

УДК 66.01.011

ФИЗИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗУЕМОСТЬ И СИНТЕЗ ТЕПЛООБМЕННЫХ СИСТЕМ ПО ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИМ ПОКАЗАТЕЛЯМ¹

© 2023 г. А. М. Цирлин*

Институт программных систем им. А.К. Айламазяна РАН, г. Переславль-Залесский, Россия

**e-mail: tsirlin@sarc.botik.ru*

Поступила в редакцию 23.05.2023 г.

После доработки 30.05.2023 г.

Принята к публикации 05.06.2023 г.

В работе построена область физической реализуемости систем теплообмена в пространстве их термодинамических показателей: тепловой нагрузки, диссипации и коэффициента теплопроводности. Рассчитаны критерии термодинамического совершенства для типовых двухпоточных ячеек. Дано условие термодинамической эквивалентности теплообменных систем и предложен алгоритм построения многопоточной системы эквивалентной двухпоточному теплообменнику. Рассмотрены случаи переменной теплоемкости, изменения фазового состояния, и различной гидродинамики потоков. Учитываются ограничения на температуры всех или части потоков на входе и на выходе из системы теплообмена. Синтез предполагает выбор структуры контактов, величин свободных параметров потоков, распределения поверхностей контакта и тепловых нагрузок между двухпоточными теплообменными ячейками.

DOI: 10.31857/S0040357123040152, EDN: VEQGFT

ВВЕДЕНИЕ

Процессы теплообмена входят в большую часть технологий в химической, металлургической, пищевой промышленности и во многом от их организации зависит экономичность этих технологий. Теплообмен может быть периодическим, стационарным непрерывным, регенеративным, потоки могут иметь различное фазовое состояние и менять его в процессе теплообмена. Гидродинамика потоков также может отличаться (смещение и вытеснение в различных сочетаниях). Важным фактором, влияющим на синтез системы, является кинетика теплообмена — зависимость потока теплоты от температур контактирующих потоков. Наконец на температуры потоков, входящих в систему и ее покидающих, могут быть наложены ограничения, связанные с тем, что теплообменная система интегрирована с технологическим процессом [2].

Так, в процессе многоколонной ректификации технологические требования диктуют температуры и теплоемкости потоков, а в систему теплообмена могут быть включены теплообменные устройства колонн (куб и дефлегматор). Синтез такой системы при большом числе контактирующих потоков является сложной комбинаторной

задачей, решаемой численно, в ряде случаев с привлечением эвристических соображений [3].

В большинстве работ (см. [1]) критерий оптимальности носит технико-экономический характер, суммируя с выбранными весами капитальные и эксплуатационные затраты, а ограничения определяются характеристиками синтезируемой системы.

Использование технико-экономических критериев сопряжено с произволом в выборе коэффициентов, оценивающих эксплуатационные и капитальные затраты, в величине самих этих затрат, зависящих от стоимости материалов, монтажа конструкций и пр. Кроме того такой критерий не дает возможности использовать общие термодинамические закономерности.

В книге [4] использован эксергетический критерий оценки спроектированных теплообменных систем, сводящийся к минимизации потерь эксергии (работоспособной энергии). Такой подход позволил авторам сравнить несколько различных систем по фактическим потерям эксергии. Никакой процедуры оптимизации или синтеза систем по выбранному критерию при этом не предлагалось, но потери эксергии, пропорциональные производству энтропии в системе учитывали термодинамические закономерности.

В методах оптимизационной термодинамики [5–10] и др. решают задачи об оптимальном по

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 20-61-46013.

критерию минимума производства энтропии синтезе термодинамических систем при тех или иных ограничениях. Такой подход обоснован тем, что производство энтропии при заданной суммарной поверхности теплообмена (коэффициенте теплопередачи) и структуре системы монотонно возрастает с ростом тепловой нагрузки и, наоборот, при заданной тепловой нагрузке монотонно падает с ростом поверхности теплообмена. Значит в структуре, найденной по условию минимума необратимости, можно при заданной поверхности обеспечить максимум тепловой нагрузки, а при фиксированной нагрузке — минимум суммарной поверхности контакта, которая коррелирована со стоимостью системы.

Охарактеризуем структуру данной работы:

В первом разделе на примере простейшего теплообменника с двумя контактирующими телами и с двумя потоками вводятся термодинамические показатели оптимальности и удобная форма записи математической модели. Здесь же рассмотрена нижняя граница необратимости для теплообменника с двумя потоками, условия физической реализуемости двухпоточного теплообмена и приведены соотношения, определяющие необратимость процесса и коэффициент теплопередачи. Без вывода приведена сводка формул, связывающих параметры теплообмена для различной гидродинамики потоков.

Во втором разделе доказаны условия, при которых многопоточная система теплообмена термодинамически эквивалентна двухпоточной, и показано, что это обстоятельство позволяет сформулировать алгоритм синтеза многопоточной системы, соответствующей оптимуму термодинамических показателей.

Наконец, в последнем разделе дан пример синтеза теплообменной системы.

ДВУХПОТОЧНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Непрерывный стационарный процесс

Рассмотрим непрерывный процесс, при котором тепловой поток q в каждом сечении l теплообменника направлен от горячего потока с температурой $T_+(l)$ к холодному с температурой $T_-(l)$. Температуры потоков на входе в теплообменник обозначим как $T_+^{\text{in}}, T_-^{\text{in}}$. Кинетику теплообмена будем предполагать в форме

$$\begin{aligned} q(T_+, T_-) &= Kz(T_+, T_-) > 0, \\ \partial z / \partial T_+ &> 0, \quad \partial z / \partial T_- < 0, \\ z(T_+, T_-) &= 0 \text{ при } T_+ = T_-. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $K(l) > 0$ — коэффициент теплопередачи, на участке от нуля до l пропорциональный поверхности контакта, а z — температурный множи-

тель, который непрерывен и дифференцируем по температурам.

Такая форма кинетики является достаточно общей и включает в себя Ньютоновскую, когда z равен разности температур, лучистый теплообмен, когда z равен разности четвертых степеней температур, теплообмен Фурье, когда $z = 1/T_- - 1/T_+$ и др. В уравнении кинетики фигурирует коэффициент k .

При этом $k(l) = \frac{dK}{dl} > 0$ — скорость роста коэффициента теплопередачи с ростом длины теплообменника, меняющейся от нуля до L . Под $Q(l)$ будем понимать поток теплоты в Вт, передающийся от начального до текущего сечения l . Поток энтропии $\sigma(l)$, генерируется в системе на том же участке. Эту величину называют производством энтропии, ее размерность Вт/К.

Математическая модель процесса примет форму:

$$\begin{aligned} \frac{dT_+}{dl} &= -\frac{kz(T_+, T_-)}{W_+}, \quad \frac{dT_-}{dl} = \frac{kz(T_+, T_-)}{W_-}, \\ \frac{dQ}{dl} &= kz(T_+, T_-); \quad \frac{d\sigma}{dl} = kz(T_+, T_-) \left(\frac{1}{T_-} - \frac{1}{T_+} \right), \quad (2) \\ T_+(0) &= T_+^{\text{in}}, \quad T_-(0) = T_-^{\text{in}}, \quad Q(0) = 0, \quad \sigma(0) = 0. \end{aligned}$$

Здесь W_+, W_- — теплоемкости горячего и холодного потоков, каждая из которых равна произведению расхода потока на его удельную теплоемкость. Размерность этих теплоемкостей — Вт/К.

В двухпоточном теплообмене может быть использована организация процесса в форме противотока. Это приводит к тому, что знак производной dT_+/dl либо dT_-/dl в уравнениях (2) изменяется на противоположный. В первом случае Q — поток теплоты, передаваемой холодному, а во втором случае — отдаваемой горячим потоком (они одинаковы). Для противотока обе температуры либо растут, либо убывают с ростом Q . $T_+^{\text{in}} = T_+(L)$ в первом и $T_-^{\text{in}} = T_-(L)$ во втором случае. Именно противоток мы далее будем рассматривать.

Переход от l к новой независимой переменной Q , изменяющейся от нуля до $\bar{Q} = Q(L)$, сильно упрощает математическое описание. Система (2) с учетом противотока примет форму:

$$\begin{aligned} \frac{dT_+}{dQ} &= \frac{1}{W_+}, \quad \frac{dT_-}{dQ} = \frac{1}{W_-}, \\ \bar{\sigma} &= \int_0^{\bar{Q}} \left(\frac{1}{T_-(Q)} - \frac{1}{T_+(Q)} \right) dQ; \\ T_+(\bar{Q}) &= T_+^{\text{in}}, \quad T_-(0) = T_-^{\text{in}}. \end{aligned} \quad (3)$$

К этим уравнениям нужно добавить соотношение, определяющее скорость роста коэффици-

ента теплопередачи с тепловой нагрузкой. После деления dK/dl на dQ/dl получим:

$$\frac{dK}{dQ} = \frac{1}{z(T_+(Q), T_-(Q))}, \quad (4)$$

$$K(0) = 0 \Rightarrow \bar{K} = \int_0^{\bar{Q}} \frac{dQ}{z(T_+(Q), T_-(Q))}.$$

Таким образом, при переходе к независимой переменной Q температуры потоков меняются линейно при любой кинетике и не зависят друг от друга, а форма кинетики влияет только на значение коэффициента теплопередачи K . Сравнивать величины коэффициентов теплопередачи для разных $z(T_+(Q), T_-(Q))$ нельзя, так как их размерность различна.

Вид зависимостей, подсчитанных по условиям (3), (4), показан на рис. 1.

ГРАНИЦА РЕАЛИЗУЕМОСТИ ДВУХПОТОЧНОГО ТЕПЛООБМЕНА. ВЛИЯНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ ПОТОКОВ

При заданных ограничениях на температуры потоков и их теплоемкости двухпоточный теплообменник характеризуется тремя термодинамическими показателями, определяющими его качество:

- тепловой нагрузкой $\bar{Q}$,
- производством энтропии (необратимостью) $\bar{\sigma}$,
- коэффициентом теплопроводности (поверхностью контакта) $\bar{K}$.

Эти показатели связаны друг с другом уравнениями (3), (4), так что имеется только одна степень свободы.

В качестве термодинамического критерия оптимальности может быть принято требование минимума функции этих трех показателей. Эта функция должна уменьшаться с ростом $\bar{Q}$, увеличиваться с ростом необратимости и коэффициента теплопередачи. В простейшем случае величины двух показателей фиксированы и оптимум ищется по оставшемуся. Ниже без вывода приведено решение задачи о минимальной необратимости теплообмена при заданных тепловой нагрузке и коэффициенте теплопередачи. А также даны соотношения между этими показателями, теплоемкостями и граничными температурами потоков для различной их гидродинамики.

ИДЕАЛЬНЫЙ ДВУХПОТОЧНЫЙ ТЕПЛООБМЕННИК

В [18, 20] доказано, что при фиксированной тепловой нагрузке и коэффициенте теплопередачи существует нижняя граница необратимости

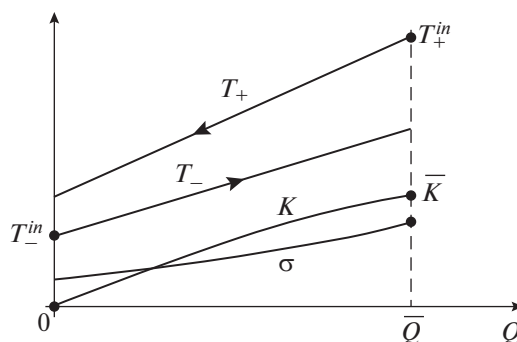


Рис. 1. Зависимость температур, производства энтропии и коэффициента теплопередачи от тепловой нагрузки.

двухпоточного теплообмена и эта граница может быть достигнута, если в любой точке контакта выполнены условия минимальной диссипации:

$$\frac{z^2(T_+, T_-)}{T_-^2 \frac{\partial z}{\partial T_-}} = \text{const.} \quad (5)$$

Для двухпоточного теплообмена при заданных тепловой нагрузке $\bar{Q}$, кинетике теплообмена $q = k(T_+ - T_-)$ и суммарном коэффициенте теплопереноса $\bar{K}$ из (5) вытекают следующие утверждения [21]:

У т в е р ж д е н и е 1: Производство энтропии минимально, если отношение температуры холодного потока к температуре горячего в градусах Кельвина одинаково в любой точке контакта и равно m . Отношение производства энтропии в системе к ее коэффициенту теплопередачи не может быть меньше, чем правая часть следующего выражения:

$$\frac{\bar{\sigma}^*}{\bar{K}} \geq \frac{(1-m)^2}{m}. \quad (6)$$

Здесь

$$m = \frac{T_-^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}}} = 1 - \frac{W_+}{\bar{K}} \ln \frac{T_+^{\text{in}} W_+}{T_+^{\text{in}} W_+ - \bar{Q}} = 1 - \frac{W_+}{\bar{K}} \ln \frac{T_+^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}}}. \quad (7)$$

Неравенство (6) выделяет в пространстве термодинамических критериев область реализуемости теплообмена.

На этой границе при заданном значении двух критериев третий достигает своего предельного значения (диссипация и коэффициент теплопроводности минимальны, тепловая нагрузка максимальна).

Учитывая, что $m = \frac{T_-^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}}}$, можно выразить $\bar{K}$ для идеального теплообменника через входные температуры и теплоемкости потоков:

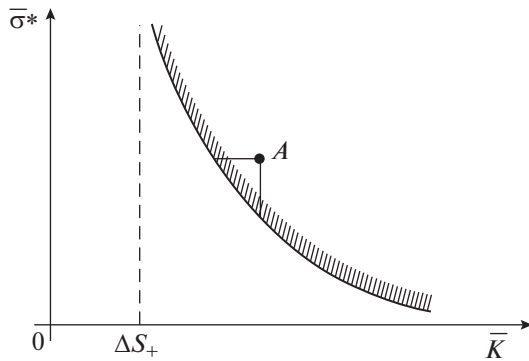


Рис. 2. Граница реализуемости двухпоточного теплообмена.

$$\bar{K} = \frac{W_+ T_+^{\text{in}} - \bar{Q}}{T_-^{\text{in}}} \ln \frac{T_-^{\text{in}} W_- + \bar{Q}}{T_-^{\text{in}} W_-}. \quad (8)$$

Утверждение 2: Оценки (6)–(8) достижимы в противоточном трубчатом теплообменнике, если отношение абсолютных температур потоков на входе обратно отношению их теплоемкостей (условия термодинамической согласованности).

Из уравнений (3) видно, что при этом отношении температур в любом сечении теплообменника постоянно.

Для краткости записи введем обозначение

$$N(\bar{Q}) = W_+ \ln \frac{T_+^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}}}.$$

По своему физическому смыслу это разница между энтропией, поступающей в систему и покидающей ее с горячим потоком. Зависимость минимально-возможной диссипации от коэффициента теплопередачи примет вид:

$$\bar{\sigma}^*(\bar{Q}, \bar{K}) = \frac{N^2(\bar{Q})}{\bar{K} - N(\bar{Q})}. \quad (9)$$

Величина $\bar{K}$ должна быть заведомо больше $N(\bar{Q})$.

Реализуемы только те теплообменники, для которых точка, соответствующая производству энтропии в теплообменнике и его коэффициенту теплопередачи, лежит выше границы, показанной на рис. 2.

В идеальном теплообменнике условия термодинамической согласованности определяют температуру и теплоемкость нагреваемого потока, если температура, теплоемкость греющего потока и тепловая нагрузка известны, и наоборот.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ БАЛАНСЫ ДВУХПОТОЧНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Запишем уравнения термодинамических балансов двухпоточной ячейки.

1. Энергетические балансы для каждого потока:

$$T_+^{\text{out}}(W_+) = T_+^{\text{in}} - \frac{\bar{Q}}{W_+}, \quad T_-^{\text{out}}(W_-) = T_-^0 + \frac{\bar{Q}}{W_-}. \quad (10)$$

2. Энтропийный баланс теплообменной ячейки:

– в режиме вытеснения и для любой гидродинамики, при которой температуры потоков непрерывно зависят от $\bar{Q}$, прирост потока энтропии для каждого из них (см. [14, 15]) для любой кинетики теплообмена и постоянном давлении равен:

$$\Delta\sigma_{+v} = W_+ \ln \frac{T_+^{\text{out}}}{T_+^{\text{in}}}, \quad \Delta\sigma_{-v} = W_- \ln \frac{T_-^{\text{out}}}{T_-^{\text{in}}}. \quad (11)$$

– в режиме смешения обмен теплотой происходит при постоянных температурах, равных температурам потоков на выходе, поэтому приросты сопряженных с ними потоков энтропии равны:

$$\Delta\sigma_{+s} = -\frac{\bar{Q}}{T_+^{\text{out}}}, \quad \Delta\sigma_{-s} = \frac{\bar{Q}}{T_-^{\text{out}}}. \quad (12)$$

Эта формула так же следует из (11) с помощью предельного перехода.

Кроме этого, нужно учесть производство энтропии за счет смешения каждого из потоков, поступающих в аппарат, с потоком в камере смешения, имеющем температуру, равную температуре на выходе. Это производство энтропии получено в [22] и равно для горячего и холодного потоков

$$\begin{aligned} \sigma_{m+} &= W_+ \left(\frac{T_+^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}}} - 1 - \ln \frac{T_+^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}}} \right), \\ \sigma_{m-} &= W_- \left(\frac{T_-^{\text{in}}}{T_-^{\text{out}}} - 1 - \ln \frac{T_-^{\text{in}}}{T_-^{\text{out}}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Эти слагаемые не отрицательны при различных температурах входного потока и потока на выходе. Производство энтропии за счет изменения параметров каждого потока равно сумме производства энтропии за счет изменения его температуры с производством энтропии за счет его смешения.

Условие термодинамического баланса определяет производство энтропии в теплообменнике как сумму приростов производства энтропии потоков

$$\bar{\sigma} = \Delta\sigma_+ + \Delta\sigma_-. \quad (14)$$

Прирост производства энтропии за счет теплообмена для горячего потока отрицателен, а для холодного положителен, при этом их сумма больше нуля.

Ниже в таблице приведены полученные из термодинамических балансов выражения, связывающие производство энтропии с тепловой нагрузкой, теплоемкостями потоков и коэффициентом теплопередачи для различных типов гидродинамики потоков. Отношение производства

Таблица 1. Термодинамические критерии двухпоточных теплообменников с различной гидродинамикой потоков

Гидродинамика потоков	$\bar{\sigma}$	$\bar{K}$
Смешение—смешение	$\frac{\bar{Q}}{T_-^{\text{out}}} - \frac{\bar{Q}}{T_+^{\text{out}}} + \sigma_{+m} + \sigma_{-m}$	$\frac{\bar{Q}}{T_+^{\text{out}} - T_-^{\text{out}}}$
Вытеснение—вытеснение (прямоток)	$W_+ \ln \frac{T_+^{\text{out}}}{T_+^{\text{in}}} + W_- \ln \frac{T_-^{\text{out}}}{T_-^{\text{in}}}$	$\frac{1}{B} \ln \frac{T_+^{\text{in}} - T_-^{\text{in}}}{T_+^{\text{in}} - T_-^{\text{in}} - B\bar{Q}}$
Смешен.(хол.) вытеснен.(гор.)	$\frac{\bar{Q}}{T_-^{\text{out}}} + W_+ \ln \frac{T_+^{\text{out}}}{T_+^{\text{in}}} + \sigma_{-m}$	$W_+ \ln \frac{T_+^{\text{in}} - T_-^{\text{out}}}{T_+^{\text{in}} - T_-^{\text{out}} - \bar{Q}/W_+}$
Смешен.(гор.) вытеснен.(хол.)	$W_- \ln \frac{T_-^{\text{out}}}{T_-^{\text{in}}} - \frac{\bar{Q}}{T_+^{\text{out}}} + \sigma_{+m}$	$W_- \ln \frac{T_+^{\text{out}} - T_-^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}} - T_-^{\text{in}} - \bar{Q}/W_-}$
Вытеснение—вытеснение (противоток)	$W_+ \ln \frac{T_+^{\text{out}}}{T_+^{\text{in}}} + W_- \ln \frac{T_-^{\text{out}}}{T_-^{\text{in}}}$	$\frac{1}{A} \ln \frac{T_+^{\text{out}} - T_-^{\text{in}} + A\bar{Q}}{T_+^{\text{out}} - T_-^{\text{in}}}$

энтропии $\bar{\sigma}^*$ для идеального теплообменника к производству энтропии в теплообменнике с теми же коэффициентом теплопередачи и тепловой нагрузкой, найденному из (11) или (14), может служить показателем термодинамического совершенства процесса $\eta \leq 1$.

Отметим, что для любого термодинамического критерия оптимальности наилучшей организации двухпоточного теплообмена соответствуют точки, лежащие на границе реализуемости, построенной на рис. 2. Например, при замене противоточного режима на прямоточный при одинаковых тепловых нагрузках и тех же теплоемкостях, температуры горячего и холодного потока, а значит и производство энтропии не изменятся для любой кинетики. Величина же коэффициента теплопередачи, как нетрудно показать, вырастет и соответствующая такому режиму точка окажется выше границы реализуемости.

В том случае, когда один или оба контактирующих потока изменяют свое фазовое состояние, приведенные в таблице формулы справедливы, если в них найти предел при стремлении теплоемкости конденсирующегося или испаряющегося потока к бесконечности, а его температуру принять постоянной и равной температуре кипения/конденсации.

Рассмотрены следующие четыре типа гидродинамики потоков:

- Смешение—смешение.
- Смешение—вытеснение.
- Вытеснение—вытеснение (прямоток и противоток).

В таблице обозначено:

$$A = \frac{W_- - W_+}{W_+ W_-}, \quad B = \frac{W_- + W_+}{W_+ W_-},$$

$$\sigma_{+m} = W_+ \left(\frac{T_+^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}}} - 1 - \ln \frac{T_+^{\text{in}}}{T_+^{\text{out}}} \right),$$

$$\sigma_{-m} = W_- \left(\frac{T_-^{\text{in}}}{T_-^{\text{out}}} - 1 - \ln \frac{T_-^{\text{in}}}{T_-^{\text{out}}} \right).$$

Если в противоточном теплообменнике вытеснения теплоемкости потоков одинаковы, коэффициент теплопроводности

$$\bar{K} = \frac{\bar{Q}}{T_+^{\text{in}} - T_-^{\text{in}} - \frac{\bar{Q}}{W}}.$$

ПОТОКИ С ПЕРЕМЕННОЙ ТЕПЛОЕМКОСТЬЮ

Теплоемкость потока может зависеть от его температуры. Для потоков жидкости или газа влияние температуры на теплоемкость обычно мало, но, если в процессе теплообмена пар конденсируется или жидкость испаряется, теплоемкость возрастает до бесконечности. Как правило теплоемкость моля жидкости больше, чем теплоемкость моля насыщенного пара. В соответствии с уравнениями (3) зависимость температуры холодного потока от тепловой нагрузки в случае его испарения имеет вид, показанный на рис. 3. Горизонтальный участок при температуре T_{-b} соответствует испарению. Прирост тепловой нагрузки на этом участке равен произведению расхода потока g_- на теплоту парообразования r . Поток энтропии, сопряженный с холодным потоком, вырос на величину $\sigma_b = \frac{rg_-}{T_{-b}}$.

Условия минимальной необратимости для ньютоновской кинетики как и для потоков с постоянной теплоемкостью требуют, чтобы отно-

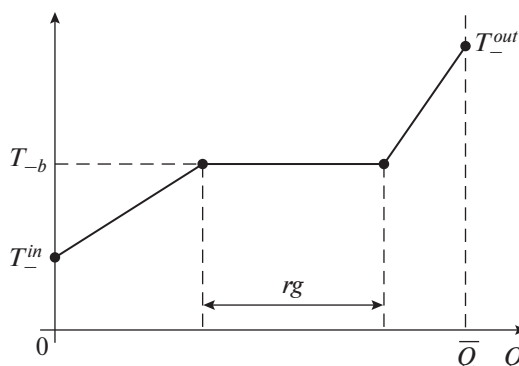


Рис. 3. Зависимость температуры испаряющегося потока от тепловой нагрузки.

шение температур контактирующих потоков было одинаково и равно m (для этого отношение их теплоемкостей должно быть равно $1/m$) для любой Q . В частности, если холодный поток при некоторой температуре T_{-b} испаряется, то горячий должен на этом участке конденсироваться при температуре T_{-b}/m . Выполнить подобные требования сложно, но они дают ориентир, к которому надо стремиться при синтезе реальных теплообменников.

МНОГОПОТОЧНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Задачи синтеза систем многопоточного теплообмена гораздо сложнее и разнообразнее, чем в случае теплообмена с двумя потоками.

ИДЕАЛЬНАЯ МНОГОПОТОЧНАЯ СИСТЕМА ТЕПЛООБМЕНА

В работе [11] рассмотрена задача о предельных возможностях теплообменной системы (“идеальный” теплообмен). Там найдено минимально возможное производство энтропии σ^* в системе с заданными значениями теплоемкостей и температурами горячих или холодных потоков на входе в систему и заданными суммарной тепловой нагрузкой и суммарным коэффициентом теплообмена. Показано, что для случая, когда поток теплоты пропорционален разности температур (ньютоновская кинетика), эта граница необратимости может быть достигнута, если в каждой точке контакта отношение абсолютных температур потоков одинаково, а их температуры на выходе из системы, если они не фиксированы, одинаковы для всех потоков (горячих или холодных).

Условия идеального теплообмена накладывают весьма жесткие требования на характеристики системы:

— каждая двухпоточная ячейка должна представлять собой противоточный теплообменник;

— отношения теплоемкостей горячего и холодного потока в ней должно быть равно отношению в градусах Кельвина температуры холодного потока на выходе из теплообменной ячейки к температуре горячего потока на входе в нее (“условия термодинамической согласованности”);

— это отношение и соответствующее ему минимально-возможное производство энтропии при фиксированных температурах и теплоемкостях W_i горячих потоков связаны с их температурами на входе T_i^0 и суммарным коэффициентом теплообмена $\bar{K}$ как:

$$\left. \begin{aligned} m &= 1 - \frac{1}{\bar{K}} \sum_{i=1}^n W_i (\ln T_{+i}^{\text{in}} - \ln T_{+}^{\text{out}}), \\ \sigma^* &= \bar{K} \frac{(1-m)^2}{m}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

— температура горячих потоков на выходе, как следует из условий энергетического баланса (10), равна:

$$T_{+}^{\text{out}} = \frac{\sum_{i=1}^k T_{+i}^{\text{in}} W_{+i} - \bar{q}}{\sum_{i=1}^k W_{+i}}, \quad (16)$$

— горячие потоки с начальными температурами, меньшими чем T_{+}^{out} , в системе теплообмена использовать не целесообразно.

Если часть горячих потоков конденсируется в процессе теплообмена, то в выражении для m (15) теплоемкость соответствующего слагаемого стремится к бесконечности. Присвоим конденсирующемуся потоку индекс “к” и найдем предел $W_k (\ln T_k^{\text{in}} - \ln T_{+}^{\text{out}}) = W_k \left(\ln T_k^{\text{in}} - \ln \left(T_k^{\text{in}} - \frac{q_k}{W_k} \right) \right)$ при стремлении W_k к бесконечности. С использованием правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей, находим, что

$$\lim_{W_k \rightarrow \infty} W_k \left(\ln T_k^{\text{in}} - \ln \left(T_k^{\text{in}} - \frac{q_k}{W_k} \right) \right) = \frac{q_k}{T_k^{\text{in}}} = \frac{g_k r_k}{T_{bk}}.$$

Здесь учтено, что температура T_k^{in} равна температуре конденсации, а тепловая нагрузка произведению расхода на скрытую теплоту парообразования.

Таким образом, выражение для m при наличии конденсирующихся потоков переписывается в форме:

$$m = 1 - \frac{1}{\bar{K}} \left(\sum_{i \neq k} W_i (\ln T_i^{\text{in}} - \ln T_{+}^{\text{out}}) + \sum_k \frac{g_k r_k}{T_{bk}} \right). \quad (17)$$

Зависимость минимально возможной необратимости от коэффициента теплопередачи (граница термодинамической реализуемости теплооб-

менной системы) имеет тот же вид (9) что и для двухпоточного теплообмена, с той разницей, что

$$N = \sum_{i=1}^n W_i (\ln T_i^{\text{in}} - \ln T_+^{\text{out}}) + \sum_k \frac{g_k r_k}{T_{bk}}. \quad (18)$$

Физический смысл этой величины такой же, как и в двухпоточном теплообменнике. При любых дополнительных ограничениях точка, соответствующая параметрам теплообменной системы, отклоняется вверх от границы, так что условие (9) с учетом (18) выделяет термодинамически-реализуемые системы многопоточного теплообмена.

В реальных системах ограничения на параметры потоков не позволяют выполнить условия идеального теплообмена, поэтому далее рассмотрим синтез реальных систем. Условия идеального теплообмена при этом могут служить лишь “путеводной звездой”, подобно КПД Карно для тепловых машин, а величина отношения $\bar{\sigma}^*$ к реальному производству энтропии в спроектированной системе — показателем ее термодинамического совершенства.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ТЕПЛООБМЕННЫХ СИСТЕМ

Определение: Две системы теплообмена термодинамически эквивалентны, если у них значения всех трех критериев термодинамического совершенства: $\bar{Q}, \bar{\sigma}, \bar{K}$, одинаковы.

В частности, многопоточная система теплообмена может быть эквивалентна двухпоточному теплообменнику. А так как термодинамические показатели двухпоточного теплообменника оптимальны на границе его реализуемости, то и эквивалентную ему многопоточную систему нужно стремиться приблизить к показателям эквивалентного ей двухпоточного на этой границе.

Как правило, при проектировании системы заданы температуры потоков на входе и на выходе из системы и их теплоемкости, а значит и тепловая нагрузка $\bar{Q}$. Требуется выбрать структуру контактов, коэффициенты теплопередачи (поверхности теплообмена) и тепловые нагрузки двухпоточных ячеек. Для эквивалентного теплообменника должны быть справедливы условия противотока

$$\frac{dT_+}{dQ} \frac{dT_-}{dQ} \geq 0, \quad (19)$$

где $T_+(Q), T_-(Q)$ — температуры эквивалентных потоков.

Противоточный теплообмен для любой формы температурного коэффициента $z(T_+, T_-)$ соответствует лучшему значению термодинамического показателя качества теплообмена. Это следует из таких общих соображений: пусть на некотором

интервале изменения тепловой нагрузки среднее значение $\bar{z} = \bar{z}$ задано. Тогда среднее значение функции $1/z$, характеризующее прирост K на этом интервале, в силу выпуклости этой функции минимально тогда, когда $z = \bar{z}$, т.е. константе. Температура холодного потока с ростом Q возрастает. Значению z , близкому к константе, соответствует для любой кинетики возрастание температуры $T_+(Q)$, т.е. режим противотока. Поэтому, при ограничениях на температуры и теплоемкости потоков термодинамические показатели такого теплообменника оптимальны.

Перечислим основные шаги синтеза системы:

1 шаг. Построение зависимостей температур горячего и холодного потоков в эквивалентном двухпоточном теплообменнике от тепловой нагрузки.

2 шаг. Оценка термодинамического совершенств эквивалентного теплообменника.

3 шаг. Если не все граничные температуры и теплоемкости потоков фиксированы, то “улучшение” показателей эквивалентного теплообменника за счет выбора свободных параметров потоков.

4 шаг. Выделение для построенных зависимостей “интервалов однородности”, каждому из которых соответствует одна или несколько параллельных двухпоточных ячеек. Расчет тепловых нагрузок и коэффициентов теплопроводности таких ячеек.

5 шаг. Исследование возможности уменьшения числа двухпоточных ячеек без существенного увеличения необратимости.

ПРОФИЛИ ТЕМПЕРАТУР ПОТОКОВ В ЭКВИВАЛЕНТНОМ ТЕПЛООБМЕННИКЕ

Построим зависимости температур эквивалентных потоков от тепловой нагрузки Q , а затем покажем, что теплообменник с выбранными таким образом потоками и их теплоемкостями $W_+(Q) = \frac{dT_+}{dQ}$, $W_-(Q) = \frac{dT_-}{dQ}$ термодинамически эквивалентен многопоточной системе.

Для каждого значения температуры эквивалентного потока его теплоемкость равна суммарной теплоемкости холодных потоков, имеющих данную температуру. Будем называть *интервалом однородности* такой интервал значений тепловой нагрузки, для которых теплоемкость эквивалентного потока постоянна. На каждом интервале однородности температура потока линейно зависит от тепловой нагрузки. На границах интервала однородности либо один из потоков покидает систему или поступает в нее, либо один из потоков меняет свое фазовое состояние и его теплоемкость изменяется.

Упорядочим холодные потоки многопоточной системы по величине их температуры на входе, так что $T_{-1}^{\text{in}} < T_{-2}^{\text{in}} < T_{-3}^{\text{in}} < \dots$ и построим зависимость $T_-(Q)$.

– при $Q = 0$ $T_-(0)$ равна самой низкой из температур холодных потоков на входе в систему T_{-1}^{in} , а теплоемкость, определяющая в соответствии с уравнением (3) наклон на первом интервале, равна W_{-1} . Первый интервал заканчивается, когда температура T_- станет равна T_{-2}^{in} ;

– на втором интервале к первому потоку “присоединяется” второй и теплоемкость становится равной $W_{-1} + W_{-2}$. Он заканчивается либо тогда, когда температура объединенного потока достигнет температуры T_{-3}^{in} , либо когда эта температура станет равна заданной температуре выхода из системы первого или второго из холодных потоков. В первом случае “присоединяется” третий поток и теплоемкость возрастает, во втором на следующем третьем интервале теплоемкость будет равна суммарной теплоемкости оставшихся потоков.

Такая процедура продолжается до тех пор, пока температура $T_-(Q)$ не достигнет самой высокой температуры холодных потоков на выходе из системы. Эта же точка определяет величину $\bar{Q}$.

Упорядочим горячие потоки по величине их температуры на входе в систему так, что $T_{+1}^{\text{in}} > T_{+2}^{\text{in}} > T_{+3}^{\text{in}} > \dots$ и построим температуру $T_+(Q)$, начиная с $Q = \bar{Q}$ до нуля:

– при $Q = \bar{Q}$ температура $T_+(Q) = T_{+1}^{\text{in}}$, а теплоемкость на первом интервале равна теплоемкости первого из горячих потоков.

Будем называть интервал значений тепловой нагрузки *интервалом однородности* для потока, если на этом интервале теплоемкость эквивалентного потока постоянна. Для системы интервалу однородности соответствует постоянство теплоемкостей обоих контактирующих потоков.

– первый интервал однородности горячего потока заканчивается, когда температура $T_+(Q)$ в соответствии с уравнением (3) окажется равной T_{+2}^{in} . В этой точке к первому потоку “присоединяется” второй и теплоемкость эквивалентного потока на втором интервале становится равной суммарной теплоемкости двух первых;

– второй интервал заканчивается либо тогда, когда температура объединенного потока достигнет температуры T_{+3}^{in} , либо когда эта температура станет равна заданной температуре выхода из системы первого или второго из горячих потоков. В первом случае “присоединяется” третий поток и теплоемкость возрастает, во втором на следующем третьем интервале теплоемкость будет равна суммарной теплоемкости оставшихся потоков.

Такое построение продолжается до $Q = 0$. Если $T_+(0) > T_-(0)$, то система реализуема и горячие потоки с $T_{+i}^{\text{in}} < T_+(0)$ следует исключить из системы. Если $T_+(0) < T_-(0)$, то система не реализуема и в нее следует добавить горячие потоки.

Таким образом, теплоемкость каждого из эквивалентных потоков при фиксированной температуре равна суммарной теплоемкости потоков, входящих в эквивалентный холодный и горячий потоки и имеющих данную температуру. Если в состав эквивалентного потока войдет поток, изменяющий свое фазовое состояние, то на участке испарения/конденсации температура эквивалентного потока постоянна. Отметим, что построение каждой из температур эквивалентных потоков происходит независимо и определяется только граничными температурами и теплоемкостями горячих и холодных потоков системы.

Докажем, что полученный с помощью такого построения двухпоточный теплообменник для любой кинетики удовлетворяет условиям эквивалентности многопоточной системе, при условии, что в этой системе гидродинамика потоков в любой точке контакта соответствует противотoku с идеальным вытеснением.

Действительно, величина суммарного потока передаваемой теплоты $Q = \bar{Q}$ в многопоточной системе определена суммарным изменением энтальпии холодных потоков. И она совпадает с величиной $Q = \bar{Q}$ в эквивалентном двухпоточном теплообменнике, так как на каждом интервале подводимый поток теплоты в двухпоточном теплообменнике равен сумме потоков теплоты, подводимой в этом диапазоне изменения температур к холодным потокам многопоточной системы.

Производство энтропии в двухпоточном теплообменнике

$$\bar{\sigma} = \int_0^{\bar{Q}} \left(\frac{1}{T_-(Q)} - \frac{1}{T_+(Q)} \right) dQ \quad (20)$$

так же совпадает с производством энтропии в многопоточной системе, так как температуры потоков на каждом интервале совпадают с температурами потоков в многопоточной системе.

Наконец, коэффициент теплопередачи эквивалентного теплообменника

$$\bar{K} = \int_0^{\bar{Q}} \frac{dQ}{z(T_-(Q), T_+(Q))} \quad (21)$$

равен суммарному коэффициенту теплопередачи многопоточной системы в силу равенства температур контактирующих потоков для каждого значения Q . При этом на каждом интервале изменения тепловой нагрузки температурный множитель $z(T_+, T_-)$ может иметь различную форму.

Иногда по условиям задачи тепловая нагрузка многопоточной системы определена изменением энтальпии не холодных, а горячих потоков. В этом случае процедура построения температур эквивалентных потоков в эквивалентном теплообменнике начинается с построения $T_+(Q)$, а в остальном ничем не отличается от изложенной выше.

ВЫБОР СВОБОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКОВ

Если некоторые из параметров потоков (их расходы, температуры на входе или выходе ...) не фиксированы, то их можно выбирать, исходя из оптимума термодинамического показателя. Например, пусть задан суммарный поток теплоты $\bar{Q}_1$ на первом интервале подогрева холодного потока, выходящими из системы горячими. Нужно распределить эти тепловые нагрузки между параллельными теплообменниками так, чтобы производство энтропии в системе было минимально. Это соответствует тому, что поток энтропии, покидающий систему вместе с горячими потоками

$$\sigma_+^{\text{out}} = \sum_j W_j \ln(T_{+j}^{\text{in}} - Q_j/W_{+j})$$

был максимален при условии $\sum_j Q_j = \bar{Q}_1$.

Условия оптимальности этой задачи, полученные из требования стационарности по Q_j соответствующей ей функции Лагранжа, приводят к требованию равенства температур всех горячих потоков на выходе системы. Обозначим эту общую температуру как T_+^{out} . Нетрудно показать, что

$$T_+^{\text{out}} = \frac{\sum_j W_{+j} T_{+j}^{\text{in}} - \bar{Q}_1}{\sum_j W_{+j}}, \quad Q_j = W_{+j}(T_{+j}^{\text{in}} - T_+^{\text{out}}). \quad (22)$$

Если температуры всех горячих потоков на выходе свободны, в оптимальном случае их нужно выбирать одинаковыми.

Тот факт, что двухпоточный теплообменник термодинамически эквивалентен многопоточной системе, позволяет при синтезе системы выбирать свободные переменные так, чтобы оптимизировать термодинамические показатели этого теплообменника (приблизить его к термодинамически согласованному противоточному теплообменнику вытеснения), а затем найти такую структуру контактов и распределение коэффициентов теплопередачи между двухпоточными ячейками системы, которые соответствовали бы эквивалентному теплообменнику.

Отметим, что построение температур в таких же координатах производят в “пинч-анализе” [23–25] без постановки задач оптимизации на основе эвристических соображений.

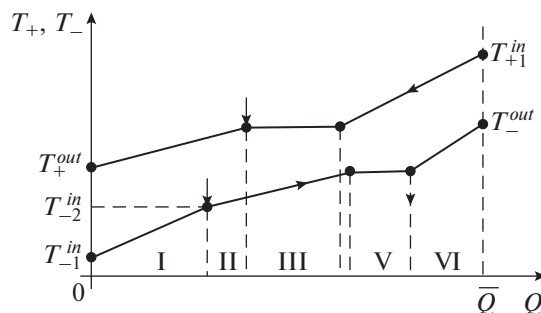


Рис. 4. Зависимости от тепловой нагрузки температур эквивалентных потоков (римскими цифрами занумерованы интервалы однородности).

СИНТЕЗ МНОГОПОТОЧНОЙ СИСТЕМЫ

Разобьем весь диапазон изменения тепловой нагрузки $[0, \bar{Q}]$ на *интервалы однородности*. В каждом таком v -м интервале теплоемкости контактирующих потоков постоянны и заданы. Температуры эквивалентных потоков на границах каждого интервала однородности $T_{+v}^{\text{in}}, T_{-v}^{\text{in}}$ известны (рис. 4). Эквивалентная система на интервале однородности реализуется параллельными друг другу двухпоточными ячейками, число которых равно минимальному из числа холодных либо горячих потоков, входящих в эквивалентные потоки на этом интервале

При синтезе многопоточной системы, эквивалентной двухпоточному теплообменнику, следует выполнить следующие условия:

– Температуры потоков на входе в каждую двухпоточную теплообменную ячейку, соответствующую v -му интервалу однородности, должны быть равны $T_{+v}^{\text{in}}, T_{-v}^{\text{in}}$.

– Отношение теплоемкостей холодного и горячего потоков в каждой теплообменной ячейке, соответствующей v -му интервалу однородности, должно быть равным отношению теплоемкостей

эквивалентных потоков $\frac{W_-}{W_+}$ на этом интервале.

Эти *условия эквивалентности* позволяют построить многопоточную систему с теми же показателями, что и двухпоточный теплообменник в следующей последовательности:

1. На первом интервале однородности для каждого из холодных потоков определяют температуру на входе в ячейку контактирующего с ним горячего потока и его расход (теплоемкость) из второго условия эквивалентности. Тепловую нагрузку для каждой из теплообменных двухпоточных ячеек находят как произведение теплоемкости любого из потоков на разность его температур.

Знание теплоемкостей и температур контактирующих потоков позволяет вычислить коэффи-

коэффициент теплопередачи ячейки при известной кинетике теплообмена по формуле (3).

2. Повторяют ту же процедуру для второго интервала однородности и т.д.

Таким образом получают “первичные” структуру и распределение тепловых нагрузок и коэффициентов теплопередачи для многопоточной системы.

ОЦЕНКА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО СОВЕРШЕНСТВА И УМЕНЬШЕНИЕ ЧИСЛА ДВУХПОТОЧНЫХ ЯЧЕЕК

По теплоемкостям и температурам потоков на входе и выходе полученной системы вычисляют суммарное производство энтропии и сравнивают с производством в идеальной системе теплообмена с той же тепловой нагрузкой и суммарным коэффициентом теплопроводности.

Следующий шаг – уменьшение числа двухпоточных ячеек при минимальном увеличении необратимости. Это можно сделать за счет слияния последовательных ячеек, если теплоемкости контактирующих в них потоков мало отличаются друг от друга. Коэффициенты теплопроводности и тепловые нагрузки при таком слиянии суммируются, а необратимость возрастает. Например, на рис. 4 четвертому интервалу однородности соответствует очень малая тепловая нагрузка и он может быть объединен с третьим, либо пятым интервалом. Предельную величину прироста необратимости можно выбрать заранее.

ПРИМЕРЫ СИНТЕЗА СИСТЕМ

Пример 1. Четырехпоточный теплообменник без испарения/конденсации.

Рассмотрим систему с двумя горячими и двумя холодными потоками. Исходные данные:

№	$T_i^{\text{in}}, \text{K}$	$W_i, \text{Вт/К}$	$T_j^{\text{in}}, \text{K}$	$T_j^{\text{out}}, \text{K}$	$W_j, \text{Вт/К}$	$Q_j, \text{Вт}$
1	460	100	350	400	200	10000
2	360	150	300	340	150	6000

1. Потребная теплота:

$$Q_- = \bar{Q} = W_{1-}(T_{1-}^{\text{out}} - T_{1-}^{\text{in}}) + W_{2-}(T_{2-}^{\text{out}} - T_{2-}^{\text{in}}) = 200 \times 50 + 150 \times 40 = 16000 \text{ Вт.}$$

2. Температура горячих потоков на выходе согласно выражению (22):

$$T_+^{\text{out}} = \frac{100 \times 460 + 150 \times 360 - 16000}{100 + 150} = 336 \text{ К.} \quad (23)$$

3. Производство энтропии в системе, где нет потоков, меняющих свое фазовое состояние, согласно (10):

$$\begin{aligned} \sigma^0 &= \sum_i W_i (\ln T_+^{\text{out}} - \ln T_i^{\text{in}}) + \\ &+ \sum_j W_j (\ln T_j^{\text{out}} - \ln T_j^{\text{in}}) = \\ &= 100 \ln \frac{336}{460} + 150 \ln \frac{336}{360} + 200 \ln \frac{400}{350} + \\ &+ 150 \ln \frac{340}{300} = 3.76 \text{ Вт/К.} \end{aligned} \quad (24)$$

4. Расчет точек изменения теплоемкостей (узловых) и интервалов однородности на кривых температур эквивалентных потоков.

Значение $T_+(0) = T_{1+}^{\text{in}} = 460 \text{ К}$. Ближайшая узловая точка на этой кривой соответствует температуре T_{2+}^{in} и равна 360 К, а соответствующее ей значение теплоты, переданной первым горячим потоком (только он участвует в теплообмене), $Q = Q_1 = W_1(460 - 360)100 \times 100 = 10000 \text{ Вт}$. Конечное значение температуры $T_+(\bar{Q})$ согласно (26) равно 336 К. После первой узловой точки в теплообмене участвуют оба горячих потока их теплоемкость $W_{2+} = 100 + 150 = 250 \text{ Вт/К}$.

Начальное значение кривой $T_-(0) = T_{1-}^{\text{out}}$. Ближайшая узловая точка соответствует максимальному значению из температур T_{1-}^{in} и T_{2-}^{out} . В нашем примере эта температура равна $T_{1-}^{\text{in}} = 350 \text{ К}$. Соответствующее значение тепловой нагрузки равно $Q_2 = W_{1-}(T_{1-}^{\text{out}} - T_{1-}^{\text{in}}) = 200 \times 50 = 10000 \text{ Вт}$. После этой точки первый из холодных потоков не участвует в теплообмене. Кривая $T_-(Q)$ испытывает вертикальный скачок до 340 К.

Следующая узловая точка соответствует температуре $T_{2-}^{\text{out}} = 340 \text{ К}$. На участке от $Q = 10000 \text{ Вт}$ до $Q = 16000 \text{ Вт}$ в теплообмене участвует только второй холодный поток.

Зависимости $T_+(Q), T_-(Q)$ показаны на рис. 5.

Таким образом можно выделить два интервала однородности на оси абсцисс: от нуля до $Q = 10000 \text{ Вт}$ и от $Q = 10000 \text{ Вт}$ до $Q = 16000 \text{ Вт}$. На первом интервале контактируют первый горячий и первый холодный поток, на втором – оба горячих и второй холодный поток. Соответствующая схема теплообмена представлена на рис. 6.

5. Найдем величины коэффициентов теплообмена для каждого из интервалов однородности в предположении противоточного теплообмена по формуле (4).

Для первого интервала:

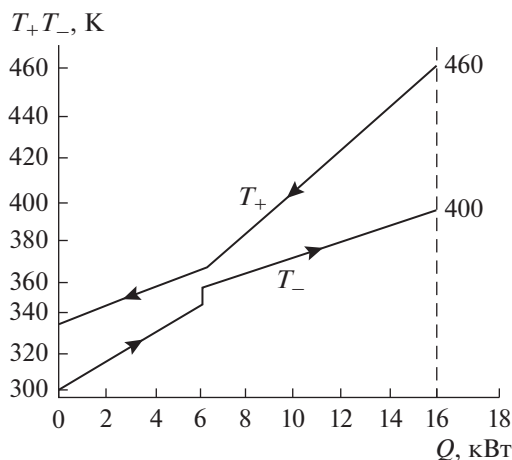


Рис. 5. Зависимости $T_+(Q), T_-(Q)$ температур эквивалентных потоков от тепловой нагрузки.

$$A = \frac{200 - 100}{100 \times 200} = 0.005,$$

$$K_1 = 200 \ln \frac{460 - 400}{360 - 350} = 358 \text{ Вт/К.}$$

Для второго интервала:

$$A = \frac{150 - 250}{150 \times 250} = -\frac{1}{375},$$

$$K_2 = -375 \ln \frac{360 - 340}{336 - 300} = 220 \text{ Вт/К.}$$

6. Знание суммарного коэффициента теплообмена $\bar{K} = K_1 + K_2 = 578 \text{ Вт/К}$ позволяет рассчитать минимально-возможное производство энтропии σ^* по формуле (15) и оценить степень термодинамического совершенства построенной системы:

$$m = 1 - \frac{1}{578} \left(100 \ln \frac{460}{336} + 150 \ln \frac{360}{336} \right) = 0.928,$$

$$\sigma^* = 578 \frac{(1 - 0.928)^2}{0.928} = 3.22, \quad \eta = \frac{3.22}{3.76} = 0.86.$$

Система состоит из трех двухпоточных ячеек. Первый горячий поток проходит через две ячейки последовательно, а второй только через третью. Второй холодный поток разветвляется между второй и третьей ячейками так, чтобы отношения теплоемкостей горячего и холодного потока в каждой из этих ячеек были одинаковы. Так что

$$W_{21} = W_{2-} \frac{W_{1+}}{W_{1+} + W_{2+}} = 150 \frac{100}{100 + 150} = 60 \text{ Вт/К,}$$

$$W_{22} = W_{2-} \frac{W_{2+}}{W_{1+} + W_{2+}} = 150 \frac{150}{100 + 150} = 90 \text{ Вт/К.} \quad (25)$$

В каждой ячейке реализуется противоточный теплообмен (см. рис. 6).

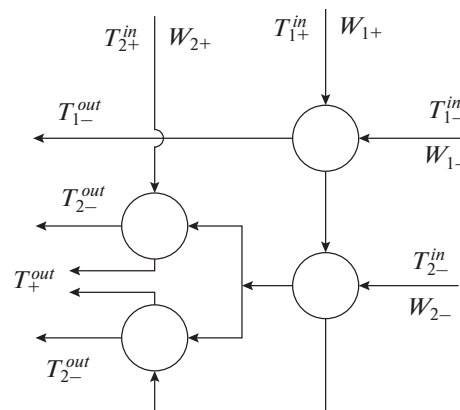


Рис. 6. Структура оптимальной системы теплообмена без конденсации.

Пример 2. Четырехпоточный теплообменник с конденсацией.

Рассмотрим систему из примера 1, с одним изменением: первый горячий поток поступает в виде насыщенного пара, при температуре конденсации со следующими характеристиками

$$T_{1+}^{in} = 460 \text{ К}, \quad r_{1+} = 833 \text{ КДж/кг},$$

$$g_{1+} = 0.012 \text{ кг/с}, \quad W_{1+} = 36.2 \text{ Вт/К.}$$

Поскольку один горячий поток в процессе теплообмена конденсируется, его можно представить как три потока: поток жидкости с температурой на выходе равной температуре конденсации, конденсирующийся насыщенный пар и поток перегретого пара с начальной температурой, равной температуре конденсации. Таблица расчетных горячих потоков будет иметь следующий вид:

Расчеты будем проводить в той же последовательности, как в примере 1:

№	$T_{j+}^{in}, \text{ К}$	$W, \text{ Вт/К}$	$g_{i+}, \text{ кг/с}$
1	460	—	0.012
2	460	36.2	—
3	360	150	—

1. Потребная теплота:

$$Q_- = \bar{Q} = W_{1-}(T_{1-}^{out} - T_{1-}^{in}) + W_{2-}(T_{2-}^{out} - T_{2-}^{in}) =$$

$$= 200 \times 50 + 150 \times 40 = 16000 \text{ Вт.}$$

2. Температура горячих потоков на выходе согласно выражению (16):

$$T_+^{out} =$$

$$\frac{833 \times 12 + 36.2 \times 460 + 150 \times 360 - 16000}{36.2 + 150} = 347.6 \text{ К.} \quad (26)$$

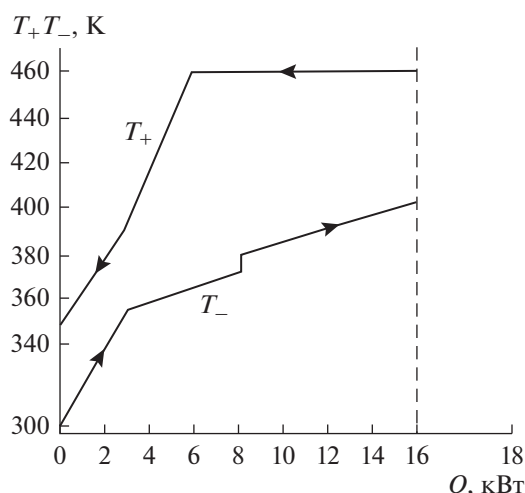


Рис. 7. Зависимости $T_+(Q), T_-(Q)$ температур эквивалентных потоков от тепловой нагрузки.

3. Производство энтропии в системе, с учетом конденсирующегося потока равно:

$$\begin{aligned} \sigma^0 &= -\frac{g_1 r_1}{T_{1+}^{\text{in}}} + \sum_i W_i (\ln T_{i+}^{\text{out}} - \ln T_{i-}^{\text{in}}) + \\ &+ \sum_j W_j (\ln T_{j-}^{\text{out}} - \ln T_{j+}^{\text{in}}) = \\ &= -\frac{10000}{460} + 36.2 \ln \frac{347.6}{460} + 150 \ln \frac{347.6}{360} + \\ &+ 200 \ln \frac{400}{350} + 150 \ln \frac{340}{300} = 8.04 \text{ Вт/К}. \end{aligned} \quad (27)$$

4. Расчет узловых точек и выделение интервалов однородности на кривых температур эквивалентных потоков:

Значение $T_+(0) = T_{1+}^{\text{in}} = 460$ К. Ближайшая узловая точка на этой кривой соответствует концу горизонтального участка конденсации, соответствующая ей точка на оси абсцисс равна 10000 Вт. В теплообмене участвует только конденсирующийся поток и первый холодный.

На следующем интервале конденсат с теплоемкостью $W_{1+} = 36.2$ контактирует с холодным потоком, пока температура конденсата не опустится до 360 К. При этом он передает теплоту равную $\delta q = 3620$ Вт, нагревая холодный поток на 24.1 К, с 315.9 до 340 К.

На последнем интервале горячие потоки объединяются, так что их суммарная теплоемкость оказывается равной $W_+ = 36.2 + 150 = 186.2$ Вт/К. Они охлаждаются до $T_+^{\text{out}} = 347.6$ К, нагревая холодный поток с 300 до 315.9 К.

Начальное значение кривой $T_-(0) = T_{1-}^{\text{in}}$. Ближайшая узловая точка соответствует начальной температуре первого из холодных потоков 350 К.

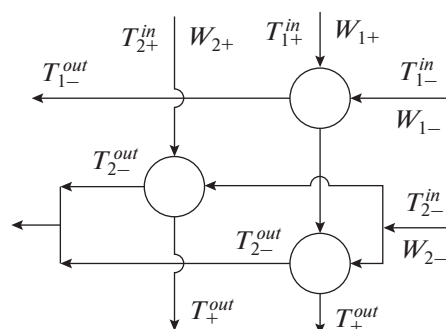


Рис. 8. Структура системы теплообмена с конденсацией потока.

При $Q = 10000$ температура контакта холодного потока снижается до 340 К и далее второй холодный поток контактирует на втором интервале с одним, а на последнем, третьем с двумя горячими, причем его теплоемкости в соответствии с условиями эквивалентности равны:

$$W_{21} = 150 \frac{36.2}{186.2} = 29.2 \text{ Вт/К},$$

$$W_{22} = 150 \frac{150}{186.2} = 120.8 \text{ Вт/К}.$$

Зависимости $T_+(Q), T_-(Q)$ показаны на рис. 7. Структура системы теплообмена показана на рис. 8. В первом теплообменнике реализуется режим конденсации для горячего и вытеснения для холодного потоков, а в последующих ячейках режим вытеснения с противотоком.

5. Найдем величины коэффициентов теплообмена для каждого из интервалов однородности с учетом конденсации на первом и противоточного теплообмена на втором и третьем интервалах однородности по формуле (4):

Для первого интервала:

$$K_1 = 200 \ln \frac{460 - 350}{460 - 350 - \frac{10000}{200}} = 121 \text{ Вт/К}.$$

Для второго интервала:

$$\begin{aligned} A &= \frac{150 - 36.2}{36.2 \times 150} = \frac{1}{48}, \\ K_2 &= 48 \ln \frac{460 - 340}{360 - 315.9} = 48.05 \text{ Вт/К}. \end{aligned}$$

Для третьего интервала

$$\begin{aligned} A &= \frac{150 - 186.2}{186.2 \times 150} = -\frac{1}{772}, \\ K_3 &= -772 \ln \frac{360 - 315.9}{347.6 - 300} = 59 \text{ Вт/К}. \end{aligned}$$

Зависимость температур контактов от тепловой нагрузки показана на рис. 7.

6. Знание суммарного коэффициента теплообмена $\bar{K} = K_1 + K_2 + K_3 = 228$ Вт/К позволяет рассчитать минимально-возможное производство энтропии σ^* по формуле (17) и оценить степень термодинамического совершенства построенной системы:

$$m = 1 - \frac{1}{228} \left(36.2 \ln \frac{460}{347.6} + 150 \ln \frac{360}{347.6} + \frac{12 \times 833}{460} \right) = 0.84,$$

$$\sigma^* = 228 \frac{(1 - 0.84)^2}{0.84} = 6.95,$$

$$\eta = \frac{6.95}{8.04} = 0.861.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введены термодинамические показатели для оценки теплообменных систем. Доказано, что при заданной тепловой нагрузке значения показателя необратимости и коэффициента теплопроводности взаимосвязаны и ограничены. Построена граница физической реализуемости систем и показано, что оптимальным значениям показателей соответствуют их значения, лежащие на этой границе. Дано определение термодинамически эквивалентных теплообменных систем и на базе этого понятия предложен алгоритм синтеза систем многопоточного теплообмена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Островский Г.М., Зиятдинов Н.Н., Емельянов И.И.* Синтез оптимальных систем простых ректификационных колонн с рекуперацией тепла // Докл. РАН. 2015. Т. 461. № 2. С. 189–192. *Ostrovskii G.M., Ziyatdinov N.N., Emel'yanov I.I.* Synthesis of Optimal Systems of Simple Distillation Columns with Heat Recovery // Doklady Chemistry. 2015. V. 461. Part 1. P. 89–92.
2. *Зиятдинов Н.Н., Островский Г.М., Емельянов И.И.* Построение системы теплообмена при реконструкции и синтезе оптимальных систем ректификационных колонн // Теоретические основы химической технологии. 2016. Т. 50. № 2. С. 184–193. *Ziyatdinov N.N., Ostrovskii G.M., Emel'yanov I.I.* Designing a Heat Exchange System upon the Reconstruction and Synthesis of Optimal Systems of Distillation Columns // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. 2016. V. 50. № 2. P. 178–187.
3. *Kafarov V.V., Meshalkin V.P., Perov V.L.* Mathematical foundations of computeraided design of chemical plants. *Ximiya*. 1979.
4. *Brodjanskiy V.M., Fratscher V., Mikhalek K.* Exergy methods and its applications. Moscow: Energoatomizdat, 1988.
5. *Berry R.S., Kasakov V.A., Sieniutycz S., Szwasz Z., Tsirlin A.M.* Thermodynamic. Optimization of Finite Time Processes. Wiley Chichester. 1999.
6. *Tsirlin A.M., Mironova W.A., Amelkin S.A., Kazakov V.A.* Finite-time thermodynamics: Conditions of minimal dissipation for thermodynamic processes with given rate. *Phys. Rev. E*, 58, (1998).
7. *Цирлин А.М.* Оптимальное управление необратимыми процессами тепло и массопереноса. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, 2, 171–179, 1991. *Tsirlin A.M.* Optimal control of the irreversible processes of heat and mass transfer, *Soviet journal of computer and systems sciences*. 1991. V. 2. P. 171–179.
8. *Andresen B., Gordon J.M.* Optimal heating and cooling strategies for heat exchangers design. // *J. Appl. Phys.* 1992. V. 1. P. 71–78.
9. *Salamon P., Nitzan A., Andresen B., Berry R.S.* Minimum entropy production and the optimization of heat engines // *Phys. Rev.* 1980. V. 21. P. 2115.
10. *Цирлин А.М., Ахременков А.А., Григорьевский И.Н.* // Минимальная необратимость, оптимальное распределение поверхности и тепловой нагрузки теплообменных систем // Теоретические основы химической технологии. 2008. № 42. С. 1–8.
11. *Tsirlin A.M.* Ideal heat exchange Systems // *J. Engineering Physics and Thermophysics*, 2017. V. 90. № 5.
12. *Prigogin D.* Kondepudi Modern Thermodynamiks. J.Wiley and Sons, 1999.
13. *Цирлин А.М., Ахременков А.А.* Оптимальный теплообмен при изменении фазового состояния хладагента // Теоретические основы химической технологии. 2018. Т. 52. № 5. С. 1–8.
14. *Петухова Б.С.* Справочник по теплообменникам. Москва: Энергоатомиздат, 1987.
15. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Перов В.Л.* Математические основы автоматизированного проектирования химических производств. Москва: Химия, 1979.
16. *Миронова В.А., Амелькин С.А., Цирлин А.М.* Математические методы термодинамики при конечном времени. М.: Химия, 2000.
17. *Цирлин А.М.* Методы оптимизации в необратимой термодинамике и микроэкономике. М.: Физматлит, 2003.
18. *Цирлин А.М.* Оптимальное управление процессами необратимого тепло и массопереноса // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1991. № 2. С. 81–86.
19. *Bosnjakovic F.* Technical Thermodynamics. Holt R&W: New York, 1965.
20. *Tsirlin A.M., Mironova V.A., Amelkin S.A., Kazakov V.A.* Finite-time thermodynamics. Conditions of minimal dissipation for thermodynamics process with given rate // *Phys. Rev. E*. 1998. V. 58. № 1.
21. *Tsirlin A.M.* Ideal heat exchange Systems // *J. Engineering Physics and Thermophysics*. V. 90. № 5. 2017.
22. *Tsirlin A.M., Vasilyev A.V.* Thermodynamic entropy balance in the ideal mixing regime // *J. Engineering Physics and Thermophysics*. V. 92. № 2. 2023.
23. *Linnhoff B., Hindmarsh E.* The pinch design method for heat exchanger networks // *Chemical Engineering Science*, 38 (5), 745–763, 1983.
24. *Smith R.* Chemical Process: Design and Integration // Chichester, West Sussex, UK: John Wiley and Sons, Ltd., 2005.
25. *Kemp I.C.* Pinch Analysis and Process Integration: A User Guide on Process Integration for the Efficient Use of Energy, 2nd edition. Includes spreadsheet software // Butterworth-Heinemann. ISBN 0750682604, 2006. (1st edition: Linnhoff et al., 1982).