

УДК 66.069.832: 534-8

ТРЕХМЕРНАЯ ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КОАГУЛЯЦИИ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ PM2.5 В ВИХРЕВЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЯХ

В. Н. Хмелёв, А. В. Шалунов, Р. Н. Голых

*Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО “Алтайский государственный
технический университет им. И. И. Ползунова”, г. Бийск, Россия*

e-mail: eegrn@bti.secna.ru

Поступила в редакцию 03.11.2023 г.

После доработки 12.01.2024 г.

Принята к публикации 29.01.2024 г.

Эффективность существующих пылеуловителей для частиц размером PM2.5, представляющих значительную опасность для здоровья человека и обнаруживаемых в местах, ранее считавшихся свободными от таких частиц, сводится к нулю. Один из наиболее эффективных способов укрупнения частиц для повышения эффективности существующих пылеуловителей – принудительная ультразвуковая коагуляция аэрозолей. Однако ультразвуковая коагуляция является эффективной лишь, начиная с размеров частиц 5...10 мкм и более. Поэтому проведенные авторами исследования направлены на поиск и теоретическое обоснование возможностей повышения эффективности коагуляции PM2.5 за счет создания условий формирования трехмерных нелинейных эффектов – вихревых течений и турбулентных возмущений. Предложена численная модель ультразвуковой коагуляции с учетом данных эффектов. Проведенный численный анализ модели на примере аэрозоля PM2.5 позволил установить, что наиболее эффективно коагуляция реализуется в резонансных акустических полях, в которых вихревые течения и турбулентные возмущения обладают максимальной скоростью. Наличие трехмерных турбулентных возмущений приводит к тому, что эффективность коагуляции достигает практически 100% при уровне звукового давления не более 165 дБ.

Ключевые слова: вихревые акустические течения, аэрозольные частицы, ультразвуковая коагуляция

DOI: 10.31857/S0040357124010061, **EDN:** ZDNXYC

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность существующих пылеуловителей для частиц размером PM2.5, представляющих значительную опасность для здоровья человека и обнаруживаемых в местах, ранее считавшихся свободными от таких частиц [1–4], сводится к нулю [5, 6]. Один из наиболее эффективных способов укрупнения частиц для повышения эффективности существующих пылеуловителей – принудительная ультразвуковая коагуляция аэрозолей [7–11]. Однако, как показано авторами [7–11], ультразвуковая коагуляция является эффективной лишь, начиная с размеров частиц 5...10 мкм и более.

Анализ известных физических механизмов [11–13] позволил установить причины снижения эффективности коагуляции PM2.5:

- малая инерционность частиц, которая полностью исключает ортокинетическое взаимодействие;
- малая площадь сечения столкновения;
- малая сила гидродинамического взаимодействия.

Кроме того, такие частицы в воздухе находятся, как правило, в малых концентрациях, в то же время скорость коагуляции линейно пропорциональна счетной концентрации частиц.

Отсюда очевидно, что необходимо осуществлять поиск новых нелинейных физических эффектов в ультразвуковых полях, отличных от классических механизмов ультразвуковой коагуляции (ортокинетическое и гидродинамическое взаимодействие), а также создавать условия для возникновения новых эффектов.

В более ранних публикациях, сделанных авторами настоящей статьи [14, 15], предложен подход к повышению эффективности ультразвуковой коагуляции, основанный на задействовании стационарных вихревых акустических течений, связанных с:

- поглощением колебаний в газе, в котором часть поглощаемой энергии переходит в движение газа с совершением работы против сил вязкого трения;
- ограниченностью озвучиваемого объема, которая исключает потенциальность данного тече-

ния, возникающего за счет объемного источника энергии. Стационарные вихревые течения приводят к локальному повышению концентрации частиц за счет их инерционного переноса к периферии вихря по аналогии с физическим эффектом уплотнения аэрозольного облака при принудительном формировании закрученных газовых потоков путем подачи газозвеси в камеру специальной формы (“циклон”) [14–16].

Для описания указанного эффекта авторами ранее создана теоретическая модель с разработкой методов численного расчета, позволяющая предсказать эффективность коагуляции в данных течениях [14, 15].

Однако предложенная теоретическая модель рассматривает лишь 2D-случай, а именно – его частную вариацию 2D-axisymmetric, когда вихревые течения являются тороидальными, но при этом профиль течения и эволюция аэрозоля в одной плоскости, проходящей через ось вращения озвучиваемого объема, будут такими же во всех остальных плоскостях.

Известный подход к моделированию, основанный на рассмотрении 2D-течений (2D-axisymmetric), не учитывает следующие факторы:

- асимметричность акустического поля и его неоднородность вдоль оси вихря. Как следствие, асимметричность акустического поля приводит к тому, что вихревые линии тока, в отличие от 2D-случая, могут либо являться не замкнутыми (подобно спиралевидным), или замкнутыми, но не лежать в одной плоскости;

- принудительное внешнее течение при непрерывной реализации процесса;

- хаотичные турбулентные возмущения газовой фазы по всем трем осям, которые, как было отмечено в работе [17], приводят к дополнительному повышению эффективности столкновения частиц. При этом турбулентные возмущения также имеют вихревой характер. При этом возмущения лишь по двум осям, очевидно, обеспечивают пониженную эффективность коагуляции.

Кроме того, поскольку реализация идеально двумерного процесса невозможна, перечисленные факторы будут проявляться при любых условиях ультразвуковой коагуляции.

Это обуславливается актуальность разработки трехмерной численной модели ультразвуковой коагуляции в вихревых акустических течениях.

Таким образом, цель проводимого исследования – создание трехмерной численной модели ультразвуковой коагуляции в вихревых акустических течениях.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие частные задачи:

1. Обоснование и формулировка математической постановки трехмерной начально-краевой

задачи расчета ультразвуковой коагуляции частиц в вихревых акустических течениях.

2. Разработка обобщенного алгоритма численного решения трехмерной начально-краевой задачи расчета ультразвуковой коагуляции частиц в вихревых акустических течениях.

3. Выявление условий ультразвукового воздействия, при которых нелинейные эффекты, влияющие на скорость коагуляции и связанные с вихревыми течениями, проявляются наиболее интенсивно.

4. Выявление диапазонов режимов ультразвукового воздействия, при которых каждый из нелинейных эффектов, связанных с вихревыми течениями, вносит заметный вклад в скорость коагуляции.

Решение поставленных задач представлено в следующих разделах.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КОАГУЛЯЦИИ АЭРОЗОЛЕЙ В ВИХРЕВЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЯХ

Конечной целью исследования модели является изучение влияния трехмерных акустических течений на эффективность коагуляции частиц, определяемую по остаточной концентрации частиц (чем меньше остаточная концентрация, тем выше эффективность) согласно следующему выражению:

$$\xi(T, \mathbf{P}) = \left(1 - \frac{N(T, \mathbf{P})}{N(0, \mathbf{P})} \right) \cdot 100\%; \quad (1)$$

$$\mathbf{P} = (\Omega, A_n, \rho, \alpha, \omega, c, \rho_p, \mu, \zeta, d_0, n);$$

где $N(t)$ – суммарное количество частиц в воздушном промежутке (расчетной области Ω) в момент времени t ; T – продолжительность воздействия; c ; $N(0)$ – суммарное количество частиц в начальный момент времени; $\mathbf{P}$ – вектор параметров акустического воздействия, расчетной области и газодисперсной среды.

Физические величины, входящие в вектор $\mathbf{P}$, определяются следующим образом: $\Omega \subseteq R^3$ – связное компактное множество точек расчетной области; A_n – функция распределения амплитуд колебаний по границе расчетной области $\partial\Omega$; ρ – плотность газовой фазы, кг/м³; α – коэффициент поглощения ультразвуковых колебаний в газовой фазе, м⁻¹; ρ_p – плотность вещества дисперсной фазы, кг/м³; ω – частота ультразвуковых колебаний, с⁻¹; c – скорость звука в газовой фазе, м/с; μ – кинематическая вязкость газовой фазы, Па·с; ζ – кинематическая вязкость газовой фазы,

Па·с; d_0 — минимальный диаметр дисперсной частицы, Па·с.

В рамках модели рассматривается эволюция газодисперсной среды в области Ω , которая является воздушным промежутком, характеризуется концентрациями частиц различных типоразмеров $n_k(\mathbf{r}, t) \iiint_V n_k(\mathbf{r}, t) dV$ — количество частиц условного диаметра $\sqrt[3]{k}d_0$ в момент времени t в объеме $V \subseteq \Omega$, м³; $\mathbf{r}$ — вектор координат, м; t — время, с.

Согласно модели, аэрозольное облако эволюционирует под действием следующих факторов:

1. Ультразвуковая коагуляция частиц, происходящая под действием механизма гидродинамического взаимодействия, основанного на сближении частиц под действием разности сил радиационного давления.

2. Пространственный перенос частиц за счет сил инерции, обусловленных конечной ненулевой кривизной линий тока газовой фазы.

3. Коагуляция частиц за счет хаотичных турбулентных движений газа. За счет хаотичного движения частиц, связанного с турбулентными пульсациями основной колебательной скорости газа, которая при уровнях звукового давления от 160 дБ и выше в воздухе превышает 20 м/с (число Рейнольдса много больше ~2400, т. е. больше критического числа для возникновения явления турбулентности).

При трехмерных турбулентных возмущениях возможно столкновение частиц по всем трем осям (рис. 1) [16]. Вероятность столкновения частиц в турбулентном потоке определяется согласно полученному выражению (2), которое получается из общего выражения для частиц, движущихся друг относительно друга, согласно теории Зоммерфельда [18, 19]. При выводе выражения (2) считалось, что модельные турбулентные возмущения скорости могут быть ориентированы под произвольным телесным углом с равной вероятностью (скорость возмущения считается одинаковой, усредненной):

$$\beta(d_1, d_2) = \frac{U_{T,A} n(d_1) n(d_2) (d_1 + d_2)^2}{12\pi^2}, \quad (2)$$

где $U_{T,A}$ — амплитуда турбулентных пульсаций скорости, м/с; d_1, d_2 — размеры сталкивающихся частиц в паре, м.

При трехмерном численном моделировании ультразвуковой коагуляции аэрозолей в вихревых акустических течениях принимаются следующие допущения:

1. Вихревые акустические течения содержат две составляющие:

- ламинарная;
- турбулентная.

Ламинарная составляющая обусловлена наличием дрейфа газовой фазы из-за поглощения ультразвуковых колебаний в объеме. Ламинарная составляющая акустических течений определяется моделью, описанной в монографии [20].

Турбулентная составляющая инициируется основной колебательной скоростью, которая многократно превышает скорость ламинарной составляющей и равняется нескольким десяткам метров в секунду при уровне звукового давления от 165 дБ и выше.

2. Ламинарные вихревые акустические течения являются стационарными. Указанное допущение обуславливается тем, что нарастание скорости акустических течений, возникающих за счет поглощения энергии ультразвуковых колебаний, приводит к пропорциональному возрастанию силы вязкого трения, которая препятствует течению. При этом поглощаемая энергия ультразвуковых колебаний включает в себя кинетическую составляющую — энергия, переходящая в кинетическую энергию жидкости, и тепловую составляющую — энергия, переходящая в тепло за счет колебаний силы вязкого трения.

По мере нарастания скорости акустических течений, кинетическая составляющая поглощаемой энергии ультразвуковых колебаний уравнивается работой против сил вязкого трения в течениях.

3. В стационарном течении газовой фазы частицы дрейфуют с постоянной скоростью $\mathbf{u}_p = \mathbf{u}(\mathbf{r}_p(t)) - \tau_p(\mathbf{u}, \nabla)\mathbf{u}|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_p(t)}$, где τ_p — время релаксации частицы, с; $\mathbf{u}$ — скорость движения частицы, м/с.

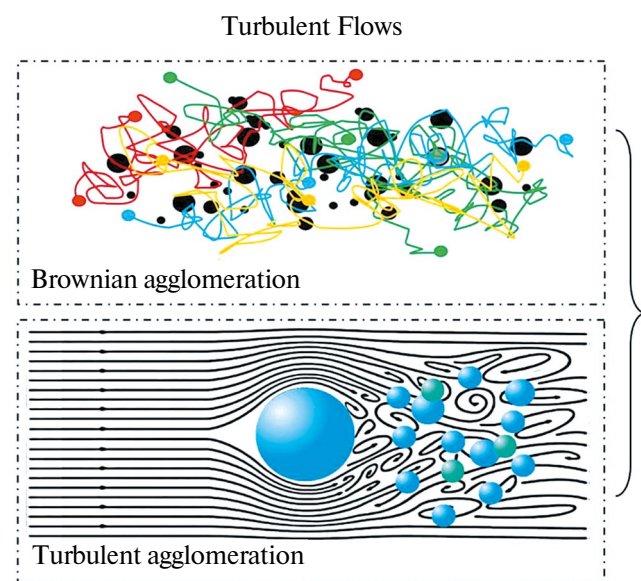


Рис. 1. Хаотичные турбулентные движения газовой фазы [16].

Указанное допущение обосновывается путем разложения скорости движения частицы по малому параметру τ_p и его подстановки в уравнение движения частицы, основанное на втором законе И. Ньютона.

4. Характерное время коагуляции частиц превышает время полного оборота частицы вокруг линии тока. Указанное допущение обусловлено малой концентрацией частиц, когда речь идет о тонкой газоочистке.

5. Характерное время перехода частиц между линиями тока ламинарного вихревого течения много больше времени полного оборота вокруг линии тока.

Указанное допущение подтверждается следующей оценкой:

$$\left| \frac{E}{(\mathbf{u}_p, \nabla) E} \right| = \left| \frac{E}{(\mathbf{u} - \tau_p (\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) E} \right| = \frac{1}{\tau_p} \left| \frac{E}{(-(\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) E} \right| \sim \frac{1}{k^2 \tau_p u^2} - \text{характерное}$$

время перехода частицы между линиями тока, где E — функция, постоянная вдоль линии тока; k — волновое число газовой фазы, м^{-1} ; u — характерная скорость вихревого акустического течения, м/с .

$$\frac{1}{\frac{k^2 \tau_p u^2}{\pi \lambda}} = \frac{\frac{1}{4\pi^2} \tau_p u}{\frac{\lambda^2}{\pi \lambda}} \approx 46 \gg 1; u = \frac{\alpha \rho U^2}{\eta k^2},$$

где U — амплитуда колебательной скорости газовой фазы, м/с ; α — коэффициент поглощения ультразвуковых колебаний в газовой фазе, м^{-1} ; $\frac{\pi \lambda}{u}$ — время полного оборота частицы вокруг линии тока, с.

6. Как следствие допущений 4, 5, концентрация частиц в пределах одной линии тока может считаться одинаковой и вклады инерционного переноса частиц и коагуляции между собой являются аддитивными, поскольку в задаче рассматривается процесс тонкой газоочистки. При рассмотрении тонкой очистки газов характерное время коагуляции, обратно пропорциональное вероятности столкновения и концентрации, много больше времени полного оборота частиц вокруг линии тока.

$$\frac{d}{dt} \left(\iiint_V n_k(\mathbf{r}, t) dV \right) = - \iint_{\partial V} n_k(\mathbf{r}, t) (\mathbf{u}_{p,k}, \mathbf{n}) dS +$$

$$+ \iint_{\partial V} D(\nabla n_k(\mathbf{r}, t), \mathbf{n}) dS + \iiint_V \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \beta_{i,k-i} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) n_i(\mathbf{r}, t) n_{k-i}(\mathbf{r}, t) dV - \iiint_V \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{i,k} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) n_i(\mathbf{r}, t) n_k(\mathbf{r}, t) dV. \quad (3)$$

7. Турбулентные движения газа допустимо учесть в вероятности столкновения и их вклад в вероятность допустимо определять согласно выражению (2). Это связано с высокочастотностью и хаотичностью пульсаций, а также их прямой зависимостью от скорости движения газа в текущий момент времени.

Конечная вероятность столкновения определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \beta_{i,j} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) &= \beta_{H,i,j} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) + \beta_{T,i,j} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) = \\ &= \frac{\pi \rho U^2(\mathbf{r}) d_0 i^{\frac{2}{3}} j^{\frac{2}{3}}}{16\mu \left(i^{\frac{1}{3}} + j^{\frac{1}{3}} \right)} + \\ &+ \frac{U_{T,A}(U(\mathbf{r})) n(d_1) n(d_2) (d_1 + d_2)^2}{12\pi^2}. \end{aligned}$$

Поэтому математическая постановка начально-краевой задачи будет сформулирована на базе модели ламинарных акустических течений, которые определяют направление движения аэрозоля. В то время как турбулентные пульсации задают недетерминированные возмущения движения аэрозоля и повышают вероятности столкновения между частицами в локальных ансамблях, которые за счет ламинарных течений тем не менее будут двигаться в определенных направлениях. Для моделирования вихревых акустических течений использовалось уравнение динамики несжимаемого газа под действием эквивалентной внешней силы, вызванной поглощением акустических колебаний. Эквивалентная объемная внешняя сила, приходящаяся на единицу массы газовой фазы, определяется согласно выражению, приведенному в работе [20].

$$\mathbf{F} = -(\overline{\mathbf{u}_a}, \nabla) \mathbf{u}_a - \overline{\mathbf{u}_a} \operatorname{div} \mathbf{u}_a - \frac{\mu}{\rho_0^2} \Delta (\overline{\rho_a \mathbf{u}_a}) - \frac{\varsigma + \frac{\mu}{3}}{\rho_0^2} \nabla \left(\operatorname{div} (\overline{\rho_a \mathbf{u}_a}) \right),$$

где $\mathbf{u}_a$ — колебательная составляющая скорости движения газа, м/с ; ρ_a — колебательная состав-

ляющая плотности газа, кг/м³; ρ_0 — начальная плотность газа, кг/м³.

Черта сверху в выше приведенном выражении означает усреднение за период ультразвуковых колебаний.

Далее предлагается подход, который предназначен для сведения задачи от трехмерной к двумерной. Данный подход применяется в связи с допущением об одинаковости концентраций вдоль линии тока. Подход основан на представлении скорости течения газа в виде векторного произведения градиентов двух функций тока E и H :

$$\mathbf{u} = (\nabla E \times \nabla H).$$

Функция E имеет размерность [м²/с]; функция H имеет размерность [м].

Представление скорости в виде векторного произведения функций тока было впервые предложено американским математиком J. H. Giese (Department of Statistics and Computer Science, University of Delaware, U.S.A.) [21] и используется и развивается вплоть до сегодняшнего дня [22, 23].

Пара величин E и H однозначно идентифицирует линию тока в трехмерном вихре, как показано на рис. 2.

В отличие от ранее предложенной авторами 2D-модели, в которой одиночная функция тока определяет расстояние геометрического места точек (ГМТ) линий тока от оси симметрии вихря, в трехмерной модели функция тока E определяет расстояние ГМТ линий тока от оси симметрии вихря, а функция H определяет смещение поверхности линии тока.

Согласно принятому допущению об одинаковости концентраций вдоль линии тока, концентрация аэрозольного облака может быть

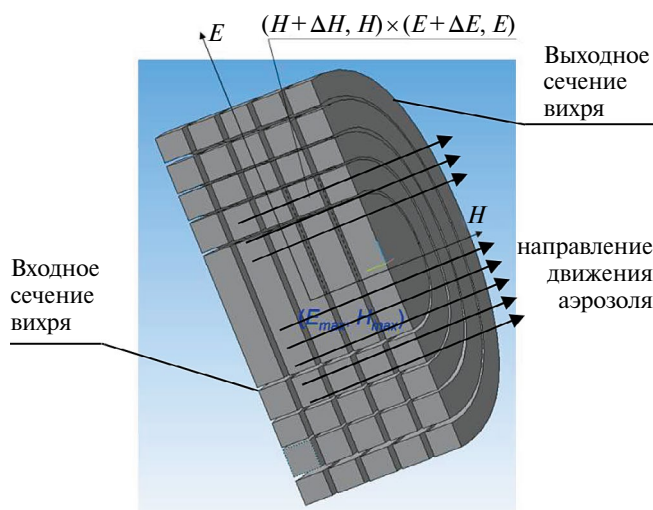


Рис. 2. Схематическое изображение линий тока в трехмерном ламинарном вихре.

определена как функция от двух переменных E, H
 $n_k(\mathbf{r}, t) = n_k^{(E, H)}(E(\mathbf{r}), H(\mathbf{r}), t).$

Для формулирования начально-краевой задачи в 2D-переменных E, H, t , проводятся следующие преобразования уравнения эволюции концентраций (3).

С использованием формулы Гаусса — Остроградского свойства непрерывности функций $n_k(\mathbf{r}, t)$ и учетом произвольности объема V уравнение (3) преобразуется к дифференциальной форме:

$$\begin{aligned} \frac{dn_k}{dt} = & -\text{div}(n_k \mathbf{u}_{p,k}) + D_k \Delta n_k \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \beta_{i,k-i} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) n_i n_{k-i} - \\ & - \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{i,k} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) n_i n_k, \end{aligned} \quad (4)$$

где D_k — коэффициент броуновской диффузии частиц k -го типоразмера, м²/с.

Далее проводится интегрирование уравнения (4) по трубкам тока малого сечения, ограниченными поверхностями тока. Каждая поверхность представляет собой множество замкнутых линий тока. В пределах каждой трубки тока осуществляется движение частиц и относительно медленный инерционный перенос частиц за счет кривизны линий тока и внешнего течения, пересекающего линии тока.

Интеграл от уравнения (4) по трубке тока выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_{V(E, H, \varepsilon)} \frac{dn_k}{dt} dV = & - \int_{V(E, H, \varepsilon)} \text{div}(n_k \mathbf{u}_{p,k}) dV + \\ & + \int_{V(E, H, \varepsilon)} \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \beta_{i,k-i} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) n_i n_{k-i} - \right. \\ & \left. - \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{i,k} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) n_i n_k \right) dV; \\ V(E_0, H_0, \varepsilon) = & \\ = \left\{ \mathbf{r} \mid \sqrt{\frac{(E_0 - E)^2}{c^2} + (H_0 - H)^2} < \varepsilon \right\}. \end{aligned}$$

Проводится доказательство интегрального тождества (5). Если f — непрерывная функция от трехмерных координат и на всей линии тока $E = \text{const}$, $H = \text{const}$ модуль скорости течения $\|\mathbf{u}\| > \alpha > 0$, то

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{\int_{V(E, H, \varepsilon)} f dV}{\int_{V(E, H, \varepsilon)} dV} = \frac{\oint_{E=\text{const}, H=\text{const}} f \|\mathbf{u}\| dl}{\oint_{E=\text{const}, H=\text{const}} dl}. \quad (5)$$

Для доказательства с учетом замкнутости линий тока в условии модели проводится переход к следующей системе координат:

E, H – функции тока, которые служат однозначным идентификатором линии;

α – параметр, который определяет конкретную точку на линии тока и изменяется от 0 до 2π . Из условия замкнутости линии тока $\alpha = 0$ и $\alpha = 2\pi$ при равных E и H соответствуют одной и той же точке.

При этом переход от системы координат E, H, α к декартовой системе осуществляется согласно следующему выражению:

$$\mathbf{r}(\alpha, E, H) = \mathbf{r}_0 + A \begin{pmatrix} R(E, H, \alpha) \cos \alpha \\ R(E, H, \alpha) \sin \alpha \\ Z(E, H, \alpha) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Для учета ориентации системы вихрей относительно лабораторной системы отсчета вводится декартова система координат (X, Y, Z) , повернутая на постоянные углы относительно ЛСО (x, y, z) .

Далее на основании Якобиан-преобразования объемного интеграла получено упрощенное выражение для скорости ламинарного движения газа:

$$\|\mathbf{u}\| = \frac{1}{R} \left\| \frac{\partial E}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial R} - \frac{\partial E}{\partial R} \frac{\partial H}{\partial Z} \right\| \left\| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha} \right\|.$$

На основании полученного упрощенного выражения интеграл $\int_{V(E, H, \varepsilon)} f dV$ представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_{V(E, H, \varepsilon)} f dV &= \\ &= \iint_{\substack{E=const, H=const \\ \sqrt{\frac{(E-E_0)^2}{c^2} + (H-H_0)^2} < \varepsilon}} \oint \frac{f}{\|\mathbf{u}\|} dl dE dH \end{aligned}$$

для произвольной функции f .

Далее, используя полученное представление интеграла по трубке тока, проводится доказательство искомого предельного соотношения:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{\int_{V(E, H, \varepsilon)} f dV}{\int_{V(E, H, \varepsilon)} dV} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{\int_{\substack{E=const, H=const \\ \sqrt{\frac{(E-E_0)^2}{c^2} + (H-H_0)^2} < \varepsilon}} \oint \frac{f}{\|\mathbf{u}\|} dl dE dH}{\int_{\substack{E=const, H=const \\ \sqrt{\frac{(E-E_0)^2}{c^2} + (H-H_0)^2} < \varepsilon}} \oint \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} dl dE dH}; \\ \oint_{(E_0, H_0)} \frac{f(E_0, H_0, \alpha)}{\|\mathbf{u}(E_0, H_0, \alpha)\|} dl - M_{3,f}(E_0, H_0) \times \\ &\times \sqrt{\frac{(E-E_0)^2}{c^2} + (H-H_0)^2} \leq \\ &\leq \oint_{(E, H)} \frac{f(E, H, \alpha)}{\|\mathbf{u}(E, H, \alpha)\|} dl \leq ; \\ &\leq \oint_{(E_0, H_0)} \frac{f(E_0, H_0, \alpha)}{\|\mathbf{u}(E_0, H_0, \alpha)\|} dl + \\ &+ M_{3,f}(E_0, H_0) \sqrt{\frac{(E-E_0)^2}{c^2} + (H-H_0)^2} \\ \oint_{(E_0, H_0)} \frac{dl}{\|\mathbf{u}(E_0, H_0, \alpha)\|} - M_{3,1}(E_0, H_0) \times \\ &\times \sqrt{\frac{(E-E_0)^2}{c^2} + (H-H_0)^2} \leq \\ &\leq \oint_{(E, H)} \frac{dl}{\|\mathbf{u}(E, H, \alpha)\|} \leq \\ &\leq \oint_{(E_0, H_0)} \frac{1}{\|\mathbf{u}(E_0, H_0, \alpha)\|} dl + \\ &+ M_{3,1}(E_0, H_0) \sqrt{\frac{(E-E_0)^2}{c^2} + (H-H_0)^2}; \end{aligned}$$

Далее, ввиду того, что $M_{3,1}\varepsilon$ и $M_{3,f}\varepsilon$ стремятся к нулю при ε , стремящемся к нулю, и согласно лемме о зажатом пределе:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{\int_{V(E, H, \varepsilon)} f dV}{\int_{V(E, H, \varepsilon)} dV} = \frac{\oint_{(E_0, H_0)} \frac{f}{\|\mathbf{u}\|} dl}{\oint_{(E_0, H_0)} \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} dl}.$$

Что и требовалось доказать.

Далее, используя доказанное тождество, уравнение эволюции аэрозольного облака преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial n_k}{\partial t} - \left(\tau_k \langle ((\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) E \rangle + D_k \langle \Delta E \rangle \right) \frac{\partial n_k}{\partial E} - \\
& - \left(\tau_k \langle ((\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) H \rangle + D_k \langle \Delta H \rangle \right) \frac{\partial n_k}{\partial H} - \\
& - \tau_k n_k \left\langle \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle = \\
& = D_k \left(\langle \|\nabla E\|^2 \rangle \frac{\partial^2 n_k}{\partial E^2} + \langle \|\nabla H\|^2 \rangle \frac{\partial^2 n_k}{\partial H^2} \right) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \langle \beta_{i,k-i} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) \rangle n_i n_{k-i} - \\
& - \sum_{k=1}^{\infty} \langle \beta_{i,k} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) \rangle n_i n_k,
\end{aligned} \quad (7)$$

где знак усреднения $\langle \rangle$ означает $\langle g \rangle = \frac{\oint_{(E,H)} \frac{g}{\|\mathbf{u}\|} dl}{\oint_{(E,H)} \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} dl}$.

Данное уравнение является нестационарным и решается в пространственно-временной области:

$$(t, E, H) \in [0; T_{\max}] \times [E_{\min}; E_{\max}] \times [-L; 0],$$

где $T_{\max}$ — максимальное время расчета, с (это время может быть как конечным положительным числом, так и равняться плюс бесконечности); $E_{\min}, E_{\max}$ — граничные значения функции тока E , определяющей расстояние от линии тока до центра вихря, $\text{м}^2/\text{с}$; L — протяженность оси вихря, м.

При этом, в зависимости от направления движения вихря, либо $E_{\min}$ соответствует центру вихря, а $E_{\max}$ — периферии; либо, наоборот, $E_{\min}$ — периферии, а $E_{\max}$ — центру.

Начальные и граничные условия в задаче зависят от вида процесса. Поскольку наиболее эффективно коагуляция аэрозоля реализуется в непрерывном процессе, далее рассматривается именно этот вид.

В непрерывном процессе поступление аэрозоля происходит постоянно. При этом также происходит осаждение аэрозольных частиц на стенках озвучиваемого объема и их вынос наружу (главным процессом является исчезновение самых мелких частиц за счет образования агломератов). В этом случае рассматривается расширенная расчетная область, в которой протяженность оси вихря задается много большей реального размера озвучиваемого объема (при больших протяженностях объема практически все аэрозольные частицы коагулируют и осаждаются). И для анализа эффективности коагуляции рассматривается часть пространственно временной области:

$$(t, E, H) \in [0; \infty) \times [E_{\min}; E_{\max}] \times [-L_{\text{volume}}; 0],$$

$$L_{\text{volume}} < L.$$

Кроме того, поскольку рассматривается непрерывный процесс, когда имеется сечение для подачи аэрозоля и для выхода скоагулировавшего аэрозоля, то он является стационарным, и производные концентраций по времени по истечению некоторого достаточного большого промежутка оказываются равными нулю:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{aligned} & - \left(\tau_k \langle ((\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) E \rangle + D_k \langle \Delta E \rangle \right) \frac{\partial n_k}{\partial E} - \\ & - \left(\tau_k \langle ((\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) H \rangle + D_k \langle \Delta H \rangle \right) \frac{\partial n_k}{\partial H} - \\ & - \tau_k n_k \left\langle \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle = \\ & = D_k \left(\langle \|\nabla E\|^2 \rangle \frac{\partial^2 n_k}{\partial E^2} + \langle \|\nabla H\|^2 \rangle \frac{\partial^2 n_k}{\partial H^2} \right) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \langle \beta_{i,k-i} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) \rangle n_i n_{k-i} - \\ & - \sum_{k=1}^{\infty} \langle \beta_{i,k} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) \rangle n_i n_k \end{aligned} \right. \\
& n_k(E, 0) = n_0 \\
& n_k(E, -L) = 0 \\
& n_k(E, H) \Big|_{E=E_{\min} \vee E=E_{\max}} = 0
\end{aligned}$$

В непрерывном процессе эффективность коагуляции рассчитывается согласно следующему выражению:

$$\begin{aligned}
& E = 100\% \times \\
& \times \left(1 - \frac{\int_{S \text{ at } z=-L_{\text{volume}}} \left(\sum_{k=1}^{\infty} n_k(E(\mathbf{r}), -L_{\text{volume}}) \right) dS}{n_0} \right).
\end{aligned}$$

При этом компонента скорости движения газовой фазы вдоль оси z определяется согласно следующему выражению:

$$u_z = \frac{P}{S};$$

где S — площадь сечения вихря, м^2 ; P — производительность при подаче аэрозоля — объем газодисперсной среды, поступающей в канал в единицу времени, $\text{м}^3/\text{с}$.

Все дальнейшие сравнительные расчеты эффективности коагуляции при различных режимах воздействия и видах процесса проводились при постоянной производительности и начальной концентрации.

Далее описан алгоритм численного решения поставленной начальной краевой задачи.

АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КОАГУЛЯЦИИ АЭРОЗОЛЕЙ В ВИХРЕВЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЯХ

Алгоритм численного решения трехмерной начально-краевой задачи состоит из следующих шагов:

Вычисление акустического поля колебательных скоростей газовой фазы в озвучиваемом объеме. Вычисление акустического поля проводится на основании конечно-элементного решения уравнения Гельмгольца для комплексной амплитуды потенциала скорости.

Далее распределение комплексных амплитуд колебательных скоростей и звуковых давлений рассчитывается на основании следующих выражений через комплексную амплитуду Φ потенциала:

$$\mathbf{U}_{osc}(\mathbf{r}) = \nabla \Phi(\mathbf{r});$$

$$P_{osc} = \frac{\rho \Delta \Phi}{i \frac{\omega}{c^2}}.$$

2. Расчет поля ламинарных вихревых акустических течений на основании численного решения уравнений Навье – Стокса итерационным методом.

3. Расчет поля амплитуд турбулентных возмущений скорости согласно следующему выражению:

$$U_{T,A}(\mathbf{r}) = k \|\mathbf{U}_{osc}(\mathbf{r})\|.$$

$$4. \text{ Расчет усреднений } \langle g \rangle = \frac{\oint_{(E,H)} \frac{g}{\|\mathbf{u}\|} dl}{\oint_{(E,H)} \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} dl} \text{ при раз-}$$

личных дискретных значениях функций тока E, H :

$$\langle ((\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) E \rangle; \langle ((\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) H \rangle;$$

$$\langle \Delta E \rangle; \langle \Delta H \rangle;$$

$$\left\langle \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle; \langle \|\nabla E\|^2 \rangle; \langle \|\nabla H\|^2 \rangle; \langle \|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|^2 \rangle;$$

$$\langle \|\mathbf{U}(\mathbf{r})\| \rangle.$$

Интегралы в усреднениях рассчитываются согласно квадратурным формулам. Далее проводится полиномиальная аппроксимация усреднений как функций от E, H .

5. Итерационное решение уравнения эволюции концентрации согласно следующему рекуррентному выражению:

$$\begin{aligned} & \frac{n_k^{(n+1)} - n_k^{(n)}}{\tau_{step}} - \left(\tau_k \langle ((\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) E \rangle + \right. \\ & \quad \left. + D_k \langle \Delta E \rangle \right) \frac{\partial n_k^{(n+1)}}{\partial E} - \\ & - \left(\tau_k \langle ((\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u}, \nabla) E \rangle + D_k \langle \Delta H \rangle \right) \frac{\partial n_k^{(n+1)}}{\partial H} - \\ & - \tau_k n_k^{(n+1)} \left\langle \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle = \\ & = D_k \left(\langle \|\nabla E\|^2 \rangle \frac{\partial^2 n_k^{(n+1)}}{\partial E^2} + \right. \\ & \quad \left. + \langle \|\nabla H\|^2 \rangle \frac{\partial^2 n_k^{(n+1)}}{\partial H^2} \right) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \langle \beta_{i,k-i} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) \rangle n_i^{(n)} n_{k-i}^{(n)} - \\ & - \sum_{k=1}^{\infty} \langle \beta_{i,k} (\|\mathbf{U}(\mathbf{r})\|) \rangle n_i^{(n)} n_k^{(n)}, \end{aligned}$$

где τ_{step} — шаг по времени.

Т. е. на каждом шаге по времени решается линейная начально-краевая задача относительно концентраций $n_k^{(n+1)}$ при известных концентрациях на предыдущем шаге $n_k^{(n)}$ с использованием подхода дискретной фазы.

Если задача является стационарной, то расчет производится по истечении достаточно большого промежутка времени с критерием останова:

$$\sum_{k=1}^N \int_V \|n_k^{(n+1)} - n_k^{(n)}\|^2 dV < \delta.$$

Алгоритм реализован с использованием среды разработки FreeFEM++ для расчета поля скоростей газовой фазы и усредненных функций от E, H и языка программирования Java для расчета эволюции концентраций.

Предложенный алгоритм обеспечивает усредненное время расчета распределения концентраций, не превышающее 20 мин для одного набора значений параметров на одном процессорном ядре (тактовая частота 2,4 ГГц). В то время как расчет с использованием стандартной CAE-системы,

рассматривающей трехмерную задачу и отслеживающей движение частиц в течение каждого отдельного периода ультразвуковых колебаний, занимает до одних суток на аналогичном процессорном ядре.

Далее описаны результаты расчетов, полученные с помощью представленного численного алгоритма.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КОАГУЛЯЦИИ АЭРОЗОЛЕЙ В ВИХРЕВЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЯХ

Первоначально проводился анализ влияния размера воздушного промежутка на скорость формируемых вихревых течений. Воздушный промежуток представлял собой область в виде параллелепипеда, в верхнем основании которого расположен УЗ излучатель, в нижнем основании — абсолютно жесткий отражатель. В одном из боковых оснований параллелепипеда подается аэрозоль внутри области. В противоположном боковом основании расположено выходное сечение, через которое выходит скоагулированный аэрозоль.

Установлен оптимальный размер (расстояние между верхним и нижним основаниями) воздушного промежутка, при которой скорость вихревых акустических течений максимальна. Он соответствует половине длины волны ультразвуковых колебаний.

В описанном воздушном промежутке формируется трехмерный вихрь, представляющий семейство замкнутых линий тока согласно рис. 2. На этом же рисунке обозначено положение входного и выходного сечений для подачи исходного и отвода скоагулированного аэрозоля соответственно.

При расчетах в качестве газовой фазы рассматривался воздух при нормальных условиях. Дисперсной фазой являлся аэрозоль сферических частиц плотностью вещества 1000 кг/м^3 . Во всех расчетах частота ультразвуковых колебаний являлась одинаковой и составляла 22 кГц .

Далее проведен численный анализ вклада каждого из исследуемых механизмов повышения эффективности ультразвуковой коагуляции:

1. Ламинарное течение, обеспечивающее движение частиц в заданном направлении и их уплотнение за счет инерционного переноса.

2. Турбулентные возмущения, обеспечивающие различие скоростей движения частиц различных типоразмеров.

Далее представлены зависимости (рис. 3, 4) эффективности коагуляции от уровня звукового

давления (максимального уровня, создаваемого в воздушном промежутке) при различных размерах частиц. Зависимости приведены для трех случаев:

1. Классическая ультразвуковая коагуляция в непрерывном режиме, когда осуществляется плоскопараллельный перенос частиц без трехмерных течений. Такой перенос частиц обеспечивает лишь движение аэрозольного облака в заданном направлении и не вносит вклада в повышение эффективности коагуляции.

2. Ультразвуковая коагуляция в трехмерном спиралевидном течении, когда вклад в повышение эффективности вносит локальное уплотнение частиц за ламинарных вихревых движений газовой фазы.

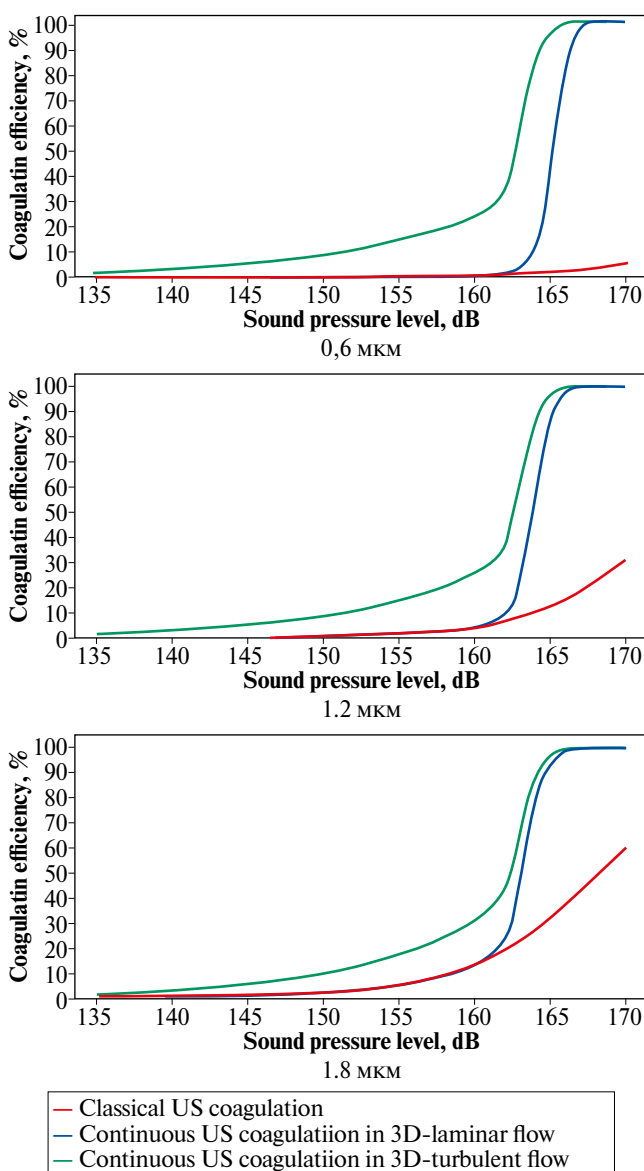


Рис. 3. Зависимости эффективности коагуляции от уровня звукового давления для частиц размером менее 2 мкм.

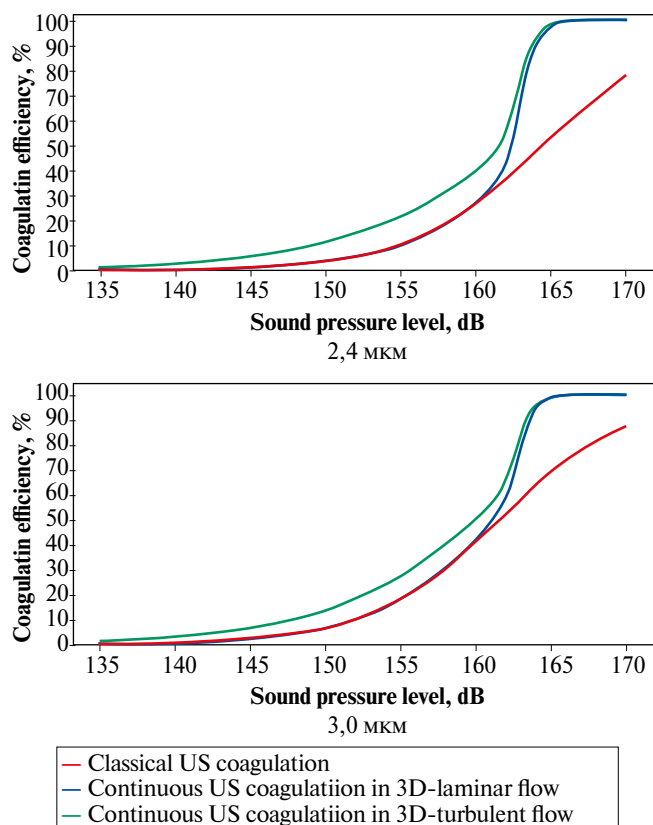


Рис. 4. Зависимости эффективности коагуляции от уровня звукового давления для частиц размером более 2 мкм.

Во втором случае турбулентное возмущение не учитывается.

Ультразвуковая коагуляция в трехмерном турбулентном течении, когда на эффективность коагуляции влияет не только локальное уплотнение за счет ламинарного течения, но и турбулентные хаотичные возмущения.

Как следует из представленных рис. 3, 4, эффективность классической ультразвуковой коагуляции частиц PM_{2.5} (включая частицы размером от 2,5 до 3 мкм) не превышает 85% даже при уровне звукового давления 170 дБ (см. кривые красного цвета). При более высоком уровне звукового давления возможно снижение эффективности коагуляции за счет вторичного разрушения агрегатов.

Практически для всех частиц из диапазона размеров 0,6...3 мкм существует критический уровень звукового давления, начиная с которого в эффективность коагуляции вносят вклад трехмерные ламинарные течения.

Данный уровень звукового давления находится в диапазоне от 160 до 165 дБ, который может достигаться при использовании преобразователя радиальных колебаний со стороны пакета радиально расположенных пьезоэлементов в продольные [24].

Его существование обусловлено тем, что при более низких уровнях звукового давления замедляется скорость инерционного переноса частиц, пропорциональная 6-й степени амплитуды колебательной скорости (скорость вихревых течений пропорциональна 2-й степени амплитуды колебательной скорости, поскольку это является нелинейным эффектом 2-го порядка, а скорость инерционного переноса пропорциональна кубу скорости вихревого течения (векторное произведение ускорения движения газа на скорость)).

В то время как вероятность столкновения частиц пропорциональна квадрату амплитуды колебательной скорости. Т. е. при малых уровнях звукового давления инерционный перенос происходит гораздо медленнее ультразвуковой коагуляции.

За счет инерционного переноса уже при уровне звукового давления 163 дБ эффективность коагуляции частиц 2,5 мкм достигает практически 100%, а при уровне звукового давления от 168 дБ эффективно коагулируют частицы даже размером 0,6 мкм (см. кривые синего цвета).

Дополнительный вклад турбулентных возмущений снижает необходимый уровень звукового давления для коагуляции мелких частиц до 163 дБ (см. кривые зеленого цвета). Это подтверждает необходимость учета данного фактора для повышения эффективности коагуляции самых мелких частиц — 1 мкм и менее. При этом для крупных частиц от 2,5 мкм турбулентные возмущения вклада в критический уровень звукового давления не вносят, поскольку они более эффективно уплотняются за счет инерционного переноса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненных исследований разработана модель и численный метод анализа эффективности ультразвуковой коагуляции в 3D-ламинарных и турбулентных течениях. Необходимость учета трехмерности течения газа, в первую очередь, связана с тем, что реальный процесс коагуляции аэрозоля не является идеально двумерным. Кроме того, модель позволила установить возможность повышения эффективности при непрерывной реализации процесса с помощью вихревых акустических течений, который будет являться трехмерным, даже если каждая из линий тока течений лежит в одной плоскости, так как добавляется стационарное течение газа, требуемое для переноса аэрозоля и перпендикулярное данной плоскости.

В трехмерном течении газа дополнительно повышает эффективность столкновение аэрозольных частиц по всем трем осям, а не только по двум, за счет турбулентных пульсаций скорости,

формируемых при создании специальных резонансных условий для ультразвуковых колебаний.

Предложенный математически и физически обоснованный численный метод анализа позволяет свести трехмерную задачу к 2D, тем самым на порядок сократив время расчета, по сравнению с решением исходной трехмерной задачи в стандартной САЕ-системе, и за обозримое время получить зависимости эффективности коагуляции от различных параметров.

Результаты численного анализа с помощью созданного метода позволили установить:

- наиболее эффективно коагуляция реализуется в резонансных акустических полях, в которых вихревые течения и турбулентные возмущения обладают максимальной скоростью;

- установлены граничные уровни звукового давления, при которых оказывают влияние различные виды течений в трехмерном пространстве. Ламинарные вихревые течения начинают оказывать влияние (за счет локального уплотнения аэрозольного облака, связанного с силами инерции) с уровня звукового давления 160...165 дБ, а турбулентные возмущения вносят дополнительный вклад в диапазоне уровней звукового давления от 140 до 170 дБ;

- наличие трехмерных турбулентных возмущений приводит к тому, что эффективность коагуляции достигает практически 100% при уровне звукового давления на 5 дБ ниже, чем при только ламинарных течениях (или при амплитуде звукового давления в 3 раза более низкой, чем требуемой для 100% эффективности коагуляции при ламинарных течениях).

Проведенное исследование и полученные результаты служат научным обоснованием повышения эффективности ультразвуковой коагуляции за счет создания условий для возникновения трехмерных ламинарных и турбулентных вихревых акустических течений.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-19-00121, <https://rscf.ru/project/19-19-00121/>

ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\| \|$ евклидова норма вектора
 $\langle \rangle$ усреднение функции по линии тока

$$\langle g \rangle = \frac{\oint_{(E,H)} \frac{g}{\|u\|} dl}{\oint_{(E,H)} \frac{1}{\|u\|} dl};$$

$\int_{(E,H)}$ интегрирование вдоль линии тока, однозначно идентифицируемой функциями тока E, H

A_n	функция распределения амплитуд колебаний по границе расчетной области $\partial\Omega$
c	скорость звука в газовой фазе, м/с
D_k	коэффициент броуновской диффузии частиц k -го типоразмера, м ² /с
d_0	минимальный диаметр дисперсной частицы, Па·с
d_1, d_2	размеры сталкивающихся частиц в паре, м
E [м ² /с], H [м]	функции тока, который служат однозначным идентификатором линии
$N(t)$	суммарное количество частиц в воздушном промежутке в момент времени t
$n_k(r, t)$	концентрация частиц, м ⁻³
$(\iiint_V n_k(r, t) dV)$	количество частиц условного диаметра $\sqrt[3]{k}d_0$ в момент времени t в объеме $V \subseteq \Omega$, м ⁻³)
P	вектор параметров акустического воздействия, расчетной области и газодисперсной среды
r	вектор координат, м
T	продолжительность воздействия, с
t	время, с
U	амплитуда колебательной скорости газовой фазы, м/с
$U_{T,A}$	амплитуда турбулентных пульсаций скорости, м/с
U_{osc}	амплитуда колебательной скорости жидкости, м/с
u	скорость движения частицы, м/с
u_a	колебательная составляющая скорости движения частицы, м/с
α	коэффициент поглощения ультразвуковых колебаний в газовой фазе, м ⁻¹
ς	кинематическая вязкость газовой фазы, Па·с
λ	длина ультразвуковой волны, м
μ	кинематическая вязкость газовой фазы, Па·с
ρ	плотность газовой фазы, кг/м ³
ρ_0	начальная плотность газовой фазы, кг/м ³
ρ_a	колебательная составляющая плотности газовой фазы, кг/м ³
ρ_p	плотность вещества дисперсной фазы, кг/м ³
τ_p	время релаксации частицы, с
Φ_{osc}	амплитуда колебаний потенциала скорости движения жидкости, м/с
$\Omega \subseteq R^3$	связное компактное множество точек расчетной области
ω	частота ультразвуковых колебаний, с ⁻¹

ИНДЕКСЫ

0	значение физической величины для частицы минимального размера
1, 2	индексы сталкивающихся частиц в паре
k	номер типоразмера частицы
max	максимальное значение физической величины
min	минимальное значение физической величины
n	нормальная компонента физической величины
osc	колебательная составляющая физической величины
p	дисперсная фаза
T, A	амплитудное значение величины, характеризующей турбулентные пульсации скорости жидкости

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zhang Y., Yang Y., Chen J., Shi M. Spatiotemporal heterogeneity of the relationships between PM 2.5 concentrations and their drivers in China's coastal ports // J. Environ. Manag. 2023. V. 345. P. 118698. Hassan Md. S., Gomes R., Bhuiyan M., Rahman M. Land Use PM 2.5 in Central Bangladesh // Pollutants. 2023. V. 3. P. 381–395.
2. Ihsan I., Oktivia R., Anjani R., Zahroh N. Health risk assessment of PM 2.5 and PM 10 in KST BJ Habibie, South Tangerang, Indonesia // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2023. V. 1201. P. 012033.
3. Ma Y., Zang E., Liu Y., Lu Y., Krumholz H., Bell M., Chen K. Wildfire smoke PM 2.5 and mortality in the contiguous United States // medRxiv: the preprint server for health sciences. 2023.
4. Лантев А.Г., Башаров М.М., Лантева Е.А. Сепарационная и энергетическая эффективность насадочных аппаратов очистки газов от аэрозолей // Теорет. основы хим. технологии. 2017. Т. 51. № 5. С. 491–498.
5. Лантев А.Г., Лантева Е.А. Определение эффективности насадочных газосепараторов капельных аэрозолей с учетом неравномерности профиля скорости газа // Теорет. основы хим. технологии. 2021. Т. 55. № 2. С. 235–241.
6. Riera E., González-Gómez I., Corral G., Gallego-Juarez J. Ultrasonic agglomeration and preconditioning of aerosol particles for environmental and other applications // Power Ultrasonics (Second Ed.). 2021. V. 55. № 2. С. 235–241.
7. Song L. Modeling of Acoustic Agglomeration of Fine Aerosol Particles. Ph. D. Thesis. USA: The Pennsylvania State University, 1990.
8. Moldavsky L., Gutfinger C., Oron A., Fichman M. Effect of sonic waves on gas filtration by granular beds // J. Aerosol Sci. 2013. V. 57. P. 125–130.
9. Moldavsky L., Gutfinger C., Fichman M. Effect of acoustic waves on the performance of a multi-cyclone – Filter system // Filtration. 2011. V. 11. P. 229–232.
10. Sheng C., Shen X. Simulation of acoustic agglomeration processes of poly-disperse solid particles // Aerosol Sci. Technol. 2007. V. 41. № 1. P. 1–13.
11. Shaw D.T., Tu K.W. Acoustic particle agglomeration due to hydrodynamic interaction between monodisperse aerosols // J. Aerosol Sci. 1979. V. 10. P. 317–328.
12. Dong S., Lipkens B., Cameron T. The effects of orthokinetic collision, acoustic wake, and gravity on acoustic agglomeration of polydisperse aerosols // J Aerosol Sci. 2006. V. 37. P. 540–553.
13. Khmelyov V.N., Golykh R.N., Nesterov V.A., Shalunov A.V. Numerical Model of Ultrasonic Agglomeration of Submicron Particles in Resonant Gas Gaps // J. Eng. Phys Thermophy. 2023. V. 96. P. 255–265.
14. Khmelev V.N., Golykh R.N., Shalunov A.V., Nesterov V.A. Numerical model of ultrasonic coagulation of dispersed particles in Eckart flows // Inter. Phenom. Heat Trans. 2022. V. 10. № 2. P. 1–23.
15. Khmelev V.N., Shalunov A.V., Nesterov V.A. Improving the separation efficient of particles smaller than 2.5 micrometer by combining ultrasonic agglomeration and swirling flow techniques // PLoS One. 2020. V. 15. № 9. P. 1–6.
16. Shi Y., Bai W., Zhao Z., Ayantobo O., Wang G. Theoretical analysis of acoustic and turbulent agglomeration of droplet aerosols // Adv. Powder Technol. 2023. V. 34. Iss. 10. P. 104145.
17. Sommerfeld M., Stübing S. Lagrangian modeling of agglomeration for applications to spray drying // 9th International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modeling and Measurements. Thessaloniki, Greece, 2012.
18. Sommerfeld M. Validation of a stochastic Lagrangian modelling approach for inter-particle collisions in homogeneous isotropic turbulence // Int. J. Multiphase Flows. 2001. Vol. 27. P. 1828–1858.
19. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
20. Giese J.H. Stream Functions for Three-Dimensional Flows // J. Mathem. Physics. 1951. Sherif A., Hafez M. Computation of three-dimensional transonic flows using two stream functions // Int. J. Num. Meth. Fluids. 1988. V. 8. P. 17–29.
21. Buffoni B., Wahlén E. Steady three-dimensional rotational flows: An approach via two stream functions and Nash-Moser iteration // Analysis & PDE. 2017. V. 12.
22. Khmelev V.N., Shalunov A.V., Nesterov V.A. Summation of high-frequency Langevin transducers vibrations for increasing of ultrasonic radiator power // Ultrasonics. 2021. V. 114. P. 1–12.