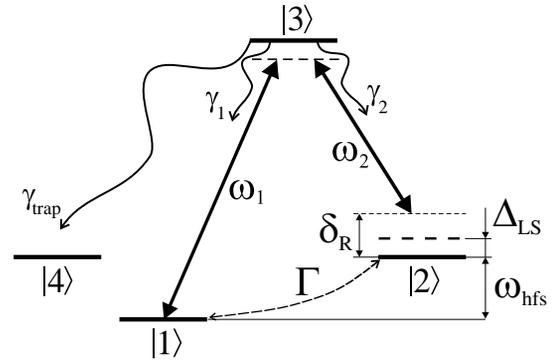
В настоящей работе мы теоретически исследуем влияние пространственной неоднородности светового пучка на сдвиг положения нуля сигнала ошибки. Рассматриваются два способа генерации сигнала ошибки, используемого для стабилизации частоты в атомных часах. В первом методе применяется гармоническая модуляция двухфотонной отстройки (разности оптических частот). Во втором методе осуществляется периодическая модуляция разности фаз компонент бихроматического поля ступенчатым образом (фазовые прыжки). Показано, что пространственная неоднородность светового пучка (гауссов поперечный профиль) в обоих случаях приводит к нелинейной зависимости сдвига сигнала ошибки от интенсивности лазерного излучения. При этом степень нелинейности зависит от частоты модуляции двухфотонной отстройки или разности фаз, а также от параметра открытости  $\Lambda$ -системы. Однако использование апертуры, которая выделяет центральную часть светового пучка, позволяет существенно уменьшить нелинейность полевого сдвига.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим взаимодействие бихроматического поля  $E$ :

$$E = E_1 e^{-i(\omega_1 t + \varphi_1)} + E_2 e^{-i(\omega_2 t + \varphi_2)} + \text{c.c.}, \quad (1)$$

с трехуровневой  $\Lambda$ -системой с «ловушечным» (т.е. невзаимодействующим с полем) состоянием, которая схематически показана на рис. 1. Резонанс КПН



**Рис. 1.** Схема открытой  $\Lambda$ -системы. Здесь  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — частоты резонансных оптических полей;  $\Delta_{LS}$  — полевой (штарковский) сдвиг частоты часового перехода;  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_{trap}$  — скорости спонтанного распада населенности из возбужденного состояния  $|3\rangle$  в состояния  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  и  $|4\rangle$  соответственно; константа  $\Gamma$  определяет скорость релаксации к изотропному распределению по нижним состояниям;  $|4\rangle$  представляет собой «ловушечное» состояние

возбуждается при условии, что разность частот  $\omega_1 - \omega_2$  сканируется вблизи частоты  $\omega_{hfs}$  расщепления между нижними состояниями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  (часовой переход). Эволюцию  $\Lambda$ -системы будем описывать с помощью формализма атомной матрицы плотности в базисе состояний  $\{|j\rangle\}$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ):

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{m,n} |m\rangle \rho_{mn}(t) \langle n|. \quad (2)$$

В приближении вращающейся волны уравнения для матрицы плотности имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \partial_t \rho_{11} &= -\Gamma(\rho_{11} - p_1) + \gamma_1 \rho_{33} - i\Omega_1 \rho_{13} + i\Omega_1^* \rho_{31}, \\ \partial_t \rho_{12} &= [-\Gamma - i(\delta_R - \Delta_{LS})] \rho_{12} + i\Omega_1^* \rho_{32} - i\Omega_2 \rho_{13}, \\ \partial_t \rho_{21} &= [-\Gamma + i(\delta_R - \Delta_{LS})] \rho_{21} - i\Omega_1 \rho_{23} + i\Omega_2^* \rho_{31}, \\ \partial_t \rho_{22} &= -\Gamma(\rho_{22} - p_2) + \gamma_2 \rho_{33} - i\Omega_2 \rho_{23} + i\Omega_2^* \rho_{32}, \\ \partial_t \rho_{13} &= (-\gamma_{opt} - i\delta_1) \rho_{13} - i\Omega_1^* (\rho_{11} - \rho_{33}) - i\Omega_2^* \rho_{12}, \\ \partial_t \rho_{31} &= (-\gamma_{opt} + i\delta_1) \rho_{31} + i\Omega_1 (\rho_{11} - \rho_{33}) + i\Omega_2 \rho_{21}, \\ \partial_t \rho_{23} &= (-\gamma_{opt} - i\delta_2) \rho_{23} - i\Omega_2^* (\rho_{22} - \rho_{33}) - i\Omega_1^* \rho_{21}, \\ \partial_t \rho_{32} &= (-\gamma_{opt} + i\delta_2) \rho_{32} + i\Omega_2 (\rho_{22} - \rho_{33}) + i\Omega_1 \rho_{12}, \\ \partial_t \rho_{33} &= -(\gamma_{sp} + \Gamma) \rho_{33} + i\Omega_1 \rho_{13} - i\Omega_1^* \rho_{31} + \\ &\quad + i\Omega_2 \rho_{23} - i\Omega_2^* \rho_{32}, \\ \partial_t \rho_{44} &= -\Gamma(\rho_{44} - p_4) + \gamma_{trap} \rho_{33}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\Omega_1 = d_{31} E_1 e^{-i\varphi_1} / \hbar$  и  $\Omega_2 = d_{32} E_2 e^{-i\varphi_2} / \hbar$  — частоты Раби для переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  соответственно ( $d_{31}$  и  $d_{32}$  — матричные элементы оператора электрического дипольного момента);  $\delta_1 = \omega_1 - \omega_{31}$  и  $\delta_2 = \omega_2 - \omega_{32}$  есть однофотонные отстройки для первой и второй спектральных компонент соответственно;  $\delta_R = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{hfs}$  есть двух-

фотонная отстройка для невозмущенного перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ ;  $\Delta_{LS}$  — полевой (штарковский) сдвиг частоты часового перехода;  $\gamma_{opt}$  — скорость затухания оптических когерентностей (из-за процессов спонтанного распада, столкновений с буферным газом и т.д.);  $\gamma_1, \gamma_2$  и  $\gamma_{trap}$  есть скорости спонтанного распада населенности из состояния  $|3\rangle$  в состояния  $|1\rangle, |2\rangle$  и  $|4\rangle$  соответственно;  $\gamma_{sp} = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_{trap}$  есть скорость спонтанного распада возбужденного состояния  $|3\rangle$ ; константа  $\Gamma$  моделирует скорость релаксации атомов (например, за счет пролетных эффектов) к распределению по нижним состояниям  $|1\rangle, |2\rangle$  и  $|4\rangle$  с равновесными населенностями  $p_1, p_2$  и  $p_4$  в отсутствие светового поля. Учет сохранения полной населенности накладывает следующее условие нормировки:

$$\begin{aligned} \text{Tr}\{\hat{\rho}\} &= \rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} = 1, \\ p_1 + p_2 + p_4 &= 1. \end{aligned} \tag{4}$$

Будем полагать, что состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  имеют одинаковую равновесную населенность и скорость спонтанного прихода:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 = p, \\ \gamma_1 &= \gamma_2 = \gamma, \\ \gamma_{trap} &= \gamma_{sp} - 2\gamma. \end{aligned} \tag{5}$$

В качестве спектроскопического сигнала мы исследуем поглощение светового поля, которое в приближении оптически тонкой среды пропорционально следующей величине:

$$\begin{aligned} A(t) &= 2 \text{Im}\{\Omega_1^* \rho_{31} + \Omega_2^* \rho_{32}\} = \\ &= \partial_t \rho_{33} + (\gamma_{sp} + \Gamma) \rho_{33}. \end{aligned} \tag{6}$$

Выделим в частотах Раби и полевом сдвиге пространственную зависимость поперечного профиля интенсивности излучения  $f(r)$ :

$$\begin{aligned} \Omega_1(r) &= \Omega_{10} \sqrt{f(r)}, \\ \Omega_2(r) &= \Omega_{20} \sqrt{f(r)}, \\ \Delta_{LS}(r) &= \Delta_0 f(r), \end{aligned} \tag{7}$$

где  $\Omega_{10}, \Omega_{20}$  и  $\Delta_0$  — частоты Раби и полевой сдвиг на оси светового пучка (т.е. при  $r = 0$ ). В случае гауссова профиля функция  $f(r)$  имеет вид

$$f(r) = e^{-r^2/r_0^2}, \tag{8}$$

где радиус  $r_0$  определяет поперечный размер пучка по уровню  $1/e$  для интенсивности. Тогда интеграль-

ное значение спектроскопического сигнала (т.е. полученное от атомов в разных точках пространства) можно записать как

$$\langle A(t) \rangle = 2\pi \int_0^R A(t, r) r dr, \tag{9}$$

где  $R$  — радиус части светового пучка, участвующей в формировании спектроскопического сигнала.

Стабилизация частоты в атомных часах осуществляется на нуль сигнала ошибки, который может быть сформирован с помощью частотной или фазовой модуляции бихроматического поля. В случае частотной гармонической модуляции для двухфотонной отстройки имеем следующее выражение:

$$\delta_R(t) = \delta_R^{(0)} + F \cos(f_m t), \tag{10}$$

где  $\delta_R^{(0)}$  — постоянная составляющая двухфотонной отстройки,  $f_m$  и  $F$  — частота и глубина модуляции соответственно. Для формирования сигнала ошибки  $S_{err}^{(harm)}$  применяется техника синхронного детектирования с опорным сигналом:

$$S_{err}^{(harm)}(\delta_R^{(0)}) = \frac{1}{T} \int_0^T \langle A(t) \rangle \cos(f_m t + \phi) dt, \tag{11}$$

где  $T = 2\pi/f_m$  — период модуляции,  $\phi$  — фаза опорного сигнала относительно сигнала модуляции. При этом  $\phi = 0$  соответствует синфазному сигналу ошибки, а  $\phi = \pm\pi/2$  — квадратурному. Альтернативный метод генерации сигнала ошибки основан на технике фазовых прыжков [47], когда относительная фаза  $\varphi_R = \varphi_1 - \varphi_2$  изменяется ступенчатым образом, как показано на рис. 2. В этом случае  $\delta_R \equiv \delta_R^{(0)}$ , а сигнал ошибки  $S_{err}^{(PJ)}$  формируется на основе интегрирова-

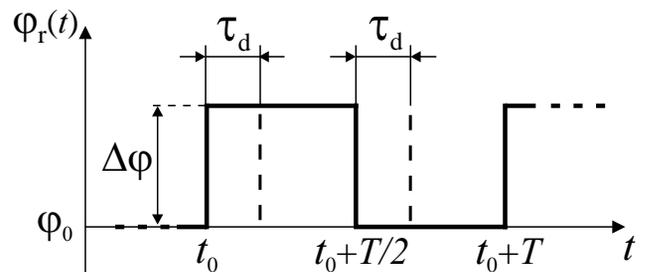


Рис. 2. Схема периодической ступенчатой модуляции относительной фазы  $\varphi_R = \varphi_1 - \varphi_2$  бихроматического поля (1);  $\varphi_0$  — начальная фаза,  $\tau_d$  — время интегрирования,  $\Delta\varphi$  — величина фазового прыжка,  $T$  — период модуляции

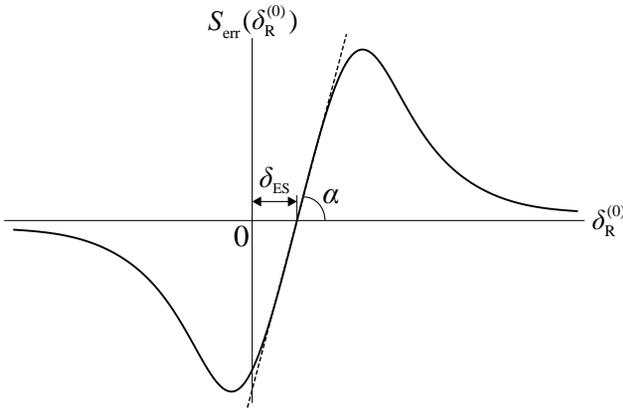


Рис. 3. Схематический вид сигнала ошибки  $S_{err}(\delta_R^{(0)})$  при наличии полевого сдвига  $\Delta_{LS}$

ния динамического отклика в сигнале поглощения после фазового прыжка:

$$S_{err}^{(PJ)}(\delta_R) = \frac{1}{T} \left[ \int_{t_0}^{t_0+\tau_d} \langle A(t, \varphi_0 + \Delta\varphi) \rangle dt - \int_{t_0+T/2}^{t_0+T/2+\tau_d} \langle A(t, \varphi_0) \rangle dt \right], \quad (12)$$

где  $\varphi_0$  — начальная фаза,  $\tau_d$  — время интегрирования,  $\Delta\varphi$  — величина фазового прыжка (см. рис. 2). Сигнал ошибки, сформированный одним из описанных выше методов, имеет дисперсионную форму и схематически показан на рис. 3, где сдвиг точки нуля  $\delta_{ES}$  обусловлен наличием полевого сдвига  $\Delta_{LS}$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ДИСКУССИЯ

Далее мы будем исследовать зависимости сдвига  $\delta_{ES}$  сигналов ошибки (11) и (12) от интенсивности лазерного излучения на оси светового пучка, которая в рамках рассматриваемой  $\Lambda$ -системы пропорциональна следующей величине:

$$W_0 = \frac{|\Omega_{10}|^2 + |\Omega_{20}|^2}{\Gamma\gamma_{opt}}. \quad (13)$$

Отметим, что кратковременная стабильность атомных часов определяется наклоном линейного участка сигнала ошибки в центре линии (см. рис. 3):

$$K = \text{tg}(\alpha) = \left. \frac{\partial S_{err}}{\partial \delta_R^{(0)}} \right|_{\delta_R^{(0)} = \delta_{ES}}, \quad (14)$$

который зависит от параметров используемой частотной или фазовой модуляции. Поэтому в расчетах параметры модуляции выбирались таким образом, чтобы наклон (14) был максимальным для заданных  $\Omega_{10}$  и  $\Omega_{20}$ .

Исследуемые зависимости были рассчитаны для обоих методов формирования сигнала ошибки в двух различных режимах: медленной и быстрой модуляции [47, 48]. Медленная модуляция определяется следующими условиями:

$$\frac{Ff_m}{\gamma_{CPT}^2} \ll 1 \quad (\text{частотная гармоническая}), \quad (15)$$

$$T/2 \gg \gamma_{CPT}^{-1} \quad (\text{фазовая ступенчатая}), \quad (16)$$

где  $\gamma_{CPT}$  — полуширина на полувысоте для стационарной формы линии резонанса КПН. Быстрая модуляция соответствует условиям

$$\frac{Ff_m}{\gamma_{CPT}^2} \geq 1 \quad (\text{частотная гармоническая}), \quad (17)$$

$$T/2 \leq \gamma_{CPT}^{-1} \quad (\text{фазовая ступенчатая}). \quad (18)$$

Зависимости параметра  $\gamma_{CPT}$  от интенсивности поля на оси пучка для разной степени открытости  $\Lambda$ -системы представлены на рис. 4.

Кроме того, как было показано в [48], для гармонической модуляции двухфотонной отстройки максимальный наклон  $|K_{max}^{(harm)}|$  достигается при следующем выборе оптимальной фазы  $\phi_{opt}$ :

$$|K_{max}^{(harm)}| = \sqrt{K_{in-ph}^2 + K_{quad}^2}, \quad (19)$$

$$\phi_{opt} = -\arctg(K_{quad}/K_{in-ph}), \quad (20)$$

где  $K_{in-ph}$  и  $K_{quad}$  — наклоны синфазного ( $\phi = 0$ ) и квадратурного ( $\phi = -\pi/2$ ) сигналов ошибки соответственно. Для быстрой гармонической модуляции

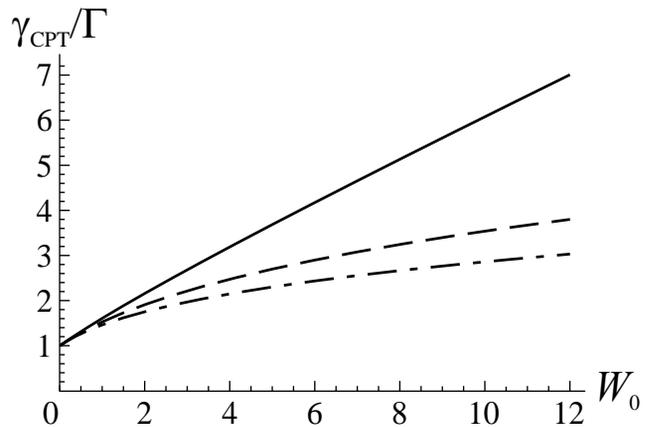
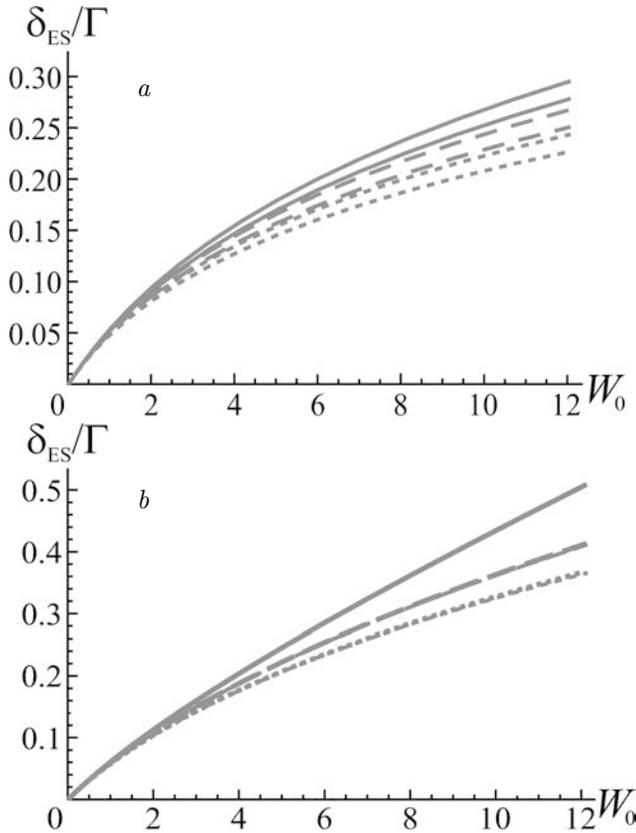


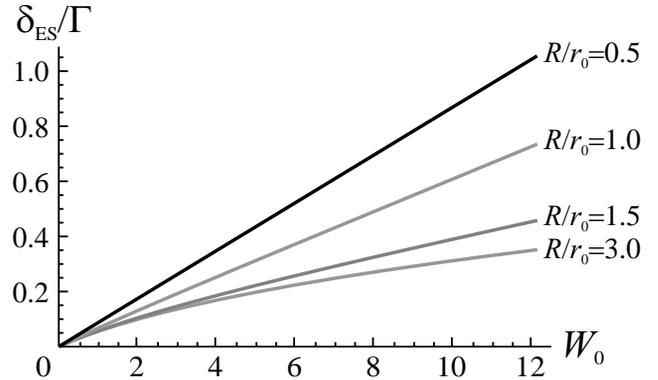
Рис. 4. Зависимости полуширины на полувысоте стационарного КПН-резонанса  $\gamma_{CPT}$  от параметра  $W_0$  при различных степенях открытости  $\Lambda$ -системы:  $p = 1/2$ ,  $\gamma = \gamma_{sp}/2$ ,  $\gamma_{trap} = 0$  (сплошная линия);  $p = 1/3$ ,  $\gamma = \gamma_{sp}/3$ ,  $\gamma_{trap} = \gamma_{sp}/3$  (штриховая линия);  $p = 1/8$ ,  $\gamma = \gamma_{sp}/8$ ,  $\gamma_{trap} = 3\gamma_{sp}/4$  (штрихпунктирная линия). Другие параметры модели:  $\Omega_{10} = \Omega_{20}$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-5} \gamma_{sp}$ ,  $\gamma_{opt} = 50\gamma_{sp}$ ,  $\Delta_0/\Gamma = 0.1W_0$



**Рис. 5.** Зависимости сдвига нуля сигнала ошибки  $\delta_{ES}$  от параметра  $W_0$ : *a*) режим медленных гармонической частотной модуляции (красные линии) при  $f_m = 0.5\Gamma$  и фазовой ступенчатой модуляции при  $T = 12\Gamma^{-1}$  (синие линии); *b*) режим быстрых гармонической частотной модуляции (красные линии) при  $f_m = 40\Gamma$  и фазовой ступенчатой модуляции при  $T = 0.15\Gamma^{-1}$  (синие линии). Графики построены при различных степенях открытости  $\Lambda$ -системы:  $p = 1/2$ ,  $\gamma = \gamma_{sp}/2$ ,  $\gamma_{trap} = 0$  (сплошные линии);  $p = 1/3$ ,  $\gamma = \gamma_{sp}/3$ ,  $\gamma_{trap} = \gamma_{sp}/3$  (штриховые линии);  $p = 1/8$ ,  $\gamma = \gamma_{sp}/8$ ,  $\gamma_{trap} = 3\gamma_{sp}/4$  (пунктирные линии). Другие параметры модели:  $\Omega_{10} = \Omega_{20}$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-5}\gamma_{sp}$ ,  $\gamma_{opt} = 50\gamma_{sp}$ ,  $\Delta_0/\Gamma = 0.1W_0$ ,  $F/f_m = 1.1$ ,  $\tau_d = T/2$ ,  $\Delta\varphi = \pi/2$

в так называемом режиме Паунда – Дривера – Холла ( $f_m \gg 2\Gamma$ ) наибольшее значение  $|K_{max}^{(harm)}|$  определяется только квадратурным сигналом ошибки (так как  $\phi_{opt} \approx -\pi/2$ ) и достигается при  $F/f_m \approx 1.1$ . Для фазовой ступенчатой модуляции максимальный наклон сигнала ошибки  $|K_{max}^{(PJ)}|$  достигается при  $\tau_d = T/2$  и  $\Delta\varphi = \pi/2$  (см. [47]).

На рис. 5*a* представлены графики зависимости сдвига нуля сигнала ошибки от параметра  $W_0$  для режима медленной модуляции при различной степени открытости  $\Lambda$ -системы. Как видно, данные зависимости являются сильно нелинейными. Причем нелинейность возрастает с увеличением скорости



**Рис. 6.** Зависимости сдвига нуля сигнала ошибки  $\delta_{ES}$  от параметра  $W_0$  в случае быстрых гармонической частотной модуляции при  $f_m = 40\Gamma$  и фазовой ступенчатой модуляции при  $T = 0.15\Gamma^{-1}$ . Графики построены при различных значениях радиуса интегрирования:  $R = 3r_0$  (синяя линия),  $R = 1.5r_0$  (зеленая линия),  $R = r_0$  (красная линия),  $R = 0.5r_0$  (черная линия). Другие параметры модели:  $\Omega_{10} = \Omega_{20}$ ,  $p = 1/8$ ,  $\gamma = \gamma_{sp}/8$ ,  $\gamma_{trap} = 3\gamma_{sp}/4$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-5}\gamma_{sp}$ ,  $\gamma_{opt} = 50\gamma_{sp}$ ,  $\Delta_0/\Gamma = 0.1W_0$ ,  $F/F_m = 1.1$ ,  $\tau_d = T/2$ ,  $\Delta\varphi = \pi/2$

распада возбужденного уровня  $|3\rangle$  в ловушечное состояние  $|4\rangle$ . В свою очередь, для быстрой модуляции (см. рис. 5*b*) степень нелинейности аналогичных зависимостей уменьшается по сравнению с режимом медленной модуляции. Этот эффект особенно выражен для закрытой  $\Lambda$ -системы ( $\gamma_{trap} = 0$ ). Кроме того, как видно из рис. 5*b*, в режиме быстрой модуляции данные зависимости практически совпадают для обоих методов формирования сигнала ошибки.

Также была проанализирована зависимость сдвига нуля сигнала ошибки  $\delta_{ES}$  от интенсивности при различных значениях радиуса диафрагмы  $R$ , вырезающей центральную часть светового пучка (см. рис. 6). Видно, что с уменьшением данного радиуса зависимость стремится к линейному закону. Отметим также, что полученные зависимости визуально практически неразличимы для двух типов модуляции (частотной гармонической и фазовой ступенчатой).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследовано влияние пространственно-неоднородного распределения интенсивности лазерного излучения на полевой сдвиг сигнала ошибки. В качестве теоретической модели рассматривалась открытая  $\Lambda$ -система, в которой КПН-резонанс возбуждается бихроматическим полем с гауссовым поперечным профилем интенсивности. Анализ проводился для двух методов формирования сигнала ошибки: с использованием

гармонической модуляции двухфотонной отстройки и с помощью ступенчатой модуляции относительной фазы компонент бихроматического поля. Установлено, что зависимость сдвига нуля сигнала ошибки от интенсивности в случае медленной модуляции имеет большую степень нелинейности по сравнению со случаем быстрой модуляции. При этом в режиме быстрой модуляции данная зависимость практически совпадает для обоих методов формирования сигнала ошибки. Также отметим, что увеличение параметра открытости  $\Lambda$ -системы приводит к усилению нелинейности. На основе численных расчетов было показано, что использование апертуры для выделения центральной части светового пучка приводит к существенному уменьшению нелинейности полевого сдвига в сигнале ошибки. Такой подход позволит существенно улучшить долговременную стабильность атомных часов при использовании метода автокомпенсации полевого сдвига [39], эффективность которого повышается при уменьшении нелинейного вклада в зависимость полевого сдвига от интенсивности лазерного излучения.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-72-10096). В. И. Юдин был поддержан Министерством науки и высшего образования РФ (грант № FSUS-2020-0036).

## ЛИТЕРАТУРА

1. F. Riehle, *Frequency Standards: Basics and Applications*, Wiley-VCH, New York (2005).
2. L. Maleki and J. Prestage, *Metrologia* **42**, S145 (2005).
3. A. Derevianko and M. Pospelov, *Nat. Phys.* **10**, 933 (2014).
4. J. Vanier and C. Tomescu, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, CRC Press, Boca Raton (2015).
5. C. Lisdat, G. Grosche, N. Quintin et al., *Nature Commun.* **7**, 12443 (2016).
6. N. Poli, C. W. Oates, P. Gill, and G. M. Tino, *Rivista del Nuovo Cimento* **36**, 555 (2013).
7. T. E. Mehlstäubler, G. Grosche, Chr. Lisdat, P. O. Schmidt, and H. Denker, *Rep. Prog. Phys.* **81**, 064401 (2018).
8. M. S. Safronova, *Ann. Phys.* **531**, 1800364 (2019).
9. G. Alzetta, A. Gozzini, M. Moi, and G. Orriols, *Il Nuovo Cimento B* **36**, 5 (1976).
10. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, *УФН* **163**, 1 (1993) [B. D. Agap'ev, M. B. Gornyi, B. G. Matisov, and Yu. V. Rozhdestvenskii, *Phys. Usp.* **36**, 763 (1993)].
11. E. Arimondo, *Prog. Opt.* **35**, 257 (1996).
12. J. Vanier, *Appl. Phys. B* **81**, 421 (2005).
13. V. Shah and J. Kitching, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **59**, 21 (2010).
14. S. Knappe, P. D. D. Schwindt, V. Shah, L. Hollberg, J. Kitching, L. Liew, and J. Moreland, *Opt. Express* **13**, 1249 (2005).
15. Z. Wang, *Chin. Phys. B* **23**, 030601 (2014).
16. J. Kitching, *Appl. Phys. Rev.* **5**, 031302 (2018).
17. M. Zhu and L. S. Cutler, in *Proceedings of 32th Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting*, Institute of Navigation, Inc., Reston, Virginia (2000), p. 311.
18. S. A. Zibrov, I. Novikova, D. F. Phillips, R. L. Walsworth, A. S. Zibrov, V. L. Velichansky, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin, *Phys. Rev. A* **81**, 013833 (2010).
19. D. Miletic, C. Affolderbach, M. Hasegawa, R. Boudot, C. Gorecki, and G. Mileti, *Appl. Phys. B* **109**, 89 (2012).
20. Y. Yano, W. Gao, S. Goka, and M. Kajita, *Phys. Rev. A* **90**, 013826 (2014).
21. J. W. Pollock, V. I. Yudin, M. Shuker, M. Yu. Basalaev, A. V. Taichenachev, X. Liu, J. Kitching, and E. A. Donley, *Phys. Rev. A* **98**, 053424 (2018).
22. D. S. Chuchelov, V. V. Vassiliev, M. I. Vaskovskaya, V. L. Velichansky, E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, S. V. Petropavlovsky, and V. P. Yakovlev, *Physica Scripta* **93**, 114002 (2018).
23. C. Carlé, M. Petersen, N. Passilly, M. Abdel Hafiz, E. de Clercq, and R. Boudot, *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control* **68**, 3249 (2021).
24. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Yu. Basalaev, T. Zanon-Willette, J. W. Pollock, M. Shuker, E. A. Donley, and J. Kitching, *Phys. Rev. Appl.* **9**, 054034 (2018).
25. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Yu. Basalaev, T. E. Mehlstäubler, R. Boudot, T. Zanon-Willette, J. W. Pollock, M. Shuker, E. A. Donley, and J. Kitching, *New J. Phys.* **20**, 123016 (2018).

26. M. Abdel Hafiz, G. Coget, M. Petersen, C. Rocher, S. Guérandel, T. Zanon-Willette, E. de Clercq, and R. Boudot, *Phys. Rev. Appl.* **9**, 064002 (2018).
27. M. Abdel Hafiz, G. Coget, M. Petersen, C. E. Calosso, S. Guérandel, E. de Clercq, and R. Boudot, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 244102 (2018).
28. M. Shuker, J. W. Pollock, R. Boudot, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, J. Kitching, and E. A. Donley, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 113601 (2019).
29. M. Shuker, J. W. Pollock, R. Boudot, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, J. Kitching, and E. A. Donley, *Appl. Phys. Lett.* **114**, 141106 (2019).
30. M. Yu. Basalaev, V. I. Yudin, D. V. Kovalenko, T. Zanon-Willette, and A. V. Taichenachev, *Phys. Rev. A* **102**, 013511 (2020).
31. Д. В. Коваленко, М. Ю. Басалаев, В. И. Юдин, Т. Занон-Виллет, А. В. Тайченачев, *КЭ* **51**, 495 (2021) [D. V. Kovalenko, M. Yu. Basalaev, V. I. Yudin, T. Zanon-Willette, and A. V. Taichenachev, *Quantum Electron.* **51**, 495 (2021)].
32. C. Carlé, M. Abdel Hafiz, S. Keshavarzi, R. Vicarini, N. Passilly, and R. Boudot, *Opt. Express* **31**, 8160 (2023).
33. V. Shah, V. Gerginov, P. D. D. Schwindt, S. Knappe, L. Hollberg, and J. Kitching, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 151124 (2006).
34. B. H. McGuyer, Y.-Y. Jau, and W. Happer, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 251110 (2009).
35. R. Boudot, P. Dziuban, M. Hasegawa, R. K. Chutani, S. Galliou, V. Giordano, and C. Gorecki, *J. Appl. Phys.* **109**, 014912 (2011).
36. Y. Zhang, W. Yang, S. Zhang, and J. Zhao, *J. Opt. Soc. Amer. B* **33**, 1756 (2016).
37. M. I. Vaskovskaya, E. A. Tsygankov, D. S. Chuchelov, S. A. Zibrov, V. V. Vassiliev, and V. L. Velichansky, *Opt. Express* **27**, 35856 (2019).
38. S. Yanagimachi, K. Harasaka, R. Suzuki, M. Suzuki, and S. Goka, *Appl. Phys. Lett.* **116**, 104102 (2020).
39. V. I. Yudin, M. Yu. Basalaev, A. V. Taichenachev, J. W. Pollock, Z. L. Newman, M. Shuker, A. Hansen, M. T. Hummon, R. Boudot, E. A. Donley, and J. Kitching, *Phys. Rev. Appl.* **14**, 024001 (2020).
40. M. Abdel Hafiz, R. Vicarini, N. Passilly, C. E. Calosso, V. Maurice, J. W. Pollock, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, J. Kitching, and R. Boudot, *Phys. Rev. Appl.* **14**, 034015 (2020).
41. V. I. Yudin, M. Yu. Basalaev, A. V. Taichenachev, D. A. Radnatarov, V. A. Andryushkov, and S. M. Kobtsev, *J. Phys. Conf. Ser.* **2067**, 012003 (2021).
42. Д. А. Раднатаров, С. М. Кобцев, В. А. Андриюшков, М. Ю. Басалаев, А. В. Тайченачев, М. Д. Радченко, В. И. Юдин, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 504 (2023).
43. А. Н. Литвинов, И. М. Соколов, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 791 (2021) [A. N. Litvinov and I. M. Sokolov, *JETP Lett.* **113**, 763 (2021)].
44. К. А. Баранцев, А. С. Курапцев, А. Н. Литвинов, *ЖЭТФ* **160**, 611 (2021) [K. A. Barantsev, A. S. Kuraptsev, and A. N. Litvinov, *JETP* **133**, 525 (2021)].
45. Я. А. Фофанов, И. М. Соколов, *ЖЭТФ* **162**, 297 (2022) [Ya. A. Fofanov and I. M. Sokolov, *JETP* **135**, 255 (2022)].
46. К. А. Баранцев, Г. В. Волошин, А. С. Курапцев, А. Н. Литвинов, И. М. Соколов, *ЖЭТФ* **163**, 162 (2023).
47. M. Yu. Basalaev, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. I. Vaskovskaya, D. S. Chuchelov, S. A. Zibrov, V. V. Vassiliev, and V. L. Velichansky, *Phys. Rev. Appl.* **13**, 034060 (2020).
48. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Yu. Basalaev, and D. V. Kovalenko, *Opt. Express* **25**, 2742 (2017).

# ЛАЗЕРНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ АТОМОВ ЛИТИЯ-6 В БИХРОМАТИЧЕСКОМ СВЕТОВОМ ПОЛЕ

Р. Я. Ильенков <sup>a\*</sup>, О. Н. Прудников <sup>a,b</sup>, А. А. Курпичникова <sup>a</sup>, А. В. Тайченачев <sup>a,b</sup>,

В. И. Юдин <sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 2 мая 2023 г.,  
после переработки 18 мая 2023 г.  
Принята к публикации 18 мая 2023 г.

Проведено исследование кинетики атомов <sup>6</sup>Li в бихроматическом лазерном поле, возбуждающем переходы на D2- и D1-линиях. Модель учитывает сложную реальную структуру энергетических уровней <sup>6</sup>Li, в том числе зеемановское вырождение, а также неоднородную пространственную поляризацию лазерного поля. Обнаружено, что принципиальными для лазерного охлаждения атомов являются отстройка и поляризационная конфигурация компоненты светового поля резонансной D2-линии атома <sup>6</sup>Li. Показана возможность охлаждения атомов ниже доплеровского предела.

Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.

DOI: 10.31857/S0044451023080138  
EDN:IBSKJJ

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерное охлаждение атомов в настоящее время используется для широкого спектра современных научных исследований: для создания современных оптических стандартов частоты [1–3], для получения конденсатов Бозе–Эйнштейна [4, 5] и вырожденных ферми-газов [6], для создания квантовых сенсоров на основе волн материи ультрахолодных атомов [7, 8]. Ультрахолодные атомы в оптических ловушках являются перспективной платформой для физической реализации квантовых вычислений [9] и квантовых симуляций и находят широкое применение как для фундаментальных исследований для измерения мировых констант, проверки ОТО, СТО и др., измерения геопотенциала, так и для прикладных задач, например, в области построения современных навигационных систем [10].

Для решения данных задач требуется развитие эффективных методов глубокого лазерного охлаждения атомов. Несмотря на то, что проблема лазерного охлаждения достаточно хорошо изучена [11–13], задача выбора оптимальных параметров и конфигураций светового поля для достижения глубокого лазерного охлаждения остается открытой для конкретных экспериментальных реализаций. В рамках квазиклассической теории [11, 12, 14–17] было установлено, что температура лазерного охлаждения в полях малой интенсивности может быть меньше доплеровского предела  $T_D = \hbar\gamma/(2k_B)$ , (где  $\gamma$  — естественная ширина линии оптического перехода,  $k_B$  — постоянная Больцмана) и составлять несколько энергий отдачи ( $\hbar w_R = \hbar^2 k^2/2M$  — энергия получаемая атомом массой  $M$  в результате единичного акта поглощения или излучения фотона с волновым вектором  $k$ ). Однако детальный анализ кинетики атомов, проведенный в работе [18], показал, что известная картина субдоплеровского охлаждения выполняется только для атомов с предельно малыми значениями параметра отдачи  $\epsilon_R = w_R/\gamma < 0.01$ . При этом для атомов с не очень малым парамет-

\* E-mail: ilenkov.roman@gmail.com

ром отдачи  $\epsilon_R \approx 0.01 - 0.1$  [18–20] эффекты субдоплеровского охлаждения становятся менее эффективны [18], особенно для поляризационной конфигурации поля  $\sigma_+ - \sigma_-$ , которую обычно используют в магнитооптических ловушках. Немаловажным также является то, что стационарное решение для импульсного распределения легких атомов не соответствует гауссовому, следовательно, не может быть описано в терминах температуры [21]. Приближенно распределение может быть охарактеризовано в рамках двухтемпературного распределения атомов, имеющих холодную и горячую фракции [22]. Среди щелочных металлов атом лития является перспективным кандидатом для исследования квантовых эффектов, возникающих при экстремально низких температурах, так как он является наиболее легким в этой группе, среди подходящих для лазерного охлаждения. Литий также идеален для работ с вырожденными бозе- [23] и ферми- [24] газами, так как он имеет стабильные изотопы как с целыми, так и с полуцелыми ядерными спинами:  ${}^6\text{Li}$  ( $I = 1$ , 7.5%) и  ${}^7\text{Li}$  ( $I = 3/2$ , 92.5%).

Для атомов Li сверхтонкое расщепление уровней возбужденного состояния сравнимо с их естественной шириной ( $\gamma \approx 5.8$  МГц), см. рис. 1. Поэтому для лазерного охлаждения нельзя использовать замкнутый переход, поскольку вероятность выйти из цикла взаимодействия в результате спонтанных распадов высока, в отличие от атомов Cs и Rb. Это приводит к тому, что вероятности переходов, индуцированных охлаждающим лазерным полем и полем накачки, используемым для возврата атомов в цикл охлаждения, оказываются сравнимы, как и их кинетические эффекты.

Эти факторы не позволяют использовать для анализа кинетики атомов лития ранее развитые теории и модели лазерного охлаждения двухуровневого атома с вырождением уровней в монохроматическом световом поле. Анализ лазерного охлаждения атомов лития требует построения комплексной модели, учитывающей сложную реальную структуру энергетических уровней  ${}^6\text{Li}$ , в том числе зеемановское вырождение, а также неоднородную пространственную поляризацию компонент бихроматического светового поля. Построение такой модели позволит определить наиболее оптимальные поляризационные конфигурации и параметры бихроматического лазерного поля для достижения глубокого лазерного охлаждения. Отметим, что литий относится к атомам с недостаточно малым значением параметра  $\epsilon_R = 1/80$ , что, согласно работе [18], затрудняет достижения субдоплеровских температур. Также

отметим, что в экспериментах по лазерному охлаждению атомов лития не достигаются даже значения доплеровского предела,  $T_D \approx 140\mu\text{K}$  [25–27].

В настоящей работе исследуется совместное влияние компонент бихроматического светового поля на кинетику атомов. Исходя из наших предварительных оценок и исследований упрощенных моделей атома  ${}^6\text{Li}$  [28], было выбрано два перехода, показанных на рис. 1 — резонансный D2-линии атома (синий) и резонансный D1-линии атома (красный). Индексы параметров компонент бихроматического светового поля будут совпадать с индексами соответствующей резонансной линии (2 для D2, 1 для D1).

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

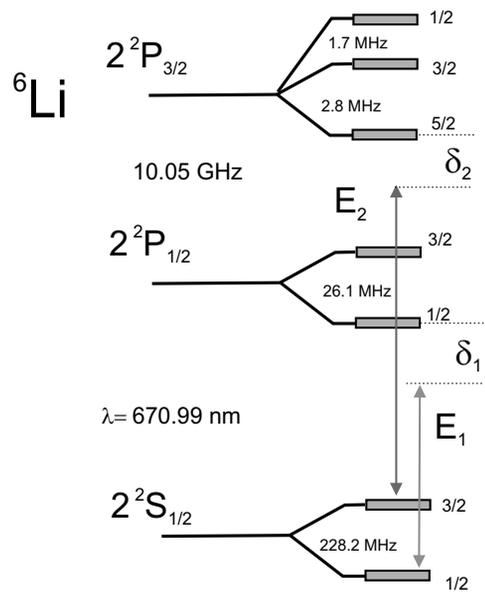


Рис. 1. Атомная структура атомов  ${}^6\text{Li}$ .

Рассмотрим одномерную задачу лазерного охлаждения атомов в световом поле, образованном двумя парами встречных волн вдоль оси  $z$ :

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_2(z)e^{-i\omega_2 t} + \mathbf{E}_1(z)e^{-i\omega_1 t} + \text{c. c.}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{E}_i(z) = E_{0i} (\mathbf{e}_i^+ e^{ik_i z} + \mathbf{e}_i^- e^{-ik_i z}). \quad (2)$$

Здесь  $i$  определяет компоненту светового поля, резонансную переходу D2- или D1-линии,  $E_{0i}$  — амплитуда одной световой волны одной частотной компоненты бихроматического поля, а единичные векторы  $\mathbf{e}_i^+$  и  $\mathbf{e}_i^-$  — векторы поляризации встречных волн,

распространяющихся вдоль оси  $z$ . Поляризация векторов  $\mathbf{e}_i^+$  и  $\mathbf{e}_i^-$  определяет пространственную поляризационную конфигурацию компоненты светового поля. Например, когда векторы  $\mathbf{e}_i^+$  и  $\mathbf{e}_i^-$  — ортогональные линейные поляризации, формируется конфигурация поля  $lin \perp lin$ , а когда векторы  $\mathbf{e}_i^+$  и  $\mathbf{e}_i^-$  — ортогональные круговые поляризации, формируется конфигурация  $\sigma^+ - \sigma^-$ .

Для исследования пределов лазерного охлаждения мы воспользуемся квазиклассическим подходом, основанным на решении уравнения Фоккера–Планка [14, 15, 29, 30]. Кинетическими коэффициентами уравнения Фоккера–Планка являются сила  $F$ , действующая на атом в светом поле, и коэффициент диффузии, возникающий в результате флуктуации сил в процессах излучения и поглощения фотонов поля. Коэффициент диффузии разбивается на сумму вкладов  $D_{sp}$  (спонтанной) и  $D_{ind}$  (вынужденной) диффузии. Учитываются все подуровни сверхтонкой структуры, взаимодействующие с резонансными компонентами бихроматического светового поля. Задача решается в одночастичном приближении, что позволит получить предельные значения температуры лазерного охлаждения. В квазиклассическом приближении [11, 12, 14–17] одномерная задача лазерного охлаждения атомов описывается уравнением Фоккера–Планка для функции распределения атомов в фазовом пространстве  $\mathcal{F}(z, p, t)$ . Мы выберем следующую форму записи уравнения Фоккера–Планка для дальнейшего анализа кинетики атомов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{F} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{F} = \\ = - \frac{\partial}{\partial p} F \mathcal{F} + \frac{\partial^2}{\partial p^2} D_{sp} \mathcal{F} + \frac{\partial}{\partial p} D_{ind} \frac{\partial}{\partial p} \mathcal{F}. \end{aligned} \quad (3)$$

Данный выбор обусловлен тем, что, для атомов с недостаточно малым параметром отдачи — как у атомов лития, решение уравнение Фоккера–Планка в форме записи (2) приводит к результатам наиболее близким к численным решениям, получаемым на основе квантовых подходов [18], при стандартном определении  $D_{ind}$  [15, 31]. Кинетические коэффициенты могут быть непосредственно получены путем редукции квантового кинетического уравнения для матрицы плотности атомов в рамках одночастичного приближения

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = - \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{\Gamma} \{ \hat{\rho} \}. \quad (4)$$

Здесь  $\hat{H}$  — полный гамильтониан атома в поле и  $\hat{\Gamma} \{ \hat{\rho} \}$  — оператор спонтанной релаксации, описывающий изменение внутренних и поступательных

степеней свободы матрицы плотности при спонтанном излучении фотонов поля (см., например, [11, 17, 30]). Выражения для силы и коэффициента диффузии для рассматриваемой нами модели атома учитывают взаимодействие бихроматического светового поля со всеми сверхтонкими уровнями атома лития и могут быть получены на основе ранее предложенных подходов, представленных в работах [17, 29, 31, 32].

Кинетика лазерного охлаждения атома  ${}^6\text{Li}$  определяется отстройками резонансных компонент бихроматического светового поля  $\delta_2$  и  $\delta_1$  и параметрами насыщения каждого из переходов  $S_2, S_1$ , определяющими интенсивность компонент светового поля. Отстройка  $\delta_2$  компоненты поля, резонансного D2-линии, определяется разницей между частотой резонансной компоненты поля и частотой перехода

$$2^2S_{1/2}(F = 3/2) \rightarrow 2^2P_{3/2}(F = 5/2),$$

синяя линия на рис. 1. Отстройка  $\delta_1$  компоненты поля, резонансного D1-линии, определяется разницей между частотой резонансной компоненты поля и частотой перехода

$$2^2S_{1/2}(F = 1/2) \rightarrow 2^2P_{1/2}(F = 1/2),$$

красная линия на рис. 1. Параметры насыщения переходов равны

$$S_i = \frac{|\Omega_i|^2}{4\delta_i^2 + \gamma^2}, \quad (5)$$

где  $\Omega_i$  — частота Раби на каждую волну, формирующую поле резонансное соответствующему переходу:

$$\Omega_i = \gamma \sqrt{\frac{I_i}{2I_S}}. \quad (6)$$

Здесь  $I_i$  — интенсивность поля каждой из встречных волн, а  $I_S \approx 2.56$  мВт/см<sup>2</sup> — интенсивность насыщения для используемых оптических переходов атомов лития [33].

Заметим, что импульсное распределение атомов в охлаждающем лазерном поле может быть существенно неравновесным [19] и потому, строго говоря, его не всегда корректно описывать в терминах температуры. Для количественной характеристики глубины лазерного охлаждения в данной работе мы будем использовать удвоенную среднюю кинетическую энергию, называя ее эффективной температурой:

$$k_B T_{eff} = \langle p^2 / (M) \rangle.$$

Удвоенная средняя кинетическая энергия количественно совпадает с температурой лазерного охлаждения для случая равновесного импульсного распределения.

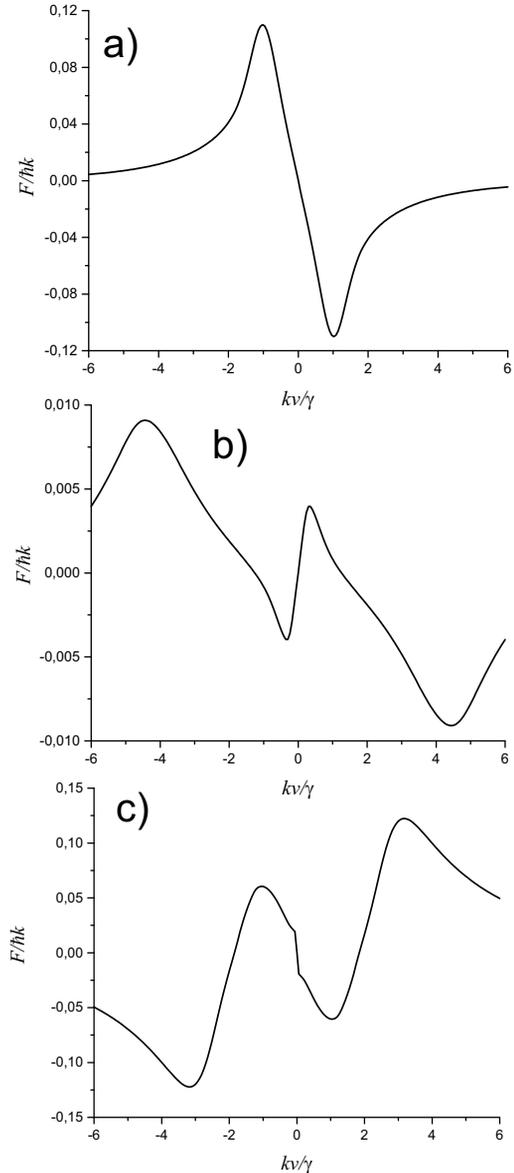
### 3. ЛАЗЕРНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ В БИХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Лазерное охлаждение в световом поле в рамках квазиклассического приближения определяется диссипативными силами, возникающими в процессе обмена импульсом при взаимодействии с фотонами частотных компонент поля и флуктуациями. При этом выбором параметров поля можно управлять направлением кинетического процесса (нагрев/охлаждение). Напомним, что в монохроматических полях малой интенсивности направление кинетического процесса однозначно определяется знаком отстройки светового поля от частоты атомного перехода. В бихроматическом поле ситуация принципиально меняется и возникают особенности, требующие исследования. Для атомов  ${}^6\text{Li}$  в бихроматическом поле сила разбивается на парциальные вклады сил от двух частотных компонент светового поля. Процессы оптической накачки различными компонентами светового поля приводят к перераспределению населенностей между подуровнями. В связи с этим весовой вклад парциальной силы одной из частотных компонент определяется другой частотной компонентой и наоборот.

Кинетику атомов в бихроматическом световом поле удобно исследовать, рассматривая влияние силы на двух скоростных масштабах — «доплеровском» ( $kv \geq \gamma$ ) и «субдоплеровском» ( $kv \ll \gamma$ ). Для эффективного охлаждения атомов сила на обоих масштабах была охлаждающей, так как это приводит к захвату атомов из горячей фракции и их охлаждению до предельных температур, см. рис. 2 *a*. В иных режимах будет происходить либо нагрев, либо формирования двух наиболее вероятных скоростных групп, см. рис. 2 *b*, либо квазиохлаждение, возникающее, когда сила является охлаждающей на «субдоплеровском» масштабе, но нагревающей на «доплеровском» масштабе, см. рис. 2 *c*. В режиме квазиохлаждения холодная фракция атомов возникает на короткое время, но с течением времени пропадает из-за взаимодействия холодной фракции атомов с налетающими с ускорением горячими атомами.

#### 3.1. Охлаждение атомов на доплеровском масштабе скоростей

На рис. 3 представлены карты силы, действующей на атом, при различных соотношениях интенсивностей бихроматических компонент светового поля  $\alpha_S = S_2/S_1$  в слабых полях  $S_i \leq 0.1$ . В



**Рис. 2.** Силы действующие на атом в бихроматическом световом поле. Поляризация обоих полей  $\sigma^+ - \sigma^-$ . *a* — Режим охлаждения. Параметры полей:  $S_2 = S_1 = 0.1$ ,  $\delta_2 = \delta_1 = -1\gamma$ . *b* — Режим выделенной скорости. Параметры полей:  $S_2 = 1$ ,  $S_1 = 0.1$ ,  $\delta_2 = 0.3\gamma$ ,  $\delta_1 = -0.5\gamma$ . *c* — Режим квазиохлаждения. Параметры полей:  $S_2 = 1$ ,  $S_1 = 0.1$ ,  $\delta_2 = \delta_1 = 3\gamma$

качестве параметра, отображаемого на картах, выступает знак силы, действующей на быстрые атомы,  $kv \geq \gamma$ , зона охлаждающей силы — синяя. Обнаружено, что форма зоны лазерного охлаждения для имеющих «доплеровский» масштаб скорости атомов не зависит от соотношения интенсивностей слабых световых полей (в широком диапазоне  $0.01 < \alpha_S < 100$ ) и от поляризаций компо-

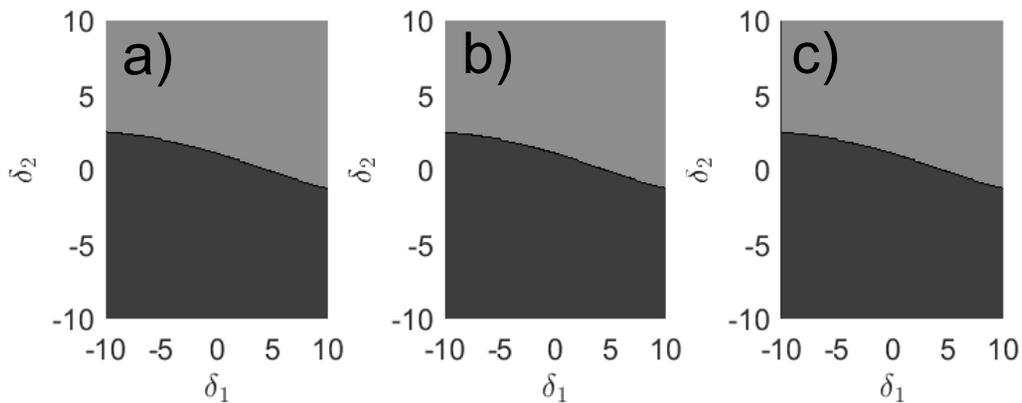


Рис. 3. Зоны лазерного охлаждения атомов  ${}^6\text{Li}$  на доплеровском масштабе скоростей в бихроматическом поле (синяя — зона охлаждения, красная — зона нагрева) для различных отношений параметров насыщения охлаждающих световых полей:  $a - \alpha_S = S_2/S_1 = 100$ ;  $b - \alpha_S = S_2/S_1 = 1$ ;  $c - \alpha_S = S_2/S_1 = 0.01$ ; Поляризация обоих полей  $\text{lin} \perp \text{lin}$

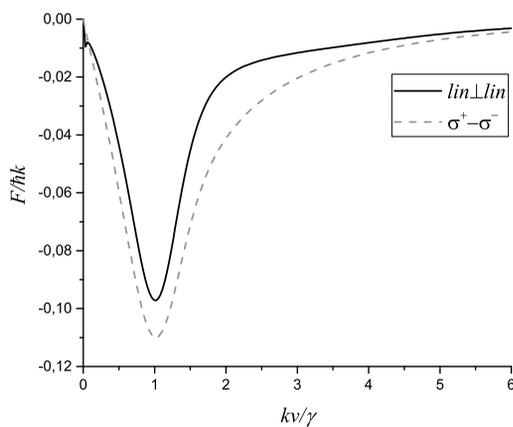


Рис. 4. Охлаждающие силы, воздействующие на атом в бихроматическом световом поле, для различных поляризационных конфигураций: черная сплошная линия — конфигурация  $\text{lin} \perp \text{lin}$  обоих компонент бихроматического светового поля, красная пунктирная линия — поляризация  $\sigma^+ - \sigma^-$  обоих компонент бихроматического светового поля. Параметры задачи:  $S_2 = S_1 = 0.1$ ;  $\delta_2 = \delta_1 = -1\gamma$ .

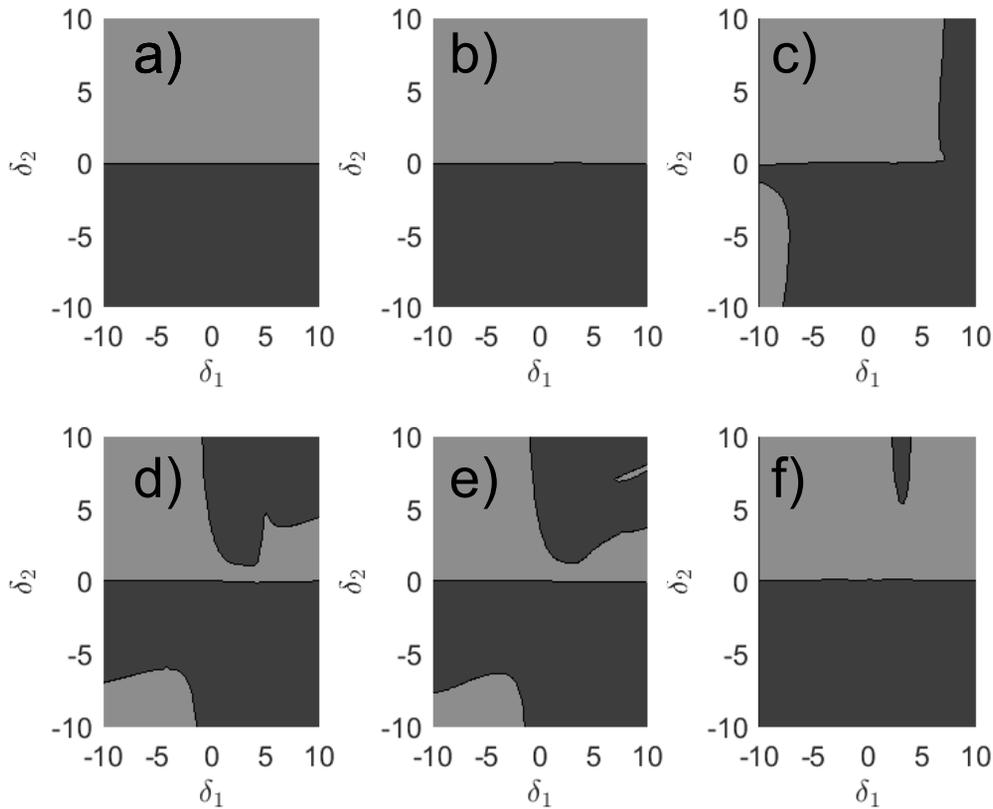
нент бихроматического светового поля. При различных поляризациях компонент поля силы, действующие на горячие атомы,  $kv > \gamma$ , с увеличением скорости выходят на общую асимптоту, в то время как для относительно медленных атомов наблюдается их различие (см. рис. 4), особенно выраженное субдоплеровским наклоном силы около нулевых значений скорости для  $\text{lin} \perp \text{lin}$  поляризационной конфигурации обоих полей.

### 3.2. Охлаждение атомов на субдоплеровском масштабе скоростей

Карты сил, действующих на медленные атомы, приведены на рис. 5. В этом случае наблюдается более сложная зональная структура, зависящая как от поляризации, так и от соотношения интенсивностей слабых световых полей. Для поляризационной конфигурации  $\text{lin} \perp \text{lin}$  компонент бихроматического поля при различных параметрах  $\alpha_S$  наблюдается достаточно простая форма зоны — для охлаждения принципиальна красная отстройка компоненты поля, резонансного D2-линии, что нарушается только в случае очень слабого поля ( $\alpha_S = 0.01$ ), резонансного D2-линии вместе с большими по модулю отстройками по полю, резонансному D1-линии ( $|\delta_1| \approx 10\gamma$ ). В случае поляризационной конфигурации  $\sigma^+ - \sigma^-$  компонент бихроматического светового поля наблюдается сложная форма области охлаждающей силы, которая заметно меняется в зависимости от соотношения интенсивностей компонент бихроматического светового поля. Однако все равно можно выделить зону охлаждающей силы, которая оказывается универсально охлаждающей при изменении соотношения интенсивностей светового поля, это зона с красной, небольшой  $|\delta_2| < 5\gamma$ , отстройкой по полю, резонансному D2-линии.

### 3.3. Пределы лазерного охлаждения в бихроматическом поле

Как говорилось ранее, для достижения глубокого лазерного охлаждения атомов необходимо подбирать параметры бихроматического поля так, чтобы как на «доплеровском», так и «субдоплеровском»

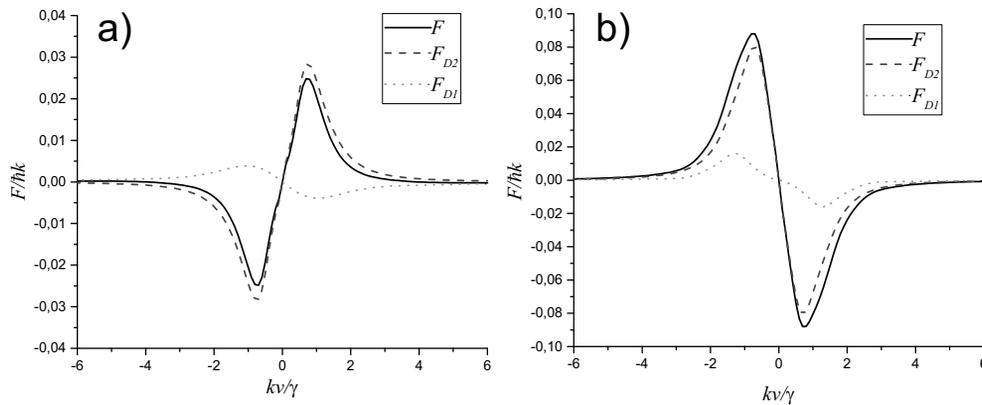


**Рис. 5.** Зоны лазерного охлаждения атомов  ${}^6\text{Li}$  на субдоплеровском масштабе скоростей в бихроматическом поле (синяя — зона охлаждения, красная — зона нагрева) для различных отношений параметров насыщения охлаждающих световых полей: *a* —  $\alpha_S = S_2/S_1 = 100$ , поляризация обоих полей  $\text{lin} \perp \text{lin}$ ; *b* —  $\alpha_S = S_2/S_1 = 1$ , поляризация обоих полей  $\text{lin} \perp \text{lin}$ ; *c* —  $\alpha_S = S_2/S_1 = 0.01$ , поляризация обоих полей  $\text{lin} \perp \text{lin}$ ; *d* —  $\alpha_S = S_2/S_1 = 100$ , поляризация обоих полей  $\sigma^+ - \sigma^-$ ; *e* —  $\alpha_S = S_2/S_1 = 1$ , поляризация обоих полей  $\sigma^+ - \sigma^-$ ; *f* —  $\alpha_S = S_2/S_1 = 0.01$ , поляризация обоих полей  $\sigma^+ - \sigma^-$

масштабах силы приводили к охлаждению. Границы зоны глубокого охлаждения можно определить по компоненте резонансной D2-линии, красная отстройка,  $|\delta_2| < 5\gamma$ , и по компоненте резонансной D1-линии, не слишком большая отстройка,  $|\delta_1| < 10\gamma$ , вне зависимости от знака.

Было проведено детальное исследование эффективных температур ансамбля атомов лития в бихроматическом световом поле исходя из определенных описанным выше способом границ. Отметим, что все графики эффективной температуры, представленные в статье, будут иметь единый температурный масштаб, ограниченный сверху четырьмя доплеровскими пределами,  $T_{limit} = 4T_D$ , где  $k_b T_D = \hbar\gamma/2$ , что приводит к исчезновению видимого цветового градиента (темно-красный), для атомов, имеющих большую эффективную температу-

ру. Область положительных отстроек по полю, резонансному D2-линии, не строилась, так как в ней не реализуется режим глубокого лазерного охлаждения, что ясно из показанных ранее карт сил. Это можно проиллюстрировать типичным графиком силы, действующей на атом при синих отстройках поля, резонансного D2-линии, см. рис. 6 *a*. Общая сила (черная сплошная линия) оказывается нагревающей, при этом основной вклад в процесс охлаждения вносит сила, создаваемая полем, резонансным D2-линии (синяя штриховая линия), и это справедливо в очень широких пределах соотношения интенсивностей светового поля  $0.01 < \alpha_S < 100$ . В свою очередь, знак силы, создаваемой полем, резонансным D1-линии, может меняться в зависимости от отстройки резонансного поля.



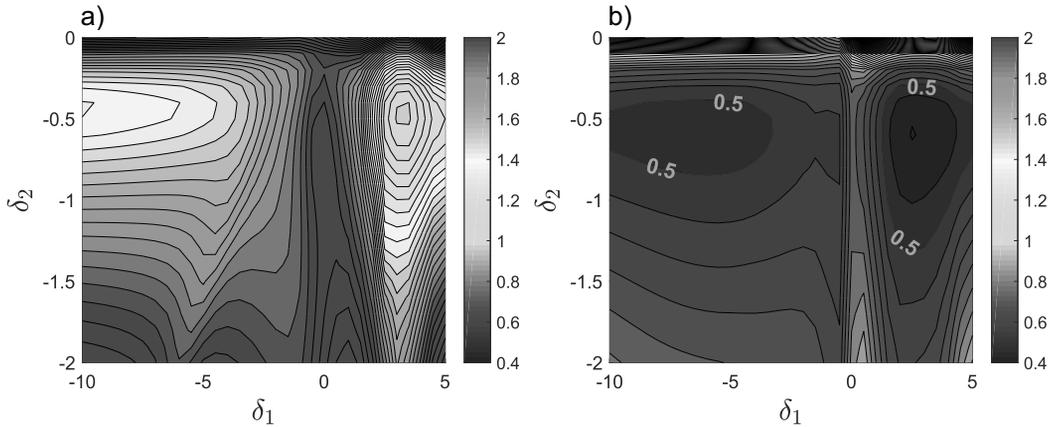
**Рис. 6.** Силы, действующие на атом в бихроматическом поле: черная сплошная линия — общая сила, синяя штриховая — сила от поля, резонансного D2-линии, красная пунктирная — сила от поля, резонансного D1-линии, при различных отстройках компонент бихроматического поля. *a* — Нагревающая сила; параметры полей: поляризации компонент  $lin \perp lin$ ,  $S_2 = S_1 = 0.1$ ,  $\delta_2 = 0.5\gamma$ ,  $\delta_1 = 2\gamma$ . *b* — Охлаждающая сила; параметры полей: поляризации компонент  $lin \perp lin$ ,  $S_2 = S_1 = 0.1$ ,  $\delta_2 = -0.5\gamma$ ,  $\delta_1 = 2.5\gamma$

Карты температур лазерного охлаждения в бихроматическом световом поле представлены на рис. 7. Компоненты бихроматического светового поля, резонансные D2- и D1-линиями, имеют одинаковые поляризации; исследуется зависимость эффективной температуры от отстроек компонент бихроматического светового поля. Полученные температурные распределения подтверждают выводы, сделанные на основании анализа карт скорости. Обнаружено охлаждение в широком диапазоне отстроек по полю, резонансному D1-линии ( $-10\gamma < \delta_1 < 5\gamma$ ). Следовательно, даже в режиме стоячих волн основным охлаждающим полем является поле, резонансное D2-линии, а поле, резонансное D1-линии, играет, в основном, роль в перекачке атомов и возвращении их в цикл лазерного охлаждения. При этом минимальные температуры, ниже доплеровского предела, достигаются в полях с поляризационной конфигурацией  $lin \perp lin$ , рис. 7 *b*, в широком диапазоне отстроек компоненты светового поля, резонансного D1-линии. В этой области силы от обоих полей оказываются охлаждающими и совместно вносят вклад в кинетику лазерного охлаждения атомов (см. рис. 6 *b*). Граница области параметров, определяющая доплеровский предел, отмечена на графике пурпурными цифрами 0.5, при этом обнаружена область охлаждения ниже доплеровского предела. Импульсное распределение атомов в области с минимальной эффективной температурой представлено на рис. 8, как и ожидалось, оно оказалось неравновесным. Полученное распределение хорошо аппроксимируется двухтемпературным распре-

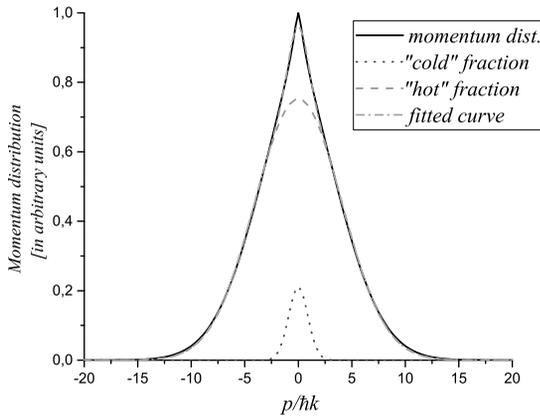
лением (фиолетовая штрих-пунктирная линия на рис. 8) со следующими параметрами: температура «горячей» фракции  $T_H \simeq 0.4 \hbar\gamma/k_B \simeq 115 \mu K$  (доля атомов  $\simeq 94\%$ ), температура «холодной фракции»  $T_C \simeq 0.02 \hbar\gamma/k_B \simeq 6 \mu K$  (доля атомов  $\simeq 6\%$ ). Особенно отметим, что температура даже «горячей фракции» оказывается ниже доплеровского предела.

Использование бихроматического светового поля, имеющего поляризационную конфигурацию  $\sigma^+ - \sigma^-$  обеих компонент, также приводит к лазерному охлаждению, однако минимальные достижимые температуры для такой поляризационной конфигурации оказываются в два раза выше доплеровского предела, что хорошо видно на графике рис. 7 *b*. При этом на выбор правильной отстройки световых полей для достижения минимальных температур накладываются более жесткие ограничения, так как имеются две ярко выраженные области лазерного охлаждения. Для обеих областей отстройка по полю, резонансному D2-линии, оказывается одинаковой,  $\delta_2 \approx -0.5\gamma$ , а отстройка по полю, резонансному D1-линии, может быть либо далекой красной,  $\delta_1 \approx -10\gamma$ , либо синей,  $\delta_1 \approx 3\gamma$ .

Температура атомов в интенсивных охлаждающих полях ( $S_2 = S_1 = 1$ ) показана на рис. 9. В сильных полях конфигурации  $lin \perp lin$  достигаются температуры, близкие к доплеровскому пределу, тогда как охлаждение в поле конфигурации  $\sigma^+ - \sigma^-$  дает предельные температуры атомов, заведомо (в три и более раза) более высокие, см. рис. 9 *a*, по сравнению с поляризационной конфигурацией



**Рис. 7.** Величина  $k_B T_{eff} = \langle p^2/M \rangle$  в единицах  $\hbar\gamma$  для различных поляризационных конфигураций охлаждающих световых полей: *a* — поляризация  $\sigma^+ - \sigma^-$  для обеих компонент бихроматического поля; *b* — поляризация  $lin \perp lin$  для обеих компонент бихроматического поля; параметры задачи:  $S_2 = 0.1, S_1 = 0.1$



**Рис. 8.** Импульсное распределение атомов в режиме глубокого охлаждения (черная сплошная линия); его аппроксимация двухтемпературным распределением (фиолетовая штрих-пунктирная линия); импульсное распределение горячей (красная штриховая линия) и холодной (синяя пунктирная линия) фракций атомов. Параметры задачи: поляризации обоих полей  $lin \perp lin$ ,  $S_2 = S_1 = 0.1$ ,  $\delta_2 = -0.6\gamma$ ,  $\delta_1 = 2.5\gamma$

$lin \perp lin$  обеих компонент. Дополнительно отметим, что область наиболее низких температур значительно сдвигается по отстройке светового поля, резонансного D1-линии, по сравнению с охлаждением в поле слабых световых полей и практически не меняется по отстройке компоненты светового поля, резонансного D2-линии. Вне зависимости от поляризации область оптимальных отстроек оказывается около красных отстроек для обоих световых полей  $\delta_2 = -0.5\gamma$ ,  $\delta_1 = -0.5\gamma - 1\gamma$ . Исходя из проведен-

ных исследований можно сказать, что для достижения минимальных температур лазерного охлаждения атомов лития необходимо выбрать отстройку поля, резонансного D2-линии, равной  $\delta_2 = -0.5\gamma$ , и просканировать отстройку поля, резонансного D1-линии, так как отличие температуры при оптимальном выборе отстройки компоненты поля, резонансного D1-линии, от неоптимальной может составлять до нескольких раз.

Отдельное внимание было уделено исследованию пределов лазерного охлаждения атомов лития в бихроматическом световом поле в зависимости от интенсивности частотных компонент поля при различных комбинациях поляризационных конфигураций световых полей, резонансных D2- и D1-линиями. Результаты приведены на рис. 10.

Таким образом, показано следующее.

1) В полях конфигурации  $lin \perp lin$  для обеих компонент светового поля достижимо лазерное охлаждение ниже доплеровского предела, рис. 10 *d*. Предельные температуры, достижимые в полях конфигурации  $lin \perp lin$ , оказываются более чем в два раза ниже, чем минимальные температуры, достижимые в полях конфигурации  $\sigma^+ \sigma^-$ , рис. 10 *a*, что является стандартной полевой конфигурацией для экспериментов по лазерному охлаждению ввиду необходимости захвата атомов в магнито-оптическую ловушку. Этот результат подтверждает наш более ранний анализ упрощенной схемы лазерного охлаждения атомов  ${}^6Li$ , где исследовалась только охлаждение на D2-линии [28].

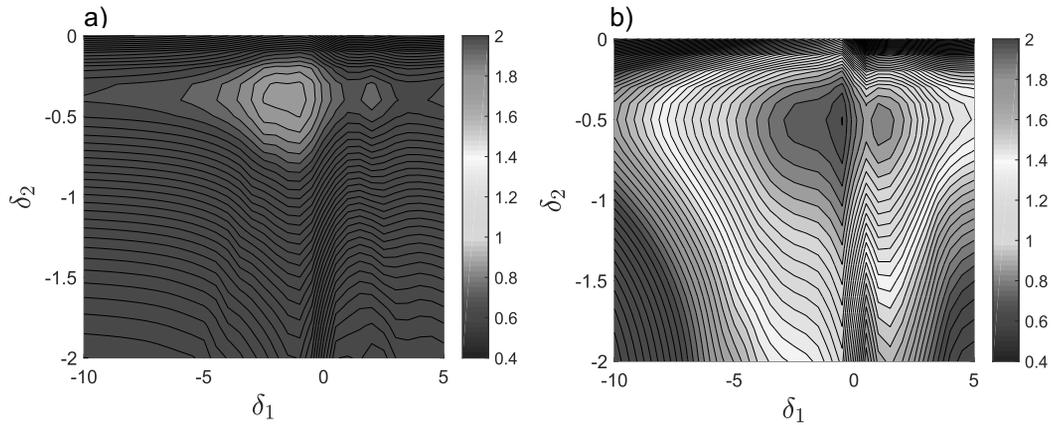


Рис. 9. Величина  $k_B T_{eff} = \langle p^2/M \rangle$  в единицах  $\hbar\gamma$  для различных поляризационных конфигураций интенсивных охлаждающих световых полей: *a* — поляризация  $\sigma^+ - \sigma^-$  для обеих компонент бихроматического поля; *b* — поляризация  $lin \perp lin$  для обеих компонент бихроматического поля; параметры задачи:  $S_2 = 1, S_1 = 1$

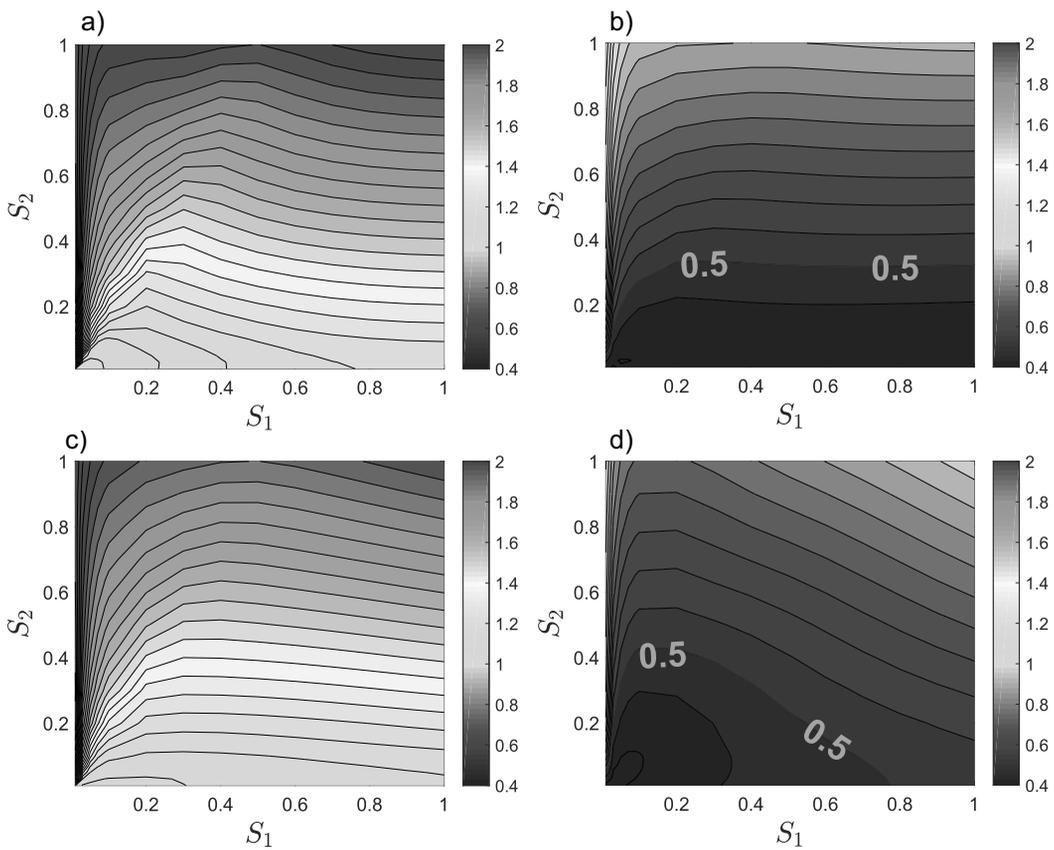


Рис. 10. Величина  $k_B T_{eff} = \langle p^2/M \rangle$  в единицах  $\hbar\gamma$  для различных поляризационных конфигураций охлаждающих световых полей: *a* —  $\sigma^+ - \sigma^-$  как для поля, резонансного D2-линии, так и для поля, резонансного D1-линии; *b* —  $lin \perp lin$  для поля, резонансного D2-линии,  $\sigma^+ - \sigma^-$  для поля, резонансного D1-линии; *c* —  $\sigma^+ - \sigma^-$  для поля, резонансного D2-линии,  $lin \perp lin$  для поля, резонансного D1-линии; *d* —  $lin \perp lin$  как для поля, резонансного D2-линии, так и для поля, резонансного D1-линии. Параметры задачи:  $\delta_2 = -0.6\gamma, \delta_1 = 2.5\gamma$

2) Для достижения минимальной температуры лазерного охлаждения атомов  ${}^6\text{Li}$  принципиально поляризационная  $lin \perp lin$  конфигурация поля, резонансного D2-линии, рис. 10 *b, d*.

При этом оптимальное соотношение параметров насыщения оказывается равным  $S_2/S_1 = 0.05/0.05$ , см. рис. 10 *d*. Поляризационная конфигурация поля, резонансного D1-линии, определяет форму оптимальной области охлаждения, но практически не влияет на минимально достижимую температуру, см. рис. 10 *b*.

3) При  $\sigma^+\sigma^-$  поляризационной конфигурации поля, резонансного D2-линии, рис. 10 *a, c*, доплеровский предел не достигается, вне зависимости от поляризационной конфигурации поля, резонансного D1-линии, предельно достижимые температуры оказываются в два раза выше доплеровского предела.

4) Существует конфигурация, позволяющая одновременно достигнуть глубокого лазерного охлаждения ниже доплеровского предела (поляризационная конфигурация  $lin \perp lin$  поля, резонансного D2-линии), и создать магнито-оптическую ловушку для атомов (поляризационная конфигурация  $\sigma^+ - \sigma^-$  поля, резонансного D1-линии), рис. 10 *b*.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе было проведено теоретическое исследование кинетики атомов  ${}^6\text{Li}$  в бихроматическом световом поле для различных параметров охлаждающих световых полей, при этом было установлено следующее.

1) На доплеровском масштабе скорости  $kv > \gamma$  зоны охлаждения в слабом поле не зависят от соотношения интенсивностей и поляризаций компонент светового поля.

2) Для эффективного лазерного охлаждения атомов  ${}^6\text{Li}$  необходимо, чтобы сила, действующая на атом, была возвращающей как на доплеровском, так и на субдоплеровском масштабах. Границы зоны глубокого охлаждения можно определить по компоненте резонансной D2-линии, красная отстройка,  $|\delta_2| < 5\gamma$ , и по компоненте резонансной D1-линии, не слишком большая отстройка,  $|\delta_1| < 10\gamma$ .

3) Оптимальная отстройка полю, резонансному D2-линии, равна  $\delta_2 \approx -0.5\gamma$ ; оптимальная отстройка по полю, резонансному D1-линии, зависит от поляризации и интенсивности компонент бихроматического светового поля.

4) Для достижения и преодоления доплеровского предела лазерного охлаждения атомов  ${}^6\text{Li}$   $k_b T_{eff} = 0.5\hbar\gamma$  принципиальным является выбор поляризационной конфигурации  $\sigma^+\sigma^-$  поля, резонансного D2-линии; для поляризационной конфигурации  $\sigma^+ - \sigma^-$  температуры оказываются, как минимум, в два раза выше доплеровского предела.

5) Стационарное распределение атомов при выборе оптимальных параметров отстройки и поляризации компонент светового поля оказывается неравновесным и хорошо аппроксимируется двухтемпературным распределением. При этом даже температура основной (>90%) «горячей» фракции атомов оказывается ниже доплеровского предела,  $k_b T_{eff} \simeq 0.4\hbar\gamma$ , а на «холодную» фракцию,  $k_b T_{eff} \simeq 0.02\hbar\gamma$ , приходится небольшая доля атомов (<10%). Задача поиска поляризационных конфигураций и параметров компонент бихроматического светового поля, при которых средняя температура ансамбля атомов будет выше, но будет достигнута принципиально большая доля ультра-холодных атомов, требует отдельного исследования.

6) Для одновременного глубокого лазерного охлаждения и захвата атомов предлагается использовать комбинированную схему — поле, резонансное D2-линии, имеет поляризацию  $lin \perp lin$ , а поле, резонансное D1-линии, имеет поляризацию  $\sigma^+\sigma^-$  — для создания магнито-оптической ловушки, для захвата и удержания атомов. Однако детальное определение конкретных параметров данной магнито-оптической ловушки требует дополнительных исследований.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №23-12-00182). Работа О.Н.П. (развитие численного подхода для лазерного охлаждения в бихроматическом поле) выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №23-22-00198).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik, and P. O. Schmidt, *Rev. Mod. Phys.* **87**, 637 (2015).
2. A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, and S. N. Bagaev, *Phys. Usp.* **59**, 184 (2016).
3. G. E. Marti, R. B. Hutson, A. Goban, S. L. Campbell, N. Poli, and J. Ye, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 103201 (2018).

4. E. A. Cornell and C. E. Wieman, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 875 (2002).
5. W. Ketterle, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1131 (2002).
6. A. V. Turlapov, *JETP Lett.* **95**, 96 (2012).
7. K. Bongs, M. Holynski, J. Vovrosh et al., *Nat. Rev. Phys.* **1**, 731 (2019).
8. H. B. Dang, A. C. Maloof, and M. V. Romalis, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 151110 (2010).
9. I. I. Ryabtsev, N. N. Kolachevsky, and A. V. Taichenachev, *Quantum Electron.* **51**, 463 (2021).
10. Н. Н. Колачевский, К. Ю. Хабарова, И. В. Заливако, И. А. Семерилов, А. С. Борисенко, И. В. Шерстов, С. Н. Багаев, А. А. Луговой, О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, С. В. Чепуров, *Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы* **5**, 13 (2018).
11. V. G. Minogin and V. S. Letokhov, *Laser Light Pressure on Atoms*, Gordon and Breach Science Publishers, New York (1987).
12. A. P. Kazantsev, G. I. Surdutovich, and V. P. Yakovlev, *Mechanical Action of Light on Atoms*, World Scientific, Singapore (1990).
13. H. J. Metcalf and P. Van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer Science and Business Media (1990).
14. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **18**, 1661 (1985).
15. J. Javanainen, *Phys. Rev. A* **44**, 5857 (1991).
16. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
17. О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **115**, 791 (1999).
18. А. А. Кирпичникова, О. Н. Прудников, Р. Я. П'енков, А. В. Таichenachev, and V. I. Yudin, *Quantum Electron.* **50**, 939 (2020).
19. M. Riedmann, H. Kelkar, T. Wubbena, A. Pape, A. Kulosa, K. Zipfel, D. Fim, S. Ruhmann, J. Friebe, W. Ertmer, and E. Rasel, *Phys. Rev. A* **86**, 043416 (2012).
20. R. Hobson, W. Bowden, A. Vianello, I. R. Hill, and P. Gill, *Phys. Rev. A*, **101**, 013420 (2020).
21. О. Н. Прудников, А. В. Таichenachev, and V. I. Yudin, *JETP Letters*, **102**, 576 (2015).
22. E. Kalganova, O. Prudnikov, G. Vishnyakova, A. Golovizin, D. Tregubov, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, *Phys. Rev. A* **96**, 033418 (2017).
23. Л. П. Питаевский, *УФН* **168**, 64 (1998).
24. M. Yu. Kagan and A. V. Turlapov., *Phys. Usp.* **62**, 215 (2019).
25. Zh. Lin, K. Shimizu, M. Zhan, F. Shimizu, H. Takuma, *Jap. J. of Appl. Phys.* **30**, 1324 (1991).
26. A. Burchianti, G. Valtolina, J. A. Seman, E. Pace, M. De Pas, M. Inguscio, M. Zaccanti, and G. Roati, *Phys. Rev. A* **90**, 043408 (2014).
27. R. Grimm, A. Mosk, S. Jochim, H. Moritz, Th. Elsässer, and M. Weidemüller, *Opt. Lett.* **26**, 1837 (2001).
28. Р. Я. П'енков, А. А. Кирпичникова, and О. Н. Прудников, *Quantum Electron.* **52**, 137 (2022).
29. S. M. Yoo and J. Javanainen, *Phys. Rev. A* **45**, 3071 (1992).
30. О. Н. Прудников, А. В. Таichenachev, А. М. Тумаикин, and V. I. Yudin, *JETP* **98**, 438 (2004).
31. А. В. Безвербный, О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумаикин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **123**, 437 (2003).
32. S. Chang and V. Minogin, *Phys. Rep.* **365**, 65 (2002).
33. C. S. Adams and E. Riis, *Progr. in Quantum Electron.* **21**, 1 (1997).

# ОХЛАЖДЕНИЕ ИОНА ИТТЕРБИЯ-171 В ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Д. С. Крысенко <sup>a,b</sup>, О. Н. Прудников <sup>a,c\*</sup>

<sup>a</sup> Институт лазерной физики  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>c</sup> Новосибирский государственный технический университет  
630073, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 2 мая 2023 г.,  
после переработки 11 мая 2023 г.  
Принята к публикации 11 мая 2023 г.

Стандартные методы лазерного охлаждения  $^{171}\text{Yb}^+$  в радиочастотной ловушке предполагают использование когерентных световых полей, резонансных оптическим переходам линии  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ , а также магнитного поля, позволяющего разрушить состояние когерентного пленения населенностей на уровне  $^2S_{1/2}(F=1)$ . Дальнейшие прецизионные измерения, проводимые, например, с использованием переходов (квадрупольного  $^2S_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2D_{3/2}(F=2)$  и октупольного  $^2S_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2F_{7/2}(F=2)$ ), требуют существенного подавления и контроля остаточного магнитного поля. В настоящей работе мы детально исследуем альтернативный метод лазерного охлаждения  $^{171}\text{Yb}^+$  с использованием полихроматических полей, позволяющий полностью исключить применение магнитного поля в задаче охлаждения иона и, таким образом, подавить сдвиги, связанные с квадратичным эффектом Зеемана от неконтролируемого остаточного магнитного поля.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S004445102308014X  
EDN:ICJBDT

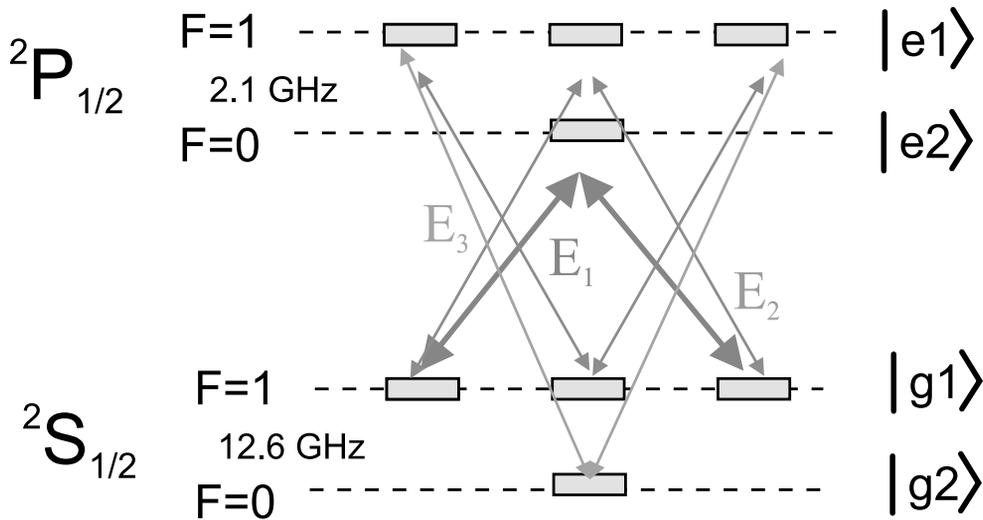
## 1. ВВЕДЕНИЕ

Ионы, охлажденные в радиочастотных ловушках, находят широкое применение в современной физике для создания ультрапрецизионных стандартов частоты [1–3]. Достигнутый уровень точности оптических стандартов частоты  $\Delta\nu/\nu < 10^{-18}$  открывает новые горизонты для развития современных фундаментальных исследований, таких как исследование влияния гравитационного воздействия поля Земли на пространственно-временной континуум [4–6], тест постоянства фундаментальных констант [7,8], проверка общей теории относительности, лоренц-инвариантности пространства [9–11], поиск

темной материи [12,13] и др. Для достижения прецизионных уровней точности измерений необходим учет систематических сдвигов атомных уровней, имеющих различную природу, поэтому работы, направленные на подавление сдвигов, имеют высокую актуальность.

В данной работе мы хотим обратить внимание на сдвиги, вызванные остаточным неконтролируемым магнитным полем. Так, например, для октупольного перехода  $^2S_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2F_{7/2}(F=2)$  иона  $^{171}\text{Yb}^+$  остаточные магнитные поля, в результате квадратичного эффекта Зеемана, приводят к существенным сдвигам  $\Delta\nu/\nu \simeq 10^{-17}$  [10]. Сложность контроля остаточного магнитного поля связана с тем, что магнитное поле 1–10 Гс используется в цикле лазерного охлаждения иона в радиочастотной ловушке, где оно необходимо для разрушения эффекта когерентного пленения населенности (КПН), возникаю-

\* E-mail: oleg.nsu@gmail.com



**Рис. 1.** Схема уровней сверхтонких компонент состояний  ${}^2S_{1/2}$  и  ${}^2P_{1/2}$ , используемых для реализации лазерного охлаждения. Сплошными линиями указаны вынужденные резонансные переходы, вызванные действием частотных компонент полихроматического поля: частота компоненты  $E_1$  выбирается резонансной переходу  ${}^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 0)$  (синие линии), частота компоненты  $E_2$  резонансна переходу  ${}^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 1)$  (красные линии) и частота компоненты  $E_3$  резонансна переходу  ${}^2S_{1/2}(F = 0) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 1)$  (зеленые линии)

щего на уровне  ${}^2S_{1/2}(F = 1)$  [14,15]. Эффекты гистерезиса при выключении магнитного поля создают определенные сложности для минимизации остаточного магнитного поля и удержания его постоянным в различных циклах охлаждения и опроса квантовой системы.

Одним из вариантов решения данного вопроса является развитие альтернативных методов лазерного охлаждения, исключающих применения магнитного поля. Например, в работе [16] для лазерного охлаждения  ${}^{171}\text{Yb}^+$  в радиочастотной ловушке использованы три частотные компоненты поля, резонансные различным переходам  ${}^2S_{1/2}$ ,  ${}^2P_{1/2}$ . В данной работе мы подробно исследуем такую схему охлаждения, где все три частотные компоненты оказывают механическое воздействие на ион и эффективно участвуют в процессе лазерного охлаждения. Отметим, что взаимодействие атомов с бихроматическими полями, резонансными одному переходу, может приводить к новым кинетическим эффектам [17–21], таким как выпрямление дипольной силы и появления эффективных диссипативных сил, определяемых процессами вынужденного поглощения и излучения фотонов между различными компонентами поля. В рассматриваемой задаче поля резонансны различным переходам и основной задачей полихроматического поля в процессе лазерного охлаждения является обеспечение замкнутого цикла взаимодействия иона с полем, т.е. исключение

как выхода из взаимодействия посредством оптической накачки на невзаимодействующие уровни, так и исключение возможности реализации КИП-состояний. При этом параметры полей должны быть подобраны так, чтобы кинетические эффекты, связанные с обменом импульса при взаимодействии атомов с фотонами поля для каждой из частотных компонент, обеспечивали диссипацию кинетической энергии иона в ловушке. В рамках квазиклассического подхода мы детально исследуем задачу лазерного охлаждения в полихроматическом поле. Полученные выражения для силы и коэффициентов диффузии позволяют определить оптимальные параметры световых полей для достижения наименьшей температуры лазерного охлаждения.

## 2. ЛАЗЕРНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ ИОНА ${}^{171}\text{Yb}^+$ В ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим задачу лазерного охлаждения иона  ${}^{171}\text{Yb}^+$  в полихроматическом поле, имеющем три частотные компоненты с волновыми векторами вдоль оси  $z$ :

$$\mathbf{E}(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{n=1,2,3} \mathbf{E}_n e^{ik_n z} e^{-i\omega_n t} \right\}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{E}_n = E_n^{(0)} \mathbf{e}_n \quad (2)$$

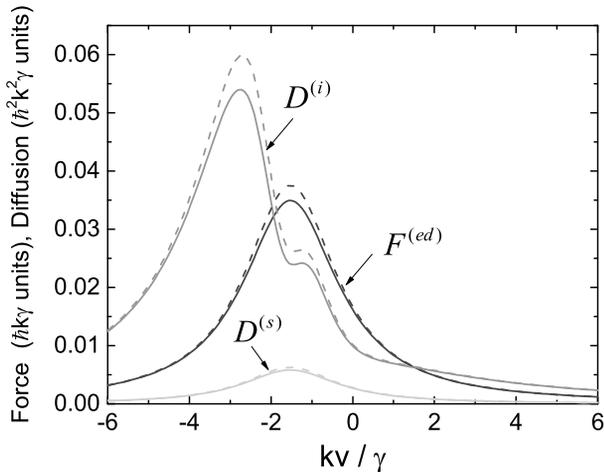


Рис. 2. Зависимость силы светового давления  $F^{(ed)}$ , коэффициентов вынужденной  $D^{(i)}$  и спонтанной  $D^{(s)}$  диффузии от скорости иона. Сплошными линиями представлены результаты, полученные в рамках численного решения уравнения (17), (22) и (23). Штриховыми линиями представлены результаты аналитических выражений (26), (28) и (27). Поле образовано волнами с сонаправленными линейными поляризациями, частоты Раби полей  $\Omega_1 = \Omega_2 = 2\gamma$ ,  $\Omega_3 = 0.5\gamma$ , отстройки  $\delta_1 = -3\gamma$ ,  $\delta_2 = -5\gamma$ ,  $\delta_3 = -\gamma$

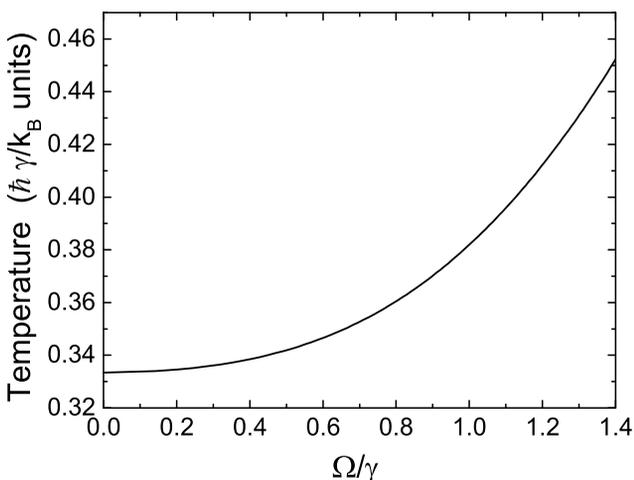


Рис. 3. Зависимость температуры доплеровского предела лазерного охлаждения иона от частот Раби световых компонент в условиях достижения минимальной температуры (31) и (32)

— комплексные векторы, определяющие поляризацию  $\mathbf{e}_n$  и амплитуду  $E_n^0$  каждой частотной компоненты  $n = 1, 2, 3$ .

Примем, что все частотные компоненты распространяются вдоль одного направления — оси  $z$ , а их поляризации могут быть различными. В базисе  $\mathbf{e}_\pm = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ ,  $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z$  циклические компо-

ненты векторов поляризаций

$$\mathbf{e}_n = \sum_{q=0,\pm 1} e_n^q \mathbf{e}_q \quad (3)$$

определяются параметрами эллиптичностей  $\varepsilon_n$  и взаимными углами ориентации эллипсов поляризации  $\theta_n$  для каждой компоненты поля

$$\begin{aligned} e_n^\pm &= \mp \cos(\varepsilon_n \mp \pi/4) e^{\mp i\theta_n}, \\ e_n^0 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

При этом частоты компонент  $\omega_n$  выбираются вблизи частот переходов (см. рис. 1): частотная компонента  $\mathbf{E}_1$  резонансна частоте  $\omega_{01}$  перехода  ${}^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 0)$ , компонента  $\mathbf{E}_2$  — соответственно частоте  $\omega_{02}$  перехода  ${}^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 1)$ , а компонента  $\mathbf{E}_3$  — частоте  $\omega_{03}$  перехода  ${}^2S_{1/2}(F = 0) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 1)$ .

Для анализа лазерного охлаждения иона мы воспользуемся квазиклассическим приближением. Действительно, энергия отдачи, получаемая ионом в единичных актах взаимодействия с фотонами поля (1), мала по сравнению с естественной шириной возбужденного уровня  $\gamma/2\pi = 23$  МГц. Соответственно, энергитический параметр отдачи  $\varepsilon_R = \hbar k^2/(2M\gamma) \simeq 0.001 \ll 1$  предельно мал (здесь  $M$  — масса иона,  $\hbar k$  — импульс, получаемый неподвижным ионом при поглощении/излучении единичного фотона поля). Также, квазиклассическое приближение предполагает, что ширина импульсного распределения иона  $\Delta p$  существенно превышает импульс фотона  $\hbar k$ , т.е.  $\hbar k/\Delta p \ll 1$  — малость импульсного параметра отдачи. Кроме того, частота колебания иона в ловушке  $\omega_{osc} = 400\text{--}600$  кГц [14, 15] много меньше естественной ширины  $\gamma$ , что не позволяет спектрально разрешить колебательные состояния иона. Наличие малости указанных параметров является основными критериями применимости квазиклассического приближения для задачи лазерного охлаждения иона в ловушке.

В рамках квазиклассического приближения уравнение для атомной матрицы плотности  $\hat{\rho}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{\Gamma} \{\hat{\rho}\}, \quad (5)$$

(где  $\hat{H}$  — гамильтониан системы, а  $\hat{\Gamma} \{\hat{\rho}\}$  — описывает негамильтонову эволюцию системы в результате спонтанной релаксации) может быть редуцировано к уравнению Фоккера–Планка для функции распределения в фазовом пространстве  $\mathcal{F}(z, p) = \text{Tr} \{\hat{\rho}(z, p)\}$  (след берется по внутренним степеням свободы):

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{F} = -\frac{\partial}{\partial p} F(z, p) \mathcal{F} + \frac{\partial^2}{\partial p^2} D(z, p) \mathcal{F}. \quad (6)$$

Здесь  $F(z, p)$  — сила, действующая на ион, и  $D(z, p)$  — коэффициент диффузии могут быть получены непосредственно в процессе процедуры редукции квантового кинетического уравнения (5) к уравнению Фоккера–Планка (6), см., например, [22–24]. Отметим, что данная процедура хорошо описана в литературе для взаимодействия атомов с монохроматическим полем. Особенностью рассматриваемой нами задачи является наличие трех частотных компонент поля, приводящих к более сложной схеме взаимодействия уровней основного и возбужденного состояний иона (рис. 1), что требует отдельного исследования. Рассмотрим кинетику иона, взаимодействующего с полем (1), в радиочастотной ловушке. Гамильтониан системы разбивается на сумму вкладов

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \frac{M\omega_{osc}^2 \hat{z}^2}{2} + \hat{H}_0 + \hat{W}_{ed}, \quad (7)$$

где первое и второе слагаемые — кинетическая и потенциальная энергии иона в ловушке,  $\hat{H}_0$  — гамильтониан свободного атома в системе покоя. Взаимодействие с полем задается оператором  $\hat{W}_{ed} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(t)$  в рамках дипольного приближения ( $\hat{\mathbf{d}}$  — оператор дипольного момента). Для того чтобы перейти к резонансному приближению для рассматриваемого полихроматического поля (1) введем оператор

$$\hat{T} = \exp \left[ -it \left( \omega_1 \hat{\Pi}_{e_2} + \omega_2 \hat{\Pi}_{e_1} + (\omega_3 - \omega_2) \hat{\Pi}_{g_2} \right) \right], \quad (8)$$

где

$$\hat{\Pi}_{e_2} = |^2P_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0\rangle \langle ^2P_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0|,$$

$$\hat{\Pi}_{e_1} = \sum_{\mu_e} |^2P_{1/2}, F = 1, \mu_e\rangle \langle ^2P_{1/2}, F = 1, \mu_e|,$$

$$\hat{\Pi}_{g_2} = |^2S_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0\rangle \langle ^2S_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0|$$

— проекторы на зеемановские компоненты сверхтонких состояний

$$|e_2\rangle = |^2P_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0\rangle,$$

$$|e_1\rangle = |^2P_{1/2}, F = 1, \mu_e\rangle,$$

$$|g_2\rangle = |^2S_{1/2}, F = 0, \mu_g = 0\rangle$$

(см. рис. 1) с полными угловыми моментами  $F_{e,g}$ , (с проекцией на ось квантования  $z$ :  $-F_{e,g} \leq \mu_{e,g} \leq F_{e,g}$ ).

При переходе в новый базис уравнение для матрицы плотности  $\hat{\rho} = \hat{T}^\dagger \hat{\rho} \hat{T}$  принимает аналогичный (5) вид, однако, резонансное приближение позволяет исключить временную зависимость в операторе взаимодействия, который разбивается на сумму вкладов

$$\hat{V}_{ed} = \hat{T}^\dagger \hat{W}_{ed} \hat{T} = \hat{V}^{(1)} + \hat{V}^{(2)} + \hat{V}^{(3)} + \text{H. c.}, \quad (9)$$

где матричные элементы операторов взаимодействия  $\hat{V}^{(n)}$  для каждой частотной компоненты поля ( $n = 1, 2, 3$ )

$$\hat{V}^{(1)} = \sum_{\mu_e, \mu_g} |e_2, F = 0, \mu_e\rangle V_{\mu_e, \mu_g}^{e_2, g_1} \langle g_1, F = 1, \mu_g|,$$

$$\hat{V}^{(2)} = \sum_{\mu_e, \mu_g} |e_1, F = 1, \mu_e\rangle V_{\mu_e, \mu_g}^{e_1, g_1} \langle g_1, F = 1, \mu_g|, \quad (10)$$

$$\hat{V}^{(3)} = \sum_{\mu_e, \mu_g} |e_1, F = 1, \mu_e\rangle V_{\mu_e, \mu_g}^{e_1, g_2} \langle g_2, F = 0, \mu_g|$$

определяют амплитуды вынужденных переходов между зеемановскими компонентами уровней. В дипольном приближении взаимодействие с полем задается скалярным произведением векторов поляризации частотных компонент светового поля (3) с оператором дипольного момента  $\hat{\mathbf{d}}$ :

$$V_{\mu_e, \mu_g}^{e_2, g_1} = \hbar \frac{\Omega_1}{2} \sum_{q=0, \pm 1} e_1^q D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_2, g_1},$$

$$V_{\mu_e, \mu_g}^{e_1, g_1} = \hbar \frac{\Omega_2}{2} \sum_{q=0, \pm 1} e_2^q D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_1, g_1}, \quad (11)$$

$$V_{\mu_e, \mu_g}^{e_1, g_2} = \hbar \frac{\Omega_3}{2} \sum_{q=0, \pm 1} e_3^q D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_1, g_2}.$$

Здесь  $\Omega_n = -E_n^{(0)} \bar{d} / \hbar$  — частоты Раби соответствующих частотных компонент светового поля,  $\bar{d}$  — приведенный матричный элемент оператора дипольного момента

$$\hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{D}} \bar{d} + \text{H. c.}, \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{D}} = \sum_{q=0, \pm 1} \hat{D}_q \mathbf{e}^q.$$

Матричные элементы

$$D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_i, g_j} = \langle e_j, F_{e_j}, \mu_e | \hat{D}_q | g_j, F_{g_j}, \mu_g \rangle$$

циркулярных компонент оператора  $\hat{\mathbf{D}}$ , согласно теореме Вигнера–Эккарта, выражаются через коэффициенты Клебша–Гордана и  $6j$ -символы [25]:

$$D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_i, g_j} = C_{F_{g_j}, \mu_{g_j}; 1, q}^{F_{e_j}, \mu_e} (-1)^{(J_{e_i} + F_{g_j} + I + 1)} \times$$

$$\times \sqrt{(2F_{g_j} + 1)(2J_{e_i} + 1)} \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} J_{e_i} & 1 & F_{g_j} \\ J_{g_j} & I & J_{e_i} \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

Гамильтониан атома в системе покоя во вращающемся базисе  $\hat{H}_{int} = \hat{T}^\dagger \hat{H}_0 \hat{T}$  принимает вид

$$\hat{H}_{int} = -\hbar \delta_1 \hat{\Pi}_{e_2} - \hbar \delta_2 \hat{\Pi}_{e_1} + \hbar (\delta_3 - \delta_2) \hat{\Pi}_{g_2}, \quad (14)$$

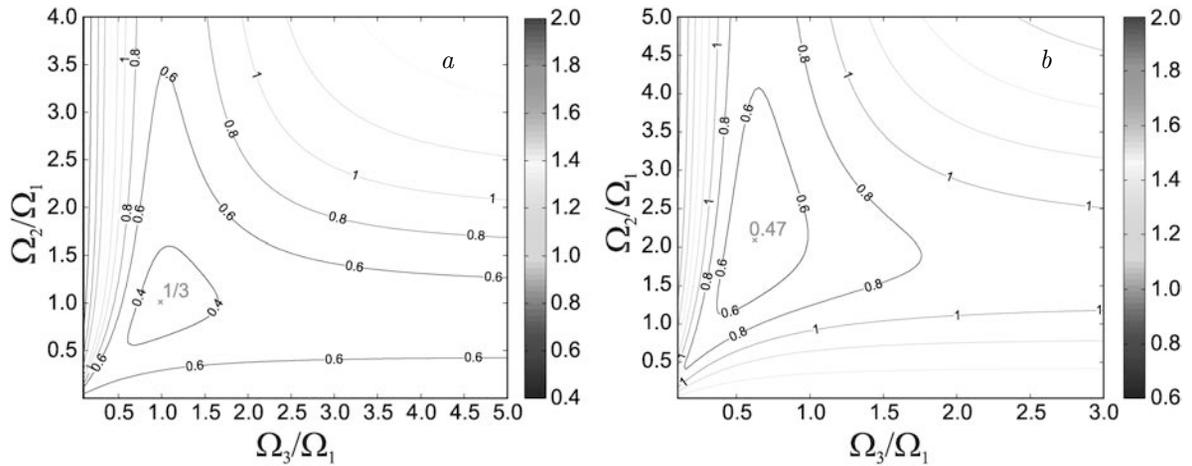


Рис. 4. Температура лазерного охлаждения иона в единицах  $\hbar\gamma/k_B$  от параметров Раби частотных компонент при различных отстройках: (a) соответствует условию (32), а (b) соответствует отстройкам  $\delta_1 = -\gamma$ ,  $\delta_2 = -2\gamma$ ,  $\delta_3 = -0.5\gamma$ . Красным крестиком отмечены условия достижения минимальной температуры и красным шрифтом — ее значения

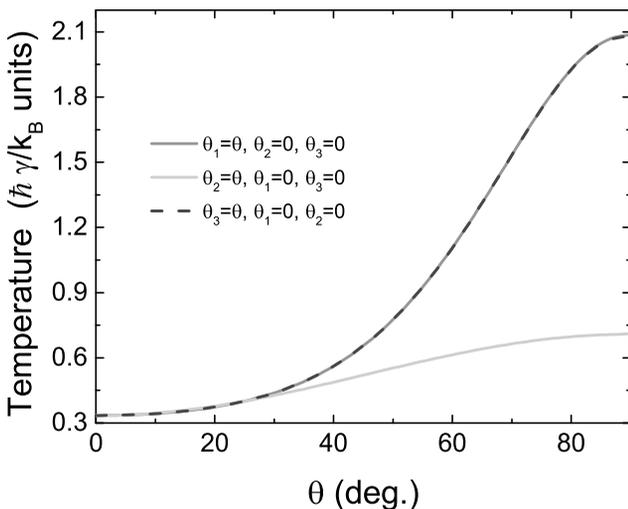


Рис. 5. Температура лазерного охлаждения иона в единицах  $\hbar\gamma/k_B$  при различных взаимных ориентациях векторов поляризации частотных компонент: красной линией представлены результаты для конфигурации, в которой поляризации частотных компонент  $\mathbf{E}_2$  и  $\mathbf{E}_3$  — линейные поляризации вдоль оси  $x$ , а  $\mathbf{E}_1$  — линейная поляризация ориентированная под углом  $\theta$  к оси  $x$ ; зеленой линией обозначены результаты для конфигурации, где поляризации частотных компонент  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_3$  направлены вдоль оси  $x$ , а  $\mathbf{E}_2$  ориентирована под углом  $\theta$  к ним; штриховой синей линией представлены результаты для конфигурации, где поляризации частотных компонент  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  направлены вдоль оси  $x$ , а  $\mathbf{E}_3$  ориентирована под углом  $\theta$  к ним. Параметры полей соответствует условиям (31) и (32) с  $\Omega = 0.1\gamma$

где  $\delta_n = \omega_n - \omega_{0n}$  — отстройки частотных компонент поля  $\mathbf{E}_n$  от частот соответствующих резонансных переходов  $\omega_{0n}$  (см. рис. 1). Негамильтоно-

вая эволюция системы в результате спонтанного излучения фотонов поля описывается вкладом  $\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}$  в уравнении для матрицы плотности (5). С учетом эффектов отдачи данный вклад имеет вид (см. например [26, 27])

$$\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\} = -\frac{\gamma}{2} (\hat{\Pi}_e \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{\Pi}_e) + \hat{\gamma}\{\hat{\rho}\}, \quad (15)$$

где

$$\hat{\gamma}\{\hat{\rho}\} = \gamma \frac{3}{2} \times$$

$$\times \left\langle \sum_{\xi=1,2} (\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{e}_\xi(\mathbf{k}_\xi))^\dagger e^{-i\mathbf{k}_\xi \cdot \hat{\mathbf{r}}} \hat{\rho} e^{i\mathbf{k}_\xi \cdot \hat{\mathbf{r}}} (\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{e}_\xi(\mathbf{k}_\xi)) \right\rangle_{\Omega_\xi}. \quad (16)$$

Оператор  $\hat{\Pi}_e = \hat{\Pi}_{e_1} + \hat{\Pi}_{e_2}$  — проектор на возбужденные состояния (суммирование ведется по всем состояниям компонент уровней  ${}^2P_{1/2}$ ), а  $\langle \dots \rangle_{\Omega_\xi}$  означает усреднение по углам вылета спонтанно излученных фотонов поля с двумя ортогональными поляризациями  $\mathbf{e}_\xi$  ( $\xi = 1, 2$ ) и волновым вектором  $\mathbf{k}_\xi$ , задающим направление вылета спонтанного фотона,  $\hat{\mathbf{r}}$  — оператор координаты.

Выражения для силы и коэффициента диффузии могут быть получены в процессе редукции квантового кинетического уравнения (5) к уравнению Фоккера–Планка (6) с помощью подходов, развитых для задачи лазерного охлаждения в монохроматическом поле [28, 29]. Так сила, действующая на движущийся со скоростью  $v$  ион со стороны светового поля,

$$F^{(ed)} = \text{Tr} \left\{ \hat{F} \hat{\sigma}(z, v) \right\} \quad (17)$$

выражается через оператор силы

$$\hat{F} = -\frac{\partial}{\partial z} \hat{V}_{ed}, \quad (18)$$

а  $\hat{\sigma}(z, v)$  является стационарным решением оптического уравнения Блоха, т. е. уравнения (5) в пренебрежении эффектами отдачи

$$v \frac{\partial}{\partial z} \hat{\sigma} = -\frac{i}{\hbar} \left[ \hat{H}_{int} + \hat{V}_{ed}, \hat{\sigma} \right] + \hat{\Gamma}^{(0)} \{ \hat{\sigma} \} \quad (19)$$

с условием нормировки  $\text{Tr} \{ \hat{\sigma} \} = 1$ . Оператор спонтанной релаксации  $\hat{\Gamma}^{(0)} \{ \hat{\sigma} \}$  в нулевом порядке по отдаче равен

$$\hat{\Gamma}^{(0)} \{ \hat{\sigma} \} = -\frac{\gamma}{2} \left( \hat{\Pi}_e \hat{\sigma} + \hat{\sigma} \hat{\Pi}_e \right) + \gamma \sum_{q=0, \pm 1} \hat{D}_q^\dagger \hat{\sigma} \hat{D}_q. \quad (20)$$

Коэффициент диффузии разбивается на сумму вкладов

$$D = D^{(s)} + D^{(i)}, \quad (21)$$

где  $D^{(s)}$  — коэффициент спонтанной диффузии, определяемый флуктуацией импульса в процессах излучения спонтанных фотонов, а  $D^{(i)}$  — флуктуацией импульса в процессах вынужденного поглощения/излучения фотонов. Коэффициент  $D^{(s)}$  в рассматриваемой конфигурации полей пропорционален полной населенности возбужденного состояния

$$D^{(s)} = \frac{\hbar^2 k^2}{6} \text{Tr} \left\{ \hat{\Pi}_e \hat{\sigma} \right\}. \quad (22)$$

Коэффициент вынужденной диффузии определяется сверткой оператора силы с матрицей  $\hat{\eta}$

$$D^{(i)} = -\hbar k \text{Tr} \left\{ \hat{F} \hat{\eta} \right\}, \quad (23)$$

являющейся решением модифицированного уравнения Блоха [23]

$$v \frac{\partial}{\partial z} \hat{\eta} = -\frac{i}{\hbar} \left[ \hat{H}_{int} + \hat{V}_{ed}, \hat{\eta} \right] + \hat{\Gamma}^{(0)} \{ \hat{\eta} \} - \frac{1}{2\hbar k} \left\{ \widehat{\Delta F}, \hat{\sigma} \right\}, \quad (24)$$

с источником, определяемым оператором флуктуации силы  $\widehat{\Delta F} = \hat{F} - F$  и условием нормировки  $\text{Tr} \{ \hat{\eta} \} = 0$ .

### 3. ЛАЗЕРНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ В ПРЕДЕЛЕ МАЛЫХ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ

В общем случае, решения уравнений (35) и (24) могут быть найдены численно, что позволяет определить выражения для силы (18) и коэффициентов диффузии (22), (23), требуемые для решения уравнения Фоккера–Планка. Однако анализ пределов лазерного охлаждения и оптимизация по всем параметрам светового поля представляет определенные вычислительные сложности. Для решения данной задачи воспользуемся тем, что минимальная температура лазерного охлаждения, так называемый доплеровский предел, так же как и для задачи лазерного охлаждения в монохроматическом поле, должен достигаться в пределе малых интенсивностей световых волн.

В пределе, когда параметры насыщения

$$s_n = |\Omega_n|^2 / (4\delta_n^2 + \gamma^2) \ll 1 \quad (25)$$

для каждой частотной компоненты,  $n = 1, 2, 3$ , малы, можно получить аналитические выражения для силы и коэффициентов диффузии. Кроме того, поскольку поле образовано сонаправленными бегущими волнами (1), то указанные аналитические выражения могут быть получены вне приближений малости скорости иона  $v$ . Так, для линейных сонаправленных поляризации световых волн получим

$$F^{(ed)}(v) = \hbar k \gamma \frac{4}{3} \frac{S_1 S_2 S_3}{S_1 S_2 + S_2 S_3 + 2S_1 S_3}, \quad (26)$$

$$D^{(s)}(v) = \hbar^2 k^2 \gamma \frac{2}{9} \frac{S_1 S_2 S_3}{S_1 S_2 + S_2 S_3 + 2S_1 S_3}, \quad (27)$$

$$D^{(i)}(v) = \hbar^2 k^2 \gamma \frac{2}{3} \frac{S_1 S_2 S_3}{S_1 S_2 + S_2 S_3 + 2S_1 S_3} + \hbar^2 k^2 \gamma S_1 S_2 S_3 \frac{5S_1^2 S_2^2 - 4S_1^2 S_2 S_3 + 4S_1^2 S_3^2 - 6S_1 S_2^2 S_3 - 4S_1 S_2 S_3^2 + 5S_2^2 S_3^2}{(S_1 S_2 + S_2 S_3 + 2S_1 S_3)^3}, \quad (28)$$

где

$$S_n = \frac{|\Omega_n|^2}{4(\delta_n - kv)^2 + \gamma^2} \quad (29)$$

— параметры насыщений для движущегося со скоростью  $v$  иона.

Отметим, что сила и коэффициент спонтанной диффузии имеют одинаковую функциональную зависимость от параметров световых волн. Это связано с тем, что в рассматриваемой конфигурации светового поля — сонаправленных бегущих волн, сила, действующая на атом, является силой спонтанного светового давления и, соответственно, пропорциональна полной населенности возбужденных состояний, определяющей скорость спонтанного рассеяния фотонов поля. Представленные выражения имеют плавную зависимость вблизи нулевых скоро-

стей в масштабах  $|v| < \gamma/k$  (см. рис. 2), что позволяет найти решение уравнения Фоккера–Планка в рамках линейного приближения по скорости для силы  $F(v) \simeq f_0 + \xi v$  (где  $\xi$  — коэффициент трения) и нулевого для коэффициентов диффузии  $D(v) \simeq D_0$ . В данном приближении (см., например, [30]) при параметрах поля, отвечающих условиям охлаждения  $\xi < 0$ , функция распределения  $\mathcal{F}(p)$  в импульсном пространстве представляет нормальное распределение с температурой,  $k_B T = D_0/|\xi|$ , где  $k_B$  — постоянная Больцмана,

$$k_B T = \hbar \gamma \frac{[4 s_1 s_2 s_3 (s_1 + s_3) - 53 s_2^2 (s_1^2 + s_3^2) + 2 s_1 s_3 (19 s_2^2 - 34 s_1 s_3)]}{(s_1 s_2 + s_2 s_3 + 2 s_1 s_3) [s_2 s_3 \mathcal{L}(\delta_1) + 2 s_1 s_3 \mathcal{L}(\delta_2) + s_1 s_2 \mathcal{L}(\delta_2)]}, \quad (30)$$

где для краткости записи введена безразмерная функция

$$\mathcal{L}(\delta) = \delta \gamma / (\delta^2 + \gamma^2 / 4).$$

Здесь  $s_n$  — введенные ранее (25) параметры насыщения для каждой частотной компоненты в расчете на неподвижный атом.

Представленные аналитические выражения для кинетических коэффициентов уравнения Фоккера–Планка существенно облегчают задачу поиска оптимальных параметров полихроматического поля для достижения наименьшей температуры. Так, анализ лазерного охлаждения для поля, образованного волнами с сонаправленными линейными поляризациями (30), приводит к следующим результатам: минимальная температура достигается при равных частотах Раби для всех частотных компонент поля

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega, \quad (31)$$

а также отстройках равных

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = -\gamma/2. \quad (32)$$

В этих условиях в пределе малой интенсивности светового поля (29) температура достигает минимального значения

$$k_B T_{min} = \hbar \frac{\gamma}{3}, \quad (33)$$

соответствующего доплеровскому пределу лазерного охлаждения. Вне предела (29) результаты, полученные в рамках численного решения, показывают рост температуры (рис. 3), аналогичный известным результатам двухуровневой модели атомов [30].

Вне условия (32), т.е. при различных отстройках  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ , также можно найти оптимальные параметры Раби для каждой частотной компоненты, при которых температура принимает некоторое минимальное значение рис. 4.

В заключение отметим, что отклонение поляризационных параметров полей от рассмотренной конфигурации, образованной частотными компонентами с линейными сонаправленными поляризациями, т.е. изменение относительных углов ориентации векторов поляризаций, а также их эллиптичностей приводит в общем случае к увеличению температуры (рис. 5). При этом оптимизация температуры по параметрам полей ( $\Omega_n$  и  $\delta_n$ ) также приводит к значениям температуры выше предела (33), полученного для конфигурации сонаправленных линейных поляризаций частотных компонент.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе детально исследована альтернативная схема лазерного охлаждения  $^{171}\text{Yb}^+$ , позволяющая реализовать доплеровское охлаждение иона без применения магнитного поля. Для лазерного охлаждения используется полихроматическая конфигурация светового поля, состоящая из трех монохроматических компонент, резонансных оптическим переходам линии  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ , в котором каждая из компонент оказывает механическое воздействие на ион. Исключение магнитного поля из цикла: лазерное охлаждение — инициализация — опрос квантовой системы, с одной стороны, позволяет сократить время цикла за счет исключения промежутка времени,

требуемого для выключения и затухания магнитного поля, применяемого в стандартных схемах лазерного охлаждения. Сокращение времени цикла способствует более быстрому набору статистики измерений в оптических стандартах частоты. С другой стороны, отсутствие необходимости использования магнитного поля позволяет более точно контролировать остаточное магнитное поле и исключить его флуктуации в различных циклах измерения, что является важным для дальнейшего увеличения точности оптических стандартов, реализуемых с использованием иона  $^{171}\text{Yb}^+$ .

В работе проведено исследование пределов лазерного охлаждения иона  $^{171}\text{Yb}^+$  в полихроматическом поле. Показано, что минимальная температура соответствует доплеровскому пределу  $T_D = \hbar\gamma/(3k_B)$  и достигается в конфигурации сонаправленных линейных поляризацій частотных компонент поля.

**Финансирование.** Исследование поддержано Российским научным фондом (проект № 23-22-00198).

## ЛИТЕРАТУРА

1. C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 070802 (2010).
2. N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, and E. Peik, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 063001 (2016).
3. Y. Huang, H. Guan, P. Liu, W. Bian, L. Ma, K. Liang, T. Li, and K. Gao, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 01300 (2016).
4. M. Takamoto, I. Ushijima, N. Ohmae, T. Yahagi, K. Kokado, H. Shinkai, and H. Katori, *Nat. Photonics* **14**, 411 (2020).
5. G. Lion, I. Panet, P. Wolf, C. Guerlin, S. Bize, and P. Delva, *J. Geodesy* **91**, 597 (2017).
6. W. F. McGrew, X. Zhang X, R. J. Fasano, S. A. Schaffer, K. Beloy, D. Nicolodi, R. C. Brown, N. Hinkley, G. Milani, M. Schioppo, T. H. Yoon, and A. D. Ludlow, *Nature* **564**, 87 (2018).
7. R. M. Godun, P. B. R. Nisbet-Jones, J. M. Jones, S. A. King, L. A. M. Johnson, H. S. Margolis, K. Szymaniec, S. N. Lea, K. Bongs, and P. Gill, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 210801 (2014).
8. N. Huntemann, B. Lipphardt, Chr. Tamm, V. Gerginov, S. Weyers, and E. Peik, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 210802 (2014).
9. V. Dzuba, V. V. Flambaum, M. S. Safronova, S. G. Porsev, T. Pruttivarasin, M. A. Hohensee, and H. Häffner, *Nature Phys.* **12**, 465 (2016).
10. C. Sanner, N. Huntemann, R. Lange, C. Tamm, E. Peik, M. S. Safronova, and S. G. Porsev, *Nature* **567**, 204 (2019).
11. L. S. Dreissen, C.-H. Yeh, H. A. Fürst, K. C. Gremsemmann, T. E. Mehlstäubler, *Nature Commun.* **13**, 7314 (2022).
12. A. Arvanitaki, J. Huang, and K. V. Tilburg, *Phys. Rev. D* **91**, 015015 (2015).
13. Y. V. Stadnik and V. V. Flambaum, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 201301 (2015).
14. O. N. Prudnikov, S. V. Chepurov, A. A. Lugovoy, K. M. Rumynin, S. N. Kuznetsov, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, and S. N. Bagayev, *Quant. Electron.* **47**, 806 (2017).
15. S. V. Chepurov, A. A. Lugovoy, O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, and S. N. Bagayev, *Quant. Electron.* **49**, 412 (2019).
16. Н. В. Семенин, А. С. Борисенко, И. В. Заливако, И. А. Семериков, М. Д. Аксенов, К. Ю. Хабарова, Н. Н. Колачевский, *Письма в ЖЭТФ* **116**, 74 (2022).
17. R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov, and V. S. Letokhov, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3210 (1990).
18. J. Söding, R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, Ph. Bouyer, and Ch. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1420 (1997).
19. O. N. Prudnikov, A. S. Baklanov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, *ЖЭТФ* **117**, 222 (2013).
20. O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin, *Quant. Electron.* **47**, 438 (2017).
21. C. Corder, B. Arnold, X. Hua, and H. Metcalf, *JOSA B* **32**, B75 (2015).
22. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Phys. B.* **18**, 1661 (1985).
23. J. Javanainen, *Phys. Rev. A* **44**, 5857 (1991).

24. O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, JETP **88**, 433 (1999).
25. V. K. Khersonskii, A. N. Moskalev, and D. A. Varshalovich, *Quantum Theory of Angular Momentum*, World Scientific, Singapore (1988).
26. O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, Phys. Rev. A **75**, 023413 (2007).
27. O. N. Prudnikov, R. Ya. Ilenkov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, JETP **112**, 939 (2011).
28. A. V. Bezverbnyi, O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, JETP **96**, 383 (2003)
29. A. V. Bezverbnyi, O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, A. V. Tumaikin, and V. I. Yudin, JETP **101**, 584 (2005).
30. A. P. Kazantsev, G. I. Surdutovich, and V. P. Yakovlev, *Mechanical Action of Light on Atoms*, World Scientific (1990).

# ТРЕХФОТОННОЕ ЛАЗЕРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ОДИНОЧНЫХ РИДБЕРГОВСКИХ АТОМОВ РУБИДИЯ В ОПТИЧЕСКОЙ ДИПОЛЬНОЙ ЛОВУШКЕ

*И. И. Бетеров*<sup>a,b,c,d\*</sup>, *Е. А. Якина*<sup>a,b</sup>, *Д. Б. Третьяков*<sup>a,b</sup>, *Н. В. Альянова*<sup>a,b,d</sup>,  
*Д. А. Скворцова*<sup>a,c</sup>, *Г. Сулиман*<sup>b</sup>, *Т. Р. Загиров*<sup>b</sup>, *В. М. Энтин*<sup>a</sup>, *И. И. Рябцев*<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> *Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова  
Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

<sup>b</sup> *Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия*

<sup>c</sup> *Новосибирский государственный технический университет  
630072, Новосибирск, Россия*

<sup>d</sup> *Институт лазерной физики  
Сибирского отделения Российской академии наук  
630073, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 29 мая 2023 г.,  
после переработки 29 мая 2023 г.  
Принята к публикации 03 июня 2023 г.

Экспериментально продемонстрировано трехфотонное лазерное возбуждение одиночных атомов рубидия в оптической дипольной ловушке в ридберговское  $37P$ -состояние лазерными излучениями с длинами волн 780 нм, 1367 нм и 743 нм. Возбуждение в ридберговские состояния детектировалось оптическим методом по потерям атомов в оптической дипольной ловушке. Записаны спектры лазерного возбуждения одиночных ридберговских атомов в оптической дипольной ловушке и измерена зависимость вероятности возбуждения от длительности лазерного импульса. Измеренная ширина спектра составила 2 МГц. Также проведены эксперименты по спектроскопии гашения флуоресценции облака холодных атомов в магнитооптической ловушке при трехфотонном лазерном возбуждении атомов в ридберговские состояния. Проведено сравнение результатов экспериментов с численным расчетом. Рассмотрены методы повышения точности когерентного трехфотонного лазерного возбуждения ридберговских атомов в оптической дипольной ловушке.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080151

EDN:ICOQCS

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы достигнут значительный прогресс в создании квантовых регистров на основе одиночных атомов щелочных металлов, захваченных в массивы оптических дипольных ловушек большой размерности [1–7]. Лазерное возбуждение одиночных атомов в оптических дипольных ловушках в ридберговские  $nL$ -состояния требуется для выполнения двухкубитовых логических вентилях, необхо-

димых для реализации универсальных квантовых вычислений. В таких экспериментах наиболее широко используется двухфотонное лазерное возбуждение ридберговских состояний, позволяющее возбуждать  $nS$ - и  $nD$ -состояния атомов рубидия или цезия [1–7]. В то же время по имеющимся у нас данным эксперименты по лазерному возбуждению ридберговских  $nP$ -состояний одиночных атомов щелочных металлов в оптических дипольных ловушках не проводились. Такие состояния представляют интерес для наблюдения различных физических эффектов, включая трехчастичные резонансы Фёрстера нового типа, впервые рассмотренные в рабо-

\* E-mail: betеров@isp.nsc.ru

те [8] и представляющие интерес для реализации трехкубитовых вентилей [9]. Однофотонное лазерное возбуждение  $nP$ -состояний атомов рубидия ультрафиолетовым лазерным излучением с длиной волны 297 нм довольно сложно для экспериментальной реализации [10]. Кроме того, однофотонное лазерное возбуждение не позволяет компенсировать остаточный эффект Доплера, в отличие от трехфотонных схем [11]. В связи с этим интерес представляют трехфотонные схемы лазерного возбуждения ридберговских состояний. Для атомов рубидия известны следующие схемы трехфотонного лазерного возбуждения:  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6S_{1/2} \rightarrow nP$  на основе лазеров с длинами волн 780 нм, 1367 нм, 740 нм [12] (либо 795 нм и 1324 нм на первой и второй ступенях при возбуждении через  $D1$ -линию поглощения) и  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 5D_{3/2} \rightarrow nP$  на основе лазеров с длинами волн 780 нм, 776 нм и 1260 нм [13]. Последняя схема может быть также использована для возбуждения ридберговских  $nF$ -состояний [14]. В экспериментальной реализации трехфотонного лазерного возбуждения наибольшие технические трудности связаны с лазерами третьей ступени возбуждения, поскольку от них требуется высокая интенсивность излучения и одновременно узкая линия, а также достаточно широкий диапазон перестройки для настройки на ридберговские состояния с различными значениями  $n$ , например, в диапазоне  $n = 40-90$ . Например, лазерное возбуждение  $37P$ -состояния требует использования излучения с длиной волны 743 нм на третьей ступени, в то время как для возбуждения  $70P$ -состояния нужна длина волны 739 нм. Такой широкий диапазон необходимой перестройки затрудняет использование современных волоконных лазеров.

В нашей работе экспериментально реализовано трехфотонное лазерное возбуждение  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6S_{1/2} \rightarrow 37P$  одиночных атомов рубидия, захваченных в оптическую дипольную ловушку. Проведены эксперименты по спектроскопии лазерного возбуждения ридберговских атомов в магнитооптической ловушке и одиночных ридберговских атомов в оптической дипольной ловушке. Измерена зависимость вероятности трехфотонного лазерного возбуждения одиночных атомов в оптической дипольной ловушке от времени. Проведено сравнение экспериментальных результатов с численными расчетами для спектров и динамики трехфотонного лазерного возбуждения. Предложен способ повышения точности когерентного трехфотонного лазерного возбуждения ридберговских атомов.

## 2. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Принципиальная схема экспериментальной установки приведена на рис. 1 и представляет собой модернизацию экспериментальной установки, описанной в наших предыдущих работах [15–17].

### 2.1. Захват атомов в оптическую дипольную ловушку

Первоначально атомы рубидия-87 охлаждаются и захватываются в магнитооптическую ловушку (МОЛ) в вакуумной камере, в центре которой формируется облако холодных атомов с температурой 80–100 мкК. Затем для захвата атомов из МОЛ в оптическую дипольную ловушку используется излучение лазерной системы с длиной волны 850 нм на основе задающего DFB-лазера Eagleyard EYP-DFB-0852 и полупроводникового усилителя Toptica Boosta Pro с выходной мощностью 1.4 Вт. Оно может модулироваться с помощью акустооптического модулятора (АОМ). Излучение заводится в оптическую систему по оптоволокну, служащему в качестве пространственного фильтра. После выхода из оптоволокну излучение лазера дипольной ловушки коллимируется, отражается от дихроичного зеркала, проходит через поляризационный светоделитель и затем фокусируется в облако холодных атомов рубидия объективом с фокусным расстоянием  $f = 119$  мм и числовой апертурой  $NA = 0.172$ . Перед объективом установлен расширяющий телескоп из двух линз с фокусными расстояниями  $f = 75$  мм и  $f = 500$  мм. Излучение оптической дипольной ловушки фокусируется в пятно диаметром 8–9 мкм по уровню интенсивности  $e^{-2}$ . Такой диаметр обеспечивает загрузку преимущественно одиночных атомов за счет эффекта светоиндуцированной столкновительной блокады [18].

### 2.2. Регистрация захваченных атомов

Для регистрации захваченных атомов рубидия используется резонансная флуоресценция, индуцированная охлаждающими лазерами с длиной волны 780 нм (не показаны на рис. 1). Спонтанно испускаемые фотоны собираются тем же объективом с фокусным расстоянием  $f = 119$  мм, проходят через телескоп и затем частично отражаются от поляризационного светоделителя, а затем фокусируются линзой  $f = 50$  мм на цифровую sCMOS-видеокамеру Tucsен Dhyana 400D. Для увеличения отношения сигнал/шум при регистрации одиночных атомов изображение оптической дипольной ловушки проецируется на одиночный пиксель видеокамеры

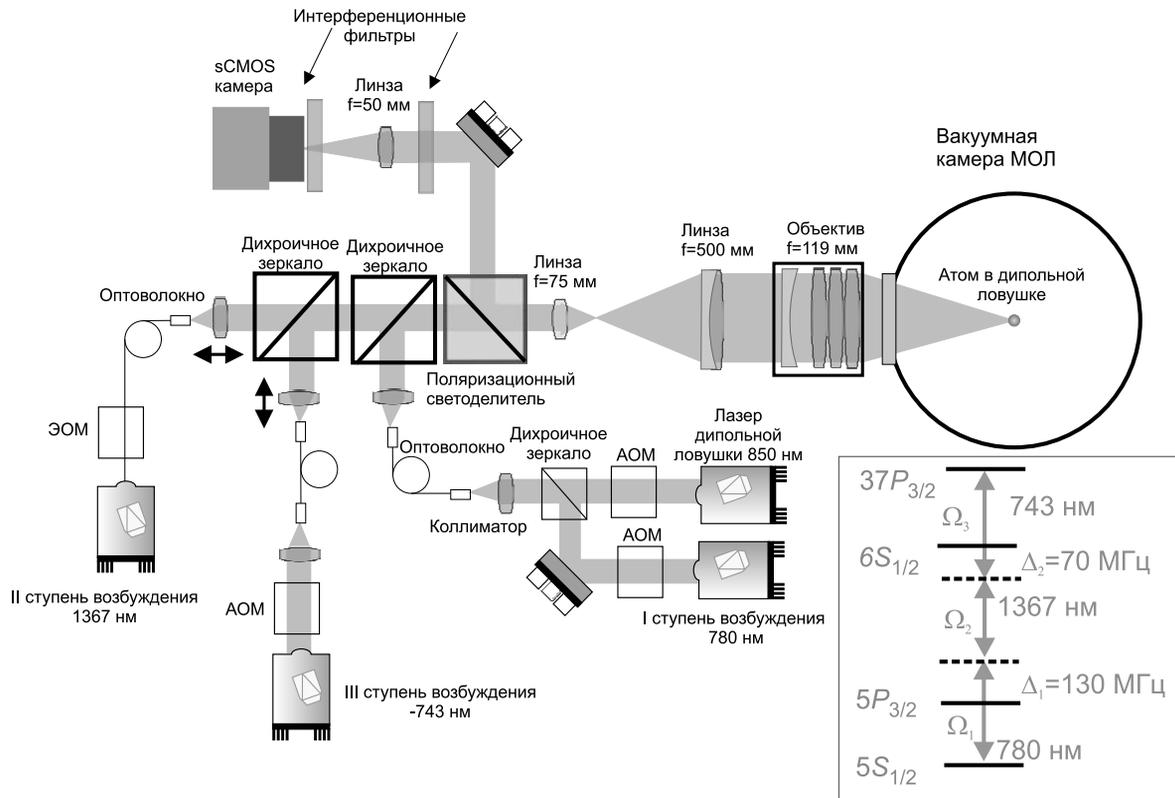


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для трехфотонного лазерного возбуждения одиночных атомов рубидия в ридберговские состояния. На вставке приведена схема трехфотонного лазерного возбуждения ридберговских атомов

(в режиме аппаратного объединения четырех пикселей в один). Для устранения влияния паразитных засветок на длине волны лазера дипольной ловушки перед видеокамерой установлены два интерференционных фильтра, пропускающих излучение только на длине волны 780 нм. Изображение с видеокамеры передается на компьютер через интерфейс USB 3.0. Использование поляризационного светоделителя в оптической схеме связано с трудностями в разделении излучения лазера третьей ступени с длиной волны 743 нм и спонтанного излучения с длиной волны 780 нм и в итоге приводит к потерям 50% фотонов флуоресценции. Кроме того, индуцированные излучением лазера дипольной ловушки световые сдвиги выводят атом из резонанса с излучением охлаждающих лазеров. Для устранения световых сдвигов использована прямоугольная амплитудная модуляция лазера дипольной ловушки на частоте 1 МГц. За интервал 400 нс, в течение которого лазер дипольной ловушки выключен, атомы не успевают покинуть дипольную ловушку, но эффективно взаимодействуют с излучением охлаждающих лазеров. При длительности экспозиции 200 мс этого оказалось достаточно для уверенной регистрации одиночных атомов.

### 2.3. Лазерное возбуждение ридберговских атомов

На первой ступени лазерного возбуждения используется полупроводниковый лазер с внешним резонатором Toptica DL Pro с полупроводниковым усилителем Toptica Boosta Pro. Излучение одного и того же лазера используется как для лазерного охлаждения, так и для лазерного возбуждения атомов в ридберговские состояния. Частота лазера первой ступени привязана к резонансам насыщенного поглощения в атомах рубидия-87 (перекрестный резонанс между сверхтонкими подуровнями  $|F = 2\rangle$  и  $|F = 3\rangle$  состояния  $5P_{3/2}$ ). Для независимого управления отстройками частоты охлаждающего излучения и излучения первой ступени лазерного возбуждения используются акустооптические модуляторы. В нашем эксперименте частота излучения лазера первой ступени смещалась с помощью акустооптического модулятора так, что излучение имело синюю отстройку  $\Delta_1 = 130$  МГц от резонанса  $|5S_{1/2} F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2} F = 3\rangle$ , как показано на вставке на рис. 1. Двухпроходная оптическая схема акустооптического модулятора для первой ступени лазерного возбуждения ридберговских состояний (не показана на рис. 1) позволяет регулировать

отстройку частоты излучения первой ступени лазерного возбуждения в широких пределах без необходимости подстраивать заведение излучения в оптическое волокно. Излучение первой ступени лазерного возбуждения объединяется с излучением дипольной ловушки перед оптическим волокном с помощью дихроичного зеркала. Из-за дисперсии в оптической системе телескопа и объектива фокусные пятна пучков с длинами волн 780 нм и 850 нм не вполне совпадают. В то же время, поскольку на первой ступени лазерного возбуждения не требуется высокой интенсивности излучения, достаточно того, чтобы оба пучка распространялись соосно.

На второй ступени лазерного возбуждения используется полупроводниковый лазер с внешним резонатором Sacher Lasertechnik с длиной волны 1367 нм и шириной линии около 200 кГц. Частота лазерного излучения привязывается методом Паунда–Дривера–Холла [19] к одному из пиков пропускания высокостабильного интерферометра Фабри–Перо производства компании Stable Lasers. В результате, излучение имеет красную отстройку частоты от резонанса с переходом  $|5P_{1/2} F = 3\rangle \rightarrow |6S_{1/2} F = 2\rangle$  величиной 200 МГц. С учетом имеющейся синей отстройки частоты первой ступени лазерного возбуждения от резонанса с переходом  $|5S_{1/2} F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2} F = 3\rangle$   $\Delta_1 = 130$  МГц мы получаем красную отстройку частоты  $\Delta_2 = 70$  МГц от двухфотонного резонанса  $|5S_{1/2} F = 2\rangle \rightarrow |6S_{1/2} F = 2\rangle$ , как показано на вставке на рис. 1. Для амплитудной модуляции излучения лазера второй ступени используются два последовательно установленных оптоволоконных амплитудных электрооптических модулятора, обеспечивающих ослабление излучения при включенном модуляторе не менее 40 дБ.

На третьей ступени используется одночастотный титан-сапфировый лазер с кольцевым резонатором производства компании Tekhnoscan с накачкой твердотельным Nd : YVO<sub>4</sub> лазером Coherent Verdi V12. Частота лазерного излучения стабилизируется методом Паунда–Дривера–Холла [19] к пику пропускания высокостабильного интерферометра Фабри–Перо. Для того чтобы обеспечить возможность настройки частоты на произвольное состояние, для привязки частоты используются дополнительные спектральные компоненты, возникающие при подмешивании радиочастотного сигнала с произвольно задаваемой частотой в диапазоне от 35 МГц до 750 МГц на вход электрооптического модулятора в системе стабилизации частоты. Радиочастотный сигнал синтезируется с помощью гене-

ратора TPI Frequency Synthesizer, управляемого через интерфейс USB. Оценка ширины линии лазера третьей ступени по сигналу ошибки не превышает 2 кГц. Для амплитудной модуляции лазера третьей ступени установлен акустооптический модулятор. Частота излучения лазера третьей ступени контролируется прецизионным измерителем длин волн WS-U производства компании Ангстрем.

Излучение лазеров второй ступени с длиной волны 1367 нм и мощностью менее 10 мкВт и третьей ступени с длиной волны 743 нм и мощностью 10–50 мВт заводится в оптическую систему с помощью отдельных оптических волокон, как показано на рис. 1. Лазерные пучки совмещаются на дихроичном зеркале и заводятся в оптическую систему соосно пучку оптической дипольной ловушки. С помощью установленных на прецизионных подвижках линз, коллимирующих излучение на выходе из оптических волокон, расходимость лазерных пучков второй и третьей ступени индивидуально подстраивается таким образом, чтобы их фокусные пятна диаметром не более 10 мкм по уровню интенсивности  $e^{-2}$  точно совпали с фокусным пятном оптической дипольной ловушки. Для этого используется измеритель профиля интенсивности лазерного излучения DataRay VeamMap2. Все лазерные пучки возбуждающих лазеров проходят через поляризационный светоделитель и имеют горизонтальную поляризацию, как и излучение оптической дипольной ловушки.

#### 2.4. Временная диаграмма эксперимента

Временная диаграмма выполнения эксперимента представлена на рис. 2. Для управления экспериментальной установкой используется плата программируемого таймера SpinCore PulseBluster. Атомы рубидия-87 первоначально загружаются в МОЛ в течение 0.1–5 с и одновременно загружаются в оптическую дипольную ловушку. Излучение лазера дипольной ловушки модулируется прямоугольными импульсами с частотой 1 МГц со скважностью 60%, чтобы в отсутствие излучения лазера ловушки избежать влияния световых сдвигов на регистрацию атомов (световой сдвиг увеличивает отстройку оптических переходов на десятки мегагерц и уменьшает сигнал флуоресценции в несколько раз), а в течение импульсов удерживать атомы в ловушке. Цифровая sCMOS-видеокамера Tucsен Dhyana 400D регистрирует атомы последовательностью снимков со временем экспозиции 200 мс до момента загрузки одиночных атомов в ловушку и появления первого сигнала резонансной флуоресценции от захваченных атомов.

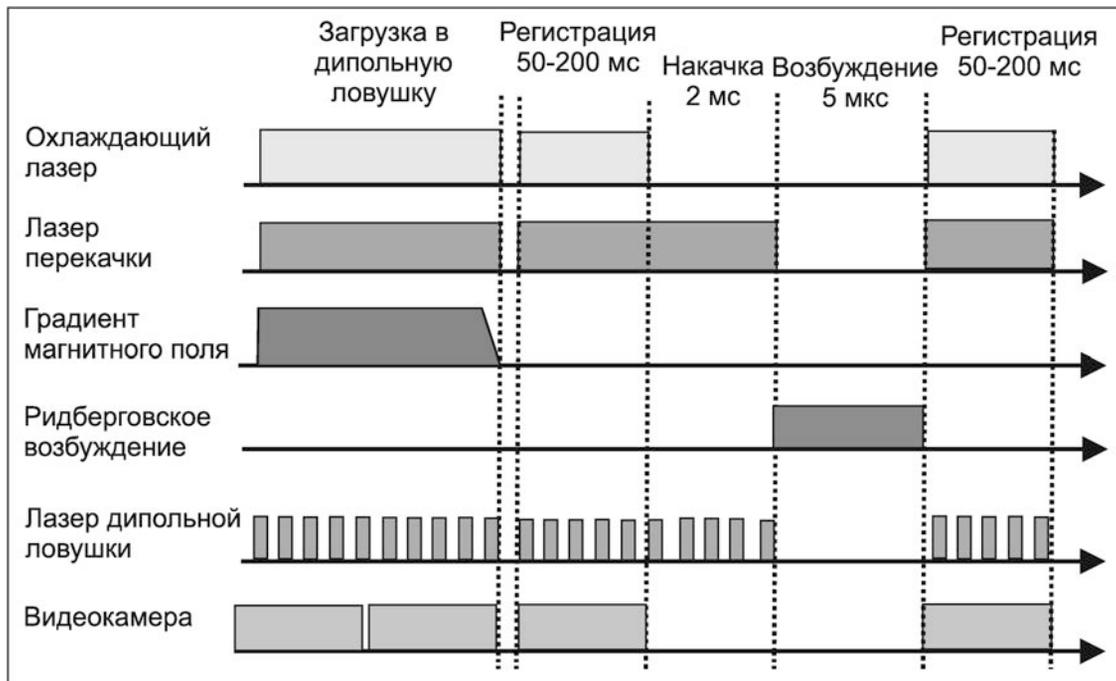


Рис. 2. Временная диаграмма эксперимента по возбуждению одиночных атомов рубидия в ридберговские состояния

После регистрации одиночного атома запускается процедура лазерного возбуждения атомов в ридберговские состояния и оптической регистрации ридберговского возбуждения. Охлаждающие лазеры и градиентное магнитное поле МОЛ выключаются. Затем включаются лучи охлаждающего лазера, лазера перекачки и видеокамера для первой регистрации сигналов флуоресценции от захваченного атома, чтобы подтвердить, что атом удерживается в оптической дипольной ловушке. После этого охлаждающий лазер выключается, а лазер перекачки остается включенным на время 2 мс. Это гарантирует накачку захваченного атома в состояние с  $|5S_{1/2} F = 2\rangle$ . После этого излучение оптической дипольной ловушки выключается на время 5 мкс, чтобы устранить связанные с этим излучением световые сдвиги, и включаются все три ступени лазерного возбуждения ридберговских атомов. После этого излучение возбуждающих лазеров выключается и повторно включается излучение оптической дипольной ловушки. Поскольку любые ридберговские состояния имеют отрицательное значение динамической поляризуемости, близкое к значению поляризуемости свободного электрона  $\alpha = -e^2/m\omega^2$ , где  $e$  — заряд электрона,  $m$  — масса электрона,  $\omega$  — частота излучения [20], интенсивное излучение лазера дипольной ловушки выдавливает ридберговские атомы из дипольной ловушки за времена, меньшие времени жизни ридберговского состояния (которое

составляет 40 мкс для ридберговского  $37P$ -состояния при температуре окружения 300 К [21]). Затем повторно включаются лучи охлаждающего лазера, лазера перекачки и видеокамера. Атом, не возбуждавшийся в ридберговские состояния и оставшийся в оптической дипольной ловушке, регистрируется повторно. В эксперименте с одиночными атомами измеряется вероятность повторной регистрации атома в зависимости от частоты лазерного излучения.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для предварительной настройки частоты излучения лазера третьей ступени мы провели эксперименты по спектроскопии гашения облака холодных атомов при лазерном возбуждении в ридберговские состояния [22, 23]. В роли первой ступени выступает излучение охлаждающего лазера, имеющего отстройку 12 МГц от перехода  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ . При непрерывном облучении облака холодных атомов в магнитооптической ловушке лазерами второй и третьей ступеней происходит лазерное возбуждение ридберговских состояний. Это нарушает процесс лазерного охлаждения и захвата атомов и приводит к исчезновению облака холодных атомов в МОЛ. Интенсивность излучения второй ступени была подобрана таким образом, чтобы в отсутствие излучения лазера третьей ступени нерезонансное лазерное возбуждение перехода  $5P_{3/2} \rightarrow 6S_{1/2}$  с отстройкой 200 МГц не оказывало бы заметного влия-

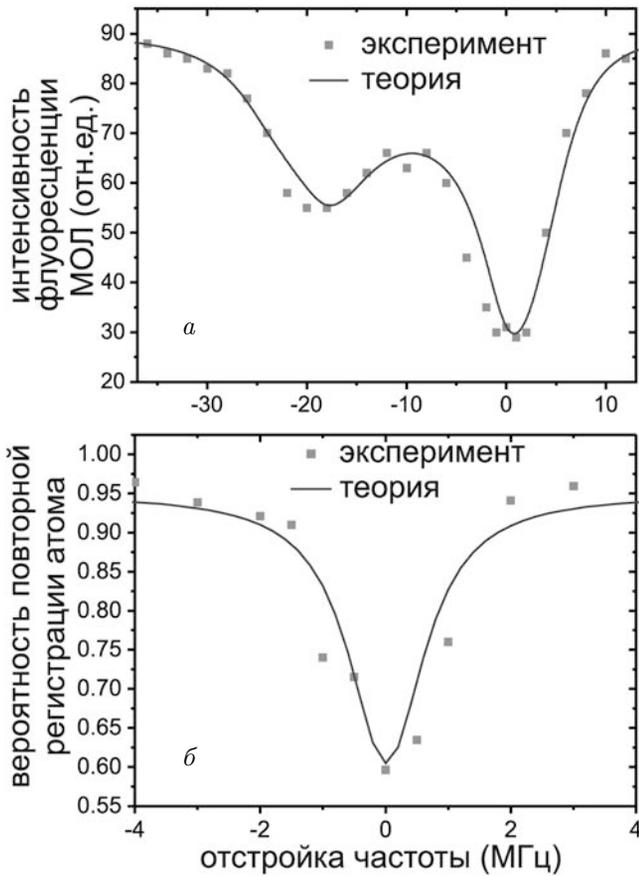


Рис. 3. а) Экспериментально измеренный и численно рассчитанный спектры гашения облака холодных атомов при непрерывном трехфотонном лазерном возбуждении. б) Экспериментально измеренный и численно рассчитанный спектры лазерного возбуждения одиночных атомов в оптической дипольной ловушке. В обеих записях сканировалась частота лазера третьей ступени возбуждения

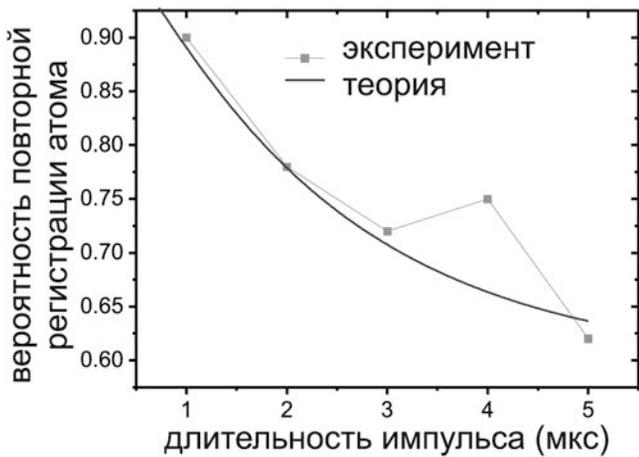


Рис. 4. Зависимость от времени вероятности трехфотонного лазерного возбуждения одиночных ридберговских атомов в оптической дипольной ловушке

ния на облако холодных атомов. В этом случае гашение облака происходит только в том случае, когда лазер третьей ступени настроен в резонанс с атомным переходом  $6S_{1/2} \rightarrow nP$ . Для записи спектра по формируемому на видеокамере изображению облака холодных атомов рассчитывался интегральный сигнал, пропорциональный интенсивности излучения облака. Мы сканировали частоту лазера третьей ступени. Записанный спектр приведен на рис. 3а. В нем хорошо видны два отдельных пика. Левый пик соответствует трехступенчатому возбуждению с заселением промежуточного  $5P_{3/2}$ -состояния, правый пик — трехфотонному возбуждению [12].

Теоретическая модель для описания спектров трехфотонного лазерного возбуждения ридберговских атомов на основе уравнений для матрицы плотности была опубликована в наших работах [12, 24]. Хорошее согласие между экспериментом и теорией (см. рис. 3а) получено при следующих значениях частот Раби:  $\Omega_1 = 23$  МГц,  $\Omega_2 = 70$  МГц,  $\Omega_3 = 15$  МГц, при красной отстройке излучения охлаждающего лазера 12 МГц и красной отстройке излучения лазера второй ступени от резонанса 200 МГц. Эти значения частот Раби существенно отличаются от приведенных в работе [24], поскольку эксперимент по спектроскопии гашения флуоресценции облака проводился без фокусировки лазерных пучков и при других интенсивностях лазерного излучения, в отличие от наших предыдущих экспериментов. Следует обратить внимание на то, что расщепление между резонансами на рис. 3а увеличено по сравнению с отстройкой частоты охлаждающего лазера 12 МГц до примерно 20 МГц вследствие световых сдвигов частоты.

Затем были проведены эксперименты по лазерному возбуждению одиночных атомов в оптической дипольной ловушке при предварительной настройке частоты лазера третьей ступени на трехфотонный резонанс по гашению облака холодных атомов. В качестве первой ступени возбуждения использовалось излучение охлаждающего лазера. Из-за малой отстройки частоты лазера первой ступени от резонанса в такой конфигурации трудно достичь высокой эффективности трехфотонного лазерного возбуждения вследствие быстрой релаксации атомов, возбуждаемых в состояние  $5P_{3/2}$ . При настройке на точный резонанс потери атомов в оптической дипольной ловушке, связанные с ридберговским возбуждением, не превышали 15%. В связи с этим в дальнейшем были проведены эксперименты по трехфотонному лазерному возбуждению с увеличенной до 130 МГц отстройкой от резонанса с переходом  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ .

Записанный спектр трехфотонного возбуждения одиночных атомов в оптической дипольной ловушке в ридберговское  $37P$ -состояние приведен на рис. 3б. В эксперименте перестраивалась частота излучения лазера третьей ступени. Вероятность повторной регистрации одиночных атомов определялась усреднением по 150 событиям захвата атомов в оптическую дипольную ловушку. Ширина спектров около 2 МГц определяется многочисленными факторами, включая конечные ширины линий лазеров, неразрешенную сверхтонкую структуру ридберговского состояния, релаксацию промежуточных возбужденных состояний, остаточный эффект Доплера, а также наличие нескольких каналов лазерного возбуждения вследствие вырожденных сверхтонких подуровней основного и промежуточного состояний, частичное снятие вырождения в остаточном магнитном поле. Удовлетворительное согласие между экспериментом и теорией получено при значениях частот Раби  $\Omega_1 = 8$  МГц,  $\Omega_2 = 180$  МГц,  $\Omega_3 = 8$  МГц. Помимо времен жизни возбужденных состояний, мы феноменологически учли дополнительные каналы распада когерентностей, введя дополнительные константы релаксации недиагональных элементов матрицы плотности, равные 500 кГц.

Мы также исследовали динамику лазерного возбуждения одиночных ридберговских атомов в оптической дипольной ловушке, варьируя длительность лазерного импульса при настройке частоты лазерного излучения на центр резонанса. Экспериментально измеренная зависимость вероятности повторной регистрации атома от времени и численный расчет зависимости вероятности лазерного возбуждения ридберговских атомов от времени приведены на рис. 4. Наблюдается удовлетворительное согласие между экспериментом и численным расчетом при тех же параметрах, что использовались для численного моделирования приведенного на рис. 3б спектра. Эта зависимость может быть использована для подтверждения корректности параметров, выбранных в теоретической модели для описания спектров лазерного возбуждения. Видно, что как в теории, так и в эксперименте, признаков когерентного лазерного возбуждения не имеется.

#### 4. КОГЕРЕНТНОЕ ЛАЗЕРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ РИДБЕРГОВСКИХ СОСТОЯНИЙ

Целью дальнейших исследований является когерентное лазерное возбуждение одиночных ридберговских атомов, поскольку оно необходимо для выполнения двухкубитовых вентилей и диагностики

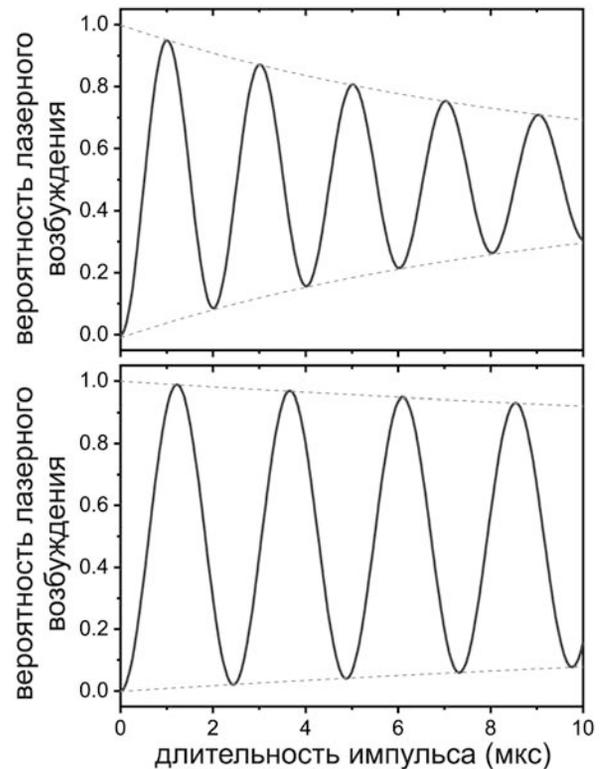


Рис. 5. а) Численно рассчитанная зависимость от времени вероятности трехфотонного лазерного возбуждения ридберговских атомов с отстройкой от промежуточного состояния 2 ГГц и частотами Раби  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = 200$  МГц. Пунктирными линиями показано экспоненциальное затухание амплитуды осцилляций Раби за время 9 мкс. б) Численно рассчитанная зависимость от времени вероятности трехфотонного лазерного возбуждения ридберговских атомов с отстройкой от промежуточного состояния 2 ГГц и частотами Раби  $\Omega_1 = \Omega_3 = 40$  МГц и  $\Omega_2 = 2.5$  ГГц. Пунктирными линиями показано экспоненциальное затухание амплитуды осцилляций Раби за время 26 мкс

переходов между соседними ридберговскими состояниями одиночных атомов в оптической дипольной ловушке. При когерентном лазерном возбуждении наблюдаются осцилляции населенностей между основным и ридберговским состоянием одиночного атома. Квантовые вентили требуют максимального увеличения контраста таких осцилляций. Для дальнейшего сужения резонансов необходимо реализовать оптическую накачку на один из сверхтонких подуровней основного состояния и увеличить отстройки от промежуточных возбужденных состояний. Принципиальной проблемой для всех схем многофотонного лазерного возбуждения ридберговских атомов является релаксация промежуточных возбужденных состояний. Стандартным способом уменьшения влияния релаксации промежуточных

возбужденных состояний при когерентном двухфотонном возбуждении является увеличение отстройки от резонанса с промежуточным состоянием до 2–4 ГГц. В то же время оказалось, что для трехфотонной схемы, требующей больших частот Раби на каждом из переходов по сравнению с двухфотонной схемой, этого недостаточно. На рис. 5а приведен результат численного расчета динамики населенностей ридберговских  $70P$ -состояний при трехфотонном лазерном возбуждении в условиях, когда частоты Раби для всех трех переходов одинаковы  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = 200$  МГц, а отстройка от резонанса с промежуточными возбужденными состояниями составляет 2 ГГц. Видно, что при этом происходит быстрое затухание осцилляций Раби за характерное время 9 мкс, что иллюстрируется пунктирными линиями на рисунке. Это связано в первую очередь с релаксацией промежуточных возбужденных состояний  $5P_{3/2}$  и  $6S_{1/2}$ . Оказалось, что релаксацию осцилляций Раби можно существенно уменьшить, если увеличить частоту Раби для второго перехода  $\Omega_2 = 2.5$  ГГц и соответственно уменьшить частоты Раби для первого и третьего перехода  $\Omega_1 = \Omega_3 = 40$  МГц. В этом случае вероятность заселения промежуточных состояний  $5P_{3/2}$  и  $6S_{1/2}$  оказывается существенно меньше, что увеличивает время когерентности до 26 мкс. В обоих случаях лазер второй ступени настроен в точный резонанс с атомным переходом, что при одинаковых значениях  $\Omega_1 = \Omega_3$  позволяет устранить световые сдвиги трехфотонного резонанса. Таким образом может быть реализовано когерентное трехфотонное возбуждение одиночных ридберговских атомов в  $nP$ -состояния.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы экспериментально продемонстрировали трехфотонное лазерное возбуждение одиночных атомов рубидия в оптической дипольной ловушке в ридберговское  $37P_{3/2}$ -состояние по схеме  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6S_{1/2} \rightarrow 37P_{3/2}$  с использованием лазеров с длинами волн 780 нм, 1367 нм, 740 нм. Возбуждение ридберговских атомов регистрировалось по потерям атомов в оптической дипольной ловушке вследствие их выдавливания интенсивным лазерным излучением оптической дипольной ловушки. Были записаны спектры трехфотонного лазерного возбуждения одиночных ридберговских атомов, ширина спектров составила 2 МГц. Мы измерили зависимость вероятности трехфотонного лазерного возбуждения одиночных ридберговских атомов

от длительности лазерного импульса. Проведено сравнение результатов эксперимента с численным расчетом, получено удовлетворительное согласие. Предложен способ повышения точности когерентного трехфотонного лазерного возбуждения ридберговских атомов. Трехфотонное лазерное возбуждение может быть использовано для когерентного лазерного возбуждения ридберговских атомов в  $nP$ -состояния, представляющие интерес для исследования диполь-дипольного взаимодействия и приложений в квантовой информатике и квантовой метрологии.

**Финансирование.** Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 23-12-00067, <https://rscf.ru/project/23-12-00067/>).

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. Ebadi, T. T. Wang, H. Levine, A. Keesling, G. Semeghini, A. Omran, D. Bluvstein et al., *Nature* **595**, 227 (2021).
2. P. Scholl, M. Schuler, H. J. Williams, A. A. Eberharter, D. Barredo, K.-N. Schymik, V. Lienhard et al., *Nature* **595**, 233 (2021).
3. N. M. Graham, Y. Song, J. Scott, C. Poole, L. Phuttitarn, K. Jooya, P. Eichler et al., *Nature* **604**, 457 (2022).
4. D. Bluvstein, H. Levine, G. Semeghini, T. T. Wang, S. Ebadi, M. Kalinowski, A. Keesling et al., *Nature* **604**, 451 (2022).
5. Zhi-Jin Tao, Li-Geng Yu, Peng Xu, Jia-Yi Hou, Xiao-Dong He, and Ming-Sheng Zhan, *Chinese Phys. Lett.* **39**, 083701 (2022).
6. S. Ebadi, A. Keesling, M. Cain, T. T. Wang, H. Levine, D. Bluvstein, G. Semeghini et al., *Science* **376**, 1209 (2022).
7. S. J. Evered, D. Bluvstein, M. Kalinowski, S. Ebadi, T. Manovitz, H. Zhou, S. H. Li, A. A. Geim, T. T. Wang, N. Maskara, H. Levine, G. Semeghini, M. Greiner, V. Vuletic, M. D. Lukin, arXiv:2304.05420 (2023).
8. П. Шене, К.-Л. Фам, П. Пиле, И. И. Бетеров, И. Н. Ашкарин, Д. Б. Третьяков, Е. А. Якшина, В. М. Энтин, И. И. Рябцев, *Трехчастичные резонансы Фёрстера нового типа в ридберговских атомах*, КЭ **50**, 219 (2020).
9. I. N. Ashkarin, I. I. Beterov, E. A. Yakshina, D. B. Tretyakov, V. M. Entin, I. I. Ryabtsev, P. Cheinet, K.-L. Pham, S. Lepoutre, and P. Pillet, *Phys. Rev. A* **106**, 032601 (2022).

10. P. Thoumany, T. Hänsch, G. Stania, L. Urbonas, Th. Becker, *Optical Spectroscopy of Rubidium Rydberg Atoms with a 297 nm Frequency-Doubled Dye Laser*, Opt. Lett. **34**, 1621 (2009).
11. I. I. Ryabtsev, I. I. Beterov, D. V. Tretyakov, V. M. Entin, and E. A. Yakshina, Phys. Rev. A **84**, 053409 (2011).
12. Е. А. Якшина, Д. Б. Третьяков, В. М. Энтин, И. И. Бетеров, И. И. Рябцев, КЭ **48**, 886 (2018).
13. B. Sanguinetti, H. O. Majeed, M. L. Jones, and B. T. H. Varcoe, *Precision Measurements of Quantum Defects in the  $nP_{3/2}$  Rydberg States of  $85\text{Rb}$* , J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **42**, 165004 (2009).
14. S. H. You, M. H. Cai, S. S. Zhang, Z. S. Xu, H. P. Liu, *Microwave-Field Sensing via Electromagnetically Induced Absorption of Rb Irradiated by Three-Color Infrared Lasers*, Opt. Express **30**, 6619 (2022).
15. И. И. Бетеров, Е. А. Якшина, Д. Б. Третьяков, В. М. Энтин, У. Сингх, Я. В. Кудлаев, К. Ю. Митянин, К. А. Панов, Н. В. Альянова, И. И. Рябцев, *Захват и регистрация одиночных атомов рубидия в оптической дипольной ловушке с использованием длиннофокусного объектива*, КЭ **50**, 543 (2020).
16. И. И. Бетеров, Е. А. Якшина, Д. Б. Третьяков, В. М. Энтин, Н. В. Альянова, К. Ю. Митянин, И. И. Рябцев, ЖЭТФ **159**, 409 (2021).
17. И. И. Бетеров, Е. А. Якшина, Д. Б. Третьяков, В. М. Энтин, Н. В. Альянова, К. Ю. Митянин, А. М. Фарук, И. И. Рябцев, *Реализация однокубитовых квантовых операций с индивидуальной адресацией двух атомов рубидия в двух оптических дипольных ловушках*, КЭ **51**, 6 (2021).
18. N. Schlosser, G. Reymond, and P. Grangier, Phys. Rev. Lett. **89**, 023005 (2002).
19. R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
20. M. Saffman, T. G. Walker, and K. Mölmer, Rev. Mod. Phys. **82**, 2313 (2010).
21. I. I. Beterov, I. I. Ryabtsev, D. V. Tretyakov, and V. M. Entin, Phys. Rev. A **79**, 052504 (2009).
22. С. Я. Бронин, А. А. Бобров, Д. Е. Фомичев, С. А. Саакян, В. А. Саутенков, Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, *Международный научно-исследовательский журнал* **11**, 8 (2018).
23. C. Halter, A. Miethke, C. Sillus, A. Hegde, and A. Görlitz, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **56**, 055001 (2023).
24. Д. Б. Третьяков, В. М. Энтин, Е. А. Якшина, И. И. Бетеров, И. И. Рябцев, КЭ **52**, 513 (2022).

# ДВОЙНОЙ РАДИООПТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В КОНФИГУРАЦИИ ХАНЛЕ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ $D_1$ -ЛИНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ АТОМОВ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ

Д. В. Бражников<sup>a,b\*</sup>, В. М. Энтин<sup>c</sup>, И. И. Рябцев<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup> Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>c</sup> Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 31 мая 2023 г.,  
после переработки 31 мая 2023 г.  
Принята к публикации 6 июня 2023 г.

Исследуется поглощение световой волны, взаимодействующей с оптическими переходами в  $D_1$ -линии атома щелочного металла в присутствии микроволнового излучения, резонансного магнито-дипольным переходам между сверхтонкими компонентами основного состояния. Известно, что при сканировании продольного магнитного поля ( $B||k$ , где  $k$  — волновой вектор) возможно наблюдение магнитооптического резонанса, связанного с эффектом Ханле в основном состоянии (ЭХОС). Кроме того, в виду наличия резонансного микроволнового излучения, также имеет место эффект двойного радиооптического резонанса (ДРОР). Проведено теоретическое и экспериментальное исследование степени взаимного влияния этих эффектов на формирование узкого магнитооптического резонанса в поглощении световой волны. В ходе теоретического анализа показано, что эти эффекты конкурируют друг с другом и действуют на формирование резонанса деструктивным образом, что приводит к малой амплитуде резонанса и усложнению его формы. Однако в присутствии буферного газа такого давления, что сверхтонкое расщепление возбужденного состояния спектрально не разрешается, становится возможным наблюдать магнитооптический резонанс с относительно большой амплитудой. Эксперименты выполнены с использованием миниатюрной стеклянной ячейки ( $V \sim 0.1 \text{ см}^3$ ), наполненной парами  $^{87}\text{Rb}$  и буферным газом ( $\approx 95$  Торр аргона). В экспериментах, в частности, наблюдается эффект сужения резонанса с ростом интенсивности светового поля, предсказанный теоретически. Предложенная конфигурация возбуждения магнитооптических резонансов может быть использована в квантовой магнитометрии для измерения слабых постоянных магнитных полей, а также резонансных микроволновых полей с использованием ячеек с парами атомов щелочных металлов.

Статья представлена в рамках публикации материалов конференции  
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.

DOI: 10.31857/S0044451023080163  
EDN: ICYUNB

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Эффект Ханле был открыт на заре квантовой механики и существенным образом сказался на ее

развитии [1, 2]. В первых работах этот эффект проявлял себя в виде деполяризации резонансной флюоресценции атомов ртути, облучаемых линейно поляризованной световой волной в присутствии постоянного магнитного поля величиной порядка 1 Гс (100 мкТл). Десять лет спустя Г. Брейт дал строгое квантово-механическое объяснение этому эффекту на языке пересечения уровней энергии в возбужденном состоянии атома [3, 4]. Эффект Ханле может

\* E-mail: x-kvant@mail.ru

наблюдаться как в изменении состояния поляризации спонтанно излученного света (поляриметрическая техника) [1, 2], так и в его интенсивности либо после прохождения резонансной среды, либо во флюоресценции этой среды [5–7]. Эффект Ханле нашел разнообразные применения от измерений времени жизни возбужденных уровней в атомах [8, 9] до наблюдения «сжатого» света [10] (см. также обзоры [11, 12]).

Интерес к этому эффекту снова возрос после работ [13–16], в которых было показано, что явление пересечения уровней в основном состоянии атомов может приводить к наблюдению гораздо более узких магнитооптических резонансов ( $\sim 10^{-6}–10^{-3}$  Гс), чем в случае с возбужденным состоянием, особенно, если в ячейку с рабочими атомами добавлен буферный газ или стенки ячейки покрыты антирелаксационным составом. Такие резонансы называют эффектом Ханле в основном состоянии (ЭХОС) [11, 12]. В первых же работах на эту тему было предложено использовать ЭХОС для высокочувствительной магнитометрии, способной детектировать постоянные магнитные поля на уровне 1 нГс (100 фТл) [15]. На сегодняшний день предложено множество различных схем квантовых магнитометров на основе ЭХОС (см., например, [17–26]), включая коммерческие образцы, которые успешно используются для медицинской диагностики [27, 28] и исследований биомagnetизма растений [29].

Для наблюдения ЭХОС обычно используются две типовые схемы: линейно поляризованная световая волна и сканирование магнитного поля поперек ее поляризации (см., например, [11, 13, 17, 19, 30]) или циркулярно поляризованная волна при сканировании магнитного поля в плоскости поляризации [15, 18]. Хотя возможны и другие более общие варианты (см., например, [31, 32]). В миниатюрных сенсорах используется, как правило, вариант с циркулярно поляризованной волной, так как он позволяет использовать ячейки с повышенным давлением буферного газа, тогда как в случае с линейно поляризованной волной резонанс может пропасть совсем при повышении давления (в этом состоит известная особенность возбуждения оптических переходов в  $D_1$ -линии поглощения, что подробнее обсуждается в следующих разделах). Также предложены схемы возбуждения ханле-резонансов с несколькими лазерными пучками (см., например, [26, 33–41]) или с одной эллиптически поляризованной волной [25, 42–45].

Другой нелинейный эффект, который активно используется в квантовой магнитометрии — это

двойной радиооптический резонанс (ДРОР), который может наблюдаться как с использованием микроволнового, так и с помощью радиочастотного магнитного поля — в зависимости от возбуждаемых магнито-дипольных переходов в атомах [46–49]. ДРОР также применяется в компактных высокостабильных атомных часах, известных как рубидиевые осцилляторы [50–53]. Наблюдение этого эффекта неразрывно связано с другим важнейшим явлением в атомной спектроскопии — оптической накачкой [54, 55]. Без этого явления ДРОР не наблюдается, поскольку в равновесии населенности атомных подуровней возбуждаемого магнито-дипольного перехода одинаковы, поэтому под действием радиочастотного (микроволнового) поля атом не поляризуется. Для оптической накачки и спектроскопического опроса атомов в большинстве передовых квантовых устройств на основе ДРОР используются лазерные источники света, хотя возможны варианты и с ламповой накачкой и дополнительной фильтрующей ячейкой (см., например, обсуждения в [52]). В компактных устройствах обе эти функции, накачку и опрос, выполняет один и тот же лазерный пучок, облучающий атомы в непрерывном или импульсном режимах (сравнение режимов приведено в [56]).

Эффекты ДРОР и ЭХОС, как правило, не наблюдаются в одном и том же эксперименте в виду создаваемых условий. Например, ДРОР в атомных часах наблюдается при сканировании микроволновой частоты, а не магнитного поля, как это делается в экспериментах по резонансам Ханле. Более того, в атомных часах магнитные уровни не пересекаются, поскольку в них используется схема возбуждения ДРОР с участием постоянного магнитного поля, снимающего вырождение уровней энергии по проекции углового момента для возбуждения только определенного магнито-дипольного перехода [47, 51–53, 57, 58]. В магнитометрии ДРОР также используется с приложением постоянного магнитного поля, так что пересечения уровней не происходит [46–48].

Таким образом, совместное проявление ЭХОС и ДРОР в одном эксперименте исследовано весьма слабо. Можно указать работу [59], в которой использовалась ячейка с парами  $^{87}\text{Rb}$  и буферным газом давлением 25 Торр. Для наблюдения ЭХОС авторы использовали эллиптически поляризованный пучок и поляриметрическую технику регистрации. Невысокое давление буферного газа позволило авторам настроить световую волну на определенный переход в  $D_1$ -линии и наблюдать резонансы пересечения уровней в нулевом магнитном поле в ви-

де электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [30], связанной с явлением когерентного плетения населенностей (КПН) [60], и проявляющейся в виде резкого провала в показателе поглощения среды (или пика в прохождении). В этой работе было показано, что микроволновое поле приводит к увеличению амплитуды ЭИП. В отличие от работы [59], в нашей работе исследуются магнитооптические резонансы в полной интенсивности света, прошедшего через ячейку. Кроме этого, в экспериментах мы используем давление буферного газа, при котором ЭХОС практически полностью подавлен, если не прикладывать внешнее микроволновое поле. В нашем случае наблюдаются резонансы в виде электромагнитно-индуцированной абсорбции (ЭИА) [61], приводящей к резкому увеличению поглощения света. Наконец, нами разработана упрощенная теоретическая модель, позволившая получить простое аналитическое решение для показателя поглощения световой волны и формулы для параметров наблюдаемого резонанса.

Настоящая работа структурирована следующим образом. В разд. 2.1 описывается постановка задачи, упрощенная спектроскопическая модель атома и стандартный квантово-механический подход на основе одноатомной матрицы плотности, а также обсуждаются основные приближения, используемые в теории. Раздел 2.2 посвящен дальнейшему упрощению задачи на основе скоростных уравнений, не учитывающих явление пересечения уровней. Затем в разд. 2.3 результаты аналитического решения скоростных уравнений сравниваются с результатами решения более точной системы уравнений, на основе чего делается вывод о степени влияния ДРОР и ЭХОС на наблюдаемые нелинейные резонансы, а также исследуются параметры магнитооптического резонанса. В частности, в этом разделе показано, что с ростом интенсивности световой волны магнитооптический резонанс испытывает сужение. В разд. 3 приводятся результаты экспериментов, в которых используется миниатюрная стеклянная ячейка с парами  $^{87}\text{Rb}$  и буферным газом. Эти результаты сопоставляются с предсказаниями теории.

## 2. ТЕОРИЯ

### 2.1. Спектроскопическая модель

Рассмотрим взаимодействие плоской монохроматической линейно поляризованной волны, бегущей вдоль оси квантовая  $z$ , с оптическими переходами  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$  и  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$  в  $D_1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$  (см. рис. 1 а):

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - kz)} + c.c., \quad (1)$$

где  $\omega$  — частота оптического излучения,  $k = \omega/c$  — волновое число ( $c$  — скорость света), «с.с.» — комплексно сопряженное слагаемое. Комплексная векторная амплитуда оптического поля может быть представлена в виде:  $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e} e^{i\varphi}$ , где  $E_0$  — вещественная амплитуда, медленно зависящая от координаты  $z$  в виду поглощения в среде,  $\mathbf{e}$  — комплексный единичный вектор поляризации света,  $\varphi$  — начальная фаза волны.

Помимо светового поля (1) на атом также действует микроволновая волна с произвольной поляризацией и направлением распространения в ячейке:

$$\mathbf{V}_\mu(\mathbf{r}, t) = \mathbf{V}_{\mu 0} e^{-i(\omega_\mu t - \mathbf{k}_\mu \mathbf{r})} + c.c., \quad (2)$$

где  $\mathbf{V}_{\mu 0}$  и  $\omega_\mu$  — комплексная векторная амплитуда и частота микроволнового поля,  $\mathbf{k}_\mu$  — волновой вектор, модуль которого равен  $\omega_\mu/c$ . По аналогии с оптическим полем имеем:  $\mathbf{V}_\mu = B_\mu \mathbf{e}_\mu e^{i\varphi_\mu}$ .

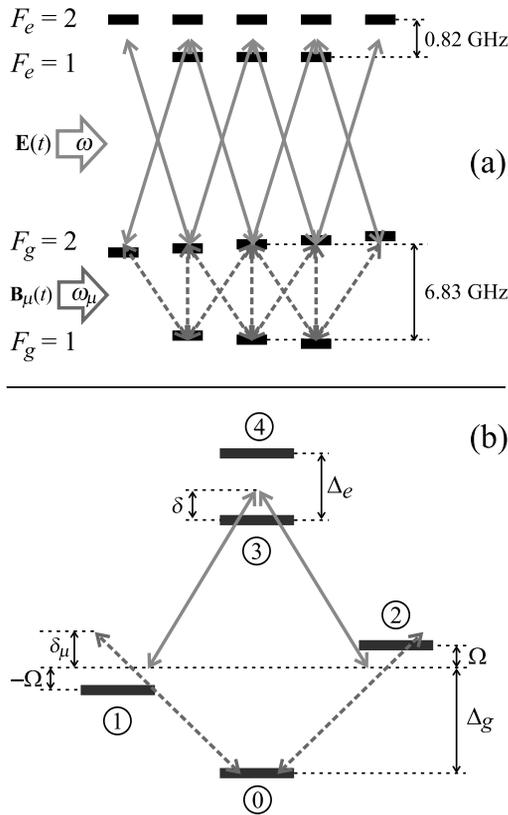
Мы будем исследовать поглощение световой волны (1) в зависимости от величины продольного магнитного поля:

$$\mathbf{B} = B_z \mathbf{e}_z, \quad (3)$$

где  $\mathbf{e}_z$  — орт вдоль оси  $z$  в декартовой системе координат. Это поле приводит к зеемановскому расщеплению уровней энергии в атоме (см. рис. 1), так что расстояние между соседними магнитными подуровнями сверхтонкого уровня  $F_g$  равно  $\hbar\Omega$ , где  $\Omega = \mu_B g B_z / \hbar$  — частота Лармора,  $\mu_B = 927.4 \cdot 10^{-23}$  эрг/Гс — магнетон Бора,  $g$  — фактор Ланде, который равен  $-1/2$  и  $1/2$  для уровней  $F_g = 1$  и  $F_g = 2$ , соответственно. Зеемановское расщепление уровней в возбужденном состоянии атома не существенно для нашей задачи и учитываться не будет.

В нашей модели мы будем пренебрегать остаточным фарадеевским вращением линейной поляризации света [46] при распространении в среде в присутствии постоянного магнитного поля (3). На практике угол фарадеевского вращения поляризации света обычно не превосходит несколько градусов в парах щелочных металлов, поэтому этим эффектом можно пренебречь. Тем более, что в нашей работе мы наблюдаем за полной интенсивностью света на выходе из ячейки, без использования поляриметрической техники регистрации резонансов. В силу сказанного вектор  $\mathbf{e}$  в (1) не зависит от координат.

Линейно поляризованное поле (1) индуцирует электро-дипольные  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  переходы, как показано на рис. 1 а. Микроволновое поле, поляризация



**Рис. 1.** (Цветной онлайн) *a* — Схема уровней в  $D_1$ -линии атома  $^{87}\text{Rb}$ . *b* — Схема уровней, используемая в теоретической модели. Зеленые сплошные стрелки обозначают электро-дипольные (E1) переходы, индуцируемые линейно поляризованным световым полем с частотой  $\omega$ , тогда как фиолетовые штриховые стрелки показывают магнитодипольные (M1) переходы под действием микроволнового поля с частотой  $\omega_\mu$  и произвольной поляризацией. Релаксационные процессы не отражены на рисунке (подробности приведены в тексте), а также не отражен эффект Зеемана в возбужденном состоянии, так как он не существует в нашем случае

которого не контролируется в наших экспериментах, в общем случае индуцирует все типы магнитодипольных переходов:  $\sigma^\pm$  и  $\pi$ . Такая схема уровней и переходов, в сочетании с различными процессами релаксации, достаточно сложна для теоретического анализа. Поэтому в настоящей работе мы рассматриваем упрощенную модель взаимодействия атомов с электромагнитным полем (см. рис. 1 *b*), которая представляет собой обобщение модели, использованной в работе [59]. В частности, в нашем случае используется двойная  $\Lambda$ -схема: схема  $\Lambda_1$  образована переходами  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ , тогда как схема  $\Lambda_2$  образована переходами  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ . Кроме того, в двойной  $\Lambda$ -схеме присутствует дополнительный подуровень основного состояния  $|0\rangle$ , который моделирует все зеемановские подуровни уровня  $F_g = 1$  в ре-

альной схеме на рис. 1 *a*: этот подуровень не взаимодействует с оптическим полем, но взаимодействует с микроволновым.

Без постоянного магнитного поля (3) частоты переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  равны между собой, т. е.  $\omega_{31} = \omega_{32}$  (см. рис. 1 *b*). Для упрощения анализа дипольные моменты этих переходов мы также считаем равными:  $d_{13} = d_{23}$ . Это же относится к паре переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  за исключением того факта, что дипольные моменты для этих переходов равны по модулю, но имеют противоположные знаки. Последнее обстоятельство связано со свойствами коэффициентов Клебша-Гордана для реального перехода (рис. 1 *a*) и принципиально важно для нашего анализа. В частности, именно из-за этого свойства исчезает резонанс ЭИП при пересечении магнитных подуровней в нулевом магнитном поле в присутствии буферного газа достаточно большого давления, чтобы сверхтонкие уровни возбужденного состояния спектроскопически не разрешались. Этот эффект можно рассматривать как «конкуренцию» взаимно ортогональных «темных» (КПН) состояний, которые могли бы сформироваться на уровне  $F_g = 2$  в результате отдельных переходов  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$  и  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ , но не формируются при одновременном возбуждении этих переходов в условиях сильного столкновительного уширения спектральной линии. Аналогичная конкуренция темных состояний обсуждается в работах [34, 35, 38], где показано, что она приводит к смене знака магнитооптического резонанса (ЭИП  $\leftrightarrow$  ЭИА) в поле встречных ортогонально поляризованных световых волн. Для упрощения задачи, магнитные дипольные моменты микроволновых переходов  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|0\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  мы считаем равными:  $\mu_{01} = \mu_{02}$ .

В присутствии продольного магнитного поля  $B_z$  два подуровня основного состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  разнесены по энергии на величину  $2\hbar\Omega$ . Микроволновое поле индуцирует магнито-дипольные переходы между сверхтонкими компонентами основного состояния:  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|0\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ . Мы предполагаем, что давление буферного газа в ячейке с парами рубидия такое, что сверхтонкие уровни в возбужденном состоянии спектрально не разрешаются из-за столкновительного уширения оптических переходов, поэтому оптическое поле одновременно возбуждает четыре электро-дипольных перехода:  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ,  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ ,  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ .

Взаимодействие атомов с электромагнитным полем мы будем описывать в рамках стандартного квантово-механического формализма матрицы плотности  $\hat{\rho}$  в одноатомном приближении (в отсут-

ствии коллективных эффектов), кинетическое уравнение на которую имеет вид [62]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right)\hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar}\left[(\hat{H}_0 + \hat{V}), \hat{\rho}\right] + \hat{\mathcal{R}}\{\hat{\rho}\}. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  — вектор скорости атома,  $\nabla$  — оператор градиента. В базисе собственных функций гамильтониана свободного атома  $\hat{H}_0$  матрица плотности может быть представлена в виде

$$\hat{\rho} = \sum_{m=0}^4 \sum_{n=0}^4 \rho_{mn} |m\rangle\langle n|. \quad (5)$$

Здесь  $\langle \dots |$  и  $|\dots\rangle$  — бра- и кет-векторы Дирака. Диагональные элементы матрицы плотности  $\rho_{nn}$  описывают населенности соответствующих атомных подуровней (см. рис. 1 b), тогда как недиагональные элементы  $\rho_{mn}$  ( $m \neq n$ ) называются когерентностями:  $\rho_{12}, \rho_{21}$  — зеемановские когерентности,  $\rho_{01}, \rho_{10}, \rho_{02}, \rho_{20}$  — низкочастотные (микроволновые) когерентности, осциллирующие во времени на частоте микроволнового поля  $\omega_\mu$ , и оптические когерентности  $\rho_{13}, \rho_{31}, \rho_{14}, \rho_{41}, \rho_{23}, \rho_{32}, \rho_{24}, \rho_{42}$ , осциллирующие во времени на частоте  $\omega$ . Ввиду эрмитовости

матрицы плотности,  $\hat{\rho}^\dagger = \hat{\rho}$ , для ее элементов выполняются соотношения  $\rho_{mn}^* = \rho_{nm}$ .

Оператор  $\hat{H}_0$  в (4) имеет диагональный вид:

$$\hat{H}_0 = \sum_{n=0}^4 \mathcal{E}_n |n\rangle\langle n|, \quad (6)$$

где  $\mathcal{E}_n$  есть энергия  $n$ -го уровня свободного атома, при этом в нашей модели  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ .

Оператор  $\hat{V}$  в (4) описывает взаимодействие атома с внешним электромагнитным полем и может быть представлен в виде суммы операторов взаимодействия с постоянным магнитным ( $\hat{V}_b$ ), микроволновым ( $\hat{V}_\mu$ ) и оптическим ( $\hat{V}_e$ ) полями. При учете только линейного зеемановского эффекта, действие постоянного магнитного поля сводится лишь к сдвигу уровней  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  на  $-\hbar\Omega$  и  $\hbar\Omega$ , соответственно. Поэтому

$$\hat{V}_b = -\hbar\Omega |1\rangle\langle 1| + \hbar\Omega |2\rangle\langle 2|. \quad (7)$$

Операторы  $\hat{V}_e$  и  $\hat{V}_\mu$  в дипольном и резонансном приближениях можно записать в матричном виде:

$$\hat{V}_e = -\hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_1 e^{i(\omega t - \varphi)} & R_2 e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 & 0 & 0 & -R_1 e^{i(\omega t - \varphi)} & R_2 e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 & R_1 e^{-i(\omega t - \varphi)} & -R_1 e^{-i(\omega t - \varphi)} & 0 & 0 \\ 0 & R_2 e^{-i(\omega t - \varphi)} & R_2 e^{-i(\omega t - \varphi)} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$\hat{V}_\mu = -\hbar \begin{pmatrix} 0 & Q e^{i(\omega_\mu t - \varphi_\mu)} & -Q e^{i(\omega_\mu t - \varphi_\mu)} & 0 & 0 \\ Q e^{-i(\omega_\mu t - \varphi_\mu)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Q e^{-i(\omega_\mu t - \varphi_\mu)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где были введены вещественные частоты Раби  $R_1 = d_{31}E_0/\hbar$ ,  $R_2 = d_{41}E_0/\hbar$ ,  $Q = \mu_{10}B_\mu/\hbar$ . Далее мы покажем, что для D<sub>1</sub>-линии мы можем положить  $R_1 = R_2$ , но пока оставим эти частоты разными, чтобы в формулах было удобнее отличать слагаемые от различных  $\Lambda$ -схем, рассматриваемых в нашей модели. Знаки при частотах Раби в (8) и (9) выбраны с учетом сказанного выше о равенстве матричных элементов электро- и магнито-дипольных моментов, а также с учетом знаков циркулярных ( $\sigma^+$  и  $\sigma^-$ ) компонент единичных векторов поляризации  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{e}_\mu$ , которые имеют место при рассмотрении реальной схемы уровней (рис. 1 a).

В уравнении (4) для учета релаксационных процессов в атоме мы применяем широко используемый подход констант релаксации. В частности, спонтанная релаксация возбужденных уровней описывается константой  $\gamma$ . Ввиду частых столкновений с буферным газом атомы рубидия совершают сложное диффузионное движение, что на несколько порядков увеличивает время их нахождения в лазерном пучке и сокращает, тем самым, пролетную релаксацию. Этот тип релаксации описывается в нашей модели константой  $\Gamma$ . Эта же константа описывает медленную релаксацию основного состояния атома к равновесному распределению по магнитным под-

уровням, происходящую из-за спин-разрушающих и спин-обменных столкновений. За столкновительное уширение оптических переходов, связанное со сбоем фазы атомного осциллятора, отвечает константа  $\gamma_c$ . Более того, мы будем считать, что столкновительное уширение превалирует над всеми остальными типами уширения, включая естественное уширение из-за спонтанной релаксации возбужденных уровней и доплеровское уширение из-за движения атомов. Это означает, что в нашем случае спектральная линия является однородно уширенной. В связи с чем можно полностью пренебречь движением атомов и, соответственно, опустить слагаемое  $\mathbf{v}\nabla$  в (4). Отметим,

что описанные приближения часто применяются в теории атомной спектроскопии при использовании буферного газа. Более строгий подход в лазерной спектроскопии к описанию действия столкновений как на внутренние, так и на внешние степени свободы атома может быть найден в монографии [62].

В уравнении (4) релаксационные процессы описываются статистическим оператором  $\widehat{\mathcal{R}}(\hat{\rho})$ , который может быть представлен в виде суммы:  $\widehat{\mathcal{R}} = \widehat{\mathcal{R}}_{spon} + \widehat{\mathcal{R}}_{spin} + \widehat{\mathcal{R}}_{col}$ . Так, часть, связанная со спонтанной релаксацией уровней  $|3\rangle$  и  $|4\rangle$ , может быть представлена в виде

$$\widehat{\mathcal{R}}_{spon} = \frac{\gamma}{2} \begin{pmatrix} 2\beta_{30}\rho_{33} + 2\beta_{40}\rho_{44} & 0 & 0 & -\rho_{03} & -\rho_{04} \\ 0 & 2\beta_{31}\rho_{33} + 2\beta_{41}\rho_{44} & 0 & -\rho_{13} & -\rho_{14} \\ 0 & 0 & 2\beta_{32}\rho_{33} + 2\beta_{42}\rho_{44} & -\rho_{23} & -\rho_{24} \\ -\rho_{30} & -\rho_{31} & -\rho_{32} & -2\rho_{33} & -2\rho_{34} \\ -\rho_{40} & -\rho_{41} & -\rho_{42} & -2\rho_{43} & -2\rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Здесь  $\gamma \approx 2\pi \times 5.57$  МГц — скорость спонтанной релаксации возбужденных уровней [63], а коэффициенты ветвления  $\beta_{ij}$  описывают относительную вероятность прихода населенности с возбужденного подуровня  $|i\rangle$  на основной подуровень  $|j\rangle$  в результате спонтанной релаксации. Поскольку полная скорость релаксации с каждого из возбужденных подуровне равна  $\gamma$ , то выполняется равенство:  $\beta_{i0} + \beta_{i1} + \beta_{i2} = 1$  ( $i = 3, 4$ ). Далее для упрощения мы будем полагать  $\beta_{i1} = \beta_{i2}$ .

Оператор релаксации к равновесному распределению населенностей может быть записан в виде

$$\widehat{\mathcal{R}}_{spin} = -\Gamma\hat{\rho} + \frac{\Gamma}{3} \sum_{n=0}^2 |n\rangle\langle n|, \quad (11)$$

где предполагается, что в равновесии все подуровни основного состояния, т. е.  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , заселены одинаково с вероятностью  $1/3$ , а населенности других подуровней, равно как и когерентности, равны нулю.

Столкновительное уширение оптических переходов описывается следующим слагаемым:

$$\widehat{\mathcal{R}}_{col} = -\gamma_c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \rho_{03} & \rho_{04} \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{13} & \rho_{14} \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{30} & \rho_{31} & \rho_{32} & 0 & \rho_{34} \\ \rho_{40} & \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

В нашей теории мы полагаем, что  $\rho_{34} = \rho_{43} = 0$  из-за быстрой столкновительной деполяризации уровней в возбужденном состоянии Rb. Из уравнения (4) можно показать, что когерентности  $\rho_{03}$ ,  $\rho_{04}$ ,  $\rho_{30}$  и  $\rho_{40}$  осциллируют на суммарной частоте  $\omega + \omega_\mu$  и пропорциональны произведению амплитуд микроволнового и оптического полей с учетом суммарной фазы, т. е.  $B_\mu E_0 e^{i(\varphi + \varphi_\mu)}$ . Эти «смешанные» когерентности можно рассматривать, как результат двухфотонного перехода, в ходе которого одновременно поглощается (испускается) один фотон из оптического поля и один из микроволнового поля. В общем случае смешанные когерентности также должны учитываться в теории. Однако, с одной стороны, их влияние становится существенно только с ростом интенсивностей обоих полей. С другой стороны, в наших экспериментах фаза  $\varphi_\Sigma(t) = \varphi + \varphi_\mu$  никак не стабилизирована, т. е. является случайным процессом. Для упрощения теории мы будем считать, что время когерентности этого процесса настолько невелико, что подобного рода слагаемые усредняются и могут быть отброшены. Вопрос о влиянии флуктуаций фаз полей, индуцирующих когерентные состояния в атомах, исследован, например, в работе [64] на примере явления КПН.

Мы будем рассматривать стационарный режим взаимодействия атомов с полем, в котором населенности подуровней и зеемановские когерентно-

сти, т.е. диагональные  $\rho_{nn}$  и недиагональные  $\rho_{12}$ ,  $\rho_{21}$  элементы, не зависят от времени. Для остальных недиагональных ненулевых элементов — оптических и микроволновых когерентностей — справедливо представление (с учетом резонансного приближения):

$$\begin{aligned}\rho_{nm}(t) &= \tilde{\rho}_{nm} e^{-i\omega t} \quad (\text{где } n = 3, 4; m = 1, 2), \\ \rho_{n0}(t) &= \tilde{\rho}_{n0} e^{-i\omega t} \quad (\text{где } n = 1, 2).\end{aligned}\quad (13)$$

Здесь  $\tilde{\rho}_{nm}$  и  $\tilde{\rho}_{n0}$  не зависят от времени. Выражения для остальных недиагональных элементов может быть получено, используя свойство:  $\rho_{nm}^*(t) = \rho_{mn}(t)$ .

С учетом вышесказанного из уравнения (4) приходим к следующим выражениям для когерентностей:

$$\tilde{\rho}_{10} = i Q L_{\mu}^{(1)} e^{i\varphi_{\mu}} (\rho_{00} - \rho_{11} + \rho_{12}), \quad (14)$$

$$\tilde{\rho}_{20} = -i Q L_{\mu}^{(2)} e^{i\varphi_{\mu}} (\rho_{00} - \rho_{22} + \rho_{21}), \quad (15)$$

$$\tilde{\rho}_{31} = i R_1 L_1 e^{i\varphi} (\rho_{11} - \rho_{33} - \rho_{21}), \quad (16)$$

$$\tilde{\rho}_{32} = -i R_1 L_1 e^{i\varphi} (\rho_{22} - \rho_{33} - \rho_{12}), \quad (17)$$

$$\tilde{\rho}_{41} = i R_2 L_2 e^{i\varphi} (\rho_{11} - \rho_{44} + \rho_{21}), \quad (18)$$

$$\tilde{\rho}_{42} = i R_2 L_2 e^{i\varphi} (\rho_{22} - \rho_{44} + \rho_{12}). \quad (19)$$

Выражения для остальных когерентностей могут быть записаны, используя связь:  $\tilde{\rho}_{nm}^* = \tilde{\rho}_{mn}$ . В этих

формулах используются следующие обозначения для комплексных лоренцианов:

$$L_{\mu}^{(1)} = \frac{1}{\Gamma - i(\delta_{\mu} + \Omega)}, \quad L_{\mu}^{(2)} = \frac{1}{\Gamma - i(\delta_{\mu} - \Omega)}, \quad (20)$$

$$L_1 = \frac{1}{\gamma_{eg} - i\delta}, \quad L_2 = \frac{1}{\gamma_{eg} - i(\delta - \Delta_e)}, \quad (21)$$

где введены частотные отстройки  $\delta = \omega - \omega_{31}$ ,  $\delta_{\mu} = \omega_{\mu} - \Delta_g$ , полуширина на полувысоте (HWHM) оптического перехода с учетом всех типов релаксации:  $\gamma_{eg} = (\gamma/2) + \Gamma + \gamma_c$ , а также величины сверхтонкого расщепления в основном («g») и возбужденном («e») состояниях:  $\Delta_g \approx 2\pi \times 6.83$  ГГц,  $\Delta_e \approx 2\pi \times 0.82$  ГГц (см. также рис. 1 b). При выводе (16)–(19) было рассмотрено приближение, вполне адекватное экспериментальным условиям:  $\Omega \ll \gamma_{eg}$ . Поэтому в «оптических» лоренцианах  $L_1$  и  $L_2$  не присутствует влияние сдвига подуровня энергии, вызванное магнитным полем  $B_z$ , в отличие от «микроволновых» лоренцианов  $L_{\mu}^{(1)}$  и  $L_{\mu}^{(2)}$ , где это влияние более существенно, так как  $\Omega \gtrsim \Gamma$ .

Используя уже найденные выражения для оптических и микроволновых когерентностей (14)–(19), запишем полную систему уравнений на остальные ненулевые элементы матрицы плотности:

$$\begin{aligned}(\Gamma + 2\Gamma S_{\mu}^{(1)} + 2\gamma_{eg} S_1 + 2\gamma_{eg} S_2)\rho_{11} &= \frac{\Gamma}{3} + 2\Gamma S_{\mu}^{(1)}\rho_{00} + (\beta_{31}\gamma + 2\gamma_{eg} S_1)\rho_{33} + (\beta_{41}\gamma + 2\gamma_{eg} S_2)\rho_{44} + \\ &+ [(R_1^2 L_1^* - R_2^2 L_2^* + Q^2 L_{\mu}^{(1)})\rho_{12} + \text{с.с.}],\end{aligned}\quad (22)$$

$$\begin{aligned}(\Gamma + 2\Gamma S_{\mu}^{(2)} + 2\gamma_{eg} S_1 + 2\gamma_{eg} S_2)\rho_{22} &= \frac{\Gamma}{3} + 2\Gamma S_{\mu}^{(2)}\rho_{00} + (\beta_{32}\gamma + 2\gamma_{eg} S_1)\rho_{33} + (\beta_{42}\gamma + 2\gamma_{eg} S_2)\rho_{44} + \\ &+ [(R_1^2 L_1 - R_2^2 L_2 + Q^2 L_{\mu}^{(2)*})\rho_{12} + \text{с.с.}],\end{aligned}\quad (23)$$

$$(\Gamma + \gamma + 4\gamma_{eg} S_1)\rho_{33} = 2\gamma_{eg} S_1 (\rho_{11} + \rho_{22} - \rho_{12} - \rho_{21}), \quad (24)$$

$$(\Gamma + \gamma + 4\gamma_{eg} S_2)\rho_{44} = 2\gamma_{eg} S_2 (\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{12} + \rho_{21}), \quad (25)$$

$$\begin{aligned}(\Gamma - 2i\Omega + Q^2 [L_{\mu}^{(1)} + L_{\mu}^{(2)*}] + 2\gamma_{eg} S_1 + 2\gamma_{eg} S_2)\rho_{12} &= -Q^2 (L_{\mu}^{(1)} + L_{\mu}^{(2)*}) - 2\gamma_{eg} S_1 \rho_{33} + 2\gamma_{eg} S_2 \rho_{44} + \\ &+ (R_1^2 L_1^* - R_2^2 L_2^* + Q^2 L_{\mu}^{(1)})\rho_{11} + (R_1^2 L_1 - R_2^2 L_2 + Q^2 L_{\mu}^{(2)*})\rho_{22},\end{aligned}\quad (26)$$

$$\begin{aligned}(\Gamma + 2i\Omega + Q^2 [L_{\mu}^{(1)*} + L_{\mu}^{(2)}] + 2\gamma_{eg} S_1 + 2\gamma_{eg} S_2)\rho_{21} &= -Q^2 (L_{\mu}^{(1)*} + L_{\mu}^{(2)}) - 2\gamma_{eg} S_1 \rho_{33} + 2\gamma_{eg} S_2 \rho_{44} + \\ &+ (R_1^2 L_1 - R_2^2 L_2 + Q^2 L_{\mu}^{(1)*})\rho_{11} + (R_1^2 L_1^* - R_2^2 L_2^* + Q^2 L_{\mu}^{(2)})\rho_{22},\end{aligned}\quad (27)$$

$$\rho_{00} + \rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} = 1. \quad (28)$$

В этой системе вместо уравнения на  $\rho_{00}$  записано более простое уравнение (28), отражающее сохранение полной населенности в рассматриваемой систе-

ме уровней, которая, в этом смысле, считается закрытой. Здесь использованы параметры насыщения для микроволнового и оптического полей с учетом

частотных отстроек:

$$S_\mu^{(1)} = \frac{Q^2}{\Gamma^2 + (\delta_\mu + \Omega)^2}, \quad S_\mu^{(2)} = \frac{Q^2}{\Gamma^2 + (\delta_\mu - \Omega)^2}, \quad (29)$$

$$S_1 = \frac{R_1^2}{\gamma_{eg}^2 + \delta^2}, \quad S_2 = \frac{R_2^2}{\gamma_{eg}^2 + (\delta - \Delta_e)^2}. \quad (30)$$

Отметим, что в уравнениях (26) и (27) отражено влияние динамического штарковского сдвига подуровней основного состояния, вызванное микроволновым полем. В частности, комплексный коэффициент при  $\rho_{12}$  в (26) можно представить в виде:

$$\Gamma - 2i\Omega + Q^2[L_\mu^{(1)} + L_\mu^{(2)*}] + 2\gamma_{eg}S_1 + 2\gamma_{eg}S_2 = \Gamma + \Gamma' - i(2\Omega - \Delta'), \quad (31)$$

где  $\Gamma' = \Gamma(S_\mu^{(1)} + S_\mu^{(2)}) + 2\gamma_{eg}(S_1 + S_2)$  описывает полевое уширение резонансов, наблюдаемых в поглощении среды и связанных с образованием зеэмановской когерентности, тогда как  $\Delta' = \Omega(S_\mu^{(1)} + S_\mu^{(2)}) + \delta_\mu(S_\mu^{(1)} - S_\mu^{(2)})$  описывает сдвиг этих резонансов. Причем, если микроволновое поле настроено в точный резонанс с магнито-дипольными переходами в основном состоянии атома ( $\delta_\mu = 0$ ), то сдвиг также обращается в нуль, а имеет место лишь ускоренное «разбегание» подуровней  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  при сканировании продольного магнитного поля (т. е. частоты  $\Omega$ ). Из этих выражений видно, что, в отличие от микроволнового поля, оптическое поле оказывается лишь эффектом уширения, но не приводит к сдвигам подуровней  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ . Это связано с приближением  $\Omega \ll \gamma_{eg}$ , используемом нами при выводе выражений для оптических когерентностей (16)–(19). Отметим, что в экспериментах по обычной (без использования микроволнового поля) ханле-спектроскопии атомов щелочных металлов в ячейках с буферным газом линейный закон для ширины резонанса от интенсивности светового поля является типичным (см., например, [20]). Однако, как мы увидим далее, другие нелинейные эффекты, отличные от обычного полевого уширения, могут радикальным образом отразиться на поведении ширины резонанса.

Решение системы уравнений (22)–(28) будет использоваться нами для анализа показателя поглощения световой волны. Для амплитуды этой волны справедливо укороченное волновое уравнение [65]

$$\frac{d\mathbf{E}_0}{dz} = 2\pi ik\mathbf{P}_0, \quad (32)$$

где  $\mathbf{P}_0$  — медленно меняющаяся амплитуда поляризации, так что  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0 e^{-i\omega t}$  — вектор поляризации

среды, осциллирующий на оптической частоте. Из (32), с учетом известных выражений:  $I = (c/2\pi)|\mathbf{E}_0|^2$  и  $\mathbf{P}(t) = n_a \text{Tr}\{\hat{\mathbf{d}}\hat{\rho}(t)\}$ , где  $n_a$  — концентрация атомов рубидия,  $\hat{\mathbf{d}}$  — оператор электро-дипольного момента,  $\text{Tr}\{\dots\}$  — операция взятия следа матрицы, можно прийти к следующему уравнению на интенсивность световой волны в среде:

$$\frac{dI}{dz} = -2\hbar\omega n_a \text{Im}\left\{R_1 e^{-i\varphi}(\tilde{\rho}_{31} - \tilde{\rho}_{32}) + R_2 e^{-i\varphi}(\tilde{\rho}_{41} + \tilde{\rho}_{42})\right\} = -\sigma n_a I, \quad (33)$$

где  $\sigma$  — сечение поглощения фотонов света одним атомом Rb. Для оптически тонкой среды, когда поглощение интенсивности света в среде относительно невелико, из уравнения (33) находим выражение для интенсивности света на выходе из среды:

$$I(z = \ell) = I_0 e^{-\sigma n_a \ell} \approx I_0 (1 - \sigma n_a \ell), \quad (34)$$

где  $I_0$  — интенсивность световой волны на входе в среду,  $\ell$  — длина среды. Произведение  $OD = \sigma n_a \ell$  называют оптической плотностью среды. Сечение поглощения удобно представить в виде

$$\sigma = \frac{3\beta_{31}\gamma\lambda^2}{4\pi\gamma_{eg}} \alpha. \quad (35)$$

Здесь  $\lambda$  — длина волны оптического излучения, а безразмерный показатель поглощения  $\alpha$ , с учетом (16)–(19) и (33), имеет вид

$$\alpha = \tilde{S}_1 (\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{33}) + \Psi \tilde{S}_2 (\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{44}) + 2(\Psi \tilde{S}_2 - \tilde{S}_1) \text{Re}\{\rho_{12}\}, \quad (36)$$

Здесь  $\Psi = (R_2/R_1)^2$ , а  $\tilde{S}_k$  описывают широкие лоренцевские контуры при сканировании оптической отстройки  $\delta$ :

$$\tilde{S}_1 = \frac{\gamma_{eg}^2}{\gamma_{eg}^2 + \delta^2}, \quad \tilde{S}_2 = \frac{\gamma_{eg}^2}{\gamma_{eg}^2 + (\delta - \Delta_e)^2}, \quad (37)$$

Слагаемые в (36), пропорциональные диагональным матричным элементам  $\rho_{nn}$ , описывают различные населенностные эффекты: насыщение оптических переходов, оптическую накачку подуровней. Последнее слагаемое в (36) связано с образованием зеэмановской когерентности  $\rho_{12}$  и может быть названо интерференционным, поскольку, как видно из (26), образуется только при совместном возбуждении оптическим полем переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  или  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ , а также при одновременном возбуждении микроволновых переходов  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|0\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ .

Из (36) следует, что при равной силе возбуждения оптических переходов в двух  $\Lambda$ -схемах, т. е.

при  $S_1 = \Psi S_2$ , зеемановская когерентность не дает никакого вклада в спектроскопический сигнал. Это можно интерпретировать, как результат конкуренции схем  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  при возбуждении этой когерентности. Подобного рода конкуренция может приводить как к смене знака магнито-оптического резонанса (ЭИП ↔ ЭИА), так и к полному его исчезновению (качественное описание этого эффекта можно найти в работах [35, 38]).

В постановке задачи мы рассмотрели общий случай, когда  $R_1 \neq R_2$ . Однако для интересующего нас частного случая D<sub>1</sub>-линии и при использовании только одной световой волны эти частоты можно положить равными. Действительно, для соотношения сил осцилляторов каких либо двух переходов  $|F_{g1}, m_{g1}\rangle \rightarrow |F_{e1}, m_{e1}\rangle$  и  $|F_{g2}, m_{g2}\rangle \rightarrow |F_{e2}, m_{e2}\rangle$  в реальной схеме уровней (рис. 1 а), используя формулы из квантовой теории углового момента атома [66], мы приходим к следующему выражению:

$$\frac{d_{e1g1}^2}{d_{e2g2}^2} = \frac{(2F_{e2} + 1)(2F_{g2} + 1)}{(2F_{e1} + 1)(2F_{g1} + 1)} \times \frac{\begin{pmatrix} F_{e2} & 1 & F_{g2} \\ -m_{e2} & q_2 & m_{g2} \end{pmatrix}^2}{\begin{pmatrix} F_{e1} & 1 & F_{g1} \\ -m_{e1} & q_1 & m_{g1} \end{pmatrix}^2} \times \frac{\begin{Bmatrix} J_e & F_{e2} & I_n \\ F_{g2} & J_g & 1 \end{Bmatrix}^2}{\begin{Bmatrix} J_e & F_{e1} & I_n \\ F_{g1} & J_g & 1 \end{Bmatrix}^2}, \quad (38)$$

где (...) и {...} есть 3j- и 6j-символы, соответственно,  $J_{g,e}$  — угловые моменты электронной оболочки атома в основном («g») и возбужденном («e») состояниях,  $I_n$  — спин ядра атома,  $m_a$  — проекции полного углового момента  $F_a$  на

ось квантовая  $z$  в возбужденном ( $a = e1, e2$ ) и основном ( $a = g1, g2$ ) состояниях, причем  $m_a$  принимает значения  $-F_a, -F_a+1, \dots, F_a$ ,  $q_i$  — сферическая компонента единичного вектора поляризации световой волны ( $q = 0, \pm 1$ ). Для рассматриваемых переходов  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  и  $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$  следует положить:  $I_n = 3/2, J_g = J_e = 1/2, F_{g1} = F_{g2} = 2, F_{e1} = 1, F_{e2} = 2, m_{g1} = m_{g2} = -1, m_{e1} = m_{e2} = 0, q_1 = q_2 = 1$ . Тогда из (38) получаем  $\Psi = 1$ .

С учетом сказанного, из (36) видно, что при достаточно большом давлении буферного газа, когда  $\gamma_{eg} \gg \Delta_e$  и  $S_1 \approx \Psi S_2$ , зеемановская когерентность  $\rho_{12}$  не дает вклада в спектроскопический сигнал. Именно этим объясняется практически полное отсутствие магнито-оптического резонанса ЭИП в ячейках с буферным газом при использовании линейно поляризованной волны (см. разд. 3), хотя в ячейках без буферного газа этот резонанс хорошо виден [67].

## 2.2. Скоростные уравнения

Помимо численных расчетов системы (22)–(28), которые будут представлены в следующем разделе, с точки зрения теории полезно рассмотреть модель скоростных уравнений. В этом случае пренебрегается зеемановской когерентностью в основном состоянии, т. е. элементами  $\rho_{12}, \rho_{21}$ . Ценность этого подхода в том, что такая модель, с одной стороны, приводит к достаточно компактному аналитическому выражению для показателя поглощения  $\alpha$ , а с другой — позволяет понять степень влияния зеемановской когерентности на наблюдаемые резонансы путем простого сравнения результатов такой простой модели с расчетами на основе системы уравнений (22)–(28).

Скоростные уравнения содержат только населенности подуровней и имеют вид

$$(\Gamma + 2\Gamma S_\mu^{(1)} + 2\gamma_{eg} S_1 + 2\gamma_{eg} S_2) \rho_{11} = \frac{\Gamma}{3} + 2\Gamma S_\mu^{(1)} \rho_{00} + (\beta_{31} \gamma + 2\gamma_{eg} S_1) \rho_{33} + (\beta_{41} \gamma + 2\gamma_{eg} S_2) \rho_{44}, \quad (39)$$

$$(\Gamma + 2\Gamma S_\mu^{(2)} + 2\gamma_{eg} S_1 + 2\gamma_{eg} S_2) \rho_{22} = \frac{\Gamma}{3} + 2\Gamma S_\mu^{(2)} \rho_{00} + (\beta_{32} \gamma + 2\gamma_{eg} S_1) \rho_{33} + (\beta_{42} \gamma + 2\gamma_{eg} S_2) \rho_{44}, \quad (40)$$

$$(\Gamma + \gamma + 4\gamma_{eg} S_1) \rho_{33} = 2\gamma_{eg} S_1 (\rho_{11} + \rho_{22}), \quad (41)$$

$$(\Gamma + \gamma + 4\gamma_{eg} S_2) \rho_{44} = 2\gamma_{eg} S_2 (\rho_{11} + \rho_{22}), \quad (42)$$

$$\rho_{00} + \rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} = 1. \quad (43)$$

Нас, прежде всего, интересует режим, в котором микроволновое поле настроено в резонанс с магнито-дипольными переходами  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|0\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ , а оптическое поле — с переходами  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ . Поэтому мы можем положить  $\delta = \delta_\mu = 0$  и из (29) имеем

$$S_\mu^{(1)} = S_\mu^{(2)} = \frac{Q^2}{\Gamma^2 + \Omega^2} \equiv S_\mu. \quad (44)$$

В таком случае уравнения (39) и (40) симметричны относительно перестановки  $\rho_{11} \leftrightarrow \rho_{22}$ . Это означает, что  $\rho_{11} = \rho_{22}$ .

Далее мы рассмотрим приближения, вполне адекватные условиям наших экспериментов:  $\Gamma \ll \gamma$  и  $\gamma_{eg} S_{1,2} \ll \gamma$ . Тогда из (41), (42) приходим к простому результату для населенностей возбужденных уровней, отражающий баланс между оптическим возбуждением со скоростью  $R^2/\gamma_{eg}$  и спонтанной релаксацией со скоростью  $\gamma$ :

$$\rho_{33} \approx \frac{4\gamma_{eg} S_1}{\gamma} \rho_{11} = \frac{4R_1^2}{\gamma\gamma_{eg}} \rho_{11}, \quad (45)$$

$$\rho_{44} \approx \frac{4\gamma_{eg} S_2}{\gamma} \rho_{11} = \frac{4\kappa R_2^2}{\gamma\gamma_{eg}} \rho_{11}, \quad (46)$$

где  $\kappa = \gamma_{eg}^2 / (\gamma_{eg}^2 + \Delta_e^2) < 1$  — фактор, ослабляющий возбуждение уровня  $|4\rangle$  из-за отстройки частоты светового поля от частоты переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ ,  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ , равной  $\Delta_e$ .

Для населенностей подуровней основного состояния имеем

$$\rho_{11} = \rho_{22} \approx \frac{(1 + 6S_\mu)/3}{1 + 6S_\mu + 2\gamma_{eg}\tau\beta_{30}S_1 + 2\gamma_{eg}\tau\beta_{40}S_2}, \quad (47)$$

где  $\tau = \Gamma^{-1}$  — время жизни анизотропии в основном состоянии атома. Населенность оставшегося подуровня может быть найдена по формуле  $\rho_{00} = 1 - 2\rho_{11} - \rho_{33} - \rho_{44}$ .

Из (46) и (45) видно, что в используемом приближении ( $\gamma_{eg} S_{1,2} \ll \gamma$ ) населенности возбужденных уровней незначительны по сравнению с населенностями подуровней основного состояния, поэтому при анализе показателя поглощения  $\alpha$  ими можно пренебречь. Окончательно из (36) при  $\rho_{12} = 0$  и  $\rho_{33}, \rho_{44} \ll \rho_{11}$  находим

$$\alpha \approx \frac{2(1 + \Psi\kappa)/3}{1 + 2\xi \frac{\beta_{30} + \beta_{40}\Psi\kappa}{1 + 6S_\mu}}, \quad (48)$$

где введен пролетный параметр насыщения для светового поля:  $\xi = \gamma_{eg}\tau S_1 = R_1^2/\gamma_{eg}\Gamma \propto \tau I$ . Из формулы

(48) следует ряд качественных свойств показателя поглощения. В частности, если отсутствует оптическая накачка на подуровень  $|0\rangle$ , что имеет место либо при  $\beta_{30} = \beta_{40} = 0$ , либо в отсутствии светового поля ( $\xi = 0$ ), показатель поглощения вообще не зависит от полей, имеющихся в задаче, и всегда равен  $\approx 2(1 + \Psi\kappa)/3$ . Это значение интуитивно понятно. Действительно, если нет оптической накачки на подуровень  $|0\rangle$ , то его населенность остается такой же, как при равновесном распределении ( $1/3$ ). Кроме того, населенности подуровней  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  также равны по  $1/3$  и сохраняются таковыми даже при наличие микроволнового и оптического поля, поскольку возбужденные подуровни существенно не заселены (при  $\gamma_{eg} S_{1,2} \ll \gamma$ ). Тогда показатель поглощения  $\alpha$  зависит только от населенностей подуровней  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , т. е. остается таким же, как и при отсутствии полей. При этом  $1/3 + 1/3 = 2/3$  — это вклад в  $\alpha$  от поглощения на резонансных оптических переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ , тогда как  $2\Psi\kappa/3$  — от поглощения на удаленных от точного резонанса переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и поэтому ослабленных на фактор  $\kappa$ .

Важно подчеркнуть, что пока нет оптической накачки атомов на уровень  $|0\rangle$ , резонансное микроволновое поле вообще не оказывает какого-либо эффекта на поглощение световой волны, поскольку при одинаковых населенностях подуровней  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  (все они равны  $1/3$ ) микроволновое поле не может перераспределить населенности этих подуровней в виду равенства вероятностей процессов вынужденного поглощения и вынужденного испускания атомом фотона микроволнового поля. Иными словами, при  $\rho_{00} = \rho_{11} = \rho_{22}$  микроволновые когерентности не образуются, что видно из уравнений (14) и (15). Поэтому в задачах, связанных с ДРОР, световое поле используется не только в качестве пробного излучения, но и в качестве накачки для создания неравновесного распределения по уровням энергии в основном состоянии атома.

Из (48) также следует, что возрастание интенсивности световой волны ( $I$ ) или увеличение времени взаимодействия атомов с полем ( $\tau$ ) приводит к уменьшению показателя поглощения, т. е. среда просветляется, что, очевидно, является следствием оптической накачки на невзаимодействующий со светом уровень  $|0\rangle$ . Микроволновое же поле действует обратным образом: рост его интенсивности вызывает увеличение показателя поглощения. Это происходит из-за того, что все большее количество атомов возвращается с уровня  $|0\rangle$  обратно на уровни  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , с которыми взаимодействует световое поле. По-

следний процесс продолжается до тех пор, пока населенности всех подуровней основного состояния не будут одинаковыми — наступает насыщение микроволновых переходов и показатель поглощения приобретает то же значение, что и в пределе слабых полей ( $\approx 2(1+\Psi\kappa)/3$ ).

При сканировании магнитного поля (частоты Лармора  $\Omega$ , входящей в  $S_\mu$ ) выражение (48) описывает резонансную структуру, напоминающую лоренцевский контур. При этом поглощение в центре ( $\Omega = 0$ ) всегда больше, чем на крыльях резонанса ( $\Omega \gg \Gamma$ ). Для упрощения, положим  $\beta_{30} = \beta_{40}$ . Рутинные вычисления дают следующее выражение для амплитуды резонанса:

$$A = \frac{8\beta_{30}(1 + \Psi\kappa)^2 \xi \xi_\mu}{[1 + 2\beta_{30}(1 + \Psi\kappa) \xi] [1 + 2\beta_{30}(1 + \Psi\kappa) \xi + 6\xi_\mu]}, \quad (49)$$

где  $\xi_\mu = S_\mu(\Omega = 0) = Q^2/\Gamma^2$  — параметр насыщения для микроволнового поля в точном резонансе. Полная ширина резонанса на полувысоте (FWHM) есть

$$\text{FWHM} = 2\Gamma \sqrt{1 + \frac{6\xi_\mu}{1 + 2\beta_{30}(1 + \Psi\kappa) \xi}}. \quad (50)$$

При отсутствии оптической накачки на уровень  $|0\rangle$ , что имеет место при  $\beta_{30} = \beta_{40} = 0$  или  $\xi = 0$  в (48), магнитооптический резонанс также отсутствует, поэтому выражение для ширины резонанса имеет смысл только при ненулевых  $\beta_{30}$  и  $\xi$ . При слабом оптическом излучении приходим к хорошо известному результату [51], отражающему уширение магнитооптического резонанса микроволновым полем:

$$\text{FWHM} \approx 2\sqrt{\Gamma^2 + 6Q^2}. \quad (51)$$

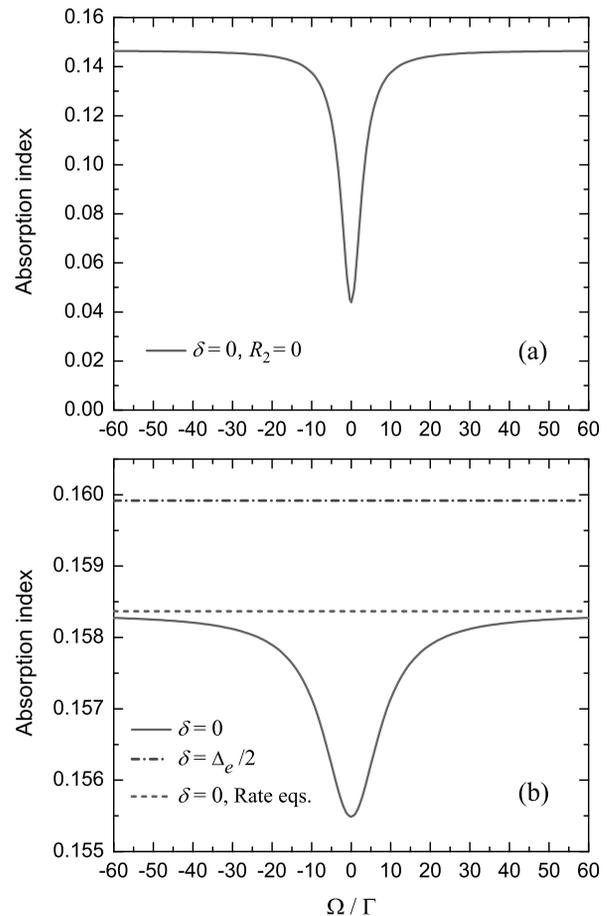
При относительно слабом микроволновом излучении ( $Q^2 \ll \Gamma^2$ ) зависимость ширины резонанса от его мощности, т. е. от  $Q^2$ , становится линейной [47, 51]:  $\text{FWHM} \approx 2\Gamma + (6Q^2/\Gamma)$ .

Из формулы (50) следует эффект сужения магнитооптического резонанса с ростом интенсивности светового поля ( $I$ ) или времени когерентного взаимодействия атомов с лазерным полем ( $\tau$ ), поскольку  $\xi \sim \tau I$ . Очевидно, что это является следствием накачки атомов на нерезонансный уровень, так как из (50) видно, что этот эффект тем меньше, чем меньше  $\beta_{30}$ . Похожий эффект сужения был предсказан теоретически в работе [68] для резонансов КПН в открытой  $\Lambda$ -схеме. Отметим, что формула (50) не отражает «обычного» полевого уширения магнитооптического резонанса, которое имеет место в ханле-спектроскопии (см., например, [20]). Это связано с тем, что приближение скоростных уравнений

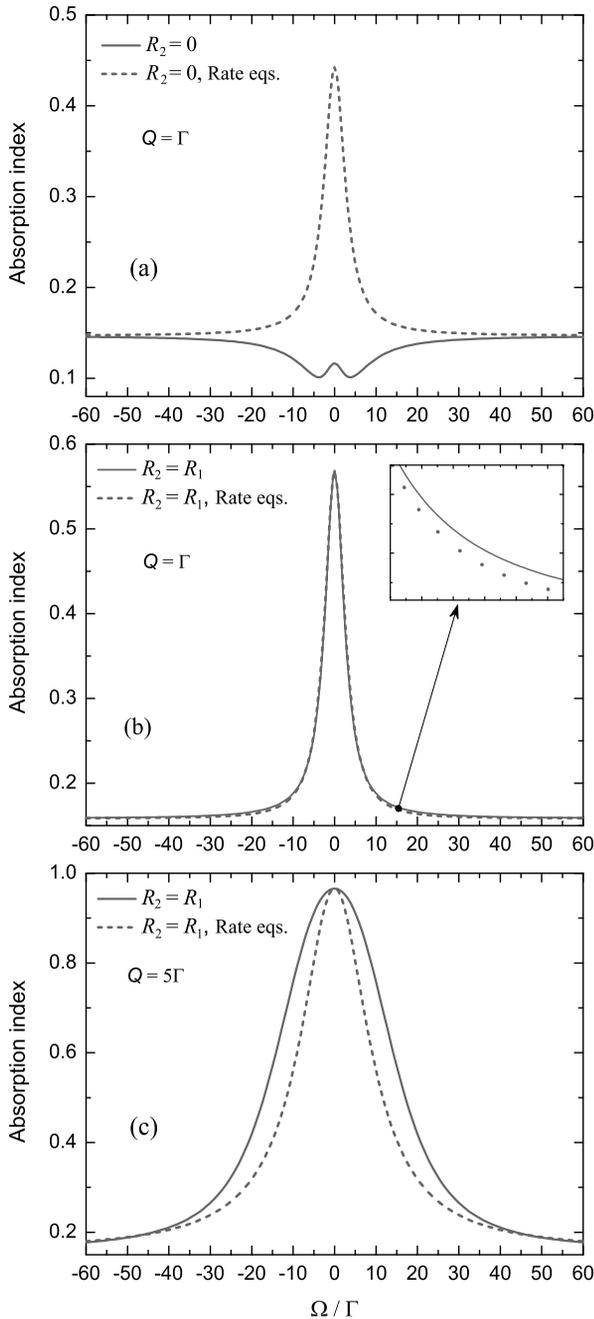
не учитывает этот эффект, который тесно связан с зеемановской когерентностью (см. обсуждение формулы 31).

### 2.3. Численные расчеты

В этом разделе мы проиллюстрируем зависимость (49) и (50) от интенсивностей полей графически, а также сравним их с результатами численных расчетов системы (22)–(28), учитывающей зеемановскую когерентность. Для этого зададим значения некоторых ключевых параметров, которые не будут меняться во всех расчетах (в единицах скорости спонтанной релаксации  $\gamma$ ). В частности, сверхтонкое расщепление возбужденного состояния,  $\Delta_e$ ,

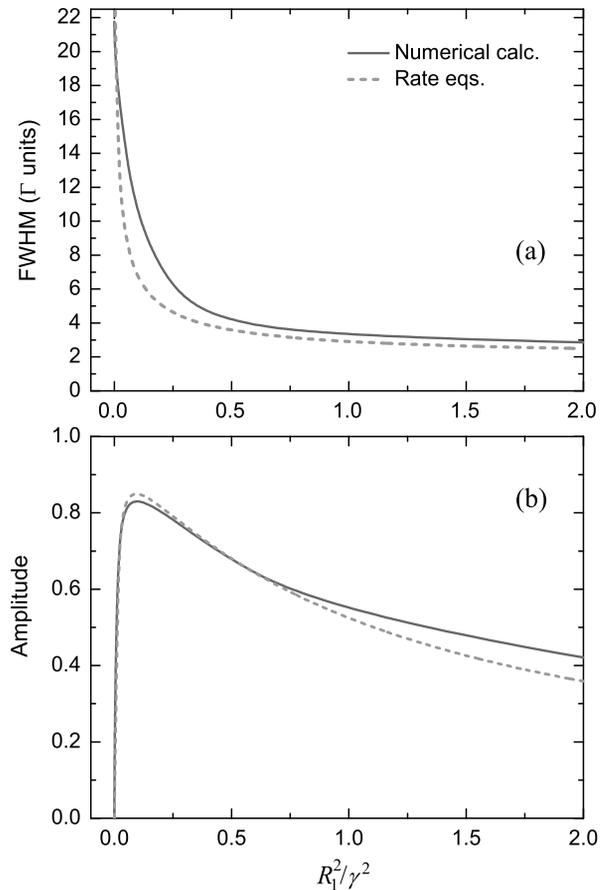


**Рис. 2.** (Цветной онлайн) Расчет магнитооптического резонанса в отсутствие микроволнового поля: *a* — при возбуждении только  $\Lambda_1$ -схемы,  $R_1 = 0.2\gamma$ ,  $R_2 = 0$ ; *b* — при возбуждении обеих  $\Lambda$ -схем,  $R_2 = R_1 = 0.2\gamma$ . На графиках указаны значения оптической отстройки частоты  $\delta$ . Остальные параметры:  $Q = 0$ ,  $\delta_\mu = 0$ ,  $\beta_{3j} = \beta_{4j} = 1/3$  ( $j = 0, 1, 2$ ). «Rate eqs.» означает, что решение получено на основе приближения скоростных уравнений (48)



**Рис. 3.** (Цветной онлайн) Теоретический расчет магнитооптического резонанса с учетом микроволнового поля: *a* — при возбуждении только  $\Lambda_1$ -схемы,  $R_2 = 0$ ; *b* и *c* — при возбуждении обеих  $\Lambda$ -схем,  $R_2 = R_1 = 0.2\gamma$ . На графиках приведены значения частоты Раби для микроволнового поля (в единицах  $\Gamma$ ). Остальные параметры:  $\delta = \delta_\mu = 0$ ,  $\beta_{3j} = \beta_{4j} = 1/3$  ( $j = 0, 1, 2$ ). «Rate eqs.» означает, что решение получено на основе приближения скоростных уравнений (48)

примем равным  $\approx 150\gamma$  [69]. При давлении буферного газа, которое мы используем в эксперименте (около 95 Торр аргона), с учетом значения коэффи-



**Рис. 4.** (Цветной онлайн) Расчет полной ширины (*a*) и амплитуды (*b*) магнитооптического резонанса в зависимости от квадрата частоты Раби для оптического поля в единицах  $\gamma^2$  ( $R_1^2$  пропорциональна интенсивности световой волны). Значения параметров:  $Q = 5\Gamma$ ,  $\Psi = 1$ ,  $\delta = \delta_\mu = 0$ ,  $\beta_{3j} = \beta_{4j} = 1/3$  ( $j = 0, 1, 2$ ). «Rate eqs.» — согласно решениям (49) и (50), полученным на основе приближения скоростных уравнений

циента столкновительного уширения, равного примерно 18 МГц/Торр [70], примем скорость столкновительной релаксации  $\gamma_c \approx 150\gamma$ , определяемой в нашем случае как полуширина на полувывсоте. Используя данные и формулы из [50, 55, 71], получаем следующую оценку скорости релаксации основного состояния к изотропному распределению населенностей по подуровням (при световом пучке диаметром около 5 мм):  $\Gamma \approx 5 \times 10^{-5}\gamma$ . Все расчеты мы будем выполнять при условии  $\delta_\mu = 0$ , а также при равенстве всех коэффициентов ветвления:  $\beta_{3j} = \beta_{4j} = 1/3$  (здесь  $j = 0, 1, 2$ ).

Сначала мы приведем ряд графиков для самих магнитооптических резонансов. На рис. 2 приведены резонансы в случае, когда микроволновое по-

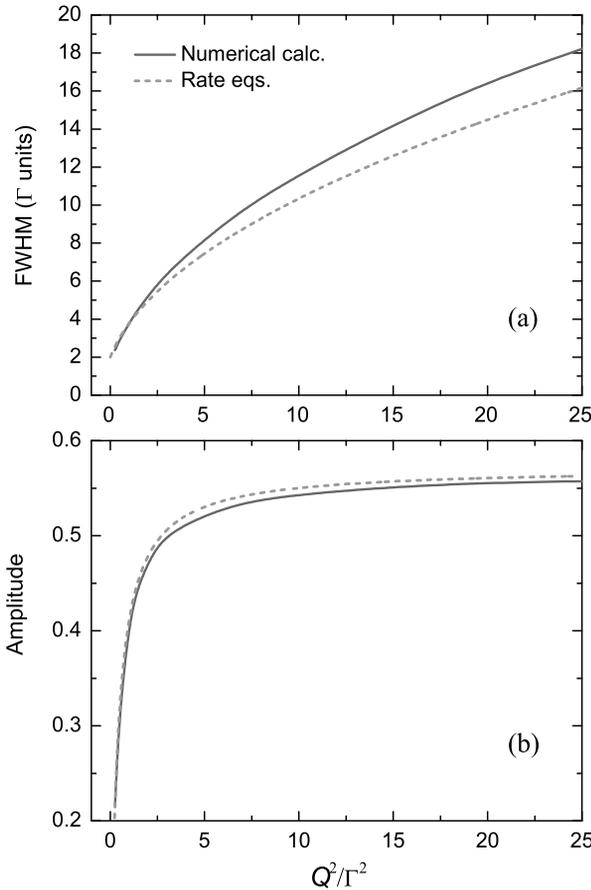
ле отсутствует. Если нет конкуренции между двумя  $\Lambda$ -схемами, а резонансное световое поле возбуждает только одну из них, то на графике (рис. 2 *a*) виден типичный резонанс ЭИП, связанный с явлением КПН и зеемановской когерентностью  $\rho_{12}$  в формуле (36). Если световая волна действует на двойную  $\Lambda$ -схему (рис. 2 *b*), то амплитуда резонанса ЭИП резко уменьшается (примерно в 30 раз для рассмотренного случая). Такое поведение резонанса можно рассматривать как результат конкуренции схем  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  за формирование зеемановской когерентности в основном состоянии. При этом на рис. 2 *b* (сплошная кривая) резонанс ЭИП не пропал совсем, поскольку при  $\delta = 0$  наиболее эффективно возбуждается лишь одна из двух  $\Lambda$ -схем. Однако, если возбуждение оптических переходов в двух  $\Lambda$ -схемах уравновесить введением оптической отстройки  $\delta = \Delta_e/2$ , то резонанс исчезает совсем (штрих-пунктирная линия на рис. 2 *b*). Такое поведение было предсказано в разд. 2.1 при анализе выражения (36), поскольку в этом случае  $\tilde{S}_1 = \Psi \tilde{S}_2$  и вклад от зеемановской когерентности  $\rho_{12}$  пропадает. Естественно, что приближение скоростных уравнений, на основе которого было получено аналитическое решение (48), также не демонстрирует никакого резонанса (штриховая линия на рис. 2 *b*), поскольку в этом приближении источником резонанса является совместное действие оптического и микроволнового полей, а последнее отсутствует в приведенных расчетах.

Следующая серия резонансов приведена при учете микроволнового поля (рис. 3). На рис. 3 *a* представлены резонансы при возбуждении только  $\Lambda_1$ -схемы. Отсутствие зеемановской когерентности — решение в виде (48) — приводит к наблюдению резонанса в виде пика поглощения с относительно высокой амплитудой (штриховая кривая). Этот резонанс имеет много общего с сигналами, наблюдаемыми в ДРОР-спектроскопии. Отличие лишь в том, что в ДРОР-спектроскопии для наблюдения резонансов обычно сканируется частота микроволнового поля, тогда как в нашем случае — величина продольного магнитного поля. Это поле приводит к появлению эффективной частотной отстройки от переходов  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|0\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ , равной, соответственно,  $\mp \Omega$ . При учете же зеемановской когерентности (рис. 3 *a*, сплошная линия) наблюдается двойная структура резонанса: на фоне широкого провала наблюдается узкий пик. Это результат наложения двух различных резонансных структур. Первая структура, в виде провала в поглощении, связана с образованием зеемановской когерентности, т. е. с эффектом Ханле (рис. 2 *a*), тогда как вторая — пик, связанный

с ДРОР. Эти резонансы имеют различные амплитуды и ширину. В частности, если ДРОР уширяется только микроволновым полем, то в уширение Ханле резонанса вносят вклад оба поля (оптическое и микроволновое).

На рис. 3 *b* приведены резонансы при возбуждении обеих  $\Lambda$ -схем, как в реальных условиях нашего эксперимента. Из рисунка видно, что резонанс, рассчитанный с учетом эффекта Ханле, и резонанс, полученный без его учета на основе скоростных уравнений — практически полностью совпадают. Это значит, что в рассмотренном случае конкуренция двух  $\Lambda$ -схем сводит практически на нет влияние эффекта Ханле, тогда как эффект от ДРОР стал даже больше. Последнее обстоятельство связано с тем, что теперь обе  $\Lambda$ -схемы дают однонаправленный вклад в общий магнитооптический резонанс. Однако при некоторых других параметрах зеемановская когерентность все же может отражаться на форме резонанса, что продемонстрировано на рис. 3 *c*.

Проанализируем поведение амплитуды и ширины магнитооптического резонанса в зависимости от интенсивностей полей. На рис. 4 и 5 приведены соответствующие зависимости, полученные численным решением системы (22)–(28), учитывающей эффект Ханле в основном состоянии (сплош. кривые), а также зависимости, построенные согласно полученным аналитическим формулам (49) и (50) (штрих.). В частности, на рис. 4 *a* виден эффект сужения магнитооптического резонанса: с увеличением интенсивности световой волны ширина уменьшается, стремясь к минимально возможному значению, равному 2Г. Такое поведение резонанса при относительно малых интенсивностях световой волны ( $\sim 1$  мВт/см<sup>2</sup>) нетипично как для резонансов Ханле [13, 72, 73] и других резонансов, связанных с КПН [74–76], так и для эффекта ДРОР [51, 77]. Как правило, в ячейках с буферным газом для всех этих резонансов наблюдается зависимость ширины от интенсивности светового поля, близкая к линейной. В нашем случае эффект сужения можно объяснить особенностью формирования магнитооптического резонанса в системе, которая является закрытой в нулевом магнитном поле ( $\Omega = 0$ ) и становится открытой при включении этого поля ( $\Omega \gg \Gamma$ ). Такая связь открытости и эффекта сужения была отмечена выше при анализе формулы (50). Отметим, что во многих других схемах при наблюдении резонансов Ханле или ДРОР система уровней энергии в атоме, как правило, не переходит из открытой в закрытую при сканировании соответствующего параметра (величины магнитного поля, как в ханле-спектроскопии, или



**Рис. 5.** (Цветной онлайн) Расчет полной ширины (а) и амплитуды (б) магнитооптического резонанса в зависимости от квадрата частоты Раби для микроволнового поля в единицах  $\Gamma^2$  ( $Q^2$  пропорциональна интенсивности микроволновой волны). Значения параметров:  $R_1 = R_2 = 0.1 \gamma$ ,  $\delta = \delta_\mu = 0$ ,  $\beta_{3j} = \beta_{4j} = 1/3$  ( $j = 0, 1, 2$ ). «Rate eqs.» — согласно решениям (49) и (50), полученным на основе приближения скоростных уравнений

частоты радиочастотного или микроволнового поля, как в спектроскопии ДРОР). Кроме того, влияние открытости системы уровней на особенности полевого уширения различных нелинейных резонансов была отмечена и ранее, например в работах [25, 78].

Интересным представляется сравнение эффекта сужения в нашем эксперименте с некоторыми другими эффектами, которые наблюдались в других работах и приводили к похожим зависимостям ширины резонанса от интенсивности световой волны. Так, в работе [79] исследовались резонансы Ханле в стандартной схеме с использованием линейно поляризованного пучка в ячейке без буферного газа и антирелаксационного покрытия стенок. Авторы этой работы связали эффект сужения с насыщением оп-

тических переходов, при котором происходит значительное заселение возбужденного состояния в атоме. В нашем же случае эффект сохраняется, даже если полностью пренебречь населенностями уровней  $\rho_{33}$  и  $\rho_{44}$  в возбужденном состоянии. В другой работе [47] наблюдался эффект сужения ДРОР в рубидиевой ячейке с буферным газом при небольшой интенсивности света, переходящий в обычное уширение с ростом интенсивности. Авторы этой работы связывают такое поведение ширины резонанса с конкуренцией между обычным полевым уширением и светоиндуцированным сужением резонанса [80] из-за оптической накачки значительной части атомов на крайний зеемановский подуровень основного состояния с помощью циркулярно поляризованного света. В наших экспериментах такая накачка не имеет места, поскольку атомы взаимодействуют с линейно поляризованным светом.

В отличие от ширины, амплитуда резонанса ведет себя немонотонным образом и имеет максимум при некоторой интенсивности (рис. 4 б), убывая при больших интенсивностях светового поля по закону

$$A(\xi \gg 1, \xi_\mu \sim 1) \approx 2\xi_\mu/\xi.$$

Исчезновение резонанса с ростом  $\xi$  может быть объяснено оптической накачкой всех атомов на уровень  $|0\rangle$ , находясь на котором атомы не взаимодействуют с оптическим полем. Положение экстремума может быть найдено из (49):

$$\frac{R_1'^2}{\gamma^2} = \frac{\gamma_{eg}\sqrt{\Gamma^2 + 6Q^2}}{2\beta_{30}\gamma^2(1 + \Psi\kappa)}. \quad (52)$$

В частности, при параметрах, использованных для рис. 4 б, находим положение максимума:  $R_1'^2/\gamma^2 \approx 0.1$ . Как видно из полученного выражения, рост интенсивности ( $Q^2$ ) микроволнового поля равно как и увеличение давления ( $\gamma_{eg}$ ) буферного газа смещает положение максимума в область больших интенсивностей световой волны.

С ростом интенсивности микроволнового поля магнитооптический резонанс испытывает полевое уширение, подчиняющееся корневому закону (рис. 5 а), известному ранее из экспериментов по наблюдению ДРОР (например, [51, 81]). Зависимость амплитуды резонанса демонстрирует резкий рост в области малых значений интенсивности микроволнового поля, тогда как при больших интенсивностях выходит на некоторое постоянное значение (см. также [51]). Это связано с тем, что с увеличением  $Q$  наступает насыщение микроволновых переходов  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|0\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ , в ходе которого населенности под-

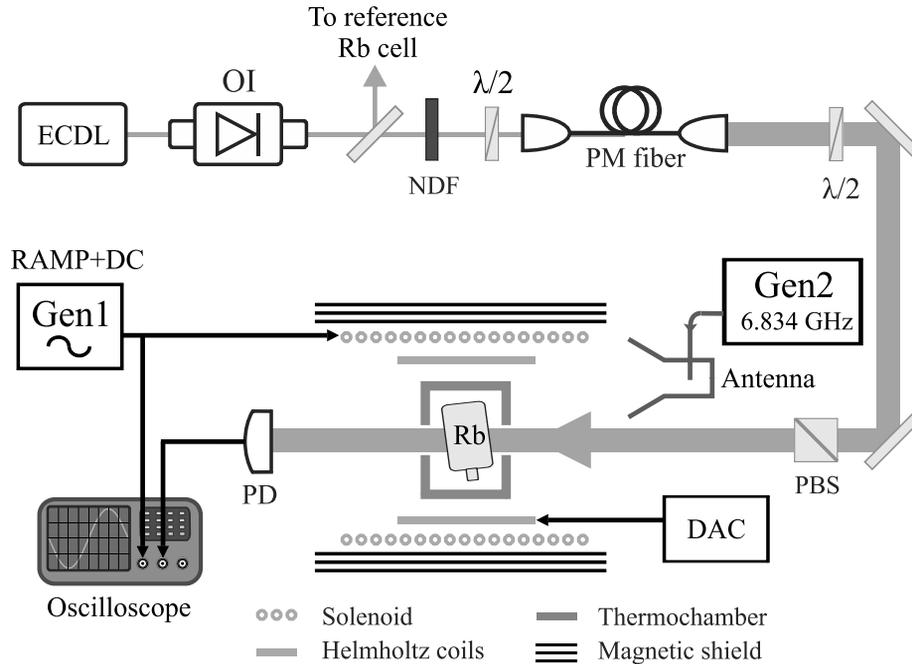


Рис. 6. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки. Пояснения приведены в тексте

уровней основного состояния выравниваются и более не изменяются с дальнейшим ростом  $Q$ . В частности, для максимального значения  $Q$  на рис. 5  $b$  ( $Q = 5 \Gamma$ ) численные расчеты дают следующие значения для населенностей подуровней основного состояния:  $\rho_{11} = \rho_{22} \approx 0.330$ ,  $\rho_{00} \approx 0.339$ , то есть отличие составляет менее 3%.

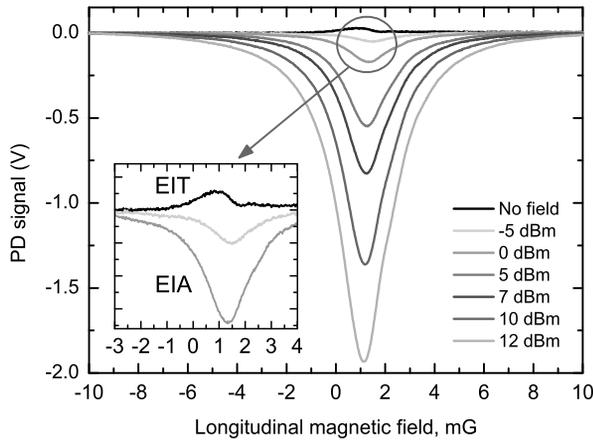
В целом на основе рис. 4 и 5 можно сделать вывод, что приближение скоростных уравнений достаточно хорошо описывает представленные зависимости. Это означает, что в нашем случае эффект ДРОП превалирует над эффектом Ханле при наблюдении магнитооптических резонансов.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТ

На рис. 6 приведена схема экспериментальной установки для наблюдения магнитооптических резонансов, в которой используется лазерный диод EYP-RWE-780 (Eagleyard Photonics) с просветленной выходной гранью и внешним резонатором (ECDL) в геометрии Литтрова [82], настроенный на длину волны  $\approx 795$  нм ( $D_1$ -линия  $^{87}\text{Rb}$ ) с шириной линии генерации менее 1 МГц. Перестройка длины волны излучения осуществляется с помощью дифракционной решетки, перемещаемой по углу посредством низковольтной пьезокерамики. Оптическая частота излучения стабилизируется методом

частотно-модуляционной спектроскопии по дополнительной реперной ячейке, куда отводится часть лазерного пучка, который модулируется на несущей частоте 20 МГц с помощью фазового электрооптического модулятора (ЭОМ). Реперная ячейка содержит пары  $^{87}\text{Rb}$  без буферного газа, поэтому все сверхтонкие компоненты основного и возбужденного состояний спектрально разрешаются, что позволяет привязывать частоту излучения к любому из четырех оптических переходов в  $D_1$  линии с помощью стандартной техники субдоплеровской спектроскопии. Эксперименты проводились при настройке световых волн в резонанс с переходом  $^2S_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow ^2P_{1/2}, F_e = 1$  (см. рис. 1  $a$ ).

Излучение лазера проходит через оптический изолятор Фарадея (OI) для устранения влияния паразитных обратных отражений. Нейтральные фильтры (NDF) позволяют регулировать оптическую мощность. С помощью фазовой полуволновой пластинки ( $\lambda/2$ ) линейная поляризация излучения согласовывается с быстрой осью оптического волокна с сохранением поляризации (PM fiber). После прохождения волокна с помощью линзы коллиматора диаметр пучка увеличивается до  $\approx 5$  мм (по уровню  $1/e^2$ ). Поляризационный светоделительный кубик (PBS) используется в качестве поляризатора для улучшения качества линейной поляризации излучения перед ячейкой.



**Рис. 7.** (Цветной онлайн) Магнитооптический резонанс, наблюдающийся при настройке частоты линейно поляризованной световой волны вблизи перехода  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$  в  $D_1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$  при различных значениях мощности СВЧ генератора: без поля, -5, 0, 5, 7, 10 и 12 дБм, начиная от верхней части рисунка. Мощность световой волны составляет 21 мкВт. Постоянная подложка (фон) на всех графиках устранена. На вставке приведены увеличенные изображения резонансов в отсутствии микроволнового поля (ЭИП), а также при мощности этого поля, равной -5 и 0 дБм (ЭИА)

Ячейка, исследуемая в настоящем эксперименте для наблюдения магнитооптических резонансов и изготовленная из боросиликатного стекла, имеет форму куба с размерами  $5 \times 5 \times 5 \text{ мм}^3$  и содержит изотопически чистые пары  $^{87}\text{Rb}$  с добавлением буферного газа (аргон, давление около 95 Торр). Ячейка нагревается с помощью тонких резистивных нагревательных элементов из металлизированного полиимида, которые приклеены к граням ячейки. Медные дорожки на нагревательных элементах нанесены таким образом, чтобы по соседним дорожкам электрический ток протекал в противоположных направлениях. При этом для нагрева используется переменный ток с частотой 100 кГц. Эти меры позволяют исключить заметное влияние магнитного поля от нагревательных элементов на наблюдаемые магнитооптические резонансы. Кроме нагревательного элемента к корпусу ячейки был приклеен NTC терморезистор с выводами, не содержащими магнитных материалов.

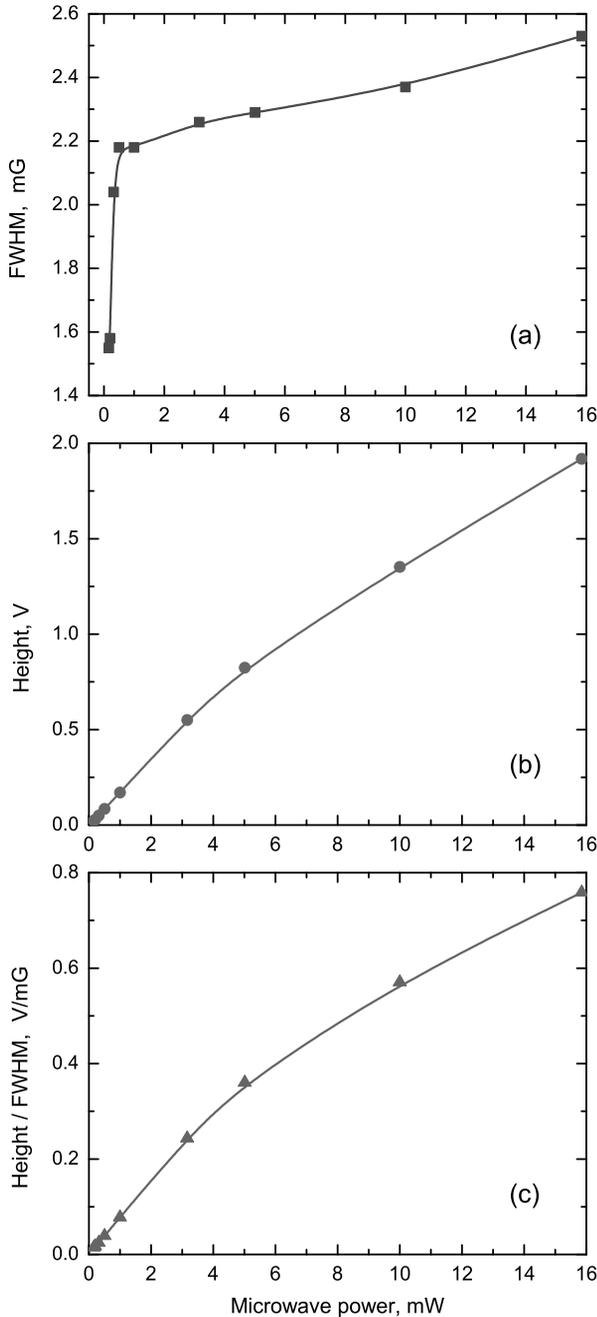
Ячейка помещалась в пластмассовый каркас с двумя парами катушек Гельмгольца, питаемых двухканальным цифровым источником стабильного тока (ДАС) и применяемых для компенсации остаточного поперечного магнитного поля. Каркас помещался в теплоизоляционный кожух, где с помощью

стандартного контроллера температуры поддерживалась температура ячейки около  $60^\circ\text{C}$ . Теплоизоляционный кожух размещался внутри соленоида продольного поля диаметром 70 мм и длиной 310 мм. Для наблюдения резонансов поле соленоида сканировалось с помощью функционального генератора (Gen 1) на частоте 5 Гц. Соленоид и ячейка помещены в двухслойный цилиндрический экран с внешним диаметром 140 мм и длиной 250 мм, изготовленный из пермаллоя толщиной 1.6 мм. Магнитный экран после изготовления был размагничен с использованием вакуумной печи.

Микроволновое поле внутри ячейки формировалось с помощью антенны, функцию которой выполнял стандартный коаксиально-волноводный переход с сечением волновода  $35 \times 15 \text{ мм}$ , размещенный на небольшом расстоянии от торцевой (открытой) части магнитного экрана. Коаксиально-волноводный переход питался СВЧ генератором (Gen 2), выходная мощность которого регулировалась с помощью встроенного ступенчатого аттенюатора. Лазерное излучение на выходе из ячейки регистрировалось с помощью фотоприемника (PD) на основе фотодиода с трансимпедансным усилителем.

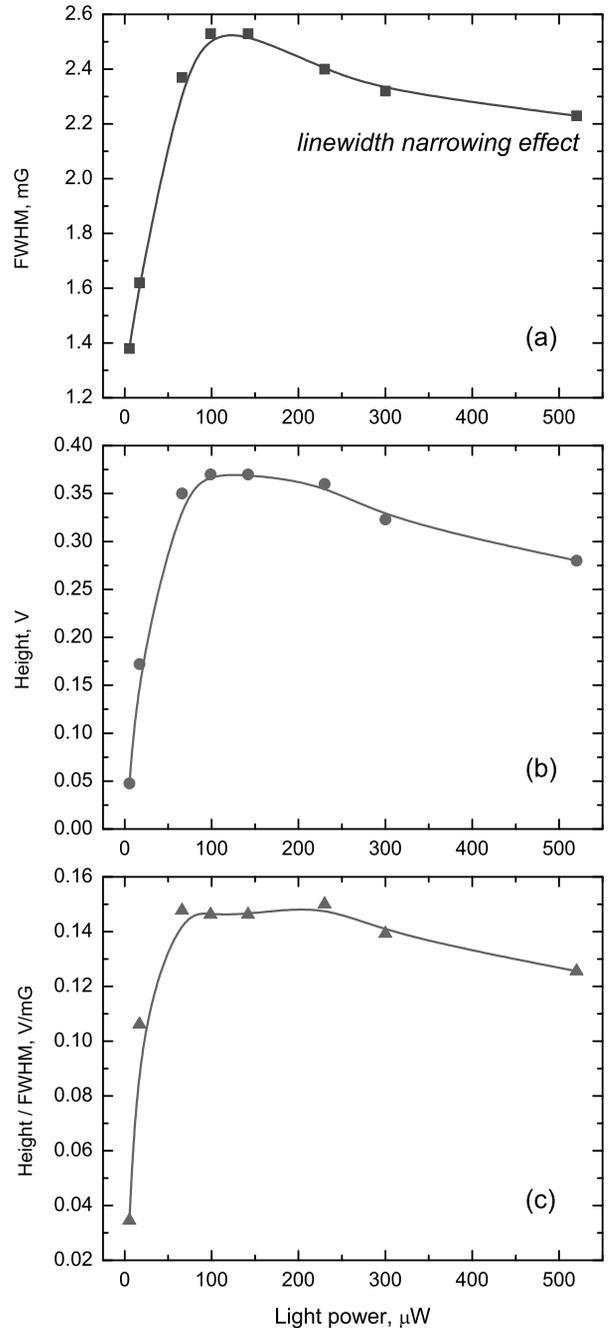
На рис. 7 приведены магнитооптические резонансы при различной мощности СВЧ генератора. Все графики смещены по оси «х» примерно на одну и ту же величину около 1 мГс, что связано с наличием в ячейке остаточного магнитного поля вдоль светового пучка (по этой оси остаточное поле не скомпенсировано). В отсутствие микроволнового излучения наблюдается ЭИП резонанс с крайне малой амплитудой (см. вставку), который связан с остаточным проявлением ЭХОС (как и на рис. 2 b). Знак резонанса меняется, а его амплитуда возрастает в десятки раз при включении микроволнового поля — этот резонанс связан с эффектом ДРОП (см. расчет на рис. 3 b).

Рис. 8 отражает зависимость параметров резонанса от СВЧ мощности (здесь и далее сплошные кривые — это сплайны, проведенные для удобства восприятия экспериментальных данных). В частности, амплитуда и ширина увеличиваются с увеличением мощности СВЧ сигнала, как и в теоретическом расчете на рис. 5. Хотя из сравнения графиков видны отличия в характере роста, например, в теории ширина растет по корневому закону (рис. 5 a), тогда как в эксперименте — более сложным образом: быстрый рост ширины в области малой СВЧ мощности и более плавный рост в области повышенной СВЧ мощности (рис. 8a). Кроме того, в отличие от расчетной кривой для амплитуды резонанса



**Рис. 8.** (Цветной онлайн) Параметры магнитооптического резонанса в зависимости от мощности СВЧ генератора: *a* — полная ширина, *b* — амплитуда, *c* — отношение амплитуда/ширина. Мощность световой волны 21 мкВт

(рис. 5 *b*), которая демонстрирует выход зависимости на «насыщение», в эксперименте амплитуда не достигает насыщения, что может быть следствием недостаточной мощности СВЧ генератора (подобного рода насыщение наблюдалось и ранее для эффекта ДРОР [51]). Параметр амплитуда/ширина может служить характеристикой качества резонанса, опре-



**Рис. 9.** (Цветной онлайн) Параметры магнитооптического резонанса в зависимости от мощности световой волны: *a* — полная ширина, *b* — амплитуда, *c* — отношение амплитуда/ширина. Мощность СВЧ генератора 0 дБм (1 мВт)

деляющей чувствительность измерений магнитного поля с помощью используемой техники. Из рис. 8 *c* следует, что в области использованных нами мощностей СВЧ сигнала этот параметр увеличивается.

Изображенные на рис. 8 зависимости не обладают экстремумами, а возрастают монотонно. На рис. 9, где эти же параметры резонанса приведены в

их зависимости от мощности световой волны, напротив, наблюдаются выраженные экстремумы, определяющие оптимальное значение оптической мощности. Поведение амплитуды резонанса от оптической мощности в нашем эксперименте находится в хорошем качественном согласии с предсказаниями теории (ср. рис. 9 *b* и рис. 4 *b*). Однако между данными эксперимента и расчетами имеются расхождения для поведения ширины резонанса в области малых оптических мощностей (ср. рис. 9 *a* и рис. 4 *a*). Между тем, как и теория, эксперименты также подтверждают наличие эффекта сужения резонанса (начиная с  $\approx 150$  мкВт) вместо ожидаемого полевого уширения, как это обычно происходит в стандартных схемах по наблюдению ДРОР [51].

Выявленные отличия экспериментальных данных и предсказаний теории можно отнести к ограниченности используемой теоретической модели. Действительно, помимо богатой зеэмановской структуры уровней энергии (см. рис. 1 *a*), в реальном атоме под действием микроволнового поля с произвольной поляризацией образуются зеэмановские когерентности не только между подуровнями с магнитными квантовыми числами  $\Delta m_g = 2$ , как было рассмотрено в настоящей работе, но также между соседними магнитными подуровнями, для которых  $\Delta m_g = 1$ . Естественно ожидать, что количественно параметры резонанса будут испытывать изменения в зависимости от поляризации микроволнового излучения. Кроме того, в нашей модели среда предполагается оптически тонкой, чтобы не учитывать изменение интенсивности при распространении через ячейку. Таким образом, более точные расчеты могли бы устранить имеющиеся расхождения. Однако такие расчеты представляют значительно более сложную задачу и выходят за рамки настоящей работы.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано поглощение световой волны в парах  $^{87}\text{Rb}$  с использованием комбинации двух спектроскопических методов: метода Ханле и метода двойного радиооптического резонанса (ДРОР). А именно, линейно поляризованная световая волна возбуждает оптические электро-дипольные переходы в  $D_1$ -линии; для наблюдения резонанса сканируется магнитное поле, направленное параллельно волновому вектору. Помимо оптического поля, на атом действует также микроволновое излучение, резонансное магнито-дипольным переходам между уровнями основного состояния  $F_g = 1$  и  $F_g = 2$ . При пересечении магнитных подуровней (около нулевого

значения магнитного поля) в такой схеме возможно одновременное проявление эффекта Ханле в основном состоянии (ЭХОС) и эффекта ДРОР.

Проведенные исследования показывают, что на формирование магнитооптического резонанса преимущественное влияние оказывает эффект ДРОР, а не эффект Ханле. Это связано с тем, что в ячейке имеется буферный газ такого давления, что сверхтонкое расщепление уровней в возбужденном состоянии атома спектрально не разрешается. Поэтому одновременно возбуждаются два оптических перехода  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$  и  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ . Эти переходы являются переходами «темного» типа [83], т. е. при их селективном возбуждении должны наблюдаться магнитооптические резонансы электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [84], связанные с явлением когерентного пленения населенностей (КПН). Однако в условиях сильного столкновительного уширения оптических переходов ханле-резонансы практически полностью подавлены из-за «конкуренции» ортогональных КПН-состояний, формируемых на уровне  $F_g = 2$  оптическим полем.

В экспериментах в отсутствие микроволнового поля амплитуда магнитооптического резонанса ЭИП, связанного с эффектом Ханле, крайне мала. При включении микроволнового поля амплитуда резко возрастает, а сам резонанс меняет знак — наблюдается электромагнитно-индуцированная абсорбция (ЭИА), связанная с эффектом ДРОР. Теоретические расчеты показывают, что при меньшем давлении буферного газа, когда оптические переходы  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$  и  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$  возбуждаются селективно, эффекты Ханле и ДРОР могли бы конкурировать друг с другом, что привело бы к существенно меньшей амплитуде результирующего резонанса. Таким образом, столкновительное уширение оптических переходов подавляет один эффект (Ханле), позволяя проявиться другому (ДРОР).

Помимо результатов численных расчетов, в настоящей работе были получены аналитические выражения для показателя поглощения световой волны и параметров магнитооптических резонансов. Некоторые зависимости согласуются с теми, что наблюдались ранее в стандартных схемах Ханле и ДРОР. Вместе с тем, был обнаружен и новый нелинейный эффект — светоиндуцированное сужение магнитооптического резонанса. Ранее уже были известны эффекты в газовых ячейках, приводящие к уменьшению ширины различных нелинейных резонансов (см., например, [25, 79], а также обзор [85]). Как показала теория, в нашем случае эффект сужения резонанса связан с открытостью системы

уровней, т. е. с оптической накачкой атомов на уровень энергии, не взаимодействующий с лазерным полем.

Исследованная схема возбуждения магнитооптических резонансов может быть использована в магнитометрии для создания квантовых сенсоров магнитного поля. Также ее можно использовать для измерения неоднородности распределения микроволнового поля в газовой ячейке (см., например, [86, 87]).

**Финансирование.** Экспериментальные работы выполнены при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-52-18004). Теоретические исследования выполнены при поддержке РНФ (грант № 23-12-00195).

## ЛИТЕРАТУРА

1. R. W. Wood and A. Ellett, Proceedings of the Royal Society of London. Series A **103**(722), 396 (1933).
2. W. Hanle, Z. Phys. **30**, 93 (1924).
3. G. Breit, Rev. Mod. Phys. **5**, 91 (1933).
4. G. Breit and I. S. Lowen, Phys. Rev. **46**, 590 (1934).
5. P. A. Franken, Phys. Rev. **121**, 508 (1961).
6. G. W. Series, Proc. Phys. Soc. **89**, 1017 (1966).
7. Д. В. Бражников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, Опт. спектр. **107**, 119 (2009) [D. V. Brazhnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin, Opt. Spectrosc. **107**, 113 (2009)].
8. A. C. G. Mitchell and E. J. Murphy, Phys. Rev. **46**, 53 (1934).
9. Г. В. Маркова, М. П. Чайка, Опт. спектр. **17**, 319 (1964) [G. Markova and M. Chaika, Opt. Spectrosc. **17**, 170 (1964)].
10. P. Anantha Lakshmi and G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **32**, 1643 (1985).
11. В. Т. Показаньев, Г. В. Скромцкий, УФН **107**, 623 (1972) [V. G. Pokozan'ev and G. V. Skrotskii, Sov. Phys. Usp. **15**, 452 (1973)].
12. W. Gawlik, D. Gawlik, and H. Walther, in *The Hanle Effect and Level-Crossing Spectroscopy*, ed. by G. Moruzzi and F. Strumia, Springer, New York (1991).
13. J.-C. Lehmann and C. Cohen-Tannoudji, C. R. Acad. Sci. (Paris) **245**, 4463 (1964).
14. Е. Б. Александров, А. М. Бонч-Бруевич, В. А. Ходовой, Опт. спектр. **23**, 282 (1967) [E. B. Aleksandrov, A. M. Bonch-Bruevich, and V. A. Khodovoi, Opt. Spectrosc. **23**, 151 (1967)].
15. J. Dupont-Roc, S. Haroche, and C. Cohen-Tannoudji, Phys. Lett. A **28**, 638 (1969).
16. A. Kastler, Nucl. Instrum. Methods **110**, 259 (1973).
17. E. Alipieva, S. Gateva, and E. Taskova, Proc. SPIE **5449**, 336 (2004).
18. V. Shah, S. Knappe, P. D. D. Schwindt, and J. Kitching, Nat. Photonics **1**, 649 (2007).
19. S. Gateva et al., J. Optoelectron. Adv. M. **10**, 98 (2008).
20. V. Shah and M. V. Romalis, Phys. Rev. A **80**, 013416 (2009).
21. S. Pradhan et al., Rev. Sci. Instrum. **86**, 063104 (2015).
22. A. Papoyan et al., Appl. Opt. **55**, 892 (2016).
23. R. S. Grewal and M. Pattabiraman, Eur. Phys. J. D **70**, 219 (2016).
24. Y. Liu, X. Peng, H. Wang et al., Opt. Lett. **47**, 5252 (2022).
25. D. V. Brazhnikov et al., Phys. Rev. A **106**, 013113 (2022).
26. А. О. Макаров, Д. В. Бражников, А. Н. Гончаров, Письма в ЖЭТФ **117**, 509 (2023).
27. O. Alem et al., Phys. Med. Biol. **60**, 4797 (2015).
28. E. J. Pratt et al., Proc. SPIE **11700**, 1170032 (2021).
29. A. Fabricant et al., Sci. Rep. **11**, 1438 (2021).
30. E. Pflieger et al., Opt. Commun. **99**, 303 (1993).

31. N. Castagna and A. Weis, *Phys. Rev. A* **84**, 053421 (2011).
32. E. Breschi and A. Weis, *Phys. Rev. A* **86**, 053427 (2012).
33. С. А. Зибров, Я. О. Дудин, А. Г. Раднаев и др., *Письма в ЖЭТФ* **85**, 515-519 (2007) [S. A. Zibrov, Ya. O. Dudin, A. G. Radnaev et al., *JETP Lett.* **85**, 417 (2007)].
34. Д. В. Бражников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин и др., *Письма в ЖЭТФ* **91**, 694 (2010) [D. V. Brazhnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin et al., *JETP Lett.* **91**, 625 (2010)].
35. D. V. Brazhnikov et al., *Eur. Phys. J. D* **63**, 315 (2011).
36. I. S. Radojčić, M. Radonjić, M. M. Lekić et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **32**, 426 (2015).
37. D. V. Brazhnikov, S. M. Ignatovich, V. I. Vishnyakov et al., *Laser Phys. Lett.* **15**, 025701 (2018).
38. D. V. Brazhnikov, S. M. Ignatovich, A. S. Novokreshchenov, and M. N. Skvortsov, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **52**, 215002 (2019).
39. G. Le Gal, G. Lieb, F. Beato et al., *Phys. Rev. Appl.* **12**, 064010 (2019).
40. D. V. Brazhnikov, V. I. Vishnyakov, S. M. Ignatovich et al., *Appl. Phys. Lett.* **119**, 024001 (2021).
41. Shengran Su, Zhenyuan Xu, Xiang He et al., *Sensors* **23**, 3148 (2023).
42. K. Nasyrov, S. Cartaleva, N. Petrov et al., *Phys. Rev. A* **74**, 013811 (2006).
43. Д. В. Бражников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин и др., *Письма в ЖЭТФ* **83**, 71 (2006) [D. V. Brazhnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin et al., *JETP Lett.* **83**, 64 (2006)].
44. R. S. Grewal and M. Pattabiraman, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **48**, 085501 (2015).
45. G. Le Gal, L.-L. Rouve, and A. Palacios-Laloy, *Appl. Phys. Lett.* **118**, 254001 (2021).
46. D. Budker, W. Gawlik, D. F. Kimball et al., *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1153 (2002).
47. Y.-Y. Jau, A. B. Post, N. N. Kuzma et al., *Phys. Rev. Lett.* **92**, 110801 (2004).
48. Е. Б. Александров, А. К. Вершовский, *УФН* **179**, 605 (2009) [E. B. Aleksandrov, A. K. Vershovskii, *Phys. Usp.* **52**, 573 (2009)].
49. T. Thiele, Y. Lin, M. O. Brown, and C. A. Regal, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 153202 (2018).
50. J. Vanier and C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilger, Bristol and Philadelphia (1989).
51. J. Vanier and C. Mandache, *Appl. Phys. B* **87**, 565 (2007).
52. J. Camparo, *Phys. Today* **60**, 33 (2007).
53. E. Batori, C. Affolderbach, M. Pellaton et al., *Phys. Rev. Applied* **18**, 054039 (2022).
54. A. Kastler, *J. Phys. Rad.* **11**, 255 (1950).
55. W. Happer, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 169 (1972).
56. M. Gharavipour, C. Affolderbach, S. Kang et al., *J. Phys. Conf. Ser.* **723**, 012006 (2016).
57. A. Litvinov, G. Kazakov, B. Matisov, and I. Mazets, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **41**, 125401 (2008).
58. Z. Hu, J. Deng, Y. Ma et al., *Chin. Phys. B* **19**, 074209 (2010).
59. Y. Ma, J. Deng, Z. Hu et al., *Chin. Opt. Lett.* **11**, 022701 (2013).
60. A. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, *Nuovo Cimento B* **36**, 5 (1976).
61. Y. Dancheva, G. Alzetta, S. Cartaleva et al., *Opt. Commun.* **178**, 103 (2000).
62. S. G. Rautian and A. M. Shalagin, *Kinetic Problems of Nonlinear Spectroscopy*, North-Holland, Amsterdam (1991).
63. U. Volz and H. Schmoranzner, *Phys. Scripta* **1996**, 48 (1996).
64. B. J. Dalton and P. L. Knight, *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **15**, 3997 (1982).
65. S. Mukamel, *Principals of Nonlinear Optical Spectroscopy*, Oxford University Press, New York (1995).

66. И. И. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров*, Наука, Москва (1977) [I. I. Sobel'man, *Introduction to the Theory of Atomic Spectra*, Pergamon Press, New York (1972)].
67. G. Alzetta et al., *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **3**, 181 (2001).
68. F. Renzoni, A. Lindner, and E. Arimondo, *Phys. Rev. A* **60**, 450 (1999).
69. G. P. Barwood, P. Gill, and W. R. C. Rowley, *Appl. Phys. B* **53**, 142 (1991).
70. G. A. Pitz, A. J. Sandoval, T. B. Tafoya et al., *J. Quant. Spectrosc. Ra.* **140** 18 (2014).
71. F. A. Franz, *Phys. Rev.* **139**, A603 (1965).
72. R. E. Slocum and B. I. Marton, *IEEE T. Magn.* **Mag-9**, 221 (1973).
73. S. Gozzini, L. Marmugi, A. Lucchesini et al., *Phys. Rev. A* **84**, 013812 (2011).
74. E. Arimondo, *Prog. Opt.* **35**, 257 (1996).
75. R. Wynands and A. Nagel, *Appl. Phys. B* **68**, 1 (1999).
76. S. Knappe, R. Wynands, J. Kitching et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **18**, 1545 (2001).
77. M. Pellaton, C. Affolderbach, G. Mileti et al., *IEEE Proceedings of European Frequency and Time Forum (EFTF)*, Neuchatel, Switzerland, June 22 — 26, 2014, pp. 554-557. DOI: 10.1109/EFTF.2014.7331561.
78. В. В. Васильев, В. Л. Величанский, С. А. Зибров и др., *ЖЭТФ* **139**, 883 (2011) [V. V. Vasil'ev, V. L. Velichanskii, S. A. Zibrov et al., *J. Exp. Theor. Phys.* **112**, 770 (2011)].
79. S. Gateva, E. Alipieva, and E. Taskova, *Phys. Rev. A* **72**, 025805 (2005).
80. S. Appelt, A. Ben-Amar Baranga, A. R. Young, and W. Happer, *Phys. Rev. A* **59**, 2078 (1999).
81. A. Risley, S. Jarvis Jr., and J. Vanier, *J. Appl. Phys.* **51**, 4571 (1980).
82. F. J. Duarte, in *Tunable Lasers Handbook*, edited by F. J. Duarte, Academic Press Inc., London (1995).
83. Д. Б. Лазебный и др., *ЖЭТФ* **148**, 1068 (2015) [D. B. Lazebnyi et al., *J. Exp. Theor. Phys.* **121**, 934 (2015)].
84. M. Auzinsh, R. Ferber, F. Gahbauer et al., *Phys. Rev. A* **78**, 013417 (2008).
85. Y. Xiao, *Mod. Phys. Lett. B* **23**(5), 661 (2009).
86. A. Horsley, G.-X. Du, M. Pellaton et al., *Phys. Rev. A* **88**, 063407 (2013).
87. C. Affolderbach, G.-X. Du, T. Bandi et al., *IEEE T. Instrum. Meas.* **64**, 3629 (2015).

Главный редактор *А. И. СМЕРНОВ*

**Редколлегия:**

д-р физ.-мат. наук С. О. АЛЕКСЕЕВ, канд. физ.-мат. наук Ю. С. БАРАШ,  
д-р физ.-мат. наук И. Г. ЗУБАРЕВ,  
д-р физ.-мат. наук Е. И. КАЦ (зам. гл. редактора, представительство ЖЭТФ во Франции),  
д-р физ.-мат. наук В. П. КРАЙНОВ, д-р физ.-мат. наук А. С. МЕЛЬНИКОВ  
д-р физ.-мат. наук М. С. ПШИРКОВ акад. М. В. САДОВСКИЙ,  
канд. физ.-мат. наук С. С. СОСИН, член-корр. РАН С. В. ТРОИЦКИЙ (зам. гл. редактора),  
д-р физ.-мат. наук А. В. ФИЛИППОВ, член-корр. РАН И. А. ФОМИН (зам. гл. редактора),

**Редакционный совет:**

член-корр. РАН В. В. ЛЕБЕДЕВ, д-р физ.-мат. наук В. С. ПОПОВ

Зав. редакцией Н. Г. Церевитинова  
Редакторы: Л. Б. Кульчицкая, Т. Г. Орехова, Т. Н. Смирнова