

# ТЕРАГЕРЦЕВАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ С ВРЕМЕННЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ (THz–TDS) СВЕТОДИОДНЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУР С ТРЕМЯ И ПЯТЬЮ КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$

Е. Р. Бурмистров\*, Л. П. Авакянц\*\*

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
119234, Москва, Россия

Поступила в редакцию 29 ноября 2022 г.,  
после переработки 17 декабря 2022 г.  
Принята к публикации 21 декабря 2022 г.

Методом терагерцевой спектроскопии с временным разрешением (THz–TDS) зарегистрированы резонансные частоты плазмонных осцилляций, возбуждаемые в гетероструктурах со множественными квантовыми ямами  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  лазерными импульсами длительностью 130 фс в диапазоне температур от 90 до 170 К. Быстрое преобразование Фурье временных форм терагерцевых импульсов позволило получить частотные спектры мощности и фазового сдвига терагерцевого излучения, интерпретация которых дала возможность оценить время релаксации квазиимпульса ( $\tau = 10^{-12}$  с), подвижность ( $\mu = 4 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ) и эффективную массу ( $m^* = 0.45m$ ) основных носителей заряда в исследованных гетероструктурах. На основании частотных спектров мощности и фазового сдвига терагерцевого излучения были получены температурные зависимости эффективной массы и времени релаксации квазиимпульса двумерного электронного газа (2DEG). Значение подвижности 2DEG, полученное методом THz–TDS, хорошо согласуется с данными холловских измерений.

DOI: 10.31857/S0044451023050061  
EDN: BDSFKN

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Метод терагерцевой спектроскопии с временным разрешением (THz–TDS) основан на генерации терагерцевых импульсов и детектировании их временных форм световыми импульсами фемтосекундной длительности [1]. Непосредственное измерение временных форм терагерцевых импульсов позволяет извлекать информацию о фазовом сдвиге терагерцевого излучения, что, в свою очередь, открывает возможности для исследований механизмов релаксации с участием носителей заряда.

Метод THz–TDS показал эффективность при изучении систем в условиях низких (5–10 К) температур и с низкой ( $10^{11}$ – $10^{13} \text{ см}^{-3}$ ) электронной плотностью, таких, например, как плазма разряда He [2, 3]. В работах [4, 5] метод THz–TDS исполь-

зовался для исследований проводимости, подвижности и плотности носителей заряда в поликристаллах  $\text{CuInSe}_2$  и в полупроводниковых соединениях  $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$  при  $T = 7 \text{ К}$ . В сочетании с теорией функционала плотности метод THz–TDS применялся для изучения проводящих свойств топологических изоляторов и сверхпроводников [6]. Таким образом, возможности THz–TDS дополняют широко используемые методы ИК-спектроскопии, комбинационного рассеяния и расширяют исследуемый диапазон частот.

При генерации терагерцевого излучения в гетероструктурах со множественными квантовыми ямами (МКЯ)  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  одновременно с фотолюминесценцией авторами работы [7, 8] установлена зависимость между выходной мощностью терагерцевого излучения и числом КЯ в активной области. Согласно представленным в [7, 8] результатам увеличение числа КЯ и концентрации In приводит к усилению выходной мощности терагерцевого излучения. В сочетании с фотовозбуждением метод THz–TDS использовался для определения типа

\* E-mail: eugeni.conovaloff@yandex.ru

\*\* E-mail: avakyants@physics.msu.ru

проводимости, диффузионной длины электронов и дырок и динамики излучательной рекомбинации в гетероструктурах [9–11].

В работе [12] исследовалось взаимодействие терагерцевого излучения с гетероструктурами AlGaN/GaN. Показано, что при поглощении терагерцевых импульсов в гетероструктурах AlGaN/GaN возникают двумерные (2D) плазмонные осцилляции с характерными резонансными частотами в диапазоне 0.5–3.5 ТГц. При регистрации временных форм терагерцевых импульсов методом THz-TDs в диапазоне температур 80–300 К было обнаружено красное смещение плазмонной резонансной частоты. Авторы связывают наблюдаемый эффект с температурной перенормировкой эффективной массы основных носителей заряда в одиночной КЯ AlGaN/GaN [13].

В данной работе в качестве источников терагерцевого излучения используются гетероструктуры InGaN/AlGaN/GaN со встроенными пьезоэлектрическими полями, напряженность которых может достигать 3 МВ/см [8, 14]. Гетероструктуры со МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  преобразуют фемтосекундные оптические импульсы в терагерцевые электромагнитные волны [15].

Исследования проводящих свойств гетероструктур InGaN/AlGaN/GaN являются актуальными в связи с их широким практическим использованием [16, 17]. Например, УФ-светодиоды на основе гетероструктур InGaN/AlGaN/GaN обладают 40-процентной эффективностью излучения [18–20]. Однако выходная мощность и эффективность излучения приборов микро- и оптоэлектроники на основе гетероструктур InGaN/AlGaN/GaN определяются подвижностью двумерного электронного газа (2DEG) во МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ .

Целью данной работы является определение методом THz-TDs времени релаксации квазиимпульса, подвижности и эффективной массы основных носителей заряда в гетероструктурах со МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ , широко используемых в настоящее время в светодиодах синего и зеленого диапазонов излучения.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОБРАЗЦЫ ГЕТЕРОСТРУКТУР InGaN/AlGaN/GaN

Объектом исследования является типичная для светодиодных гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  в активной области слоевая структура (рис. 1). Исследовались промышленные образцы гетероструктур InGaN/AlGaN/GaN, выращенные методом газовой фазной эпитаксии (ГФЭ).

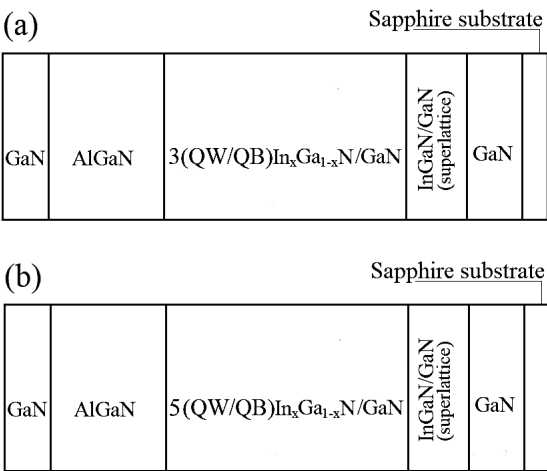


Рис. 1. Слоевая структура образцов с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  в активной области

Для гетероструктур InGaN/AlGaN/GaN на подложке  $\text{Al}_2\text{O}_3$  площадью 0.4 мм<sup>2</sup> и толщиной 430 мкм в направлении [0001] первым наращивался затравочный низкотемпературный слой GaN толщиной 5 мкм, предназначенный для уменьшения рассогласования постоянных кристаллических решеток между формируемыми слоями. Для улучшения структурного качества полупроводника и снижения плотности дислокаций в слоях гетероструктуры формировалась буферная сглаживающая сверхрешетка InGaN/GaN (20 периодов квантовая яма/квантовый барьер (КЯ/КБ) с толщинами 2/2 нм). Активная область гетероструктур состоит из трех и пяти КЯ/КБ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  с толщинами 2.5/15 нм и 3/12 нм. Далее формировался слой AlGaN толщиной 20 нм и слой GaN толщиной 110 нм. Ширина запрещенной зоны и мольная доля индия определялись с помощью методики фототоковой спектроскопии, как это описывается в работе [21]. Основные параметры исследуемых образцов представлены в табл. 1.

Таблица 1. Параметры образцов гетероструктур InGaN/AlGaN/GaN

| $N$ | КЯ/КБ, нм | $S$ , мм <sup>2</sup> | $x_{\text{In}}$ | $E_g$ , эВ |
|-----|-----------|-----------------------|-----------------|------------|
| 3   | 2.5/15    | 0.4                   | 0.22            | 2.6        |
| 5   | 3/12      | 0.4                   | 0.24            | 2.6        |

В таблице 1 приняты обозначения:  $N$  — число КЯ,  $S$  — площадь поверхности кристалла,  $E_g$  — ширина запрещенной зоны  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}$ ,  $x_{\text{In}}$  — мольная доля индия.

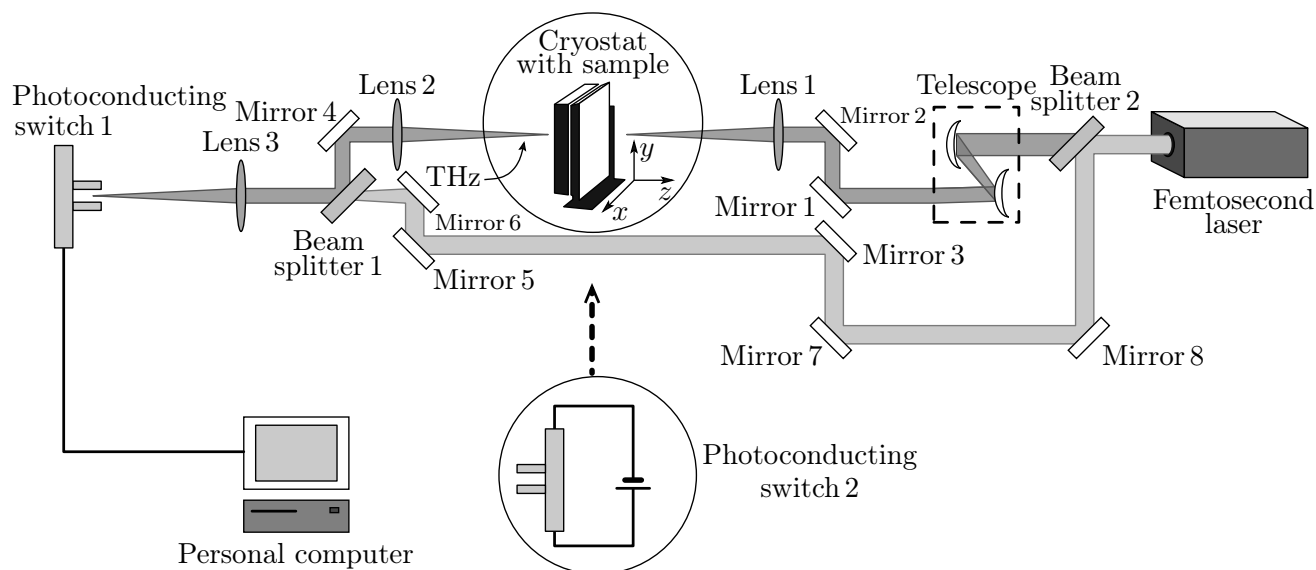


Рис. 2. Схема экспериментальной установки для генерации терагерцевых импульсов и детектирования их временных форм

В серийном производстве готовых светодиодных устройств на основе МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  используется рост вдоль полярного направления  $[0001]$  гексагонального GaN. В результате пьезоэлектрической и спонтанной поляризации в активной области гетероструктур  $\text{InGaN}/\text{AlGaIn}/\text{GaN}$  формируются пьезоэлектрические поля с напряженностью порядка единиц МВ/см. Обычно для оценки напряженности пьезоэлектрических полей исследуется зависимость энергии перехода между основными (невозбужденными) уровнями в КЯ валентной зоны и зоны проводимости от внешнего электрического поля. В основе такого подхода лежит квантово-размерный эффект Штарка (QCSE).

Основываясь на результатах, полученных методом фототоковой спектроскопии (PCS), можно считать, что:

1. распределение встроенных электрических полей в исследуемых гетероструктурах  $\text{InGaN}/\text{AlGaIn}/\text{GaN}$  является однородным;
2. деформационными сдвигами в активном слое гетероструктур  $\text{InGaN}/\text{AlGaIn}/\text{GaN}$  можно пренебречь. Измеряемая с помощью ячейки Голея мощность выходного терагерцевого излучения для гетероструктур с тремя и пятью КЯ составила 3 мкВт и 8 мкВт. Следовательно, исследуемые образцы соответствуют области прозрачности терагерцевого излучения, а конверсия мощности фемтосекундного импульса в мощность терагерцевого составляет соответственно 0.005% и 0.014%.

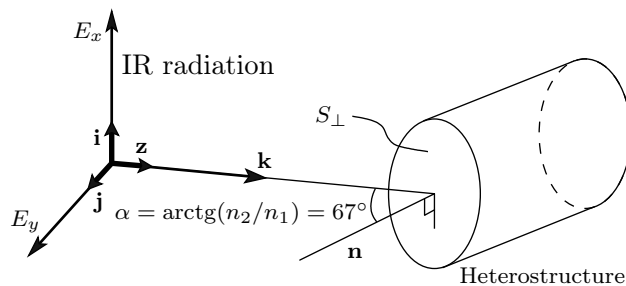
### 3. МЕТОДИКА ГЕНЕРАЦИИ ТЕРАГЕРЦЕВЫХ ИМПУЛЬСОВ И ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ИХ ВРЕМЕННЫХ ФОРМ

В данной работе предложена методика регистрации частотных спектров мощности и фазового сдвига терагерцевого излучения, в основе которой заложен механизм возбуждения плазменных осцилляций в гетероструктурах со МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  оптическими импульсами фемтосекундной длительности. Измерения проводились на установке, схема которой приведена на рис. 2.

В схеме (рис. 2) источником излучения является Ti: сапфировый лазер с временным окном импульсов 130 фс на длине волны 800 нм (ИК-излучение) со средней выходной мощностью 57 мВт и с частотой следования импульсов 60 МГц. Регистрация временных форм терагерцевых импульсов осуществлялась в геометрии на прохождение. Излучение Ti: сапфирового лазера диаметром пучка 1.8 мм с помощью делителя пучка разделялось на пучок накачки и пробный пучок (референс) (рис. 2). Пучок накачки использовался в канале генерации терагерцевых импульсов. Референс использовался в когерентной схеме детектирования для управления детектором, чувствительным к электрическому полю терагерцевых импульсов. Предварительно проводилась юстировка оптического и терагерцевого путей излучения.

В исследованных гетероструктурах  $\text{InGaN}/\text{AlGaIn}/\text{GaN}$  уровень Ферми поверхностного состояния отличается от объемного уровня

Ферми. Следовательно, вблизи поверхности граница запрещенной зоны искривляется. В области искривления формируются встроенные электрические поля, которые приводят к перераспределению электронной плотности в глубь полупроводника. Поскольку Ti:сапфировый лазер настроен на длину волны 800 нм, используемый квант света имеет энергию 1.55 эВ. Ширина запрещенной зоны в области КЯ InGaN равна 2.6 эВ. Следовательно, в результате двухфотонного поглощения фемтосекундных лазерных импульсов в КЯ InGaN возникают пространственно разделенные электроны и «дырки». Под действием встроенного пьезоэлектрического поля электрон-дырочная пара становится поляризованной. Это ведет к генерации переменного во времени дипольного момента в системе, который, в свою очередь, приводит к излучению терагерцевых электромагнитных волн.



**Рис. 3.** Схема геометрии эксперимента, где  $n_1$  — показатель преломления среды, из которой ИК-излучение падает на поверхность гетероструктуры,  $n_2$  — показатель преломления GaN,  $\alpha$  — угол Брюстера для гетероструктуры InGaN/AlGaIn/GaN,  $k$  — волновой вектор ИК-излучения,  $n$  — нормаль к поверхности,  $E_x, E_y$  — компоненты напряженности электрического поля ИК-излучения

Поскольку размер пятна ИК-излучения на поверхности гетероструктуры больше длины волны ИК-излучения, необходимо учитывать интерференцию от элементарных источников в поперечном сечении пятна, приводящую к модуляции результирующей диаграммы. Максимальная мощность генерации терагерцевого излучения наблюдается в том случае, если колебания элементарных источников складываются в фазе вдоль направления излучения элементарного диполя, т. е. вдоль касательной к поверхности гетероструктуры. Поэтому пучок накачки с  $P$ -поляризацией электрического поля падал под углом Брюстера на поверхность гетероструктуры (рис. 3). При падении под углом Брюстера ИК-излучение с  $P$ -поляризацией электрического поля проходит максимально эффективно через образец без отражения. На выходе из образца расходящееся те-

рагерцевое излучение фокусировалось кремниевой линзой 2, зеркалом 4 и направлялось в детектор.

Чтобы отделить дипольный отклик 2DEG от колебаний различной физической природы, возникающих в результате генерации терагерцевого излучения, проводилось временное стробирование терагерцевых импульсов. В целях селективного выделения их временных участков и регистрации временной зависимости их электрического поля использовались временные окна (или стробы). Чем больше временное окно, тем более высокие частоты можно детектировать.

Путем регулирования времени задержки между референсом и импульсом накачки была подобрана ширина временного окна [22]. Во временном окне регистрировались импульсы, соответствующие дипольному отклику 2DEG и подавлялись остальные импульсы. При использовании временных окон импульсный отклик среды умножался на функцию окна. В частотной области это соответствует свертке функции импульсного отклика на спектр окна.

Терагерцевый и оптические импульсы (импульс накачки и референс) являются репликами одного и того же фемтосекундного импульса. Следовательно, терагерцевый импульс и референс связаны друг с другом по фазе и эта связь остается постоянной во времени. Длительность импульса накачки (130 фс) меньше периода терагерцевого импульса. Поэтому референс взаимодействует на детекторе с одним и тем же временным участком терагерцевого импульса.

Стробирование детектора во временной области осуществлялось с помощью оптической системы задержки, состоящей из зеркал 7, 8 с регулируемым расстоянием между ними. За счет изменения расстояния между зеркалами 7 и 8 регулировалось время прихода референса на детектор относительно терагерцевого импульса. Это позволило детектировать разные участки терагерцевого импульса с временным разрешением, равным длительности референса. Шаг перемещения составил 17 фс (5 мкм).

Терагерцевые импульсы детектировались с помощью фотопроводящей антенны (ФП1), состоящей из двух металлических электродов, расположенных на полупроводниковой изолирующей подложке с рабочей поверхностью  $30 \times 40 \text{ мкм}^2$  из низкотемпературного GaAs толщиной 3 мкм, и выращенной методом ГФЭ при температуре 3000 °С. Электроды ФП1 подключались к измерителю тока. Электрический ток  $J$ , пропорциональный амплитуде электрического поля терагерцевых импульсов, создавался фото-

возбужденными носителями заряда, движущимися в электрическом поле

$$J = \langle N \rangle e \mu E(\tau), \quad (1)$$

где  $\langle N \rangle$  — среднее значение концентрации фотовозбужденных носителей,  $\tau$  — регулируемое время задержки референса относительно импульса накачки.

В настоящей работе регистрировались две временные формы электрического поля терагерцевых импульсов  $E_{on}(t)$  и  $E_{off}(t)$ . Временные формы  $E_{on}(t)$  детектировались с помощью референса, время прихода которого регулировалось оптической системой задержки (рис. 2). Для регистрации временной зависимости  $E_{off}(t)$  использовались две фотопроводящие антенны. Одна из них (ФП1) применялась в качестве детектора терагерцевых импульсов. Другая (ФП2) использовалась вместо криостата с образцами для преобразования подаваемых на нее фемтосекундных импульсов в терагерцевые (рис. 2). Electroды ФП2 были подключены к источнику питания. Сгенерированные на ФП2 терагерцевые импульсы поступали на ФП1. Путем обработки соответствующих временных форм методом быстрого преобразования Фурье (БПФ) осуществлялся переход из временного представления в частотное. Визуализация терагерцевых спектров эмиссии и их обработка проводились с помощью персонального компьютера.

#### 4. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Пусть временная зависимость электрического поля фемтосекундного ИК-импульса длительностью  $\tau$  описывается функцией  $E_{opt}(t)$ , а его интенсивность функцией  $I_{opt}(t)$  (рис. 4).

Пусть функция  $G(t)$  характеризует фазовую модуляцию фемтосекундного ИК-импульса вследствие его прохождения через образец толщиной  $h$ . Тогда сигнал на детекторе  $N(t')$  можно представить в виде свертки двух функций, одна из которых,  $K_{THz}(t)$ , соответствует электрическому полю терагерцевых импульсов:

$$N(t') = I_{opt}(t) \otimes K_{THz}(t'). \quad (2)$$

Учесть фазовую модуляцию, вызванную временной задержкой терагерцевого импульса в образце, можно, интегрально связав  $K_{THz}(t)$  с функцией электрического поля ИК-излучения

$$K_{THz}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(t-t') E_{opt}(t') dt'. \quad (3)$$

Осуществить переход из временного представления в частотное можно с помощью БПФ. В данном слу-

чае свертка функций представляется в виде произведения фурье-образов

$$K_{THz}(\omega) = G(\omega) E_{opt}(\omega). \quad (4)$$

В уравнении (4)  $G(\omega)$  является комплексно значащей функцией передачи модуляции. Физический смысл модуляции монохроматического излучения имеет  $\text{Re}[G(\omega)]$ .

В методе THz-TDs результирующий спектр является наложением фурье-образов терагерцевого импульса и референса:

$$G(\omega) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{THz}(t) \exp(-i\omega t) dt}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{opt}(t) \exp(-i\omega t) dt} = \frac{K_{THz}(\omega)}{E_{opt}(\omega)}. \quad (5)$$

Сдвиг во времени двух терагерцевых импульсов друг относительно друга на величину  $\Delta t$  за счет конечного времени релаксации 2DEG во МКЯ приводит к сдвигу фазы одного из них, который можно учесть следующим образом:

$$K_{THz}(\omega) \exp(-i\omega \Delta t) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{THz}(t - \Delta t) \times \exp(-i\omega t) dt. \quad (6)$$

Как уже говорилось, длительность оптического импульса меньше терагерцевого. Следовательно, функцию  $I_{opt}(t)$  можно аппроксимировать с помощью дельта-функции  $\delta(t)$ . Уравнение (2) приобретает вид

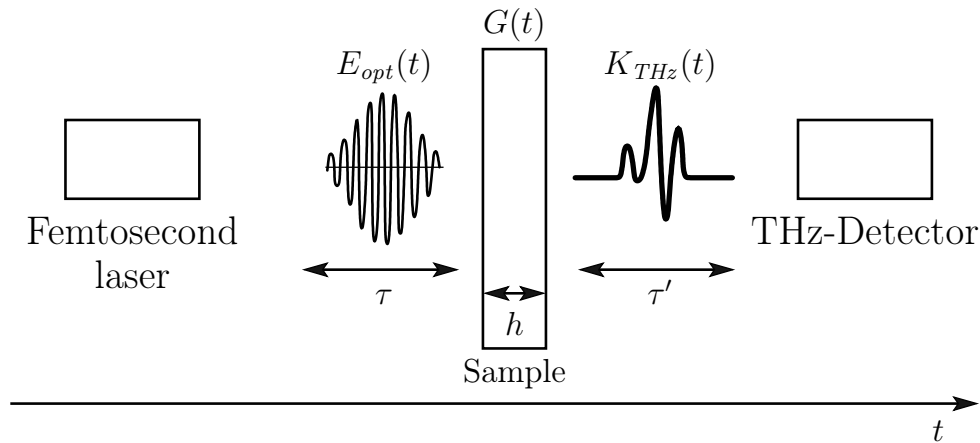
$$N(t') = I_{opt}(t) \otimes K_{THz}(t') \approx \delta(t) \otimes K_{THz}(t') = K_{THz}(t'). \quad (7)$$

Последнее означает, что регистрировать временную форму терагерцевого импульса можно только тогда, когда он одновременно взаимодействует с референсом на детекторе. Следовательно, методом THz-TDs можно регистрировать фазовый сдвиг, мощность и электрическое поле терагерцевых импульсов как функции времени.

Переход из временного представления временных форм терагерцевых импульсов в частотное осуществлялся с применением аппарата БПФ. Это дало возможность разложить временные формы терагерцевых импульсов на отдельные фурье-гармоники [22]:

$$E_{off, on}(f) = |E_{off, on}(f)| \exp(i\phi_{off, on}(f)). \quad (8)$$

БПФ временной зависимости  $E_{on}(t)$  позволило выявить минимумы, соответствующие резонансным частотам 2D-плазмонных осцилляций.



**Рис. 4.** Схема, поясняющая механизм образования 2D-плазмонных осцилляций, возбуждаемых в гетероструктурах со МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ . Показана временная шкала, указывающая направление распространения оптического и терагерцевого импульсов

Для характеристики терагерцевых спектров эмиссии оценивались такие параметры, как спектральная мощность  $P_i(f) = |E_{on}(f)|^2 / |E_{off}(f)|^2$  и фазовый сдвиг  $\Phi_i(f) = \phi_{on}(f) - \phi_{off}(f)$ . Методом разворачивания фазы определялась полная фаза  $\Phi_i(f)$ , соответствующая числу периодов, укладываемых в пределах разности хода длин волн падающего и прошедшего через криостат с образцом излучения. Для этого к каждому значению фазы в пределах первого периода прибавлялся множитель  $2\pi$ . Заранее учитывалось, что скачки фазы отсутствуют в точках перехода через период. Значение разности хода длин волн было установлено в ходе эксперимента.

Для моделирования частотной зависимости  $E_{on}(f)$  проводилось разложение в ряд Фурье с вычисленными по формуле (8) фурье-компонентами частотной зависимости  $E_{off}(f)$  и с комплексной функцией передачи  $F(f)$

$$E_{sim}(f) = F(0)E_{off}(0) + \sum_k F(f_k)E_{off}(f_k) \times \exp(2\pi i f_k t), \quad (9)$$

где  $F(f_k)$  была найдена путем решения уравнений Максвелла в гидродинамической модели высокочастотных свойств 2DEG как отклик среды на плоскую волну с частотой  $f$ ,  $f_k = k/\Delta t$ ,  $k = 1, 2, \dots$  и  $\Delta t$  — временное окно ИК-импульсов. Функция  $F(f_k)$  зависит от диэлектрического окружения 2DEG. В процессе нахождения  $F(f_k)$  барьерный слой GaN и подложка  $\text{Al}_2\text{O}_3$  моделировались как два разных слоя с комплексными диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_d$  и  $\epsilon_s$ . В выражениях для  $\epsilon_d$  и  $\epsilon_s$  учитывались компоненты  $\text{Im}[\epsilon_d]$  и  $\text{Im}[\epsilon_s]$ , которые отвечают за потери

энергии в плоскопараллельных слоях гетероструктуры.

Для рассматриваемых плазмонных структур резонансные частоты оценивались из закона дисперсии стролируемых 2D-плазмонов [23, 24]

$$f_{g,n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_{2DEG} |\mathbf{q}_n|}{m^* \epsilon_0 (\epsilon_s + \epsilon_d \cdot \text{cth}(d_{2DEG} |\mathbf{q}_n|))}}, \quad (10)$$

где  $|\mathbf{q}_n| = 2\pi n/P$ ,  $n = 1, 2, \dots, P$  — период активной области ( $P = 17.5 \text{ нм}$  и  $P = 15 \text{ нм}$  в случае гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ ),  $\epsilon_s = 10.6 + i\alpha$  — диэлектрическая проницаемость подложки,  $\epsilon_d = 9.5 + i\beta$  — диэлектрическая проницаемость барьера,  $m^*$  — эффективная масса, определяемая с помощью формулы (10),  $\epsilon_0$  — диэлектрическая постоянная,  $d_{2DEG}$  — глубина залегания 2DEG (для гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $d_{2DEG} = 36 \text{ нм}$  и  $d_{2DEG} = 28 \text{ нм}$ ). В мнимых частях комплексных диэлектрических проницаемостей введены подгоночные параметры  $\alpha = 2000$ ,  $\beta = 1300$ , которые позволили учесть радиационные потери в подложке и в области барьеров активного слоя гетероструктур. Значения подгоночных параметров подбирались в целях наилучшего соответствия смоделированного сигнала  $E_{sim}(t)$  с данными измерений в процессе нахождения функции  $F(f_k)$ . Для спектрального диапазона, лежащего ниже частоты первого плазмонного резонанса  $f < f_{g,1}$ , учитывалось, что  $\epsilon_s$  и  $\epsilon_d$  являются бездисперсионными с постоянными значениями соответственно 10.6 и 9.5.

Подстановка в формулу (10) значений резонансных частот позволила оценить эффективную массу  $m^*$  основных носителей заряда. На основании значений времени релаксации квазиимпульса  $\tau$

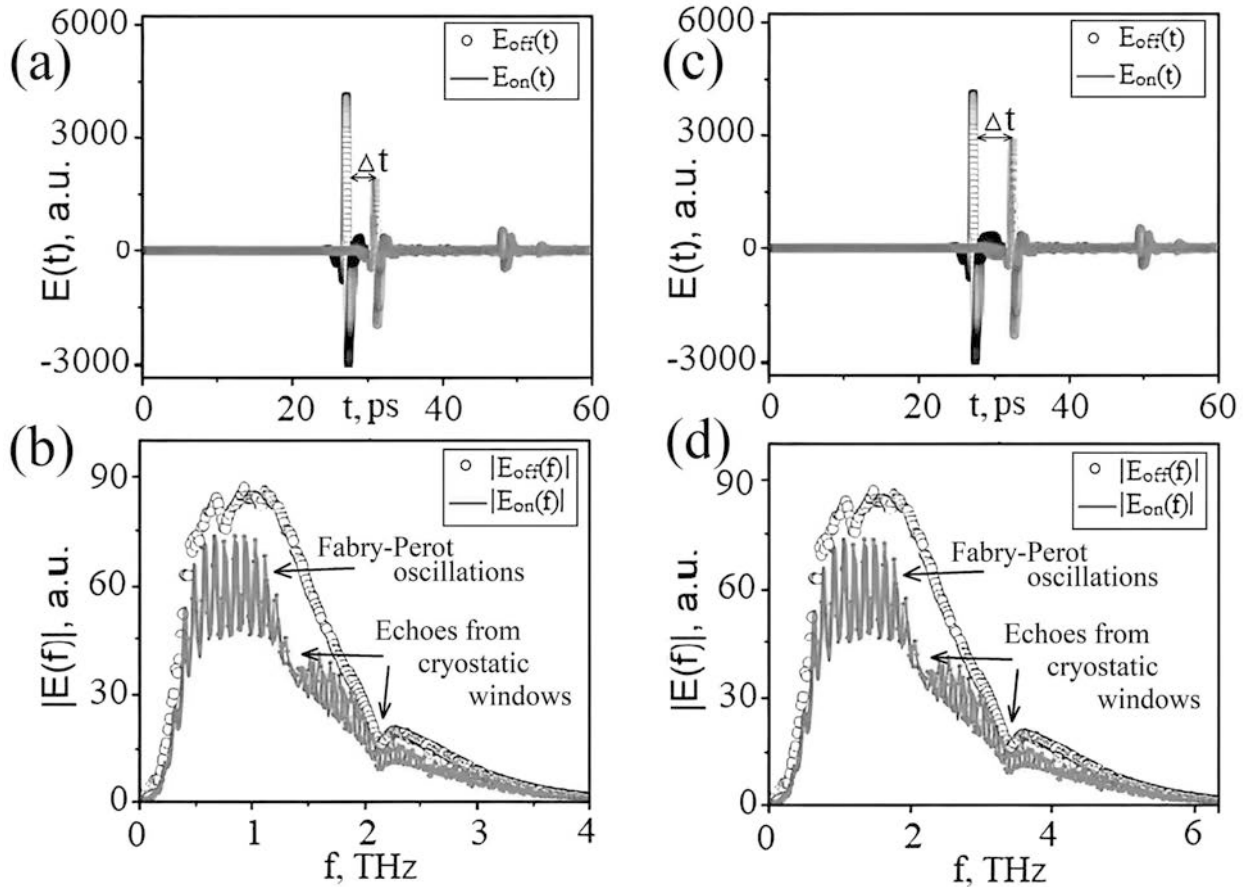


Рис. 5. *a, c*) Временные формы электрического поля терагерцевых импульсов для гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ . *b, d*) Результат обработки соответствующих временных форм методом быстрого Фурье преобразования

и эффективной массы  $m^*$  определялась подвижность 2DEG во МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  по формуле  $\mu = e\tau/m^*$ .

Для исследуемых гетероструктур холловская подвижность и концентрация определялись в геометрии Ван дер Пау. Регистрация температурных зависимостей холловской концентрации и подвижности осуществлялась на установке «ЕсориаHMS-3000» в магнитных полях до 6 Тл в темноте в интервале от 5 до 300 К.

## 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 5 *a, c* представлены временные формы электрического поля терагерцевых импульсов, полученные для двух типов образцов гетероструктур при температуре 90 К.

Свободные носители заряда, генерируемые фемтосекундными импульсами между электродами ФП2, ускорялись приложенным к зазору электрическим полем. В результате возникал импульс тока, который является источником терагерцевого

излучения. Его временная форма  $E_{off}(t)$  регистрировалась в соответствии со схемой, изображенной на рис. 2. Временные формы  $E_{off}(t)$  терагерцевых импульсов, генерируемых ФП2, сразу детектировались с помощью ФП1. Поэтому их временная форма не менялась в ходе эксперимента (рис. 5 *a, c*).

Временная форма терагерцевых импульсов  $E_{on}(t)$  представляет собой максимум с положительными и отрицательными полуволнами. Максимум временной зависимости  $E_{on}(t)$  соответствует дипольному отклику 2DEG как ответ на многофотонное возбуждение оптическими импульсами фемтосекундной длительности. Наложение многократных отражений терагерцевого импульса от границ раздела КБ/КЯ проявилось на рис. 5 *a, c* в виде положительных полуволн. Сдвиг фазы на  $\pi$  вследствие наложений многократных отражений от границ раздела КЯ/КБ можно связать с отрицательными полуволнами (рис. 5 *a, c*). Границы разделов КБ/КЯ и КЯ/КБ отличаются между собой соотношениями показателей преломления сред.

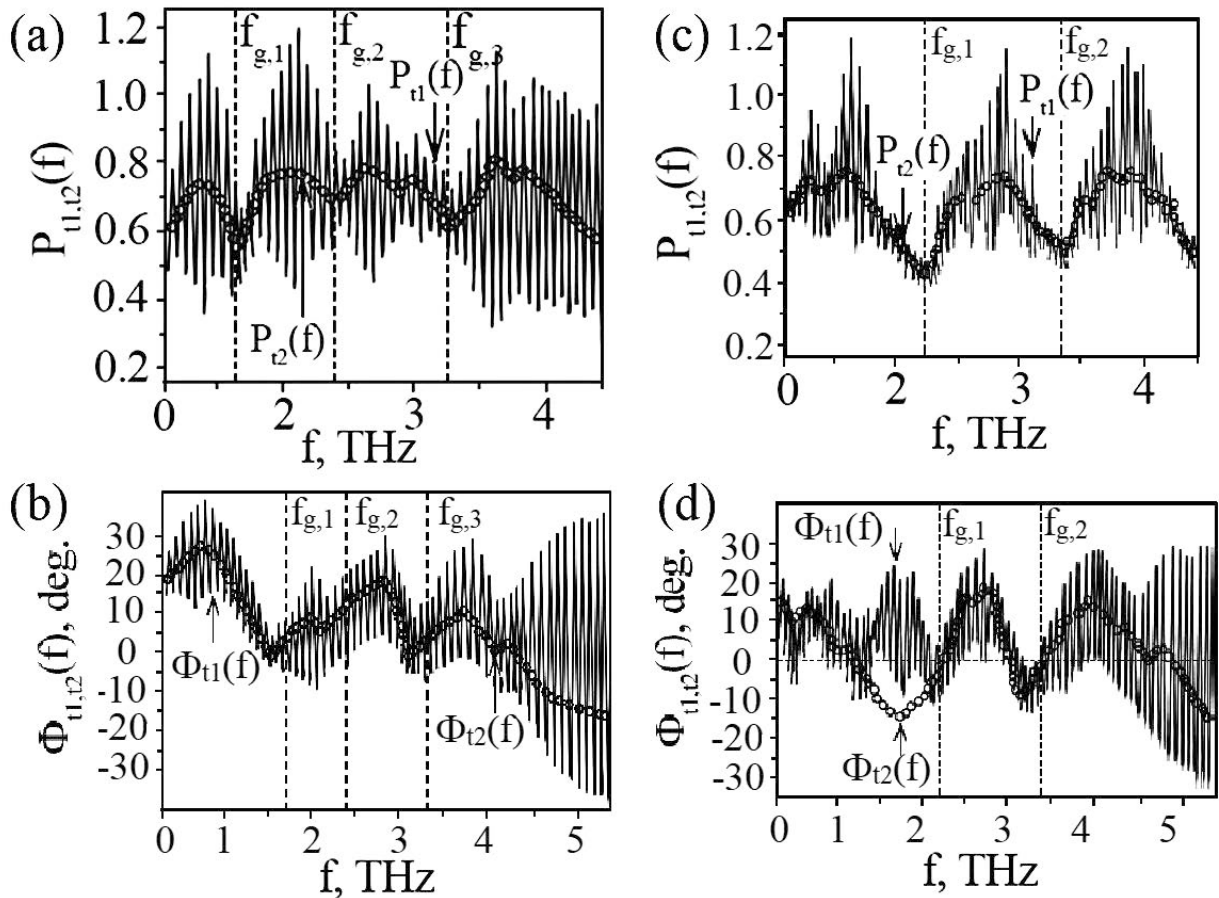


Рис. 6. Спектральная мощность (a, c) и частотные спектры фазового сдвига (b, d) терагерцевого излучения для гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$

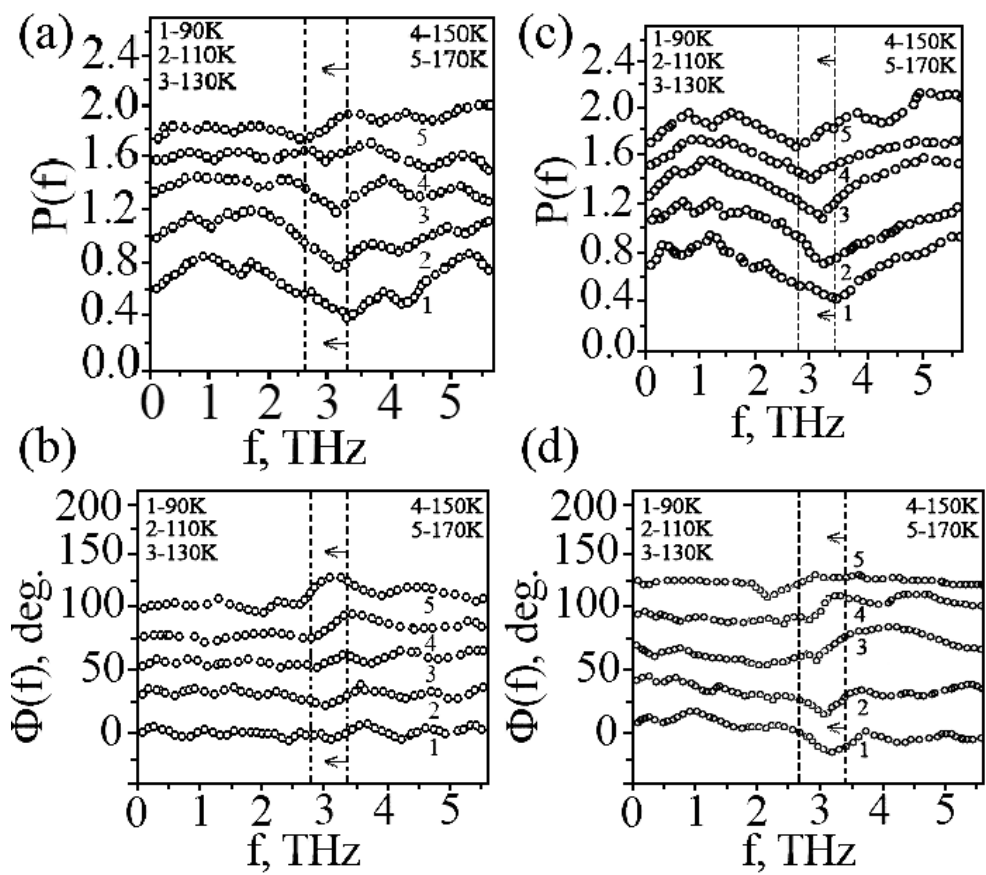
На рис. 5a, c задержка  $\Delta t$  терагерцевого импульса с временной формой  $E_{on}(t)$  относительно терагерцевого импульса с временной формой  $E_{off}(t)$  обусловлена потерями энергии в слоях гетероструктуры, а также его отражением от подложки  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и от барьеров GaN. Отражения от стенок криостата и от подложки связываются с появлением первого и второго пиков меньшей амплитуды на рис. 5a, c. Величина задержки  $\Delta t$ , равная 2.3 пс (рис. 5a) и 3.4 пс (рис. 5c), является временем релаксации квазиимпульса 2DEG.

На рис. 5b, d представлены частотные зависимости фурье-амплитуд терагерцевых импульсов. В диапазоне от 0.1 до 1.2 ТГц (рис. 5b) и от 0.1 до 2 ТГц (рис. 5d) наблюдаются осцилляции Фабри–Перо, которые мешают наблюдению в этой области 2D-плазменных резонансов. Для определения числа наблюдаемых плазменных мод, а также для регистрации их частот в данной работе получено частотное распределение мощности и фазового сдвига терагерцевого излучения (рис. 6).

Наблюдаются модулированные полосами Фабри–Перо осцилляции функций  $P_{t1,t2}(f)$  и  $\Phi_{t1,t2}(f)$  в диапазоне частот от 1 до 3.5 ТГц (рис. 6a) и от 2 до 3.5 ТГц (рис. 6c). Эффект «бахромы» на спектрах  $P_{t1,t2}(f)$  и  $\Phi_{t1,t2}(f)$  возникает вследствие отражения терагерцевого импульса от подложки и его многократной интерференции в плоскопараллельных слоях гетероструктуры  $\text{InGaN}/\text{AlGaIn}/\text{GaN}$ . Подавление осцилляций Фабри–Перо на частотных спектрах  $P_{t1,t2}(f)$  и  $\Phi_{t1,t2}(f)$  достигнуто путем вырезания дорожек сигнала перед первым «эхом» на временной зависимости (рис. 5a, c).

Видно, что фазовый сдвиг вблизи плазменных резонансов (рис. 6b, d) является точкой перегиба функции  $\Phi_{t1,t2}(f)$ , что соответствует минимумам в частотных спектрах мощности  $P_{t1,t2}(f)$ . При температурах выше 170 К особенности плазменного резонанса в эксперименте не разрешались.

При температуре 90 К резонансные частоты 2D-плазменных осцилляций для гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  равны:



**Рис. 7.** Спектральная мощность (a,c) и частотные спектры фазового сдвига (b,d) терагерцевого излучения, полученные для гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  в диапазоне температур от 90 до 170 К с шагом 20 К. Пунктирные вертикальные линии обозначают положение частот плазменных резонансов при температурах 90 К и 170 К. Стрелками обозначено красное смещение 2D-плазмонного резонанса

**Таблица 2.** Температурная зависимость эффективной массы основных носителей заряда в гетероструктурах с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  по данным частот 2D-плазменных резонансов

| N | T, K  |       |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|
|   | 90    | 110   | 130   | 150   | 170   |
| 3 | 0.43m | 0.45m | 0.45m | 0.49m | 0.56m |
| 5 | 0.40m | 0.42m | 0.42m | 0.45m | 0.48m |

$f_{g,1} = 1.7$  ТГц,  $f_{g,2} = 2.4$  ТГц,  $f_{g,3} = 3.3$  ТГц и  $f_{g,1} = 2.3$  ТГц,  $f_{g,2} = 3.4$  ТГц.

В настоящей работе получены частотные спектры мощности и фазового сдвига терагерцевых импульсов в диапазоне температур от 90 до 170 К с шагом 20 К (рис. 7).

Увеличение температуры образца приводит к уширению минимума 2D-плазмонного резонанса и к подавлению его пиковой величины (рис. 7a,c). В то же время наблюдается усиление фазовой модуляции. Амплитудный излом увеличивается с 3°

при 90 К до 20° при 170 К (рис. 7b). Наблюдаемое красное смещение 2D-плазмонной резонансной частоты идентифицируется как в спектрах  $P(f)$ , так и в спектрах  $\Phi(f)$ . В работах [12, 13] было показано, что красное смещение 2D-плазмонного резонанса связано с температурной перенормировкой эффективной массы основных носителей заряда. Таблица 2 демонстрирует рассчитанные с помощью формулы (10) значения эффективной массы в диапазоне температур от 90 до 170 К.

Столь высокие значения эффективной массы не могут объясняться эффектом гибридизации волновых функций основных носителей заряда или их рассеянием на LO-фононах. Расчет показал, что эффективная масса с учетом гибридизации волновых функций и рассеяния на LO-фононах составляет лишь 52% от значений, полученных при температуре 90 К. Следовательно, данные эффекты недостаточны для обоснования более высоких значений. Непараболичность закона дисперсии также не может быть объяснением, так как холловская концен-

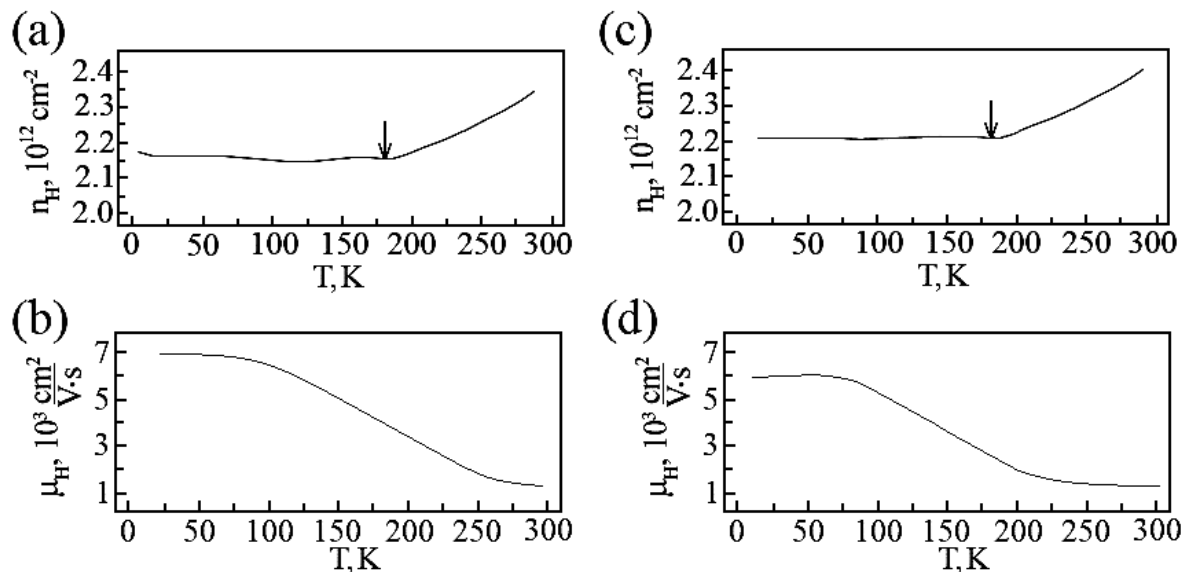


Рис. 8. Температурная зависимость холловской концентрации (a, c) и холловской подвижности (b, d) для гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  в активной области. Стрелка указывает начало возрастания экспериментальной кривой

трация не изменяется. Поэтому температурная перенормировка эффективной массы со столь большим масштабom, порядка полутора раз, может быть связана с особенностями взаимодействия фемтосекундных ИК-импульсов с 2DEG. Данный вопрос требует дополнительных исследований.

Далее оценивалось полное время затухания плазмонных осцилляций в 2DEG по частотным спектрам мощности терагерцевого излучения на основании соотношения  $\tau_{gen} = 1/2\pi\Delta f_{g,n}$  (рис. 6 a, c). Для вычисления полного времени затухания величина  $\Delta f_{g,n}$  определялась как полуширина плазмонного резонанса, взятая на половине его высоты [25]. Результаты расчетов полного времени затухания  $\tau_{gen}$  и времени релаксации квазиимпульса 2DEG представлены в табл. 3.

Таблица 3. Температурная зависимость времени релаксации квазиимпульса 2DEG и времени полного затухания

| N | Время затухания   | T, K |     |     |     |     |
|---|-------------------|------|-----|-----|-----|-----|
|   |                   | 90   | 110 | 130 | 150 | 170 |
| 3 | $\tau$ , пс       | 2.3  | 1.9 | 1.5 | 1.3 | 1.1 |
|   | $\tau_{gen}$ , пс | 1.8  | 1.6 | 1.5 | 1.2 | 0.8 |
| 5 | $\tau$ , пс       | 3.4  | 2.8 | 2.3 | 1.7 | 1.2 |
|   | $\tau_{gen}$ , пс | 2.2  | 2.0 | 1.8 | 1.7 | 1.4 |

Из данных табл. 3 видно, что время полного затухания демонстрирует менее слабую температурную зависимость. В области низких температур вре-

мя релаксации квазиимпульса преобладает над временем полного затухания. Данное расхождение при низких температурах может объясняться наличием других форм потери энергии: 1) частичная компенсация встроенного пьезоэлектрического поля; 2) потери на дефектах решетки; 3) возбуждение наклонных плазмонных волн. С ростом температуры время релаксации квазиимпульса уменьшается в связи с электрон-фононным рассеянием. В области более высоких температур значения становятся сопоставимыми.

На основании значений времени релаксации квазиимпульса и эффективной массы рассчитывалась подвижность 2DEG во МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ . Результаты расчетов приведены в табл. 4.

Таблица 4. Параметры 2DEG по данным частот 2D-плазмонных резонансов при температуре нагрева образца 170 K

| N | $N_{2DEG}$ , $10^{12} \text{ cm}^{-2}$ | $f_{g,2}$ , ТГц | $\tau$ , пс | $\langle m^* \rangle$ | $\mu$ , $10^3 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ |
|---|----------------------------------------|-----------------|-------------|-----------------------|---------------------------------------------------|
| 3 | 2.17                                   | 1.5             | 1.1         | $0.56m$               | 3.5                                               |
| 5 | 2.20                                   | 2.8             | 1.2         | $0.48m$               | 4.4                                               |

Как видно на рис. 8 a, c, ход зависимости холловской концентрации от температуры для гетероструктур со МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  является немонотонным. В области низких температур ( $30 \text{ K} < T < 175 \text{ K}$ ) холловская концентрация сохраняет среднее постоянное значение около  $2.17 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  (рис. 8 a) и  $2.2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  (рис. 8 c).

В области более высоких температур ( $T > 175\text{ K}$ )  $n_H(T)$  возрастает и достигает значений  $2.3 \cdot 10^{12}\text{ см}^{-2}$  и  $2.4 \cdot 10^{12}\text{ см}^{-2}$ .

Температурная зависимость  $\mu_H(T)$  (рис. 8*b, d*) типична для гетероструктур InGa<sub>x</sub>N/AlGa<sub>1-x</sub>N/GaN. Холловская подвижность уменьшается с ростом температуры в связи с увеличением интенсивности механизма рассеяния на полярных оптических фононах при  $T > 85\text{ K}$ . Значения  $n_H$  и  $\mu_H$  для двух крайних температурных областей представлены в табл. 5.

**Таблица 5.** Значения холловской подвижности и концентрации в области низких и высоких температур

|     | 30 K                          |                                                   | 170 K                         |                                                   |
|-----|-------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------------------|
| $N$ | $n_H, 10^{12}\text{ см}^{-2}$ | $\mu_H, 10^3\text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ | $n_H, 10^{12}\text{ см}^{-2}$ | $\mu_H, 10^3\text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ |
| 3   | 2.17                          | 7.0                                               | 2.17                          | 4.2                                               |
| 5   | 2.20                          | 6.0                                               | 2.20                          | 3.0                                               |

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ

Новизна данной работы заключается в том, что гетероструктуры со МКЯ In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>N/GaN используются в качестве источников терагерцевого излучения.

Механизм генерации терагерцевых импульсов заключается в следующем. В результате двухфотонного поглощения оптических импульсов фемтосекундной длительности в КЯ InGa<sub>x</sub>N генерируются пространственно разделенные электроны и «дырки». Под действием встроенного пьезоэлектрического поля электрон-дырочная пара становится поляризованной. Это ведет к генерации переменного во времени дипольного момента в системе  $P(t)$ , что, в свою очередь, приводит к излучению терагерцевых электромагнитных волн. Напряженность электрического поля терагерцевых импульсов как функция времени пропорциональна второй производной от дипольного момента  $E_{\text{THz}}(t) \sim \partial^2 P(t)/\partial t^2$ .

Полярность генерируемых диполей противоположна полярности встроенного пьезоэлектрического поля в гетероструктурах InGa<sub>x</sub>N/AlGa<sub>1-x</sub>N/GaN. Электромагнитное терагерцевое излучение возникает в результате сверхбыстрой динамики электрической поляризации, в ходе которой фотовозбужденные электрон-дырочные пары частично экранируют встроенное поле. Полное его экранирование приводит к уменьшению механических тангенциальных напряжений между слоями InGa<sub>x</sub>N и GaN, вызванных рассогласованием постоянных кристаллических ре-

шеток. Это, в свою очередь, ведет к выравниванию потенциального рельефа активной области гетероструктуры (состояние плоских зон). Данный процесс можно рассматривать как «обратный» пьезоэлектрический эффект. Снижение напряженности встроенного пьезоэлектрического поля сопровождается изменением деформации кристаллической решетки.

Регистрация временных форм терагерцевых импульсов методом THz-TDs позволила определить время релаксации квазиимпульса, подвижность и эффективную массу основных носителей заряда в гетероструктурах со МКЯ In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>N/GaN.

Сравнивая полученные результаты, можно утверждать, что увеличение числа КЯ In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>N/GaN в активной области гетероструктуры приводит к усилению выходной мощности терагерцевого излучения. Для гетероструктур с тремя и пятью КЯ конверсия мощности фемтосекундного импульса в мощность терагерцевого составляет 0.005% и 0.014%.

В случае гетероструктур с тремя КЯ на частотных спектрах можности наблюдаются три плазмонные резонансные частоты. При добавлении КЯ в активную область наблюдается уменьшение числа плазмонных мод и рост напряженности электрического поля терагерцевых импульсов. Напряженность их электрического поля в пренебрежении временным изменением скорости носителей заряда можно оценить по формуле излучения диполя

$$E_{\text{THz}} \sim \frac{\partial N}{\partial t} e \mu E_{\text{int}} \sin \vartheta, \quad (11)$$

где  $E_{\text{int}}$  — напряженность встроенного пьезоэлектрического поля в гетероструктуре InGa<sub>x</sub>N/AlGa<sub>1-x</sub>N/GaN;  $\vartheta$  — угол между нормалью к направлению осцилляций диполя и направлением излучения;  $\partial N/\partial t$  — изменение во времени концентрации фотоиндуцированных носителей заряда с подвижностью  $\mu$ . Максимум терагерцевого излучения направлен вдоль касательной к поверхности гетероструктуры ( $\sin \vartheta = 1$ ), так как колебания элементарных источников складываются в фазе вдоль направления излучения элементарного диполя.

С увеличением числа КЯ в активной области наблюдается уменьшение модуляции фазы вблизи частот плазмонных резонансов. Для гетероструктур с тремя КЯ амплитудный излом составляет 17°, в то время как для гетероструктур с пятью КЯ температурный излом составляет 14°. Установлено, что фазовая модуляция превышает десятки градусов вблизи частот плазмонных резонансов.

Сравнение экспериментальных данных позволило установить отличия и общие закономерности в значениях времени релаксации квазиимпульса, подвижности и эффективной массы основных носителей заряда. Для гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  время релаксации квазиимпульса равно 2.3 пс и 4.3 пс.

С ростом температуры образца от 90 до 170 К наблюдается красное смещение плазмонной резонансной частоты, вызванное перенормировкой эффективной массы основных носителей заряда с довольно большим масштабом. Эффективная масса увеличивается в полтора раза относительно своего первоначального значения при 90 К. Показано, что при температуре 170 К эффективная масса принимает в два раза большие значения по сравнению с полученными авторами работы [12] при тех же температурах.

Исследованные образцы гетероструктур с тремя и пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  имеют многослойную структуру. Они не легированы донорной или акцепторной примесью. Следовательно, основной вклад в холловскую концентрацию вносит 2DEG. В диапазоне температур от 30 до 170 К значение холловской концентрации постоянное (табл. 5). Следовательно, эффект перенормировки эффективной массы и модуляции фазы связаны не с температурной зависимостью холловской концентрации, а с нелинейной динамикой 2DEG.

Стоит отметить, что исследование времени релаксации 2DEG в гетероструктурах со МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  может дать представление о существующих механизмах рассеяния и о вкладе каждого из них в общий канал релаксации 2DEG.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе с помощью возбуждения 2D-плазмонных осцилляций и регистрации их резонансных частот методом THz-TDs получены значения времени релаксации квазиимпульса, подвижности и эффективной массы основных носителей заряда в трех и в пяти КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ . Установлено, что 2DEG в трех КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  характеризуется значением времени релаксации квазиимпульса 1.1 пс, подвижностью  $3.5 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  и эффективной массой  $m^* = 0.56m$  при температуре 170 К. В то же время для гетероструктур с пятью КЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  показано, что  $\tau = 1.2 \text{ пс}$ ,  $\mu = 4.4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  и  $m^* = 0.48m$ .

В данной работе показано осциллирующее поведение мощности выходного терагерцевого излу-

чения с минимумами в диапазоне частот от 1.5 до 3.5 ТГц, что связано с нелинейной динамикой 2DEG во МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ .

При изучении взаимодействия лазерных импульсов длительностью 130 фс с 2DEG получены частотные зависимости мощности и фазового сдвига терагерцевого излучения. Для обработки терагерцевых спектров эмиссии применялся аппарат быстрого фурье-преобразования. Это дало возможность провести сравнение амплитуд и фаз составляющих фурье-гармоник. Показано, что с увеличением температуры нагрева от 90 до 170 К наблюдается красное смещение плазмонной резонансной частоты, которое связано с температурной перенормировкой эффективной массы основных носителей заряда. В диапазоне температур от 90 до 170 К эффективная масса основных носителей заряда изменяется от  $0.43m$  до  $0.56m$  (гетероструктуры с тремя КЯ) и от  $0.40m$  до  $0.48m$  (гетероструктуры с пятью КЯ).

Полученные значения подвижности и времени релаксации квазиимпульса 2DEG в гетероструктурах со МКЯ  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$  могут быть использованы для оптимизации технологических параметров роста композитных гетероструктур и выходной мощности излучения приборов на их основе. Проведенные исследования могут представлять интерес для приложений физики микро- и оптоэлектроники, где желательно иметь максимально возможную подвижность 2DEG с максимально коротким временем жизни.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке фонда развития теоретической физики и математики «Базис».

## ЛИТЕРАТУРА

1. B. Richard and M. Schasfoort, *Handbook of Surface Plasmon Resonance*, (2017).
2. A. Ando, T. Kurose, V. Reymond, K. Kitano, H. Kitahara, K. Takano, M. Tani, M. Hangyo, and S. Hamaguchi, *J. Appl. Phys.* **110**, 7 (2011).
3. S. P. Jamison, D. R. Jones, R. C. Issac, B. Ersfeld, D. Clark, and D. A. Jaroszynski, *J. Appl. Phys.* **93**, 7 (2003).
4. C. Strothkämper, A. Bartelt, R. Eichberger, C. Kaufmann, and T. Unold, *Phys. Rev. B* **89**, 11 (2014).
5. A. Mendoza-Galvan and J. Gonzalez-Hernandez, *J. Appl. Phys.* **87**, 760 (2000).
6. M. Orio and D. Pantazis, *F. Neese, Photosynthesis Research* **102**, 2 (2009).

7. G. Sun, R. Chen, and Y. J. Ding, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **19** (2013).
8. I. Prudaev, S. Sarkisov, O. Tolbanov, and A. Kosobutsky, *Phys. Stat. Sol. B* **252**, 5 (2015).
9. W. Rehman, R. L. Milot, G. E. Eperon, C. Wehrenfennig, J. L. Boland, H. J. Snaith, M. B. Johnston, and L. M. Herz, *Adv. Mat.* **27**, 48 (2015).
10. G. R. Yettapu, D. Talukdar, S. Sarkar, A. Swarnkar, A. Nag, P. Ghosh, and P. Mandal, *Nano Lett.* **16**, 8 (2016).
11. A. M. Ulatowski, L. M. Herz, and M. B. Johnston, *J. of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves* **41**, 12 (2020).
12. D. Pashnev, V. V. Korotyeyev, J. Jorudas, T. Kaplas, V. Janonis, A. Urbanowicz, and I. Kašalynas, *Appl. Phys. Lett.* **117**, 16 (2020).
13. K. H. Tsai, T.-M. Wu, and S. F. Tsay, *J. Chem. Phys.* **132**, 034502 (2010).
14. V. V. Korotyeyev, V. A. Kochelap, V. V. Kaliuzhnyi, and A. E. Belyaev, *Appl. Phys. Lett.* **120**, 252103 (2022).
15. P. J. S. van Capel, D. Turchinovich, H. P. Porte, S. Lahmann, U. Rossow, A. Hangleiter, and J. I. Dijkhuis, *Phys. Rev. B* **84**, (2011).
16. G. Sun, G. Xu, and Y. J. Ding, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **17**, 48 (2011).
17. H. P. Porte, D. Turchinovich, D. G. Cooke, and P. U. Jepsen, *J. Phys.: Conf. Series* **193**, 012084 (2009).
18. М. Л. Бадгутдинов, А. Э. Юнович, *ФТП* **42**, 4 (2008).
19. В. И. Олешко, С. Г. Горина, *Ученые записки физического факультета* **5**, 155501 (2015).
20. В. Г. Мокеров, А. Л. Кузнецов, Ю. В. Федоров, Е. Н. Енюшкина, А. С. Бугаев, А. Ю. Павлов, Д. Л. Гнатюк, А. В. Зуев, Р. Р. Галиев, Е. Н. Овчаренко, Ю. Н. Свешников, А. Ф. Цацульников, В. М. Устинов, *ФТП* **43**, 4 (2009).
21. J. M. Hensley, J. Montoya, M. G. Allen, J. Xu, L. Mahler, A. Tredicucci, H. E. Beere, and D. A. Ritchie, *Optics Express* **22**, 17 (2009).
22. G. Franssen, P. Perlin, and T. Suski, *Phys. Rev. B* **69**, 4 (2004).
23. Z. Chang, *Phys. Rev. A* **70**, 4 (2004).
24. P. Schley, R. Goldhahn, G. Gobsch, M. Feneberg, K. Thonke, and X. Wang, A. Yoshikawa, *Phys. Stat. Sol. B* **246**, 6 (2009).
25. S. J. Allen, D. C. Tsui, and R. A. Logan, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 980 (1977).
26. G. Dresselhaus, A. F. Kip, and C. Kittel, *Phys. Rev.* **98**, 2 (1955).