

## УЧЕТ НЕНУКЛОННЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

© 2024 г. О. А. Рубцова<sup>1)\*</sup>, В. Н. Померанцев<sup>1)\*\*</sup>

Поступила в редакцию 08.11.2023 г.; после доработки 08.11.2023 г.; принята к публикации 27.11.2023 г.

Развит двухкомпонентный формализм для вычисления матрицы реакции в ядерной среде в случае нуклон-нуклонного взаимодействия, учитывающего дополнительные нуклонные степени свободы. Основу подхода составляет дибарионная модель нуклон-нуклонного взаимодействия, позволившая недавно описать парциальные амплитуды  $NN$ -рассеяния для каналов с полным угловым моментом  $J \leq 3$  в широком диапазоне энергий от нуля до 0.6–1 ГэВ, а также успешно воспроизвести положения дибарионных резонансов для ряда каналов. Исследованы связанные состояния в ядерной среде, возникающие для такой модели. Получено уравнение состояния для симметричной ядерной материи в рамках схемы Бракнера–Хартри–Фока.

DOI: 10.31857/S0044002724030211, EDN: IVERBX

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы проблема короткодействующих корреляций (КДК) в ядрах приобрела новую актуальность благодаря ( $e, e'NN$ ) экспериментам лаборатории Джефферсона, позволяющим исследовать вылетающие из ядер пары нуклонов со все более и более высокими относительными импульсами [1]. Также измерения реакций типа ( $p, 2pN$ ) для исследования КДК нуклонов проводятся в рамках проекта VM@N на NICA [2]. Проблема КДК в ядрах напрямую связана с проблемой высокоимпульсных компонент нуклон-нуклонного взаимодействия, которые не определяются однозначно и отличаются для различных реалистических моделей ядерных сил (см. также недавние измерения импульсных распределений в дейтроне [3]). Важным тестом, чувствительным к высокоимпульсным, а также немассовым компонентам взаимодействия, является изучение свойств бесконечной ядерной материи на основе многочастичной теории, использующей в качестве входной информации потенциалы взаимодействия нуклонов в вакууме [4–7].

Около 20 лет назад была предложена дибарионная модель (модель одетого мешка) нуклон-нуклонного взаимодействия [8, 9], в которой притяжение нуклонов на малых расстояниях обусловлено образованием дибариона (шестикваркового мешка, окруженного полем  $\sigma$ -мезонов). С формальной точки зрения дибарионная модель является гибридной, поскольку в ней явно учитываются дополнительные нуклонные степени свободы. Модель позволила очень хорошо опи-

сать низшие фазовые сдвиги упругого  $NN$ -рассеяния вплоть до энергий  $T_{\text{lab}} = 600\text{--}800$  МэВ и свойства дейтрона [9], используя всего лишь несколько основных параметров.

Кроме того, образование промежуточного дибариона из пары нуклонов в трехнуклонной системе неизбежно приводит к специфической трехчастичной силе за счет его взаимодействия с третьим нуклоном [10]. Расчеты с такими силами позволили хорошо описать свойства трехнуклонных ядер  ${}^3\text{H}$  и  ${}^3\text{He}$ , включая точное значение энергии кулоновского сдвига  $\Delta E_C$  [10, 11].

Несколько лет назад была разработана модификация модели, которая описывает фазовые сдвиги как упругого, так и неупругого  $NN$ -рассеяния до энергий  $T_{\text{lab}} = 0.6\text{--}1$  ГэВ для парциальных  $NN$ -каналов с полным угловым моментом  $J \leq 3$  [12, 14, 15], также в этой версии модели воспроизводятся положения и ширины известных из экспериментальных данных и данных парциально-волнового анализа дибарионных резонансов. Мотивацией для новой версии модели стали полученные около десятилетия назад данные о таких состояниях, детектированных в процессах одно- и двухпионного рождения, а также при упругом рассеянии нуклонов [16, 17]. Подробный обзор современного статуса дибарионных резонансов представлен в работах [18] (также см. наши работы [14, 15] и недавнюю экспериментальную работу [19]).

Целью настоящей работы является проверка дибарионной модели в расчетах в бесконечной ядерной среде. Это исследование включает развитие формализма, позволяющего учитывать связь с дополнительным нуклонным каналом в ядерной материи. При нахождении матрицы реакции и уравнения состояния мы опираемся на самосогласованный формализм Бракнера–Хартри–Фока (БХФ) [4–6]. Для практи-

<sup>1)</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Ленинские горы 1 (2), Россия.

\* E-mail: rubtsova@nucl-th.sinp.msu.ru

\*\* E-mail: pomeran@nucl-th.sinp.msu.ru

ческих расчетов мы обобщаем диагонализационную технику, предложенную нами ранее [20] для вычисления матрицы реакции на основе метода пакетной дискретизации континуума. Таким образом, настоящую работу можно рассматривать как первый шаг в исследовании короткодействующих корреляций в ядерной среде на основе дибарионной модели нуклон-нуклонного взаимодействия.

Структура работы следующая. Во втором разделе дается описание схемы БХФ и диагонализационного подхода для нахождения матрицы реакции и уравнения состояния. Третий раздел посвящен краткому описанию двухкомпонентного формализма дибарионной модели. В четвертом разделе выводится двухкомпонентный формализм для ядерной материи на основе обобщения схемы БХФ. Пятый раздел посвящен практическим расчетам в симметричной ядерной материи. В Заключении перечислены основные результаты работы.

## 2. ФОРМАЛИЗМ БРАКНЕРА–ХАРТРИ–ФОКА

В этой работе мы рассматриваем бесконечную симметричную ядерную материю при нулевой температуре. Для вычисления уравнения состояния в ядерной среде будем использовать самосогласованную схему Бракнера–Хартри–Фока (БХФ) [4–6], позволяющую найти уравнение состояния (зависимость энергии связи на нуклон от плотности среды) для бесконечной ядерной материи, используя в качестве начальной информации взаимодействие нуклонов в вакууме. Основным элементом формализма БХФ является матрица реакции, которая находится из интегрального уравнения Бете–Голдстоуна.

### 2.1. Уравнение Бете–Голдстоуна

Уравнение Бете–Голдстоуна (УБГ) для матрицы реакции  $T(E)$  в переменных одночастичных импульсов нуклонов  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  имеет следующий вид [6]:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 | T(E) | \mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2 \rangle &= \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 | V | \mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2 \rangle + \\ &+ \sum_{\mathbf{k}''_1, \mathbf{k}''_2} \frac{\langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 | V | \mathbf{k}''_1, \mathbf{k}''_2 \rangle Q(k''_1, k''_2)}{E + i0 - e(k''_1) - e(k''_2)} \langle \mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2 | T(E) | \mathbf{k}''_1, \mathbf{k}''_2 \rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $V$  — исходное  $NN$ -взаимодействие,  $E$  — энергия,  $e(k)$  — одночастичные энергии. Знак суммы в правой части уравнения (1) означает интегрирование по возможным промежуточным состояниям и суммирование по необходимым спин-изоспиновым квантовым числам, которые мы опускаем для упрощения обозначений.

В правой части УБГ стоит проектор Паули  $Q(k_1, k_2) = [1 - n(k_1)][1 - n(k_2)]$ , где  $n(k)$  — одночастичное импульсное распределение. В случае нулевой температуры  $n(k) = \theta(k_F - k)$  [5], где  $k_F$  —

это импульс Ферми. Также в знаменатель правой части уравнения входит сумма одночастичных энергий  $e(k_1) = \frac{k_1^2}{2m} + U(k_1)$ . Здесь  $U(k_1)$  — это одночастичный потенциал, который представляет собой реальную часть собственной энергии  $\Sigma(k, \omega)$  на массовой поверхности:

$$\begin{aligned} \Sigma(k_1, \omega) &= \int d^3k_2 n(k_2) \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 | T(E = \omega + e(k_2)) | \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 \rangle, \\ U(k_1) &= \text{Re} \Sigma(k_1, \omega = e(k_1)), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega$  — одночастичная энергия.

Поскольку такой одночастичный потенциал находится из самой матрицы реакции, рассматриваемая задача является самосогласованной, а для ее решения используется итеративная процедура.

### 2.2. Двухчастичный гамильтониан в ядерной среде

УБГ (1) можно записать в операторном виде:

$$T(E) = V + V Q G_{0Q}(E) Q T(E), \quad (3)$$

где  $Q$  — полный проектор Паули на подпространство континуума двух частиц  $\mathcal{H}_Q$  ( $pp$ -подпространство) полного импульсного пространства, а  $G_{0Q}(E) = [E + i0 - H_{0Q}]_Q^{-1}$  — резольвента свободного гамильтониана двух нуклонов, действующего в таком подпространстве. Такой гамильтониан не учитывает взаимодействие между нуклонами и имеет вид

$$H_{0Q} = \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 \geq k_F} |\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle [e(k_1) + e(k_2)] \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2|. \quad (4)$$

Поскольку  $H_{0Q}$  коммутирует с  $Q$ , и  $Q$  является проекционным оператором ( $Q^2 = Q$ ), мы записали ядро уравнения (3) в симметричной форме, добавив в него «лишний» оператор  $Q$ .

Тогда матрица реакции  $T(E)$  может быть найдена из соотношения

$$\begin{aligned} T(E) &= V + V Q G_Q(E) Q V, \\ G_Q(E) &= [E + i0 - H_Q]_Q^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где оператор  $G_Q(E)$  представляет собой резольвенту полного двухчастичного гамильтониана в ядерной среде:

$$H_Q = H_{0Q} + Q V Q. \quad (6)$$

Относительно недавно нами был разработан диагонализационный подход [20] к вычислению матрицы реакции, позволяющий найти  $G_Q(E)$  и  $T(E)$ , используя дискретизованное по энергии спектральное разложение для гамильтониана (6) по его собственным состояниям, полученным в базе стационарных волновых пакетов.

### 2.3. Схема вычисления одночастичного потенциала

Поскольку потенциал взаимодействия  $V$  зависит от относительных импульсов нуклонов, удобно перейти от одночастичных импульсов к переменным:

$$\mathbf{k} = \frac{1}{2}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2), \quad \mathbf{K} = \frac{1}{2}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2), \quad (7)$$

где  $\mathbf{k}$  — относительный импульс и  $\mathbf{K}$  — импульс центра масс<sup>2)</sup>.

Ядро проектора Паули в этих переменных принимает следующий вид:

$$Q(\mathbf{k}, K) = \theta(|\mathbf{k} + \mathbf{K}| - k_F)\theta(|\mathbf{k} - \mathbf{K}| - k_F). \quad (8)$$

Импульс центра масс в ядерной среде сохраняется, поэтому  $K$  играет роль дополнительного внешнего параметра. Для упрощения схемы решения мы используем два традиционных приближения.

Первое из них — это усреднение по углам для проектора Паули. После усреднения ядро задается следующими функциями модулей импульсов  $k$  и  $K$  [5]:

$$Q(k, K) = \begin{cases} 0, & k \leq \sqrt{k_F^2 - K^2}, K < k_F \\ \min \left\{ 1, \frac{k^2 + K^2 - k_F^2}{2kK} \right\}, & k > \sqrt{k_F^2 - K^2}, K < k_F \\ 1, & K \geq k_F \end{cases}. \quad (9)$$

Второе используемое нами приближение — это приближение эффективной массы для одночастичных энергий:

$$e(k_1) \approx \frac{k_1^2}{2m^*} + U_0, \quad (10)$$

где  $m^*$  — эффективная масса нуклонов в среде, а  $U_0$  — константа. В этом случае сумма одночастичных энергий, определяющая энергию двух нуклонов на массовой поверхности для уравнения (1), также не зависит от угла между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{K}$ :

$$E_{\text{он}}(k, K) \equiv e(k_1) + e(k_2) = \frac{k^2 + K^2}{m^*} + 2U_0. \quad (11)$$

Эти приближения приводят к тому, что УБГ расщепляется на уравнения для отдельных парциально-волновых компонент матрицы реакции  $T_{LL}^{JS}(k, k'; K, E)$  для  $NN$ -каналов с определенными значениями полного момента  $J$ , спина  $S$  (или изоспина  $I$ ) и четности  $P$ , аналогично обычной  $T$ -матрице в вакууме.

Следует отметить, что после усреднения по углам оператор  $Q$  перестает быть проектором, т.е. не удовлетворяет условию  $Q^2 = Q$ . При этом в формулах (5) и (6)  $Q$  следует заменить на  $Q^{\frac{1}{2}}(k, K)$  (см. детали в работе [20]).

<sup>2)</sup> Множитель  $\frac{1}{2}$  у  $K$  используется для удобства.

На каждом шаге итераций одночастичный потенциал вычисляется как интеграл от полной суммы по всем диагональным компонентам матрицы реакции на массовой поверхности [5, 20]:

$$U(k_1) = \frac{2}{k_1} \sum_{JSL} (2J+1)(2I+1) \times \\ \times \int_{\Omega(k_1)} dk dK k K T_{LL}^{JS}(k, k; K, E_{\text{он}}(k, K)), \quad (12)$$

где область интегрирования  $\Omega(k_1)$  зависит от величины импульса  $k_1$  и импульса Ферми  $k_F$ .

## 3. ДИБАРИОННАЯ МОДЕЛЬ НУКЛОН-НУКЛОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

### 3.1. Двухкомпонентный формализм

Дибарионная модель (модель одетого мешка), предложенная Кукулиным в [8] и развитая затем в работах [9–11], предполагает следующий механизм взаимодействия между нуклонами. На относительно больших расстояниях ( $r_{NN} > 1$  Фм) нуклоны взаимодействуют путем обычного пионного обмена. Однако при сближении двух нуклонов они сливаются в дибарионное состояние (шестикварковый мешок, одетый скалярным мезонным полем). В результате многократных переходов пары нуклонов в состояние одетого шестикваркового мешка и обратно возникает эффективное  $NN$ -взаимодействие, обеспечивающее необходимое притяжение между нуклонами на малых расстояниях.

Для описания такого механизма взаимодействия используется двухкомпонентный формализм, предполагающий, что система двух нуклонов может находиться в двух различных состояниях (каналах): внешнем  $NN$ -канале и внутреннем дибарионном (шестикварковом) канале. Полная волновая функция такой системы состоит из двух компонент, принадлежащих двум гильбертовым пространствам разной природы:

$$|\Psi(E)\rangle = \begin{pmatrix} |\Psi^{\text{ex}}(E)\rangle \\ |\Psi^{\text{in}}(E)\rangle \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Внешнее подпространство отвечает относительному движению нуклонов, а внутреннее служит для описания дибарионного состояния. Соответственно внешняя компонента волновой функции зависит от относительной координаты (или импульса) двух нуклонов и их спинов и изоспинов, а внутренняя — от кварковых и мезонных переменных. В этих двух пространствах определены два независимых гамильтониана: внешний и внутренний, а полный гамильтониан включает операторы перехода между внешним и внутренним пространствами и представляется  $(2 \times 2)$ -матрицей.

В этой работе мы используем модифицированную версию дибарионной модели из [14], в которой для

каждой  $NN$ -конфигурации с определенными значениями  $J, P, S$  внутренний канал задается единственным состоянием  $|D_{JSP}\rangle$  с энергией  $E_0^{JSP}$ , отсчитываемой от  $NN$ -порога. При этом параметры взаимодействия зависят от конфигурации, но для удобства записи мы будем опускать, где это возможно, индексы, определяющие  $NN$ -конфигурацию.

Таким образом, полный гамильтониан системы двух нуклонов в рамках дибарионной модели имеет следующий вид<sup>3)</sup>:

$$\mathbb{H} = \mathbb{H}_0 + \mathbb{V}, \quad \mathbb{H}_0 = \text{diag} [t^{\text{ex}}, E_0|D\rangle\langle D|],$$

$$\mathbb{V} = \begin{pmatrix} V^{\text{ex}} & |\Phi\rangle\langle D| \\ |D\rangle\langle\Phi| & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Здесь  $t^{\text{ex}}$  — оператор кинетической энергии пары нуклонов,  $\mathbb{H}_0$  — полный свободный гамильтониан,  $V^{\text{ex}}$  — оператор внешнего взаимодействия нуклонов, а  $|\Phi\rangle$  — формфактор связи каналов, включающий константу связи.

Поскольку внутреннее пространство однокомпонентное, внутренняя часть волновой функции записывается в виде  $|\psi^{\text{in}}(E)\rangle = C(E)|D\rangle$ , где  $C(E)$  — зависящий от энергии коэффициент.

Полная двухкомпонентная волновая функция  $|\Psi(E)\rangle$  удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$\mathbb{H}|\Psi(E)\rangle = E|\Psi(E)\rangle. \quad (15)$$

Используя проекционный формализм Фешбаха для исключения внутренней компоненты, легко получить следующее уравнение для внешней компоненты волновой функции:

$$H_{\text{eff}}(E)|\psi^{\text{ex}}(E)\rangle = E|\psi^{\text{ex}}(E)\rangle, \quad (16)$$

где эффективный гамильтониан включает зависящее от энергии взаимодействие  $V_{\text{eff}}(E)$ , обусловленное связью с внутренним каналом:

$$H_{\text{eff}}(E) = t^{\text{ex}} + V_{\text{eff}}(E), \quad V_{\text{eff}}(E) = V^{\text{ex}} + \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi|}{E - E_0}. \quad (17)$$

### 3.2. Формализм для $T$ -матрицы

Аналогичный матричный формализм можно использовать в уравнении Липпмана–Швингера для  $T$ -матрицы:

$$\mathbb{T}(E) = \mathbb{V} + \mathbb{V}\mathbb{G}_0(E)\mathbb{T}(E). \quad (18)$$

При этом в полном пространстве резольвента полного свободного гамильтониана имеет следующий вид:

$$\mathbb{G}_0(E) = \text{diag} \left[ g_0(E), \frac{|D\rangle\langle D|}{E - E_0} \right], \quad (19)$$

где  $g_0(E) = [E + i0 - t^{\text{ex}}]^{-1}$  — резольвента свободного гамильтониана во внешнем канале. Для нахождения

<sup>3)</sup> Операторы в полном пространстве будем обозначать символами, набранными двойным шрифтом ( $\mathbb{H}$ ).

амплитуды  $NN$ -рассеяния и  $T$ -матрицы на массовой поверхности необходима только внешняя компонента  $T^{\text{ex,ex}}$  полного оператора  $\mathbb{T}$ .

Можно показать, что эта компонента удовлетворяет уравнению Липпмана–Швингера во внешнем пространстве с эффективным взаимодействием (17):

$$T^{\text{ex,ex}}(E) = V_{\text{eff}}(E) + V_{\text{eff}}(E)g_0(E)T^{\text{ex,ex}}(E). \quad (20)$$

Полную четырехкомпонентную  $T$ -матрицу также можно определить через полную резольвенту из замкнутого выражения:

$$\mathbb{T}(E) = \mathbb{V} + \mathbb{V}\mathbb{G}(E)\mathbb{V}, \quad (21)$$

где  $\mathbb{G}(E) = [E + i0 - \mathbb{H}]^{-1}$  — резольвента полного гамильтониана.

### 3.3. Детали взаимодействия

В используемой здесь версии модели взаимодействие во внешнем канале состоит из двух частей:

$$V^{\text{ex}} = V_{\text{OPE}} + V_{\text{sym}}, \quad (22)$$

где  $V_{\text{OPE}}$  — потенциал однопионного обмена с дипольным обрезанием, а  $V_{\text{sym}} = \lambda_0|\phi_0\rangle\langle\phi_0|$  — нелокальный потенциал, учитывающий симметрию в шестикварковой системе. Такой потенциал задается для каждой парциально-волновой конфигурации [15].

Формфакторы имеют следующий вид для несвязанных ( $L = J$ ) и связанных ( $L = J \pm 1$ )  $NN$ -каналов соответственно:

$$|\Phi^{JSP}\rangle = \lambda_J^{JS}|\phi_J^{JS}\rangle, \quad |\Phi^{JSP}\rangle = \begin{pmatrix} \lambda_{J-1}^{JS}|\phi_{J-1}^{JS}\rangle \\ \lambda_{J+1}^{JS}|\phi_{J+1}^{JS}\rangle \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где четность  $P$  определяется значениями  $L$ . Поэтому для триплетных каналов эффективное взаимодействие задается матрицей (во внешнем подпространстве):

$$\frac{|\Phi^{JSP}\rangle\langle\Phi^{JSP}|}{E - E_0^{JSP}} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{(\lambda_{J-1}^{JS})^2}{E - E_0^{JSP}} |\phi_{J-1}^{JS}\rangle\langle\phi_{J-1}^{JS}| & \frac{\lambda_{J-1}^{JS}\lambda_{J+1}^{JS}}{E - E_0^{JSP}} |\phi_{J-1}^{JS}\rangle\langle\phi_{J+1}^{JS}| \\ \frac{\lambda_{J-1}^{JS}\lambda_{J+1}^{JS}}{E - E_0^{JSP}} |\phi_{J+1}^{JS}\rangle\langle\phi_{J-1}^{JS}| & \frac{(\lambda_{J+1}^{JS})^2}{E - E_0^{JSP}} |\phi_{J+1}^{JS}\rangle\langle\phi_{J+1}^{JS}| \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Таким образом, дибарионная часть взаимодействия дает вклад в тензорное взаимодействие.

Параметры модели для парциальных  $NN$ -каналов приведены в работе [14] (см. также [15]). Для удобства читателей мы поместили в табл. 1 значения  $E_0^{JSP}$ , которые опущены в указанных выше работах.

**Таблица 1.** Энергии  $E_0$  (в МэВ) во внутренних каналах для используемых в работе  $NN$ -конфигураций

$J = 0$		$J = 1$		$J = 2$		$J = 3$	
$^{2S+1}L_J$	$E_0$	$^{2S+1}L_J$	$E_0$	$^{2S+1}L_J$	$E_0$	$^{2S+1}L_J$	$E_0$
$^3P_0$	349.8	$^3P_1$	385.18	$^1D_2$	312.58	$^3F_3$	397.09
$^1S_0$	470.0	$^3SD_1$	440.0	$^3PF_2$	355.66	$^1F_3$	525.27
		$^1P_1$	494.22	$^3D_2$	531.52	$^3DG_3$	547.84

## 4. ДВУХКОМПОНЕНТНЫЙ ФОРМАЛИЗМ В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

### 4.1. Уравнение для матрицы реакции

Рассмотрим формализм из разд. 2.2, в котором роль свободного гамильтониана выполняет оператор

$$\mathbb{H}_{0Q} = \begin{pmatrix} H_{0Q} & 0 \\ 0 & H^{\text{in}} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Здесь  $H^{\text{in}} = E_0|D\rangle\langle D| + t^{\text{in}}(K)$  — гамильтониан внутреннего канала, в котором наряду с дибарионной компонентой также учитывается свободное движение центра масс.

Далее весь формализм остается прежним, только проектор  $Q$  заменяется на матричный проектор  $\mathbb{Q}$ , действующий в полном пространстве:

$$\mathbb{Q} = \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & P^{\text{in}} \end{pmatrix}, \quad (26)$$

где  $Q$  — проектор Паули, а  $P^{\text{in}} = |D\rangle\langle D|$  — проектор на внутреннее подпространство.

Резольвента гамильтониана (25), входящая в ядро уравнения (3), представляется матрицей

$$\mathbb{G}_0(E) = \begin{pmatrix} \frac{Q}{E + i0 - H_{0Q}} & 0 \\ 0 & \frac{P^{\text{in}}}{E + i0 - H^{\text{in}}} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

При этом полный гамильтониан в ядерной среде принимает следующий вид:

$$\mathbb{H}_Q = \mathbb{H}_{0Q} + \mathbb{QVQ}, \quad (28)$$

где  $\mathbb{QVQ}$  — полный оператор взаимодействия нуклонов в среде:

$$\mathbb{QVQ} = \begin{pmatrix} QV^{\text{ex}}Q & Q|\Phi\rangle\langle D| \\ |D\rangle\langle\Phi|Q & 0 \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Окончательно полная матрица реакции представляется в виде

$$\mathbb{T}(E) = \mathbb{V} + \mathbb{VQG}_0(E)\mathbb{QV}. \quad (30)$$

Она может быть найдена на основе спектрального разложения для оператора  $\mathbb{G}_0(E)$  по дискретизованному спектру полного гамильтониана (28).

### 4.2. Внешняя компонента матрицы реакции

Как и в случае свободного пространства, можно исключить вклад внутреннего канала, используя формализм Фешбаха, и получить уравнение для внешней компоненты матрицы реакции, которая и будет определять одночастичный потенциал:

$$T^{\text{ex,ex}}(E) = V_{\text{eff}}(E) + V_{\text{eff}}(E)QG_{0Q}(E)QT^{\text{ex,ex}}(E). \quad (31)$$

Здесь эффективное взаимодействие имеет вид, похожий на (17):

$$V_{\text{eff}}(E) = V^{\text{ex}} + \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi|}{E + i0 - E_{\text{in}}(K)}, \quad (32)$$

а энергия во внутреннем канале  $E_{\text{in}}(K)$  зависит от импульса центра масс  $K$ .

Рассмотрим вклад таких эффективных взаимодействий в одночастичный потенциал (2) (и в одночастичную собственную энергию). В отличие от случая взаимодействия без внутреннего канала здесь возникает два слагаемых:

$$U_V(k_1) = \frac{2}{k_1} \sum_{JSL} (2J+1)(2I+1) \int_{\Omega(k_1)} dk dK kK \times \\ \times V_{\text{eff}}(k, k; K, E_{\text{on}}(k, K)) \equiv U_V^{\text{ex}}(k_1) + U_V^{\text{in}}(k_1), \quad (33)$$

где

$$U_V^{\text{ex}}(k_1) = \frac{2}{k_1} \sum_{JSL} (2J+1)(2I+1) \times \\ \times \int_{\Omega(k_1)} dk dK kK V^{\text{ex}}(k, k), \quad (33a)$$

$$U_V^{\text{in}}(k_1) = \frac{2}{k_1} \sum_{JSL} (2J+1)(2I+1) \times \\ \times \int_{\Omega(k_1)} dk dK kK \frac{(\lambda_L^{JS})^2 \phi_L^{JS}(k) \phi_L^{JS}(k)}{E_{\text{on}}(k, K) - E_{\text{in}}(K)}. \quad (33b)$$

В первом слагаемом подынтегральное выражение не зависит от энергии и импульса центра масс и не меняется в процессе самосогласованных итераций. В этом смысле оно составляет неприводимую часть одночастичного потенциала, определяемую исходным  $NN$ -взаимодействием<sup>4)</sup> [4]. Однако, в отличие от традиционных моделей внешнее взаимодействие  $V^{\text{ex}}$  в дибарионной модели содержит только периферическую

<sup>4)</sup> Соответствующий вклад в собственную энергию также называют вкладом Хартри–Фока [4].

часть взаимодействия, а также отталкивание. Поэтому вклад от  $U_V^{ex}$  в одночастичный потенциал и в энергию связи нуклонов в среде будет существенно отличаться от такого неприводимого вклада для традиционных  $NN$ -взаимодействий.

Для дибарионной модели вклад от притяжения определяется вторым слагаемым. При этом  $U_V^{in}(k_1)$  зависит от одночастичных энергий и меняется в процессе самосогласованных итераций. Рассмотрим эту проблему подробнее ниже.

#### 4.3. Модификация взаимодействия при самосогласованных итерациях

Представим энергию внутреннего состояния в виде  $E_0 = k_0^2/m$ , где  $k_0$  — соответствующий  $E_0$  импульс относительного движения нуклонов.

На начальном этапе итераций одночастичные потенциалы равны нулю, а в качестве одночастичных энергий берутся кинетические энергии нуклонов. При этом энергия во внутреннем канале определяется соотношением  $E_{in}(K) = k_0^2/m + K^2/m$ . В этом случае энергетический знаменатель в (33б) имеет следующий вид:

$$E_{on}(k, K) - E_{in}(K) = \frac{k^2 - k_0^2}{m}, \quad (34)$$

т.е. энергетическая зависимость эффективного взаимодействия не зависит от импульса центра масс, она такая же, как в свободном пространстве.

В процессе итераций одночастичного потенциала собственные значения свободного гамильтониана меняются и определяются на каждом шаге итераций эффективной массой  $m^*$  и константой  $U_0$  согласно (11). Поэтому для того, чтобы сохранить положение полюса по относительному импульсу  $k$ , энергию во внутреннем канале также нужно изменить:

$$E_{in}(K) = \frac{k_0^2 + K^2}{m^*} + 2U_0, \quad (35)$$

$$E_{on}(k, K) - E_{in}(K) = \frac{k^2 - k_0^2}{m^*}.$$

Заметим, однако, что при этом вклад  $U_V^{in}(k_1)$  уменьшится из-за уменьшения эффективной массы по сравнению с массой нуклона. Для того чтобы этого избежать, формфакторы связи в процессе итераций также модифицируются:

$$\tilde{\lambda}_L^{JS} = \sqrt{\frac{m}{m^*}} \lambda_L^{JS}. \quad (36)$$

В результате таких преобразований взаимодействия вклад в одночастичный потенциал от эффективного взаимодействия в среде останется таким же, как в свободном пространстве (как и для традиционных не за-

висящих от энергии  $NN$ -потенциалов):

$$U_V^{in}(k_1) = \frac{2}{k_1} \sum_{JSL} (2J+1)(2I+1) \times \\ \times \int_{\Omega(k_1)} dk dK k K \frac{(\lambda_L^{JS})^2 \phi_L^{JS}(k) \phi_L^{JS}(k)}{\frac{k^2 - k_0^2}{m}}. \quad (37)$$

Предложенная модификация взаимодействия напрямую связана с приближением эффективной массы для одночастичных энергий. В дальнейших исследованиях мы планируем развить более общий формализм для учета дибарионного взаимодействия в ядерной среде.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ДЛЯ СИММЕТРИЧНОЙ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

### 5.1. Связанные состояния полного гамильтониана

Начнем с исследования спектра полного гамильтониана (28) в том случае, когда одночастичные потенциалы равны нулю (до самосогласованных итераций). Порог непрерывного спектра  $\mathbb{H}_Q$  равен  $E_{th} = 2e(k_F) = k_F^2/m$ . При этом для двух основных парциальных  $NN$ -конфигураций, триплетного канала  ${}^3SD_1$  и синглетного канала  ${}^1S_0$ , возможны связанные состояния с энергиями ниже такого порога [20].

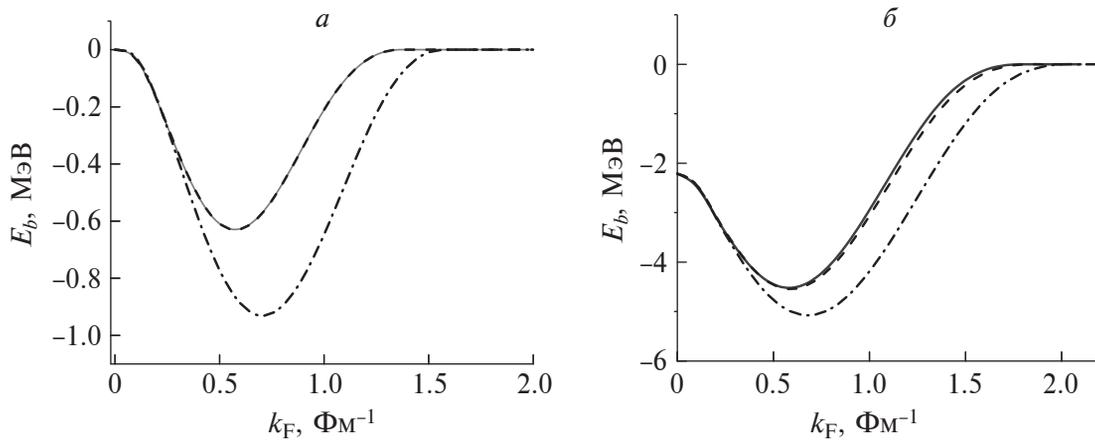
На рис. 1а и б приводятся зависимости энергий таких состояний  $E_b = E - E_{th}$  (энергии отсчитываются от порога непрерывного спектра) от импульса Ферми для разных  $NN$ -взаимодействий: наймегенского потенциала (вариант II) [21], боннского потенциала [22] и дибарионной модели. Расчеты проведены для случая  $K = 0$ , когда энергии связи максимальны (см. также [20]). Как видно из рисунка, дибарионная модель приводит к увеличению энергий связи для обеих конфигураций по сравнению с традиционными моделями  $NN$ -взаимодействия, также увеличивается диапазон плотностей, в котором связанные состояния появляются. Тем не менее вблизи равновесной плотности ( $k_F \approx 1.36 \text{ Фм}^{-1}$ ) соответствующие энергии связи становятся маленькими. Следует отметить, что при включении одночастичных потенциалов такие состояния возможны только при низкой плотности среды.

Также развитый формализм позволяет найти вес внутренней компоненты в волновой функции рассматриваемого связанного состояния из соотношения

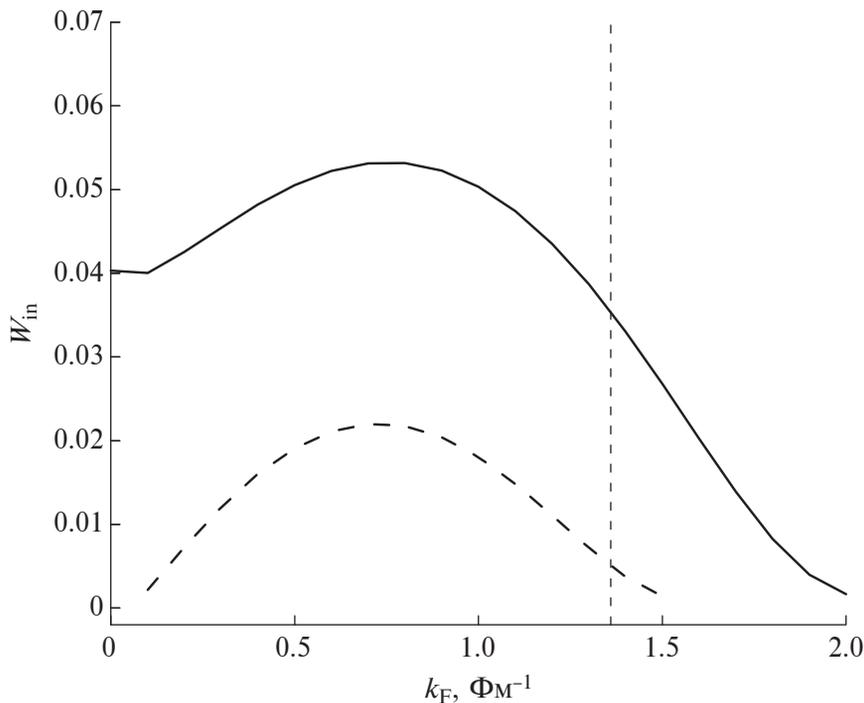
$$W_{in} = \frac{\langle \psi^{in} | \psi^{in} \rangle}{\langle \psi^{in} | \psi^{in} \rangle + \langle \psi_Q | \psi_Q \rangle}, \quad (38)$$

где предполагается, что полная волновая функция связанного состояния в подпространстве, определяемом проектором  $Q$ , имеет вид  $|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} |\psi_Q\rangle \\ |\psi^{in}\rangle \end{pmatrix}$ .

Зависимость веса внутренней компоненты от импульса Ферми для  $NN$ -конфигураций  ${}^3SD_1$  и  ${}^1S_0$  представлена на рис. 2. Следует отметить, что вес



**Рис. 1.** Зависимости энергий связанных состояний от импульса Ферми  $k_F$  для каналов  $^1S_0$  (а) и  $^3SD_1$  (б), вычисленные для наймегенского потенциала (штриховая кривая), боннского потенциала (сплошная кривая) и дибарионной модели (штрихпунктирная кривая). Сплошная и штриховая кривые на рисунках практически совпадают.



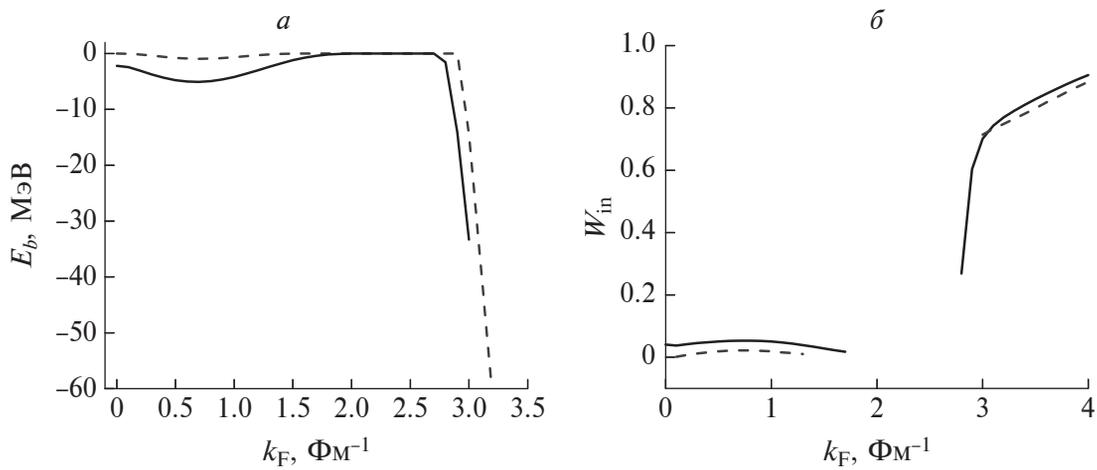
**Рис. 2.** Зависимость веса внутреннего канала в волновой функции связанного состояния от импульса Ферми для каналов  $^3SD_1$  (сплошная кривая) и  $^1S_0$  (штриховая кривая). Вертикальная штриховая линия отвечает импульсу Ферми  $k_F = 1.36 \text{ Фм}^{-1}$ .

внутреннего канала в среде увеличивается несильно и сопоставим с весом для функции связанного состояния в вакууме (дейтрона).

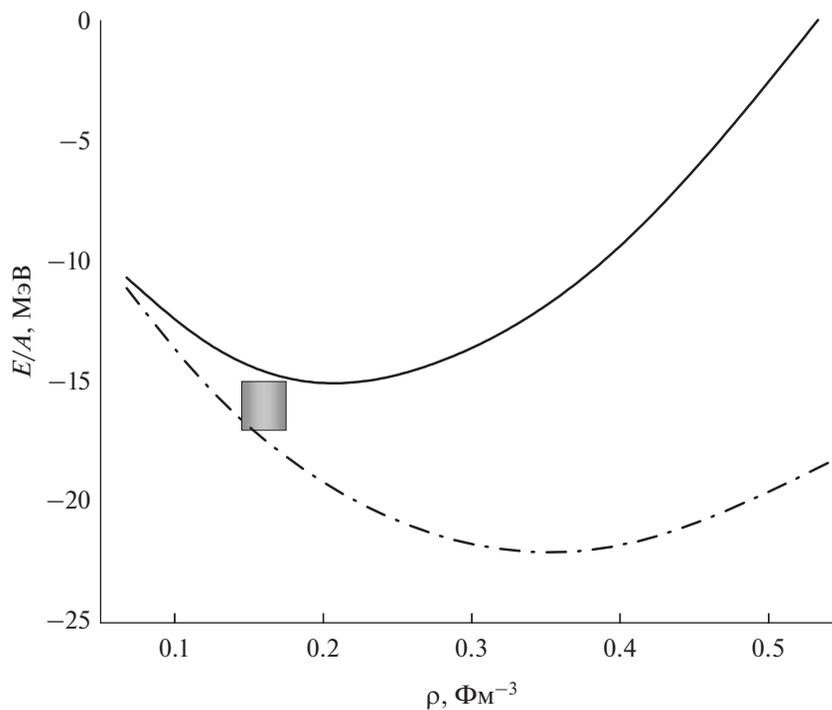
При высокой плотности рассматриваемая модель приводит к аномальным связанным состояниям. При плотностях, превышающих равновесную примерно в 10 раз, в спектре полного гамильтониана появляется глубокое связанное состояние. Вес внутренней компоненты такого состояния увеличивается с ростом плотности среды и доходит до 1. Фактически это отвечает появлению дибарионной фазы в ядерной сре-

де. Соответствующие энергии связи и веса внутренних компонент приводятся на рис. 3а и б.

Такое резкое аномальное поведение может быть связано с достаточно простым приближением дибарионной модели, когда во внутреннем канале есть только одно состояние. Можно ожидать, что при включении мезонной степени свободы, когда во внутреннем канале появляется непрерывный спектр (см. детали в работе [14]), переход к аномальной фазе будет более плавным.



**Рис. 3.** Энергия связанного состояния (а) и вес внутренней компоненты (б) в соответствующей волновой функции для каналов  ${}^3S_1$  (сплошная кривая) и  ${}^1S_0$  (штриховая кривая) для широкого диапазона импульсов Ферми.



**Рис. 4.** Уравнение состояния для симметричной ядерной материи, полученное для дибарионной модели (сплошная кривая) и для боннского потенциала (штрихпунктирная кривая). Прямоугольник ограничивает эмпирическую область насыщения  $\rho_0 = 0.16 \pm 0.015 \text{ Fm}^{-3}$ ,  $E/A = -16 \pm 1$  МэВ.

### 5.2. Уравнение состояния для симметричной ядерной материи

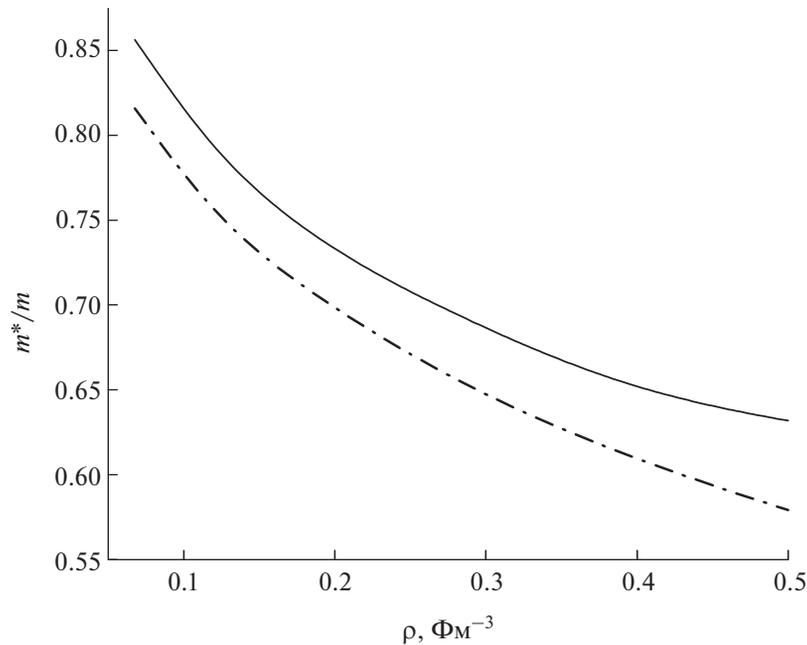
После итераций одночастичного потенциала энергии связи на нуклон для симметричной ядерной материи вычисляется через интеграл

$$E/A = \frac{3}{k_F^3} \int_0^{k_F} dk k^2 \left[ \frac{k^2}{2m} + \frac{1}{2} U(k) \right]. \quad (39)$$

На рис. 4 приводится зависимость энергии связи на нуклон от плотности  $\rho = \frac{2k_F^3}{3\pi^2}$ , полученная для дибарионной модели и для боннского потенциала. В каждом

расчете использовались парциальные  $NN$ -каналы до  $J = 7$  включительно. При этом в расчете с дибарионной моделью для конфигураций с  $J > 3$  также использовался боннский потенциал.

Как видно из рисунка, минимум уравнения состояния в расчете с дибарионными потенциалами,  $\rho \approx 0.21 \text{ Fm}^{-3}$  и  $E/A \approx -15$  МэВ, получается заметно ближе к эмпирической точке насыщения, чем для традиционного  $NN$ -потенциала. Однако выше точки равновесия рост энергии связи оказывается достаточно медленным. В дальнейших исследованиях предполагается исследовать вклад трехчастичных сил ди-



**Рис. 5.** Зависимость отношения эффективной массы к массе нуклона от плотности среды для дибарионной модели (сплошная кривая) и боннского потенциала (штрихпунктирная кривая).

барионной модели в уравнение состояния. Важность вклада трехчастичных сил для традиционных мезон-обменных теорий была показана ранее [7]. В частности, учет этого вклада приводит к смещению равновесной плотности в сторону эмпирического значения, а также к более резкому возрастанию энергии связи с ростом плотности среды выше точки насыщения (см. также недавние результаты для потенциалов эффективной теории поля [23]). Таким образом, получающееся в дибарионной модели уравнение состояния как бы занимает промежуточное положение между зависимостями энергии связи от плотности, вычисленными на основе только двухчастичных сил и с учетом вкладов трехчастичных сил в рамках традиционных моделей  $NN$ -взаимодействия.

На рис. 5 приводится зависимость эффективной массы<sup>5)</sup> от плотности для расчета с дибарионной моделью и боннским потенциалом. Из рисунка видно, что дибарионная модель приводит к систематическому увеличению эффективной массы по сравнению с мезон-обменным потенциалом. Тем не менее эффективные массы для обоих взаимодействий укладываются в оценки феноменологических моделей [24].

На рис. 6 приводится сравнение одночастичных потенциалов, найденных из расчетов с боннским потенциалом и дибарионной моделью для  $k_F = 1.36 \Phi_M^{-1}$ . Оба потенциала имеют схожую характерную форму вблизи поверхности Ферми.

<sup>5)</sup> Здесь имеется в виду параметр одночастичного потенциала (10).

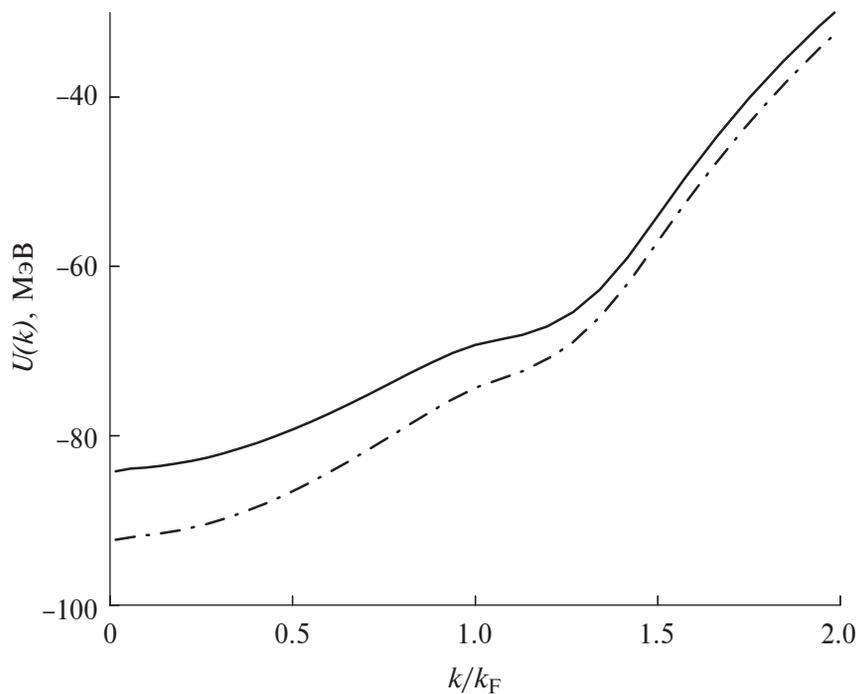
## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе разработан новый двухкомпонентный формализм для вычисления матрицы реакции в ядерной среде в рамках обобщенной схемы Бракнера–Хартри–Фока с использованием дибарионной модели нуклон-нуклонного взаимодействия, эффективно учитывающей ненуклонные степени свободы.

Были изучены связанные состояния полного гамильтониана для каналов  ${}^3SD_1$  и  ${}^1S_0$  при низких плотностях среды. Показано, что использование дибарионной модели с внутренним каналом приводит к увеличению энергий связи для этих конфигураций по сравнению с результатами для традиционных мезон-обменных потенциалов. Кроме того, рассматриваемая модель при высокой плотности среды приводит к возникновению аномальных глубокосвязанных состояний, в волновых функциях которых доминирует внутренняя дибарионная компонента.

На основе развитого формализма построена зависимость энергии связи на нуклон от плотности среды (уравнение состояния) для симметричной ядерной материи. Полученная точка насыщения достаточно близка к эмпирическим значениям энергии связи и равновесной плотности. Однако выше точки равновесия рост энергии связи оказывается достаточно медленным. Возможное решение этой проблемы связано с учетом вклада трехчастичных сил в уравнение состояния, который мы планируем в дальнейшем.

В качестве прямого продолжения этой работы мы планируем провести расчеты с использованием дибарионной модели для асимметричной ядерной ма-



**Рис. 6.** Сравнение одночастичных потенциалов, найденных из расчетов с боннским потенциалом (штрихпунктирная кривая) и с дибарионной моделью (сплошная кривая) для  $k_F = 1.36 \text{ Фм}^{-1}$ .

терии и нейтронной материи, а также исследовать сверхтекучие корреляции в ядерной среде.

Отметим также, что развитый формализм может быть использован для других моделей взаимодействий, учитывающих дополнительные внутренние степени свободы.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают особую благодарность М.Н. Платоновой за содержательные обсуждения формализма, представленного в работе. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ), грант 23-22-00072.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Duer *et al.* (CLAS Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **122**, 172502 (2019).
2. A. Galavanov *et al.*, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1390**, 012025 (2019).
3. C. Yero *et al.* (Hall C Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **125**, 262501 (2020).
4. W. H. Dickhoff and D. van Neck, *Many-Body Theory Exposed! Propagator Description of Quantum Mechanics in Many-Body Systems* (World Scientific, 2005).
5. M. I. Haftel and F. Tabakin, *Nucl. Phys. A* **158**, 1 (1970).
6. M. Baldo, G. F. Burgio, H.-J. Schulze, and G. Taranto, *Phys. Rev. C* **89**, 048801 (2014).
7. J.-J. Lu, Z.-H. Li, Ch.-Y. Chen, M. Baldo, and H. J. Schulze, *Phys. Rev. C* **96**, 044309 (2017).
8. В. И. Кукулин, в сб. *Труды XXXIII зимней школы ПИЯФ* (Гатчина, 1999), с. 207.
9. V. I. Kukulin, I. T. Obukhovskiy, V. N. Pomerantsev, and A. Faessler, *Int. J. Mod. Phys. E* **11**, 1 (2002).
10. V. I. Kukulin, V. N. Pomerantsev, M. Kaskulov, and A. Faessler, *J. Phys. G* **30**, 287 (2004); V. I. Kukulin, V. N. Pomerantsev, and A. Faessler, *J. Phys. G* **30**, 309 (2004).
11. V. N. Pomerantsev, V. I. Kukulin, V. T. Voronchev, and A. Faessler, *Phys. At. Nucl.* **68**, 1453 (2005).
12. В. И. Кукулин, В. Н. Померанцев, О. А. Рубцова, М. Н. Платонова, *ЯФ* **82**, 521 (2019) [*Phys. At. Nucl.* **82**, 934 (2019)].
13. V. I. Kukulin, O. A. Rubtsova, M. N. Platonova, V. N. Pomerantsev, H. Clement, *Phys. Lett. B* **801**, 135146 (2020).
14. V. I. Kukulin, V. N. Pomerantsev, O. A. Rubtsova, M. N. Platonova, and I. T. Obukhovskiy, *Chin. Phys. C* **46**, 114106 (2022).
15. О. А. Рубцова, В. Н. Померанцев, М. Н. Платонова, *Вестн. Моск. Ун-та* **78**, 2310601 (2023).
16. P. Adlarson *et al.* (WASA-at-COSY Collab. and SAID Data Analysis Center), *Phys. Rev. Lett.* **112**, 202301 (2014).
17. V. Komarov *et al.*, *Phys. Rev. C* **93**, 065206 (2016).
18. H. Clement, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **93**, 195 (2017); H. Clement and T. Skorodko, *Chin. Phys. C* **45**, 022001 (2021).
19. D. Tsirkov *et al.*, *Phys. Rev. C* **107**, 015202 (2023).

20. H. Muther, O. A. Rubtsova, V. I. Kukulín, and V. N. Pomerantsev, *Phys. Rev. C* **94**, 024328 (2016).
21. V. G. J. Stoks, R. A. M. Klomp, C. P. F. Terheggen, and J. J. de Swart, *Phys. Rev. C* **49**, 2950 (1994).
22. R. Machleidt, F. Sammarruca, and Y. Song, *Phys. Rev. C* **53**, R1483 (1996).
23. F. Sammarruca and R. Millerson, *Phys. Rev. C* **104**, 064312 (2021).
24. M. Dutra *et al.*, *Phys. Rev. C* **85**, 035201 (2012).

## ACCOUNT OF NON-NUCLEONIC DEGREES OF FREEDOM IN NUCLEAR MATTER

O. A. Rubtsova<sup>1)</sup>, V. N. Pomerantsev<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Russia*

A two-component formalism has been developed for the reaction matrix in a nuclear medium in the case of nucleon–nucleon interaction taking into account additional non-nucleonic degrees of freedom. The approach is based on the dibaryon model of nucleon–nucleon interaction, which recently allowed to describe partial  $NN$  scattering amplitudes for the channels with total angular momentum  $J \leq 3$  in a wide energy range from zero to 0.6–1 GeV, and also to reproduce successfully the positions of the known dibaryon resonances for a number of channels. The bound states in the nuclear medium that arise for such a model are studied. An equation of state for symmetric nuclear matter has been calculated within the framework of the Brueckner–Hartree–Fock scheme.