

УДК 536.21

## ЗАВИСИМОСТЬ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГРАНИТОВ ОТ ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ

© 2024 г. А. А. Аливердиев<sup>1, 2, \*</sup>, Р. М. Алиев<sup>1, 3</sup>, А. А. Амирова<sup>2</sup>, В. Д. Бейбалаев<sup>1, 4</sup>,  
Б. А. Григорьев<sup>5</sup>, Ю. П. Заричняк<sup>6</sup>, М. Р. Эфендиева<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем геотермии и возобновляемой энергетики –  
филиал Объединенного института высоких температур РАН, Махачкала, Россия

<sup>2</sup>Институт физики ДФИЦ РАН, Махачкала, Россия

<sup>3</sup>Дагестанский государственный технический университет, Махачкала, Россия

<sup>4</sup>Дагестанский государственный университет, Махачкала, Россия

<sup>5</sup>ООО “Газпром ВНИИ ГАЗ”, Развилка, Московская обл., Россия

<sup>6</sup>Национальный исследовательский университет информационных технологий,  
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: aliverdi@mail.ru

Поступила в редакцию 14.12.2023 г.

После доработки 14.01.2024 г.

Принята к публикации 14.02.2024 г.

На основании серии экспериментальных данных предлагается однопараметрическое описание температурно-барической зависимости эффективной теплопроводности гранитов в зависимости от ее значения при одной фиксированной температуре и атмосферном давлении. Предложенное описание довольно хорошо согласуется с экспериментальными данными в достаточно широком температурно-барическом диапазоне при отсутствии необратимых изменений в образцах в результате термобарического воздействия.

DOI: 10.31857/S0040364424020051

### ВВЕДЕНИЕ

Наиболее распространенные в континентальной земной коре кислые полнокристаллические магматические горные породы – граниты – представляют собой природные композитные материалы с достаточно сложной структурой, в состав которой входят кварц, калиевый полевой шпат, кислый плагиоклаз, слюда и другие незначительные включения. Исследование их теплофизических свойств в условиях естественного залегания является актуальной задачей для оценок и количественного моделирования температурных полей как призабойных зон [1–3] и геотехнических проектов (включая проектирование и строительство всевозможных хранилищ, подземных туннелей для железных дорог и гидроэлектростанций и т.д.), так и естественных геодинамических процессов, включая магматизм, метаморфизм и землетрясения, происходящие в земной коре, вулканологию, геодинамическую эволюцию и т.д. [4–9].

За последние несколько десятилетий были разработаны различные экспериментальные методы измерения термических свойств горных пород при высоких температурах и высоких давлениях.

Тем не менее на сегодняшний день исследования совместного действия высокой температуры и давления на теплофизические свойства гранитов остаются немногочисленными во всем диапазоне, характерном для земной коры и верхней границы мантии. Построению математической модели теплопроводности гранитов в условиях естественного залегания и посвящена настоящая работа.

### ТЕМПЕРАТУРНО-БАРИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Анализ результатов экспериментальных исследований температурного поведения эффективной теплопроводности композиционных материалов  $\lambda$  показал, что, как правило, эта зависимость может быть аппроксимирована степенной функцией [10, 11]

$$\lambda(T) = CT^n, \quad (1)$$

где  $T$  – температура;  $C, n$  – константы, фиксированные для заданного материала при заданном давлении  $P$ .

Применяя (1) к двум температурам – переменной  $T$  и фиксированной  $T_0$ , переходим к безразмерным величинам

$$\lambda(T, P) = \lambda(T_0, P) \left( \frac{T}{T_0} \right)^{n(P)},$$

или

$$\lambda(T, P) = \lambda(T_0, 0) f_{T_0}(P) \left( \frac{T}{T_0} \right)^{n(P)}, \quad (2)$$

где  $n(P)$  – барическая зависимость показателя степени,  $\lambda(T_0, P)$  – барическая зависимость эффективной теплопроводности при температуре  $T_0$ ,  $f_{T_0}(P) = \lambda(T_0, P)/\lambda(T_0, 0)$ . Атмосферным давлением при рассмотрении диапазона в десятки и сотни МПа можно пренебречь.

Если входящие в уравнение (2) барические функции представить как

$$f_{T_0}(P) = 1 + \delta_{T_0}(P), \quad n(P) = n_0(1 - v(P)),$$

имеем

$$\lambda(T, R) = \lambda(T_0, 0) (1 + \delta_{T_0}(P)) \left( \frac{T}{T_0} \right)^{n_0(1-v(P))}, \quad (3)$$

где  $\delta_{T_0}(P) = \frac{\lambda(T_0, P)}{\lambda(T_0, 0)} - 1$ ,  $v(P) = \frac{n(P)}{n_0} - 1$ .

Как отмечалось в [12], выражение (3) более удобно для сравнения данных по различным материалам, абсолютные значения теплопроводности которых могут сильно варьироваться. Данное представление дает возможность выделения всего двух опорных величин –  $n_0 = n(0)$  и  $\lambda(T_0, 0)$ , и двух безразмерных барических функций:  $v(P)$  и  $\delta_{T_0}(P)$ .

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Для подробного анализа выбраны опубликованные экспериментальные результаты температурных и барических зависимостей эффективной теплопроводности ряда гранитов.

Данные по образцам 1 (Дагестан, глубина залегания – 3020–3090 м) и 2 (Кольские приповерхностные отложения) взяты из [12]. Измерения при давлениях 0.1–400 МПа проводились методом стационарного теплового потока на установке, описанной в [11]. В качестве среды, передающей давление, использовался газ аргон.

Данные по образцу 3 (Швейцария) взяты из [13]. Тепловые свойства измерялись методом лазерной вспышки. Измерения проводились при нагреве до 500°C и далее при охлаждении до комнатной температуры.

Данные по образцу 4 (США, штат Род-Айленд) взяты из [14]. Измерение теплопроводности проводилось стационарным методом при давлениях от атмосферного до 1000 МПа. Высокое давление достигалось посредством кубической наковальни клинового типа.

Данные по образцам 5 (Хэбэй, Китай) и 6 (Португалия) взяты из [15, 16] соответственно, где измерения проводились при атмосферном давлении методом лазерной вспышки.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Для анализа температурных зависимостей эффективной теплопроводности обратимся к рис. 1, на котором представлены экспериментальные температурные зависимости эффективной теплопроводности образцов гранитов 1, 2, 3, 5 и 6 при

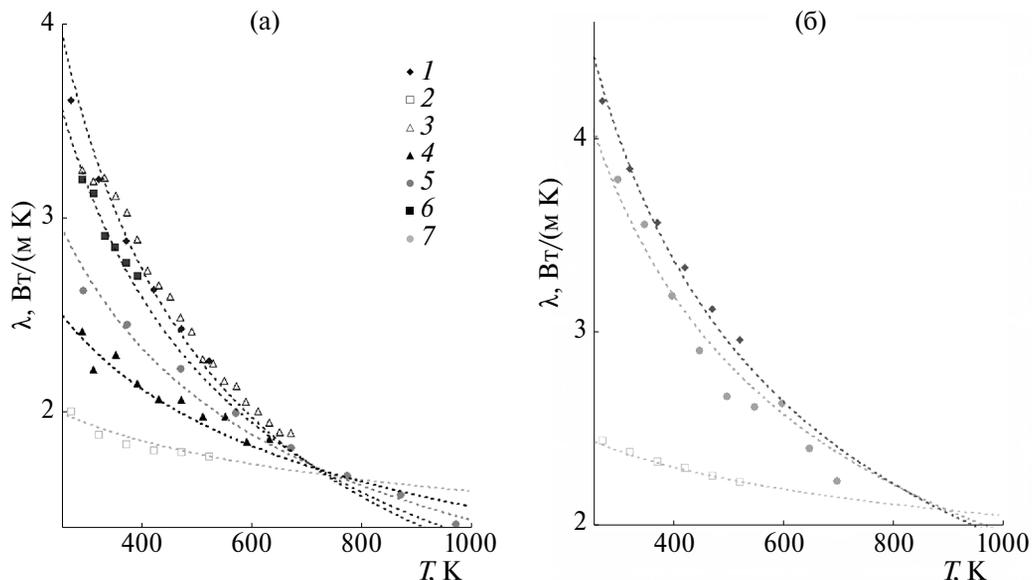


Рис. 1. Зависимости эффективной теплопроводности от температуры: на изобарах (а) 0.1 МПа: 1 – образец 1, 2 – 2, 3 – 3 (нагрев), 4 – 3 (охлаждение), 5 – 5, 6 – 6; (б) 400 МПа: 7 – образец 4; маркеры – экспериментальные данные для образцов 1–6 [12–16], кривые – аппроксимации по выражению (6).

атмосферном давлении и образцов 1, 2 и 4 при давлении 400 МПа. Ввиду близости зависимостей для образцов 1 и 3 при нагреве для наглядности приводится аппроксимация только для образца 1. В свою очередь рис. 2 демонстрирует барические зависимости эффективной теплопроводности при температуре 300 К.

Экспериментальная температурная зависимость эффективной теплопроводности, полученная для образца 3 при нагревании, почти совпала с температурной зависимостью эффективной теплопроводности первого образца. Однако для образца 3 авторы [13] обнаружили эффект термической модификации образца при достижении температуры порядка 700 К. Обратный ход зависимости эффективной теплопроводности, снятый при охлаждении, также хорошо описывается степенной зависимостью (3), но имеет другой степенной коэффициент, что говорит о существенной модификации образца. Данный эффект может быть объяснен образованием трещин из-за высокой термической нагрузки, что подтверждается результатами, представленными в [17, 18].

С другой стороны, при контрольном измерении образца 1 вплоть до 700 К методом лазерной вспышки практически какого-либо необратимого изменения теплофизических характеристик не обнаружилось [12]. Не обнаружилось оно и в [15] (образец 5). В целом описание (4) может быть использовано (и с осторожностью экстраполировано при наличии неполных данных) до окрестностей первого ожидаемого фазового перехода —  $\alpha$ - $\beta$ -перехода кварца, где его обычная форма с тригональной симметрией обратимо переходит в форму с гексагональной симметрией. Температура такого перехода составляет 845 К при атмосферном давлении и возрастает до 945 К при 375 МПа [19].

Сводные данные по эффективной теплопроводности при 300 К и коэффициенту  $n$ , вычисленные методом наименьших квадратов непо-

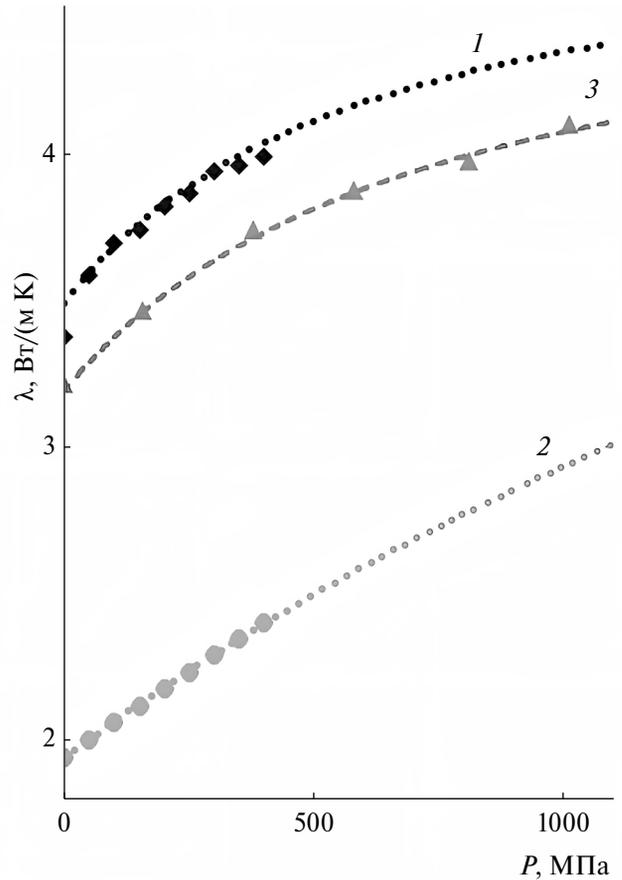


Рис. 2. Зависимости эффективной теплопроводности при  $T = 300$  К от давления для нескольких образцов: 1 – 1, 2 – 2, 3 – 4; символы – экспериментальные значения [12, 14], кривые – аппроксимации (6).

средственно из экспериментальных изобар, при атмосферном давлении и при давлении 400 МПа, представлены в таблице. Рис. 3 демонстрирует практически линейную зависимость показателя  $n$  от абсолютного значения эффективной теплопроводности при температуре 300 К и атмосферном давлении.

Сводные данные по эффективной теплопроводности и коэффициенту  $n$

№ образца	0.1 МПа		400 МПа		Источник
	$\lambda(455 \text{ К}), \text{ Вт/(м К)}$	$n$	$\lambda(300 \text{ К}), \text{ Вт/(м К)}$	$n$	
1	2.47	-0.72	3.37	-0.53	[12]
2	1.81	-0.18	1.94	-0.13	[12]
3	2.52	-0.73	3.42	—	[13] (нагрев)
	2.02	-0.32	2.35	—	[13] (охлаждение)
4	2.37	—	3.21	-0.58	[14]
5	2.18	-0.49	2.69	—	[15]
6	2.37	-0.60	3.16	—	[16]

Примечание. Параметр  $\lambda(455 \text{ К})$  при атмосферном давлении вычислен по совокупности экспериментальных данных для каждого образца с помощью предложенной модели.

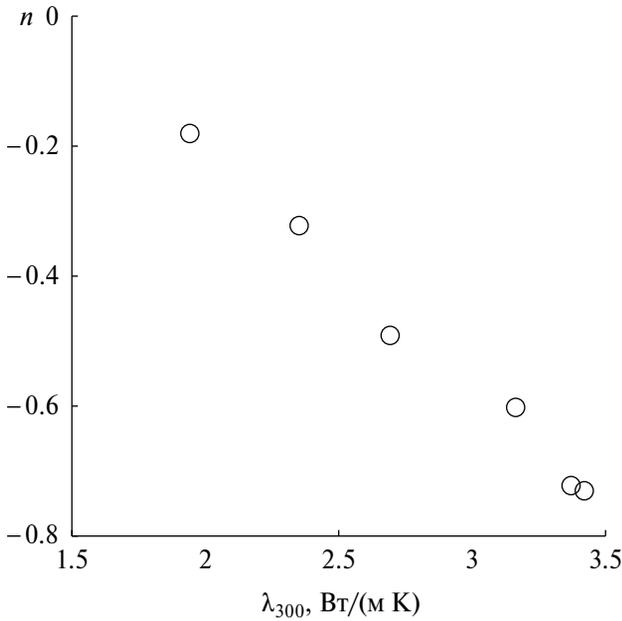


Рис. 3. Экспериментальная зависимость коэффициента  $n$  при атмосферном давлении от эффективной теплопроводности при 300 К для образцов из таблицы.

При обработке барических зависимостей эффективной теплопроводности (взяты из [12, 14]) для аппроксимации  $\delta_{T_0}(P)$  использовалось следующее представление:

$$\delta_{T_0}(P) = \frac{\beta(P/P_0^*)}{1 + (P/P_0^*)},$$

где величина  $\beta$  имеет физический смысл отношения предельной теплопроводности к теплопроводности при нулевом давлении;  $P_0^*$  – константа, определяющая крутизну наклона и имеющая размерность давления.

Для наглядности выразим функцию  $\delta_{T_0}(P)$  для одного давления через ее значение для другого фиксированного давления  $P_0$ . Получим

$$\delta_{T_0}(P) = \delta_{T_0}(P_0) \frac{1 + \frac{P_0^*}{P_0}}{1 + \frac{P_0^*}{P}}, \quad (4)$$

или

$$\delta_{T_0}(P) = A \frac{P}{P_0} \frac{P_0(1+B)}{P_0 + BP}, \quad (5)$$

где  $A = \delta_{T_0}(P_0)$ ,  $B = P_0/P_0^*$ .

Выражение (5), тождественное выражению (4), также является двухпараметрическим (входящий в него третий параметр  $P_0$ , подобно примененному ранее параметру  $T_0$ , является произвольным). Преимущество представления (5) состоит в том, что оба входящих в него независимых параметра безразмерны, один из них представляет собой значение функции  $\delta_{T_0}(P)$  при фиксированном давлении  $P_0$ , а второй,  $B$ , определяет нелинейность. Значение  $B = 0$  соответствует линейной зависимости (в данном случае к ней близки данные образца 2). Заметим, что для  $\delta_{T_0}(P)$ , определяемого (5), имеет место

$$\lim_{P \rightarrow \infty} (\delta_{T_0}(P)) = A \frac{1+B}{B}.$$

Рис. 4а демонстрирует зависимости  $v(P)$  и  $\delta_{455}(P)$ , вычисленные по экспериментальным данным с оптимальной аппроксимацией согласно (5) (для образца 4, как для образцов 1 и 2, в предположении тождества  $v(P)$  и  $\delta_{455}(P)$ ). Для образца 1 также приведены точки  $v(P)$  и  $\delta_{455}(P)$ , полученные методом наименьших квадратов из экспериментальных температурных зависимостей.

На рис. 4 для образца 1 непрерывная линия соответствует интерполяции экспериментальных данных, а пунктирная – экстраполяции для более высоких давлений. Для образца 4 весь

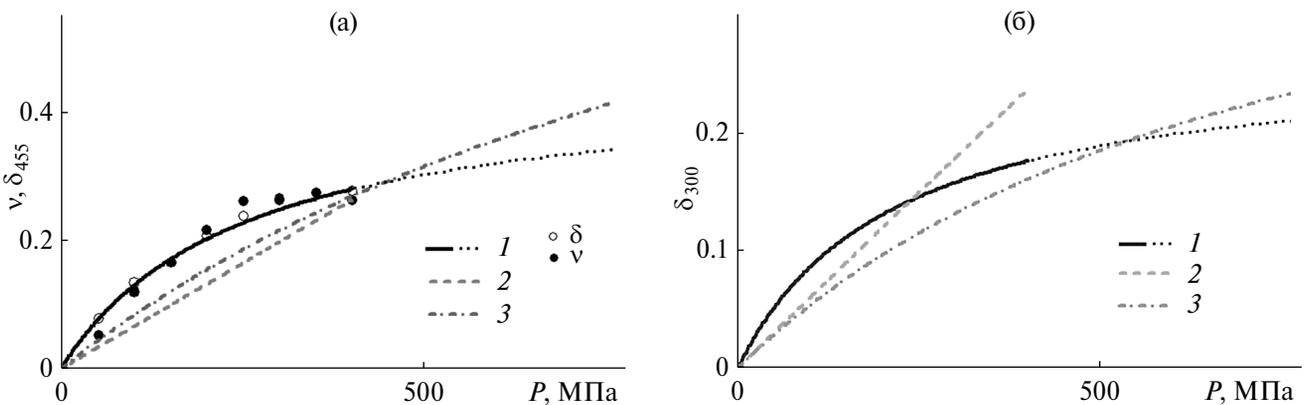


Рис. 4. Зависимости  $\delta_{T_0}(P)$  (светлые кружки) и  $v(P)$  (закрашенные кружки) для образцов 1 (1), 2 (2) и 4 (3) при температурах: (а) –  $T_0 = 455$  К ( $v(P) \cong \delta_{455K}(P)$ ), (б) – 300.

графический диапазон представляет интерполяцию. Так как зависимость  $\delta_{T_0}(P)$  для второго образца близка к линейной и экстраполяция может, с одной стороны, дать существенную ошибку, а с другой — не влияет на основной вывод о точке пересечения зависимостей на рис. 4а, данные ограничены интерполяцией.

Интересным представляется факт, что для всех образцов значения функции  $\delta_{455}(P)$  пересекаются в одной точке, чего не наблюдается при выборе других  $T_0$  (зависимости  $\delta_{300}(P)$  представлены на рис. 4б). Таким образом, выбор фиксированной температуры  $T_0 \cong 455$  К позволяет использовать в качестве  $\nu(P)$  функцию  $\delta_{455}(P)$  в формуле (3), а полученное в точке пересечения зависимостей  $\delta_{455}(P)$  для разных гранитов давление естественно использовать в качестве нормировочного фиксированного давления  $P_0$  в формуле (5). Предположив также линейность зависимостей  $n$  (см. рис. 3) и  $B$  от  $\lambda_0$ :

$$n = -N \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_0^*} - 1 \right),$$

$$B = D \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_0^*} - 1 \right),$$

получаем

$$\lambda(T, P) = \lambda_0 \left( 1 + \delta(P) \right) \left( \frac{T}{T_0} \right)^{-N\chi(1-\delta(P))},$$

$$\delta(P) = AP \frac{1 + D\chi}{P_0 + DP\chi}, \quad (6)$$

$$\chi = \frac{\lambda_0}{\lambda_0^*} - 1.$$

Для всех описанных образцов гранитов имеющиеся экспериментальные данные с отклонениями, не превышающими погрешность эксперимента, описываются (6) с использованием одних и тех же эмпирических параметров  $P_0 = 445$  МПа,  $\lambda_0^* = 1.64$  Вт/(м К),  $A = 0.29$ ,  $N = 1.6$ ,  $D = 1$ . Тем самым температурно-барическая зависимость становится функцией одного аргумента — значения эффективной теплопроводности при  $T_0 = 455$  К и околонулевом (атмосферном) давлении. При отсутствии дополнительного давления имеем

$$\lambda(T) = \lambda_{455} \left( \frac{T}{455} \right)^{1.6 \left( 1 - \frac{\lambda_{455}}{1.64} \right)}. \quad (7)$$

В свою очередь связь между значениями эффективной теплопроводности при  $T_0 = 455$  К

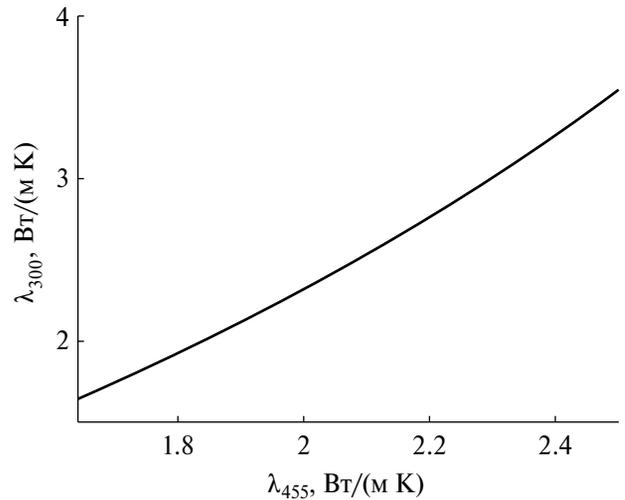


Рис. 5. Зависимость теплопроводности при 300 К от теплопроводности при 455 К и околонулевого давления, рассчитанная согласно (6).

и околонулевого давления  $\lambda_0$  и при температурах 300 К, 20°C или любой другой и любом давлении табулируется посредством тех же уравнений (6). Зависимость теплопроводности при 300 К от теплопроводности при 455 К ( $\lambda_{300}$  и  $\lambda_{455}$  соответственно) при околонулевого давлении, вычисленная согласно (6), представлена на рис. 5.

Таким образом, знание эффективной теплопроводности гранита при атмосферном давлении и комнатной температуре дает возможность прогнозировать ее температурно-барическую зависимость в достаточно широком диапазоне температур и давлений.

Вместе с экспериментальными данными на рис. 1, 2 представлены линии, полученные согласно (6) с использованием параметра  $\lambda_{455}$ , приведенного в таблице. Как видно из рисунков, экспериментальные данные могут быть описаны в рамках предложенного подхода в пределах экспериментальной погрешности (3–4%), что делает такой подход обоснованным и позволяет надеяться на хорошие экстраполяционные возможности полученных выражений.

Следует отметить, что однопараметрические уравнения для расчета эффективной теплопроводности гранитов, исходя из ее значения при фиксированной температуре (~300 К), предлагались и ранее [1, 16]:

$$\lambda(T) = \left( \lambda_{20}^{-1} + 3.14 \times 10^{-4} T \right)^{-1},$$

$$\lambda(T) = \lambda_{20} \left( 1 + 1.5 \times 10^{-4} (T - 20) \right)^{-1},$$

$$\lambda(T) = \lambda_{20} \left( 0.9779 + \left( 9.6 \times 10^{-3} - 2.5 \times 10^{-2} \lambda_{20}^{-1} T \right) \right)^{-1},$$

где  $T$  в °C,  $T < 120^\circ\text{C}$ . Подход настоящей работы позволил не только дать надежное представление

в более широком диапазоне температур (7), но и обобщить его на барическую зависимость (6).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, на основании серии экспериментальных данных предлагается описание температурно-барической зависимости эффективной теплопроводности гранитов в зависимости от ее значения при одной фиксированной температуре и атмосферном давлении. Предложенное описание достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными в температурном и барическом диапазонах ~300–600 К и 0.1–400 МПа соответственно (с возможностью экстраполяции в прилегающие диапазоны) при отсутствии необратимых изменений в образцах в результате термобарического воздействия.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Norden B., Förster A., Förster H.-J., Fuchs S. Temperature and Pressure Corrections Applied to Rock Thermal Conductivity: Impact on Subsurface Temperature Prognosis and Heat-flow Determination in Geothermal Exploration // *Geothermal Energy*. 2020. V. 8. P. 1.
2. Miranda M.M., Márquez M.I.V., Raymond J., Dezayes C. A Numerical Approach to Infer Terrestrial Heat Flux from Shallow Temperature Profiles in Remote Northern Regions // *Geothermics*. 2021. V. 93. P. 102064.
3. Алишаев М.Г., Аливердиев А.А., Бейбалаев В.Д. Проблема доставки скрытой теплоты фазового перехода пара в пласт // *ТВТ*. 2023. Т. 61. № 6. С. 915.
4. Furlong K.P., Chapman D.S. Heat Flow, Heat Generation, and the Thermal State of the Lithosphere // *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 2013. V. 41. P. 385.
5. Annen C., Blundy J.D., Sparks R.S.J. The Genesis of Intermediate and Silicic Magmas in Deep Crustal Hot Zones // *J. Petrol.* 2005. V. 47. P. 505.
6. Nabelek P.I., Whittington A.G., Hofmeister A.M. Strain Heating as a Mechanism for Partial Melting and Ultra-high Temperature Metamorphism in Convergent Orogens: Implications of Temperature Dependent Thermal Diffusivity and Rheology // *J. Geophys. Res.: Solid Earth*. 2010. V. 115. № B12. P. B12417.
7. Whittington A.G., Hofmeister A.M., Nabelek P.I. Temperature-dependent Thermal Diffusivity of the Earth's Crust and Implications for Magmatism // *Nature*. 2009. V. 458. P. 319.
8. Fu H., Zhang B., Ge J., Xiong Z., Zhai Sh., Shan Sh., Li H. Thermal Diffusivity and Thermal Conductivity of Granitoids at 283–988 K and 0.3–1.5 GPa // *Am. Mineral*. 2019. V. 104. № 11. P. 1533.
9. Chopra N., Raya L., Deyb S., Mitrac A. Thermal Conductivity, Density, Petrological, and Geochemical Characteristics of Granitoids from Singhbhum Craton, Eastern India // *Geothermics*. 2020. V. 87. P. 101855.
10. Эмиров С.Н., Рамазанова Э.Н. Теплопроводность песчаников в условиях высоких давлений и температур // *ТВТ*. 2007. Т. 45. № 3. С. 359.
11. Emirov S.N., Aliverdiev A.A., Zarichnyak Y.P., Emirov R.M. Studies of the Effective Thermal Conductivity of Sandstone under High Pressure and Temperature // *Rock Mech. Rock Eng.* 2021. V. 54. P. 3165.
12. Emirov S.N., Aliverdiev A.A., Beybalaev V.D., Amirova A.A. On the Temperature and Pressure Dependences of the Effective Thermal Conductivity of Granites // *Thermal Sci.* 2021. V. 25. № 4A. P. 2493.
13. Kant M.A., Ammann J., Rossi E., Madonna C., Höser D., von Rohr Ph.R. Thermal Properties of Central Aare Granite for Temperatures up to 500°C: Irreversible Changes due to Thermal Crack Formation // *Geophys. Res. Lett.* 2017. V. 44. № 2. P. 771.
14. Horai K., Susaki J. The Effect of Pressure on Thermal Conductivity of Silicate Rocks up 12 kbar // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1989. V. 55. № 3–4. P. 292.
15. Miao S.Q., Li H.P., Chen G. Temperature Dependence of Thermal Diffusivity, Specific Heat Capacity, and Thermal Conductivity for Several Types of Rocks // *J. Therm. Anal. Calorim.* 2014. V. 115. № 2. P. 1057.
16. Miranda M.M., Matos C.R., Rodrigues N.V., Pereira A.J.S.C., Costa J.J. Effect of Temperature on the Thermal Conductivity of a Granite with High Heat Production from Central Portugal // *J. Iberian Geology*. 2019. V. 45. № 1. P. 147.
17. Sun Q., Zhang W., Zhu Y., Huang Z. Effect of High Temperatures on the Thermal Properties of Granite // *Rock Mech. Rock Eng.* 2019. V. 52. № 8. P. 2691.
18. Zhao X.G., Zhao Z., Guo Z., Cai M., Li X., Li P.F., Chen L., Wang J. Influence of Thermal Treatment on the Thermal Conductivity of Beishan Granite // *Rock Mech. Rock Eng.* 2018. V. 51. № 7. P. 2055.
19. Shen A.H., Bassett W.A., Chou I.-M. The  $\alpha$ - $\beta$  Quartz Transition at High Temperatures and Pressures in a Diamond–Anvil Cell by Laser Interferometry // *Am. Mineral*. 1993. V. 78. № 7–8. P. 694.