

ISSN 0033-8494

Том 68, Номер 1

Январь 2023



РАДИОТЕХНИКА и ЭЛЕКТРОНИКА

www.sciencejournals.ru



СОДЕРЖАНИЕ

Том 68, номер 1, 2023

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Применение гибридного проекционного метода для анализа поглощающих периодических структур со сферическими элементами типа электромагнитных черных дыр

Я. И. Чижевская, О. Н. Смольникова, Б. А. Левитан, И. В. Зимин, С. П. Скобелев 3

Исследование характеристик ЕВГ-волновода в электромагнитном кристалле с емкостными цилиндрами

В. И. Калинин, Е. В. Фролова, С. Е. Банков 13

Расширение зоны действия ионозондов вертикального зондирования ионосферы за счет применения спутниковых навигационных систем

В. М. Смирнов, Е. В. Смирнова 22

Преобразователи частоты терагерцового и инфракрасного диапазонов на основе двумерно-периодических графеновых решеток

А. М. Лерер, Г. С. Макеева, В. В. Черепанов 30

О “сверхсветовом” распространении электромагнитного импульса в резонансно-поглощающей газовой среде

Г. М. Стрелков, Ю. С. Худышев 37

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

Моделирование и экспериментальное исследование линейной бифокальной антенной решетки

С. Е. Банков, Е. В. Фролова, В. И. Калинин 44

СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

Моделирование и измерение толщины снежного покрова с помощью лазерного дальномера

В. И. Григорьевский, В. Н. Марчук, Я. А. Тезадов 55

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Влияние трансionoсферных линий передачи на вероятностные характеристики при приеме сигналов с фазовой манипуляцией

Л. Е. Назаров, В. В. Батанов, Б. Г. Кутуза 60

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

Ориентационный переход намагниченности в условиях одноосной анизотропии высоких порядков

В. С. Власов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов 69

НАНОЭЛЕКТРОНИКА

Численное моделирование дискретных магнитных бризеров в гайзенберговских спиновых цепочках с дополнительными взаимодействиями

И. Г. Бострем, Е. Г. Екомасов, А. С. Овчинников, В. Е. Сеницын, М. И. Фахретдинов

75

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

Анализ пассивного смесителя частот с управлением по току на произвольной промежуточной частоте с учетом входного и выходного импедансов

А. С. Коротков, Т. Д. Чан

83

Сравнение теоретической и реальной пропускной способности PD-NOMA

Я. В. Крюков, Д. А. Покаместов, Е. В. Рогожников

95

ХРОНИКА

К 85-летию Дмитрия Сергеевича Лукина

103

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874.6:621.396.677

ПРИМЕНЕНИЕ ГИБРИДНОГО ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ АНАЛИЗА ПОГЛОЩАЮЩИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР СО СФЕРИЧЕСКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ТИПА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

© 2023 г. Я. И. Чижевская^{a, b}, О. Н. Смольникова^{b, c}, Б. А. Левитан^{a, b, c},
И. В. Зимин^{a, b}, С. П. Скобелев^{a, b, *}

^aМосковский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация

^bПубличное акционерное общество “Радиофизика”,
ул. Героев Панфиловцев, 10, Москва, 125363 Российская Федерация

^cМосковский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Волоколамское шос., 4, Москва, 125993 Российская Федерация

*E-mail: s.p.skobelev@mail.ru

Поступила в редакцию 26.04.2022 г.

После доработки 26.04.2022 г.

Принята к публикации 27.05.2022 г.

Рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны на двумерно-периодической структуре, образованной из поглощающих сферических радиально неоднородных диэлектрических элементов типа электромагнитных черных дыр, расположенных на полубесконечной подложке. Разработан численный алгоритм решения, основанный на гибридном проекционном методе с учетом особенностей конструкции черных дыр. Алгоритм также обобщен на случай расположения черных дыр на идеально проводящем экране. Выведены новые выражения для расчета мощности, поглощенной элементами структуры, и представлены численные результаты, характеризующие эффективность поглощения структуры.

DOI: 10.31857/S0033849423010047, EDN: CCRCIB

ВВЕДЕНИЕ

Исследования и разработки поглощающих структур для работы в сверхвысокочастотном (СВЧ) и оптическом диапазонах представляют большой интерес уже долгое время, так как они находят ряд важных практических приложений. Указанные структуры применяются в безэховых камерах, предназначенных для измерения характеристик антенн и СВЧ-устройств, в качестве средств обеспечения электромагнитной совместимости различных устройств, в качестве средств снижения эффективной площади рассеяния наземных и воздушных объектов и в устройствах для приема и преобразования солнечного света.

Современные требования для поглощающих структур включают близкую к 100% эффективность поглощения в широкой полосе частот и в широком секторе углов падения. Одним из перспективных типов элемента для таких структур, удовлетворяющих указанным требованиям, является так называемая электромагнитная черная дыра. Такой элемент был впервые предложен в [1]

в форме цилиндра с поглощающей однородной центральной частью и неоднородной оболочкой без потерь. Указанный поглотитель характеризуется тем фактом, что благодаря специальному радиальному профилю проницаемости оболочки геометрические лучи, входящие в него, оказываются в ловушке и поглощаются в его центральной части. Другие модификации цилиндрических черных дыр предложены и исследованы в [2–9]. Аналогичные исследования одиночных сферических электромагнитных черных дыр были проведены в [10–12].

Результаты исследований, приведенные в указанных выше публикациях, показывают, что одиночные электромагнитные черные дыры как цилиндрической, так и сферической формы могут обеспечивать высокую эффективность поглощения в широкой области частот. Этот факт вызвал определенный интерес в исследовании эффективности использования черных дыр в качестве элементов поглощающих периодических структур. Одномерно-периодические структуры из цилиндрических черных дыр были исследованы в

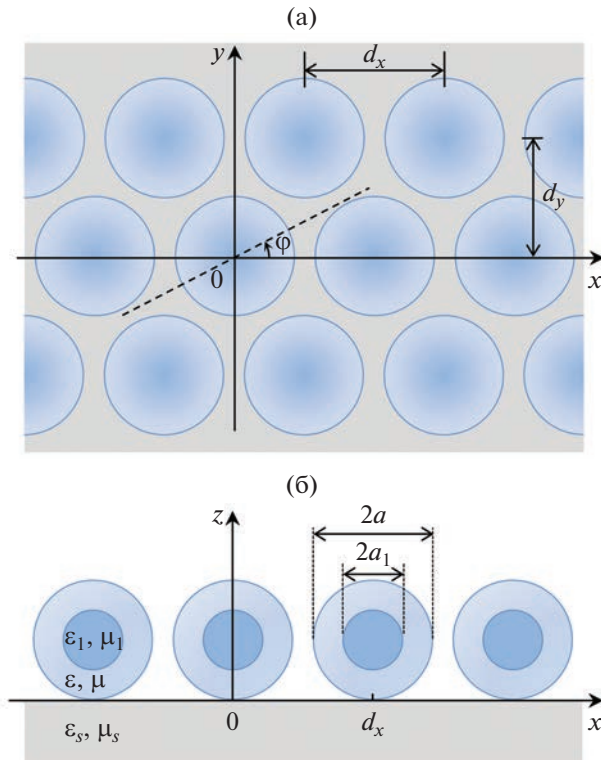


Рис. 1. Вид сверху (а) и продольный разрез (б) двумерно-периодической структуры со сферическими элементами на подложке.

[13–15]. Исследования показали высокую эффективность указанных структур, сравнимую с эффективностью структур с клиновидными элементами, но достижимую при значительно меньшей толщине поглощающего слоя.

Первые результаты, полученные для двумерно-периодических структур со сферическими черными дырами, были недавно доложены в [16]. Цель данной работы – дальнейшие исследования указанных структур на основе соответствующих модификаций гибридного проекционного метода, предложенного в [17] для анализа структур только с *продольно* неоднородными элементами. В работе описаны алгоритмы, соответствующие расположению *радиально* неоднородных черных дыр на полубесконечной диэлектрической подложке и на идеально проводящем экране, приведен вывод новых соотношений для расчета мощности, поглощенной черными дырами, которые будут использоваться для расчетов эффективности поглощения структуры. Полученные результаты, характеризующие эффективность применения сферических черных дыр в поглощающих структурах, сравниваются с аналогичными результатами для структур с традиционными пирамидальными поглощающими элементами.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Геометрия исследуемой двумерно-периодической структуры в декартовой системе координат приведена на рис. 1. Структура образована двухслойными сферическими элементами внешнего радиуса a , расположенными на подложке в узлах прямоугольной или треугольной сетки с межэлементным расстоянием d_x в строках, а соседние строки расположены на расстоянии d_y друг от друга. Внешний слой каждого элемента является неоднородным с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon(x, y, z)$, зависящей от радиальной координаты $r = [x^2 + y^2 + (z - a)^2]^{1/2}$. Центральная область элемента представляет собой однородную диэлектрическую сферу радиусом a_1 и с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 . Подложка представляет собой однородное полупространство с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_s . Относительная магнитная проницаемость элементов структуры μ и μ_1 , а также подложки μ_s равны единице. Относительная диэлектрическая проницаемость и относительная магнитная проницаемость над подложкой вне сфер также считаются равными единице.

Предполагается, что структура возбуждается плоской поперечно электрической (TE) волной с амплитудой A_1 или поперечно магнитной (TM) волной с амплитудой A_2 , падающей под углом θ к оси z в вертикальной плоскости, расположенной под углом ϕ к плоскости xOz (см. рис. 1а). Цель задачи – определить поле, отраженное от структуры, и поле как в области, содержащей сферические элементы, так и в подложке. Наибольший практический интерес представляет коэффициент отражения волны от структуры, характеризующий согласование последней со свободным пространством, и мощность, поглощенную в элементах структуры и в подложке.

Согласно [17], поперечные составляющие электрического и магнитного полей над элементами структуры при $z \geq h$, $h = 2a$ (см. рис. 1б) представляются в виде разложений по полной системе гармоник Флоке:

$$\vec{E}_t = \eta_0 (A_1 k \bar{\psi}_{100} - A_2 \Gamma_{00} \bar{\psi}_{200}) \exp[-i\Gamma_{00}(z - h)] + \eta_0 \sum_{p,q} (R_{1pq} k \bar{\psi}_{1pq} + R_{2pq} \Gamma_{pq} \bar{\psi}_{2pq}) \exp[i\Gamma_{pq}(z - h)], \quad (1)$$

$$\vec{H} \times \vec{e}_z = (-A_1 \Gamma_{00} \bar{\psi}_{100} + A_2 k \bar{\psi}_{200}) \exp[-i\Gamma_{00}(z - h)] + \sum_{p,q} (R_{1pq} \Gamma_{pq} \bar{\psi}_{1pq} + R_{2pq} k \bar{\psi}_{2pq}) \exp[i\Gamma_{pq}(z - h)], \quad (2)$$

соответствующих зависимости от времени $\exp(-i\omega t)$, где $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$ – волновое сопротивление для свободного пространства, R_{jpq} – неизвестные ам-

плитуды отраженных TE -($j = 1$) и TM -волн ($j = 2$),

$$\Gamma_{pq} = (k^2 - w_{pq}^2)^{1/2} \quad (3)$$

– продольные постоянные распространения, $w_{pq} = (\alpha_p^2 + \beta_{pq}^2)^{1/2}$,

$$\alpha_p = ku + 2\pi p/d_x, \quad \beta_{pq} = kv + 2\pi(q - p\delta)/d_y, \quad (4)$$

– поперечные постоянные распространения, $u = \sin \theta \cos \varphi$ и $v = \sin \theta \sin \varphi$ – направляющие косинусы для падающей волны, $\delta = 0$ для прямоугольной сетки и $\delta = 1/2$ для треугольной сетки, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны в свободном пространстве, $\bar{\psi}_{1pq}(x, y)$ и $\bar{\psi}_{2pq}(x, y)$ – ортонормированные поперечные векторные функции, определяемые через поперечные постоянные распространения (4) и ортонормированные скалярные функции

$$\Psi_{pq}(x, y) = \frac{\exp(i\alpha_p x + i\beta_{pq} y)}{\sqrt{d_x d_y}}, \quad (5)$$

как указано в [17].

Для упрощения записи последующих формул мы вводим сквозную порядковую нумерацию гармоник Флоке для каждого типа. И далее двойной индекс pq , используемый в (1)–(5), заменим одиночным.

Поля в подложке ($z \leq 0$) также представляем в виде разложения по гармоникам Флоке

$$\vec{E}_t = \eta_0 \sum_q (T_{1q} k \bar{\psi}_{1q} - T_{2q} \Gamma_{sq} \bar{\psi}_{2q}) \exp(-i\Gamma_{sq} z), \quad (6)$$

$$\vec{H} \times \vec{e}_z = \sum_q (-T_{1q} \Gamma_{sq} \bar{\psi}_{1q} + T_{2q} k \epsilon_s \bar{\psi}_{2q}) \exp(-i\Gamma_{sq} z) \quad (7)$$

с неизвестными амплитудами T_{jq} и постоянными распространения $\Gamma_{1q} = (k^2 \epsilon_s - w_q^2)^{1/2}$, учитывающими специфику подложки.

Поперечные составляющие полей в области $0 \leq z \leq h$, содержащей сферические элементы, ищем в виде разложений по поперечным функциям

$$\vec{E}_t = \eta_0 k \sum_q [E_{1q}(z) \bar{\psi}_{1q} + E_{2q}(z) \bar{\psi}_{2q}], \quad (8)$$

$$\vec{H}_t = k \sum_q [H_{1q}(z) \bar{\psi}_{1q} + H_{2q}(z) \bar{\psi}_{2q}], \quad (9)$$

с неизвестными коэффициентами, зависящими от z .

Выражения для продольных составляющих полей, определяемые через (6) и (7) из уравнений Максвелла

$$\nabla \times \vec{H} + \frac{ik\hat{\epsilon}}{\eta_0} \vec{E} = 0, \quad (10)$$

$$\nabla \times \vec{E} - ik\eta_0 \vec{H} = 0, \quad (11)$$

где $\hat{\epsilon} = \epsilon(x, y, z)$ в оболочках элементов, $\hat{\epsilon} = \epsilon_1$ в центральных частях последних и $\hat{\epsilon} = 1$ вне элементов, приведены в [17].

Сшивание электрических полей (1) и (8), а также магнитных полей (2) и (9) (последнее должно быть векторно умножено на $\vec{e}_z$) при $z = h$ дает соотношения

$$R_{1q} = E_{1q}(h) - A_1 \delta_{1q}, \quad (12)$$

$$R_{2q} = -H_{1q}(h) - A_2 \delta_{1q}, \quad (13)$$

$$E_{2q}(h) = -H_{1q}(h) \Gamma_q / k - 2A_2 \delta_{1q} \Gamma_q / k, \quad (14)$$

$$H_{2q}(h) = E_{1q}(h) \Gamma_q / k - 2A_1 \delta_{1q} \Gamma_q / k, \quad (15)$$

где δ_{1q} – символ Кронекера. Аналогичное сшивание электрических полей (6) и (8), а также магнитных полей (7) и (9) при $z = 0$ дает еще четыре соотношения

$$T_{1q} = E_{1q}(0), \quad (16)$$

$$T_{2q} = -H_{1q}(0) / \epsilon_s, \quad (17)$$

$$E_{2q}(0) = H_{1q}(0) \Gamma_{sq} / (k \epsilon_s), \quad (18)$$

$$H_{2q}(0) = -E_{1q}(0) \Gamma_{sq} / k, \quad (19)$$

которые будут использоваться при выводе последующих выражений.

Проектирование уравнений Максвелла (10) и (11) для полей в области, содержащей сферические элементы, на поперечные функции $\bar{\psi}_{1p}^*(x, y)$ и $\bar{\psi}_{2p}^*(x, y)$, как это описано в [17] и более подробно в [18], сводит указанные уравнения к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменных коэффициентов, стоящих в разложениях (8) и (9):

$$\Gamma_p^2 H_{1p} + w_p \sum_q w_q W_{pq} H_{1q} - ik \frac{dE_{2p}}{dz} = 0, \quad (20)$$

$$ik \frac{dH_{2p}}{dz} + \Gamma_p^2 E_{1p} + k^2 \sum_q (Z_{pq} E_{1q} - Y_{pq} E_{2q}) = 0, \quad (21)$$

$$-ik \frac{dH_{1p}}{dz} + k^2 \sum_q (Y_{pq} E_{1q} + Z_{pq} E_{2q}) + k^2 E_{2p} = 0, \quad (22)$$

$$H_{2p} = \frac{1}{ik} \frac{dE_{1p}}{dz}, \quad (23)$$

где

$$Z_{pq}(z) = \frac{\alpha_p \alpha_q + \beta_p \beta_q}{w_p w_q} X_{pq}(z), \quad (24)$$

$$Y_{pq}(z) = \frac{\alpha_p \beta_q - \alpha_q \beta_p}{w_p w_q} X_{pq}(z), \quad (25)$$

$$X_{pq}(z) = \int_{S(z)} (\hat{\varepsilon} - 1) \psi_p^* \psi_q ds, \quad (26)$$

$$W_{pq}(z) = \int_{S(z)} (1 - 1/\hat{\varepsilon}) \psi_p^* \psi_q ds, \quad (27)$$

и $S(z)$ — площадь горизонтального сечения сферы. Учитывая осевую симметрию элемента структуры и проводя интегрирование по φ' в (26) и (27) в цилиндрической системе координат ρ' и φ' , получим

$$X_{pq}(z) = \frac{2\pi}{d_x d_y} \int_0^{\rho(z)} [\varepsilon(r') - 1] J_0(\Delta_{pq} \rho') \rho' d\rho', \quad (28)$$

$$W_{pq}(z) = \frac{2\pi}{d_x d_y} \int_0^{\rho(z)} [1 - 1/\varepsilon(r')] J_0(\Delta_{pq} \rho') \rho' d\rho', \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} \rho(z) &= [a^2 - (z - a)^2]^{1/2}, \\ r' &= [\rho'^2 + (z - a)^2]^{1/2}, \\ \Delta_{pq} &= [(\alpha_p - \alpha_q)^2 + (\beta_p - \beta_q)^2]^{1/2} \end{aligned}$$

и $J_0(\dots)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Решение дифференциальных уравнений (20)–(23) ищем в виде разложений по треугольным функциям $f_n(z)$ [17], [18]

$$H_{1q}(z) = \sum_{n=1}^N H_{1nq} f_n(z), \quad (30)$$

$$E_{jq}(z) = \sum_{n=1}^N E_{j n q} f_n(z), \quad j = 1, 2, \quad (31)$$

с вершинами в N узлах, расположенных равномерно на интервале $0 \leq z \leq h$, включая его концы. Подстановка (30) и (31) в дифференциальные уравнения (20)–(23) и проектирование последних на треугольные функции $f_m(z)$ в рамках метода конечных элементов, в процессе которого учитываются явное выражение (23), а также соотношения (14), (15), (18) и (19), сводит задачу к системе алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \frac{i\Gamma_{sp}}{k\varepsilon_s} H_{11p} \delta_{1m} + \sum_{n=1}^N \sum_q \hat{W}_{pq}^{mn} H_{1nq} + \frac{i\Gamma_p}{k} H_{1Np} \delta_{Nm} + \\ + i \sum_{n=1}^N \bar{K}^{mn} E_{2np} = -\frac{2i\Gamma_p}{k} A_2 \delta_{0p} \delta_{Nm}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{i\Gamma_{sp}}{k} E_{11p} \delta_{1m} + \sum_{n=1}^N \sum_q (\bar{Z}_{pq}^{mn} E_{1nq} - Y_{pq}^{mn} E_{2nq}) + \\ + \frac{i\Gamma_p}{k} E_{1Np} \delta_{Nm} = \frac{2i\Gamma_{1p}}{k} A_1 \delta_{0p} \delta_{Nm}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\sum_{n=1}^N [-iK^{mn} H_{1np} + \sum_q (Y_{pq}^{mn} E_{1nq} + \hat{Z}_{pq}^{mn} E_{2nq})] = 0, \quad (34)$$

с матричными элементами

$$\hat{W}_{pq}^{mn} = \frac{\Gamma_p^2}{k^2} I^{mn} \delta_{pq} + \frac{w_p w_q}{k^2} W_{pq}^{mn}, \quad (35)$$

$$\bar{Z}_{pq}^{mn} = \left(\frac{\Gamma_p^2}{k^2} I^{mn} - \bar{I}^{mn} \right) \delta_{pq} + Z_{pq}^{mn}, \quad (36)$$

$$\hat{Z}_{pq}^{mn} = I^{mn} \delta_{pq} + Z_{pq}^{mn}, \quad (37)$$

$$K^{mn} = \int_0^h f_m \frac{df_n}{dz} dz, \quad \bar{K}^{mn} = \int_0^h \frac{df_m}{dz} f_n dz, \quad (38)$$

в которых

$$I^{mn} = k \int_0^h f_m f_n dz, \quad \bar{I}^{mn} = \frac{1}{k} \int_0^h \frac{df_m}{dz} \frac{df_n}{dz} dz, \quad (39)$$

$$W_{pq}^{mn} = k \int_0^h W_{pq} f_m f_n dz. \quad (40)$$

Коэффициенты Y_{pq}^{mn} и Z_{pq}^{mn} вычисляются по формулам, аналогичным формуле (40), где коэффициент W_{pq} следует заменить на (24) и (25) соответственно. Явные выражения для коэффициентов (38)–(40) имеются в [18].

Уравнения (32)–(34) образуют полную бесконечную алгебраическую систему, которую решаем методом усечения до размера $3PN$, где P — число учитываемых пространственных гармоник для каждого из наборов H_{1nq} , E_{1nq} , и E_{2nq} , $n = 1, \dots, N$. Так как каждая треугольная функция частично перекрывается только с ближайшими соседними функциями, то интегралы (35)–(40) равны нулю для $|m - n| > 1$, и поэтому матрица системы является блочно-ленточной. Пример указанной структуры имеется в [17]. Численное решение алгебраической системы позволяет затем рассчитать коэффициенты отражения волн в свободное пространство (12), (13) и коэффициенты прохождения волн в подложку, а также мощность, поглощенную элементами структуры.

2. СООТНОШЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО БАЛАНСА

Соотношение энергетического баланса (или баланса мощностей) используется как один из способов проверки корректности работы различных численных алгоритмов. Такое соотношение было приведено в [17] для случая отсутствия потерь в элементах структуры и подложке. Ниже представлено аналогичное соотношение, выведенное с учетом потерь в элементах и подложке,

определяемых мнимой частью диэлектрической проницаемости в них.

Соотношение энергетического баланса

$$P^r + P^i + P^a = P^i \quad (41)$$

включает отраженную мощность P^r , мощность P^i , прошедшую в подложку, и мощность P^a , поглощенную элементами структуры, сумма которых равна мощности P^i , падающей на структуру.

Падающая, отраженная и прошедшая мощности определяются общей формулой

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{S_a} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} \, dxdy, \quad (42)$$

где $\vec{n} = -\vec{e}_z$ для падающей и прошедшей мощностей, $\vec{n} = \vec{e}_z$ для отраженной мощности и S_a — площадь ячейки периодической структуры, равная $d_x \times d_y$.

Подставляя первые слагаемые из (1) и (2) при $z = h$ в (42), получим

$$P^i = \frac{\eta_0}{2} (|A_1|^2 + |A_2|^2) k^2 \cos \theta, \quad (43)$$

где учтено, что $\Gamma_{00} = \Gamma_1 = k \cos \theta$. Аналогичная подстановка вторых слагаемых из (1) и (2) в (42) дает

$$P^r = \frac{\eta_0 k}{2} \sum_q (|R_{1q}|^2 + |R_{2q}|^2) \operatorname{Re}\{\Gamma_q\}. \quad (44)$$

Выражение для мощности, прошедшей в подложку —

$$P^t = \frac{\eta_0 k}{2} \sum_q (|T_{1q}|^2 \operatorname{Re}\{\Gamma_{sq}^*\} + |T_{2q}|^2 \operatorname{Re}\{\epsilon_s^* \Gamma_{sq}\}), \quad (45)$$

выводится в результате подстановки (6) и (7) в (42).

Мощность, поглощенная в элементах структуры, определяется формулой

$$P^a = \frac{1}{2} \int_0^h dz \int_{S(z)} \sigma |\vec{E}|^2 \, dxdy, \quad (46)$$

где $\sigma = \omega \epsilon_0 \epsilon'' = k \epsilon'' / \eta_0$ — проводимость элемента структуры, определяемая мнимой частью ϵ'' его диэлектрической проницаемости. Полное электрическое поле равно сумме его поперечной составляющей (8) и продольной составляющей [17, 18]

$$E_z = \frac{\eta_0}{\epsilon} \sum_q w_q H_{1q}(z) \Psi_q, \quad (47)$$

полученной в результате подстановки (9) в уравнение Максвелла (10). В результате этого формулу (46) можно переписать в виде

$$P^a = P_t^a + P_z^a, \quad (48)$$

где

$$P_t^a = \frac{k}{2\eta_0} \int_0^h dz \int_{S(z)} \epsilon'' |\vec{E}_t|^2 \, dxdy, \quad (49)$$

$$P_z^a = \frac{k}{2\eta_0} \int_0^h dz \int_{S(z)} \epsilon'' |\vec{E}_z|^2 \, dxdy. \quad (50)$$

Подставляя (8) в (49) и учитывая, что $\epsilon''(r') = \operatorname{Im}\{\epsilon(r') - 1\}$, а также, что $\epsilon(r') - 1$ умножается на действительную функцию в (28) и на действительное произведение треугольных функций в выражениях для Y_{pq}^{mn} и Z_{pq}^{mn} , аналогичных выражению (40), получим

$$P_t^a = \frac{\eta_0 k^2}{2} \sum_{m,n=1}^N \sum_{p,q} [(E_{1mp}^* E_{1nq} + E_{2mp}^* E_{2nq}) \times \operatorname{Im}\{Z_{pq}^{mn}\} + (E_{2mp}^* E_{1nq} - E_{1mp}^* E_{2nq}) \operatorname{Im}\{Y_{pq}^{mn}\}]. \quad (51)$$

Аналогично, подставляя (47) в (50) и учитывая, что

$$\frac{\epsilon''}{|\hat{\epsilon}|^2} = -\operatorname{Im}\left\{\frac{\hat{\epsilon}^*}{|\hat{\epsilon}|^2}\right\} = -\operatorname{Im}\left\{\frac{1}{\hat{\epsilon}}\right\} = \operatorname{Im}\left\{1 - \frac{1}{\hat{\epsilon}}\right\}, \quad (52)$$

а также что $1 - 1/\epsilon(r')$ умножается на действительную функцию в (29) и на действительное произведение треугольных функций в (40), получим

$$P_z^a = \frac{\eta_0}{2} \sum_{m,n=1}^N \sum_{p,q} w_p w_q H_{1mp}^* H_{1nq} \operatorname{Im}\{W_{pq}^{mn}\}. \quad (53)$$

Таким образом, видим, что мощность, поглощаемая в элементах структуры, определяется через мнимые части матричных элементов системы уравнений (32)–(34).

3. МОДИФИКАЦИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ СТРУКТУРЫ НА ЭКРАНЕ

Если элементы структуры расположены не на диэлектрической подложке, а на идеально проводящем экране в плоскости $z = 0$, то алгоритм, описанный выше, может быть модифицирован следующим образом. Наличие экрана исключает поля (6) и (7) из рассмотрения. Граничные условия (16)–(19) заменяются условиями $E_{1q}(0) = E_{2q}(0) = 0$, что исключает первые члены из разложений (31). В этом случае система уравнений (32)–(34) модифицируется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{i\Gamma_{sp}}{k\epsilon_s} H_{11p} \delta_{1m} + \sum_{n=1}^N \sum_q \hat{W}_{pq}^{mn} H_{1nq} + \frac{i\Gamma_p}{k} H_{1Np} \delta_{Nm} + \\ + i \sum_{n=2}^N \bar{K}^{mn} E_{2np} = -\frac{2i\Gamma_p}{k} A_2 \delta_{0p} \delta_{Nm}, \end{aligned} \quad (54)$$

$$\sum_{n=2}^N \sum_q (\bar{Z}_{pq}^{mn} E_{1nq} - Y_{pq}^{mn} E_{2nq}) + \frac{i\Gamma_p}{k} E_{1Np} \delta_{Nm} = \frac{2i\Gamma_{1p}}{k} A_1 \delta_{0p} \delta_{Nm}, \quad (55)$$

$$-i \sum_{n=1}^N K^{mn} H_{1np} + \sum_{n=2}^N \sum_q (Y_{pq}^{mn} E_{1nq} + \hat{Z}_{pq}^{mn} E_{2nq}) = 0, \quad (56)$$

т.е. суммирование по n , содержащее коэффициенты разложения электрических полей E_{1nq} и E_{2nq} по треугольным функциям, начинается с $n = 2$.

Наконец, мощность P' , прошедшая в подложку в соотношении (41), исключается из указанного соотношения.

4. РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Базовый алгоритм и его модификация, описанные выше, были реализованы в компьютерных программах на языке МАТЛАБ с учетом профиля диэлектрической проницаемости во внешнем слое сферической электромагнитной черной дыры

$$\varepsilon(r) = (1 + i\beta) \frac{a^2}{r^2} - i\beta, \quad (57)$$

предложенного в [7] и затем использованного в [9] и [15], где r – расстояние от центра сферического элемента (см. разд. 1), β – параметр, определяющий скорость возрастания мнимой части проницаемости слоя от нуля на внешней границе в направлении к центральной области. Постоянная диэлектрическая проницаемость последней определяется как $\varepsilon_1 = \varepsilon(a_1)$. Таким образом, профиль диэлектрической проницаемости элемента соответствует полному согласованию между внешней поверхностью элемента и свободным пространством при $r = a$, а также между внешним слоем и внутренней областью элемента при $r = a_1$.

Функция (28) вычисляется с использованием кусочно-постоянной аппроксимации диэлектрической проницаемости в области интегрирования, что приводит к формуле

$$X_{pq}(z) = \frac{2\pi}{d_x d_y} \left\{ \frac{\rho_0 J_1(\Delta_{pq} \rho_0)}{\Delta_{pq}} (\varepsilon_1 - 1) + \sum_{l=1}^L \left[\frac{\rho_l J_1(\Delta_{pq} \rho_l)}{\Delta_{pq}} - \frac{\rho_{l-1} J_1(\Delta_{pq} \rho_{l-1})}{\Delta_{pq}} \right] (\bar{\varepsilon}_l - 1) \right\}, \quad (58)$$

где $\rho_0 = [a_1^2 - (a - z)^2]^{1/2}$ при $|a - z| < a_1$ и $\rho_0 = 0$ при $|a - z| \geq a_1$, $\rho_l = \rho_0 + |\rho(z) - \rho_0|l/L(z)$; $L(z)$ – число отрезков разбиения области интегрирования, обеспечивающее заданную точность интегрирования, и $\bar{\varepsilon}_l$ – значение диэлектрической проницаемо-

сти в середине l -го отрезка интегрирования. Функция (29) вычисляется аналогичным способом.

Эффективность гибридного проекционного метода при анализе двумерно-периодических структур исследовалась в [17], путем проверки сходимости результатов и их сравнения с данными, имеющимися в литературе для некоторых частных случаев. Здесь также была исследована сходимость результатов для случая сферических элементов и проверена точность выполнения соотношения энергетического баланса (41) и его модификации для случая структуры, расположенной на экране. Во всех расчетах погрешность выполнения указанных соотношений, нормированных на $\eta_0 k^2/2$ при единичных амплитудах A_1 и A_2 падающих волн, не превышала 10^{-12} .

Параметры a_1/a и β подбирали в процессе численных исследований так, чтобы обеспечить наиболее высокую эффективность поглощения структуры, определяемую отношением мощности, поглощенной элементами структуры, к мощности, падающей на структуру. Расчеты показали, что наилучшие результаты достигаются при значениях a_1/a , лежащих в интервале от 0.3 до 0.5, а оптимальные значения для β в разных случаях превышают 2. Кроме того, наилучшие результаты достигаются при плотном расположении черных дыр в сетке, т.е. при $a = d_x/2$.

Нормированные поглощенная, отраженная и прошедшая мощности, соответствующие черным дырам с параметрами $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$ и $\beta = 2.5$, расположенным в гексагональной сетке в свободном пространстве (при $\varepsilon_s = \mu_s = 1$) и возбуждаемым при нормальном падении ($\theta = 0$), показаны на рис. 2 в зависимости от периода d_x . Как мы видим, эффективность поглощения P^a/P^i не достигает единицы (или 100%) при увеличении d_x . Этот эффект объясняется наличием зазоров между сферическими элементами, через которые просачивается падающая волна, не проходя через поглощающую среду.

Аналогичные результаты для таких же черных дыр, но расположенных в квадратной сетке, приведены на рис. 3. Здесь эффективность поглощения еще ниже, а прошедшая мощность соответственно возрастает, так как площадь зазоров между сферическими элементами оказывается больше, чем в случае гексагональной сетки.

Результаты, полученные для эффективности поглощения рассматриваемых структур при наклонном падении TE - и TM -волн под углом $\theta = 30^\circ$, приведены на рис. 4 для гексагональной сетки и плоскости падения $\varphi = 90^\circ$, а также на рис. 5 для квадратной сетки и плоскости падения $\varphi = 45^\circ$. Отметим, что в отличие от случая нормального падения характеристики структуры при наклонном падении TE - и TM -волн отличаются друг от друга.

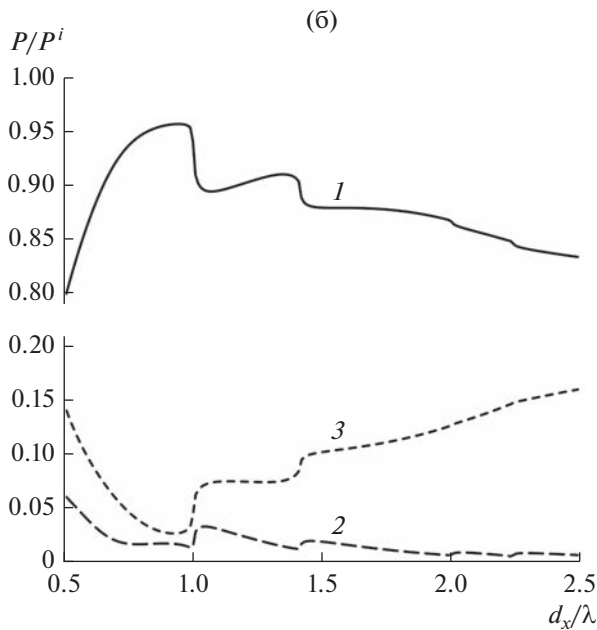
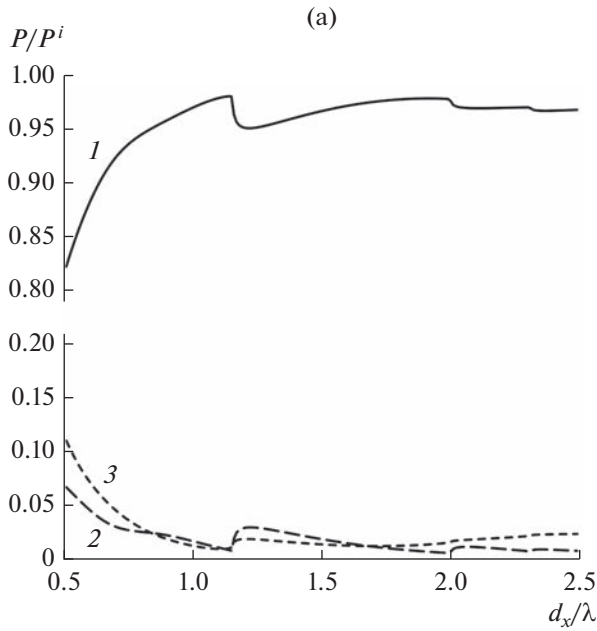


Рис. 2. Эффективность поглощения (1), а также нормированные отраженная (2) и прошедшая (3) мощности для структуры черных дыр с гексагональной (а) и с квадратной (б) сеткой в зависимости от периода d_x при $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$, $\beta = 2.5 \epsilon_s = 1$ и $\theta = 0$.

Как мы видим, эффективность поглощения в этих случаях выше, чем при нормальном падении. Этот эффект объясняется тем, что проекции поперечных сечений сферических элементов на плоскости перпендикулярные направлению падения становятся перекрывающимися, что уменьшает просветы в поглощающей среде, через которые просачиваются падающие волны.

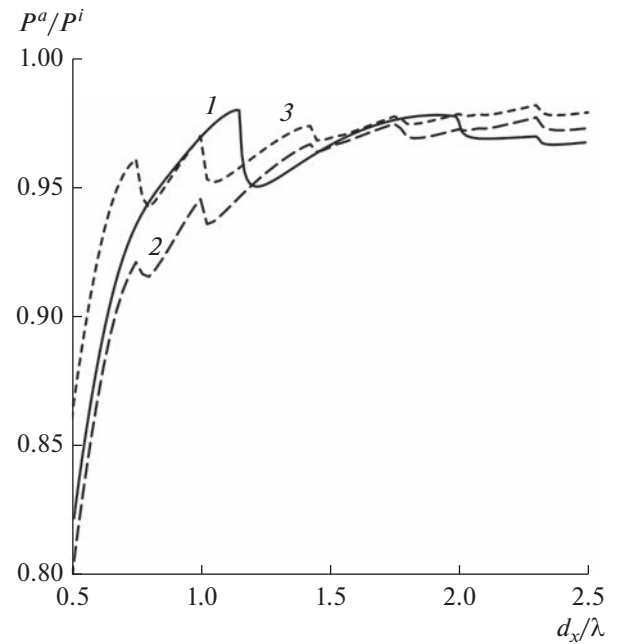


Рис. 3. Эффективность поглощения для структуры черных дыр с гексагональной сеткой, облучаемой TE - и TM -волнами под углом $\theta = 0$ (1) и TE - (2) и TM -волнами (3) под углом $\theta = 30^\circ$ в плоскости $\phi = 90^\circ$, в зависимости от периода d_x при $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$, $\beta = 2.5$ и $\epsilon_s = 1$.

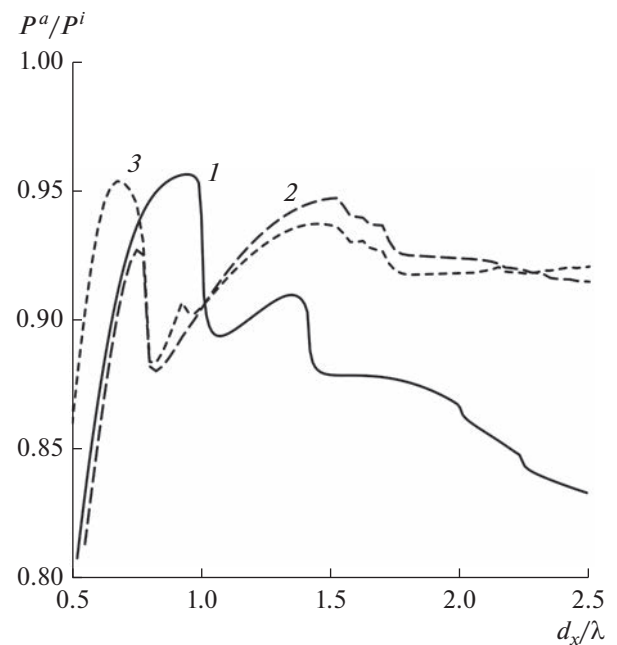


Рис. 4. Эффективность поглощения для структуры черных дыр с квадратной сеткой, облучаемой TE - и TM -волнами под углом $\theta = 0$ (1) и TE - (2) и TM -волнами (3) под углом $\theta = 30^\circ$ в плоскости $\phi = 45^\circ$, в зависимости от периода d_x при $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$, $\beta = 2.5$ и $\epsilon_s = 1$.

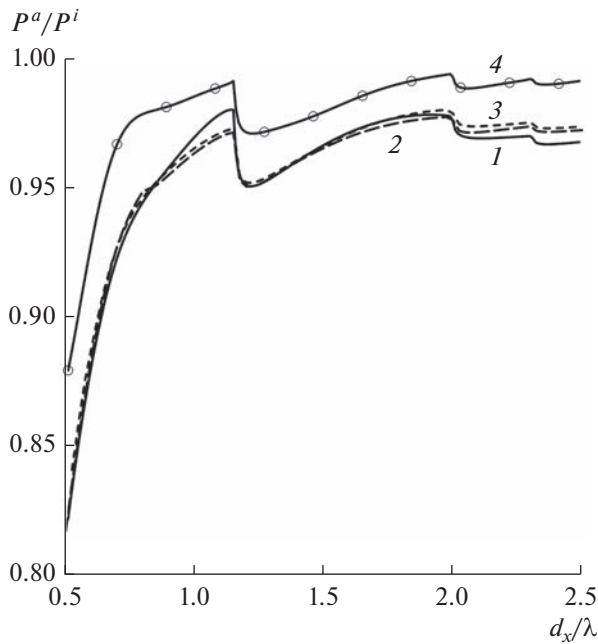


Рис. 5. Влияние диэлектрической проницаемости подложки и экрана на эффективность поглощения структуры с гексагональной сеткой при $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$ и $\beta = 2.5$; $\epsilon_s = 1$ (1), 2 (2), 4 (3), структура на экране (кривая 4).

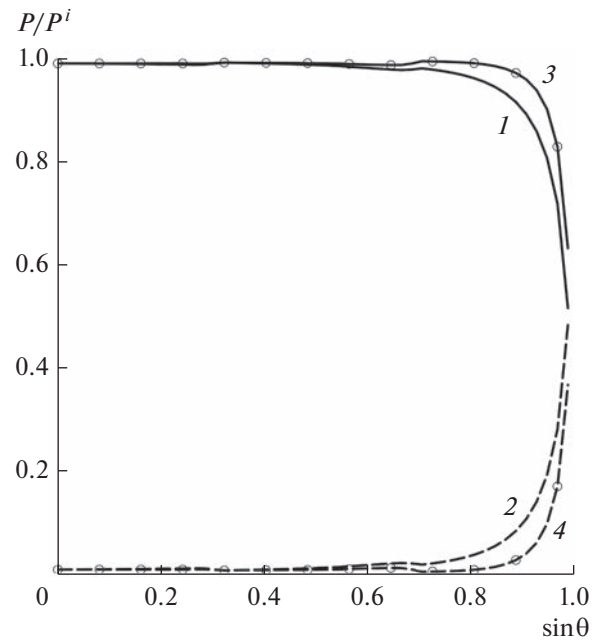


Рис. 6. Эффективность поглощения P^a (TE (1) и TM (2)) и нормированная отраженная мощность P^r (TE (3) и TM (4)) для гексагональной структуры черных дыр в зависимости от угла падения θ в плоскости $\phi = 0^\circ$ при $a_1/a = 0.5$ и $\beta = 2.5$.

Результаты, приведенные на рис. 6, показывают влияние диэлектрической проницаемости подложки ϵ_s и идеально проводящего экрана на эффективность поглощения структуры с гексагональной сеткой. Волна, ослабленная в результате прохождения через поглощающие элементы структуры, доходит до границы подложки, от которой она частично отражается. Указанная отраженная волна вновь проходит через поглощающие элементы, что вносит дополнительный вклад в поглощаемую мощность. Ясно, что чем больше мощности отражается от границы подложки, тем больше оказывается добавка в поглощенную мощность, что видно из сравнения эффективности поглощения для подложки с $\epsilon_s = 2$ и с $\epsilon_s = 4$. Так как коэффициент отражения во втором случае выше, чем в первом, мы видим более высокую эффективность поглощения для указанного второго случая. В случае структуры, расположенной на идеально проводящем экране, от которого наблюдается полное отражение волны, дошедшей до него, добавка к поглощенной мощности будет максимальной, что и демонстрируется более высокими кривыми эффективности поглощения. Аналогичные эффекты имеют место и в случае структуры, расположенной в квадратной сетке. Однако согласно рис. 3 и 5 эффективность поглощения в этом случае ниже, чем для случая гексагональной сетки, т.е. он представляется менее интересным, и поэтому соответствующие результаты не приводятся.

Поведение эффективности поглощения и нормированной отраженной мощности в зависимости от угла падения TE- и TM-волн в плоскости $\phi = 0^\circ$ показано на рис. 7 для случая гексагональной сетки с периодом $d_x = 1.6\lambda$. Как видим, высокая эффективность поглощения обеспечивается в широком секторе углов падения для обоих случаев поляризации. Согласно другим результатам, не приведенным здесь, аналогичное поведение можно наблюдать в плоскости падения $\phi = 90^\circ$ и в промежуточных плоскостях.

Наконец, рассматривая возможность применять структуры с черными дырами, расположенными в гексагональной сетке, в качестве покрытий стенок в безэховых камерах СВЧ-диапазона, представляет интерес сравнить их характеристики поглощения с аналогичными характеристиками обычных структур с пирамидальными поглощающими элементами, расположенными в квадратной сетке на экране. Подобный элемент состоит из пьедестала квадратного поперечного сечения с длиной стороны квадрата d и высотой h_0 , а также пирамидальной частью высотой h_1 . Указанный параметр d равен периоду квадратной сетки, в которой расположены пирамидальные элементы. Типичные пропорции между указанными параметрами можно определить формулами $h_0 = 0.65d$ и $h_1 = 2.5d$. Будем считать, что диэлектрическая

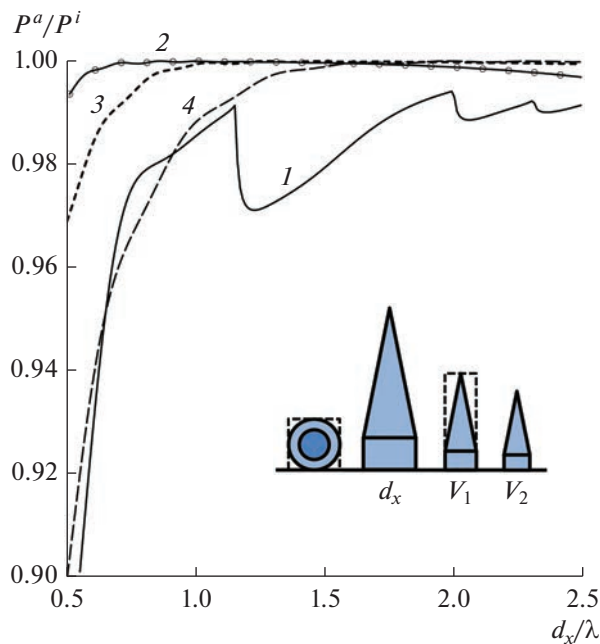


Рис. 7. Эффективность поглощения в зависимости от периода сетки при $\theta = 0^\circ$ для черных дыр в гексагональной сетке и пирамидальных поглотителей в квадратной сетке: 1 – черные дыры, 2 – пирамиды с тем же периодом d_x , 3 – пирамиды с тем же объемом ячейки V_1 , 4 – пирамиды того же объема V_2 , расположенные на экране.

проницаемость такого элемента равна $\varepsilon = 1.5 + 0.7i$ как [19].

Рассмотрим три подхода к сравнению характеристик поглощения. Первый соответствует одинаковым периодам сетки d_x , второй – одинаковым объемам V_1 , приходящимся на элемент структуры, и третий – одинаковым объемам самих элементам V_2 . На вставке рис. 7 приведены относительные размеры элементов, а также зависимости эффективности поглощения от периода d_x для случая нормального падения. Как видим, эффективность поглощения структуры с черными дырами оказывается несколько ниже эффективности структур с пирамидальными элементами. Но поскольку эффективность поглощения для черных дыр оказывается все-таки достаточно высокой (порядка 98%), а толщина поглощающего покрытия меньше, чем для пирамидальных элементов, что является преимуществом, то структуры с черными дырами представляются перспективными для дальнейшего исследования и усовершенствования. Последнее может быть проведено путем расположения черных дыр на сравнительно тонком поглощающем слое, который может быть как сплошным, так и с выемками, для помещения сферических элементов в них.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрена трехмерная векторная задача рассеяния плоских TE - и TM -волн на двумерно-периодической поглощающей структуре, образованной сферическими электромагнитными черными дырами, расположенными на полубесконечной диэлектрической подложке. Приведен алгоритм решения, основанный на гибридном проекционном методе, в котором учтена специфика сферических поглощающих элементов. Алгоритм обобщен на случай расположения черных дыр на идеально проводящем экране, а также включает вывод новых выражений для расчета мощности, поглощаемой черными дырами, что представляется важным как с точки зрения исследования эффективности поглощения, так и для проверки необходимого условия выполнения соотношения энергетического баланса.

Разработанные алгоритмы были реализованы в соответствующих программах в среде МАТЛАБ. Численные исследования, проведенные с использованием последних, показали, что наиболее высокая эффективность поглощения (порядка 98%) достигается в широком диапазоне значений периода структуры и в широком секторе углов падения в структурах с черными дырами, расположенными в гексагональной сетке на экране.

Сравнение характеристик исследованных структур с широко применяемыми поглощающими структурами с пирамидальными элементами показали, что эффективность структур со сферическими элементами, между которыми имеются неизбежные воздушные зазоры, оказывается ниже, чем у традиционных структур. Однако различие является несущественным, а толщина поглощающего слоя, содержащего сферические элементы, оказывается существенно меньше, чем в традиционных структурах, что является преимуществом применения сферических элементов и делает перспективными их дальнейшие исследования и усовершенствование поглощающих структур.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Narimanov E.E., Kildishev A.V. // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 95. № 4. P. 041106.
2. Cheng Q., Cui T.J., Jiang W.X., Cai B.G. // New J. Phys. 2010. V. 12. № 6. P. 063006.
3. Kildishev A.V., Prokopenko L.J., Narimanov E.E. // Opt. Express. 2010. V. 18. P. 16646.
4. Lu W., Jin J.-F., Lin Z., Chen H. // J. Appl. Phys. 2010. V. 108. № 6. P. 064517.
5. Li S., Li L., Lin Z. et al. // Phys. Rev. B. 2010. V. 82. № 5. P. 054204.
6. Wang H.-W., Chen L.-W. // J. Appl. Phys. 2011. V. 109. P. 103104.

7. *Чижевская Я.И., Смольникова О.Н., Скобелев С.П.* // Радиотехника. 2018. № 4. С. 23. (www.radiotec.ru).
8. *Chizhevskaya Ya.I., Skobelev S.P.* // Proc. 13th Europ. Conf. on Antennas and Propagation (EuCAP'2019), Krakow. 31 Mar.–5 Apr. N.Y.: IEEE, 2019. Article № 18775713.
9. *Чижевская Я.И., Скобелев С.П.* // Оптика и спектроскопия. 2019. Т. 127. № 6. С. 991.
10. *Maslovski S.I., Simovski C.R., Tretyakov S.A.* // New J. Phys. 2016. V. 18. № 1. P. 013034.
11. *Chizhevskaya Ya.I.* // Int. Conf. Engineering & Telecommunication (En&T), Dolgoprudny, Russia, 25–26 Nov. 2020. <https://doi.org/10.1109/EnT50437/2020.9431299>
12. *Чижевская Я.И., Скобелев С.П.* // Радиотехника. 2020. № 4. С. 40. [https://doi.org/10.18127/j00338486-202004\(7\)-05](https://doi.org/10.18127/j00338486-202004(7)-05)
13. *Chizhevskaya Ya.I., Smolnikova O.N., Skobelev S.P.* // Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW 2019), Divnomorskoye, Russia, 24–28 June 2019. P. 220.
14. *Chizhevskaya Ya.I., Skobelev S.P., Smolnikova O.N.* // Proc. 14th Europ. Conf. on Antennas and Propagation (EuCAP 2020), Copenhagen. 15–20 Mar. N.Y.: IEEE, 2020. P. 9135699. <https://doi.org/10.23919/EuCAP48036.2020.9135699>
15. *Чижевская Я.И., Смольникова О.Н., Скобелев С.П.* // ЖТФ. 2021. Т. 91. № 2. С. 326.
16. *Chizhevskaya Ya.I., Skobelev S.P.* // Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW), Divnomorskoye. 28 Jun.–2 Jul. 2021. N.Y.: IEEE, 2021. P. 51. <https://doi.org/10.1109/RSEMW52378.2021.9494093>
17. *Skobelev S.P., Smolnikova O.N.* // IEEE Trans. 2013. V. AP-61. № 10. P. 5078.
18. *Скобелев С.П.* Фазированные антенные решетки с секторными парциальными диаграммами направленности. М.: Физматлит, 2010.
19. *Скобелев С.П., Смольникова О.Н.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 10. С. 1066.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК EBG-ВОЛНОВОДА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛЕ С ЕМКОСТНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

© 2023 г. В. И. Калинин^а, Е. В. Фролова^а, С. Е. Банков^{а, *}

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 01.12.2020 г.

После доработки 01.12.2020 г.

Принята к публикации 25.01.2021 г.

Рассмотрены EBG-волноводы, образованные в двумерно-периодической решетке емкостных металлических цилиндров, расположенных между двумя металлическими экранами. Цилиндры имеют зазор между одним из торцов и экраном. Показано, что нижние критические частоты таких волноводов смещаются вверх в сравнении с соответствующим волноводом в решетке сплошных цилиндров, что обусловлено возможностью распространения в решетке замедленных волн в первой зоне ее прозрачности. Критические частоты волн во второй зоне прозрачности емкостной решетки лежат ниже, чем в решетке сплошных цилиндров. Исследованы зависимости дисперсионных диаграмм и величины затухания основной волны от величины зазора. Показано, что в большей части рабочего диапазона дисперсионные кривые и характеристики затухания практически такие же, как у волновода без зазоров в стенках. Решена задача возбуждения EBG-волновода в емкостной решетке стандартным металлическим волноводом и рассчитан уровень их согласования в полосе частот в зависимости от величины зазора. Определена рабочая полоса EBG-волновода для разных периодов решетки с учетом требуемого уровня согласования и ограничения сверху высшим типом волны металлического волновода. Показано, что ее максимальное значение достигается при определенном периоде в зависимости от величины зазора.

DOI: 10.31857/S0033849423010060, EDN: CCUXBY

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Electromagnetic Bandgap (EBG) волновод представляет собой волноводный канал, сформированный в электромагнитном кристалле (ЭМК) [1]. Такой кристалл может иметь структуру двумерно-периодической решетки металлических цилиндров, расположенных между металлическими экранами плоского волновода (ПВ). EBG-волноводы могут быть сформированы путем удаления одного или нескольких рядов цилиндров из ЭМК. Полученные этим способом волноводные каналы было предложено называть N -рядными (однорядным, двухрядным, трехрядным и т.д.) в соответствии с числом удаленных рядов N . Исследованию EBG-волноводов в СВЧ-диапазоне посвящен ряд работ, некоторые из которых представлены в [2–4]. В последующих работах [5–7] эти исследования были продолжены с использованием программы трехмерного электромагнитного моделирования, основанной на методе конечных элементов. Были построены численные модели и исследованы дисперсионные диаграммы и распределения полей волн некоторых типов

EBG-волноводов в ЭМК. Изучали волноводы, ориентированные вдоль главных оптических осей кристалла [5], диагонально-ориентированные волноводы [6] и волноводы в ЭМК с треугольной сеткой [7].

В упомянутых работах исследованы волноводы в ЭМК из сплошных металлических цилиндров между экранами ПВ. Ранее также рассмотрены двумерно-периодические структуры, образованные емкостными цилиндрами, в которых существует зазор между торцами цилиндров и примыкающим к ним экраном [8–10]. При использовании ЭМК в виде решетки из емкостных цилиндров отпадает необходимость обеспечения надежного гальванического контакта между цилиндрами и экраном, что позволяет в целом упростить технологию производства устройств на основе таких ЭМК и, в частности, волноводных каналов в них. Это особенно актуально в микроволновом диапазоне частот. В подтверждение этой идеи в [8] представлены первые результаты численного исследования конструкции волновода с зазором и канавкой (ЗК-волновод), включая дисперсионные диаграммы и рас-

пределения поля для различной геометрии канавки. Отмечено, что основное отличие этого волновода от обычных прямоугольных волноводов состоит в том, что нет необходимости в электрическом контакте между верхней и нижней пластинами, составляющими волновод. Это дает преимущество на высоких частотах при разработке резонаторов для фильтров и других компонентов, которые требуют изготовления волновода путем сборки из двух частей и, следовательно, требуют большого количества винтов для обеспечения хорошего проводящего контакта и предотвращения утечки. Эта работа явилась развитием предшествующей работы [9], в которой были представлены основные идеи того, как можно спроектировать локальные волноводы и линии передачи для распространения сигнала по желаемым траекториям в воздушной области между двумя металлическими экранами. В ней описаны основные типы волноводов с зазором, включая ЗК-волноводы. В статье [10] приведены результаты эксперимента, который показал, что волноводы с малыми зазорами в стенках имеют постоянную распространения почти такую же, как в волноводе без зазоров, однако у них наблюдается более сильное затухание.

В дальнейшем в работе [11] с помощью метода строгого численного моделирования были исследованы некоторые характеристики ЭМК из емкостных цилиндров с зазором между их торцами и экраном ПВ. В частности, было показано существование на определенных частотах последовательного резонанса в элементах решетки и проведено исследование зависимости частоты резонанса от величины зазора.

В [12] были проведены численные исследования, которые показали, что наличие зазора между торцом цилиндра и прилегающим экраном в емкостной решетке приводит к появлению в ней зоны прозрачности в области нижних частот, которая отсутствует в решетке сплошных цилиндров. Можно предполагать, что существование волн в этой зоне прозрачности в спектре собственных волн емкостной решетки должно сказываться на дисперсионных характеристиках волновода в ней. Кроме того, наличие поля в зазорах в стенках волновода также должно влиять на характеристики затухания волноводной моды (см. [10]). Поэтому представляет интерес определить характеристики волновода в емкостной решетке, используя строгий численный метод электродинамического моделирования.

В данной статье исследован трехрядный ЗК-волновод, образованный путем удаления трех рядов цилиндров из однородной двумерно-периодической решетки. Сравнивая его с описанной в [8] конструкцией, отметим, что топологии волноводов там и здесь одинаковы, однако в [8] рассматривался однорядный (в принятых здесь тер-

минах) волновод, образованный удалением одного ряда цилиндров из однородной решетки.

Цель данной работы — изучить дисперсионные характеристики и характеристики затухания, а также определить диапазон одномодового режима волновода. Интерес представляют зависимости этих характеристик от величины зазора в емкостных цилиндрах, образующих решетку и стенки волновода. Кроме того, рассмотрена задача возбуждения ЕВГ-волновода в емкостной решетке стандартным металлическим волноводом и рассчитан уровень их согласования в полосе частот в зависимости от величины зазора. Интерес представляет также определение рабочей полосы ЕВГ-волновода с учетом заданного уровня согласования и высшего типа волны возбуждающего металлического волновода и исследование зависимости этой полосы от величины зазора и периода решетки.

2. СТРУКТУРА, МОДЕЛЬ И МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Волновод в ЭМК можно представить в виде канала в решетке из металлических цилиндров (рис. 1а), образуемого путем удаления одного или нескольких рядов цилиндров из однородного ЭМК. Будем исследовать трехрядный волновод, который образуется путем удаления трех рядов цилиндров. В идеализированной модели стенки волновода представляют двумерно-периодические (полубесконечные) решетки цилиндров. Численное исследование характеристик волновода проведем на модели со стенками конечной ширины, состоящими из трех рядов цилиндров (рис. 1б). Цилиндры расположены между двумя параллельными экранами, образующими плоский волновод (ПВ) в области между ними.

Введем следующие обозначения: P — период решетки, D — диаметр цилиндров, d — величина зазора между торцами цилиндров и одним из экранов, h — расстояние между экранами. С боков структура ограничена металлическими стенками. Соответствующая электромагнитная модель была составлена на основе программы HFSS (<https://ansys.com>).

Кратко опишем метод расчета дисперсионных характеристик волновода (см. также в [5–7]). Граничная задача решается для одной ячейки структуры (см. рис. 1б). На двух стенках, ограничивающих структуру в направлении распространения волны (вдоль оси x) и отстоящих на величину P , установлены условия периодичности, связывающие поля на них. В граничных условиях имеется параметр, задающий фазовый сдвиг $\Delta\varphi$ на длине периода. Постоянная распространения волны β определяется через фазовый сдвиг как $\beta = \Delta\varphi/P$. Граничная задача на собственные значения реша-

ется с помощью алгоритма поиска собственных значений в программе HFSS. В результате решения находим собственную частоту f , соответствующую заданному значению $\Delta\phi(\beta)$ в объеме выделенной ячейки. При отсутствии тепловых потерь в стенках и цилиндрах собственные частоты имеют действительные значения. Задавая разные значения $\Delta\phi$, определяем соответствующие им собственные частоты. Зависимость $\beta(f)$ представляет собой искомым дисперсионную характеристику собственной волны волновода.

3. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Сначала рассмотрим дисперсию собственных волн, которые могут распространяться в однородной двумерно-периодической решетке из цилиндров с зазорами. Ограничимся волнами в первых двух полосах прозрачности [12]. Отметим, что первая полоса прозрачности решетки в области низких частот существует только в случае конечных по величине зазоров и отсутствует при нулевом зазоре. Поэтому при отсутствии зазора волна решетки может распространяться только в области достаточно высоких частот.

На рис. 2 представлены дисперсионные диаграммы собственных волн в первой полосе прозрачности решетки с параметрами $P = 6$, $D = 3$, $h = 10$ для трех значений величины зазора d . Здесь и ниже все размеры приведены в миллиметрах. Величина периода выбрана так, чтобы ширина волноводного канала в трехрядном волноводе, образуемом при удалении трех рядов цилиндров, соответствовала ширине стандартного прямоугольного металлического волновода X -диапазона 23×10 . Из аналогичных соображений соответствия размеров обоих волноводов по высоте выбрана величина h . При исследовании дисперсионных характеристик диаметр цилиндров D может быть выбран достаточно произвольно. Выберем его так, чтобы отношение D/P составляло 0.5. Величина зазора ограничена сверху значением $d = 3$, чтобы избежать возбуждения волны решетки в нижней части рабочего диапазона волновода (см. ниже). По определению, отношение β/k характеризует коэффициент замедления волны (β — ее постоянная распространения, k — волновое число свободного пространства). Значениям $\beta/k < 1$ соответствуют быстрые волны, значениям $\beta/k > 1$ — медленные волны. Из рис. 2а видно, что волны в первой полосе прозрачности решетки являются замедленными.

На рис. 3 представлены дисперсионные диаграммы собственных волн решетки во второй полосе прозрачности для тех же величин зазора. Там же для сравнения приведена дисперсия волны решетки в случае нулевого зазора $d = 0$. Видно, что полоса прозрачности решетки в этом случае ле-

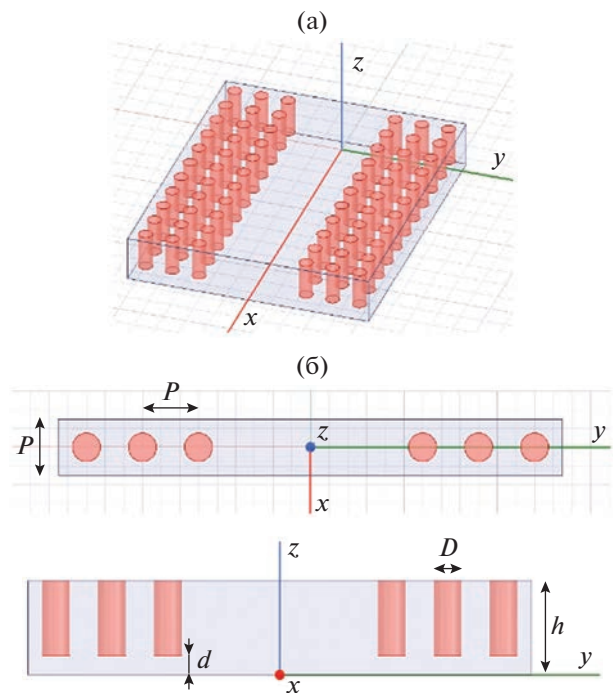


Рис. 1. Волноводный канал в двумерно-периодической решетке из емкостных цилиндров (а), модель волновода с конечной шириной стенок и структура единичной ячейки в двух сечениях (б); волна распространяется вдоль оси x .

жит намного выше по частоте, чем в случае ненулевых зазоров. Волны во второй полосе прозрачности являются быстрыми волнами в большей части полосы их распространения.

Из приведенных на рис. 2, 3 результатов следует, что канал в емкостной решетке может служить волноводом и направлять волну только в определенном диапазоне частот, который зависит от величины зазора. Этот частотный диапазон лежит между верхней частотой первой полосы прозрачности и нижней частотой второй полосы прозрачности. Для принятых параметров структуры эти частоты равны 6.44 и 14.21 ГГц для $d = 1$; 7.61 и 13.87 ГГц для $d = 2$; 8.67 и 13.86 ГГц для $d = 3$. Для решетки без зазоров $d = 0$ первая полоса прозрачности отсутствует, а зона распространения волн в такой решетке лежит выше частоты 31.95 ГГц (см. рис. 3б). Поэтому критическая частота волновода в решетке с $d = 0$ определяется параметрами P , D , h и шириной волноводного канала. В данном случае для трехрядного волновода с параметрами $P = 6$, $D = 3$, $h = 10$ критическая частота равна 6.76 ГГц.

На рис. 4 представлены дисперсионные характеристики волновода в диапазоне частот 6...14 ГГц для трех значений величины зазора в стенках, а также дисперсия волновода при отсутствии зазора.

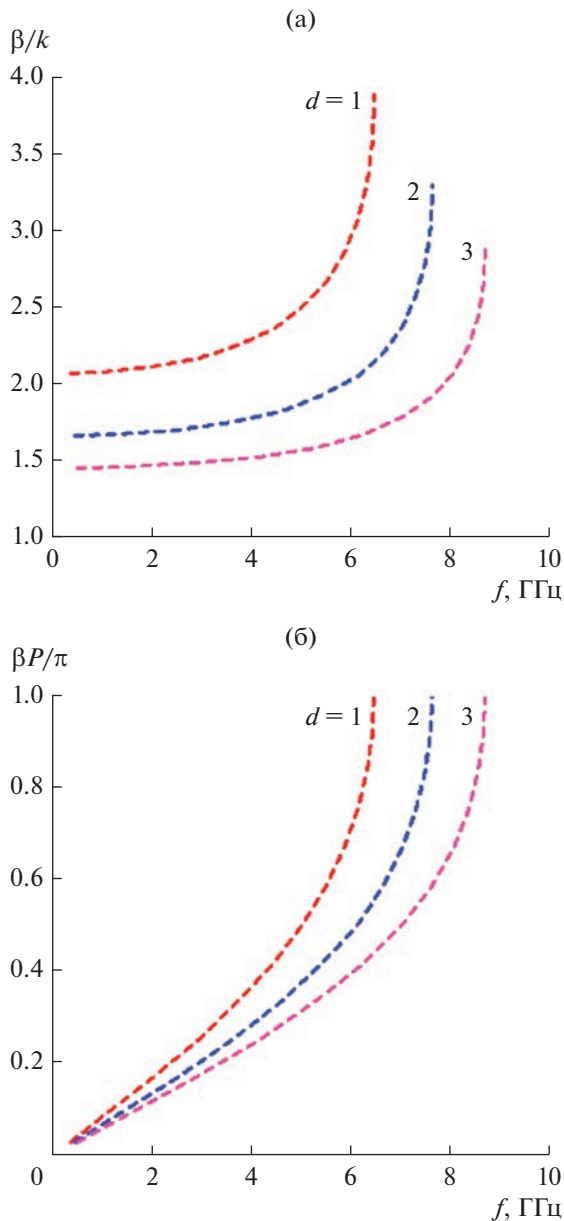


Рис. 2. Дисперсия собственных волн решетки в первой полосе прозрачности для величин зазора $d = 1, 2, 3$: а — коэффициент замедления, б — нормированный фазовый сдвиг на периоде.

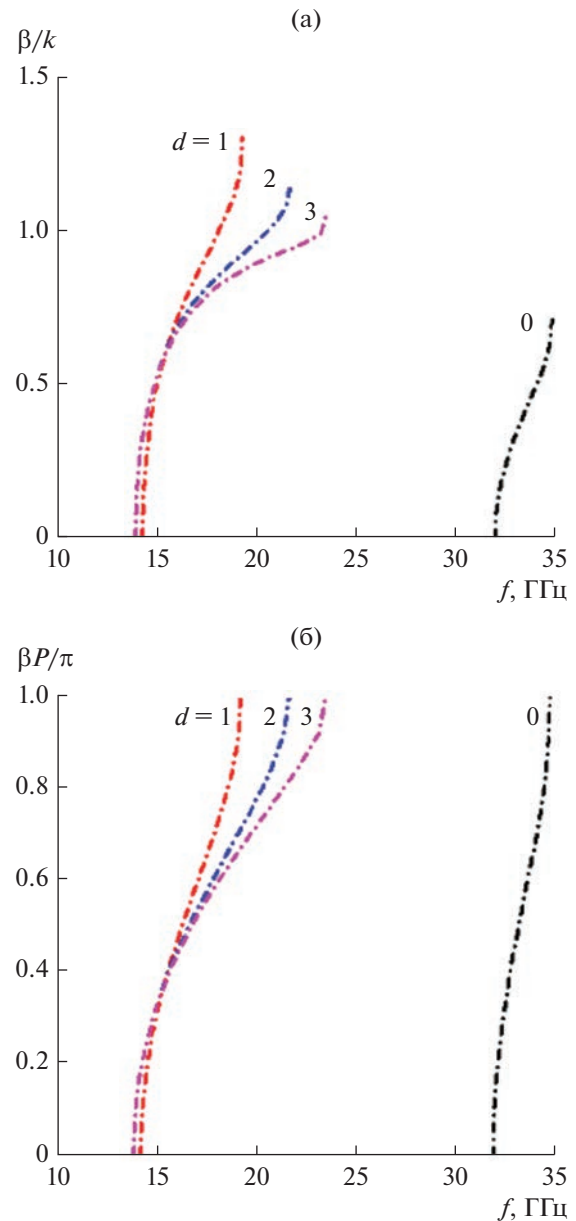


Рис. 3. Дисперсия собственных волн решетки во второй полосе прозрачности для величин зазора $d = 1, 2, 3, 0$: а — коэффициент замедления, б — нормированный фазовый сдвиг на периоде.

Как показывают расчеты, критические частоты волновода для $d = 1, 2, 3$ равны соответственно 7.57, 8.10 и 8.79 ГГц. Следует отметить, что эти критические частоты должны быть выше соответствующих верхних частот первой зоны прозрачности решетки. Исходя из этого наибольшая величина зазора в данном рассмотрении выбрана $d = 3$.

На рис. 5 приведены дисперсионные характеристики волновода и волн решетки в первой и второй полосах ее прозрачности для трех значений величины d (дисперсионные кривые для $d = 0$

не представлены). Расчеты показывают, что дисперсионные диаграммы волн решетки во второй зоне прозрачности для разных d на некоторых частотах в области выше 15 ГГц пересекают соответствующие дисперсионные кривые волновода (на рис. 5 эти области пересечения кривых не обозначены). На частотах, лежащих выше частоты пересечения, волноводная мода начинает вытекать в стенки волновода в виде волн, распространяющихся в решетке во второй полосе ее прозрачности, при этом волновод становится вытекающим, а постоянная распространения волны — ком-

плексной величиной. Исследование дисперсионных характеристик волновода в этой области частот не входит в задачу данной работы.

Следует отметить, что частота, выше которой волна начинает вытекать из канала в стенки волновода, не определяет его верхнюю рабочую частоту. Расчеты показывают, что диапазон одномодового режима волновода ограничен сверху частотой возникновения высшего по ширине (нечетного) типа волны, при этом снизу он ограничен критической частотой основной волны. Это справедливо и для случая $d = 0$. Значения критических частот волн для разных d , которые определяют диапазон одномодового режима волновода, приведены в табл. 1.

Как следует из таблицы, в решетке емкостных цилиндров одномодовый диапазон волновода сужается в сравнении с соответствующим волноводом в решетке сплошных цилиндров. Например, отношение верхней и нижней частот для $d = 1$ равно ≈ 1.8 , а для случая $d = 0$ оно равно ≈ 2 .

4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ

Рассмотрим структуру поля основной волны волновода и ее изменение с изменением частоты. На рис. 6 приведены рассчитанные распределения амплитуды электрического поля в поперечном сечении волновода на трех частотах, соответствующих разному фазовому сдвигу на длине периода, при величине зазора $d = 1$. На критической частоте волновода (рис. 6а) поле распределено не только внутри волноводного канала, но и существенная его часть между двух первых рядов цилиндров, т.е. оно достаточно сильно проникает в стенки волновода. Максимальная напряженность поля наблюдается в зазорах ближайшего к волноводу ряда цилиндров. С ростом частоты поле волны становится в основном сосредоточенным внутри канала с максимумом напряженности в центральной его части (рис. 6б). При этом некоторая часть поля распределена также в области между двумя примыкающими к каналу рядами цилиндров и в зазоре граничащего с каналом ряда. При дальнейшем увеличении частоты поле вновь начинает перераспределяться в большем объеме, включающем не только канал, но и стенки волновода. Рас-

Таблица 1. Критические частоты первых двух типов волн трехрядного волновода для разных величин зазора d

d , мм	F_{c1} , ГГц	F_{c2} , ГГц
0	6.76	13.51
1	7.57	13.61
2	8.10	13.53
3	8.79	13.53

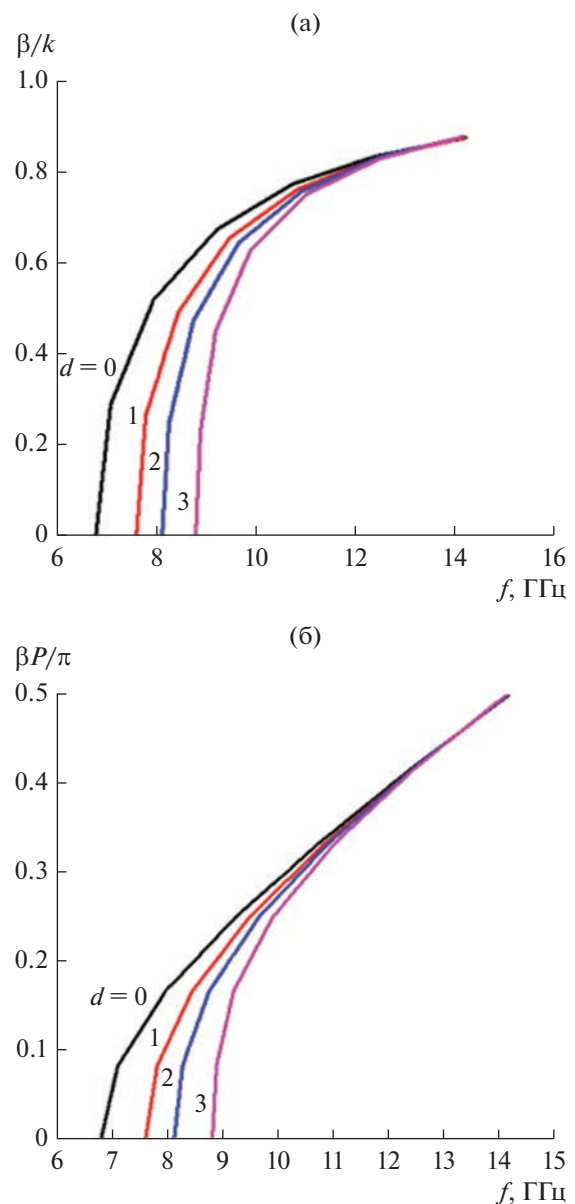


Рис. 4. Дисперсия основной волны трехрядного волновода с параметрами $P = 6$, $D = 3$, $h = 10$ для величин зазора $d = 1, 2, 3, 0$: а – коэффициент замедления, б – нормированный фазовый сдвиг на периоде.

пределение на рис. 6в построено на частоте вблизи частоты пересечения дисперсионных кривых волновода и волн решетки для $d = 1$. Как было указано выше, на этой частоте начинается вытекание волны из канала в стенку волновода, и представленное на рис. 6в распределение наглядно иллюстрирует это явление.

Поляризация поля волны внутри волноводного канала преимущественно вертикальная, а в примыкающих к каналу областях стенок она вертикальная в зазорах и горизонтальная в промежутках между боковыми поверхностями цилиндров.

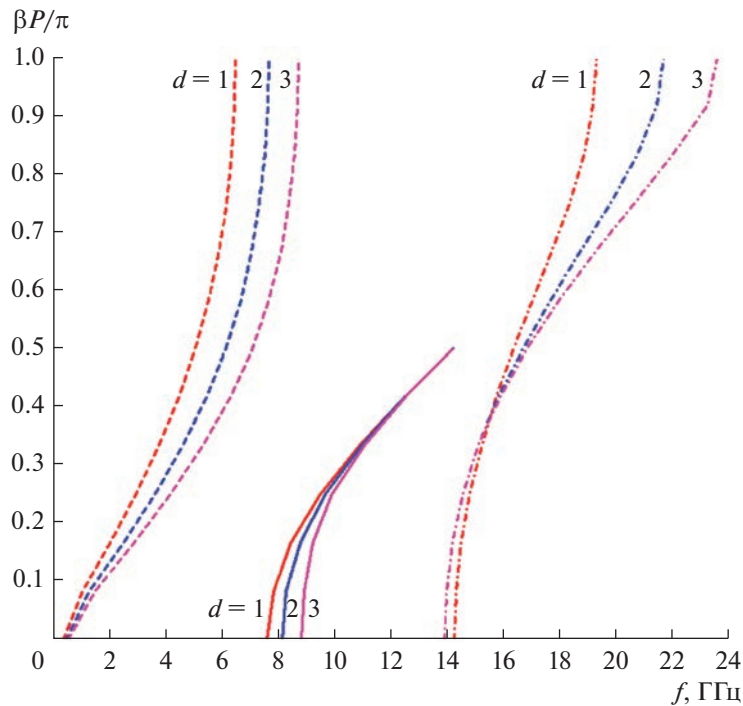


Рис. 5. Дисперсия основной волны трехрядного волновода (сплошные кривые) и собственных волн решетки в первой (штриховые) и во второй полосе прозрачности (штрих-пунктирные) для величин зазора $d = 1, 2, 3$.

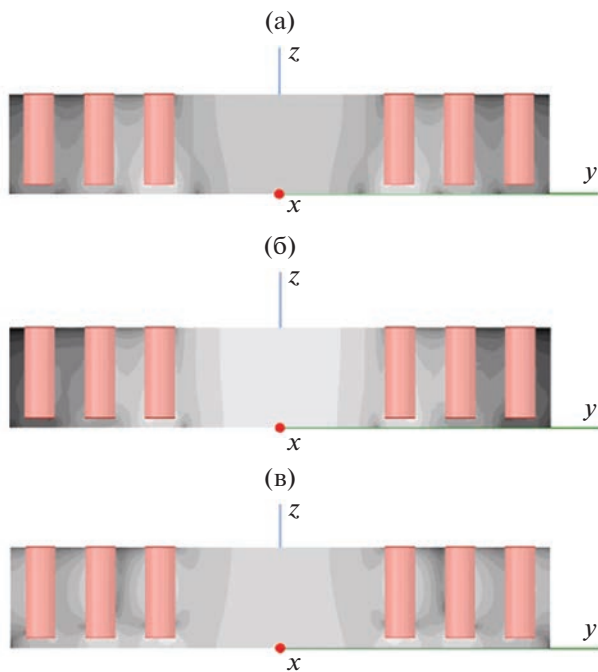


Рис. 6. Распределения амплитуды поля основной волны в поперечном сечении трехрядного волновода с параметрами $P = 6$, $D = 3$, $h = 10$ для зазора $d = 1$ на разных частотах: а – 7.570 ГГц (критическая частота, фазовый сдвиг 0°), б – 10.846 ГГц (фазовый сдвиг 60°), в – 17.755 ГГц (фазовый сдвиг 120°).

5. КОЭФФИЦИЕНТ ЗАТУХАНИЯ

Наряду с дисперсионными характеристиками и распределением поля также представляет интерес изучить коэффициент затухания волны в волноводе. Существование поля в малых зазорах между торцами цилиндров и экраном в стенках волновода должно приводить к дополнительному росту тепловых потерь волны. Поэтому были проведены расчеты погонного затухания для разных величин зазоров, а также для волновода при отсутствии зазоров. Для расчета тепловых потерь в волноводе используем тот же метод собственных частот, который применяли выше при расчете дисперсионных характеристик. В этом случае собственные частоты становятся комплексными величинами. Мнимая часть частоты обусловлена существованием тепловых потерь в объеме эквивалентного резонатора. Коэффициент затухания волны в волноводе может быть рассчитан по формуле [13]

$$\alpha = (\pi/Q)[\operatorname{Re}(f)/v_g],$$

где $Q = \operatorname{Re}(f)/[2\operatorname{Im}(f)]$ – добротность эквивалентного резонатора с объемом, равным объему выделенной ячейки волновода (см. рис. 1б), $\operatorname{Re}(f)$, $\operatorname{Im}(f)$ – действительная и мнимая части собственной частоты, $v_g = d\omega/d\beta$ – групповая скорость волны в волноводе, $\omega = 2\pi\operatorname{Re}(f)$.

На рис. 7 представлена частотная зависимость коэффициента затухания в волноводе для разных

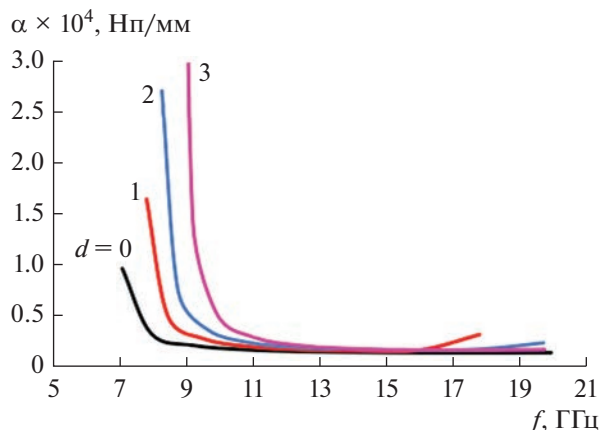


Рис. 7. Коэффициент затухания волны в трехрядном волноводе с параметрами $P = 6$, $D = 3$, $h = 10$ для величин зазора $d = 1, 2, 3, 0$; материал цилиндров и экранов — алюминий.

значений зазора в его стенках. В качестве материала цилиндров и экранов выбран алюминий (проводимость 3.8×10^7 См/м). Там же для сравнения приведена характеристика затухания для волновода при отсутствии зазора. Эти результаты показывают, что даже при наличии зазоров затухание волны в волноводе является достаточно малой величиной в основной части его рабочего диапазона. На этих частотах большая часть мощности волны распространяется в воздушном канале, и ее поле лишь незначительно проникает в стенки. Например, для $d = 1$ на частоте 10.846 ГГц с соответствующим распределением поля на рис. 6б величина затухания волны составляет $\alpha \approx 0.2$ дБ/м. В нижней части диапазона вблизи критической частоты поле сильнее проникает в стенки, и за счет большей концентрации поля в зазорах затухание волны возрастает. В отсутствие зазоров $d = 0$ волна затухает слабее. Расчеты показывают, что в случае меньших зазоров (например, при $d = 0.1$ и 0.5) соответствующие кривые затухания лежат между кривыми для $d = 0$ и 1 (на рис. 7 не показаны).

6. ВОЗБУЖДЕНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИМ ВОЛНОВОДОМ

Теперь проведем расчет уровня согласования трехрядного EBG-волновода со стандартным прямоугольным металлическим волноводом. Как и при исследовании дисперсионных диаграмм, электромагнитная модель для решения данной задачи была составлена на основе программы HFSS (рис. 8). Модель содержит секцию трехрядного волновода конечной длины с параметрами $P = 6$, $D = 3$, $h = 10$ с величиной зазора d в стенках и два отрезка стандартного волновода на входе и выходе сечением 23×10 . Все металлические поверхности в данной модели предполагаем идеаль-

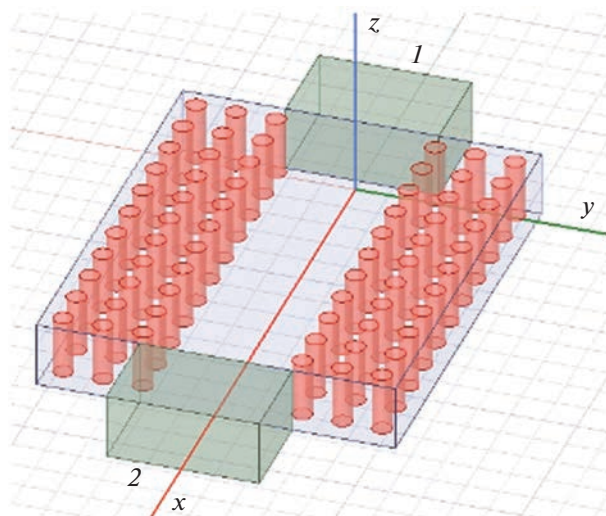


Рис. 8. Модель для расчета матрицы рассеяния секции трехрядного EBG-волновода, состыкованного с двумя прямоугольными металлическими волноводами; 1, 2 — номера портов.

но проводящими. Для решения задачи возбуждения необходимо задать порты на входе и выходе структуры. Здесь используем волновые порты 1 и 2 на торцах металлических волноводов. В результате решения получаем матрицу рассеяния размером 2×2 , в которой $S_{11} = S_{22}$ и $S_{12} = S_{21}$. Величина отражения $|S_{11}|$ от двух стыков позволяет судить об уровне отражения от каждого из них.

Результаты расчета коэффициента отражения по этой модели в полосе частот 7...13 ГГц для трех величин параметра d приведены на рис. 9. Как видно из рисунка, во всех этих случаях в нижней

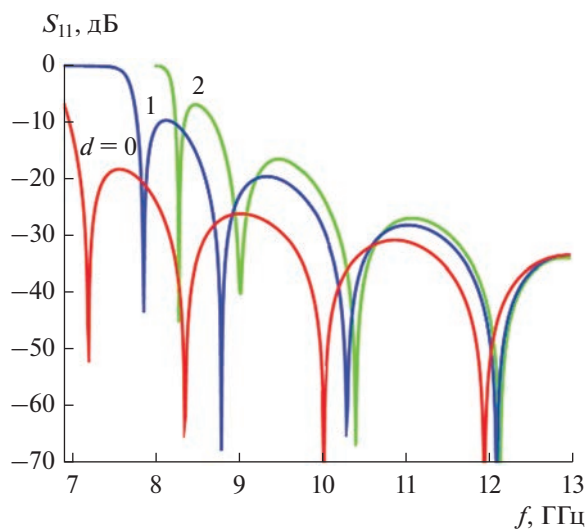


Рис. 9. Коэффициент отражения в структуре на рис. 8 для величин зазора $d = 0, 1, 2$.

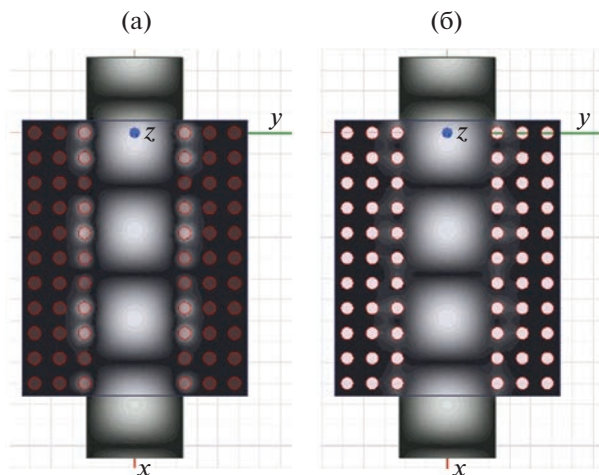


Рис. 10. Распределения амплитуды электрического поля в двух сечениях структуры с зазором в стенках $d = 1$ при возбуждении на частоте 10 ГГц: а – в плоскости нижнего экрана ($z = 0$), б – посередине высоты волноводов ($z = 5$).

части диапазона согласование отрезка волновода ухудшается. В рассмотренном диапазоне частот коэффициент отражения для ненулевых зазоров приближается к 1 (0 дБ) с приближением частоты к критической для соответствующего волновода: 7.57 ГГц для $d = 1$ и 8.10 ГГц для $d = 2$ (см. разд. 3). Пример распределения амплитуды электрического поля в двух продольных сечениях структуры с зазором $d = 1$ в стенках волновода на частоте возбуждения 10 ГГц показан на рис. 10.

Выше при рассмотрении собственных волн волновода мы определили полосу его одномодового режима как отношение критической частоты первого высшего по ширине (нечетного) типа волны к критической частоте основной волны (см. табл. 1). Здесь, рассматривая задачу возбуждения волновода, определим относительную полосу рабочих частот как отношение f_2/f_1 , где f_1 – значение нижней границы диапазона, соответствующее уровню согласования $S_{11} = -15$ дБ, f_2 – значение верхней границы, равное критической частоте высшего типа волны возбуждающего металлического волновода (для волновода 23×10 частота $f_2 \approx 13$ ГГц). На рис. 11 представлены результаты расчета этой величины от периода решетки для двух значений отношения D/P . Форма кривых обусловлена кусочно-непрерывной аппроксимацией дискретных зависимостей нижней частоты f_1 от периода P . Как следует из этих расчетов, с увеличением величины зазора между цилиндрами и экраном ПВ нижняя граница смещается вверх по частоте, что приводит к уменьшению относительной полосы рабочих частот волновода.

Из этих расчетов также следует интересный вывод о том, что полоса частот волновода со стенка-

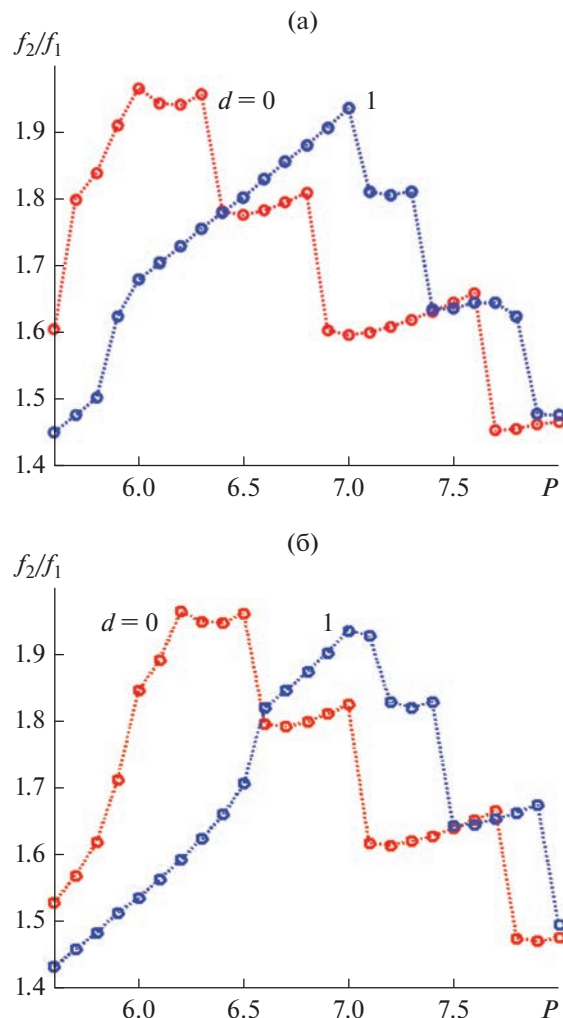


Рис. 11. Зависимости относительной рабочей полосы частот волновода от периода решетки для $d = 0$ и 1 при $D/P = 0.4$ (а) и 0.5 (б).

ми из емкостных цилиндров может быть расширена с увеличением периода решетки. На рис. 11а, 11б видно, что оптимальные, с точки зрения максимальной относительной полосы частот, значения периода P для волновода со стенками из сплошных цилиндров при заданных $D/P = 0.4 \dots 0.5$ находятся в интервале $P = 6 \dots 6.5$ (кривые 1), а для волновода со стенками из емкостных цилиндров с зазором $d = 1$ оптимальное значение составляет $P \approx 7$ (кривые 2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на примере трехрядного волновода показано, что EBG-волновод в решетке из емкостных цилиндров имеет особенности в сравнении с соответствующим волноводом в решетке сплошных цилиндров. Они обусловлены тем, что в емкостной решетке, образующей стенки волновода, в области низких частот имеется зона про-

зрачности, в которой могут распространяться замедленные волны, связанные с наличием зазоров и полей в них. Существование этих волн определяет диапазон рабочих частот волновода снизу. На достаточно высоких частотах волноводная мода начинает вытекать из канала в стенки волновода в виде волн решетки, распространяющихся во второй полосе ее прозрачности. На этих частотах волновод становится вытекающим. Нижние частоты второй зоны прозрачности в емкостной решетке лежат ниже, чем в решетке сплошных цилиндров. Однако раньше по частоте возникает высший по ширине (нечетный) тип волны волновода, критическая частота которой и ограничивает сверху его одномодовый диапазон. Как показано в статье, этот диапазон максимальный для волновода с нулевым зазором и сужается с ростом величины зазора.

Расчеты показали, что наличие зазоров в стенках влияет на дисперсионные характеристики и коэффициент затухания волновода, в основном в области нижних частот вблизи критической частоты, которая зависит от величины зазора. В большей же части рабочего диапазона эти характеристики практически такие же, как и у волновода без зазоров для всех рассмотренных величин зазоров, вплоть до 0.1 мм. Согласно расчетам, характерный уровень затухания в середине X -диапазона для волновода из алюминия составляет 0.2 дБ/м.

Решение задачи возбуждения EBG-волновода в емкостной решетке стандартным металлическим волноводом показало, что их согласование зависит от величины зазора. Для разных периодов решетки определена относительная рабочая полоса по уровню согласования –15 дБ на нижней частоте и с учетом ограничения сверху критической частотой высшего типа волны металлического волновода. Показано, что при этом максимальная полоса достигается при определенном периоде, который зависит от величины зазора в стенках EBG-волновода.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме № 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Банков С.Е. Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.
2. Банков С.Е., Пангонис Л.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2010. Т. 55. № 11. С. 1285.
3. Bankov S.E. // PIERs Proc. Moscow, Russia. August 18–21. 2009. P. 1680.
4. Банков С.Е., Калошин В.А., Фролова Е.В. // Журн. радиоэлектроники. 2009. № 3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar09/1/text.html>.
5. Банков С.Е., Калиничев В.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2020. Т. 65. № 9. С. 852.
6. Банков С.Е., Калиничев В.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2020. Т. 65. № 10. С. 951.
7. Банков С.Е., Калиничев В.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2020. Т. 65. № 11. С. 1043.
8. Rajo-Iglesias E., Kildal P.-S. // Proc. Fourth European Conf. Antennas and Propagation. Barcelona 12–16 Apr. 2010. N.Y.: IEEE, 2010. Article № 887.
9. Kildal P.-S. // Proc. 2009 3rd European Conf. Antennas and Propagation (EuCAP). Berlin. 23–27 Mar. N.Y.: IEEE, 2009. P. 28.
10. Банков С.Е., Калошин В.А. // РЭ. 2010. Т. 55. № 4. С. 415.
11. Банков С.Е., Калиничев В.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 855.
12. Банков С.Е., Калиничев В.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2020. Т. 65. № 6. С. 523.
13. Xu F., Patrovsky A., Wu K. // Microwave Opt. Technol. Lett. 2007. V. 49. № 9. P. 2180.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 523.31

РАСШИРЕНИЕ ЗОНЫ ДЕЙСТВИЯ ИОНОЗОНДОВ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ИОНОСФЕРЫ ЗА СЧЕТ ПРИМЕНЕНИЯ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

© 2023 г. В. М. Смирнов^а, *, Е. В. Смирнова^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: vsmirnov@ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 25.03.2022 г.

После доработки 21.07.2022 г.

Принята к публикации 03.08.2022 г.

Рассмотрена возможность расширения зоны действия ионозонда за счет применения навигационных спутниковых систем для обеспечения надежной коротковолновой радиосвязи на протяженных, в том числе многоскачковых, радиотрассах. На основе обработки экспериментальных данных показано, что увеличение функциональности ионозонда вертикального зондирования может быть обеспечено при помощи аппаратно-программного комплекса ионосферного зондирования, использующего данные навигационных спутников. Применение такого комплекса в месте расположения ионозонда вертикального зондирования позволит получить детальную картину распределения электронной концентрации не только вдали от него, но и внутри самой области зондирования, вдоль траекторий всех подионосферных точек, пересекающих зону ответственности станции вертикального зондирования. Показана возможность создания плотной сети ионосферного контроля на основе территориально распределенных станций вертикального зондирования и аппаратно-программных комплексов.

DOI: 10.31857/S0033849422120208, EDN: CBSHZY

ВВЕДЕНИЕ

Исследование ионосферы Земли остаются и сегодня одной из важнейших научных задач. И дело здесь не только в необходимости проведения фундаментальных исследований, но и в сугубо практических целях. Ионосфера сильно влияет на распространение радиоизлучения, поэтому исследование физики космической плазмы, исследование нестационарных и неоднородных структур слоев ионосферы необходимы, например, для корректного применения спутниковых навигационных систем и обеспечения стабильной связи и навигации в Арктике. Поэтому необходимо знать реальное состояние ионосферы.

Обширная литература по ионосферным исследованиям свидетельствует о важности широкого географического распределения станций для изучения морфологии земной ионосферы, а также для составления ионосферных карт, необходимых для геофизических изысканий, и прогнозов условий распространения радиоволн, необходимых при решении задач радиолокации и связи.

Эффективность решения этих задач во многом определяется правильным выбором рабочей частоты передаваемого сообщения. Так, например,

при радиосвязи коротковолнового диапазона она не может превышать максимально применимое значение для конкретной радиотрассы. Ее определение в реальном масштабе времени весьма актуально для обеспечения дальней радиосвязи и базируется или на прогнозной информации об ионосфере, или на результатах текущих измерений ионосферных параметров. В силу значительной изменчивости ионосферы во времени и пространстве долгосрочное прогнозирование, основанное на использовании глобальных моделей ионосферы, имеет достаточно низкую достоверность. Единственным способом точного определения частоты радиосвязи является оперативный (в реальном масштабе времени) контроль ионосферы.

1. ЗОНДИРОВАНИЕ ИОНОСФЕРЫ

Пространственно-временной контроль ионосферы Земли может осуществляться различными аппаратно-программными методами и реализующими их техническими средствами. Первостепенное место среди них занимает метод вертикального радиозондирования ионосферы, дающий наиболее полную и легко интерпретируемую

информацию об электронной концентрации ниже или выше ее максимума [1–3]. Метод основан на эффекте отражения радиоволн от слоя с нулевой диэлектрической проницаемостью на излучаемой частоте. Именно этим объясняется высокая точность измерений, так как значения параметров ионосферы определяются резонансным взаимодействием радиоволн с ионосферной плазмой.

Методы наблюдений за состоянием ионосферы и их потенциальные возможности подробно изложены во многих работах [1–17]. Наибольшими информационными возможностями среди них обладает метод некогерентного рассеяния. Он позволяет с высокой точностью измерить практически все ионосферные параметры, а применение рабочих частот, значительно превышающих собственные частоты ионосферы, делает метод независимым от состояния ионосферы. Одним из самых мощных инструментов исследования ионосферы является радар некогерентного рассеяния радиоволн, посредством которого можно изучать микроскопические флуктуации плазмы, обусловленные тепловым движением электронов.

Основным недостатком метода некогерентного рассеяния является малое временное разрешение, т.е. время, необходимое для получения одного профиля распределения электронной концентрации. Кроме того, что установки некогерентного рассеяния сложны, дороги и немногочисленны, теоретическое обоснование метода более сложное, чем у других методов [5–7]. Постановка той или иной задачи на каждой установке неизбежно вступает в жесткую конкуренцию с другими задачами, поэтому при изучении динамики ионосферы, которое требует длительных непрерывных наблюдений, возникают определенные трудности. Все радары некогерентного рассеяния работают в “скважном” режиме, при котором проводятся серии измерений во время различных геофизических программ, не обеспечивающие длительных непрерывных рядов наблюдений.

Появление и быстрое совершенствование систем спутниковой навигации изменило развитие методов мониторинга ионосферы: важную роль стали играть интегральные методы, использующие разные схемы радиопросвечивания ионосферы Земли.

К ним можно отнести: а) радиозатменное просвечивание ионосферы с помощью приемников, устанавливаемых на низкоорбитальных спутниках; б) измерения полного электронного содержания (ПЭС), осуществляемые с помощью среднеорбитальных навигационных спутниковых систем GPS, ГЛОНАСС и Галилео; в) восстановление вертикальных профилей ионосферы на наклонных трассах просвечивания по данным навигационных систем; г) низкоорбитальную томографию

ионосферы в метровом диапазоне частот и высокоорбитальную томографию в дециметровом диапазоне частот [9–12, 18]. Интенсивное использование этих методов требует переосмысления роли и места метода вертикального зондирования среди других методов мониторинга ионосферы и исследования ее физических параметров.

Наземное и спутниковое зондирование ионосферы радиоволнами с помощью ионозондов всех типов позволяет получать локальные параметры ионосферной плазмы либо в месте расположения ионозонда, либо вдоль определенной траектории полета спутника. Методы и аппаратуру радиозондирования ионосферы Земли можно классифицировать по зонам контроля, по точности определения параметров и по используемым технологиям [4]:

1) по зонам контроля — в силу специфики распространения и отражения радиоволн наземные станции вертикального радиозондирования (ионозонды) контролируют параметры плазмы только над пунктами наблюдения до высоты максимума ионосферного слоя F2; ионозонды, расположенные на спутниках, контролируют ионосферу под собой от высоты орбиты космического аппарата до высоты максимума ионосферного слоя F2;

2) по точности определения параметров — ионозонд, наиболее полно определяет характеристики ионосферной плазмы, если используются все параметры диагностирующей радиоволны и установлены все существенные связи в системе протекающих процессов;

3) по используемым технологиям — вертикальное, наклонное, возвратно-наклонное зондирование.

Необходимо отметить, что существующие наземные и спутниковые технические средства ионосферного контроля, как правило, являются активными (т.е. излучающими радиосигналы) средствами. В связи с этим возникает задача обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств и средств ионосферного обеспечения. Поскольку данные средства ионосферного обеспечения имеют ограниченные по пространству зоны контроля ионосферы и значительные массогабаритные характеристики, это не позволяет в полной мере создать плотную сеть станций зондирования ионосферы, основанную на использовании активных методов излучения.

Одной из возможностей расширения зоны действия ионозондов вертикального зондирования может быть использование данных, получаемых при помощи приемников сигналов глобальных навигационных систем ГЛОНАСС, GPS, Beidou и GALILEO для мониторинга ионосферы [9–12]. Внимание к этим системам следует уделять в силу их применимости к решению обратных задач ди-



Рис. 1. Карта проекций зон контроля АПК-ИМ.

станционного зондирования ионосферы Земли на основе метода радиопросвечивания [18, 19]. Практическая реализация метода основана на использовании измерений параметров радиосигналов на трассе “спутник—наземный пункт”. Алгоритм реализации и принцип работы аппаратно-программного комплекса, основанного на его использовании, описаны в работах [19–21], результаты работы комплекса представлены в [22–26].

Расширение зоны действия ионозонда необходимо для обеспечения надежной коротковолновой (КВ) радиосвязи на протяженных (в том числе многоскачковых) радиотрассах и требует объединения нескольких территориально распределенных аппаратно-программных комплексов ионосферного мониторинга (АПК-ИМ) в единую систему оперативного контроля ионосферы.

На рис. 1 схематично показаны границы пространственных зон контроля ионозонда вертикального зондирования (круг малого диаметра) и аппаратно-программных комплексов определения максимально применимых частот, интегрированных в единую систему оперативного контроля ионосферы. Количество зон контроля определяется территорией, над которой необходимо осуществлять мониторинг состояния ионосферной плазмы.

2. ВОЗМОЖНОСТИ АППАРАТНО-ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ЗОНДИРОВАНИЯ ИОНОСФЕРЫ

В 2015 г. в течение пяти месяцев (июнь—октябрь) был проведен длительный эксперимент, целью которого являлся сравнительный анализ результатов определения критической частоты F2-слоя ионосферы двумя способами — верти-

кального зондирования (ионозонд DPS-4) и радиопросвечивания по трассе “спутник—Земля” с использованием сигналов спутников ГЛОНАСС и GPS. На территории Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН был расположен АПК-ИМ. Он позволял в реальном масштабе времени на основе одновременной обработки радиосигналов 10–20 наблюдаемых спутников ГЛОНАСС/GPS определять параметры ионосферы (полное электронное содержание, профиль распределения электронной концентрации в интервале высот 100...1000 км, критическую частоту и высоту ионосферного слоя F2) на удалении до 1000 км (рис. 2а). Траектории подионосферных точек, полученные в течение суточного наблюдения, показаны на рис. 2б.

Оба прибора находились в непосредственной близости, что позволяло обеспечить идентичность условий наблюдения. Ионозонд DPS-4 выдавал параметры ионосферы каждые 15 мин, АПК-ИМ — каждую минуту. Информация с обоих приборов как отображалась на экранах мониторов, так и регистрировалась в памяти используемых компьютеров. Одновременно с численными параметрами на мониторе АПК отображался временной ход критической частоты F2-слоя ионосферы, получаемый по наблюдениям ближайшего навигационного спутника. Фрагмент двухчасовой записи хода критической частоты F2-слоя ионосферы представлен на рис. 3. При ограничении угла места наблюдения в 10° количество одновременно используемых навигационных спутников может достигать 23, в среднем их число составляло 12...15. Параметры ионосферы определялись для каждого спутника, находящегося в зоне видимости приемного устройства.

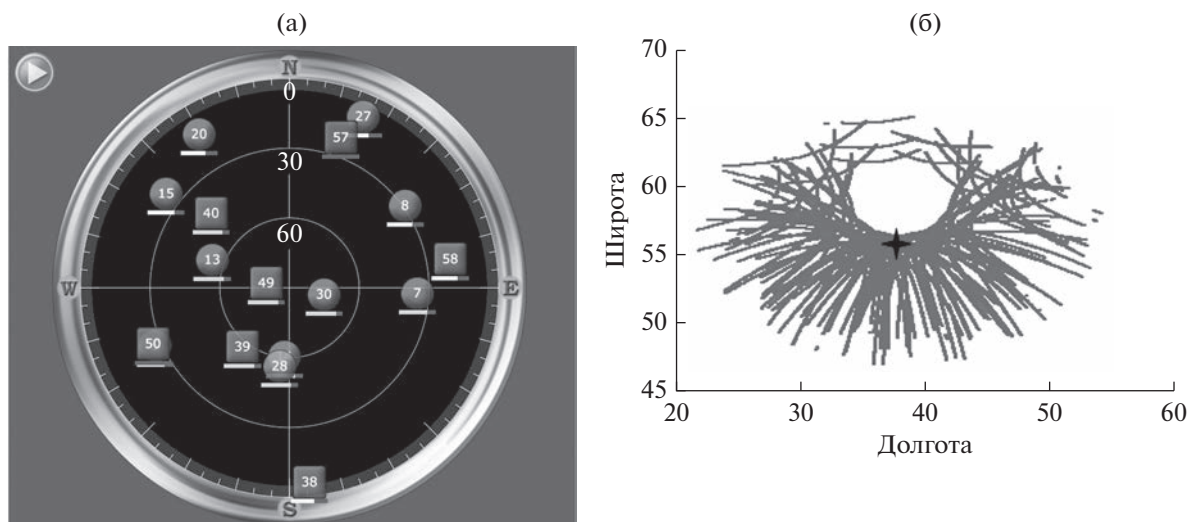


Рис. 2. Расположение навигационных спутников в зоне видимости комплекса (а) и траектории подионосферных точек (б); спутники GPS (кружки), ГЛОНАСС (квадраты).

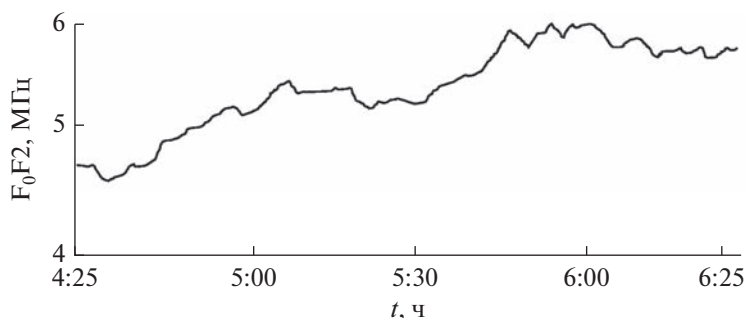


Рис. 3. Фрагмент двухчасовой записи хода критической частоты F_0F_2 ионосферы.

Для сравнения были использованы результаты, полученные по данным навигационных спутников, координаты подионосферных точек для которых наиболее близки к месту расположения ионозонда DPS-4. Результаты сравнения суточного хода критической частоты F2-слоя ионосферы и значения среднеквадратической ошибки (СКО) для июня представлены на рис. 4 [22]. В течение июня среднее суточное значение СКО составило 7% (или 0.57 МГц), в дневное время — 6.65% (0.51 МГц), в ночное время суток — 6.71% (0.55 МГц). Дневные данные учитывали результаты, полученные за один час и до захода, и после восхода Солнца. Ночные данные учитывали результаты, полученные за один час и после захода, и до восхода Солнца. Суточные данные были получены с учетом времени восхода и захода Солнца. Ранее АПК-ИМ был проверен в 20 суточных сеансах КВ-радиосвязи [22, 24]. Результаты представлены на рис. 4в для двух моментов времени — 11 и 19 часов по московскому времени в течение 20 дней.

Возможность применения метода радиопросвечивания ионосферы Земли сигналами навигационных спутниковых систем для исследования особенностей состояния субавроральной ионосферы в главном ионосферном провале, которые проявились в аномальном положении плазмпанузы и снижении электронной концентрации, показана в работе [25]. Аномалия была обнаружена при обработке экспериментального материала, полученного в ходе непрерывного мониторинга состояния ионосферы, осуществляемого с помощью аппаратно-программного комплекса, работающего по данным среднеорбитальных навигационных спутниковых систем GPS и ГЛОНАСС. Полученный эффект в виде резкого уменьшения электронной концентрации в F2-слое ионосферы наблюдался на широтах $57^\circ \dots 59^\circ$ и в двух долготных секторах, примерно $25^\circ \dots 35^\circ$ и $40^\circ \dots 50^\circ$ восточной долготы (рис. 5).

Обнаруженная зона провала наблюдалась по данным всех спутников, траектории подионосферных точек для которых находились на широ-

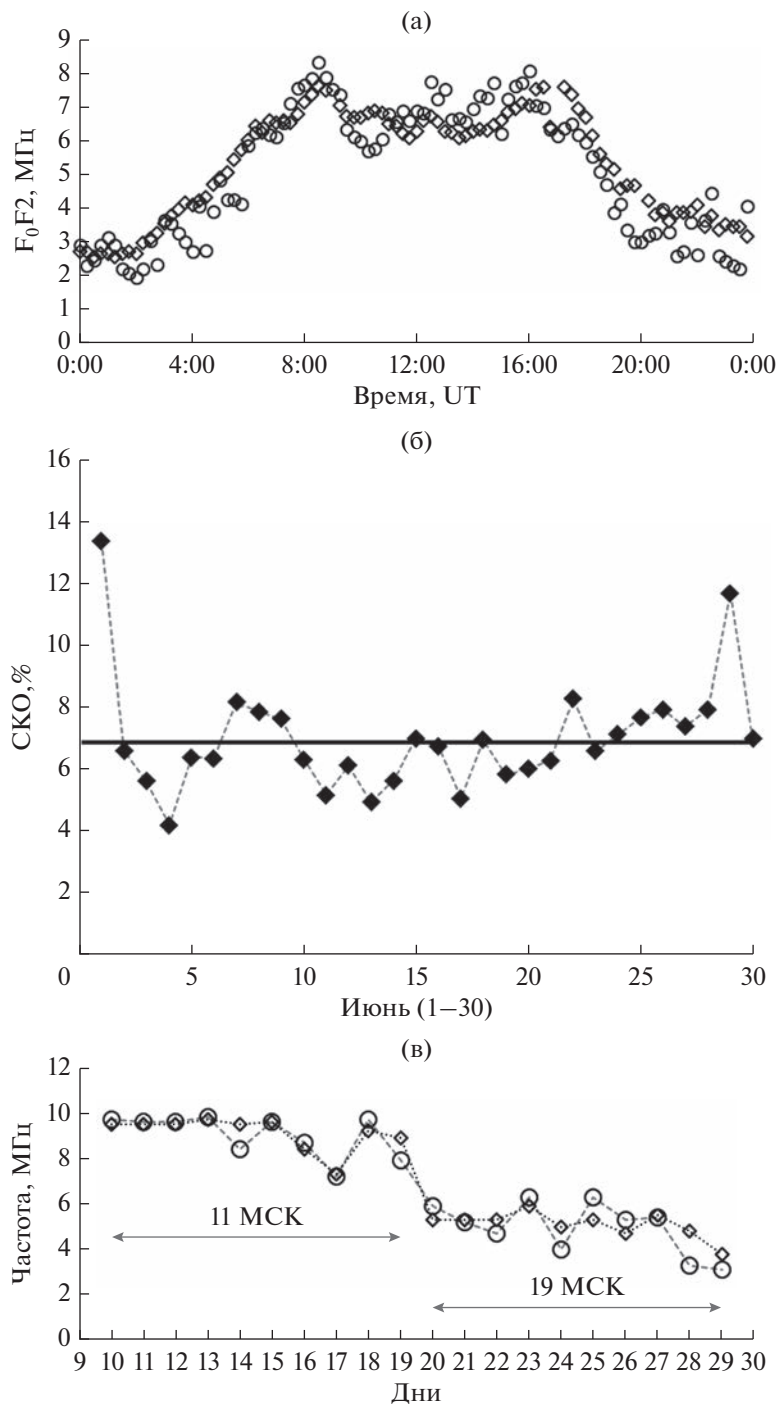


Рис. 4. Результаты апробации аппаратно-программного комплекса: а – сравнение данных АПК (кружки) с данными ионозонда DPS-4 (ромбики); б – погрешность определения критической частоты слоя F2 ионосферы (ромбики – значение за сутки, горизонтальная линия – среднее суточное СКО за месяц) [22]; в – прогноз МПЧ в интересах КВ-радиосвязи (кружки – АПК-ИМ, ромбики – рабочая частота).

тах $57^\circ \dots 59^\circ$ в утренние, вечерние и ночные часы. Ширина провала в утреннее время суток составила около 0.9° , ширина основного локального провала в вечернее время суток составила около 0.5° . При этом наблюдалось уменьшение электронной концентрации более чем в шесть раз в утреннее

время, и в четыре раза – в вечернее. Такие аномалии невозможно обнаружить ионозондами вертикального зондирования.

Применение навигационных спутниковых систем позволяет также детектировать наличие ионосферных неоднородностей и оценить их влияние на

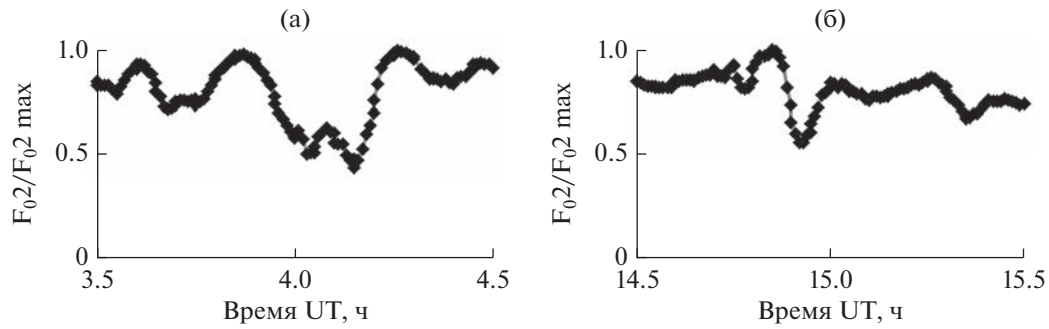


Рис. 5. Вариации нормированной частоты слоя F2 ионосферы, полученные по наблюдениям спутника ГЛОНАСС в утреннее (а) и послеполуденное время (б) [25].

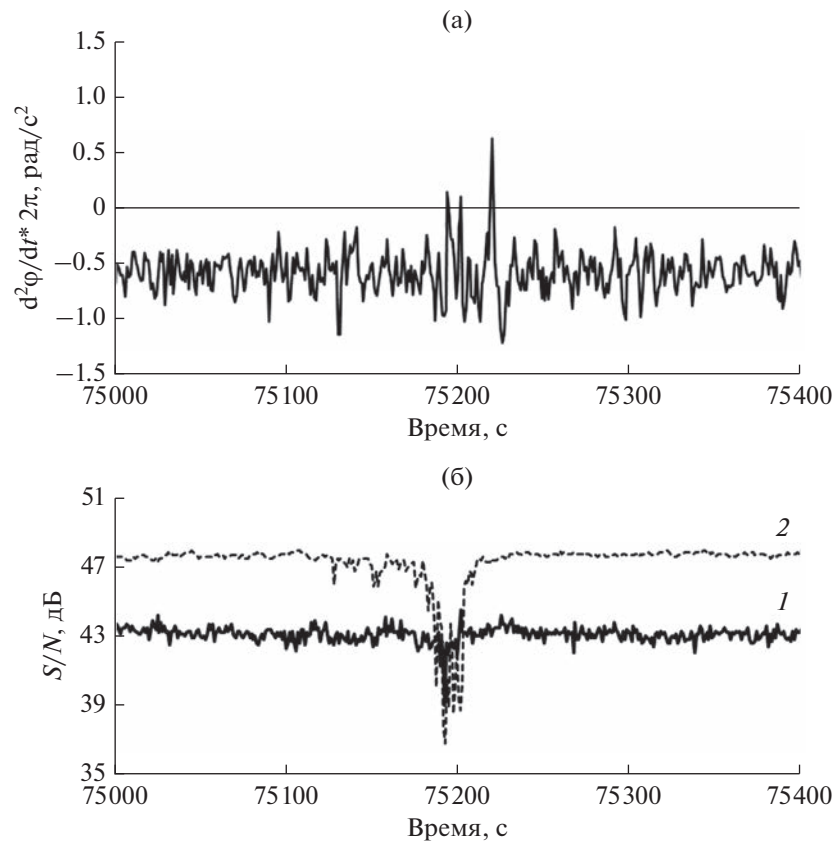


Рис. 6. Вторая производная фазы навигационного сигнала (а) и отношение сигнал/шум на частотах 1.2 (кривая 1) и 1.6 ГГц (кривая 2) (б).

параметры радиосигнала. На рис. 6а представлена вторая производная фазы навигационного сигнала, являющаяся индикатором мелкомасштабных неоднородностей ионосферы [27]. Наличие существенных возмущений в центре рассматриваемого интервала времени свидетельствует о присутствии вдоль трассы прохождения сигнала ионосферных неоднородностей, которые могут приводить к сильному уменьшению уровня принимаемого сигнала (см. рис. 6б) или его полному отсутствию.

Использование аппаратно-программного комплекса пассивного мониторинга ионосферы над морскими акваториями в режиме реального времени было осуществлено с судов во время морской арктической экспедиции в июле 2015 г. и океанографической экспедиции в Антарктиду в 2015–2016 гг. [28]. Маршрут арктической экспедиции на научно-исследовательском судне “Профессор Молчанов” пролегал в районе Северного Ледовитого океана по акваториям Баренцева и

Карского морей, ограниченным 64° – 80° с.ш. и 40° – 53° в.д. Проведение океанографической экспедиции в Антарктиду на океанографическом исследовательском судне “Адмирал Владимирский” Атлантической океанографической экспедиции Гидрографической службы Балтийского флота было осуществлено в период с 7 ноября 2015 г. по 15 апреля 2016 г. Ее маршрут пролегал от Санкт-Петербурга через Суэцкий канал мимо острова Мадагаскар к Антарктиде и обратно вдоль западного побережья Африки. Комплекс работал непрерывно во время обеих экспедиций и позволил получить большой объем информации о состоянии ионосферы вдоль всего пути следования морских судов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты экспериментальных исследований показывают, что на основе территориально распределенных станций вертикального зондирования и аппаратно-программных комплексов возможно создание плотной сети ионосферного контроля, при этом наличие на них других аппаратно-программных средств только повысит результативность мониторинга. Оснащение наземных пунктов расположения ионозондов вертикального зондирования аппаратно-программными комплексами, основанными на использовании двухчастотных навигационных приемников и специализированного математического аппарата, обеспечивающего решение обратной задачи радиопросвечивания ионосферы Земли, даст возможность существенно расширить область зондирования ионосферы. Кроме того, наличие такого комплекса в месте расположения ионозонда вертикального зондирования позволит получить детальную картину распределения электронной концентрации не только вдали от него, но и внутри самой области зондирования, вдоль траекторий всех подионосферных точек, пересекающих зону ответственности станции вертикального зондирования.

Подобная интегрированная система контроля ионосферы, построенная на основе современных высокопроизводительных вычислительных средств, позволит получить интерактивный доступ конечных потребителей к результатам обработки ионосферной информации, моделирования условий распространения радиоволн и расчетам максимально-применимых частот для задаваемых радиотрасс [29, 30]. Такая система контроля может быть крайне востребована в труднодоступных регионах земного шара, включая акватории морей и океанов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reinisch B.W.* // Rad. Sci. 1986. V. 21. № 1. P. 331.
2. The Digisonde Portable Sounder – DPS. Technical Manual. Version 4.3 / Ed. B.W. Reinisch. Lowell: Univ. of Massachusetts Lowell Center for Atmospheric Research, 2007.
3. *Reinisch B.W., Galkin I.A., Khmyrov G.M. et al.* // Rad. Sci. 2009. V. 44. RS0A24. <https://doi.org/10.1029/2008RS004115>
4. Радиозондирование ионосферы спутниковыми и наземными ионозондами / Под ред. С.И. Авдюшина. Тр. Ин-та прикл. геофизики им. акад. Е.К. Федорова. М.: 2008. Вып. 87.
5. *Брюнелли Б.Е., Намгаладзе А.А.* Физика ионосферы. М.: Наука, 1988.
6. *Намазов С.А., Новиков В.Д.* // Ионосферные исследования. 1980. № 30. С. 87.
7. *Evans J.V.* // Proc. IEEE. 1969. V. 57. № 4. P. 496.
8. *Иванов-Холодный Г.С., Михайлов А.В.* Прогнозирование состояния ионосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1980.
9. *Куницын В.Е., Терещенко Е.Д.* Томография ионосферы. М.: Наука, 1991.
10. *Davies K., Hartmann G.K.* // Rad. Sci. 1997. V. 32. № 4. P. 1695.
11. *Афраймович Э.Л., Перевалова Н.П.* GPS-мониторинг верхней атмосферы Земли. Иркутск, 2006.
12. *Яковлев О.И., Гришмановский В.А., Елисеев С.Д. и др.* // Докл. АН СССР. 1990. Т. 315. № 1. С. 101.
13. *Солодовников Г.К., Синельников В.М., Крохмальников Е.Б.* Дистанционное зондирование ионосферы Земли с использованием радиомаяков космических аппаратов. М.: Наука, 1988.
14. *Bauer S.I., Bluml L.I., Donley I.L. et al.* // J. Geophys. Res. 1964. V. 69. № 1. P. 186.
15. *Alpert I.L.* // Space Sci. Rev. 1976. V. 18. № 5–6. P. 551.
16. *Гетманцев Г.Г., Грингауз К.И., Ерухимов Л.М. и др.* // Радиофизика. 1968. Т. 11. № 5. С. 649.
17. *Hussey G.C., Schlegel K., Haldoupis C.* // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. № 4. P. 6991.
18. *Андрюанов В.А., Смирнов В.М.* // РЭ. 1993. Т. 38. № 7. С. 1326.
19. *Смирнов В.М.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 1. С. 47.
20. *Смирнов В.М., Смирнова Е.В.* // Журн. радиоэлектроники. 2010. № 6. <http://jre.cplire.ru/jre/jun10/3/text.pdf>.
21. *Смирнов В.М., Смирнова Е.В., Тынянкин С.И. и др.* // Гелиогеофизические исслед. 2013. № 4. С. 32.
22. *Smirnov V.M., Smirnova E.V., Ruzhin Yu.Ya. et al.* // XXXI URSI General Assembly and Scientific Symp. Beijing. 16–23 Aug. 2014. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/URSIGASS.2014.692979>

23. *Smirnov V.M., Smirnova E.V.* // Resources Environment and Inform. Engineering. 2019. №. 1. P. 29.
<https://doi.org/10.25082/REIE.2019.01.004>
24. *Смирнов В.М., Смирнова Е.В., Секистов В.Н. и др.* // РЭ. 2008. Т. 53. № 9. С. 1112.
25. *Смирнов В.М., Смирнова Е.В.* // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2021. Т. 18. № 1. С. 229.
<https://doi.org/10.21046/2070-7401-2021-18-1-229-240>
26. *Зачатейский Д.Е., Зубков М.П., Смирнов В.М., Тынянкин С.И.* // Тр. X Межд. IEEE Сибирской конф. по управлению и связи SIBCON. Красноярск 12–13 сентября 2013. Красноярск: Сиб. федерал. ун-т, 2013. С. 115.
27. *Кашкина Т.В., Демьянов В.В., Ясюкевич Ю.В.* // Физика околоземного космического пространства. Тр. Байкальской школы по фундам. физ. (БШФФ-2015). Иркутск: ИСЗФ РАН, 2015. С. 115.
28. *Смирнов В.М., Смирнова Е.В.* // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2019. Т. 16. № 5. С. 327.
<https://doi.org/10.21046/2070-7401-2019-16-5-327-335>
29. *Крюковский А.С., Лукин Д.С., Бова Ю.И.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 12. С. 1160.
<https://doi.org/10.31857/S0033849420120128>
30. *Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 9. С. 1028.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.334:537.874.6

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЧАСТОТЫ ТЕРАГЕРЦОВОГО И ИНФРАКРАСНОГО ДИАПАЗОНОВ НА ОСНОВЕ ДВУМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРАФЕНОВЫХ РЕШЕТОК

© 2023 г. А. М. Лерер^а, *, Г. С. Макеева^б, В. В. Черепанов^а

^аЮжный федеральный университет,
ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация

^бПензенский государственный университет,
ул. Красная, 40, Пенза, 440026 Российская Федерация

*E-mail: lerer@sfedu.ru

Поступила в редакцию 31.05.2022 г.

После доработки 02.06.2022 г.

Принята к публикации 26.06.2022 г.

Разработан метод решения задачи нелинейной дифракции на двумерно-периодических решетках из графеновых лент. Учитывается нелинейная проводимость третьего порядка графена при воздействии двух волн, которая определяется полем волны накачки, в качестве которого используем поле на графеновых лентах, полученное при решении линейной задачи дифракции. Численный анализ показывает эффективность нелинейного преобразования частот терагерцового и инфракрасного диапазонов, когда частоты падающих волн накачки и сигнала совпадают с резонансными частотами мод основного и высшего порядков поверхностных плазмон-поляритонов в графеновых лентах.

DOI: 10.31857/S0033849423010084, EDN: CDKSIC

ВВЕДЕНИЕ

Нелинейное преобразование частоты в нелинейной оптике имеет широкий спектр применений, включая новые источники излучения, датчики и обработку информации. Для высокоскоростной передачи данных в беспроводных терагерцовых (ТГц) системах связи с несущими частотами более 100 ГГц необходимы оптоэлектронные преобразователи, работающие на высоких частотах и являющиеся ключевым компонентом при генерации ТГц-сигнала методами фотоники [1]. При этом полностью оптическая обработка имеет огромное преимущество в скорости и эффективности по сравнению с традиционной электрооптической сигналов [2].

Последние достижения в области нелинейной обработки высокоскоростных цифровых оптических сигналов реализованы на платформах графеновой фотоники [3].

Графен является идеальным плазмонным материалом из-за его способности поддерживать перестраиваемые поверхностные плазмон-поляритоны (ППП) в лентах и других ограниченных морфологиях в ТГц- и инфракрасном (ИК) диапазонах. Благодаря значительной локализации поля PPP могут дополнительно усиливать присущую графену исключительную нелинейность [4].

Графеновая плазмоника представляет уникальную платформу для типичных функций нелинейной оптической обработки сигналов благодаря его высокой нелинейной проводимости и жесткому оптическому ограничению [5].

Легируемые наноструктуры графена открывают уникальные возможности для улучшения нелинейно-оптических процессов смешения волн на наноуровне [6]. Показано, что наноструктуры графена могут поддерживать ярко выраженные PPP на разных частотах, что приводит к необычайно высокой эффективности смешения волн, когда одна или несколько входных или выходных частот совпадают с частотами плазмонного резонанса. При этом, варьируя плотность легирующих зарядов в наноструктуре с фиксированной геометрией, улучшенное смешение волн может быть реализовано в широком спектральном диапазоне в видимом и ближнем ИК-диапазонах [6].

В [7] для генерации волн среднего ИК-диапазона на разностной частоте с помощью процесса нелинейного смешения ИК-волн на нелинейной восприимчивости графена второго порядка предложена структура, которая содержит лист графена на подложке из металлической (золото) решетки. Для увеличения эффективности нелинейного преобразования частоты используется локализация поля при резонансе PPP как падающих волн накачки и сигнала в ближнем ИК-диапазоне, так

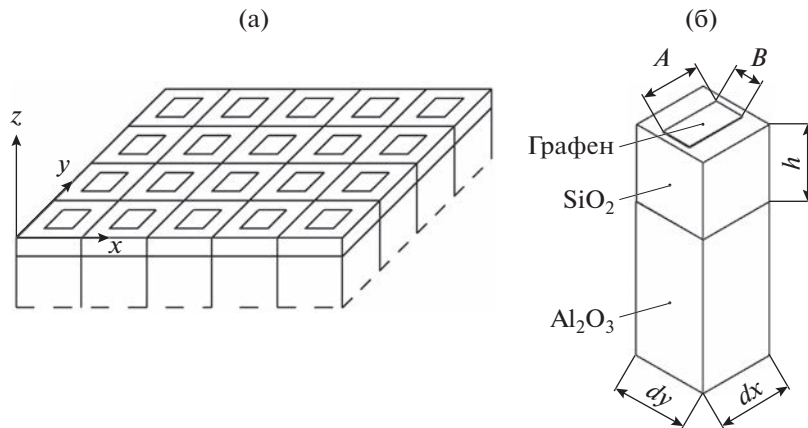


Рис. 1. Исследуемая решетка из графеновых лент (а) и геометрия элементарной ячейки (б).

и сгенерированной волны на комбинационной частоте в среднем ИК-диапазоне. При этом ППП на поверхности золота возбуждается основной модой решетки в ближнем ИК-диапазоне, а ППП на поверхности графена — модой высшего порядка решетки в среднем ИК-диапазоне [7].

Используя механизм увеличения нелинейной восприимчивости третьего порядка графеновых лент и сочетая эти свойства с условием фазового синхронизма в сверхтонком графене, в данной работе исследуется возможность и эффективность:

- генерации ТГц-волн при понижающем преобразовании частоты среднего ИК-диапазона,
- повышающего преобразования частоты из среднего ИК в ближний ИК-диапазон в графеновых метаповерхностях в условиях многомодового резонанса ППП. При этом одна или несколько входных (падающих волн накачки и сигнала) или выходных (генерируемых волн) частот выбираются равными резонансным частотам мод ППП основного и высшего порядков в графеновых лентах.

Цель данной работы — построение математической модели эффекта нелинейного смещения волн при дифракции на решетке из графеновых лент; генерация волны ТГц-диапазона при нелинейной дифракции двух волн ИК-диапазона; генерация волны ИК-диапазона при нелинейной дифракции волн ИК- и ТГц-диапазона.

1. ОБЪЕКТ И МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЙ

Бесконечные двумерно-периодические решетки состоят (рис. 1а) из прямоугольных графеновых лент с размерами $A \times B$, нанесенных на двухслойную подложку. Периоды решетки dx , dy вдоль осей x , y соответственно. Для диэлектрических слоев выбраны широко применяемые в графеновой электронике материалы SiO_2 ($n_{\text{SiO}_2} = 1.45$) и Al_2O_3 ($n_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 1.77$). Геометрические размеры элементарной ячейки представлены на рис. 1б.

Решение линейной задачи дифракции на решетках без графеновых слоев описано в работах [8] (решение объемных интегральных уравнений относительно напряженности поля в диэлектрических неоднородностях) и [9] (решение поверхностных интегральных уравнений относительно тока на импедансных лентах). В [10] решение поверхностных интегральных уравнений обобщено на структуры, содержащие графеновые ленты.

В данной работе рассматриваем нелинейную дифракцию двух плоских волн с частотами ω_1 , ω_2 :

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega_1, \omega_2) = \vec{E}_1(\vec{r}, \omega_1) + \vec{E}_2(\vec{r}, \omega_2), \quad (1)$$

где

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{1,0} \cos(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r} + \varphi_1) \quad (2)$$

— волна накачки,

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{2,0} \cos(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r} + \varphi_2) \quad (3)$$

— волна сигнала,

$$\vec{k}_j = \vec{k}_{0j} \frac{\omega_j}{c},$$

($\vec{k}_{0j}$ — орт направления волнового вектора, c — скорость света в вакууме), $\vec{E}$ — вектор напряженности электрического поля. Волновые векторы волн накачки $\vec{k}_1$ и сигнала $\vec{k}_2$ перпендикулярны поверхности графеновых лент; векторы напряженности электрического поля $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ при s -поляризации ориентированы вдоль графеновых лент, при p -поляризации — поперек. Плотность поверхностного тока $\vec{j}$ на графеновых лентах определяется формулой

$$\vec{j}(\omega_1, \omega_2) = (\sigma + \sigma_3 |\vec{E}|^2) \vec{E}(\omega_1, \omega_2), \quad (4)$$

где σ — линейная [11] и σ_3 — нелинейная проводимость третьего порядка графена [12, 13].

Из нелинейных процессов – самовоздействия, кросс-модуляции, генерации третьей гармоники, вырожденного четырехволнового смешения с генерацией волн на комбинационных частотах $\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_2$ и $\omega_3 = 2\omega_1 + \omega_2$ – в данной работе рассмотрим последний.

Полагаем $E_1 \gg E_2$. Тогда нелинейный ток определяем по формуле

$$\vec{j}_n(2\omega_1 \pm \omega_2) = \frac{1}{4} \sigma_3(2\omega_1 \pm \omega_2) |\vec{E}_1(\omega_1)|^2 \times \vec{E}_2(\omega_2) \cos[2(\omega_1 t + \varphi_1) \pm (\omega_2 t + \varphi_2)]. \quad (5)$$

Для частот от ТГц- до оптического диапазона нелинейная проводимость графена третьего порядка определяется формулой, основанной на квантовой теории [12, 13]: $\sigma_3 = \sigma_3^{\text{внутрз}} + \sigma_3^{\text{межз}}$ ($\sigma_3^{\text{внутрз}}$, $\sigma_3^{\text{межз}}$ – внутризонная и межзонная проводимости соответственно). Использование формулы целесообразно, если энергии фотонов $\hbar\omega_1$, $\hbar\omega_2$ порядка уровня Ферми E_F (химического потенциала μ) и более. На ТГц- и ИК-частотах при $\{\hbar\omega_1, \hbar\omega_2\} < \mu$, $T = 300$ К справедливо соотношение $\sigma_3^{\text{внутрз}} \gg \sigma_3^{\text{межз}}$, тогда [13]

$$\sigma_3(\omega_1, \omega_1, \pm\omega_2) \approx \sigma_3^{\text{внутрз}}(\omega_1, \omega_1, \pm\omega_2) = \frac{e^4 V_F^2}{8\pi\mu\hbar^2(\omega_1 + i\tau^{-1})^2(\pm\omega_2 + i\tau^{-1})}, \quad (6)$$

где e – заряд электрона, $V_F = 10^6$ м/с – скорость Ферми, μ – химический потенциал, $\hbar$ – приведенная постоянная Планка, τ – время релаксации. Знак “+” в (5), (6) перед ω_2 соответствует расчетам поля на комбинационной частоте $\omega_3 = 2\omega_1 + \omega_2$, знак “–” – на частоте $\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_2$.

Нелинейная задача дифракции решается методом возмущений в два этапа. Сначала решаем линейную задачу дифракции с граничными условиями на графеновых лентах

$$\vec{j}(\omega) = \sigma \vec{E}(\omega).$$

Для этого задача сводится к решению парных сумматорных уравнений относительно плотности токов на графеновых лентах [10]. В результате получим матрицу рассеяния и распределение поверхностных токов на лентах при частоте накачки.

Затем по формуле (5) находим нелинейный ток, а потом и рассеянные поля на комбинационных частотах. Процедура нахождения полей при заданном распределении токов для многослойной многополосной решетки также описана в [10].

Из элементарного анализа (5) видно, что для эффективного возбуждения генерируемых волн на комбинационных частотах $\omega_3 = 2\omega_1 \pm \omega$ желательно выполнение двух условий. Первое – большая амплитуда тока на частотах накачки ω_1 . Это

достигается выбором параметров структуры такими, чтобы на этих частотах ω_1 наблюдался плазмонный резонанс на графеновых лентах. Второе – при возможности выбрать параметры структуры так, чтобы максимум коэффициентов прохождения и отражения наблюдался и на комбинационных частотах $\omega_3 = 2\omega_1 \pm \omega_2$. Желательно, чтобы на комбинационной частоте ω_3 также наблюдался плазмонный резонанс. Этого легко добиться, если все три частоты – ω_1 , ω_2 , ω_3 – близки. Однако в противном случае это не всегда удается получить, так как распределение токов на графеновых лентах генерируемой волны с частотой ω_3 при плазмонном резонансе на этой частоте ω_3 и распределение токов на лентах при дифракции волны накачки с частотой ω_1 сильно различаются.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

2.1. Спектры поглощения

На рис. 2 приведены спектры поглощения падающих волн с s - и p -поляризацией решетками из прямоугольных графеновых лент для различных значений химического потенциала графена μ в ТГц- и среднем ИК-диапазонах частот. Плоскость падения волны $y = 0$ (векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$ перпендикулярны к плоскости падения). Коэффициент поглощения рассчитывался по формуле $P = 1 - R - T$ (R , T – коэффициенты отражения и прохождения (по мощности)). Параметры решеток:

№ 1) $A = 8$ мкм, $B = 2.5$ мкм, $dx = 10$ мкм, $dy = 7$ мкм, $h = 2$ мкм;

№ 2) $A = 400$ нм, $B = 100$ нм, $dx = 500$ нм, $dy = 300$ нм, $h = 300$ нм.

Параметры графена: $\tau = 1$ пс, $T = 300$ К.

Максимумы коэффициента поглощения P соответствуют резонансам, определяемым ППП-модами в графеновых лентах конечной длины, и поляризацией падающей волны. Первая резонансная частота определяется фундаментальной ППП-модой. Для s -поляризации это резонанс электрического тока вдоль широкой стороны A лент (рис. 2а, 2в), для p -поляризации – вдоль узкой стороны B лент (рис. 2б, 2г). Перестройка по частоте многомодовых резонансов ППП обеспечивается изменением химического потенциала и позволяет получать различные комбинации спектров поглощения для моделирования преобразователей частоты широкого круга применения.

Можно отметить, что при p -поляризации в спектрах наблюдается больше пиков поглощения (см. рис. 2б, 2г), что увеличивает число вариантов для преобразователей.

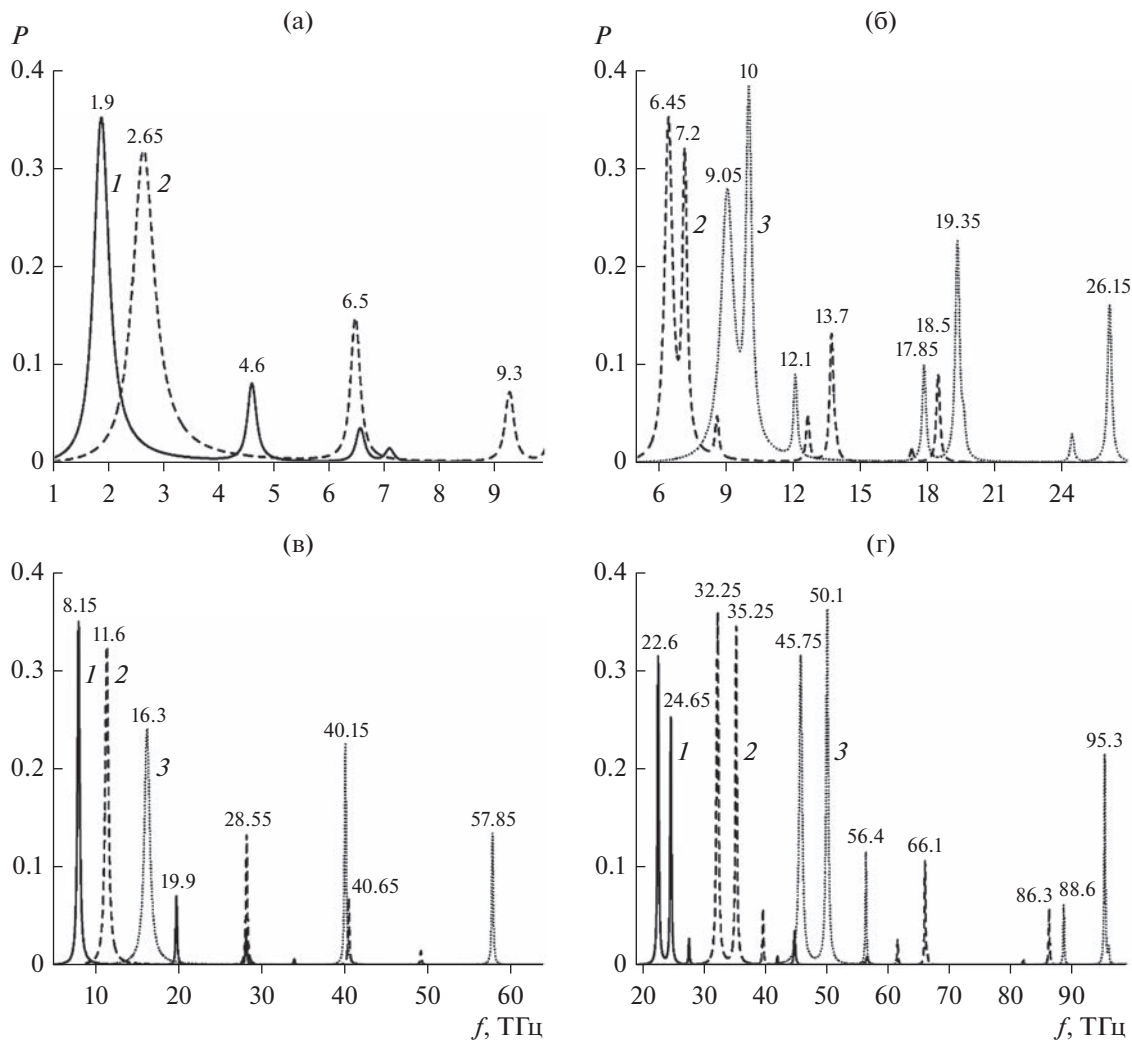


Рис. 2. Многомодовые линейные ТГц- и ИК-спектры поглощения P для s -поляризации (а, в) и p -поляризации (б, г) при $\mu = 0.25$ (1), 0.5 (2), 1 эВ (3) решеток № 1 (а, б) и № 2 (в, г); значения на кривых — резонансная частота.

2.2. Нелинейные спектры

Используя полученные спектры поглощения (см. рис. 2), были рассчитаны нелинейные спектры в резонансных условиях для следующих процессов:

- генерация ТГц-волн при понижающем преобразовании частоты среднего ИК-диапазона;
- повышающее преобразование частоты из ТГц- в средний ИК-диапазона, а также из среднего ИК-диапазона в ближний;
- преобразование частоты в ТГц- и ИК-диапазонах (близкие частоты).

Для достижения максимальной эффективности преобразования частоты необходимо определить условия резонанса мод ППП на графеновых лентах в требуемом диапазоне частот. В ТГц-диапазоне резонансные размеры лент варьируются в пределах от нескольких единиц до десятков мик-

рометров, в ИК-диапазоне — менее 1 мкм [10, 14]. При размерах лент порядка 10 нм могут возникать размерные квантовые эффекты [15], которые в рамках представленной математической модели не учитываются.

Генерация ТГц-волн на основе понижающего преобразования частоты ИК-диапазона. Для реализации поставленной задачи выбраны спектры поглощения, представленные на рис. 2в ($\mu = 1$ эВ) и рис. 2г ($\mu = 0.5$ эВ). Используя эти спектры было проведено моделирование процесса генерации ТГц-волн на основе понижающего преобразования частоты ИК-диапазона. На рис. 3 представлены результаты расчетов нелинейных спектров — частотные зависимости нормированной мощности генерируемой волны на комбинационной частоте $f_3 = 2f_1 - f_2$, излучаемой в прямом T_3 и обратном R_3 направлениях; R_3 , T_3 нормированы на плотность мощности волны накачки с частотой f_1 .

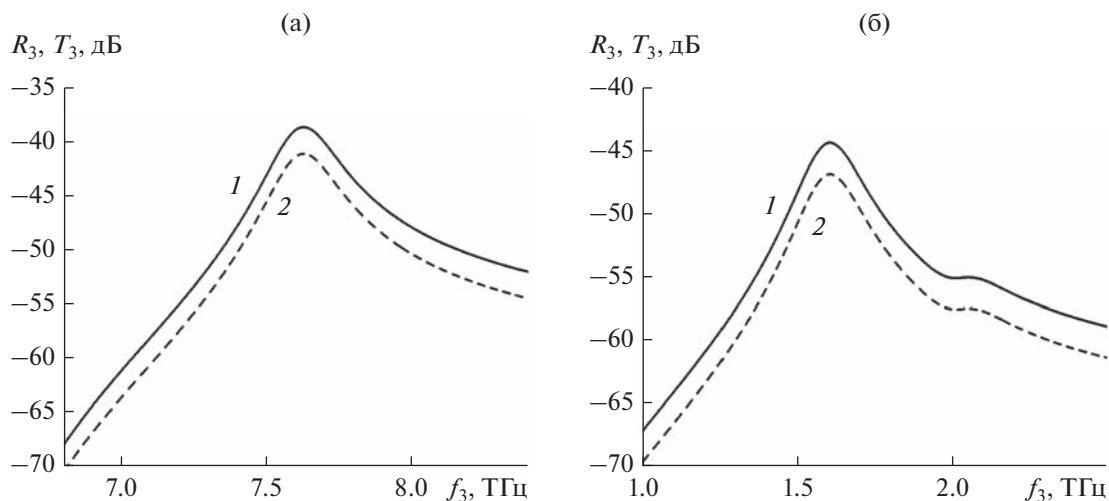


Рис. 3. Эффективность генерации ТГц-волн на основе понижающего преобразования частоты из среднего ИК- в ТГц-диапазон: нормированная мощность ТГц-волны на комбинационной частоте $f_3 = 2f_1 - f_2$, излучаемой в прямом T_3 (кривая 1) и обратном направлении R_3 (кривая 2): а) p -поляризация, $f_1 = 16.3$ ТГц, $f_2 = 39.4...41$ ТГц, $\mu = 1$ эВ; б) s -поляризация, $f_1 = 32.25$ ТГц, $f_2 = 65.5...67$ ТГц, $\mu = 0.5$ эВ, решетка № 2, плотность мощности волны накачки $P_1 = 10^{-5}$ мВт/мм².

Возрастанию эффективности преобразования частоты соответствует режим, когда частоты падающих волн f_1, f_2 близки к резонансным частотам основной и высших мод ППП (см. рис. 2в, 2г). На рис. 3а $f_1 = 16.3$ ТГц, частота сигнала f_2 изменяется в пределах 39.4...41 ТГц. Как результат нелинейного преобразования частоты получена генерация в интервале ТГц-частот $f_3 = 6.8...8.4$ ТГц с максимумом вблизи частоты 7.6 ТГц. Случаю на рис. 3б соответствует комбинация частот ИК-волн накачки и сигнала $f_1 = 32.25$ ТГц, $f_2 = 65.5...67$ ТГц с генерацией ТГц-волны на комбинационной частоте $f_3 = 2f_1 - f_2$ в интервале частот $f_3 = 1...2.5$ ТГц и максимумом вблизи частоты 1.6 ТГц.

Выбирая различные параметры решетки (размеры графеновых лент, периодичность) и графена (химический потенциал), можно получить нелинейные спектры, обеспечивающие перестраиваемую генерацию на комбинационной частоте во всем диапазоне ТГц-волн.

Повышающее преобразование частоты из ТГц в средний ИК-диапазон, из среднего ИК-диапазона в ближний. Для повышающего преобразования частоты из ТГц- в средний ИК-диапазон выбор спектров поглощения сделан из следующих соображений: спектры должны иметь резонансы основной моды ППП в ТГц-диапазоне, а высших мод ППП – в среднем ИК-диапазоне (см. рис. 2б, $\mu = 0.5, 1$ эВ). Используя спектры поглощения (см. рис. 2б), рассчитаны нелинейные спектры R_3, T_3 на комбинационной частоте $f_3 = 2f_1 + f_2$ (рис. 4). Частоты f_1, f_2 выбраны, как и при пони-

жающем преобразовании частоты, вблизи резонансов мод ППП.

На рис. 4а представлены результаты моделирования преобразования частоты ТГц-сигнала $f_2 = 7...12$ ТГц вверх, в средний ИК-диапазон $f_3 = 45.7...50.65$ ТГц, при этом частота сигнала f_2 перестраивается в области резонанса основной моды ППП, частота накачки $f_1 = 19.35$ ТГц выбирается равной резонансной частоте одной из высших мод ППП. На рис. 4б, 4в представлены результаты моделирования преобразования частоты $f_2 = 94.5...96.5$ ТГц среднего ИК-диапазона вверх в область частот ближнего ИК-диапазона: $f_3 = 194.7...196.7$ ТГц ($f_1 = 50.1$ ТГц) при значении химического потенциала $\mu = 1$ эВ.

В обоих случаях наблюдается повышение эффективности преобразования частоты, когда частоты накачки и сигнала f_1, f_2 приближаются к резонансным частотам основной и высших мод ППП соответственно.

Преобразование частоты в ТГц- и ИК-диапазонах. На рис. 5 представлены нелинейные спектры R_3, T_3 в ТГц- и ИК-диапазонах, рассчитанные на комбинационной частоте $f_3 = 2f_1 - f_2$. В этом случае все три частоты f_1, f_2, f_3 расположены вблизи резонанса основной моды ППП, чем и достигается максимальная эффективность генерации ТГц- и ИК-волн.

Эффективность рассмотренных преобразователей ТГц- и ИК-диапазонов может быть дополнительно повышена за счет эффекта стоячих волн в разделительных диэлектриках (выбор толщины

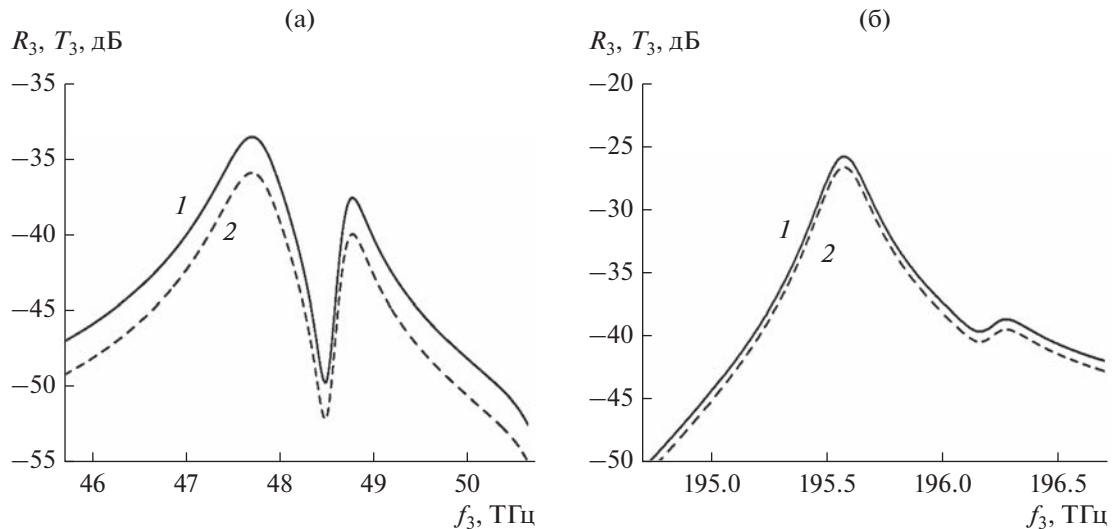


Рис. 4. Эффективность повышающего преобразования частоты из ТГц-диапазона в средний ИК (а) и из среднего ИК-диапазона в ближний (б): нормированная мощность ИК-волны на комбинационной частоте $f_3 = 2f_1 + f_2$, излучаемой в прямом T_3 (кривая 1) и обратном направлении R_3 (кривая 2) при p -поляризации: а) $f_1 = 19.35$ ТГц, $f_2 = 7...12$ ТГц, $\mu = 1$ эВ, решетка № 1, $P_1 = 0.1$ мВт/мм²; б) $f_1 = 50.1$ ТГц, $f_2 = 94.5...96.5$ ТГц, $\mu = 1$ эВ, решетка № 2, $P_1 = 10^{-5}$ мВт/мм².

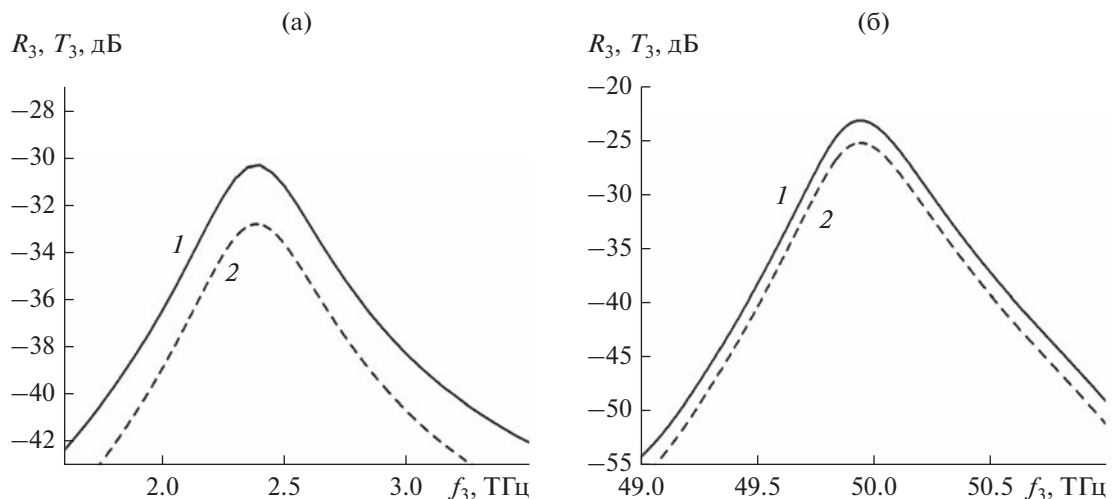


Рис. 5. Эффективность преобразования частоты в ТГц- (а) и ИК-диапазоне (б): нормированная мощность генерируемой волны на комбинационной частоте $f_3 = 2f_1 - f_2$, излучаемой в прямом T_3 (кривая 1) и обратном направлении R_3 (кривая 2): а) s -поляризация, $f_1 = 2.5$ ТГц, $f_2 = 1.5...3.6$ ТГц, $\mu = 0.5$ эВ, решетка № 1, $P_1 = 0.1$ мВт/мм²; б) p -поляризация, $f_1 = 50$ ТГц, $f_2 = 49...51$ ТГц ($f_3 = 51...49$ ТГц), $\mu = 1$ эВ, решетка № 2, $P_1 = 10^{-6}$ мВт/мм².

$h = \lambda_{\text{рез}}/4 + m\lambda_{\text{рез}}/2$; $m = 0, 1, \dots$); увеличения количества слоев графен-диэлектрик, а также использования многослойных диэлектрических зеркал (подробнее см. в [16]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе численно-аналитического метода решения задачи нелинейной дифракции на дву-

мерно-периодических решетках из графеновых лент разработана математическая модель для исследования процессов нелинейного смешения волн ТГц- и ИК-диапазонов. Рассчитаны спектры поглощения, с помощью которых проведено моделирование повышающего и понижающего преобразования частоты в ТГц- и ИК-диапазонах. Показано значительное повышение уровня генерируемых ТГц-, ИК-волн на комбинационных частотах $f_3 =$

$= 2f_1 \pm f_2$, когда частоты волн сигнала и накачки выбираются вблизи резонансных частот мод ППП основного и высшего порядков в графеновых лентах. Представленные результаты могут быть использованы при проектировании ТГц-генераторов и систем визуализации ТГц-излучения, а также для разработки маршрутизации каналов в беспроводных ТГц-системах связи, когда требуется получить плотную частотную сетку.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание в сфере научной деятельности (проект № 0852-2020-0032)/(БА30110/20-3-07ИФ)).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nagatsuma T., Horiguchi Sh., Minamikata Y. et al. // Opt. Express. 2013. V. 21. № 20. P. 23736.
2. Hou Y., Jiang C. // Current Chinese Physics. 2021. V. 1. № 3. P. 299.
<https://doi.org/10.2174/221029810166621020416263>
3. Hu X., Zeng M., Wang A., Zhu L. et al. // Opt. Express. 2015 V. 23. № 20. P. 26158.
4. Deng H., Huang., He Y., Ye F. // Chinese Physics. B. 2021. V. 30. № 4. P. 044213.
5. Ooi K. J.A., Cheng J.L., Sipe J.E. et al. // APL Photonics. 2016. V. 1. № 4. P. 046101.
<https://doi.org/10.1063/1.4948417>
6. Cox J.D., Garcia de Abajo F.J. // ACS Photonics. 2015. V. 2. № 3. P. 306.
7. Cao J., Kong Y., Gao S., Liu C. // Optics Commun. 2018. V. 406. P. 183.
8. Лепер А.М. // РЭ. 2012. Т. 57. № 11. С. 1160.
<https://doi.org/10.1134/S106422691210004X>
9. Лепер А.М., Иванова И.Н. // РЭ. 2016. Т. 61. № 5. С. 435.
<https://doi.org/10.1134/S1064226916050089>
10. Лепер А.М., Макеева Г.С., Черепанов В.В. // РЭ. 2021. Т. 66. № 6. С. 543.
<https://doi.org/10.31857/S0033849421060188>
11. Hanson G.W. // J. Appl. Phys. 2008. V. 103. № 6. P. 064302.
12. Cheng J.L., Vermeulen N., Sipe J. // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. № 23. P. 235320.
13. Mikhailov S.A. // Phys. Rev. B. 2016. V. 93. № 8. P. 085403.
14. Лепер А.М., Иванова И.Н., Макеева Г.С., Черепанов В.В. // Оптика и спектроскопия. 2021. Т. 129. № 3. С. 342.
15. Cox J.D., Garcia de Abajo F.J. // Accounts Chemical Research. 2019. V. 52. № 9. P. 2536.
16. Lerer A.M., Makeeva G.S., Cherepanov V.V. // Mater. 2020 Int. Conf. Actual Problems of Electron Devices Engineering (APEDE). Saratov. 24–25 Sept. N.Y.: IEEE, 2020. P. 269.
<https://doi.org/10.1109/APEDE48864.2020.9255492>

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.01

О “СВЕРХСВЕТОВОМ” РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА В РЕЗОНАНСНО-ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ГАЗОВОЙ СРЕДЕ

© 2023 г. Г. М. Стрелков^а, *, Ю. С. Худышев^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: strelkov@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 04.01.2022 г.

После доработки 24.03.2022 г.

Принята к публикации 31.03.2022 г.

На основе непосредственного и без упрощающих допущений вычисления интеграла Фурье выполнен анализ процесса прохождения терагерцевых импульсов со шляповидной огибающей и огибающей Ван Бладела через слой резонансно-поглощающей среды, описываемой моделью Друде–Лоренца. Показано, что до окончания временного отрезка, предписываемого уравнениями Максвелла, излучение на выходе из слоя отсутствует, т.е. эффекта “сверхсветового” распространения электромагнитного импульса через резонансно-поглощающую среду интеграл Фурье не содержит. Предложена альтернативная интерпретация смещения к началу импульса максимума огибающей, выходящего из слоя излучения при малых оптических глубинах (~ 1) слоя на резонансной частоте среды.

DOI: 10.31857/S0033849423010126, EDN: CEQHXC

ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия опубликованы многочисленные исследования, авторы которых трактуют свои теоретические и/или экспериментальные (см., например, [1–17]) результаты как обоснование или обнаружение возможности как сверхсветовых, так и досветовых скоростей распространения электромагнитных импульсов в различных средах. На этой основе далее развились представления о “быстром” и “медленном” свете и стали анализироваться возможности управления скоростью распространения импульсов (см., например, [10, 16]).

В целом теоретический вывод о сверхсветовом распространении электромагнитного импульса заведомо противоречив. Во-первых, для его получения во всех случаях привлекается интеграл Фурье, неизменно вычисляемый в том или ином приближении, т.е. после выполнения заведомо нетождественных преобразований подынтегрального выражения. В качестве такового наиболее часто применяется первое приближение теории дисперсии, на основе которого сформировано понятие групповой скорости распространения электромагнитных импульсов в диспергирующих средах (см., например, [18]). Во-вторых, сам по себе интеграл Фурье – только промежуточный этап описания процесса распространения, поскольку является решением совокупности уравнений, включаю-

щей волновое уравнение для поля в среде и материальное уравнение для движения частиц среды под воздействием поля. В свою очередь, волновое уравнение есть прямое следствие уравнений Максвелла, которые ограничивают скорость распространения электромагнитных возмущений скоростью света.

Что касается работ, описывающих данные экспериментов, то анализ показывает, что содержащийся в них вывод об обнаружении “сверхсветовой” скорости распространения во всех случаях не основан на рассмотрении полученного временного хода огибающей поля на приемном конце трассы в целом. За результат эксперимента всегда принимается взаимное расположение на временной оси максимума огибающей (интенсивности) излучения, регистрируемого приемником, и максимума огибающей (интенсивности) контрольного импульса, на распространение которого среда влияния не оказывает. При этом предварительно обе временные кривые приводятся к одинаковой высоте максимумов, что фактически означает сопоставление импульсов с различающимися энергиями. Последнее не может рассматриваться как заведомо приемлемое.

Целью данной работы является краткое изложение результатов анализа процесса прохождения электромагнитного импульса через слой резонансно-поглощающей среды на основе вычисления интеграла Фурье, выполняемого без введения каких-

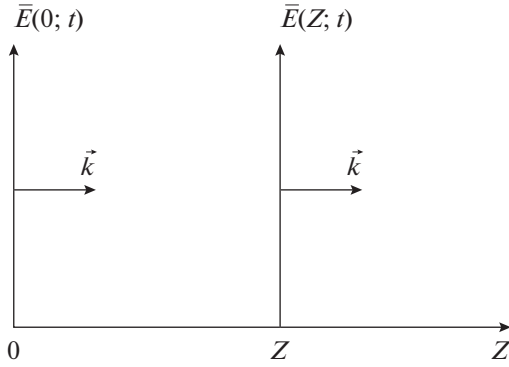


Рис. 1. Геометрия задачи.

либо предварительных упрощений подынтегрального выражения, и оценка степени соответствия утверждений о возможности “сверхсветовых” скоростей распространения теории электромагнитного поля. Результаты частично изложены в [19].

1. ГЕОМЕТРИЯ ЗАДАЧИ И РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим геометрию задачи (рис. 1). Пусть резонансно-поглощающая среда заполняет полупространство $z \geq 0$. На его границу $z = 0$ падает поперечная импульсная волна с волновым вектором $\vec{k}$ и напряженностью поля $\vec{E}(0; t)$, t – время. Поле распространяющегося в среде импульса воздействует на поглощающие молекулы и инициирует возникновение пространственно-временных вариаций поляризации среды и, как следствие, ее излучение (см., например, [20, 21]). Поле излучения среды интерферирует с полем проходящего импульса, так что на расстоянии Z от границы полупространства напряженность поля поперечной импульсной волны $\vec{E}(Z; t)$ является результатом когерентного сложения указанных полей разного происхождения.

Общее выражение для интеграла Фурье, который описывает напряженность суммарного поля излучения, имеет вид [18]

$$\vec{E}(Z; t') = \frac{1}{2\pi} \times \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_E(\omega) \exp\left(-i\frac{\omega}{c}(\tilde{n}(\omega) - 1)Z\right) \exp(i\omega t') d\omega, \quad (1a)$$

где $t' = t - Z/c$; c – скорость света; $\omega = 2\pi f$; f – частота; $\tilde{n}(\omega)$ – комплексный показатель преломления среды; $\tilde{S}_E(\omega)$ – комплексный спектр напряженности поля на границе полупространства $\vec{E}(0; t)$. При описании взаимодействия излучения с газовой средой моделью Друде–Лоренца [22],

принимаемой практически во всех исследованиях, имеем [18]

$$\tilde{n}(\omega) = 1 + \frac{\omega_0^2}{2} \frac{\omega_{ij}^2 - \omega^2}{(\omega_{ij}^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2} - i \frac{\omega_0^2}{2} \frac{2\delta\omega}{(\omega_{ij}^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2},$$

где $\omega_0^2 = 4\pi N e^2 / m$; N – объемная плотность поглощающих молекул, e и m – заряд и масса электрона; $\omega_{ij} = 2\pi\nu_{ij}$; $\delta = 2\pi\delta\nu$; $\delta\nu$ – полуширина спектральной линии; ν_{ij} – резонансная частота.

Чтобы формула (1a) содержала параметры конкретной спектральной линии, преобразуем ее с привлечением принципа соответствия, аналогично тому, как это выполнено в [23]. Тогда вместо формулы (1a) получим

$$\begin{aligned} \tilde{E}(Z; t') &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{S}_E(\omega) \times \\ &\times \exp(-i\Delta\Phi(\omega) - \tau(\omega)/2 + i\omega t') = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{S}_E(\omega) \exp(i\omega t') \times \\ &\times \exp\left(-\frac{i\tau(\nu_{ij})\delta\omega(\omega_{ij}^2 - \omega^2)}{(\omega_{ij}^2 - \omega^2)^2 + 4(\delta)^2 \omega^2} - \frac{2\tau(\nu_{ij})(\delta)^2 \omega^2}{(\omega_{ij}^2 - \omega^2)^2 + 4(\delta)^2 \omega^2}\right), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\tau(\nu_{ij}) = \gamma(\nu_{ij})Z$ и $\gamma(\nu_{ij})$ – оптическая глубина слоя среды толщины Z и коэффициент поглощения (по мощности) среды на резонансной частоте; $\Delta\Phi(\omega)$ и $\tau(\omega)$ – частотные зависимости дополнительного набега фазы волны в слое и его оптической глубины. Таким образом, согласно (16) для нахождения временного хода поля $\tilde{E}(Z; t')$ теперь достаточно задавать только оптическую глубину пути Z на резонансной частоте среды, но не величины определяющих ее сомножителей в отдельности.

Представленные ниже результаты являются следствиями формулы (16) для импульса со шляповидной огибающей (далее – шляповидный импульс):

$$\begin{aligned} \tilde{E}(0; t) &= A_0 \exp(i\omega' t) / \left(1 + (t/t_n)^2\right) = \\ &= A(0; t) \exp(i\omega' t), \quad |t| < \infty, \end{aligned} \quad (2)$$

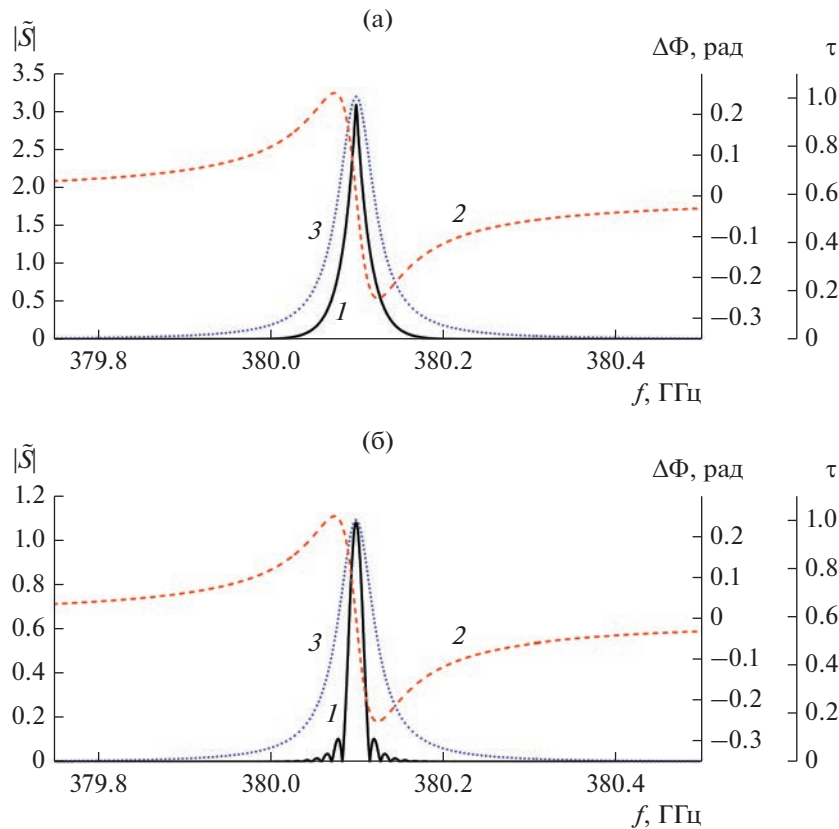


Рис. 2. Амплитудные спектры (кривые 1) и частотные зависимости дополнительного набег фазы $\Delta\Phi(\omega)$ (кривые 2) и оптической глубины слоя $\tau(\omega)$ (кривые 3) шляповидного импульса (а) и импульса Ван Бладела (б) при $f' = \nu_{ij} = 380.1$ ГГц; $d\nu = 0.025$ ГГц; $\tau(\nu_{ij}) = 1$: а) $A_0 = 1$, $t_{ii} = 10^{-8}$ с; б) $A_0 = 1.787$, $t_{ii} = 10^{-7}$ с.

и импульса с огибающей Ван Бладела (далее — импульс Ван Бладела):

$$\begin{aligned} \tilde{E}(0;t) &= A_0 \exp\left(-\frac{(t_{ii})^2}{4t(t_{ii}-t)}\right) \exp(i\omega't) = \\ &= A(0;t) \exp(i\omega't), \quad 0 \leq t \leq t_{ii}. \end{aligned} \quad (3)$$

У первого импульса — бесконечно протяженные крылья, второй имеет конечную длительность; $A(0;t)$ — их огибающие. Соответственно, в первом случае величина t_{ii} определяет моменты времени, при которых высота огибающей поступающего в среду импульса уменьшается в два раза по сравнению со своим максимумом при $t = 0$, и во втором — его длительность.

На рис. 2а, 2б совместно изображены частотные характеристики среды $\Delta\Phi(\omega)$ и $\tau(\omega)$ и импульсов $|\tilde{S}_E(\omega)|$ соответственно шляповидного и Ван Бладела. Значения параметров указаны в подписи и выбраны так, что: а) при выбранных величинах A_0 начальные энергии обоих импульсов нормированные на t_{ii} одинаковы и равны 1.570; б) частотный интервал, приходящийся на центральный максимум амплитудного спектра импульсов (кривые 1), находится в пределах

участка кривых 2, изображающих дополнительный набег фазы, с отрицательным частотным градиентом. Последнее условие принимается во всех публикациях, посвященных анализу “сверхсветового” распространения. При ширине линии 0.05 ГГц среднеквадратическая ширина кривых 1 составляет ~11.3 МГц (см. рис. 2а) и ~5.6 МГц (см. рис. 2б). Несущая импульсов $f' = 380.1$ ГГц принадлежит терагерцевому диапазону и совпадает с резонансной частотой ν_{ij} интенсивной линии поглощения атмосферного водяного пара.

2. ДЕФОРМАЦИЯ ОГИБАЮЩЕЙ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ

Примеры рассчитанных по (16) полей приведены на рис. 3 и наглядно отвечают на вопрос о степени соответствия представления о “сверхсветовой” скорости электромагнитного импульса в резонансно-поглощающей среде интегралу Фурье. Значения параметров здесь те же, что и на рис. 2; кривые 1 изображают огибающие контрольных импульсов и кривые 2 — огибающие излучения $\tilde{E}(Z;t)$, пересекающего плоскость $z = Z$.

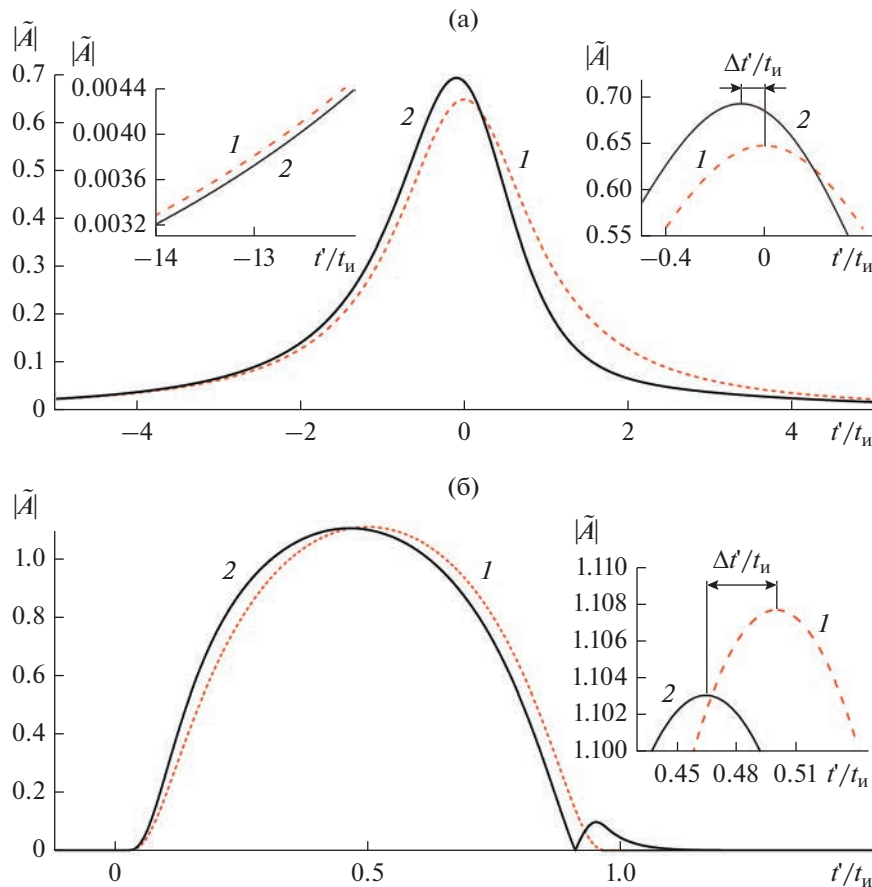


Рис. 3. Огибающие поля излучения при $z = 0$ (кривые 1) и $z = Z$ (кривые 2) для шляповидного импульса (а) и импульса Ван Бладела (б) (значения параметров те же, что и для рис. 2); на вставках — увеличенный масштаб.

Энергия контрольного импульса в обоих случаях приведена к энергии выходящего излучения.

Рисунок 3а соответствует случаю шляповидного импульса. На вставке справа в увеличенном масштабе показана область максимумов кривых 1 и 2. Как и обнаружено в многочисленных экспериментах (см. выше) при $\tau(v_{ij}) \leq 1$, максимум кривой 2 опережает максимум кривой 1. На рисунке опережение составляет $\Delta t' \approx 0.094 t_n$. На вставке слева — фрагменты передних крыльев кривых 1 и 2. Как видим, огибающая выходящего из слоя излучения следует за огибающей контрольного импульса, т.е. контрольный импульс начинает пересекать плоскость $z = Z$ раньше импульса, описываемого интегралом Фурье (см. формулу (16)), как и должно быть. При обсуждении экспериментальных данных этот аспект неизменно не рассматривается. К аналогичному выводу приводят кривые 1 и 2 на рис. 3б, отвечающие уже импульсу Ван Бладела. Согласно вставке на рисунке, соотношение между абсциссами их максимумов сохраняется таким же, что и на рис. 3а при $\Delta t' \approx 0.035 t_n$. Однако у обеих кривых отсутствуют

участки, которые указывали бы на приход какой-то доли соответствующей им энергии излучения до момента времени $t' = 0$ (или $t = Z/c$), что и следовало ожидать.

Рисунку 3 соответствует оптическая глубина $\tau(v_{ij}) = 1$, при которой, как можно видеть, импульсы практически не деформируются. На рис. 4 и 5 представлены совокупности пар кривых, аналогичных изображенным на рис. 3а и 3б, при значениях параметра $\tau(v_{ij})$ вплоть до 20. Каждая пара содержит огибающую контрольного импульса при $z = 0$ (пунктирные кривые) и огибающую излучения при $z = Z$ (сплошные кривые). Энергия контрольного импульса во всех случаях приведена к энергии поля $\tilde{E}(Z; t)$, которая с ростом $\tau(v_{ij})$ монотонно уменьшается. Можно видеть, что увеличение оптической глубины сопровождается нарастанием искажений огибающей исходного импульса, но не ее нарастающим сдвигом в сторону меньших значений t' . В обоих случаях искажения огибающих проявляются как возникновение дополнительных максимумов поля в пределах временных интервалов с наибольшими скоростями

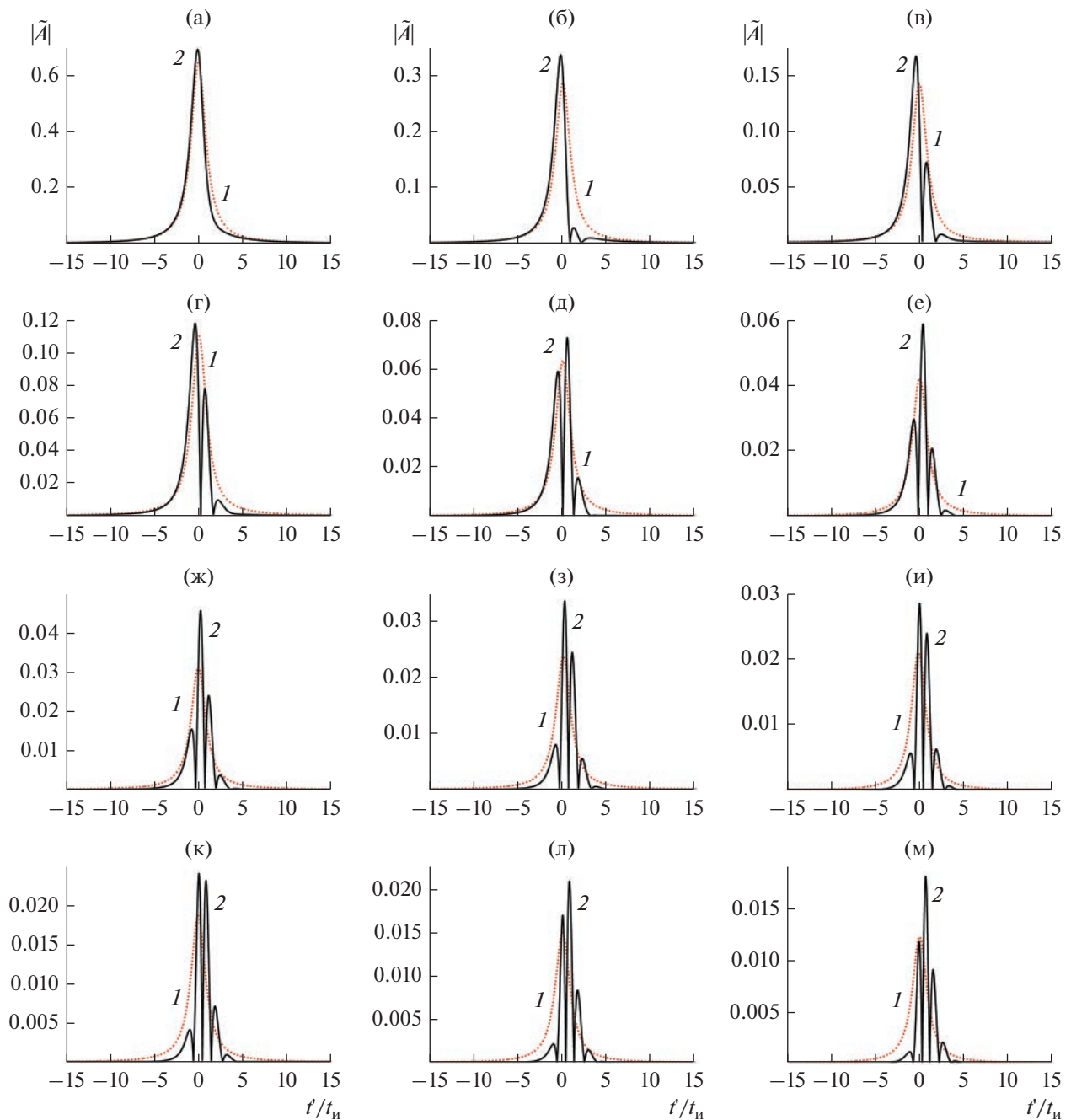


Рис. 4. Огибающие шляповидного импульса при $z = 0$ (кривые 1) и $z = Z$ (кривые 2) при $\tau(v_{ij}) = 1$ (а); 3 (б); 5 (в); 6 (г); 8 (д); 10 (е); 12 (ж); 14 (з); 15 (и); 16 (к); 18 (л); 20 (м) (остальные параметры те же, что и для рис. 2).

изменений величины поля в среде и, следовательно, ее поляризации (см., например, [24]). Последняя взаимосвязь особенно выразительно проявляется на рис. 5 как последовательное формирование двух групп максимумов поля в начале и конце импульса Ван Бладеля (см. рис. 5ж–5м, кривые 2) при малых величинах поля между ними.

Дополнительное обоснование противоречивости вывода о возможности “сверхсветового” распространения получим, анализируя еще одну ха-

рактеристику поля излучения при $z = Z$, а именно положение центра тяжести его огибающей $t_{цт}$ на временной оси. Для импульса (2) имеем

$$t_{цт1}(\tau(v_{ij})) = \int_{-\infty}^{\infty} t' |\tilde{E}(\tau, t')|^2 dt' / \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{E}(\tau, t')| dt', \quad (4)$$

соответствующее выражение для импульса (3) $t_{цт2}(\tau(v_{ij}))$ получаем заменой нижних пределов интегрирования в (4) на нуль.

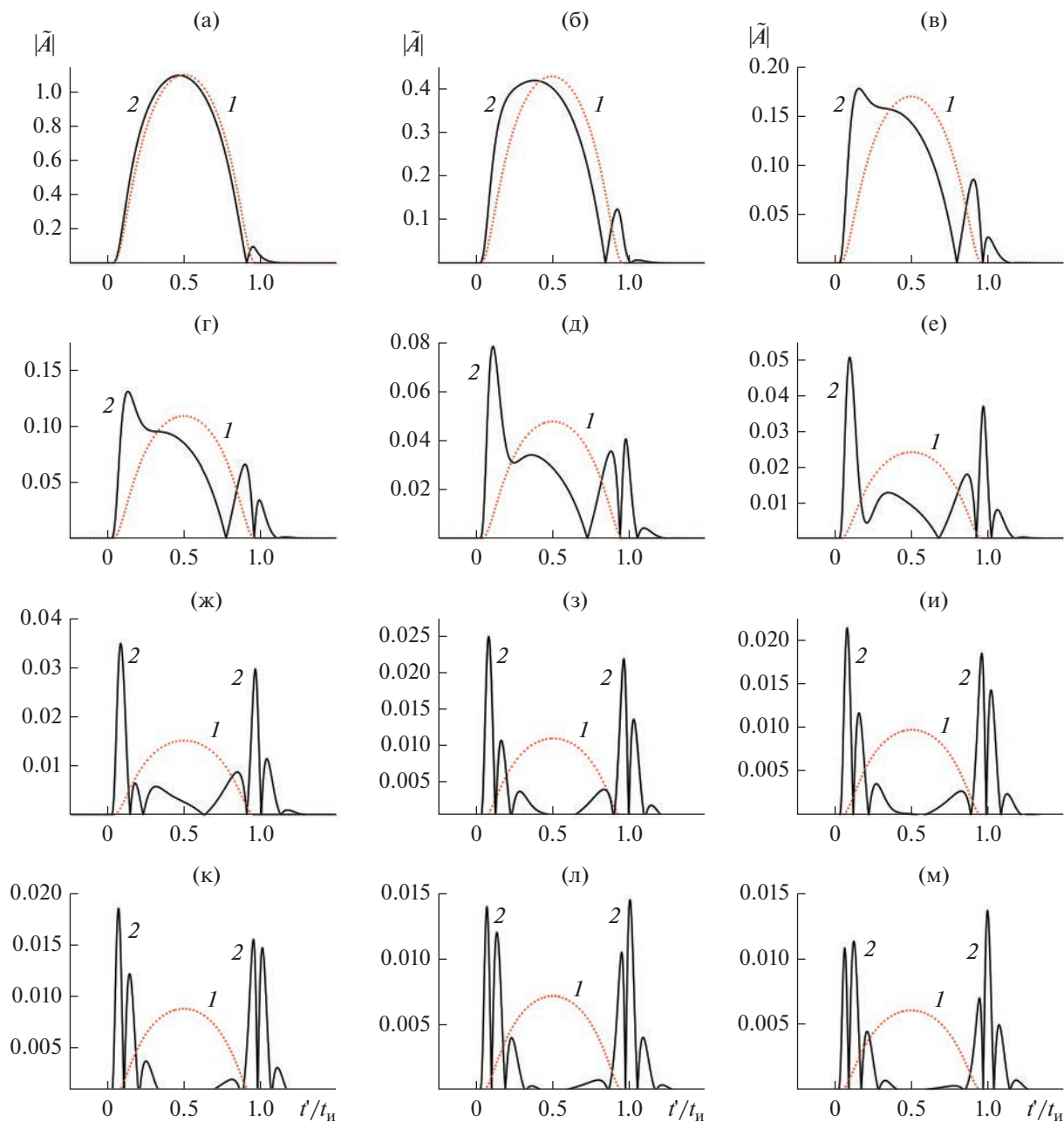


Рис. 5. Огибающие импульса Ван Бладела при $z = 0$ (кривые 1) и $z = Z$ (кривые 2) при $\tau(v_{ij}) = 1$ (а); 3 (б); 5 (в); 6 (г); 8 (д); 10 (е); 12 (ж); 14 (з); 15 (и); 16 (к); 18 (л); 20 (м) (остальные параметры те же, что и для рис. 2).

На рис. 6 приведены полученные последовательным применением формул (16) и (4) зависимости от $\tau(v_{ij}) \leq 20$ нормированных величин

$$\bar{t}_{\text{цт1}}(\tau(v_{ij})) = t_{\text{цт1}}(\tau(v_{ij}))/t_n \quad \text{и} \\ \bar{t}_{\text{цт2}}(\tau(v_{ij})) = t_{\text{цт2}}(\tau(v_{ij}))/t_n - 0.5.$$

Пунктирная горизонталь определяет соответствующие величины для контрольных импульсов. Как видим, при возрастании оптической глубины смещение положения центров тяжести в сторону отрицательных значений вначале замедляется, а

затем сменяется на противоположное. Однако возрастание величины $\tau(v_{ij})$ равносильно увеличению пути Z и в соответствии с представлением о “сверхсветовых” скоростях должно было бы сопровождаться на рис. 6 монотонным убыванием величин центров тяжести обоих импульсов. Кроме того, согласно рис. 6 положение центра тяжести зависит от формы огибающей импульсной волны, падающей на границу полупространства. Первое приближение теории дисперсии такой зависимости не содержит в принципе.

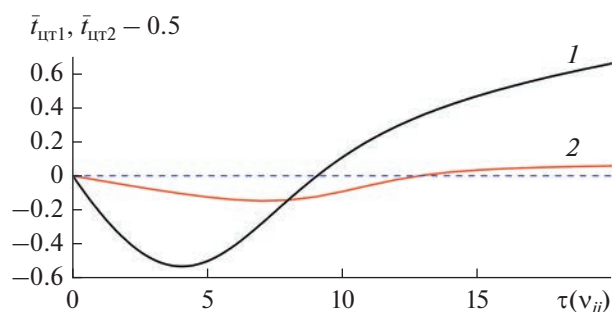


Рис. 6. Смещение центра тяжести огибающей излучения, выходящего из слоя, для шляповидного импульса (кривая 1) и импульса Ван Бладела (кривая 2) при возрастании оптической глубины $\tau(v_{ij})$ (значения параметров те же, что и на рис. 2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен анализ процесса распространения электромагнитного импульса в резонансно-поглощающей газовой среде на основе прямого и без введения упрощающих допущений вычисления интеграла Фурье. Взаимодействие поля импульса со средой описывается моделью Друде–Лоренца. Ширина резонансной линии поглощения многократно превышает среднеквадратическую ширину спектра импульсов. Для случаев импульса со шляповидной огибающей, имеющего бесконечно протяженные крылья, и импульса с огибающей Ван Бладела, имеющего конечную длительность, при рассмотренных значениях параметров задачи, показано: интеграл Фурье не содержит и не может являться источником доказательств возможности существования “сверхсветовых” скоростей распространения электромагнитных импульсов в резонансно-поглощающей среде.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Peatross J., Glasgow S.A., Ware M. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. № 11. P. 2370.
2. Agarwal G.S., Dey T.N., Menon S. // Phys. Rev. A. 2001. V. 64. № 5. P. 053809.
3. Бухман Н.С. // ЖТФ. 2002. Т. 72. № 1. С. 136.
4. Акульшин А.М., Чиммино А., Онам Дж.И. // Квантов. электроника. 2002. Т. 32. № 7. С. 567.
5. Macke B., Segard B. // Eur. Phys. J. 2003. D23. P. 125.
6. Stenner M.D., Gauthier D.J., Neifeld M.A. // Nature. 2003. V. 425. № 6959. P. 695.
7. Tanaka H., Niwa H., Hayami K. et al. // Phys. Rev. A. 2003. V. 68. № 5. P. 053801.
8. Talukder A.I., Tomita M. // Phys. Rev. A. 2005. V. 72. № 5. P. 051802.
9. Guo W. // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. № 1. P. 016605.
10. Boyd R.W., Narum P. // J. Mod. Optics. 2007. V. 54. № 16–17. P. 2403.
11. Bianucci P., Fietz C.R., Robertson J.W. et al. // Phys. Rev. A. 2008. V. 77. № 5. P. 053816.
12. Shakhmurov R.N., Odeurs J. // Phys. Rev. A. 2008. V. 77. № 3. P. 033854.
13. Boyd R.W. // J. Mod. Optics. 2009. V. 56. № 18–19. P. 1908.
14. Boyd R.W., Gauthier D.J. // Science. 2009. V. 326. P. 1074.
15. Withayachumnankul W., Fischer B.M., Ferguson B. et al. // Proc. IEEE. 2010. V. 98. № 10. P. 1775.
16. Akulshin A.M., McLean R.J. // J. Optics. 2010. V. 12. P. 104001.
17. Бухман Н.С. // РЭ. 2021. Т. 66. № 3. С. 209.
18. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. С. 90.
19. Стрелков Г.М., Худышев Ю.С. // Докл. VII Всерос. микроволн. конф. Москва. 25–27 нояб. 2020. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 2020. С. 315.
20. Тюхтин А.В. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 8. С. 121.
21. Архипов Р.М., Архипов М.В., Толмачев Ю.А. // Оптика и спектроскопия. 2012. Т. 112. № 2. С. 268.
22. Памятных Е., Туров Е.А. Основы электродинамики материальных сред в переменных и неоднородных полях. М.: Физматлит, 2000.
23. Жевакин С.А., Наумов А.П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1963. Т. 6. № 4. С. 674.
24. Левич В.Г. Курс теоретической физики. М.: Наука, 1969. Т. 1. С. 111.

**АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
СИСТЕМЫ**

УДК 621.396.67

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ЛИНЕЙНОЙ БИФОКАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ**© 2023 г. С. Е. Банков^a, *, Е. В. Фролова^a, В. И. Калинин^a^a *Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация*

*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.03.2021 г.

После доработки 24.03.2021 г.

Принята к публикации 30.04.2021 г.

Рассмотрена сфокусированная в зоне Френеля бифокальная линейная решетка вытекающей волны. Параметры структуры обеспечивают идеальную фокусировку поля в двух точках, соответствующих двум разным частотам. В рамках приближенной теории антенных решеток проведен анализ бифокальной решетки, исследованы форма дуги частотного сканирования и распределение поля в фокальном пятне. Для плосковой решетки с щелевыми излучателями выполнено электродинамическое моделирование. Представлены параметры рассеяния решетки и ее характеристики излучения. Обсуждаются особенности конструкции полосковой антенны, обеспечивающие уменьшение влияния эффекта нормали. Приведены результаты экспериментального исследования полосковой бифокальной решетки. Показана возможность реализации симметричной дуги сканирования и достижения низкого уровня оптических аберраций.

DOI: 10.31857/S0033849423010011, EDN: CCCGFN

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Антенные решетки, сфокусированные в зоне Френеля, активно исследуются в последнее время. Интерес к ним обусловлен перспективными применениями в системах радиоидентификации, неразрушающего контроля, передачи энергии, медицине и т.д. [1–6]. Среди таких решеток выделяются решетки с частотным сканированием, принадлежащие к классу антенн бегущей волны [6, 7, 9–12]. Излучающие структуры этого типа не используют управляемые или активные элементы и, следовательно, они сочетают сравнительно малую стоимость с электронным сканированием направления излучения, возникающим при изменении частоты сигнала.

Для фокусировки излучения в зоне Френеля могут быть использованы различные виды антенн бегущей волны, среди которых можно выделить изогнутый волновод [7], радиальную линию [8], прямолинейный нерегулярный волновод с переменной постоянной распространения [9, 10], а также волновод с переменным периодом расположения излучателей [11, 12]. В работах [9, 10] режим частотного сканирования был исследован для случая линейной антенны вытекающей волны на основе плоского волновода с непрерывной продольной щелью переменной ширины. Сфокусированная двумерная волноводно-щелевая ре-

шетка с излучателями из парных продольных щелей в широкой стенке волновода была исследована в [11, 12].

Интересным применением антенн, способных фокусировать поле в зоне Френеля, является обзор некоторой области пространства и построение ее радиояркостной картины. Антенны бегущей волны весьма перспективны для этих целей в силу их сравнительно малой стоимости и возможности электронного сканирования, что выгодно отличает их от очень дорогих фазированных антенных решеток. Отметим, что качество радиоизображения критически зависит от фазовых аберраций и формы дуги сканирования — траектории, вдоль которой движется фокальное пятно при изменении частоты.

Антенны, исследованные в работах [7–12], принадлежат к классу однофокальных структур. Они имеют одну точку идеальной фокусировки на центральной частоте диапазона сканирования. При изменении частоты фокальное пятно движется вдоль дуги сканирования. Идеальная фокусировка на всех частотах рабочего диапазона не может быть достигнута, что ведет к появлению аберраций. Типовая структура однофокальной антенны также не позволяет управлять формой дуги сканирования, так как заданное положение фокуса может быть обеспечено только на одной частоте. В результате в вариантах, рассмотренных

в работах [9, 11], дуга сканирования имеет несимметричную относительно центра решетки форму, что неудобно для построения радиоизображения.

Вообще говоря, в оптимальном варианте система радиовидения требует использования двумерных сфокусированных антенн. Однако применение одномерных решеток также возможно, например, как части креста Милса [13], состоящего из двух линейных решеток. Кроме того, следует отметить, что при проектировании одномерных и двумерных решеток сталкиваются с решением сходных проблем, связанных с уменьшением aberrаций и коррекцией формы дуги сканирования. Поэтому детальное исследование на первом этапе более простой одномерной решетки выглядит логичным и обоснованным.

Данная работа является продолжением [14], в которой предложена линейная решетка с двумя точками фокусировки и обсуждаются вопросы ее синтеза и в меньшей степени анализа. Основное внимание в предлагаемой работе уделяется электродинамическому моделированию решетки и ее экспериментальному исследованию. Моделирование выполнено в рамках приближенной элементарной теории антенных решеток [15], не учитывающей эффекты взаимного влияния излучателей, и при помощи строгого численного решения граничной задачи в системе HFSS (<https://ansys.com>).

Отметим, что предложенная в работе [14] методика позволяет синтезировать решетку в общем виде, не определяя конструкции линии передачи и вида элементарного излучателя. Результатом синтеза служат обобщенные параметры структуры: коэффициенты замедления отрезков линий передачи, соединяющих соседние излучатели, и расстояния между ними. Для выполнения электродинамического анализа и экспериментального исследования необходимо определить конструкции всех элементов решетки. В качестве линии передачи была выбрана симметричная полосковая линия, а в качестве излучателей — направленные вдоль оси решетки продольные щели.

2. СИНТЕЗ СТРУКТУРЫ

Синтезируемая решетка схематично показана на рис. 1. Она состоит из линии передачи длиной L , направленной вдоль оси Oy , и последовательно включенных в нее излучателей, которые располагаются вдоль оси апериодически, причем расстояние между $n-1$ и n -м излучателями обозначено как P_n . В рамках методики синтеза [14] единая линия передачи рассматривается как последовательность отрезков линий, соединяющих соседние излучатели. При этом предполагаем, что отрезки линий имеют разные постоянные распространения γ_n .

Более удобным параметром, описывающим линию передачи, является ее коэффициент за-

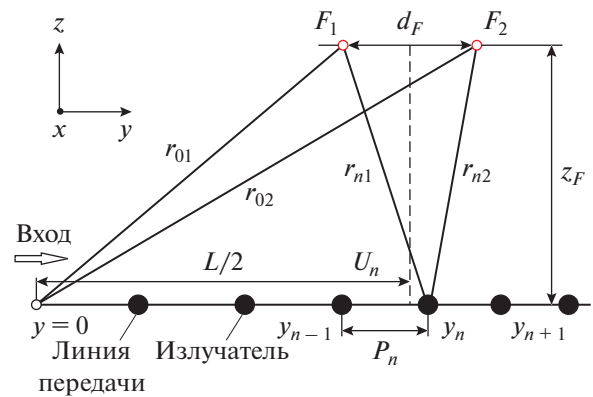


Рис. 1. Схема бифокальной решетки.

медления $U_n = \gamma_n/k$, где k — волновое число свободного пространства, используемый ниже вместо постоянной распространения γ_n . Параметры U_n, P_n определяются в результате синтеза решетки в предположении об отсутствии частотной дисперсии в линии передачи, что означает независимость коэффициента замедления от частоты.

Уравнения синтеза выведены из условия синфазности лучей, исходящих из всех излучателей и приходящих в точки $F_{1,2}$, которые являются фокусами решетки. Они имеют одинаковые координаты z_F по оси Oz и разнесены на расстояние d_F по оси Oy . Фокальное пятно попадает в указанные точки на частотах $f_{1,2}$. Параметры z_F, d_F и $\Delta f = f_2 - f_1$ являются исходными параметрами синтеза.

На рис. 2 представлены результаты синтеза бифокальной решетки для $d_F = 320, 340, 360, 380, 400$, $\Delta f = 1.4$ ГГц (рис. 2а), и для $\Delta f = 1.6, 1.4, 1.2, 1.0$ ГГц, $d_F = 320$ (рис. 2б). Все размеры здесь и далее приводятся в миллиметрах.

Из рис. 2а, 2б хорошо видна одна из главных особенностей бифокальной антенны, состоящая в том, что для получения двух точек идеальной фокусировки необходимо использование линий передачи с достаточно большим коэффициентом замедления, а это исключает возможность применения полых металлических волноводов с быстрыми волнами.

Говоря о коэффициенте замедления, нужно отметить, что отрезок линии передачи, соединяющий соседние излучатели, необязательно должен быть прямолинейным. Он может быть изогнут таким образом, что длина соединительной линии L_n будет больше расстояния P_n . В этом случае набег фазы на изогнутом участке линии увеличивается в L_n/P_n раз по сравнению с набегом фазы на прямолинейном участке длиной P_n . Этот фактор ниже будем использовать при проектировании полосковой бифокальной решетки.

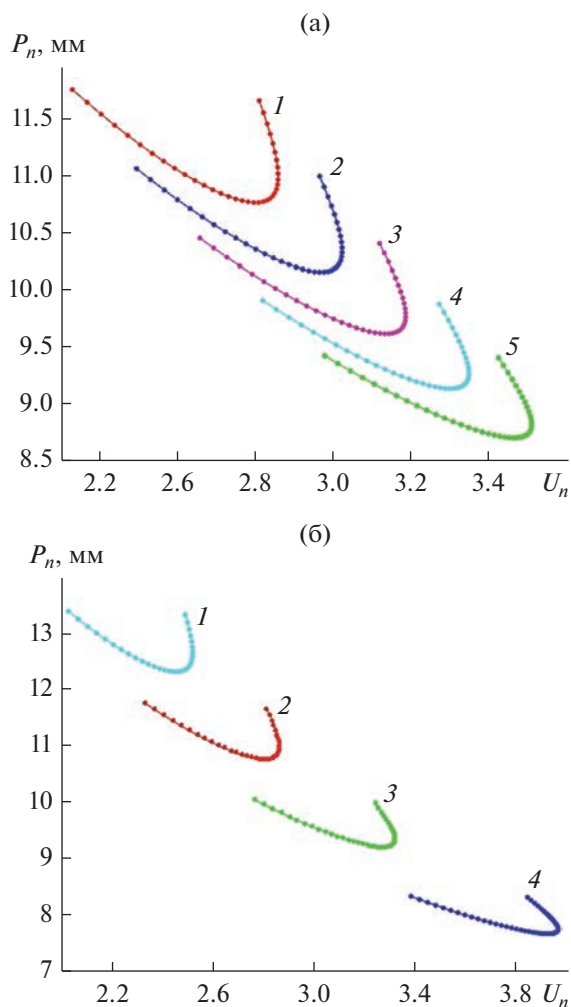


Рис. 2. Результаты синтеза бифокальной решетки: а) $d_F = 320$ (1), 340 (2), 360 (3), 380 (4), 400 (5); б) $\Delta f = 1.6$ (1), 1.4 (2), 1.2 (3), 1.0 ГГц (4).

3. ПРИБЛИЖЕННАЯ МОДЕЛЬ АНТЕННЫ

Как показывает практика разработки сложных антенных структур, для построения эффективного процесса их проектирования необходимо использовать модели разных уровней строгости. Приближенные модели применяются в тех случаях, когда необходимо быстро оценить качественное поведение объекта разработки, понять тенденции и основные зависимости его показателей качества от параметров. Строгие электродинамические модели целесообразно использовать на более поздних этапах, когда необходимы точные количественные оценки.

Построение приближенной модели бифокальной решетки основано на применении элементарной теории, в рамках которой не учитывается взаимодействие излучателей, которые представляются источниками с заданной амплитудой A_n и фазой φ_n . Расположение источников задается

процедурой синтеза решетки, а их фазы следуют из полученных значений коэффициентов замедления:

$$\varphi_n = -k \sum_{m=1}^n U_m P_m, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad \varphi_0 = 0. \quad (1)$$

Амплитудное распределение источников зависит от связи каждого излучателя с линией передачи. В простейшем случае постоянной связи имеет место экспоненциальное распределение:

$$A_n = \exp(-\alpha n), \quad (2)$$

где α — затухание волны на периоде решетки. Оно может быть задано достаточно произвольно. Для эквидистантной решетки, сфокусированной в дальней зоне, известно оптимальное значение затухания, обеспечивающее максимальный коэффициент использования поверхности антенны [16].

Следует отметить, что выбор конкретного значения параметра α не имеет большого значения для построения приближенной модели, так как он относительно слабо влияет на расположение фокального пятна, которое преимущественно определяется фазовым распределением (1). От амплитудного распределения зависит общая излученная мощность, а также распределение поля в фокальном пятне. Приближенная теория описывает эти характеристики с погрешностью вне зависимости от точности задания затухания. Основная цель построения приближенной модели состоит в расчете дуги сканирования. Как будет показано ниже, она удовлетворительно решает эту задачу.

В качестве излучателя был выбран виртуальный всенаправленный элементарный источник с изотропной диаграммой направленности. Далее, используя функцию Грина свободного пространства, можем рассчитать поле излучения, интенсивность $V(x, y, z)$ которого в скалярном приближении выражается следующим образом:

$$V(x, y, z) = \sum_{n=0}^N A_n \frac{\exp(i\varphi_n - ikr_n(x, y, z))}{r_n(x, y, z)}, \quad (3)$$

$$r_n(x, y, z) = \sqrt{x^2 + (y - y_n)^2 + z^2},$$

где x, y, z — координаты точки наблюдения.

В рамках этих приближений в диапазоне частот 8.5...12.5 ГГц был проведен расчет поля излучения синтезированной решетки длиной $L = 400$ и расстоянием до фокальных точек $z_F = 800$. Расчеты проводились для разных значений параметров d_F и Δf . Центральную частоту $f_0 = (f_1 + f_2)/2$ выбирали равной 10 ГГц. Далее определяли координаты характерных точек, которые затем использовали для нахождения центра фокального пятна. В качестве характерных точек мы использовали точки, в которых достигает максимума функция $rV(r)$, где радиусом r обозначено расстояние от центра решетки до точки наблюдения. Функция $rV(r)$ явля-

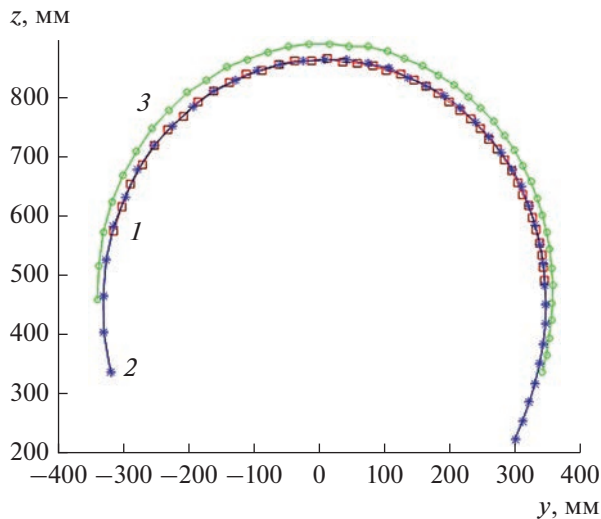


Рис. 3. Дуги сканирования решеток: кривая 1 — $d_F = 320$, $\Delta f = 1.4$ ГГц, 2 — $d_F = 320$, $\Delta f = 1.0$ ГГц, 3 — $d_F = 400$, $\Delta f = 1.4$ ГГц.

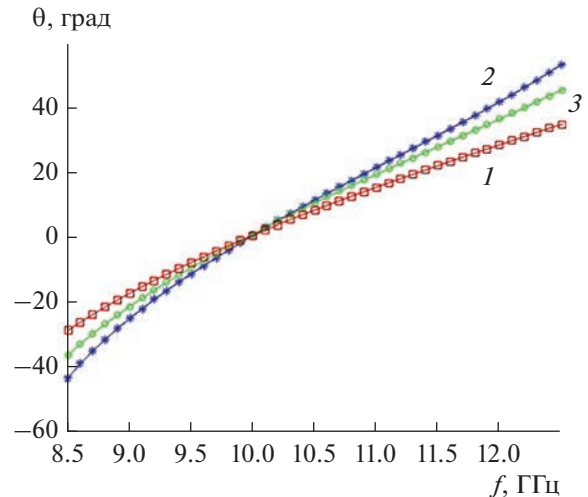


Рис. 4. Зависимость угловой координаты фокальной точки от частоты: кривая 1 — $d_F = 320$, $\Delta f = 1.4$ ГГц, 2 — $d_F = 320$, $\Delta f = 1.0$ ГГц, 3 — $d_F = 400$, $\Delta f = 1.4$ ГГц.

ется аналогом направленности в теории антенн, сфокусированных в дальней зоне. Ее использование для нахождения центра фокального пятна на частотах синтеза $f_{1,2}$ дает координаты, весьма близкие к заданным координатам фокальных точек $F_{1,2}$.

На рис. 3 представлены полученные описанным выше методом дуги сканирования, или фокальные кривые решеток с различными параметрами.

Видно, что фокальные кривые 1, 2 у решеток, отличающихся по параметру Δf и имеющих одинаковые расстояния между фокусами, практически совпали. Такое поведение свидетельствует о том, что форма и размеры дуги сканирования хорошо контролируются на этапе синтеза решетки заданием параметра d_F . Также можно отметить высокую степень симметрии фокальных кривых относительно точки $y = L/2$, являющейся центром решетки.

Сектор сканирования, характеризующий размеры области, в которой с помощью данной решетки можно строить радиоизображение, удобно описывать в полярных координатах r , θ . Начало координат находится в центре решетки, а точка наблюдения лежит в плоскости YOZ . Угол θ меняется в пределах $\pm 90^\circ$. Интересно построить зависимость угловой координаты фокального пятна от частоты, которая представлена на рис. 4. Кривые 1–3 получены для решеток с параметрами, приведенными на рис. 3. Видно, что максимальный сектор сканирования имеет решетка с минимальным параметром $\Delta f = 1.0$ ГГц. Из рис. 2 следует, что возможность расширения сектора сканирования за счет уменьшения параметра Δf ограничена ростом требуемого коэффициента за-

медления. Без использования данного фактора увеличение сектора сканирования возможно за счет расширения диапазона частот.

4. ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИФОКАЛЬНОЙ РЕШЕТКИ

Синтез решетки и построение ее приближенной модели были возможны без детализации конструкции антенны. Выполнение двух следующих этапов исследования требует полного определения ее структуры и параметров. В качестве линии передачи была выбрана симметричная полосковая или просто полосковая линия (ПЛ), а в качестве излучателя — щель в верхнем экране ПЛ.

Элементарная ячейка бифокальной антенны показана на рис. 5. ПЛ выполнена на подложке с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_r . Щель имеет Н-образную форму, которая позволяет осуществлять ее настройку без увеличения длины щели.

Элементарная ячейка содержит изогнутый отрезок ПЛ. Выбор расстояния l_x дает возможность получить требуемое значение коэффициента замедления. Отрезок ПЛ в месте включения щели имеет два небольших шлейфа, предназначенных для согласования щели. Известно, что продольная щель является резонансной структурой, которая может быть описана как параллельный контур, последовательно включенный в линию передачи. На низких частотах его импеданс имеет индуктивный характер, а на высоких — емкостной. Здесь используем относительно короткие щели, у которых резонансная частота лежит выше рабочего

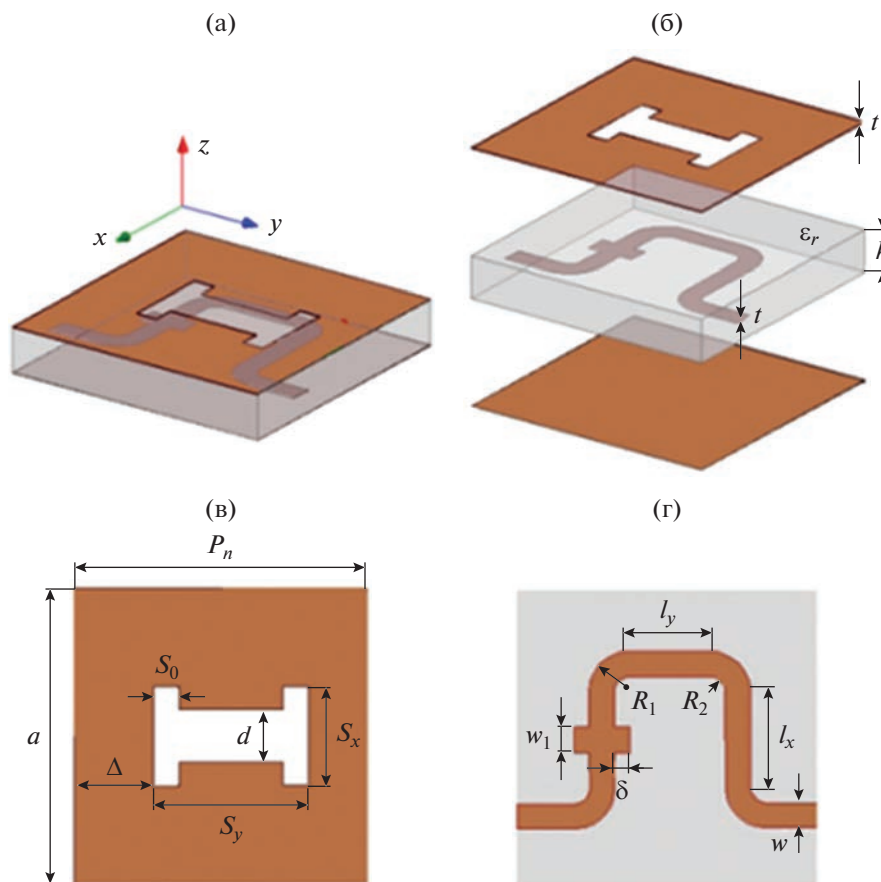


Рис. 5. Элементарная ячейка бифокальной антенны: а — общий вид, б — слои, в — щель, г — полосковая линия.

диапазона частот, что обеспечивает индуктивный импеданс щелей. В то же время короткие шлейфы с нагрузкой типа холостой ход имеют емкостной входной импеданс. Комбинация двух сопротивлений разных знаков позволяет уменьшить общий реактивный импеданс структуры на центральной частоте рабочего диапазона до нуля и за счет этого снизить коэффициент отражения от участка линии, нагруженного щелевым излучателем.

Таким образом, исследуемая волноведущая структура содержит три металлических проводника: полосковый проводник шириной w и два экрана шириной a . Строго говоря, такая линия передачи имеет две основные волны, распространяющиеся без отсечки. Одна из них — рабочая волна ПЛ, вторая — волна плоского волновода, образованного двумя экранами ПЛ. При отсутствии неоднородностей обе волны ортогональны друг другу и распространяются независимо. Однако на нерегулярностях, нарушающих симметрию структуры, таких как щели, волны могут связываться друг с другом. Данная связь негативно сказывается на характеристиках антенны, и поэтому необходимо принять дополнительные меры для ее подавления.

Одним из возможных способов подавления паразитной волноводной волны может быть введение вертикальных металлических стенок при $x = \pm a/2$ и выбор ширины подложки из условия $a < \lambda/2(\epsilon_r)^{1/2}$ (λ — длина волны в свободном пространстве). В этом случае волна плоского волновода преобразуется в нераспространяющуюся волну прямоугольного металлического волновода шириной a , связь с которой не влияет на функционирование антенны.

Мы воспользовались другим способом, состоящим в применении продольных щелей. Волноводная волна имеет исключительно продольные электрические токи, на которые достаточно узкие продольные щели не оказывают заметного влияния. Поэтому связь данной волны со щелями весьма мала. Кроме того, излучающие продольные щели располагались симметрично относительно продольной оси подложки, что дополнительно ослабляет указанную связь, исключая взаимодействие плосковой и волноводной волн.

Для численного моделирования были выбраны следующие параметры решетки: число элементов $N = 36$, $L_0 = 400$, $z_F = 800$, $d_F = 320$, $f_1 = 9.3$ ГГц, $f_2 = 10.7$ ГГц, параметры ПЛ и шлейфов: $\epsilon_r = 2.08$,

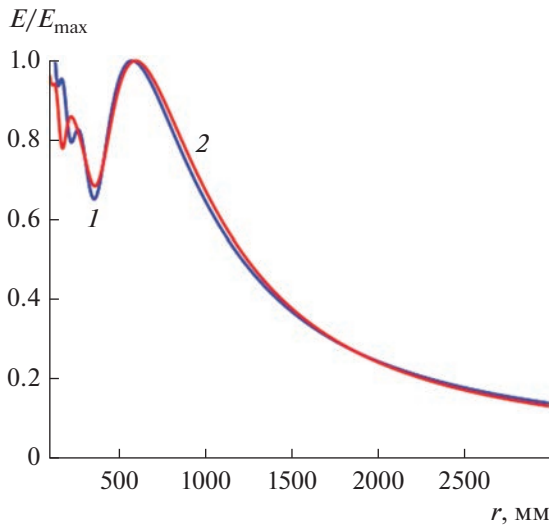


Рис. 6. Нормированное распределение напряженности электрического поля в радиальном направлении на частотах $f = 9.3$ (1) и 10.7 ГГц (2).

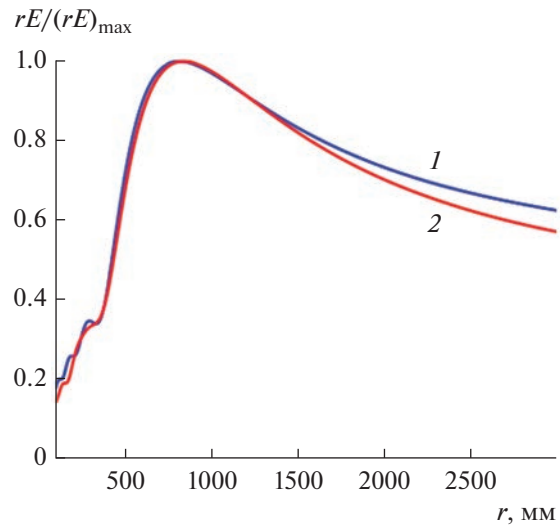


Рис. 7. Нормированное распределение параметра rE в радиальном направлении: получено при моделировании в программе HFSS (1) и в рамках приближенной модели (2).

$h = 2$, $a = 12.0$, $t = 0.03$, $w = 1$, $R_1 = 1.6$, $R_2 = 0.6$, $w_1 = 1$, $\delta = 0.6$, параметры щелей: $s_y = 6.2$, $s_x = 2.5$, $s_0 = 1$, $d = 2$, $\Delta = 3.19$ (см. рис. 5). Длины l_{yn} , l_{xn} сегментов ПЛ были выбраны с использованием параметров P_n , U_n , ($n = 1 : 36$), которые получены в результате синтеза решетки.

На рис. 6 представлены результаты расчета напряженности электрического поля в зависимости от радиальной координаты (см. разд. 3), полученные на частотах $f = 9.3$, 10.7 ГГц, являющихся частотами синтеза решетки, на которых она должна иметь идеальные точки фокусировки с заданными координатами.

Отметим две особенности кривых на рис. 6. Первая состоит в том, что максимум, лежащий при $r = 600$, не является глобальным экстремумом поля, которое может иметь амплитуду, превышающую амплитуду при $r = 600$ или соизмеримую с ней, в непосредственной близости от решетки. Вторая особенность в том, что координаты точки максимума поля не совпадают с координатами фокальных точек $r = 816$, получаемыми в результате синтеза решетки. Обе указанные особенности типичны для линейных фокусирующих структур.

На этапе синтеза мы рассматривали поведение геометрического поля в плоскости YOZ , и поэтому можем обоснованно говорить о точке фокусировки в этой плоскости. Однако такое же поведение поля наблюдается в любой плоскости, проходящей через ось решетки. Из этого следует, что поле концентрируется не в точке, а на дуге окружности с центром на оси решетки (на оси Oy), которая пересекает плоскость YOZ в точке с заданными в ходе синтеза координатами. Полноценную

фокусировку в точку может обеспечить только двумерная структура. В одномерной решетке этого достичь не удастся и, как следствие этого ее свойства, имеет место сравнительно слабая концентрация поля в окрестности фокуса, которое оказывается сопоставимым с полем вблизи решетки.

На рис. 7 представлена зависимость от радиальной координаты функции rE , которая была введена в разд. 3 и которая является аналогом направленности — характеристики антенны, предназначенных для излучения в дальней зоне. Характерным в данной зависимости является устранение особенностей, отмеченных выше. Во-первых, данная функция имеет один четко выраженный экстремум. Во-вторых, он расположен близко к точке геометрического фокуса, задаваемого на этапе синтеза. Указанные факторы позволяют выбрать максимум направленности в качестве критерия для построения дуги сканирования (см. также разд. 3).

На рис. 8 представлена дуга сканирования, полученная в результате обработки рассчитанных распределений поля по строгой и по приближенной моделям (точки и пунктир). Расчет поля проводился на частотах 8.5 , 9 , 9.3 , 9.5 , 10 , 10.5 , 10.7 , 11 , 11.5 , 12 ГГц. Толстой горизонтальной линией показана область, занятая решеткой. Как видно, имеет место почти полное совпадение результатов строгого численного моделирования и расчета по приближенной модели. Поэтому все особенности фокальных кривых, описанные в разд. 3, можем отнести и к кривым, полученным при помощи HFSS.

Для оценки эффективности фокусировки поля интересно построить зависимость его интенсивности, введенной в разд. 3, от угловой координаты

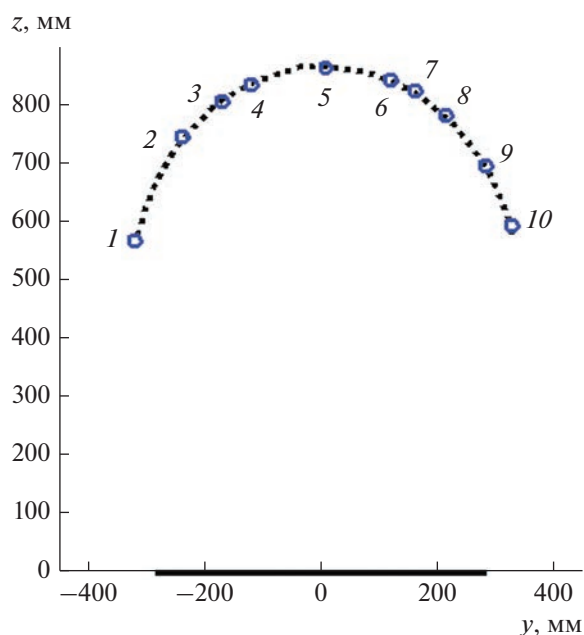


Рис. 8. Дуга сканирования: на частотах 8.5, 9, 9.3, 9.5, 10, 10.5, 10.7, 11, 11.5, 12 ГГц в численных расчетах (точки) и по приближенной модели (пунктир).

наты θ (рис. 9). Пары кривых 1–8 рассчитаны на частотах 8.5, 9, 9.5, 10, 10.5, 11, 11.5, 12 ГГц (сплошные кривые получены при моделировании в программе HFSS, а пунктирные – по приближенной модели). Амплитуда электрического поля нормирована на свое максимальное значение на данной частоте. Можно отметить, что приближенная модель позволяет описать с хорошей точностью положение максимумов поля, что не удивительно, учитывая продемонстрированную выше высокую точность расчета фокальной кривой. Кроме того, она хорошо описывает также и форму распределения поля, поскольку кривые в каждой паре либо весьма близки, либо совпадают с графической точностью. Таким образом, можем сделать вывод, что для оценки таких параметров сфокусированной антенной решетки, как положение фокального пятна, его размеры, уровень боковых лепестков, можно успешно использовать приближенную модель, избегая трудоемких численных расчетов.

Хорошей визуальной иллюстрацией процесса частотного сканирования являются двумерные и трехмерные распределения полей, которые можно получить при моделировании в системе HFSS. На рис. 10 представлены распределения интенсивности электрического поля в плоскости YOZ в центре и на границах сектора сканирования, соответствующие трем различным частотам 10, 8.5 и 12 ГГц.

На рис. 10 хорошо виден и эффект фокусировки поля, и его зависимость от частоты. Фокальное

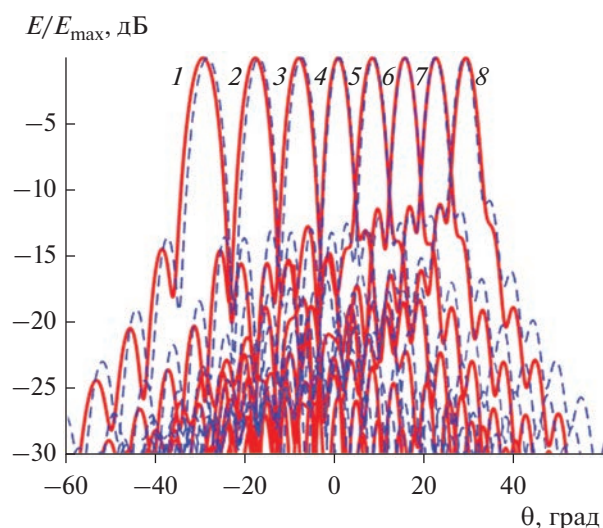


Рис. 9. Нормированное распределение напряженности электрического поля в зависимости от угловой координаты на частотах 8.5 (1), 9 (2), 9.5 (3), 10 (4), 10.5 (5), 11 (6), 11.5 (7), 12 ГГц (8) получено при моделировании в программе HFSS (сплошные кривые) и в рамках приближенной модели (пунктир).

пятно в плоскости сканирования перемещается при изменении частоты. Трехмерные распределения интенсивности поля на трех различных частотах (на частотах точной фокусировки 9.3 и 10.7 ГГц, а также в середине сектора сканирования на частоте 10 ГГц) представлены на рис. 11.

Хорошо видна отмеченная выше особенность фокусировки поля одномерной линейной решеткой, связанная с его концентрацией на дуге, а не в точке, как в случае двумерной фокусирующей системы.

Важной частью анализа решетки является исследование ее как СВЧ-четырёхполюсника. Определение его портов поясняется на рис. 12, на котором представлено схематичное изображение решетки в виде линии передачи с последовательностью нерегулярностей. На рис. 13 показаны элементы матрицы рассеяния этого четырёхполюсника – коэффициент отражения $|S_{11}|$ и коэффициент передачи $|S_{12}|$.

Кривые 1, 2 демонстрируют важные особенности исследуемого объекта. В первую очередь следует отметить, что коэффициент отражения во всем достаточно широком диапазоне частот не превышает значение –12 дБ. Таким образом, в синтезированной решетке удастся избежать резкого роста коэффициента отражения в некотором диапазоне частот. В решетках, сфокусированных в дальней зоне, этот эффект получил название эффекта нормали [16], поскольку он наблюдается в режиме излучения в направлении нормали к оси решетки.

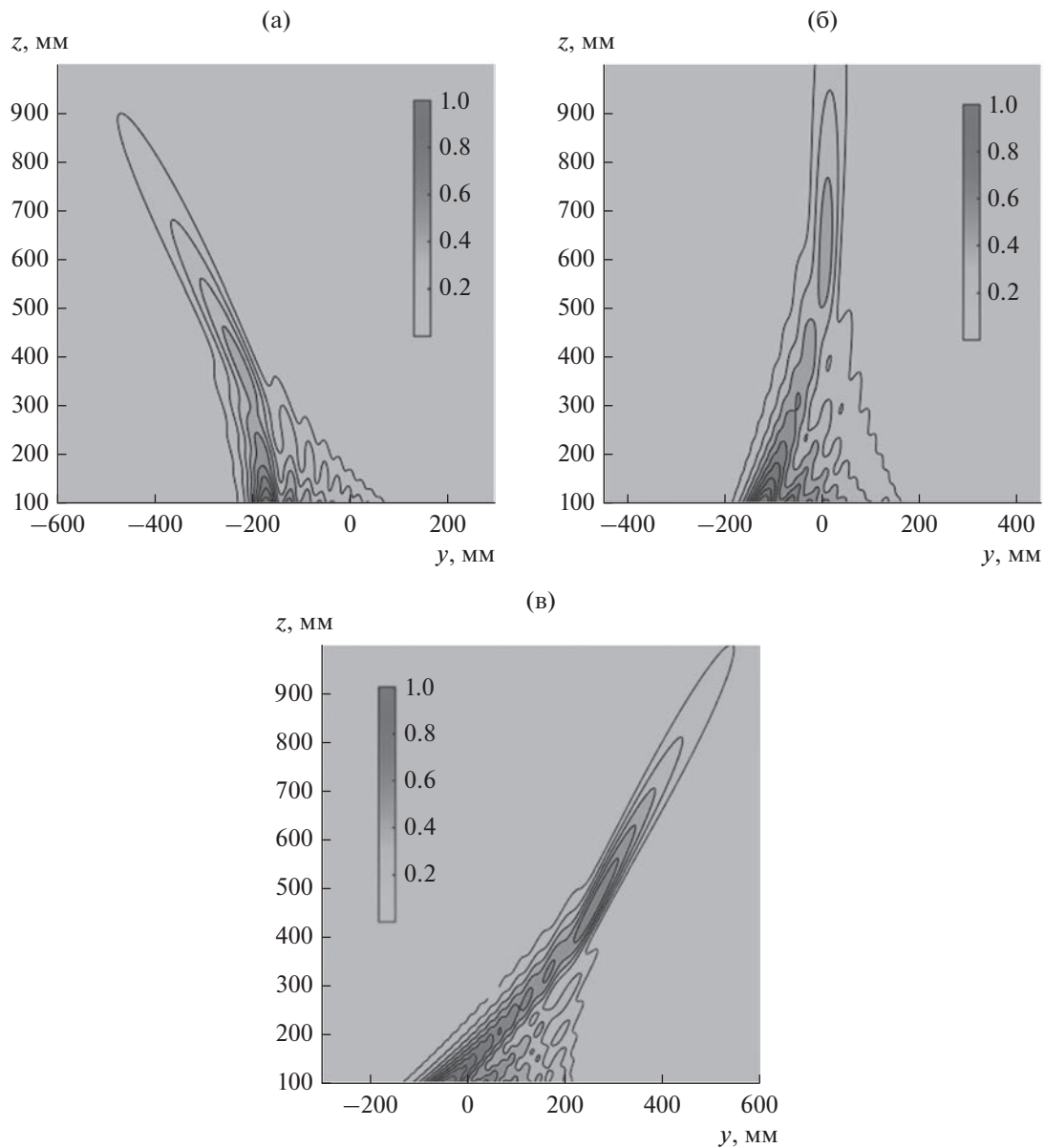


Рис. 10. Распределения интенсивности электрического поля в плоскости YOZ на частотах 8.5 (а), 10 (б) и 12 ГГц (в).

Следует сказать, что в сфокусированной решетке эффект нормали ослаблен тем, что решетка не является периодической структурой. Однако даже в этом случае при использовании несогласованных излучателей наблюдается рост коэффициента отражения на частотах, соответствующих прохождению фокальным пятном центра решетки. Из рис. 13 видно, что увеличение коэффициента отражения имеет место в окрестности частоты 9.7 ГГц (кривая 1). Тем не менее этот рост ограничен достаточно низким уровнем -12 дБ. Добиться хорошего согласования решетки во всем рабочем диапазоне частот удалось благодаря введенным в ее конструкцию согласующим плосковым шлейфам (см. разд. 4).

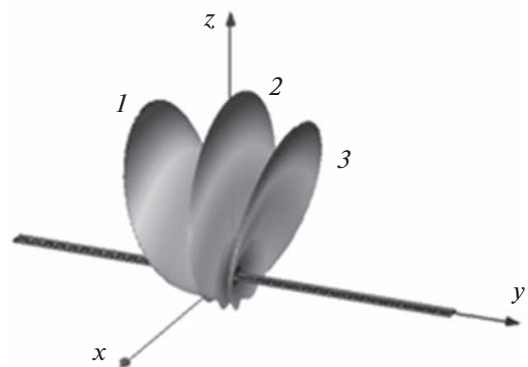


Рис. 11. Трехмерные распределения электрического поля на частотах 9.3 (1), 10 (2) и 10.7 ГГц (3).



Рис. 12. Решетка как СВЧ-четырёхполюсник.

Анализируя частотную зависимость коэффициента передачи S_{12} , отметим, что в исследованном диапазоне частот его величина существенно изменяется, от -6 до -17 дБ. Для хорошо согласованной решетки коэффициент передачи может использоваться для оценки излученной в пространство мощности P_r :

$$P_r = P_i (1 - |S_{12}|^2), \quad (4)$$

где P_i — входная мощность.

Из соотношения (4) следует, что излучательная способность щели в сильной степени зависит от частоты. По этой причине стабилизировать излученную мощность во всем широком диапазоне частот в данной конструкции не представляется возможным. В [16] приводится оценка оптимальной настройки периодической решетки, при которой $S_{12} = -(10...12)$ дБ. Следуя этой рекомендации, мы выбирали параметры сфокусированной решетки таким образом, чтобы в центре диапазона она имела близкое к оптимальному значение коэффициента передачи (см. рис. 13, кривая 2). Завершая обсуждение частотных зависимостей параметров рассеяния решетки, можем отметить, что в соответствии с [16] сильная зависимость от частоты параметра S_{12} в сравнительно небольшой степени сказывается на энергетической эффективности решетки, которая в данном случае снижается из-за указанной зависимости на величину, не превышающую 1 дБ.

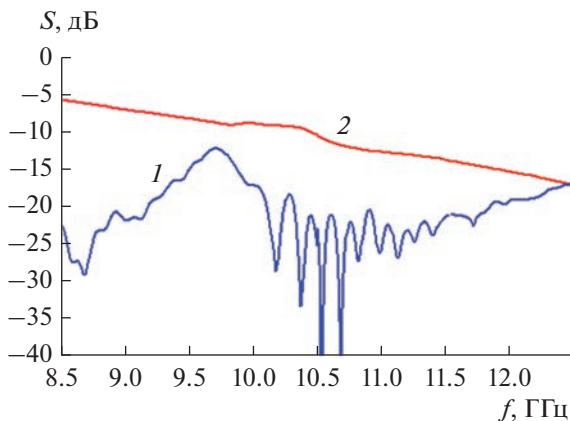


Рис. 13. Частотная зависимость параметров рассеяния решетки: кривая 1 — коэффициент отражения $|S_{11}|$, кривая 2 — коэффициент передачи $|S_{12}|$.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ БИФОКАЛЬНОЙ РЕШЕТКИ

Образец бифокальной решетки был разработан и изготовлен с использованием материала Rogers Duroid 5880 PCB, имеющего относительную диэлектрическую проницаемость $\epsilon_r = 2.2$, тангенс угла потерь $\tan \delta = 0.009$ и толщину подложки $h = 0.787$. Для изготовления использовали станок LPKF S-63 с программным управлением. В соответствии с рис. 5 образец имеет три слоя металлизации. Щели выполнены в верхнем слое-экране, ПЛ расположена на среднем слое и нижний слой представляет собой сплошной экран. Щели и ПЛ показаны на рис. 14а, 14б. Общая длина антенны равна 420, ширина 14. Следует отметить, что параметры экспериментального образца несколько отличаются от параметров, заданных при моделировании в разд. 4. Общий вид изготовленного образца показан на рис. 14в.

Образец имеет два коаксиальных разъема, которые используются для измерения характеристик рассеяния решетки. При измерениях левый разъем подключается к генератору, а правый — к согласованной нагрузке.

На рис. 15а, 15б показаны измеренные и рассчитанные для параметров экспериментального образца частотные характеристики рассеяния бифокальной решетки. Как видим, измеренные и рассчитанные кривые достаточно хорошо совпадают. Отметим также проявление на экспериментальных кривых характерных особенностей, описанных в разд. 4, в частности, рост коэффициента отражения в окрестности частоты 9.5 ГГц, обусловленный эффектом нормали.

Экспериментальное исследование решетки включало также измерение поля излучения. Схема

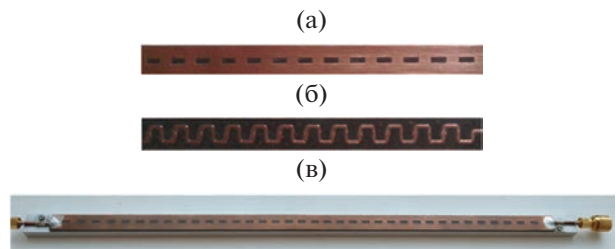


Рис. 14. Щели (а) и ПЛ (б) бифокальной решетки, общий вид бифокальной решетки (в).

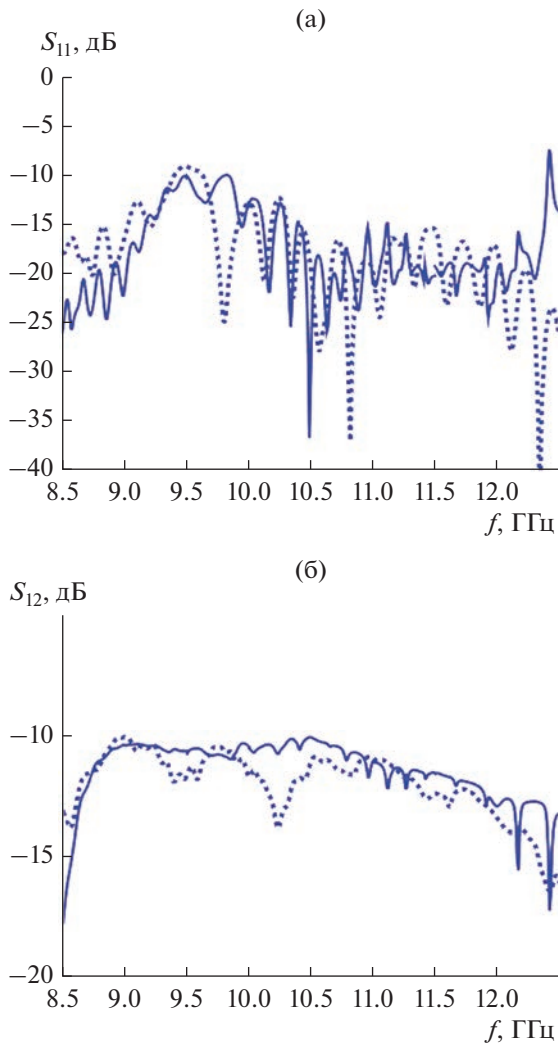


Рис. 15. Экспериментальная (пунктирная кривая) и расчетная (сплошная) характеристики коэффициента отражения (а) и коэффициента передачи решетки (б).

измерений показана на рис. 16. С центром решетки совмещалась штанга, изготовленная из радиопрозрачного материала. На ней устанавливали коаксиальный зонд, ориентированный перпендикулярно оси решетки. Штанга была выполнена с учетом возможности углового перемещения, а зонд имел возможность радиального смещения. Комбинация двух типов движения позволяет устанавливать коаксиальный зонд в произвольную точку в плоскости YOZ (см. рис. 1). При выбранном способе перемещения зонда удобно представлять измеренные данные в полярных координатах r, θ . Начало координат, как и в разд. 3 и 4, совпадает с центром решетки.

На рис. 17 представлены измеренные и рассчитанные с помощью HFSS нормированные распределения амплитуды электрического поля вдоль радиальной координаты. Распределение поля было

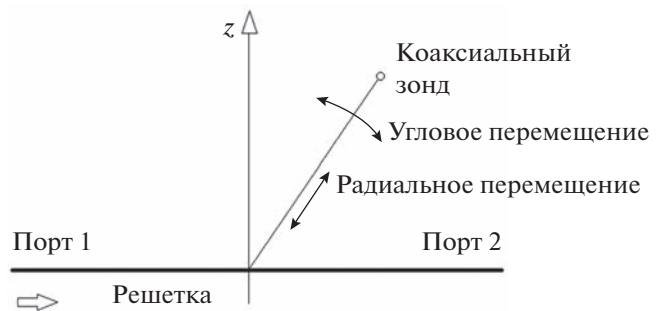


Рис. 16. Схема измерения распределения поля.

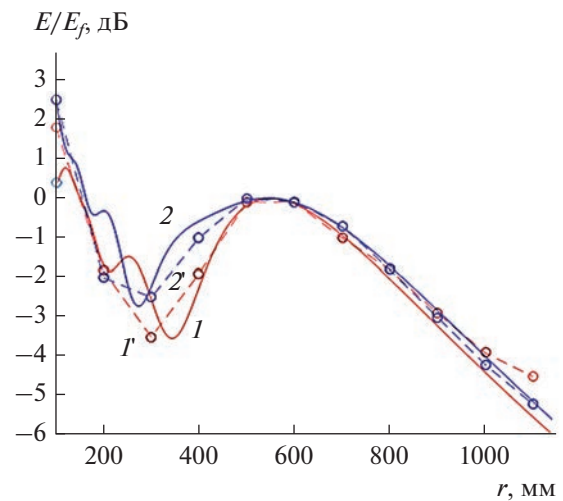


Рис. 17. Экспериментальные (1, 2) и расчетные (1', 2') нормированные распределения амплитуды электрического поля на частотах 9.3 (1, 1') и 10.7 ГГц (2, 2') в зависимости от радиальной координаты.

измерено и рассчитано на частотах 9.3 и 10.7 ГГц. Нормировка поля осуществлялась на его значение в точке фокусировки.

Анализируя данные на рис. 18, также можем отметить близость экспериментальных и расчетных результатов и проявление характерных особенностей поведения поля, сфокусированного решеткой. В данном случае это достаточно большая амплитуда поля вблизи решетки, которая превышает ее значение в точке фокусировки, а также характерное смещение максимума поля относительно расчетного геометрического фокуса.

На рис. 18 показаны измеренные и рассчитанные нормированные распределения электрического поля в зависимости от угловой координаты на частотах 8.5, 9, 10, 11, 12 ГГц. Представленные на рис. 18 кривые можно рассматривать как угловые распределения поля в фокальных пятнах, которые решетка формирует в диапазоне частот. Видно, что расчетная модель хорошо описывает положение и ширину фокального пятна. Уровень

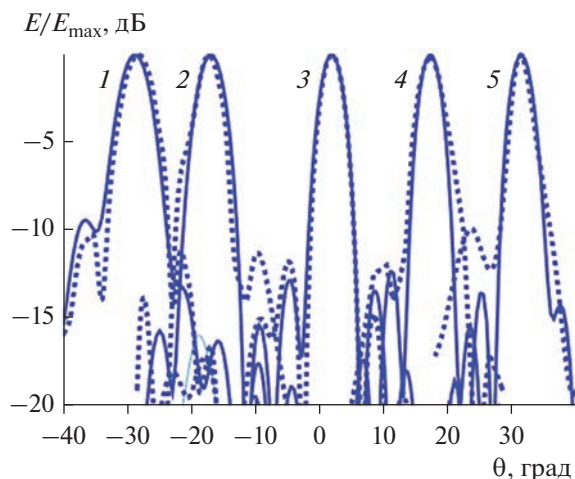


Рис. 18. Экспериментальные (пунктирные) и расчетные (сплошные) нормированные распределения амплитуды электрического поля на частотах 8.5 (1), 9 (2), 10 (3), 11 (4), 12 ГГц (5) в зависимости от угловой координаты.

первых боковых лепестков также рассчитывается с приемлемой точностью. При удалении от центра фокального пятна расхождение расчетных и измеренных данных увеличивается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты теоретических и экспериментальных исследований показывают, что бифокальная решетка обладает рядом преимуществ перед однофокальными аналогами. Использование таких структур дает возможность еще на начальном этапе синтеза контролировать форму фокальной кривой, а также уровень оптических aberrаций. За счет этих факторов может быть расширен сектор обзора пространства и улучшено качество радиоизображения, что важно при использовании сфокусированных сканирующих антенн в системах радиовидения.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Buffi A., Serra A., Nepa P., Chou H., Manara G. // IEEE Trans. 2010. V. AP-58. № 5. P. 1536.
2. Nguyen P.T., Abbosh A.M., Crozier S. // IEEE Trans. 2017. V. AP-6. № 7. P. 3489.
3. Tofigh F., Nourinia J., Azarmanesh M.N., Khazaei K.M. // IEEE Antennas Wireless Propag. 2014. V. 13. № 5. P. 951.
4. Stephan K.D., Mead J.B., Pozar D.M. et al. // IEEE Trans. 2007. V. AP-55. № 4. P. 1199.
5. Bogosanic M., Williamson A.G. // IEEE Trans. 2007. V. IM-56. № 12. P. 2186.
6. Li P.-F., Qu S.-W., Yang S., Nie Z.-P. // IEEE Trans. 2007. V. AP-65. № 9. P. 4607.
7. Ohtera I. // IEEE Trans. 1990. V. AP-38. № 1. P. 121.
8. Ettorre M., Casaletti M., Valerio G. et al. // IEEE Trans. 2014. V. AP-62. № 4. P. 1991.
9. Gómez-Tornero J.L., Quesada-Pereira F., Alvarez-Melcón A. et al. // IEEE Trans. 2011. V. AP-59. № 2. P. 407.
10. Martínez-Ros J., Gómez-Tornero J.L., Clemente-Fernández F.J., Monzó-Cabrera J. // IEEE Trans. 2013. V. AP-61. № 6. P. 2981.
11. Банков С.Е., Калошин В.А., Фролова Е.В. // РЭ. 2016. V. 61. № 6. P. 547.
12. Kalinichev V.I., Kaloshin V.A., Frolova E.V. // Conf. Proc. 2017 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). Divnomorskoe. 26–30 Jun. N.Y.: IEEE, 2017. P. 25.
13. Yurduseven O., Marks D.L., Fromenteze T., Smith D. // Opt. Express. 2018. V. 26. № 5. P. 5281.
14. Bankov S.E., Frolova E.V., Kalinichev V.I. // Proc. 2019 Antennas Design and Measurement Int. Conf. (ADMInC) Saint-Petersburg. 16–18 Oct. 2019. St. Petersburg. N.Y.: IEEE, 2019. P. 90.
15. Buffi A., Nepa P., Manara G. // IEEE Antennas Propag. Mag. 2012. V. 54. № 2. P. 40.
16. Банков С.Е. Антенные решетки с последовательным питанием. М.: Физматлит, 2013.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ
РАДИОФИЗИКА

УДК 535.243.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ ТОЛЩИНЫ СНЕЖНОГО ПОКРОВА
С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРНОГО ДАЛЬНОМЕРА© 2023 г. В. И. Григорьевский^{а, *}, В. Н. Марчук^а, Я. А. Тезадов^а^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: vig248@rambler.ru

Поступила в редакцию 15.06.2022 г.

После доработки 15.06.2022 г.

Принята к публикации 25.06.2022 г.

Представлены результаты работы по определению высоты снежного покрова на участке с относительно ровным рельефом местности с помощью лазерного дальномера. Данные по толщине снежного покрова определяли по зависимости разности расстояний от точки отражения до дальномера при наличии снежного покрова и без него в зимне-весенний период. Проведено моделирование определения толщины снежного покрова в предположении небольших неровностей обмеряемой поверхности. Показано, что данные моделирования могут расходиться с экспериментальными результатами вплоть до величин ~200 мм даже на относительно ровных участках с уклоном менее 1°, что в некоторых случаях недостаточно для прогнозирования воздействия снега на заснеженные объекты. Проведено сравнение с другими методами измерений высоты снежного покрова, обсуждаются возможные применения используемой методики в задачах мониторинга и дистанционного зондирования.

DOI: 10.31857/S0033849423010059, EDN: CCUAOG

ВВЕДЕНИЕ

Определение толщины снежного покрова дистанционными методами является актуальной задачей для многих областей экономики, например, для оценки объема и массы снега на крышах зданий и сооружений, для предупреждения схода снежных лавин в горных местностях, для прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур, определения степени опасности весенних наводнений и паводков, для прогноза климатических изменений и т.д. Известны работы для определения толщины снежного покрова с помощью лазерного дальномера и георадара с возможным расположением их на летательном аппарате [1–3]. Представленные в этих работах методики могут охватывать большие территории и достаточно оперативно получать данные. Однако для этого необходимо привлечение летающих средств, например БПЛА (беспилотные летательные аппараты), GPS-приемники для привязки к координатам местности, приемо-передающую аппаратуру связи, мощные аккумуляторные батареи и достаточно сложную георадарную технику. К тому же разрешающая способность таких измерений, в некоторых случаях недостаточна, поскольку пятно излучения георадара на поверхности снега, определяющее разрешающую способность, достаточно большое, более 1 м в диаметре, в силу чего высоту полета

БПЛА стремятся поддерживать на минимальном уровне от Земли порядка 1...2 м. Это накладывает особые требования на высокоточное управление летательным аппаратом и снабжение его, как правило, лазерным высотомером [3]. Спутниковые методы определяют высоту снежного покрова, в основном в глобальном масштабе, из-за большой высоты пролета спутника. Эти методы хорошо подходят для оценки влагозапаса больших территорий в несколько десятков и сотен километров, а также для прогностических целей изменения климата в отдельных районах Земли [4, 5]. Например, в работе [5] при обработке спутниковых измерений высоты снежного покрова над Казахстаном за последние годы было определено, что толщина снежного покрова зимой снижается, а начало схода снега сдвигается на более ранние сроки. Также известен метод определения толщины снежного покрова, для которого необходим лишь лазерный дальномер, который устанавливается в горной местности в лавиноопасных районах и определяет толщину снежного покрова по зависимости разности расстояний от точки отражения до точки расположения дальномера при наличии снежного покрова и без него [6, 7]. Рассмотренный в указанных работах метод специфичен для горной местности и применяется для прогноза схода снежных лавин. В данном методе необходимы как



Рис. 1. Общий вид обмеряемого участка.

измерения в летний, бесснежный, так и в зимний заснеженный период. Однако каких-либо параметров используемой аппаратуры и параметров охвата территории такой станцией слежения не приводится. В настоящее время существует много разновидностей лазерных трехмерных сканеров и тахеометров, осуществляющих съемку местности за достаточно малый промежуток времени, однако, на наш взгляд, такое сканирование является избыточным, поскольку большие массивы точек достаточно сложны в обработке и, кроме того, трехмерные сканеры достаточно дороги.

Цель данной работы — моделирование и экспериментальное исследование определения толщины снежного покрова, оценка точности моделирования по измерениям лишь в зимний период времени на сравнительно ровных рельефах с привлечением минимального количества оборудования, а также определение возможного энергетического потенциала лазерного дальномера, применяемого для прогноза и предупреждения неординарных событий, таких как обрушение крыш аквапарков, складов, экстраординарных паводков и т.д.

1. ОПИСАНИЕ УСЛОВИЙ, АППАРАТУРЫ И МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Для моделирования и измерений был выбран сравнительно ровный участок местности размером $\sim 100 \times 100$ м с небольшим уклоном не более ~ 1 град к горизонту (рис. 1). Лазерный дальномер с опорно-поворотным устройством по двум координатам (по углу места и по азимуту) был установлен на третьем этаже кирпичного здания, что

позволяло перемещать пятно лазера в пределах $\sim 0...90$ град по углу места и $\sim 0...90$ град по азимуту. Погрешность угловой наводки пятна лазера составляла менее 0.1 град, что давало дискретность сканируемых точек в линейной мере не более 0.5 м на максимальных расстояниях $70...100$ м. В качестве лазерного дальномера был использован прибор с выходной мощностью лазерного излучения ~ 0.5 Вт на рабочей длине волны 1550 нм, являющейся безопасной для глаз человека в указанном диапазоне выходной мощности. Диаметр приемного объектива дальномера составлял 4 см, расходимость пучка излучения была не более 1 мрад, а погрешность прибора — не более ~ 1 мм. Проводилось сканирование участка и вдоль, и поперек луча. Как показывают теоретические оценки, принимаемый оптический сигнал составлял величину $\sim 10^{-8}...10^{-9}$ Вт при измеряемых расстояниях $\sim 20...100$ м, что обеспечивало соотношение сигнал/шум не менее ~ 5 на самых дальних измеряемых расстояниях даже при скользких углах падения излучения на снег. Коэффициент отражения светового излучения от снега составляет величину $\sim 0.6...0.2$ в зависимости от угла сканирования. Геометрия сканирования вдоль и поперек луча показана на рис. 2.

При сканировании вдоль луча угол сканирования увеличивался от ~ 50 до ~ 80 град и измерения захватывали бетонный забор, расположенный на расстоянии ~ 70 м от точки расположения дальномера. Высота H была известна, и она являлась реперной величиной, измеряемой от точки расположения дальномера до уровня бетонной отмостки фундамента здания. Формула для расчета высоты снежного покрова h при сканировании выглядит следующим образом:

$$h = (D_z - D_c) \cos \alpha, \quad (1)$$

где D_z — измеренное дальномером расстояние до земли, D_c — измеренное расстояние до снега, α — угол между вертикалью и лучом лазера (угол сканирования). При моделировании измерений толщины снега лишь по измерениям расстояния до уровня снега определялась величина

$$h_{mc} = (H / \cos \alpha - D_c) \cos \alpha = H - D_c \cos \alpha, \quad (2)$$

где h_{mc} — модельная величина толщины снежного покрова без учета рельефа местности, $H = \text{const}$ — высота расположения дальномера над уровнем земли.

Вторая определяемая величина толщины снежного покрова учитывала рельеф местности, который получался в виде полинома из h_{mc} . При таком учете определяли модельную высоту снежного покрова h_{mc}^1 с учетом рельефа местности по формуле

$$h_{mc}^1 = h_{mc} - F(\alpha), \quad (3)$$

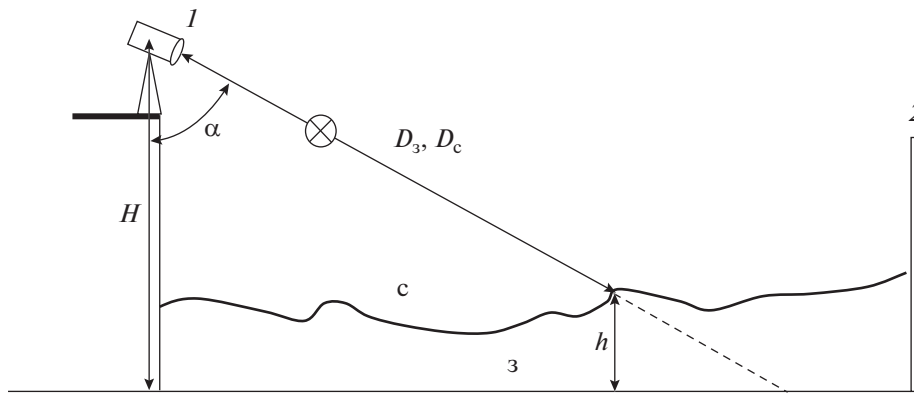


Рис. 2. Геометрия сканирования при измерении высоты снежного покрова: D_3 , D_c — измеряемые расстояния соответственно до земли и до поверхности снежного покрова, H — высота расположения дальномера, h — высота снежного покрова, α — угол сканирования, c — уровень снега, 3 — уровень земли; 1 — лазерный дальномер, 2 — бетонный забор; кружок с крестиком — направление сканирования поперек луча.

где $F(\alpha)$ — функция, аппроксимирующая рельеф местности по измерениям величины h_{mc} .

Для уточнения как общего снегосодержания территории, так и локальных изменений уровня снега, $F(\alpha)$ при моделировании варьировалась начиная от первого порядка полинома (наклон местности) до шестого порядка. Из формулы (2) видно, что h_{mc} определяется относительно реперного значения H , причем h_{mc} может быть и отрицательной величиной, если измеренное значение $D_c \cos \alpha$ будет больше H . Это условие выполняется, если рельеф местности понижается при увеличении угла сканирования. Функция $F(\alpha)$, аппроксимирующая рельеф местности нормировалась по одной калибровочной точке уровня снега. Такой точкой удобно выбрать, например, первую точку сканирования или точку, находящуюся под дальномером. Измерение реальной высоты снежного покрова в одной калибровочной точке проводится мерной рейкой. Если же толщина снежного покрова определяется по формуле (1), то расстояния D_c и D_3 — это реальные измеренные величины, которые коррелируют между собой, причем $D_3 > D_c$, поэтому вычисленная по формуле (1) реальная толщина снежного покрова будет всегда положительна.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

На рис. 3 представлены результаты моделирования при сканировании местности вдоль луча.

Модельная толщина снега h_{mc}^1 была вычислена по формуле (3). Величина принимаемого дальномером сигнала в эксперименте постепенно снижалась по мере увеличения угла сканирования, а измеренное расстояние до поверхности снега плавно увеличивалось. При углах сканирования, где луч лазера попадал на бетонный забор (см. рис. 1), из-

меряемое расстояние менялось мало, поскольку забор был практически перпендикулярен лучу лазера. На всех кривых отчетливо видны два провала в районе углов сканирования ~ 61 и 78 град. Эти провалы обусловлены соответственно расчищаемой в течение зимы зоны коммуникационного колодца и зоны автомобильной дороги. Эти места хорошо видны на рис. 1. Первая зона обозначена металлической пирамидкой, а дорога видна несколько дальше по ходу сканирования вдоль луча.

Кривая 1 — реально измеренный уровень снега, который получен по формуле (1) обработкой данных сканирования как снежного покрова D_c , так и рельефа местности D_3 по тем же углам, что и при сканировании по поверхности снега. Первая

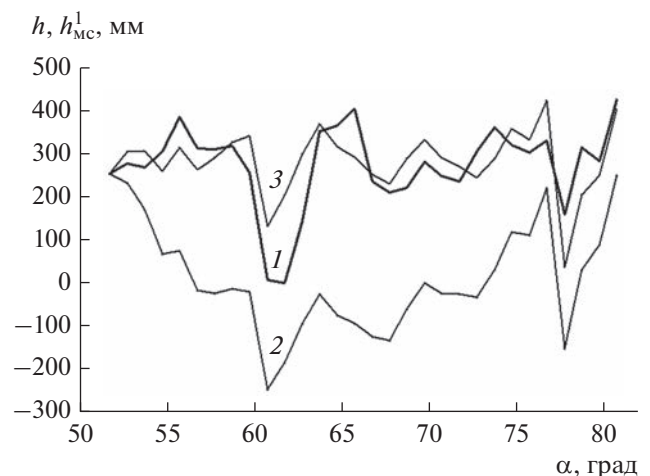


Рис. 3. Реальный уровень снежного покрова при сканировании вдоль луча (кривая 1), полученный при измерениях в зимне-весенний период, модельные уровни при экстраполяции рельефа местности полиномами первой степени (кривая 2) и третьей степени (кривая 3).

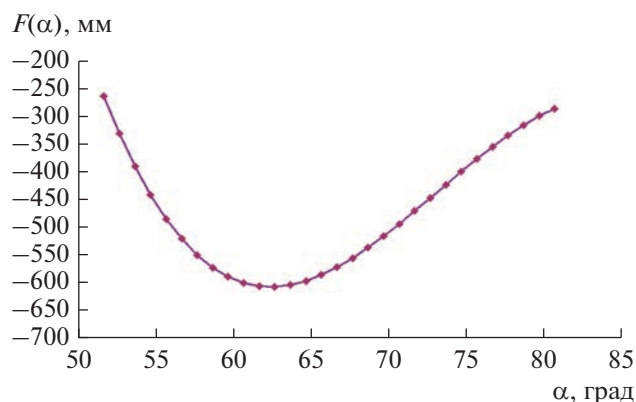


Рис. 4. Величина полинома 3-й степени $F(\alpha)$, аппроксимирующая уровень рельефа местности при сканировании вдоль луча.

точка для всех кривых — это калибровочная точка уровня снежного покрова, измеренная мерной рейкой. К этой точке приводились все модельные данные. Характерно, что провала в толще снега, вплоть до нулевого уровня, на автомобильной дороге не наблюдается. Это произошло потому, что по обеим сторонам дороги были сугробы из убираемого снега, причем ближний сугроб частично экранировал дорогу и не позволял пятну лазера попасть собственно на полотно дороги при больших углах сканирования.

Из рисунка видно, что линейной аппроксимации рельефа местности явно недостаточно для получения адекватных результатов, поскольку высота снежного покрова в среднем при такой аппроксимации составила величину ~ 0 мм, что обусловлено локальными неоднородностями рельефа. В некоторых областях углов сканирования толщина снега даже оказалась меньше нуля. Однако, начиная с аппроксимации рельефа кубическим полиномом, результаты моделирования стали адекватно отражать не только общее содержание снега вдоль линии сканирования, но и локальные отклонения в снежном покрове, особенно в районе коммуникационного колодца и в районе автомобильной дороги. Формула такого кубического полинома выглядит следующим образом:

$$F(\alpha) = -0.06984020 \times \alpha^3 + 15.31775 \times \alpha^2 - 1095.948 \times \alpha + 25104.92 \quad (4)$$

и показана на рис. 4. Видно, что рельеф местности в направлении сканирования имеет локальный минимум, величина которого порядка 350 мм.

Отклонение модельных данных от реальных величин толщины снежного покрова для экстремальных точек (типа зоны коммуникационного колодца) не превышает ~ 150 мм, а для сравнительно однородного рельефа местности не превышает ~ 100 мм. Отклонения модельных и реальных уров-

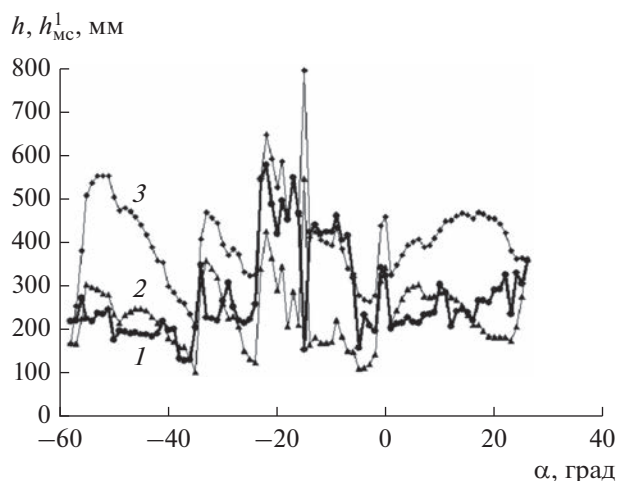


Рис. 5. Реальный уровень снежного покрова при сканировании поперек луча (кривая 1), полученный при измерениях в зимне-весенний период, модельные уровни при экстраполяции рельефа местности полиномами пятого (кривая 2) и шестого порядков (кривая 3).

ней снега в ~ 150 мм в локальных точках все же достаточно большие, что не дает основание использовать модельные данные для прогностических целей с высокой достоверностью. Суммарное же снегосодержание, или средний уровень снежного покрова в модельных данных для полинома 3-й степени получился достаточно точным, ошибка не более ± 10 мм от измеренных значений.

Результаты, полученные при сканировании местности поперек луча, несколько отличаются от результатов сканирования вдоль луча из-за более неоднородного рельефа местности. На рис. 5 представлены данные моделирования высоты снежного покрова для этого случая. Сигнал в отличие от случая сканирования вдоль луча в среднем практически не менялся. Острый пик в расстоянии h^1_{MC} в районе -15 град на кривой 1 — это точка отражения от основания березы, находящегося на пути сканирования. Эта точка показана на графике в виде пикового сугроба высотой около 800 мм. Фактически это высота точки отражения от ствола березы. Модельные уровни снега, определяемые по формулам (1) и (3), представлены для полинома рельефа 5-й и 6-й степени. В рассматриваемом случае адекватное приближение к реальному уровню снежного покрова получено при использовании полинома рельефа местности начиная с 6-й степени и выше из-за более значительных локальных перепадов как в рельефе местности при поперечном сканировании, так и из-за больших локальных сугробов, которые видны на рис. 5 по обеим сторонам от точки максимума в районе угла сканирования -15 град (район отражения от березы).

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Несмотря на относительно ровный рельеф исследуемого участка, наблюдается значительное различие результатов моделирования и реальных измеренных значений уровней снежного покрова. Различие в некоторых местах может достигать величины ~ 200 мм в локальных точках. На первый взгляд ровная исследуемая поверхность оказалась со значительными локальными перепадами рельефа местности, и моделирование не дает реальной картины даже для сравнительно плоского заснеженного участка. Ошибка в 200 мм в высоте снежного покрова на локальной неровности размером 20×10 м дает погрешность в определении массы снега в ~ 8 т, что достаточно много.

Моделирование, на наш взгляд, приемлемо только для оперативной оценки массы снега в зимних условиях и только на участках, хорошо выровненных в горизонтальной плоскости, без заметных локальных отклонений. Такие условия могут выполняться на сравнительно плоских крышах больших сооружений, например крышах аквапарков, складов, хранилищ и т.д. В горной, сильно изрезанной местности и на сравнительно больших не ровных участках необходимо обязательно иметь реперный уровень рельефа местности при сканировании ее в бесснежный период. Линейный диапазон обмеряемых участков для данного типа оборудования составил величину $\sim 100 \times 100$ м при высоте подъема дальномера над землей ~ 10 м. Размеры сканируемых участков могут быть увеличены в несколько раз, если увеличить диаметр приемного объектива дальномера, повысить мощность лазерного источника излучения, а также увеличить время усреднения результата расстояния для измеряемой точки. Для используемой аппаратуры время усреднения одного измерения составляло ~ 0.1 с, а погрешность измерения расстояния в 1 мм используемого дальномера может быть даже избыточна при измерениях на реальном рельефе местности, поскольку остатки растительности на земле, ветки, небольшие кусты дают шероховатость поверхности порядка 5 см в бесснежный период. Поэтому погрешность дальномерных измерений может составлять величину больше 1 мм, но для обмера плоских крыш, погрешность в 1 мм все же остается актуальной, поскольку ошибка, например, в 1 см в высоте снежного покрова на площади $\sim 100 \times 100$ м, ведет к ошибке определения массы снега в ~ 100 м³ или в ~ 20 т, что уже может быть критической величиной при аварийной ситуации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено моделирование и измерение высоты снежного покрова на сравнительно ровном

участке рельефа местности размером $\sim 100 \times 100$ м с использованием лишь одного лазерного дальномера. Показано, что результаты моделирования могут отличаться от реальных величин на величину ~ 200 мм на локальных участках. Учесть наклоны и перепады, особенно в изрезанной местности, например горной, достаточно сложно. На наш взгляд, моделирование можно использовать только при оперативных измерениях на площадях, строго выровненных в горизонтальной плоскости, таких как крыши аквапарков, складов и подобных крупных сооружений. При работе на открытой местности обязательно необходим реперный уровень рельефа, который должен быть измерен в бесснежный период. Энергетический потенциал используемого дальномера реально может быть увеличен в несколько раз, а обмеряемые размеры участков при этом могут составить до $\sim 500 \times 500$ м при расположении дальномера над измеряемой поверхностью приблизительно в 10 м и более.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН № 075-01133-22-00.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марчук В.Н., Григорьевский В.И. // Тез. докл. Всерос. науч. конф. "Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн". Муром. 25–27 мая 2021. Владимир: Изд-во ВлГУ, 2022. С. 174.
2. Марчук В.Н., Григорьевский В.И. // Тез. докл. Всерос. науч. конф. "Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн". Муром. 25–27 мая 2021. Владимир: Изд-во ВлГУ, 2022. С. 2015.
3. Vergnano A., Franco D., Godio A. // Remote Sensing. 2022. V. 14. № 7. P. 1763.
4. Крутских Н.В., Кравченко И.Ю. // Совр. проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2018. Т. 15. № 2. С. 159.
5. Терехов А.Г., Абаев Н.Н., Юничева Н.Р. // Совр. проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2019. Т. 16. № 5. С. 351.
6. Аджиев А.Х., Андриевская В.Ю., Багов Э.Д. Способ дистанционного определения толщины снежного покрова в лавинных очагах // Патент РФ № 2454651. Оpubл. офиц. бюл. "Изобретения. Полезные модели" № 18 от 27.06.2012.
7. Аджиев А.Х., Байсиев Х.Х., Тапасханов и др. Способ определения толщины снежного покрова в лавинных очагах // Патент РФ № 2547000. Оpubл. офиц. бюл. "Изобретения. Полезные модели" № 10 от 10.04.2015.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.01

ВЛИЯНИЕ ТРАНСИОНОСФЕРНЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ НА ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ ПРИЕМЕ СИГНАЛОВ С ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ

© 2023 г. Л. Е. Назаров^{a, b, *}, В. В. Батанов^b, Б. Г. Кутуза^c

^a Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

^b Информационные спутниковые системы,
ул. Ленина, 52, Железнодорожный Московской обл., 140600 Российская Федерация

^c Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая 11, корп. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: levnaz2018@mail.ru

Поступила в редакцию 04.04.2022 г.

После доработки 04.04.2022 г.

Принята к публикации 25.04.2022 г.

Приведены методы описания искажений сигналов при их распространении по транссионосферным линиям передачи, определяющих возникновение интерференционных межсимвольных и межканальных помех. Разработана методика оценки статистических характеристик интерференционных помех и произведено их оценивание для цифровых сигналов с фазовой манипуляцией путем моделирования транссионосферных линий. Оценены вероятностные характеристики и асимптотические вероятности ошибочного приема рассматриваемых сигналов с увеличением их частотной полосы с использованием вычисленных статистических характеристик для линий P -частотного диапазона.

DOI: 10.31857/S0033849423010102, EDN: CEAPWM

ВВЕДЕНИЕ

При распространении по транссионосферным линиям сигналы испытывают искажения за счет влияния ионосферы [1–7]. Суть основных искажений — изменение комплексных огибающих сигналов за счет дисперсионных свойств ионосферы; временные вариации амплитуды и фазы сигналов из-за многолучевого распространения (сцинтилляции сигналов); рефракция; поворот плоскости поляризации радиоволн и возникновение обыкновенной и необыкновенной радиоволн за счет анизотропных свойств транссионосферных радиолиний [1, 7–10].

Изменение комплексных огибающих сигналов (искажение фазо-частотных и амплитудно-частотных характеристик) обуславливает возникновение помех межсимвольной (МСИ) и межканальной (МКИ) интерференций [1, 3, 6, 11–14] в дополнение к тепловым помехам в виде аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) $n(t)$. Помехи МСИ и МКИ снижают надежность передачи информации по данным линиям, разрушая при определенных условиях нормальное функционирование спутниковых информационных систем [15, 16].

Созданию моделей рассматриваемых искажений сигналов при их распространении по транссионосферным линиям посвящен ряд работ, например, [1, 6, 8, 9, 17]. Актуальной является проблема развития моделей данного типа искажений, количественное оценивание мощности интерференционных помех для цифровых сигналов с увеличением их частотной полосы с использованием этих моделей и вычисление вероятностных характеристик при приеме сигналов, в частности, для класса цифровых сигналов с многопозиционной фазовой манипуляцией (ФМ-сигналы), широко используемых в приложениях [15].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данном разделе представлены описанные в работах [4, 7, 9–11] решения волнового уравнения, а также базовая модель распространения сигналов по транссионосферным линиям и искажений для логичного и более удобного изложения дальнейшего (нового) материала.

Методы анализа распространения сигналов по транссионосферным линиям основаны на решении волнового уравнения с учетом магнитного поля Земли $\vec{H}(\vec{r})$ относительно электрического

поля $\vec{E}(\vec{r}, f)$ монохроматической плоской волны с частотой f [4, 11]

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, f) - \text{grad div } \vec{E}(\vec{r}, f) + \frac{(2\pi)^2 f^2}{c^2} \times \left(\vec{\epsilon}(\vec{r}, f) \vec{E}(\vec{r}, f) - j \frac{2}{f} \vec{\sigma}(\vec{r}, f) \vec{E}(\vec{r}, f) \right) = 0. \quad (1)$$

Здесь c — скорость света в свободном пространстве;

$$\vec{\epsilon}(\vec{r}, f) = (\epsilon_x(\vec{r}, f), \epsilon_y(\vec{r}, f), \epsilon_z(\vec{r}, f)),$$

$$\vec{\sigma}(\vec{r}, f) = (\sigma_x(\vec{r}, f), \sigma_y(\vec{r}, f), \sigma_z(\vec{r}, f))$$

— соответственно тензоры диэлектрической проницаемости и проводимости в декартовых координатах, зависящие от $\vec{H}(\vec{r})$.

В изотропном случае (без учета магнитного поля Земли $\vec{H}(\vec{r})$ либо в продольном направлении распространения радиоволны относительно $\vec{H}(\vec{r})$) при нормальном падении плоской волны с частотой f на среду с неоднородной диэлектрической проницаемостью $\epsilon(z, f)$ и распространяющейся по оси z с граничным условием $E(0, f)$ при $z = 0$ уравнение (1) имеет вид [4]

$$\frac{d^2 E(z, f)}{dz^2} + \frac{(2\pi)^2 f^2}{c^2} \epsilon(z, f) E(z, f) = 0. \quad (2)$$

При выполнении условия

$$\frac{d\epsilon(z, f)}{dz} \lambda \ll 1$$

(λ — длина волны) решение (2) задается приближением геометрической оптики [4]

$$E(z, f) = \text{Re} \left(E(0, f) \exp \left(-\frac{j2\pi f}{c} \int_0^z n(x, f) dx \right) \right), \quad (3)$$

где $n(x, f) = \sqrt{\epsilon(x, f)}$ — коэффициент преломления среды.

Для цифровых сигналов $s(t)$ в виде последовательности радиоимпульсов $s_i(t)$ длительностью T (с частотной полосой $\Delta F = 5.6/\pi T$, определяемой по уровню -3 дБ спектральной плотности мощности сигналов [15]) задача усложняется. В этом случае сигналы представляются суммой монохроматических сигнальных составляющих, каждая приобретает частное фазовое $\Delta\phi(z, f)$ и амплитудное смещения за счет дисперсионных и поглощающих свойств ионосферы, что определяет изменение исходных комплексных огибающих сигналов [1, 15, 16]. Эти изменения обуславливают возникновение интерференционных помех МСИ и МКИ в виде случайного процесса, характеристики которого зависят от центральной частоты f и

полосы частот ΔF сигналов, от последовательности $s_i(t)$ и от характеристик трансionoсферной линии.

Цель работы — привести методы оценивания статистических характеристик интерференционных помех для класса цифровых сигналов с “созвездиями” фазовой манипуляции с использованием моделей трансionoсферных линий, оценить вероятности ошибочного приема на основе этих характеристик для рассматриваемых сигналов при увеличении их частотной полосы.

2. МОДЕЛИ ИОНОСФЕРЫ

Рассматриваемая модель ионосферы трансionoсферных линий соответствует сферически-симметричной среде с неоднородной диэлектрической проницаемостью $\epsilon(z, f)$ [1, 2, 11, 12]

$$\epsilon(z, f) = 1 - f_p^2(z)/f^2. \quad (4)$$

Здесь $f_p(z) = \sqrt{80.8 N_y(z)}$ — собственная частота ионосферы (кГц); $N_y(z)$ (эл/см³) — электронная плотность ионосферы на высоте z .

Рассматриваемая модель относительно $\epsilon(z, f)$, задаваемая соотношением (4), является вещественной, т.е. поглощение радиоволн полагается малым [7]. Это обуславливает лишь фазо-частотные изменения исходных комплексных огибающих сигналов при распространении.

Для электронной плотности $N_y(z)$ известен ряд моделей [12–14], например, однослойная модель [2], используемая ниже для оценки статистических характеристик интерференционных помех,

$$N_y(z) = \sqrt{\beta \exp[-(\exp(b(z - z_m)) + bz)]}. \quad (5)$$

Здесь β, b — параметры; z_m — высота, на которой достигается максимальное значение электронной плотности N_m . Для дневного времени $N_m \leq 10^6$ эл/см³ при $z_m = 300...350$ км, $b = 0.01$, $\beta = 5 \times 10^{13}$ [2].

Использование других известных моделей электронной плотности $N_y(z)$ в дополнение к однослойной модели (5) и их сравнительный анализ относительно решений для рассматриваемого класса задач составляет самостоятельное исследование.

Искаженные сигналы $\hat{s}(t)$ при распространении представляются как результат линейной фильтрации передаваемых сигналов $s(t)$ [4]

$$\hat{s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(f) \dot{H}(z, f) \exp(j2\pi f t) df. \quad (6)$$

Здесь $\hat{S}(f)$ – спектр сигнала $s(t)$; $\hat{H}(f, z) = \exp(j2\pi f \tau(z, f))$ – коэффициент передачи трансферной линии, как линейного фильтра;

$$\tau(z, f) = \int_0^z \frac{dx}{c_\Phi}$$

– время распространения сигнала с частотой f вдоль лучевой линии АВ (сплошная линия АВ на рис. 1, поясняющем схему трансферной линии); $c_\Phi = c/n(x, f)$ – фазовая скорость.

Время распространения $\tau(z, f)$ задается соотношением [11]

$$\tau(z, f) = \int_0^z \frac{n(x, f)(R_3 + x)dx}{c_\Phi \sqrt{n^2(x, f)(R_3 + x)^2 - (n(0, f)R_3 \sin(\theta_A - \xi_A))^2}}, \quad (7)$$

где R_3 – радиус Земли; θ_A – видимый зенитный угол; ξ_A – рефракционная поправка к θ_A , определяемая как решение уравнения [11]

$$\chi = \int_0^z \frac{n_0 R_3 \sin(\theta_A - \xi_A) dx}{(R_3 + x) \sqrt{(n(x, f)(R_3 + x))^2 - (n_0 R_3 \sin(\theta_A - \xi_A))^2}}. \quad (8)$$

Здесь

$$\chi = \arccos \left(\frac{-L_{AB}^2 + R_3^2 + (R_3 + z)^2}{2R_3(R_3 + z)} \right),$$

L_{AB} – расстояние линии прямой видимости (штриховая линия АВ на рис. 1)

$$L_{AB} = \sqrt{(R_3 + z)^2 - R_3^2 \sin^2(\theta_A)} - R_3 \sin(\theta_A). \quad (9)$$

При условии $e^2/(2\pi m_e f^2) \ll \cos^2 \theta_A$ и $z > z_m$ для вычисления поправки ξ_A используется приближенное выражение [1]

$$\xi_A = \frac{e^2 \sin \theta_A}{m_e \pi^2 f^2} \times$$

$$\times \frac{R_3 \sqrt{(R_3 + z)^2 - R_3^2 \sin^2 \theta_A}}{(R_3 + z_m) L_{AB} \sqrt{(R_3 + z_m)^2 - R_3^2 \sin^2 \theta_A}} \int_0^z N_3(x) dx, \quad (10)$$

где e, m_e – заряд и масса электрона; интегрирование в (10) производится по линии СВ (см. рис. 1).

Вид искаженного сигнала $\hat{s}(t)$ определяется путем оценивания коэффициента передачи $\hat{H}(z, f)$ с использованием (7), (8), (10) для f в частотном диапазоне ΔF сигналов и вычисления соотношения (6).

На рис. 2 приведен вид фрагмента исходного сигнала $s(t)$ с четырехпозиционной фазовой манипуляцией (ФМ4 сигналы) (рис. 2а) с постоянной огибающей, центральная частота $f = 400$ МГц, длительность составляющих радиоимпульсов равна $T = 100$ нс (частотная полоса $\Delta F = 17.8$ МГц) и искаженного сигнала $\hat{s}(t)$ (рис. 2б) на выходе трансферной линии с параметрами дневной ионосферы и зенитным углом $\theta_A = 80^\circ$. По оси абсцисс отложены значения времени относительно времени распространения в свободном пространстве. Видно изменение огибающей, временное рассеяние составляющих радиоимпульсов, определяющее интерференционные межсимвольные помехи, и временная задержка $\hat{s}(t)$ относительно распространения в свободном пространстве.

3. МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПОМЕХ

Одной из основных характеристик систем передачи информации является вероятность ошибки на один информационный бит P_6 и вероятность ошибки на символ “созвездия” $P_{\text{ош}}$ при приеме цифровых сигналов. Для АБГШ опти-

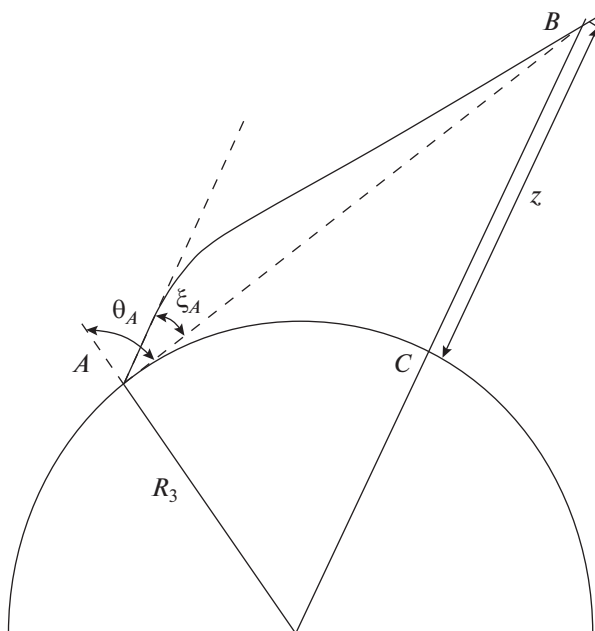


Рис. 1. Распространение сигналов по трансферной линии.

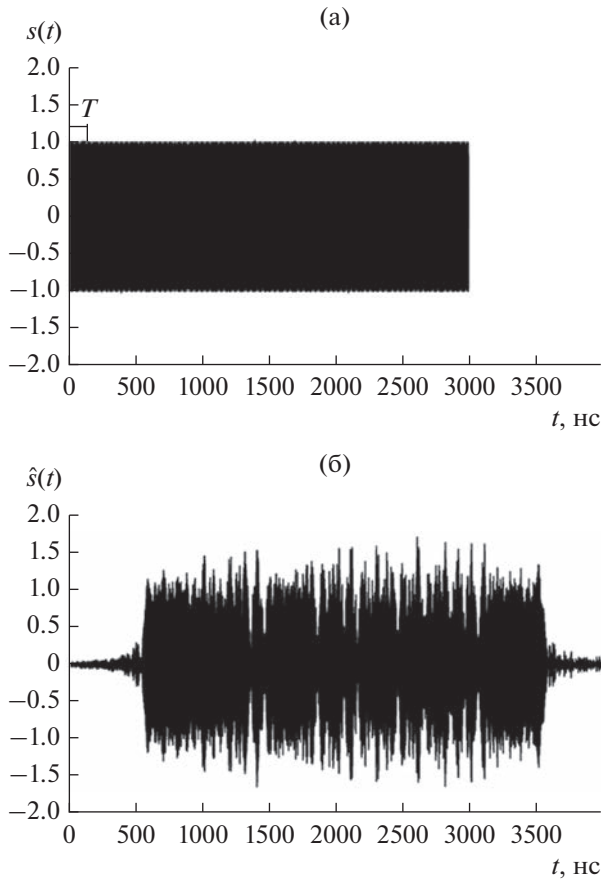


Рис. 2. Фрагмент исходного ФМ4 сигнала $s(t)$ (а) и искаженного сигнала (б) на выходе транссионсферной линии с параметрами дневной ионосферы, зенитный угол $\theta_A = 80^\circ$.

мальный прием основан на вычислении взаимной корреляции реализации на входе приемного устройства $r(t) = \hat{s}(t) + n(t)$ с передаваемым сигналом $s(t)$ [15, 16].

Ниже рассматривается класс цифровых сигналов с “созвездиями” многопозиционной фазовой манипуляции ФМ4, ФМ8, ФМ16 (4-, 8- и 16-позиционные фазовые манипуляции с объемом сигналов $M = 4, 8, 16$ соответственно). Эти сигналы интенсивно используются в системах связи различного назначения, включая спутниковые информационные системы [15].

Сигналы $s(t)$ из рассматриваемого класса представляют последовательность радиоимпульсов $s_i(t, \varphi_{il})$ длительностью T и задаются соотношением

$$s(t) = \text{Re} \left(\sum_i A u_i(t) \exp(j(\varphi_{il} + 2\pi f t)) \right). \quad (11)$$

Здесь $u_i(t) = 1$ при $iT \leq t < (i+1)T$, иначе $u_i(t) = 0$; A, φ_{il} – амплитуда и фаза радиоимпульсов, $l = 0, \dots, M-1$.

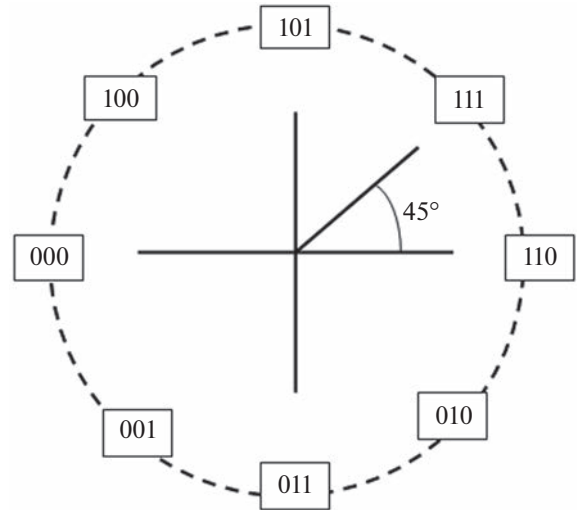


Рис. 3. “Созвездие” ФМ8 сигналов.

Фазы манипуляции φ_{il} для текущего значения i задаются как

$$\varphi_{il} = \frac{\pi(1+2l)}{4}, \quad \varphi_{il} = \frac{\pi l}{8}, \quad \varphi_{il} = \frac{\pi l}{16}$$

и определяются значениями последовательности из двух (a_{i0}, a_{i1}), трех (a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}) и четырех битов ($a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}$) для сигналов ФМ4, ФМ8, ФМ16 соответственно путем отображения значений

$$l' = \sum_{p=0}^{\log_2 M - 1} a_{ip} 2^p$$

в значения l с использованием правила Грея [15]. На рис. 3 в качестве примера приведен вид сигнального “созвездия” для ФМ8 сигналов с использованием этого отображения $l' \rightarrow \varphi_l$ на основе трех информационных битов [15].

Вероятность $P_{\text{ош}}$ при оптимальном когерентном приеме сигналов с M – фазовой манипуляцией для АБГШ определяется выражением

$$P_{\text{ош}}(M) = 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} p(\theta) d\theta. \quad (12)$$

Здесь $p(\theta)$ – плотность распределения фазы, для АБГШ с односторонней спектральной плотностью N_0 справедливо соотношение [15]

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{E_c \sin^2 \theta}{N_0}\right) \times \int_0^\infty r \exp\left(-\frac{1}{2}\left(r - \sqrt{\frac{2E_c}{N_0}} \cos \theta\right)^2\right) dr, \quad (13)$$

где $E_c = E_6 \log_2 M$ – энергия радиоимпульсов; E_6 – энергия на 1 бит.

Средняя вероятность P_6 при использовании правила Грея при формировании фазоманипулированных сигналов определяется соотношением [15]

$$P_6 \approx \frac{P_{\text{ош}}(M)}{\log_2 M}. \quad (14)$$

При условии $E_c/N_0 \gg 1$ соотношение (14) в сочетании с (12) и (13) приводится к более простому приближенному выражению [15]

$$P_6 \cong \frac{2}{\log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{2E_c}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right), \quad (15)$$

где

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp(-t^2/2) dt.$$

Вероятность ошибки P_6 при приеме искаженных сигналов $\hat{s}(t)$ определяется спектральной плотностью N_0 тепловых шумов АБГШ, интерференционными помехами МСИ и МКИ и энергией E_s искаженных сигналов $\hat{s}(t)$ как случайной величины, зависящей от характеристик трансферной линии и от содержания передаваемой информационной последовательности. В этом случае вероятность P_6 оценивается с использованием (15) с усреднением по параметру $\lambda = E_s/(N_0 + \eta)$

$$P_6 \cong \frac{2}{\log_2 M} \left\langle Q\left(\sqrt{2\lambda} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right) \right\rangle. \quad (16)$$

Здесь $\langle \rangle$ – операция усреднения по множеству сигналов $s(t)$; $\eta = N_{\text{МСИ}} + N_{\text{МКИ}}$ – спектральная плотность суммарной мощности помех МСИ и МКИ, полагая их статистическую независимость.

Мощности помех МСИ и МКИ зависят от мощности сигналов $s(t)$, при ее увеличении выполняется условие $\eta \gg N_0$. В этом случае определяется асимптотическое поведение вероятности:

$$P_6 \cong \frac{2}{\log_2 M} \left\langle Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{\eta}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right) \right\rangle.$$

Учитывая свойство выпуклости функции $Q(x)$ при $x \geq 0$ (выполняется неравенство Йенсена $\langle Q(x) \rangle \geq Q(\langle x \rangle)$ [16]), имеем нижнюю границу для P_6 [16]:

$$P_6 \geq \frac{2}{\log_2 M} Q\left(\left\langle \sqrt{\frac{2E_s}{\eta}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right) \right\rangle\right). \quad (17)$$

Методика оценивания характеристик энергии E_s и суммарной спектральной плотности η МСИ и МКИ для сигналов $\hat{s}(t)$ заключается в следующем. Вычисление спектральной плотности η на интервале $iT \leq t < (i+1)T$ выполняется, задавая в (11)

условие $u_i(t) = 0$, т.е. составляющий радиоимпульс $s_i(t, \varphi_{il})$ в сигнале $s(t)$ отсутствует. Сумма сигнальной и помеховой составляющих $r_i(t) = \hat{s}_i(t) + n_i(t)$ на анализируемом временном интервале определяется включением в $s(t)$ радиоимпульса $s_i(t, \varphi_{il})$ при тождественном информационном содержании. Выполняя эту процедуру, на интервале $iT \leq t < (i+1)T$ вычисляются реализации помеховой $n_i(t)$ и сигнальной $\hat{s}_i(t)$ составляющих, с их использованием оценивается суммарная спектральная плотность мощности интерференционных помех МСИ и МКИ

$$\eta = \frac{1}{T\Delta F} \left(\int_0^T n_i(t)s(t) dt \right)^2,$$

энергия искаженных сигналов

$$E_s = \left(\int_0^T (r_i(t) - n_i(t))s(t) dt \right)^2,$$

отношение сигнал/помеха E_s/η и их средние значения. С использованием вычисленных величин оценивается характеристика спутниковых информационных систем – асимптотическая вероятность ошибки P_6 (17).

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведем результаты моделирования трансферных линий с целью оценивания вероятностных характеристик P_6 (включая асимптотические значения) при приеме класса сигналов ФМ4, ФМ8, ФМ16 при их распространении. Оценки P_6 получены на основе алгоритма когерентного корреляционного приема для радиоимпульсов $s_i(t, \varphi_{il})$ в составе $s(t)$ на анализируемых интервалах времени $iT \leq t < (i+1)T$: принимается решение о передаче сигнала $\dot{s}_p(t)$ при условии

$$\text{Re}(\dot{R}_p) = \max_{1 \leq j \leq M} (\text{Re}(\dot{R}_j)),$$

где

$$\dot{R}_j = \int_0^T \dot{r}_i(t) \dot{S}_j^*(t) dt.$$

Решение относительно переданной последовательности информационных символов объемом $\log_2 M$ принимается на основе отображения значения p в двоичную последовательность, соответствующую коду Грея.

При формировании сигналов $s(t)$ изменялось их информационное содержание – генерировались равновероятные статистически независимые информационные символы квадратурных каналов,

задающие начальные фазы φ_{il} составляющих радиоимпульсов (11). При моделировании производилась интервальная оценка P_6 путем вычисления частоты x/u , где x — число ошибочных символов в последовательности переданных символов u . Требуемый объем u определялся размером доверительного интервала $[0.5P_6, 1.5P_6]$, вероятностью $P_6 = 10^{-5}$, доверительной вероятностью $P_{\text{дов}} = 0.95$ [20].

Характеристики трансionoсферной линии — однослойная модель (5) с параметрами дневной ионосферы, высота $z = 400$ км, центральная частота $f_0 = 400$ МГц. Варьируемые параметры: длительность составляющих радиоимпульсов T , частотная полоса ΔF сигналов, зенитный угол θ_A .

В табл. 1 приведены оценочные средние значения отношения сигнал/помеха $\langle E_s/\eta \rangle$ для сигналов $\hat{s}(t)$, вычисленные с использованием приведенной выше методики. Для рассматриваемых сигналов ФМ4, ФМ8, ФМ16 минимальное значение $\langle E_s/\eta \rangle = 19.45$ дБ достигается при $T = 50$ нс ($\Delta F = 35.6$ МГц) и $\theta_A = 80^\circ$. Для этого значения вычислены нижние границы вероятности ошибки P_6 с использованием соотношения (17) — для ФМ4 имеем $P_6 > 10^{-25}$, для ФМ8 $P_6 > 10^{-22}$, для ФМ16 $P_6 > 10^{-19}$.

Полученные нижние асимптотические оценки при наличии лишь помех МСИ и МКИ являются достаточно грубыми, уточненные оценки вычисляются с использованием выражения (16) и гистограмм плотности распределения $p(\eta)$ случайной величины η , вычисляемой на основе изложенной выше методики.

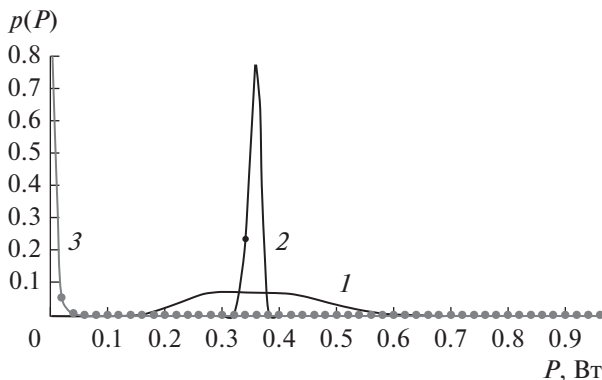


Рис. 4. Гистограммы распределения мощности суммы сигналов $\hat{s}(t)$ и помех МСИ и МКИ (кривая 1), сигнала $\hat{s}(t)$ (кривая 2), помех МСИ и МКИ (кривая 3) при распространении сигналов ФМ2, ФМ4, ФМ8 ($T = 50$ нс, $\theta_A = 80^\circ$).

Таблица 1. Оценочные средние значения сигнал/помеха $\langle E_s/\eta \rangle$, дБ

θ_A , град	T , нс					
	50	60	70	80	90	100
0	24.15	26.10	27.55	29.35	30.50	31.50
80	19.45	21.55	23.80	25.35	26.90	28.50

На рис. 4 приведена гистограмма распределения мощности P суммы сигнала $\hat{s}(t)$ и интерференционных помех (кривая 1) для модели радиолнии с параметрами $T = 50$ нс, $\theta_A = 80^\circ$, полученная в результате ее моделирования для сигналов ФМ4, ФМ8, ФМ16. Кривая 2 и кривая 3 соответствуют гистограммам распределения мощности сигналов $\hat{s}(t)$ и мощности интерференционных помех. Гистограммы нормированы относительно мощности огибающей сигналов $s(t)$, равной 1.

На рис. 5 приведены соответствующие гистограммы $p(\gamma)$ для отношения сигнал/помеха $\gamma = E_s/\eta$ для сигнала ФМ4, $T = 50$ нс, $\theta_A = 0^\circ$ и 80° . Видно, что при увеличении значений угла θ_A уменьшаются минимальные ненулевые значения γ , которые определяют асимптотические значения вероятности ошибки P_6 . Подобные гистограммы вычислены для рассматриваемого ряда сигналов с фазовой манипуляцией при их распространении по трансionoсферным линиям, параметры которых приведены в табл. 1.

В табл. 2 приведены асимптотические значения вероятности ошибки P_6 , вычисленные с использованием этих гистограмм для сигналов ФМ4, ФМ8, ФМ16. Видно, что асимптотические значения вероятности ошибки уменьшаются при увеличении длительности T (с увеличением частотной полосы сигналов) и при уменьшении значений угла θ_A . В частности, при $T = 50$ нс и

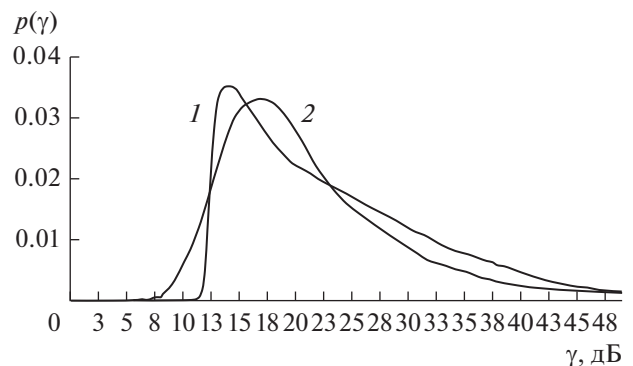


Рис. 5. Гистограммы отношений сигнал/помеха γ ($T = 50$ нс) для $\theta_A = 0^\circ$ (1) и 80° (2).

Таблица 2. Асимптотические вероятности ошибки P_6

Сигналы	θ_A , град	T , нс					
		50	60	70	80	90	100
ФМ4	0	3.9×10^{-7}	$< 10^{-9}$	$< 10^{-9}$	$< 10^{-9}$	$< 10^{-9}$	$< 10^{-9}$
	80	3.2×10^{-5}	7.7×10^{-6}	5.4×10^{-7}	$< 10^{-9}$	$< 10^{-9}$	$< 10^{-9}$
ФМ8	0	6.6×10^{-5}	4.7×10^{-5}	1.5×10^{-5}	3.8×10^{-7}	1.3×10^{-8}	1.1×10^{-9}
	80	1.6×10^{-3}	1.4×10^{-4}	3.6×10^{-5}	4.1×10^{-6}	7.5×10^{-8}	2.9×10^{-9}
ФМ16	0	5.7×10^{-2}	4.4×10^{-2}	3.0×10^{-2}	2.0×10^{-2}	1.5×10^{-3}	2.5×10^{-7}
	80	6.5×10^{-2}	5.5×10^{-2}	5.0×10^{-2}	4.2×10^{-2}	2.5×10^{-2}	1.6×10^{-3}

$\theta_A = 80^\circ$ асимптотические значения вероятности ошибки достигают для ФМ4 $P_6 = 3.2 \times 10^{-5}$, для ФМ8 $P_6 = 1.6 \times 10^{-3}$ и для ФМ16 $P_6 = 6.5 \times 10^{-2}$. Эти уточненные значения существенно отличаются от значений нижних границ θ_A , вычисленных с использованием соотношения (17).

Данное поведение асимптотических вероятностей θ_A представляет ограничивающий фактор применения сигналов с фазовой манипуляцией с расширением их частотного спектра в спутниковых информационных системах, в частности для анализируемого P -частотного диапазона.

На рис. 6–8 приведены вероятности ошибки P_6 для сигналов ФМ4, ФМ8 и ФМ16 при распространении по транссионсферной линии, кривые 1 соответствуют распространению в свободном пространстве и вычислены с использованием со-

отношений (12), (13). Вероятность $P_6 = 0.001$ достигается при значениях сигнал/помеха $E_6/N_0 = 7, 10$ и 14.5 дБ соответственно для ФМ4, ФМ8, ФМ16 сигналов.

На рис. 6 и 7 кривые 2 и 3 соответствуют зенитным углам $\theta_A = 0^\circ$ и $\theta_A = 80^\circ$ для ФМ4 и ФМ8 сигналов с длительностью $T = 50$ нс (частотная полоса $\Delta F = 35.6$ МГц). Видно, что вероятность $P_6 = 0.001$ практически не зависит от анализируемых значений зенитных углов и достигается при $E_6/N_0 = 9.5$ дБ для ФМ4 и $E_6/N_0 > 20$ дБ для ФМ8, что согласуется с асимптотическим значением вероятности ошибки вероятности ошибки $P_6 = 0.0016$, приведенном в табл. 2. Соответствующие энергетические потери по отношению к распространению в свободном пространстве достигают 2.5 дБ для ФМ4 и превышают 10 дБ для ФМ8 сигналов, что показывает неприемлемое ка-

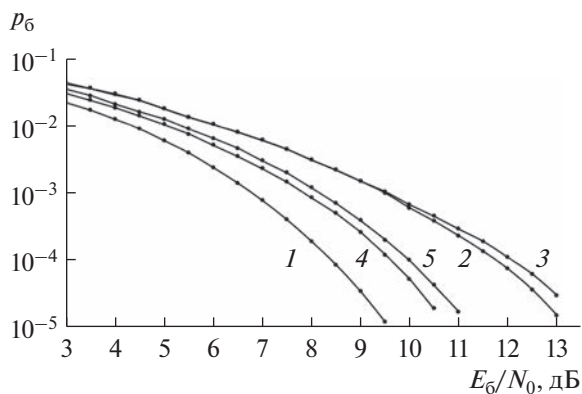


Рис. 6. Вероятности ошибки P_6 для сигналов ФМ4 при распространении по транссионсферной линии: распространение в свободном пространстве (кривая 1); при $T = 50$ нс, $\theta_A = 0^\circ$ (2), 80° (3) и при $T = 100$ нс, $\theta_A = 0^\circ$ (4) и 80° (5).

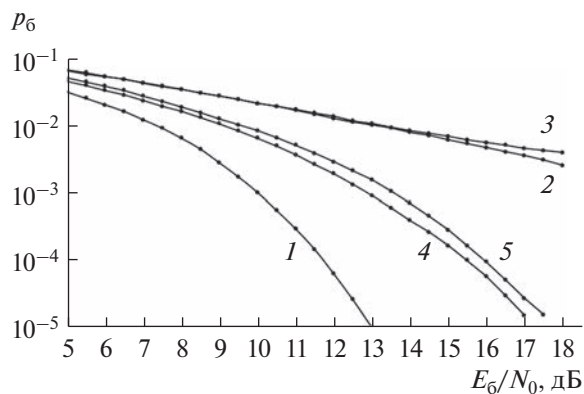


Рис. 7. Вероятности ошибки P_6 для сигналов ФМ8 при распространении по транссионсферной линии: распространение в свободном пространстве (кривая 1); при $T = 50$ нс, $\theta_A = 0^\circ$ (2), 80° (3) и при $T = 100$ нс, $\theta_A = 0^\circ$ (4) и 80° (5).

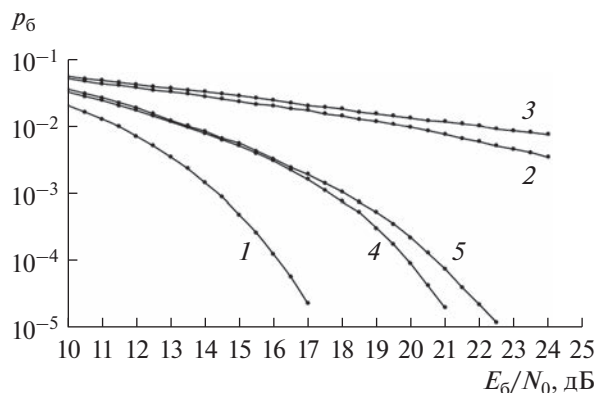


Рис. 8. Вероятности ошибки P_6 для сигналов ФМ16 при распространении по трансionoсферной линии: распространение в свободном пространстве (кривая 1); при $T = 100$ нс, $\theta_A = 0^\circ$ (2) и 80° (3) и при $T = 200$ нс, $\theta_A = 0^\circ$ (4) и 80° (5).

чество функционирования информационных систем в последнем случае.

При уменьшении частотной полосы рассматриваемых сигналов ΔF (при увеличении длительности T) значения энергетических потерь уменьшаются. Кривые 4 и 5 соответствуют зенитным углам $\theta_A = 0^\circ$ и $\theta_A = 80^\circ$ для ФМ4 и ФМ8 сигналов с длительностью $T = 100$ нс (частотная полоса $\Delta F = 17.8$ МГц). В этом случае вероятность $P_6 = 0.001$ зависит от значений зенитных углов θ_A (различие значений E_6/N_0 не превышает 0.5 дБ) и для $\theta_A = 80^\circ$ достигается при $E_6/N_0 = 8.5$ дБ для ФМ4 и $E_6/N_0 = 13.5$ дБ для ФМ8. Соответствующие энергетические потери по отношению к распространению в свободном пространстве достигают 1.5 дБ для ФМ4 и 3.5 дБ для ФМ8 сигналов. При уменьшении задаваемых значений P_6 энергетические потери увеличиваются, при $P_6 = 10^{-5}$ и $\theta_A = 80^\circ$ энергетические потери по отношению к распространению в свободном пространстве достигают 2.5 дБ для ФМ4 и 4.5 дБ для ФМ8 сигналов.

На рис. 8 кривые 2 и 3 соответствуют зенитным углам $\theta_A = 0^\circ$ и $\theta_A = 80^\circ$ для ФМ16 сигналов с длительностью $T = 100$ нс ($\Delta F = 17.8$ МГц). Видно, что вероятность $P_6 = 0.001$ при увеличении E_6/N_0 не может быть достигнута, это согласуется с асимптотическими значениями вероятностей ошибки $P_6 = 0.057$ для $\theta_A = 0^\circ$ и $P_6 = 0.062$ для $\theta_A = 80^\circ$, приведенными в табл. 2. Это показывает неприемлемое качество функционирования информационных систем в данном случае. При уменьшении частотной полосы рассматриваемых сигналов ΔF значения энергетических потерь уменьшаются.

Кривые 4 и 5 соответствуют зенитным углам $\theta_A = 0^\circ$ и $\theta_A = 80^\circ$ для ФМ16 сигналов с длительностью $T = 200$ нс (частотная полоса $\Delta F = 8.9$ МГц). В этом случае вероятность $P_6 = 0.001$ зависит от значений зенитных углов θ_A (различие значений E_6/N_0 достигает 1 дБ для $P_6 = 0.00001$) и для $\theta_A = 80^\circ$ достигается при $E_6/N_0 = 18$ дБ. Энергетические потери по отношению к распространению в свободном пространстве достигают 3.5 дБ. При уменьшении задаваемых значений P_6 энергетические потери увеличиваются, при $P_6 = 10^{-5}$ и $\theta_A = 80^\circ$ энергетические потери достигают 5 дБ.

Приведенные оценочные значения энергетических потерь при использовании рассматриваемого класса фазоманипулированных сигналов необходимо учитывать при оценивании энергетических бюджетов рассматриваемых линий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены методы описания изменений комплексных огибающих цифровых сигналов при их распространении по трансionoсферным линиям, основанные на методах линейной фильтрации. Рассматриваемые искажения сигналов обуславливают возникновение интерференционных межсимвольных и межканальных помех, которые снижают надежность связи, разрушая при определенных условиях нормальное функционирование спутниковых информационных систем. Особенностью этих помех является то, что невозможна их компенсация путем повышения мощности передаваемых радиосигналов. Рассмотрено искажающее действие трансionoсферных линий на сигналы с фазовой манипуляцией ФМ4, ФМ8, ФМ16, активно используемые в приложениях. Разработана методика оценки статистических характеристик суммарных межсимвольных и межканальных помех для этих сигналов и определены их количественные средние значения, а также вычислены гистограммы распределения их мощности и гистограммы распределения отношений сигнал/помеха. С использованием этих характеристик оценены асимптотические вероятности ошибочного приема рассматриваемых сигналов с расширенным спектром при наличии лишь межсимвольных и межканальных помех для радиолнии R -частотного диапазона. Показано, в частности, что асимптотическая вероятность ошибочного приема сигналов ФМ16 с частотной полосой 17.8 МГц (длительность сигналов $T = 100$ нс) превышает 0.065.

Данное поведение асимптотических вероятностей ошибочного приема представляет ограничивающий фактор применения сигналов с фазовой манипуляцией с расширением их частотного спек-

тра в спутниковых информационных системах, в частности для анализируемого P -частотного диапазона. Это обуславливает актуальность проблемы разработки методов снижения эффективности влияния ионосферы на вероятностные характеристики при приеме рассматриваемых сигналов с фазовой манипуляцией, что составляет перспективное направление научных исследований.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колосов М.А., Арманд Н.А., Яковлев О.И. Распространение радиоволн при космической связи. М.: Связь, 1969.
2. Долуханов М.П. Распространение радиоволн. М.: Гос. изд-во по вопросам связи и радио, 1960.
3. Иванов Д.В., Иванов В.А., Михеева Н.Н. и др. // РЭ. 2015. Т. 60. № 11. С. 1167.
4. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1960.
5. Кутуза Б.Г., Мошков А.В., Пожидаев В.Н. // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 889.
6. Арманд Н.А. // РЭ. 2003. Т. 48. № 9. С. 1045.
7. Назаров Л.Е., Батанов В.В. // РЭ. 2017. Т. 62. № 9. С. 866.
8. Назаров Л.Е., Батанов В.В., Данилович Н.И. // Антенны. 2017. № 12. С. 17.
9. Назаров Л.Е., Батанов В.В., Зудилин А.С. // Журн. радиоэлектроники. 2016. № 2. <http://jre.cplire.ru/jre/feb16/1/text.pdf>.
10. Dvorak S.L., Dudley D.G. // IEEE Trans. 1995. V. EC-37. № 2. P. 192.
11. Яковлев О.И., Якубов В.П., Урядов В.П. и др. Распространение радиоволн. М.: ЛЕНАНД, 2009.
12. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973.
13. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. // РЭ. 2012. Т. 57. № 9. С. 1028.
14. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. // РЭ. 2019. Т. 64. № 1. С. 3. <https://doi.org/10.1134/S0033849419010030>
15. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: ИД “Вильямс”, 2003.
16. Витерби А.Д., Омура Дж. Принципы цифровой связи и кодирования. М.: Радио и связь, 1982.
17. Батанов В.В., Назаров Л.Е. // Физ. основы приборостроения. 2020. Т. 9. № 4. С. 24. <https://doi.org/10.25210/jfor-2004-024029>
18. Bilitza D., McKinnell L.-A., Reinisch B., Fuller-Rowell T. // J. Geodesy. 2011. V. 85. P. 909.
19. Назаров Л.Е., Батанов В.В. // Электромагнитные волны и электрон. системы. 2016. Т. 21. № 5. С. 37.
20. Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 537.874;537.624

ОРИЕНТАЦИОННЫЙ ПЕРЕХОД НАМАГНИЧЕННОСТИ
В УСЛОВИЯХ ОДНООСНОЙ АНИЗОТРОПИИ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ© 2023 г. В. С. Власов^а, В. Г. Шавров^б, В. И. Щеглов^б, *^аСыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина,
Октябрьский просп., 55, Сыктывкар, 167001 Российская Федерация^бИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: vshcheg@cplire.ru

Поступила в редакцию 17.05.2022 г.

После доработки 17.05.2022 г.

Принята к публикации 25.06.2022 г.

Рассмотрено влияние одноосной анизотропии высоких порядков на характер ориентационного перехода намагниченности. В геометрии нормального намагничивания среды относительно оси анизотропии получена плотность энергии и равновесное положение намагниченности в зависимости от величины приложенного поля. Рассмотрена ориентация намагниченности при анизотропии от второго до восьмого четных порядков включительно. В качестве примера рассмотрено одновременное присутствие анизотропии второго и четвертого порядков. Для этого случая получено алгебраическое уравнение третьей степени, для анализа которого использован дискриминант Кардано. Показано, что в случае отрицательного значения дискриминанта зависимость ориентации намагниченности от поля имеет гистерезисный характер.

DOI: 10.31857/S0033849423010138, EDN: CEWSJN

ВВЕДЕНИЕ

Ферритовые пленки находят широкое применение в устройствах обработки аналоговой информации в диапазоне СВЧ [1–5]. Для цифровой информации определенные перспективы открывают устройства на магнитных доменах и их стенках [6]. Особо следует отметить эксперименты по воздействию на пленки мощного излучения фемтосекундного лазера [7, 8], открывающие перспективы увеличения быстродействия цифровых устройств на несколько порядков.

В подобных устройствах используются ферриты, обладающие одноосной магнитной анизотропией. Приложение магнитного поля, перпендикулярного оси анизотропии, вызывает ориентационный переход намагниченности к направлению поля [9, 10]. В условиях ориентационного перехода динамика намагниченности имеет сложный характер, в том числе может прецессировать не только сам вектор намагниченности, но и его равновесное положение [10, гл. 9, 10]. В пленках с доменами существуют новые типы магнитостатических волн, в том числе имеющие обратный характер [11, гл. 12–14].

Исследования, касающиеся свойств намагниченности в условиях ориентационного перехода ограничиваются, как правило, рассмотрением простейшей одноосной анизотропии второго по-

рядка. Однако в экспериментах на реальных пленках наблюдается анизотропия более высоких порядков, в частности четвертого [11, с. 296, 304], которая обуславливает гистерезисный характер ориентационных зависимостей частоты ферромагнитного резонанса и магнитостатических волн.

Целью настоящей работы является выяснение влияния анизотропии высоких порядков на характер ориентационных переходов намагниченности.

1. ГЕОМЕТРИЯ ЗАДАЧИ

Рассмотрим ориентационный переход на примере намагничивания безграничной среды с одноосной анизотропией полем, перпендикулярным оси анизотропии. В основу рассмотрения положим схему, принятую для случая одноосной анизотропии второго порядка в работе [10, с. 202–207]. Основные понятия будем использовать аналогично принятым в [6, 12]. Геометрия задачи представлена на рис. 1.

При рассмотрении будем использовать две системы координат с общим основанием — декартову $Oxyz$ и сферическую $O\theta\varphi$. Ось декартовой системы Oz ориентируем вдоль оси анизотропии, а ось Ox — вдоль внешнего поля $\vec{H}$. Полярный угол

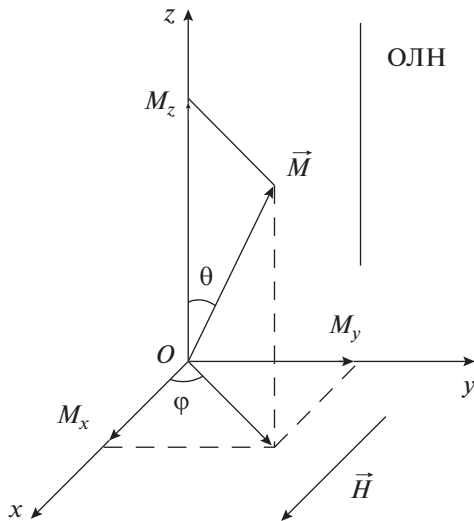


Рис. 1. Геометрия задачи [10], ОЛН — ось легкого намагничивания, т.е. ось одноосной анизотропии типа “легкая ось”.

сферической системы θ будем отсчитывать от оси анизотропии, т.е. Oz , а азимутальный φ — от направления поля, т.е. Ox .

Компоненты вектора намагниченности имеют вид

$$M_x = M_0 \sin \theta \cos \varphi, \quad (1)$$

$$M_y = M_0 \sin \theta \sin \varphi, \quad (2)$$

$$M_z = M_0 \cos \theta. \quad (3)$$

2. ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ И ЕЕ МИНИМИЗАЦИЯ

Будем полагать, что в отсутствие поля вектор намагниченности ориентируется вдоль оси Oz (анизотропия типа “легкая ось”). При включении поля вектор намагниченности постепенно поворачивается к направлению поля, т.е. переориентируется к оси Ox , в чем и состоит ориентационный переход. Когда поле достигает значения, равного полю анизотропии, намагниченность устанавливается точно вдоль оси Ox и далее не меняется, так что ориентационный переход заканчивается.

В силу симметричности геометрии переход происходит в плоскости Oxz , так что можно принять $\varphi = 0$. При этом компоненты вектора намагниченности (1)–(3) принимают вид

$$M_x = M_0 \sin \theta, \quad (4)$$

$$M_y = 0, \quad (5)$$

$$M_z = M_0 \cos \theta. \quad (6)$$

Подобно формуле, представленной в работе [10, (4.211)], запишем плотность энергии одноосной анизотропии высоких порядков в виде

$$U_a = \alpha_2 m_z^2 + \alpha_4 m_z^4 + \dots + \alpha_{2n} m_z^{2n} + \dots, \quad (7)$$

где α_{2n} — константы анизотропии порядка $2n$, m_z — нормированная на M_0 компонента намагниченности: $m_z = M_z/M_0$.

Учитывая, что

$$M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = M_0^2, \quad (8)$$

а также полагая $M_y = 0$, так что

$$M_z^2 = M_0^2 - M_x^2, \quad (9)$$

приведем (7) к виду

$$U_a = \frac{K_2}{M_0^2} M_x^2 + \frac{K_4}{M_0^4} M_x^4 + \dots + \frac{K_{2n}}{M_0^{2n}} M_x^{2n} + \dots \quad (10)$$

С учетом (4) плотность энергии анизотропии принимает вид

$$U_a = K_2 \sin^2 \theta + K_4 \sin^4 \theta + \dots + K_{2n} \sin^{2n} \theta + \dots \quad (11)$$

Эффективное поле анизотропии, получаемое из формулы (4), в соответствии с [10, (4.55)], принимает вид

$$\begin{aligned} H_a &= \left. \frac{\partial U_a}{\partial M_x} \right|_{M_x=M_0} = \frac{2K_2}{M_0^2} M_x + \\ &+ \frac{4K_4}{M_0^4} M_x^3 + \dots + \frac{2nK_{2n}}{M_0^{2n}} M_x^{2n-1} + \dots \Big|_{M_x=M_0} = \\ &= \frac{2}{M_0} (K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots). \end{aligned} \quad (12)$$

Рассматриваемый здесь ориентационный переход состоит в воздействии на намагниченность двух сил — анизотропии и внешнего поля. То есть теперь еще следует определить роль внешнего поля. Плотность энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем равна [6, 12]:

$$U_m = -\vec{M} \vec{H}. \quad (13)$$

В принятой геометрии получаем

$$U_m = -M_0 H_0 \sin \theta. \quad (14)$$

С учетом (12) введем нормированное внешнее поле:

$$h = \frac{H_0}{H_a} = \frac{H_0 M_0}{2(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots)}. \quad (15)$$

При этом (14) принимает вид

$$U_m = -2h(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots) \sin \theta. \quad (16)$$

Примем полную энергию в виде

$$U = U_a + U_m, \quad (17)$$

откуда с учетом (11) и (14) получаем

$$U = K_2 \sin^2 \theta + K_4 \sin^4 \theta + \dots + K_{2n} \sin^{2n} \theta + \dots - 2h(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots) \sin \theta. \quad (18)$$

Равновесная ориентация вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода соответствует минимуму плотности энергии (18). Минимум найдем из условия

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0, \quad (19)$$

подставляя в которое (18) и разделяя на $2 \cos \theta$, получаем

$$K_2 \sin \theta + 2K_4 \sin^3 \theta + \dots + nK_{2n} \sin^{2n-1} \theta + \dots - h(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots) = 0. \quad (20)$$

Это — уравнение для определения равновесной ориентации вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода. Незвестным параметром, подлежащим определению, здесь является полярный угол θ вектора намагниченности $\vec{M}$.

Можно видеть, что относительно $\sin \theta$ это уравнение по структуре является степенным, с показателем степени, возрастающим по мере увеличения порядка анизотропии. Так, для анизотропии порядка $2n$ в отсутствие более высоких порядков степень уравнения равняется $2n - 1$, причем показатели степени являются нечетными.

При ограниченном значении n уравнение (20) принимает вид

$$K_2 \sin \theta + 2K_4 \sin^3 \theta + \dots + 2nK_{2n} \sin^{2n-1} \theta - h(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n}) = 0. \quad (21)$$

Решение полученного уравнения при произвольном, даже ограниченном числе $n > 2$, аналитическими средствами вряд ли возможно. Однако если ограничиться рассмотрением анизотропии только одного порядка $2n$, так что все константы анизотропии кроме K_{2n} обращаются в нуль, то уравнение (20) принимает вид

$$2nK_{2n} \sin^{2n-1} \theta - h(2nK_{2n}) = 0, \quad (22)$$

из которого получаем

$$\sin^{2n-1} \theta - h = 0. \quad (23)$$

При этом

$$\theta = \arcsin(h^{1/(2n-1)}). \quad (24)$$

Примечательно, что в этом случае угол θ от величины константы анизотропии не зависит в силу нормировки поля. Можно видеть, что при $n = 1$,

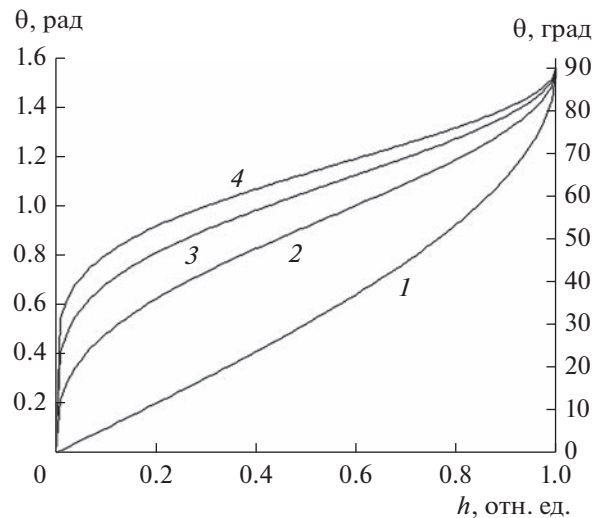


Рис. 2. Зависимости равновесного значения полярного угла намагниченности θ от нормированного поля h при различных порядках анизотропии: 1 — второй, 2 — четвертый, 3 — шестой, 4 — восьмой.

т.е. когда анизотропия имеет только второй порядок, выражение (24) дает

$$\theta = \arcsin(h), \quad (25)$$

что совпадает с подобной формулой, полученной в [10, (5.24)].

Замечание. Можно полагать, что влияние анизотропии высоких порядков с ростом величины порядка постепенно убывает. Подобные экспериментальные данные по одноосной анизотропии авторам данной работы не известны, однако относительно кубической анизотропии отмечено, что константа шестого порядка (в традиционном обозначении K_2), как правило, в несколько раз меньше константы анизотропии четвертого порядка (традиционное обозначение K_1) [3, рис. 2.12].

3. ОРИЕНТАЦИЯ ВЕКТОРА НАМАГНИЧЕННОСТИ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕХОДА ПРИ АНИЗОТРОПИИ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ

На рис. 2 представлены зависимости равновесного значения полярного угла намагниченности θ от нормированного поля h при различных порядках анизотропии, построенные в соответствии с формулой (24).

Из рисунка видно, что увеличение порядка анизотропии ускоряет начальное отклонение вектора намагниченности от оси Ox , причем такое ускорение проявляется тем сильнее, чем порядок анизотропии выше. Однако далее стремление ориентации вектора намагниченности к направлению поля

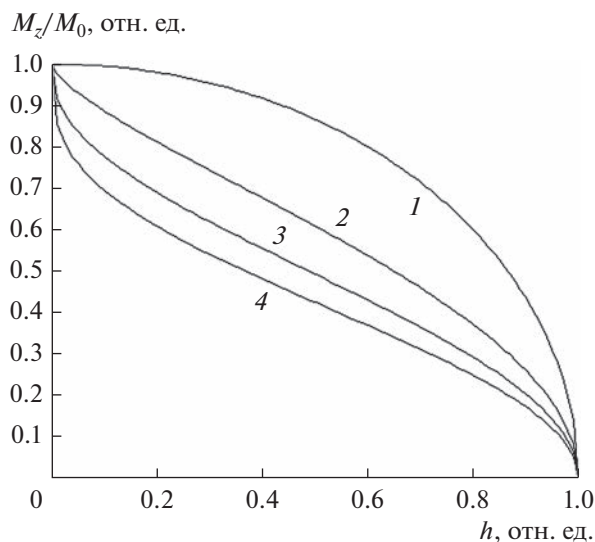


Рис. 3. Зависимости нормированного значения компоненты намагниченности M_z от нормированного поля h при различных порядках анизотропии: 1 – второй, 2 – четвертый, 3 – шестой, 4 – восьмой.

все же замедляется и намагниченность выстраивается вдоль поля при одном и том же значении нормированного поля, равном единице.

На рис. 3 представлены зависимости нормированного значения компоненты намагниченности M_z от нормированного поля h при различных порядках анизотропии, построенные по формуле (24) с учетом (6).

Из рисунка видно, что увеличение порядка анизотропии ускоряет начальный спад z -компоненты вектора намагниченности от поля h , причем такое ускорение проявляется тем сильнее, чем порядок анизотропии выше. Однако далее стремление ориентации вектора намагниченности к направлению поля все же замедляется и z -компонента намагниченности обращается в нуль при одном и том же значении нормированного поля, равном единице.

На рис. 4 представлены зависимости нормированного значения компоненты намагниченности M_x от нормированного поля h при различных порядках анизотропии, построенные по формуле (24) с учетом (4).

Из рисунка видно, что увеличение порядка анизотропии ускоряет начальный рост x -компоненты вектора намагниченности от поля h , причем такое ускорение проявляется тем сильнее, чем порядок анизотропии выше. Однако далее стремление ориентации вектора намагниченности к направлению поля все же замедляется и x -компонента намагниченности стремится к единице при

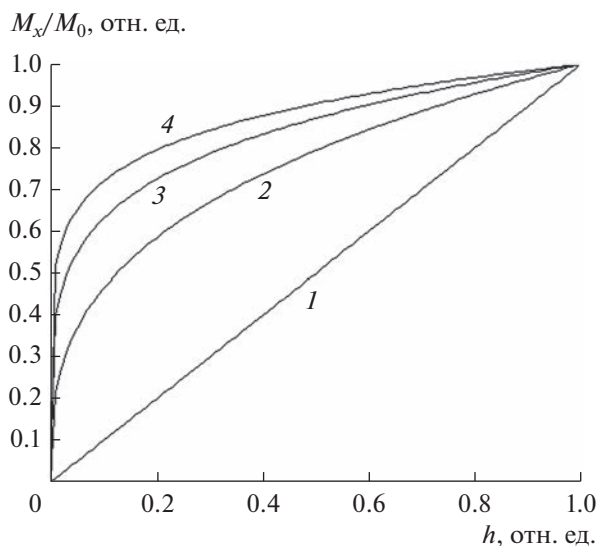


Рис. 4. Зависимости нормированного значения компоненты намагниченности M_x от нормированного поля h при различных порядках анизотропии: 1 – второй; 2 – четвертый; 3 – шестой; 4 – восьмой.

одном и том же значении нормированного поля, равном единице.

Из кривых, приведенных на рис. 3 и 4, следует, что при одном и том же значении поля h и одинаковых порядках анизотропии всегда выполняется соотношение

$$M_x^2 + M_z^2 = M_0^2, \quad (26)$$

следующее из (8) при $M_y = 0$.

4. ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ АНИЗОТРОПИИ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Рассмотрим еще один частный случай, который соответствует ограничению максимальным значением $n = 2$. Уравнение (21) принимает вид

$$K_2 \sin \theta + 2K_4 \sin^3 \theta - h(K_2 + 2K_4) = 0. \quad (27)$$

Разделим на $2K_4$ и запишем в порядке убывания степеней $\sin \theta$:

$$\sin^3 \theta + \frac{K_2}{2K_4} \sin \theta - \frac{h(K_2 + 2K_4)}{2K_4} = 0. \quad (28)$$

Отметим, что деление на K_4 предполагает эту константу отличной от нуля. Тем не менее предельный переход к случаю $K_4 \rightarrow 0$, т.е. анизотропии второго порядка, все же возможен, так как при малых значениях K_4 второе и третье слагаемые становятся настолько большими, что первым можно пренебречь. Тогда из числителей второго и третьего слагаемых как раз получается соотно-

шение (25), что и соответствует анизотропии второго порядка.

Уравнение (28) содержит $\sin \theta$ в третьей степени, так что является кубическим. Чтобы выявить это в более явном виде, переобозначим переменную:

$$\sin \theta \rightarrow y, \quad (29)$$

а также введем вспомогательные обозначения:

$$a = \frac{K_2}{2K_4}; \quad (30)$$

$$b = -\frac{h(K_2 + 2K_4)}{2K_4}. \quad (31)$$

С этими обозначениями (28) принимает вид

$$y^3 + ay + b = 0. \quad (32)$$

Это — классический вид кубического уравнения, способ аналитического решения которого можно найти, например в [10, (2.158), (2.173), (2.223)–(2.225); 13, с. 44; 14, с. 198].

Поскольку уравнение имеет третью степень, то в общем случае оно может содержать от одного до трех действительных решений. Классическим критерием количества решений является знак дискриминанта Кардано:

$$D = \frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}. \quad (33)$$

При $D > 0$ уравнение имеет один корень, при $D < 0$ — три корня. Условие $D = 0$ является переходным, когда три решения вырождаются до слияния в одну точку.

Из структуры выражений (30) и (31) можно видеть, что знак детерминанта (33) будет зависеть от соотношения величин и знаков констант K_2 и K_4 . Так, положительный знак этих констант соответствует анизотропии типа “легкая ось”, а отрицательный — “легкая плоскость”. Различие знаков может привести к отклонению минимума плотности энергии от положения намагниченности вдоль оси Oz , так что ориентационный переход может приобрести гистерезисный характер.

Иллюстрация гистерезисного характера ориентационного перехода представлена на рис. 5. Значения констант K_2 и K_4 намеренно выбраны такими, чтобы детерминант (33) мог быть отрицательным. При этом константа K_2 обеспечивает анизотропию типа “легкая плоскость”, константа K_4 — анизотропию типа “легкая ось”. В определенном интервале поля h уравнение (32) имеет три корня, так что два крайних решения получают устойчивыми, а среднее между ними — неустойчивым.

В силу симметрии задачи (см. рис. 1) по-прежнему полагаем, что намагниченность ориентиру-

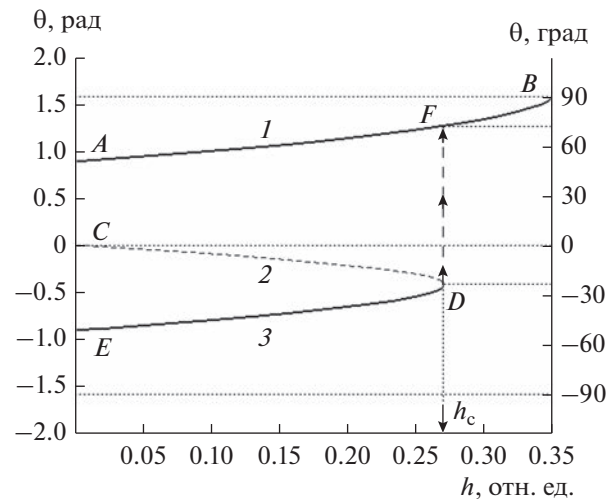


Рис. 5. Зависимости равновесного значения полярного угла намагниченности θ от нормированного поля h при анизотропии второго и четвертого порядков; параметры: $K_2 = -100$ отн. ед.; $K_4 = 100$ отн. ед.

ется в плоскости Oxz . Одновременное действие двух констант в отсутствие поля ориентирует равновесное положение намагниченности в промежутке между осями Ox и Oz . При этом угол θ может принимать два энергетически эквивалентных значения $+51^\circ$ и -51° , соответствующие точкам A и E на рис. 5. Точка C соответствует неустойчивому равновесию при $\theta = 0^\circ$. При включении поля корни уравнения (32) дают кривые AB , CD , ED , причем кривая CD является неустойчивой.

Детерминант (33) является отрицательным только до критического значения поля, определяемого из условия $D = 0$ следующим соотношением:

$$h_c = \sqrt{-\frac{2K_2^3}{27K_4(K_2 + 2K_4)^2}}. \quad (34)$$

Выше этого значения детерминант меняет знак на положительный. Подстановка принятых значений констант дает $h_c = 0.2722$ отн. ед. Таким образом, при $h < h_c$ уравнение (32) имеет три корня, а при $h \geq h_c$ — один, что и дает на рис. 5 левее h_c три кривые, а правее — только одну.

При включении поля угол θ , стартующий из точки A , плавно увеличивается, стремясь к 90° , в соответствии с кривой AB . В точке B намагниченность ориентирована точно вдоль поля, так что ориентационный переход заканчивается. Можно видеть, что кривая AB подобна кривой 1 на рис. 2.

Не так себя ведет намагниченность, угол θ которой стартует с отрицательного значения из точки E . Здесь он сначала возрастает до точки D , со-

ответствующей критическому значению поля h_c (34), после чего резким скачком перебрасывается на верхнюю ветвь — в точку F на кривой AB и далее следует кривой FB .

При уменьшении поля, т.е. при обратном движении по кривой AB из точки B угол θ следует точно кривой AB , не обращая внимания на точку F .

Таким образом, прямое движение из точки A происходит по кривой AB , а из точки E по имеющей излом кривой $EDFB$. Обратное движение из точки B всегда происходит только по кривой AB .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено влияние одноосной анизотропии высоких порядков на характер ориентационного перехода намагниченности. В геометрии нормального намагничивания среды относительно оси анизотропии получена плотность энергии и равновесное положение намагниченности в зависимости от величины приложенного поля. Рассмотрение проведено для анизотропии, начиная со второго и всех последующих четных порядков произвольного их номера, однако отмечено, что согласно экспериментальным данным влияние анизотропии на ориентацию намагниченности при увеличении порядка анизотропии постепенно убывает. В качестве примера рассмотрена ориентация намагниченности при анизотропии от второго до восьмого четных порядков включительно. Показано, что увеличение порядка анизотропии относительно зависимости ориентации намагниченности от поля приводит к ускорению начального спада компоненты намагниченности вдоль оси анизотропии, а также начального роста компоненты намагниченности вдоль той же оси, причем такое ускорение проявляется тем сильнее, чем порядок анизотропии выше. В качестве другого примера рассмотрено одновременное присутствие анизотропии второго и четвертого порядков. Показано, что сосуществование анизотропии обоих порядков приводит к алгебраическому уравнению третьей степени, для анализа которого предложено использовать знак дискриминанта Кардано. Отмечено, что в случае отрицательного значения дискриминанта зависимость ориентации намагниченности от поля имеет гистерезисный характер. Показано, что в отсутствие поля возможны две ориентации намагниченности, симметричные относительно оси анизотропии. При увеличении поля намагниченность из одной ориентации плавно стремится к направлению поля, а

из второй при критическом значении поля претерпевает скачок к направлению первой. При уменьшении поля реализуется только одна ориентация намагниченности, стремящаяся к первому начальному значению.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-55-53019 ГФЕН_а), Российского научного фонда (проекты № 21-72-20048 и № 21-47-00019) и Правительства Республики Коми и РФФИ (грант 20-42-110004, р_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Физматлит., 1960.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973.
3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
4. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит, 2016.
5. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит, 2017.
6. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982.
7. Walowski J., Münzenberg M. // J. Appl. Phys. 2016. V. 120. № 14. P. 140901(16).
8. Чернов А.И., Кожеев М.А., Ветошко П.М. и др. // ФТТ. 2016. Т. 58. № 6. С. 1093.
9. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука, 1979.
10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит, 2018.
11. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит, 2019.
12. Вонсовский С.В., Шур Я.С. Ферромагнетизм. М.: Гостехиздат, 1948.
13. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973.
14. Сушкевич А.К. Основы высшей алгебры. М., Л.: Гостехтеориздат, 1941.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ МАГНИТНЫХ БРИЗЕРОВ В ГАЙЗЕНБЕРГОВСКИХ СПИНОВЫХ ЦЕПОЧКАХ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ

© 2023 г. И. Г. Бострем^{а, *}, Е. Г. Екомасов^б, А. С. Овчинников^{а, с},
В. Е. Сеницын^а, М. И. Фахретдинов^б

^а Институт естественных наук и математики, Уральский федеральный университет,
ул. Куйбышева, 48а, Екатеринбург, 620000 Российская Федерация

^б Башкирский государственный университет,
ул. Заки Валиди, 32, Уфа, 450076 Российская Федерация

^с Институт физики металлов УрО РАН,
ул. С. Ковалевской, 18, Екатеринбург, 620108 Российская Федерация

*E-mail: Irina.Bostrem@urfu.ru

Поступила в редакцию 12.04.2022 г.

После доработки 14.05.2022 г.

Принята к публикации 25.05.2022 г.

Рассмотрена одномерная модель спиновой цепочки конечной длины с взаимодействием Дзялошинского–Мория. Разработан алгоритм моделирования задачи и представлены расчеты, демонстрирующие, что магнитные дискретные бризеры различного типа могут существовать в фазе вынужденного ферромагнетизма кирального гелимагнетика. Показано, что учет взаимодействия Дзялошинского–Мория приводит к уменьшению амплитуды магнитных дискретных бризеров.

DOI: 10.31857/S0033849423010023, EDN: CCPQGS

ВВЕДЕНИЕ

Исследование нелинейных солитоноподобных волн ведется уже многие десятилетия и за это время накоплено огромное количество информации о свойствах таких нелинейных когерентных структур. В частности, общепризнанным является тот факт, что бризерные возбуждения возникают как общие решения нелинейной волновой динамики в широком диапазоне физических систем. В отличие от других солитоноподобных решений, сохраняющих свою форму при распространении, бризеры характеризуются пространственной локализацией и периодическими колебаниями во времени. Эта локализация реализуется в совершенно регулярных системах, в отличие от локализации Андерсона, индуцированной беспорядком.

В нелинейных решеточных системах определяющим фактором возникновения локализованных волн является дискретность. Было показано, что в таких системах существуют пространственно локализованные, периодические по времени колебательные режимы, которые получили название дискретных бризеров (ДБ), или внутренние локализованные нелинейные моды [1, 2]. При изучении ДБ основное внимание сфокусировано на кристаллических решетках, однако ведется поиск

ДБ и в спиновых системах [3–9]. В частности, с помощью методов математического моделирования была продемонстрирована возможность их возникновения в гейзенберговских цепочках с одноионной магнитной анизотропией [4]. В настоящее время рассматриваются модели спиновых цепочек с учетом более сложных магнитных взаимодействий, например антисимметричного обмена [10].

Цель данной работы — показать с помощью методов математического моделирования возможность существования магнитных ДБ для спиновой цепочки конечной длины с взаимодействием Дзялошинского–Мория (ДМ).

1. МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим одномерную цепочку спинов конечной длины L . Пусть $\vec{S}_n$ — спиновый вектор n -го узла цепочки. Уравнение движения Гайзенберга для циклической координаты

$$S_n^+ (S_n^+ = S_n^x \pm iS_n^y),$$

нормированной на S — длину спинового вектора

$$s_n^\pm = S_n^\pm / S, \quad s_n^z = \sqrt{1 - s_n^+ s_n^-},$$

имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{i\hbar}{2JS} \frac{d}{dt} s_n^+ &= s_n^+ (s_{n+1}^z + s_{n-1}^z) - \\ &- s_n^z (s_{n-1}^+ + s_{n+1}^+) - 2Bs_n^+ s_n^z + \\ &+ i \frac{D}{2J} s_n^z (s_{n-1}^+ - s_{n+1}^+) + \frac{H_0}{2JS} s_n^+, \end{aligned} \quad (1)$$

где J , H_0 , D , B – некоторые константы. Уравнение (1) можно рассматривать в качестве модели, являющейся прототипом моноаксиального хирального гелимагнетика [11]. Тогда J – константа обменного взаимодействия, H_0 – величина внешнего магнитного поля, B – приведенная константа одноионной анизотропии, D – константа антисимметричного обмена ДМ. В этом случае должно выполняться условие

$$H_0/(2JS) > 2(\sqrt{1 + (D/2J)/2} - 1/2 + B),$$

параметр $(D/2J)$ во всех расчетах принимает значение 0.16, что типично для этого класса соединений. Исследуем решения уравнения (1) в виде ДБ или внутренних локализованных мод спиновой цепочки. Случай $D = 0$, $B > 0$ как раз соответствует гайзенберговской спиновой цепочке, рассматривавшейся в работе [4]. Ищем решение в виде, предложенном в указанной работе:

$$s_n^+ = s_n(t) \exp(-i\omega t + ikna), \quad (2)$$

причем амплитуда отклонения нормированного спина от оси цепочки $s_n(t)$ должна оставаться почти постоянной по всей длине цепочки, за исключением небольших участков. Подставляя в уравнение (1) s_n^+ в виде (2) и отделяя действительную и мнимую части, получаем систему дискретных уравнений:

$$\begin{aligned} \Omega s_n &= s_n (\sqrt{1 - s_{n+1}^2} + \sqrt{1 - s_{n-1}^2}) - 2Bs_n \sqrt{1 - s_n^2} - \\ &- \sqrt{1 - s_n^2} (s_{n-1} + s_{n+1}) \sqrt{1 + \frac{D^2}{4J^2}} \cos(ka + \delta), \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\frac{ds_n}{d\tau} = \sqrt{1 - s_n^2} (s_{n-1} - s_{n+1}) \sqrt{1 + \frac{D^2}{4J^2}} \sin(ka + \delta). \quad (3б)$$

Уравнения (1) задают форму волны, уравнения (2) описывают ее движение. Введены следующие обозначения: a – расстояние между соседними узлами, $\Omega = (\hbar\omega - H_0)/(2JS)$ – эффективная частота, $\text{tg}\delta = (D/2J)$, безразмерное время $\tau = t/t_0$, где $t_0 = \hbar/(2JS)$, $\hbar$ – постоянная Планка.

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ДИСКРЕТНЫХ БРИЗЕРОВ

Найдем статическое решение системы (3). Из уравнения (3б) в случае статического решения следует соотношение $ka = -\arctg(D/2J)$, означаю-

щее, что ДБ будут обладать топологическим зарядом, который придаст им дополнительную устойчивость. Решение первой группы дискретных уравнений (3а) определим с помощью численных методов. Для численного моделирования были использованы цепочки длиной $L = 100$ и 101 узел с открытыми граничными условиями. При открытых граничных условиях уравнения для спинов на концах цепочки будут иметь вид, отличающийся от (3а):

$$\begin{aligned} \Omega s_0 &= -2Bs_0 \sqrt{1 - s_0^2} + \\ &+ s_0 \sqrt{1 - s_1^2} - s_1 \sqrt{1 - s_0^2} \sqrt{1 + \frac{D^2}{4J^2}}, \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \Omega s_L &= -s_{L-1} \sqrt{1 - s_L^2} \sqrt{1 + \frac{D^2}{4J^2}} + \\ &+ s_L \sqrt{1 - s_{L-1}^2} - 2Bs_L \sqrt{1 - s_L^2}. \end{aligned} \quad (4б)$$

Для заданных значений параметров и приведенной частоты Ω задавалось пробное значение спинового отклонения на крайнем левом узле цепочки s_0 , по формуле для левого края цепочки (4а) рассчитывали амплитуду s_1 . Далее по общей формуле для внутренних узлов (3а) вычисляли значения s_n до правого края цепочки. Для ускорения расчетов s_n , которые приходилось проводить миллионы раз, была максимально упрощена процедура. Вместо численного решения уравнения (3а) было получено рекуррентное соотношение для расчета s_{n+1} через s_n и s_{n-1} . Действительно, относительно s_{n+1} уравнение (3а) представляет из себя квадратное уравнение:

$$\begin{aligned} ((1 - (D/2J)^2)(1 - s_n^2) + s_n^2) s_{n+1}^2 + \\ + 2A_n \sqrt{1 - s_n^2} \sqrt{1 + (D/2J)^2} s_{n+1} + \\ + A^2 - s_n^2 = 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_n &= s_{n-1} \sqrt{1 - s_n^2} \sqrt{1 + \frac{D^2}{4J^2}} + \\ &+ s_n (\Omega - \sqrt{1 - s_{n-1}^2} + 2B\sqrt{1 - s_n^2}). \end{aligned}$$

Выбирая тот корень, который дает искомое решение, получаем явную формулу для расчета

$$s_{n+1} = \frac{-A_n \sqrt{(1 - s_n^2) \left(1 + \frac{D^2}{4J^2}\right)} + \sqrt{1 - s_n^2} \frac{D^2}{4J^2} - A_n^2}{1 + (1 - s_n^2) \frac{D^2}{4J^2}}.$$

Критерием правильности выбранного значения начального отклонения s_0 служила проверка выполнения уравнения для граничных спинов s_{L-1} и s_L (4б). Если уравнение (4б) выполнялось с заданной точностью, то решение считалось построенным, если нет – бралось новое пробное значение s_0 .

Для оценки точности результатов применяли формулу для относительной погрешности резуль-

тата вычисления, которая может быть представлена в следующем виде:

$$\delta = \frac{\Omega s_L - s_L \sqrt{1 - s_{L-1}^2} + s_{L-1}^2 \sqrt{1 - s_L^2} + 2Bs_L \sqrt{1 - s_L^2}}{\Omega s_L}. \quad (5)$$

Как известно, состояния солитонного типа возникают при строго определенном наборе параметров B , Ω и начального значения. Для получения корректных результатов требовалась, как правило, погрешность менее 0.000001, что “де факто” соответствует разнице в 0.0001% между левой и правой частью критерия. Дальнейшее увеличение точности приводило к необходимости рассматривать диапазон с более мелким шагом от начального значения S , что существенно увеличивало время расчета.

В процессе численного моделирования было установлено, что при фиксированной точности проверки критерия для большей части бризерных решений будет достаточно подобрать стартовое значение s_0 с точностью до 0.000001...0.00000001, но, однако, существуют решения, для которых критерий точности выполняется только после подбора 18-го знака после запятой. Ситуация также усложняется тем фактом, что стартовое значение S_0 может лежать в достаточно большом диапазоне, от 0 до 0.7, который, как было отмечено выше, иногда приходится проверять на корректность с очень маленьким шагом, при этом не следует забывать, что программа проводит моделирование всей длины цепочки (100...101 элемент). Для ускорения вычислений был использован пакет для параллельных вычислений на видеокарте Nvidia CUDA.

В алгоритме [12], разработанном для решения системы уравнений (3а), программа запускалась для фиксированных B , Ω и глобального значения краевого s_0 , от которого начиналась проверка корректности в сторону увеличения значения. Как правило, значение s_0 выбиралось близким к нулю. Величину глобального шага алгоритма h подбирали под конкретный вид решения, диапазон ее изменений был от 10^{-2} до 10^{-9} , в зависимости от требований к итоговой величине шага каждой ветви. Шаг алгоритма выглядел следующим образом: программа запускала 2×10^9 параллельных веток, каждая из которых проверяла корректность своего начального значения, которое вычислялось по формуле $s_p = s_0 + hp/(2 \times 10^9)$, где p — номер ветви. Для каждой ветви проверялась корректность выполнения граничного уравнения с заданной точностью. Если уравнение выполнялось, программа записывала значение s_p и выводила его на экран. После окончания расчета и проверки всех ветвей

к s_0 прибавлялось значение h и алгоритм вновь запускал параллельные ветви уже с новым

$$s_p = (s_0 + h) + hp/(2 \times 10^9).$$

С целью апробация правильности работы программы сначала были воспроизведены результаты моделирования бризерных решений для случая $D = 0$, приведенные в работе [4]. В результате проведенного численного моделирования для случая D , неравного нулю, были выделены группы значений параметров, при которых возможно построение искомым дискретных бризерных решений нескольких типов. При фиксированных значениях B и Ω возможны несколько определенных значений для начального отклонения, которые задают бризеры с различным числом периодов — от одного до многопериодных “бризерных решеток”. Примеры всех полученных нами типов дискретных бризеров приводятся ниже. На графиках по оси абсцисс отложен номер узла, отсчитанный от середины цепочки для более наглядного представления решения, а по оси ординат — значения амплитуды s_n .

На рис. 1а–1г представлен пример группы решений, для которых амплитуды спиновых отклонений соседних узлов имеют одинаковые знаки. Решения, представленные на рис. 1а и 1б, получены при одинаковом наборе параметров, но для разного начального отклонения: одиночный кинк и бризерная решетка. Также были найдены решения, для которых не происходит смены знака амплитуды спинового отклонения по всей длине цепочки, как в виде одиночной пары кинк-антикинк (рис. 1в), так и бризерной решетки (рис. 1г). Во всех случаях расчеты проводились на цепочке, содержащей 101 узел.

Решения, для которых амплитуды спиновых отклонений соседних узлов отличаются знаком, представлены на рис. 2. Среди них также есть и однопериодные (рис. 2а), и бризерные решетки (рис. 2б). Для наглядности расчетные точки на этих графиках соединены линией. Такое “антиферромагнитное” упорядочение спиновых отклонений соседних узлов характерно для больших значений константы анизотропии B . Также используется цепочка, содержащая 101 узел.

Численные расчеты проводились на цепочках из 100 и 101 узла, что позволило проследить зависимость вида решения от четности числа узлов в цепочке. Наблюдались как случаи, когда смена

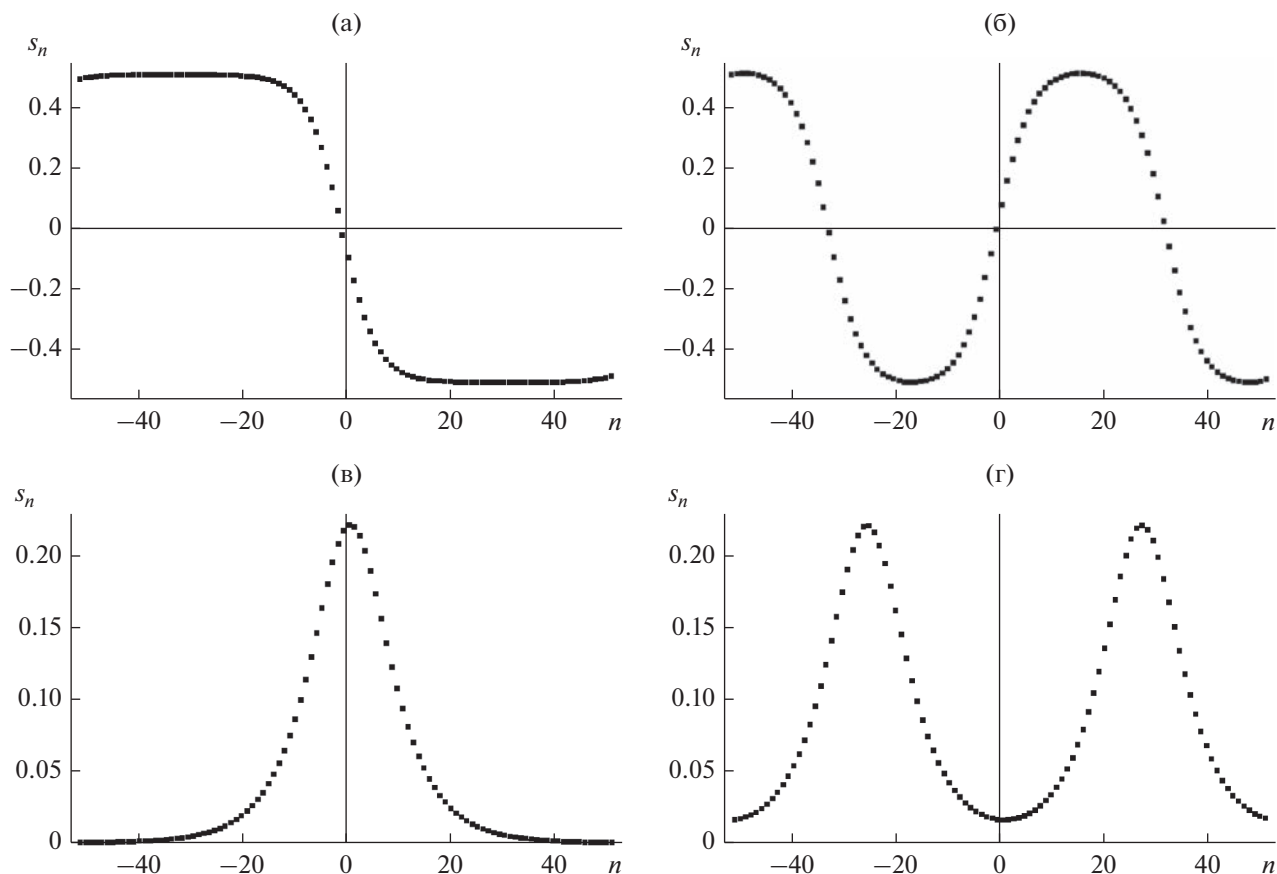


Рис. 1. Значение амплитуды s_n в зависимости от номера узла при $\Omega = -0.28$, $B = 0.15$ (а, б) и $\Omega = 1.95$, $B = -1$ (в, г): $s_0 = 0.495373257505$ (а), 0.4858544687 (б), 0.000308187350000 (в), 0.016876627550000 (г).

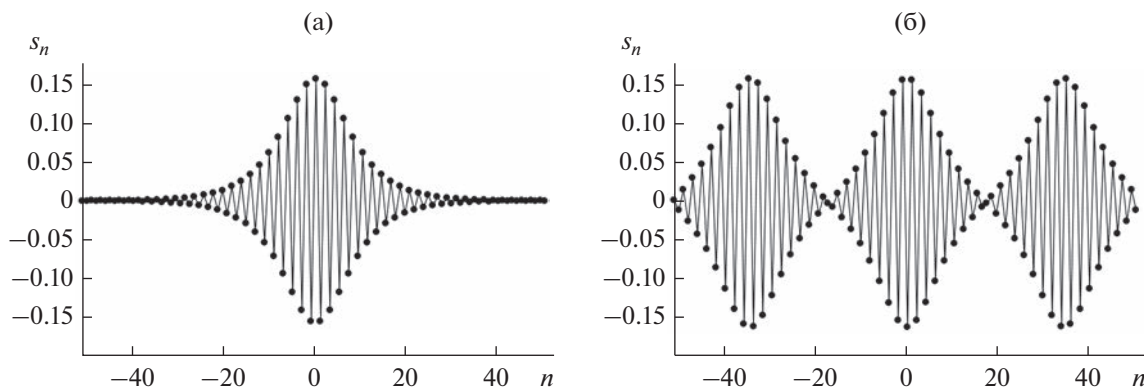


Рис. 2. Значение амплитуды s_n в зависимости от номера узла при $\Omega = -3.95$, $B = 4$: $s_0 = 0.000018542840220$ (а), 0.003323453831000 (б).

четности приводила к качественному изменению вида решения, так и противоположные.

Так, например, для набора параметров $\Omega = 1.95$, $B = -1$ на цепочке с нечетным числом узлов получаются решения без смены знака амплитуды, приведенные выше (см. рис. 1г), а на цепочке из 100 узлов генерируется решение с периодической

сменой знака амплитуды (рис. 3). Оба решения представляют из себя бризерную решетку из двух периодов, но за счет разной четности числа узлов в цепочке первое решение имеет максимумы на узлах (мода Такено–Сиверса [13]), а второе – в междоузлиях (мода Пейджа [14]). В следующем разделе будет показано, что эти решения соответ-

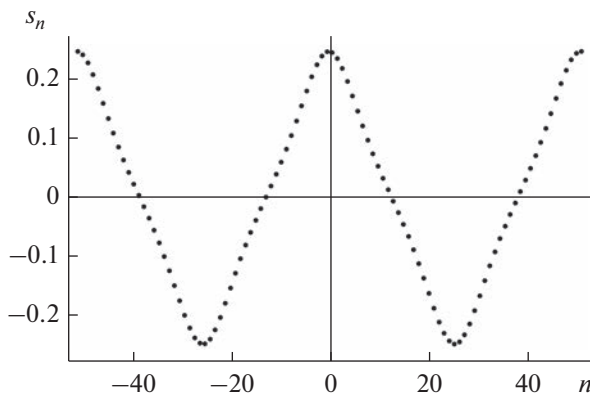


Рис. 3. Значение амплитуды s_n в зависимости от номера узла при $\Omega = 1.95$, $B = -1$, $s_0 = 0.24708307570$; цепочка длиной 100 узлов.

ствуют разным траекториям фазового портрета уравнения Дюффинга.

Противоположный пример: при $\Omega = -3.95$, $B = 4$ на цепочках той и другой четности реализуются однотипные решения (рис. 4а, 4б), также относящиеся к различным модам.

Рассмотрим кратко, какие изменения по сравнению с результатами работы [4] внесло в дискретные бризерные решения дополнительное слагаемое в уравнении (1). Кроме уже отмеченного в разд. 1 качественного отличия – появления у рассматриваемых решений топологического заряда – имеются и количественные. Приведем сравнение численных решений, полученных при $D = 0$ и ненулевом D для одного того же набора параметров (рис. 5). Видно, что при сохранении формы решения амплитуда спиновых отклонений уменьшается.

3. КОНТИНУАЛЬНЫЙ ПРЕДЕЛ

Результаты численного счета показывают, что решения в виде дискретных бризерных мод полу-

чаются не для любого набора параметров уравнения (1). Объяснить это можно с помощью приближенного решения системы дискретных уравнений (2а) в континуальном пределе. Для получения уравнения движения спинов в континуальном пределе перейдем от дискретной переменной s_n к непрерывной переменной $\psi(z)$, которую будем считать медленно меняющейся от узла к узлу. Как видим из графиков решений, для ДБ, у которых амплитуда спиновых отклонений соседних узлов не меняет знака (см. рис. 1), роль такой переменной может исполнять сама амплитуда s_n , а для остальных (см. рис. 2) следует взять функцию огибающей $s_n = (-1)^n \psi(z)$. Выполняя преобразования

$$s_{n\pm 1} = (-1)^{n\pm 1} \left(\psi(z) \pm a \frac{d\psi}{dz} + \frac{a^2}{2} \frac{d^2\psi}{dz^2} \right),$$

$$\sqrt{1 - s_n^2} \approx 1 - \frac{1}{2} \psi^2(z),$$

$$\sqrt{1 - s_{n\pm 1}^2} \approx 1 - \frac{1}{2} \psi^2(z) \mp a \psi(z) \frac{d\psi(z)}{dz}$$

в уравнении (1) и пренебрегая нелинейными членами, включающими $d\psi(z)/dz$ и $d^2\psi/dz^2$, получаем для непрерывной амплитуды известное уравнение Дюффинга:

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} - \alpha\psi + \beta\psi^3 = 0. \quad (6)$$

Коэффициенты α и β выражаются через параметры цепочки и приведенную частоту [15]. Бризерные моды соответствуют ограниченными периодическим решениям (6). Фазовая диаграмма для уравнения Дюффинга [16] приведена на рис. 6.

Легко видеть, что каждой из найденных путем численного моделирования бризерных мод можно сопоставить одно из возможных ограниченных решений уравнения Дюффинга. Например, реше-

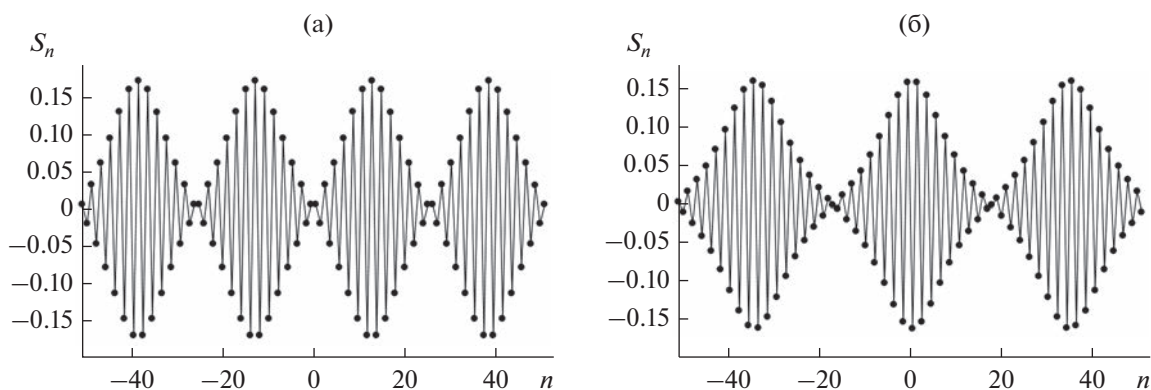


Рис. 4. Значение амплитуды s_n в зависимости от номера узла при $\Omega = -3.95$, $B = 4$: а) $s_0 = 0.00646293212$, длина цепочки 100 узлов, мода Пейджа, б) $s_0 = 0.003323453831000$, длина цепочки 101 узел, мода Такено–Сиверса.

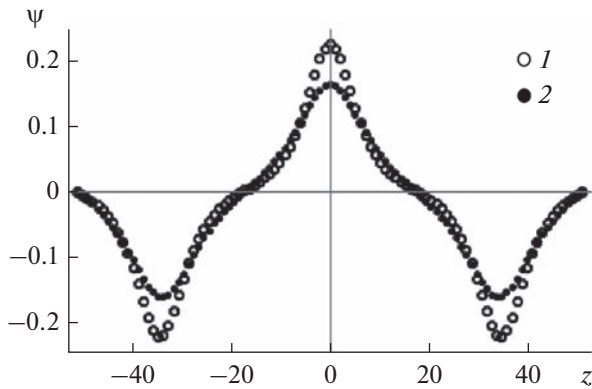


Рис. 5. Огибающая функция в зависимости от номера узла. $\Omega = -3.94$, $B = 4$, длина цепочки 100: кривая 1 – $D = 0$, $s_0 = 0.002177$; кривая 2 – $D = 0.16$, $s_0 = 0.00048823$.

ния, приведенные на рис. 1а, 1б, 1в, 1г, отвечают траекториям соответственно на рис. 6б кривая 2, кривая 1, и на рис. 6а кривая 2, кривая 3, решения, приведенные на рис. 2а и 2б – траекториям рис. 6а кривая 2 и кривая 1 соответственно.

Решениями уравнения Дюффинга для различных значений его коэффициентов являются эллиптические функции Якоби (cn , sn , nd). Следовательно, найденные бризерные моды являются кноидальными волнами.

Условие того, что эллиптический модуль и амплитуда решения не превосходят единицу, налагает ограничения на область изменения параметров для каждого из решений. Значения параметров, при которых были получены численные решения, попадают в установленные таким образом области их изменения.

Континуальное приближение дает качественное согласие с результатами численного счета. Пример сравнения решений, полученных численно и аналитически, приведен на рис. 7.

Для континуального описания дискретных бризерных мод мы использовали огибающую функцию ψ . Известно, что поведение огибающей функции для движущихся солитонов в сплошных средах определяется конкуренцией коэффициентов дисперсии и нелинейности. Например, такая ситуация возникает для нелинейного уравнения Клейна–Гордона в модели ϕ^4 :

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} + \omega_c^2 u - \beta u^3 = 0,$$

которое сводится к нелинейному уравнению Шредингера (НУШ)

$$i \frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\omega_0''}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + q |A|^2 A = 0$$

с помощью подстановки:

$$u = A(X, T) \exp(i(kx - \omega_0 t)) + \text{к.с.},$$

где $q = 3\beta/2\omega_0$ и $\omega_0'' = \omega_c'' + c^2 k^2$ [16]. В НУШ коэффициенты дисперсии и нелинейности определяются вторым и последним слагаемыми соответственно. Стабильность движущегося волнового пакета в НУШ регулируется критерием Лайтхилла: если $\omega_0'' q > 0$ ($\omega_0'' = d^2 \omega_0 / dk^2$), то возникает модуляционная неустойчивость, т.е. возможный распад формы волны на последовательность импульсов. Этот случай соответствует ярким солитонам по терминологии, введенной в [17]. В обратном пределе $\omega_0'' q < 0$ модуляционной неустойчивости нет, и этот случай соответствует темным солитонам.

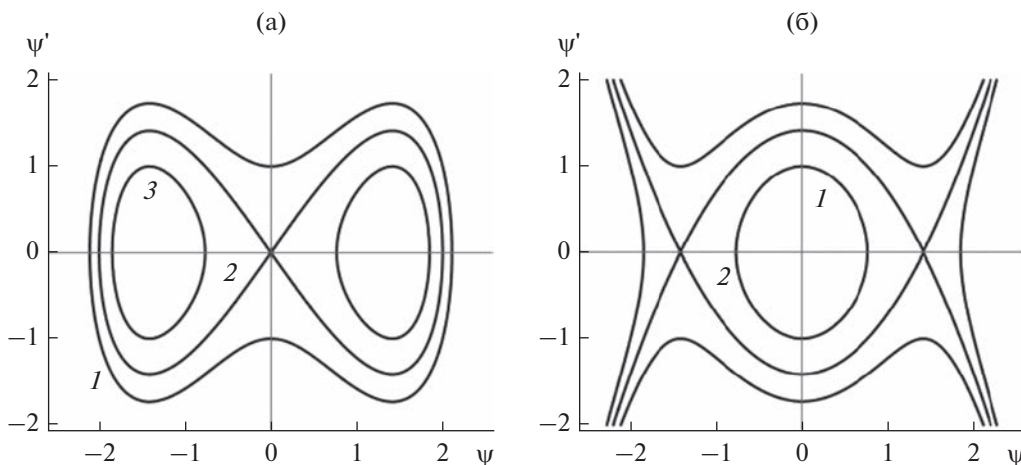


Рис. 6. Фазовый портрет уравнения Дюффинга (6). Траектории а) соответствуют “ярким” решениям ($\alpha > 0$, $\beta > 0$); траектории б) – “темным” ($\alpha < 0$, $\beta < 0$).

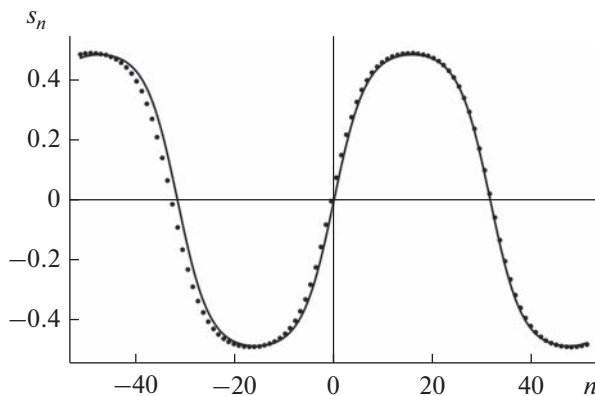


Рис. 7. Значение амплитуды s_n в зависимости от номера узла при $\Omega = -0.28$, $B = 0.15$, $s_0 = 0.4858544687$; аналитическое решение имеет вид $s(z) = \text{sn}(0.1609z, 0.89)$; цепочка длиной 101 узел.

В нашем случае уравнение Дюффинга не содержит “классических” коэффициентов дисперсии и нелинейности. Причина в том, что мы рассматриваем режим не движущихся, а стационарных волн, и рассматриваемые нами ДБ, по сути, представляют собой нелинейные стоячие волны. Как следствие, мы получаем набор дискретных частот вместо закона дисперсии $\omega = \omega(k)$. Это исключает возможность прямого применения критерия Лайтхилла. Вместо этого для исследования устойчивости дискретных бризерных мод нужно использовать линейный анализ Флоке. Тем не менее, существует аналог критерия Лайтхилла в том смысле, что можно предсказать тип решения, опираясь на знаки коэффициентов α , β в уравнении Дюффинга. Так, если $\alpha > 0$, $\beta > 0$, мы имеем дело с “яркими” модами, при $\alpha < 0$, $\beta < 0$ появляются “темные” моды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изложен численный метод решения задачи о нахождении магнитных дискретных бризеров, или внутренних локализованных мод для гайзенберговской спиновой цепочки конечной длины с учетом взаимодействия Дзялошинского—Мория. Для поиска решений использовалось уравнение движения для спинового оператора и открытые граничные условия. Длина цепочки при расчетах имела четное и нечетное число узлов (100 и 101 узел). При проведении численных расчетов использовалась оригинальная программа, максимально упрощающая расчет спиновых отклонений по цепочке и допускающая возможность использования технологий параллельных вычислений. Найдено, что в рассмотренной спиновой цепочке конечной длины существуют несколько видов возможных пространственно-периодических дискретных бризерных решений. Наличие взаимодей-

ствия ДМ не препятствует их возникновению, но уменьшает их амплитуду. Результаты численного моделирования возбуждений магнитных дискретных бризеров хорошо согласуются с континуальным приближением, связывающим моды решетки дискретных бризеров и периодические решения нелинейного уравнения Дюффинга. Цепочка магнитных дискретных бризеров является системой, в которой области запасенной энергии связаны с областями аккумуляции поперечных спиновых компонент, т.е. представляет собой одномерный периодический массив резонаторов, запасенная энергия которых может принимать только дискретные значения, и определяется двумя степенями свободы, числом кинков и частотой. Из-за нелинейности количество накопленной энергии в этих “бризерных конденсаторах” будет значительно превосходить емкость линейных стоячих спиновых волн. Эта функциональность может быть использована для создания спинтронных резонаторов на основе киральных гелимагнетиков.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-02-00213), а также в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования РФ (проект FEUZ-2020-0054).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Flach S., Willis C.R. // Phys. Rep. 1998. V. 295. № 5. P. 181.
2. Дмитриев С.В., Корзникова Е.А., Баимова Ю.А., Велларде М.Г. // Успехи физ. наук. 2016. Т. 186. № 5. С. 471.
3. Wallis R. F., Mills D.L., Boardman A.D. // Phys. Rev. B. 1995. V. 52. № 6. P. R3828.
4. Rakhmanova S., Mills D.L. // Phys. Rev. B. 1996. V. 53. № 13. P. 9225.
5. Lai R., Kiselev S.A., Sievers A.J. // Phys. Rev. B. 1996. V. 54. № 18. P. R12665.
6. Su W., Xie J., Wu T., Tang B. // Chinese Physics B. 2018. V. 27. № 9. P. 097501.
7. Djoufack Z.I., Nguenang J.P., Kenfack-Jiotsa A. // Physica B. 2020. V. 598. P. 412437.
8. Lakshmanana M., Saxena A. // Phys. Lett. A. 2018. V. 382. № 28. P. 1890.
9. Kamburova R.S., Varbev S.K., Primatarowa M.T. // Phys. Lett. A. 2019. V. 383. № 5. P. 471.
10. Kavitha L., Parasuraman E., Gopi D. et al. // J. Magnetism and Magnetic Materials. 2016. V. 401. P. 394.
11. Kishine J., Ovchinnikov A.S. Solid State Physics / Eds. R.E. Camley, R.L. Stamps. N.Y.: Academic Press, 2015. V. 66. P. 1.

12. *Синицын В.Е., Бострем И.Г.* Программа численного подбора корректных конфигураций нелинейных спиновых возбуждений типа бризер в одномерной киральной спиновой цепочке конечных размеров с применением технологии параллельных вычислений на видеокарте. Свидетельство о государственной регистрации № 2021680962. Оpubл. офиц. бюл. “Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных микросхем” № 12 от 16.12.2021.
13. *Sievers A.J., Takeno S.* // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. № 8. P. 970.
14. *Page J.B.* // Phys. Rev. B. 1990. V. 41. № 11. P. 7835.
15. *Bostrem I.G., Ekomasov E.G., Kishine J. et al.* // Phys. Rev. B. 2021. V. 104. № 21. P. 214420.
16. *Островский Л.А., Поманов А.И.* Введение в теорию модулированных волн. М.: Физматлит, 2003.
17. *Weiner A.M., Heritage J.P., Hawkins R.J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. № 21. P. 2445.

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 621.3.049.774.2

АНАЛИЗ ПАССИВНОГО СМЕСИТЕЛЯ ЧАСТОТ С УПРАВЛЕНИЕМ ПО ТОКУ НА ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ЧАСТОТЕ С УЧЕТОМ ВХОДНОГО И ВЫХОДНОГО ИМПЕДАНСОВ

© 2023 г. А. С. Коротков^а, *, Т. Д. Чан^а

^а Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Политехническая ул., 29, Санкт-Петербург, 195251 Российская Федерация

*E-mail: korotkov@spbstu.ru

Поступила в редакцию 12.04.2022 г.

После доработки 04.08.2022 г.

Принята к публикации 25.08.2022 г.

Предложена обобщенная методика расчета схемы пассивного смесителя частот с управлением по току на произвольной промежуточной частоте с учетом комплексного входного импеданса источника тока и выходной нагрузки. Приведены результаты моделирования в среде Micro-Cap и сравнения с расчетом. Рассмотрены частотные зависимости передаточного импеданса.

DOI: 10.31857/S0033849423010072, EDN: CCZIBX

ВВЕДЕНИЕ

Представляется перспективным применение смесителей частот с управлением по току при построении multifunctional и многодиапазонных приемо-передающих устройств [1]. В общем случае смесители частот классифицируются по двум основным группам: 1) пассивные смесители – на диодах [2], полевых транзисторах, работающих при нулевом смещении [3], на основе схемы с коммутационным управлением по току [1]; 2) активные смесители на основе схемы Гильберта – на биполярных [4], полевых транзисторах [5]. Преимущество пассивных смесителей – отсутствие потребляемой мощности (или очень низкая потребляемая мощность), активных смесителей – усиление входного сигнала. Активные смесители на основе схемы Гильберта подробно проанализированы, например, в [6]. В традиционной схеме Гильберта протекающие через транзисторы токи содержат не только переменную, но и постоянную составляющую (ток смещения). Было показано, что фликкерный шум транзисторов, как низкочастотный эффект, на выходе активного смесителя определяется в том числе постоянным током [7]. Пассивный смеситель с управлением по току коммутирует только радиочастотный ток с выхода малошумящего усилителя преселектора, поэтому влияние фликкерного шума в этом смесителе существенно меньше. Кроме того, пассивный смеситель с управлением по току обеспечивает высокую линейность [8]. Благодаря этим преимуществам, пассивные смесители с управлением по току применяются в раз-

личных современных беспроводных системах: сенсорные сети [9], мобильные системы пятого поколения [10], интернет вещей [11].

Схема пассивного смесителя частот с управлением по току проанализирована в [12] при комплексном входном импедансе и импедансе нагрузки как RC -цепи. Однако при этом предполагается, что на частоте гетеродина и его гармониках импеданс нагрузки много меньше, чем входной импеданс на частоте гетеродина. Данное предположение позволяет упростить анализ, но приводит к пренебрежению в выходном сигнале гармониками на комбинационных частотах $\omega_{пч} + w\omega_r$, где $\omega_{пч}$ – промежуточная угловая частота, ω_r – угловая частота гетеродина, w – номер гармоники частоты гетеродина. Кроме того, моделирование показало, что приведенные в данных статьях результаты обеспечивают высокую точность расчета при условии малости импеданса нагрузки на частоте гармоник гетеродина по сравнению с его значением на промежуточной частоте. Так, для схемы с числом плеч 4 при значениях конденсатора нагрузки 10 пФ, промежуточной частоты 100 МГц, входной частоты 2.1 ГГц при сопротивлении нагрузки 100 Ом ошибка составила около 2%, а при сопротивлении нагрузки 10 Ом ошибка составила около 20%. Как следствие, результаты анализа имеют сравнительно невысокую точность при малом входном импедансе или малом сопротивлении нагрузки. Схема пассивного смесителя с управлением по току также проанализирована в [13] при произвольной промежуточной частоте, но входной импеданс представляется как рези-

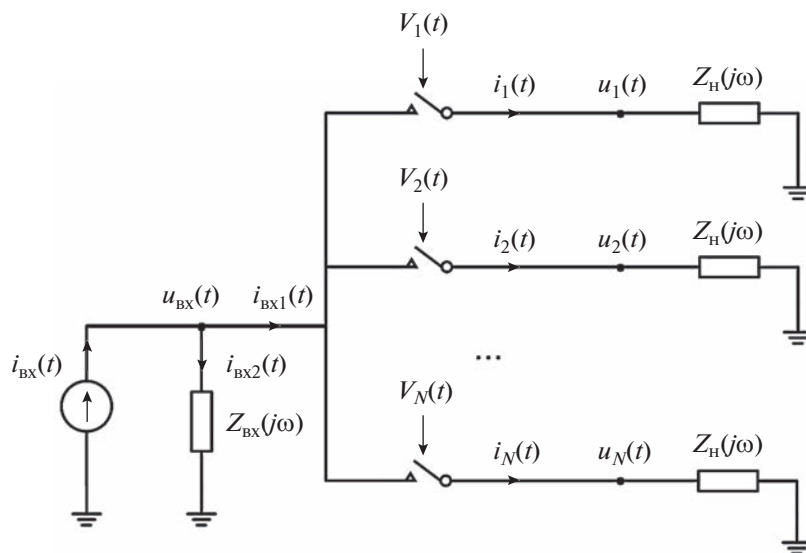


Рис. 1. Структурная схема переключаемой части пассивного смесителя частот с управлением по току.

стор, что не позволяет оценить частотный диапазон смесителя, поскольку не учитывается влияние выходной емкости входного источника тока. Таким образом, приведенные ограничения снижают точность расчетов и не позволяют использовать приведенные методики в общем случае.

В данной работе представлена обобщенная методика анализа и расчета передаточного импеданса $Z_{см}$ пассивного смесителя частот с управлением по току на произвольной промежуточной частоте с учетом комплексного характера входного импеданса источника тока и импеданса нагрузки для случая идеального переключения ключей без учета нелинейных свойств компонентов схемы. Передаточный импеданс представляет отношение выходного напряжения как отклика схемы на входное воздействие в виде тока, а не напряжения, как в случае передаточной функции по напряжению. Другими словами — передаточный импеданс описывает рассматриваемый тип смесителя с учетом характера входного воздействия.

Цель данной работы — теоретический расчет схемы пассивного смесителя частот с управлением по току в линейном приближении; анализ эффекта компенсации гармоник; моделирование схемы и сравнение с теоретическим расчетом.

1. АНАЛИЗ СХЕМЫ СМЕСИТЕЛЯ

Структурная схема переключаемой части пассивного смесителя частот с управлением по току показана на рис. 1. Преобразование осуществляется с помощью схемы коммутации ключей (транзисторов в ключевом режиме). Ключи периодически коммутируются с частотой гетеродина f_r с помощью импульсного сигнала гетеродина $V_{0k}(t)$. В ре-

зультате входной высокочастотный ток с выхода малошумящего усилителя преселектора преобразуется в ток на промежуточной частоте.

1.1. Расчет тока $i_k(t)$

Предполагается, что транзисторы переключаются из открытого состояния в режим отсечки и обратно (ключевой режим) при подаче последовательности импульсов гетеродина. В каждом периоде только k -е плечо подключено к входу на отрезке времени $\tau = T_r/N$, где T_r — период сигнала гетеродина, N — количество плеч. Следовательно, ток $i_k(t)$, протекающий через подключенное плечо, равен току $i_{BX1}(t)$ на этом отрезке времени. Поэтому ток $i_k(t)$ определяется соотношением

$$i_k(t) = i_{BX1}(t) V_k(t), \quad (1)$$

где $V_k(t) = V_{0k}(t)/V_0$ — нормированная управляющая функция k -го ключа, показанная на рис. 2, V_0 — максимальное значение сигнала гетеродина, причем

$$V_k(t) = 1, \quad t \in [(v + (k-1)/N)T_r, (v + k/N)T_r], \\ V_k(t) = 0, \quad t \notin [(v + (k-1)/N)T_r, (v + k/N)T_r], \\ v \in Z.$$

Разложим функцию $V_k(t)$ в ряд Фурье:

$$V_k(t) = \frac{a_{0,k}}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_{n,k} \cos\left(\frac{2n\pi t}{T_r}\right) + \\ + \sum_{n=1}^{+\infty} b_{n,k} \sin\left(\frac{2n\pi t}{T_r}\right),$$

где коэффициенты определены как

$$\begin{aligned}
 a_{0,k} &= \frac{2}{T_r} \int_0^{T_r} V_k(t) dt = \frac{2}{N}, \\
 a_{n,k} &= \frac{2}{T_r} \int_0^{T_r} V_k(t) \cos\left(\frac{2n\pi t}{T_r}\right) dt = \\
 &= \frac{2}{T_r} \int_{(k-1)T_r/N}^{kT_r/N} \cos\left(\frac{2n\pi t}{T_r}\right) dt = \\
 &= \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{N}\right) \cos\left(\frac{n(2k-1)\pi}{N}\right), \\
 b_{n,k} &= \frac{2}{T_r} \int_0^{T_r} V_k(t) \sin\left(\frac{2n\pi t}{T_r}\right) dt = \\
 &= \frac{2}{T_r} \int_{(k-1)T_r/N}^{kT_r/N} \sin\left(\frac{2n\pi t}{T_r}\right) dt = \\
 &= \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{N}\right) \sin\left(\frac{n(2k-1)\pi}{N}\right).
 \end{aligned}$$

Функция $V_k(t)$ может быть представлена в более общем виде

$$V_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (a_{|n|,k} - j \operatorname{sign}(n) b_{|n|,k}) \exp(jn\omega_r t).$$

Применив преобразование Фурье с учетом теоремы о частотном сдвиге, получим для тока (1)

$$\begin{aligned}
 I_k(j\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (a_{|n|,k} - j \operatorname{sign}(n) b_{|n|,k}) \times \\
 &\times I_{\text{BX1}}(j\omega - nj\omega_r) = \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (a_{|n|,k} + j \operatorname{sign}(n) b_{|n|,k}) I_{\text{BX1}}(j\omega + nj\omega_r),
 \end{aligned} \quad (2)$$

где $I_k(j\omega)$ – преобразование Фурье для $i_k(t)$; $I_{\text{BX1}}(j\omega)$ – преобразование Фурье для $i_{\text{BX1}}(t)$. Номер коэффициента n показывает во сколько раз по сравнению с $I_{\text{BX1}}(j\omega)$ частотный сдвиг для тока $I_{\text{BX1}}(j\omega + nj\omega_r)$ больше, чем ω_r . Таким образом, преобразование Фурье для $i_k(t)$ является суммой преобразований Фурье для $i_{\text{BX1}}(t)$ с частотными сдвигами $n\omega_r$ и соответствующими весовыми коэффициентами.

1.2. Расчет выходного напряжения плеча $u_k(t)$

Преобразование Фурье $U_k(j\omega)$ напряжения k -го плеча $u_k(t)$ определяется выражением

$$U_k(j\omega) = Z_H(j\omega) I_k(j\omega). \quad (3)$$

Из (2) и (3) получим

$$\begin{aligned}
 U_k(j\omega) &= Z_H(j\omega) \times \\
 &\times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (a_{|n|,k} + j \operatorname{sign}(n) b_{|n|,k}) I_{\text{BX1}}(j\omega + nj\omega_r).
 \end{aligned} \quad (4)$$

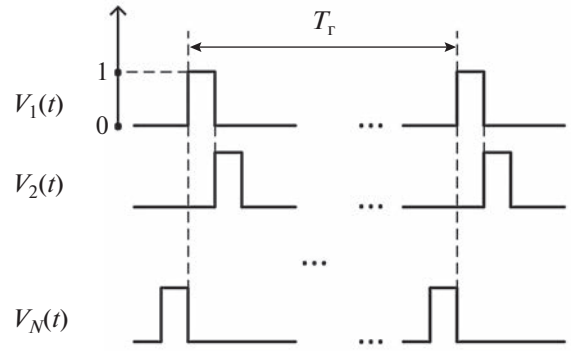


Рис. 2. Нормированная управляющая функция k -го ключа $V_k(t)$.

1.3. Расчет входного напряжения $U_{\text{BX}}(j\omega)$

В каждом периоде входной узел подключен только к одному плечу на отрезке времени $\tau = T_r/N$. Следовательно, входное напряжение определяется соотношением

$$\begin{aligned}
 u_{\text{BX}}(t) &= R_{\text{r}} i_{\text{BX1}}(t) \sum_{k=1}^N V_k(t) + \sum_{k=1}^N u_k(t) V_k(t) = \\
 &= R_{\text{r}} i_{\text{BX1}}(t) + \sum_{k=1}^N u_k(t) V_k(t),
 \end{aligned} \quad (5)$$

где R_{r} – внутреннее сопротивление ключа как транзистора в открытом состоянии. Применив преобразование Фурье для выражения (5), получим

$$\begin{aligned}
 U_{\text{BX}}(j\omega) &= R_{\text{r}} I_{\text{BX1}}(j\omega) + \\
 &+ \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (a_{|m|,k} + j \operatorname{sign}(m) b_{|m|,k}) U_k(j\omega + mj\omega_r),
 \end{aligned} \quad (6)$$

где $U_{\text{BX}}(j\omega)$ – преобразование Фурье для входного напряжения $u_{\text{BX}}(t)$. Номер коэффициента m показывает, во сколько раз по сравнению с $U_k(j\omega)$ частотный сдвиг для напряжения $U_k(j\omega + mj\omega_r)$ больше, чем ω_r . Из (4) и (6) следует

$$\begin{aligned}
 U_{\text{BX}}(j\omega) &= R_{\text{r}} I_{\text{BX1}}(j\omega) + \\
 &+ \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4} (a_{|n|,k} + j \operatorname{sign}(n) b_{|n|,k}) \times \\
 &\times (a_{|m|,k} + j \operatorname{sign}(m) b_{|m|,k}) Z_H(j\omega + mj\omega_r) \times \\
 &\times I_{\text{BX1}}(j\omega + (n+m)j\omega_r).
 \end{aligned} \quad (7)$$

Расчет преобразования Фурье для входного напряжения $u_{\text{BX}}(t)$ приведен в Приложении 1. Окончательная формула для $U_{\text{BX}}(j\omega)$ имеет вид

$$\begin{aligned}
 U_{\text{BX}}(j\omega) &= R_{\text{r}} I_{\text{BX1}}(j\omega) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} I_{\text{BX1}}(j\omega + pNj\omega_r) \times \\
 &\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} N \exp(-jp\pi) A_m A_{pN-m} Z_H(j\omega + mj\omega_r),
 \end{aligned} \quad (8)$$

где $A_m = (\text{sinc}(m\pi/N))/N$, p – целая часть отношения $p = [(m+n)/N]$.

1.4. Система уравнений для расчета тока $I_{\text{bx1}}(j\omega)$

Представим выражение для токов схемы следующим образом:

$$I_{\text{bx1}}(j\omega) + I_{\text{bx2}}(j\omega) = I_{\text{bx1}}(j\omega) + U_{\text{bx}}(j\omega)/Z_{\text{bx}}(j\omega) = I_{\text{bx}}(j\omega), \quad (9)$$

где $I_{\text{bx2}}(j\omega)$ – преобразование Фурье для тока $i_{\text{bx2}}(t)$. Далее, из выражений (8) и (9) получим

$$(Z_{\text{bx}}(j\omega) + R_{\text{r}}) I_{\text{bx1}}(j\omega) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} Q(p, \omega) I_{\text{bx1}}(j\omega + pNj\omega_{\text{r}}) = Z_{\text{bx}}(j\omega) I_{\text{bx}}(j\omega), \quad (10)$$

где $Q(p, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} N \exp(-jp\pi) A_{m,k} A_{pN-m,k} \times Z_{\text{H}}(j\omega + mj\omega_{\text{r}})$.

Если входной ток представлен как комплексный экспоненциальный сигнал $i_{\text{bx}}(t) = I_{\text{bx}} \exp(j\omega_{\text{bx}} t)$ с амплитудой I_{bx} и угловой частотой ω_{bx} , то ток $I_{\text{bx1}}(j\omega)$ описывается составляющими на частотах $\omega_{\text{bx}} + rN\omega_{\text{r}}$, где целое число r характеризует частотный сдвиг $rN\omega_{\text{r}}$ данных составляющих по сравнению с основной составляющей на угловой частоте ω_{bx} . При этом входной ток $I_{\text{bx}}(j\omega)$ не содержит гармоник, т.е. $I_{\text{bx}}(j\omega) = I_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}})$ при $r = 0$. При остальных значениях r входной ток $I_{\text{bx}}(j\omega) = 0$. Таким образом, для каждой частоты $\omega = \omega_{\text{bx}} + rN\omega_{\text{r}}$ из (10) получим уравнение

$$(Z_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}} + rNj\omega_{\text{r}}) + R_{\text{r}}) I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}} + rNj\omega_{\text{r}}) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} Q(p, \omega_{\text{bx}} + rN\omega_{\text{r}}) I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}} + (r+p)Nj\omega_{\text{r}}) = Z_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}} + rNj\omega_{\text{r}}) I_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}} + rNj\omega_{\text{r}}).$$

Тогда для всего множества значений r имеем систему уравнений матричного вида относительно комплексного сигнала входного тока:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & Z_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}} + Nj\omega_{\text{r}}) + R_{\text{r}} & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & Z_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}}) + R_{\text{r}} & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & Z_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}} - Nj\omega_{\text{r}}) + R_{\text{r}} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dots \\ I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}} + Nj\omega_{\text{r}}) \\ I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}}) \\ I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}} - Nj\omega_{\text{r}}) \\ \dots \end{vmatrix} + \\ & + \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & Q(0, \omega_{\text{bx}} + N\omega_{\text{r}}) & Q(-1, \omega_{\text{bx}} + N\omega_{\text{r}}) & Q(-2, \omega_{\text{bx}} + N\omega_{\text{r}}) & \dots \\ \dots & Q(1, \omega_{\text{bx}}) & Q(0, \omega_{\text{bx}}) & Q(-1, \omega_{\text{bx}}) & \dots \\ \dots & Q(2, \omega_{\text{bx}} - N\omega_{\text{r}}) & Q(1, \omega_{\text{bx}} - N\omega_{\text{r}}) & Q(0, \omega_{\text{bx}} - N\omega_{\text{r}}) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dots \\ I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}} + Nj\omega_{\text{r}}) \\ I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}}) \\ I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}} - Nj\omega_{\text{r}}) \\ \dots \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \dots \\ 0 \\ Z_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}}) I_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}}) \\ 0 \\ \dots \end{vmatrix}. \quad (11) \end{aligned}$$

Чтобы найти комбинационные гармоники $I_{\text{bx1}}(j\omega_{\text{bx}} + rNj\omega_{\text{r}})$, необходимо решить систему уравнений (11). Решение системы уравнений (11) приведено в Приложении 2:

$$I_{\text{bx1}} = \frac{I_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}}) Z_{\text{bx}}(j\omega_{\text{bx}})}{Z(j\omega_{\text{bx}})} \begin{vmatrix} \dots \\ -c/(b(b+N)(1+g)Z(j\omega_{\text{bx}} + Nj\omega_{\text{r}})) \\ 1 - c/(1+g)b^2 Z(j\omega_{\text{bx}}) \\ -c/(b(b-N)(1+g)Z(j\omega_{\text{bx}} - Nj\omega_{\text{r}})) \\ \dots \end{vmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &= R_r + Z_{\text{BX}}(j\omega) + Z_{\text{H}}(j\omega); Z_{\text{H}}(j\omega) = R_{\text{H}}/(1 + j\omega R_{\text{H}} C_{\text{H}}); b = (j\omega_{\text{BX}} R_{\text{H}} C_{\text{H}} + 1)/(j\omega_{\text{r}} R_{\text{H}} C_{\text{H}}); \\ c &= (jN \sin(b(\pi - \pi/N)) \sin(b\pi/N))/(\pi\omega_{\text{r}} C_{\text{H}} \sin(b\pi)); \\ g &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c / ((b + lN)^2 Z(j\omega_{\text{BX}} + lNj\omega_{\text{r}})). \end{aligned}$$

Ток $I_{\text{BX1}}(j\omega)$ включает составляющие на частотах $\omega_{\text{BX}}, \omega_{\text{BX}} \pm N\omega_{\text{r}}, \omega_{\text{BX}} \pm 2N\omega_{\text{r}}$ и т.д. В процессе преобразования необходимо выделить основную составляющую $I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}})$ и подавить комбинационные гармоники $I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + rNj\omega_{\text{r}})$. Чем больше N , тем дальше от основной составляющей расположены комбинационные гармоники $I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + rNj\omega_{\text{r}})$. При $N=4$ комбинационные гармоники находятся на частотах $\omega_{\text{BX}} \pm 4\omega_{\text{r}}, \omega_{\text{BX}} \pm 8\omega_{\text{r}}$ и т.д. При $N=8$ комбинационные гармоники находятся на частотах $\omega_{\text{BX}} \pm 8\omega_{\text{r}}, \omega_{\text{BX}} \pm 16\omega_{\text{r}}$ и т.д. В зависимости от диапазона частот выбираемое значение N должно обеспечивать компромисс между сложностью цепи компенсации гармоник и схемы гетеродина.

1.5. Расчет передаточного импеданса одного плеча

Из формулы (4) имеем составляющую выходного напряжения на одном плече (например, первом при $k=1$) на промежуточной частоте $\omega_{\text{ПЧ}} = \omega_{\text{BX}} - \omega_{\text{r}}$:

$$\begin{aligned} U_1(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_{\text{r}}) &= Z_{\text{H}}(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_{\text{r}}) \times \\ &\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (a_{|m|,1} + j \text{sign}(m) b_{|m|,1}) \times \\ &\times I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + (m-1)j\omega_{\text{r}}). \end{aligned}$$

Так как ток $I_{\text{BX1}}(j\omega)$ определяется составляющими только на частотах $\omega_{\text{BX}} + rN\omega_{\text{r}}$, то:

$$\begin{aligned} U_1(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_{\text{r}}) &= Z_{\text{H}}(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_{\text{r}}) \times \\ &\times \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\pi/N) \exp(j\pi/N)}{(rN+1)\pi} I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + rNj\omega_{\text{r}}). \end{aligned}$$

Тогда имеем

$$\begin{aligned} U_1(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_{\text{r}}) &= I_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}}) \times \\ &\times \frac{Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}}) Z_{\text{H}}(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_{\text{r}}) \sin(\pi/N) \exp(j\pi/N)}{\pi Z(j\omega_{\text{BX}})} \times \\ &\times \left(1 - \frac{c}{b(1+g)} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(rN+1)(rN+b)Z(j\omega_{\text{BX}} + rNj\omega_{\text{r}})} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, передаточный импеданс одного плеча (первого) переключаемой части пассивного смесителя с управлением по току определяется по формуле

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{U_1(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_{\text{r}})}{I_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})} = \frac{Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}}) Z_{\text{H}}(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_{\text{r}}) \sin(\pi/N) \exp(j\pi/N)}{\pi Z(j\omega_{\text{BX}})} \times \\ &\times \left(1 - \frac{c}{b(1+g)} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(rN+1)(rN+b)Z(j\omega_{\text{BX}} + rNj\omega_{\text{r}})} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

2. КОМПЕНСАЦИЯ ГАРМОНИК

Напряжение $U_k(j\omega)$ состоит из составляющих на частотах $\omega_{\text{BX}} + q\omega_{\text{r}}$, где q – номер гармоники частоты гетеродина. Тогда, согласно (4) имеем

$$\begin{aligned} U_k(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}}) &= Z_{\text{H}}(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}}) \times \\ &\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (a_{|m|,k} + j \text{sign}(m) b_{|m|,k}) \times \\ &\times I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}} + mj\omega_{\text{r}}) = \\ &= Z_{\text{H}}(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}}) \times \\ &\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \exp(j\varphi_{m,k}) I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + (q+m)j\omega_{\text{r}}), \end{aligned}$$

где $\varphi_{m,k} = m(2k-1)\pi/N$. Однако ток I_{BX1} состоит из гармоник на частотах $\omega_{\text{BX}} + rN\omega_{\text{r}}$, поэтому $q+m=rN$ и, следовательно,

$$\begin{aligned} U_k(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}}) &= Z_{\text{H}}(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}}) \times \\ &\times \sum_{r=-\infty}^{+\infty} A_{rN-q} \exp(j\varphi_{rN-q,k}) I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + rNj\omega_{\text{r}}). \end{aligned}$$

Далее выразим напряжение плеча с номером $k+d$ через напряжение k -го плеча:

$$\begin{aligned} U_{k+d}(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}}) &= Z_{\text{H}}(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}}) \times \\ &\times \sum_{r=-\infty}^{+\infty} A_{rN-q} \exp(j\varphi_{rN-q,k+d}) I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + rNj\omega_{\text{r}}) = \\ &= \exp(-j2\pi dq/N) U_k(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_{\text{r}}). \end{aligned}$$

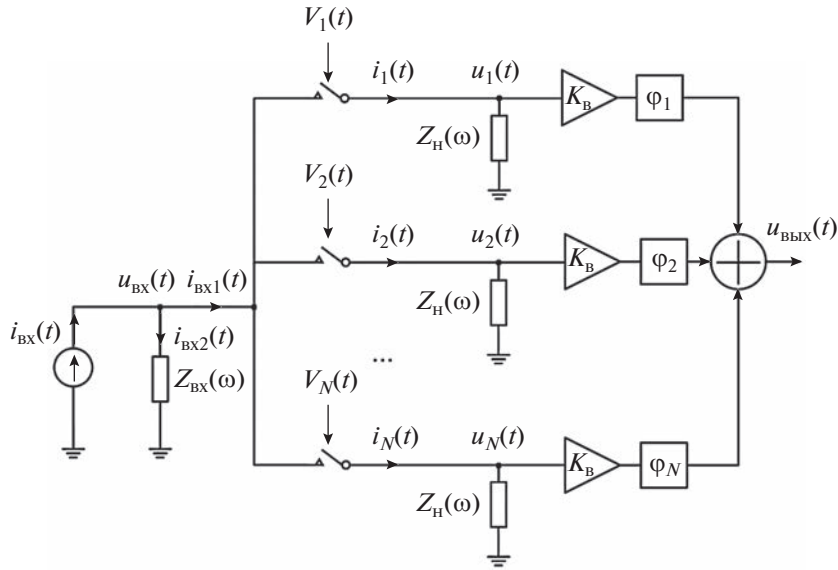


Рис. 3. Схема смеситель частот с цепью компенсации (суммирования) гармоник.

Это значит, что напряжение $U_{k+d}(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r)$ равно напряжению $U_k(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r)$ по величине, но со сдвигом фазы $-2\pi dq/N$. Тогда получим

$$U_k(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r) = \exp(-j2\pi q(k-1)/N) U_1(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r). \quad (13)$$

Для подавления комбинационных гармоник на выходе используется цепь компенсации гармоник на основе сумматора и фазовращателей (рис. 3). На сумматор выходное напряжение в k -ом плече добавляется с весовым коэффициентом K_B и с фазой $\phi_k = \phi_0 - 2\pi k/N$, где ϕ_0 – начальный сдвиг фазы. Тогда, на сумматор поступают сигналы вида

$$\begin{aligned} U_k(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r) K_B \exp(j(\phi_0 - 2\pi k/N)) &= \\ &= \exp(-j2\pi(kq + k - q)/N) \times \\ &\times U_1(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r) K_B \exp(j\phi_0). \end{aligned}$$

Эти напряжения суммируются. При этом выходное напряжение после суммирования определяется выражением:

$$\begin{aligned} U_{\text{ВЫХ}}(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r) &= \\ &= \sum_{k=1}^N \exp(-j2\pi(kq + k - q)/N) \times \\ &\times U_1(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r) K_B \exp(j\phi_0) = \\ &= U_1(j\omega_{\text{BX}} + jq\omega_r) K_B \exp(j\phi_0) \times \\ &\times \exp(j2\pi q/N) \sum_{k=1}^N (\exp(-j2\pi(q+1)/N))^k. \end{aligned}$$

Выделим далее два случая. Если $q = rN - 1$, то

$$\begin{aligned} U_{\text{ВЫХ}}(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_r + rNj\omega_r) &= \\ &= NU_1(j\omega_{\text{BX}} - j\omega_r + rNj\omega_r) \times \\ &\times K_B \exp(j\phi_0) \exp(-j2\pi/N). \end{aligned}$$

Если $q \neq rN - 1$, то

$$\sum_{k=1}^N (\exp(-j2\pi(q+1)/N))^k = \frac{\exp(-j2\pi(q+1)(N+1)/N) - \exp(-j2\pi(q+1)/N)}{\exp(-j2\pi(q+1)/N) - 1} = 0,$$

поскольку для всех $x \neq 1$: $x + x^2 + \dots + x^N = (x^{N+1} - x)/(x - 1)$. Таким образом,

$$\begin{aligned} U_{\text{ВЫХ}}(j\omega_{\text{пч}} + rNj\omega_r) &= \\ &= NK_B \exp(j(\phi_0 - 2\pi/N)) U_1(j\omega_{\text{пч}} + rNj\omega_r). \end{aligned} \quad (14)$$

Ток I_{BX1} состоит из гармоник на частотах $\omega_{\text{BX}} + rN\omega_r$. При этом из (14) следует, что выходное напряжение после суммирования состоит из гармоник на

частотах $\omega_{\text{пч}} + rN\omega_r$ и их амплитуды увеличиваются в NK_B раз. Тогда передаточный импеданс одного плеча, рассчитанный в (12), также увеличивается в NK_B раз. Кроме того, остальные комбинационные гармоники на выходе полностью компенсируются в случае полного равенства параметров плеч смесителя. При этом передаточный импеданс пассивного смесителя с управлением по току будет иметь вид

$$Z_{\text{см}} = \frac{U_{\text{вых}}(j\omega_{\text{вх}} - j\omega_{\text{г}})}{I_{\text{вх}}(j\omega_{\text{вх}})} = NK_{\text{в}} \frac{Z_{\text{вх}}(j\omega_{\text{вх}})Z_{\text{г}}(j\omega_{\text{вх}} - j\omega_{\text{г}})\sin(\pi/N)\exp(j(\varphi_0 - \pi/N))}{\pi Z(j\omega_{\text{вх}})} \times$$

$$\times \left(1 - \frac{c}{b(1+g)} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(rN+1)(rN+b)Z(j\omega_{\text{вх}} + rNj\omega_{\text{г}})} \right). \quad (15)$$

Таким образом, передаточный импеданс увеличивается в $NK_{\text{в}}$ раз по сравнению с передаточным импедансом одного плеча.

Как пример, рассмотрим случай $N = 4$. Обобщенная схема для данного случая представлена на рис. 4. Для сдвига фазы $\pi/2$ при $\omega_{\text{вх}} > \omega_{\text{г}}$ используются RC -цепи, как показано на рис. 5. При $\omega_{\text{вх}} < \omega_{\text{г}}$, RC -цепи следует поменять местами. Значения R_1 и C_1 выбираются так, чтобы $R_1 = 1/(\omega_{\text{пч}}C_1)$. Сдвиги фаз в плечах схемы на рис. 5 на промежуточной частоте $\omega_{\text{пч}}$ составляют: $\pi/4$ (плечо 1), $-\pi/4$ (плечо 2), $-3\pi/4$ (плечо 3), $-5\pi/4$ (плечо 4). Схема на рис. 5 соответствует схеме на рис. 4 с $\varphi_0 = 3\pi/4$. Напряжения в узлах A, B, C, D равны соответственно:

$$U_A(j\omega) = U_1(j\omega) - U_3(j\omega),$$

$$U_B(j\omega) = U_2(j\omega) - U_4(j\omega),$$

$$U_C(j\omega) = \frac{R_1 U_A(j\omega)}{R_1 + 1/(j\omega C_1)} =$$

$$= \frac{R_1 (U_1(j\omega) - U_3(j\omega))}{\sqrt{R_1^2 + 1/(\omega C_1)^2}} \exp(j \arctg(1/(\omega R_1 C_1))),$$

$$U_D(j\omega) = \frac{U_B(j\omega)/(j\omega C_1)}{R_1 + 1/(j\omega C_1)} =$$

$$= \frac{(U_2(j\omega) - U_4(j\omega))/(j\omega C_1)}{\sqrt{R_1^2 + 1/(\omega C_1)^2}} \times$$

$$\times \exp(j(\arctg(1/(\omega R_1 C_1)) - \pi/2)),$$

где $-\pi/2 \leq \arctg(1/(\omega R_1 C_1)) \leq \pi/2$. Вместе с тем согласно (13) имеем

$$U_2(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) = \exp(-jq\pi/2)U_1(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}),$$

$$U_3(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) = \exp(-jq\pi)U_1(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}),$$

$$U_4(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) = \exp(-j3q\pi/2)U_1(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}).$$

Тогда получаем

$$U_C(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) = \frac{R_1 (1 - \exp(-jq\pi)) \exp(j \arctg(1/((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})R_1 C_1)))}{\sqrt{R_1^2 + 1/((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})C_1)^2}} U_1(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}),$$

$$U_D(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) =$$

$$= \frac{\exp(j \arctg(1/((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})R_1 C_1))) (\exp(-j(q+1)\pi/2) - \exp(-j(3q+1)\pi/2))}{((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})C_1) \sqrt{R_1^2 + 1/((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})C_1)^2}} U_1(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}).$$

Выходное напряжение на частотах $\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}}$ рассчитано по формуле

$$U_{\text{вых},RC}(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) = U_C(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) + U_D(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) =$$

$$= \frac{U_1(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}})R_1 (1 - \exp(-jq\pi)) \exp(j \arctg(1/((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})R_1 C_1)))}{\sqrt{R_1^2 + 1/((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})C_1)^2}} \left(1 + \frac{\exp(-j(q+1)\pi/2)}{(\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})R_1 C_1} \right).$$

Если q – четное число, то $U_{\text{вых},RC}(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) = 0$. Если q – нечетное число, то

$$U_{\text{вых},RC}(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}}) = \frac{2U_1(j\omega_{\text{вх}} + qj\omega_{\text{г}})R_1 \exp(j \arctg(1/((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})R_1 C_1)))}{\sqrt{R_1^2 + 1/((\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})C_1)^2}} \left(1 + \frac{\exp(-j(q+1)\pi/2)}{(\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}})R_1 C_1} \right).$$

Поскольку выбраны значения R_1 и C_1 так, чтобы $R_1 = 1/(\omega_{\text{пч}}C_1)$, то получим

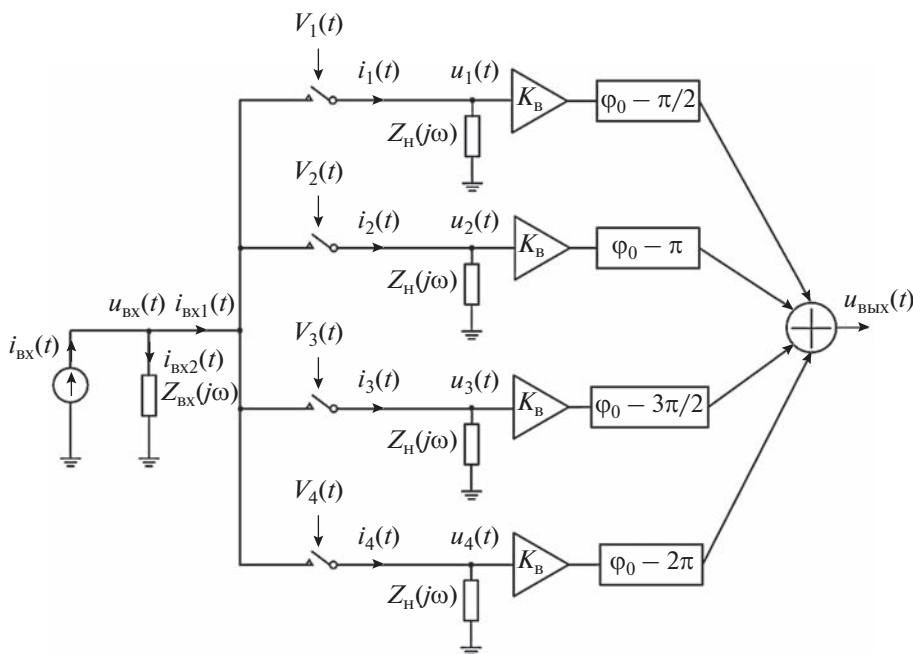
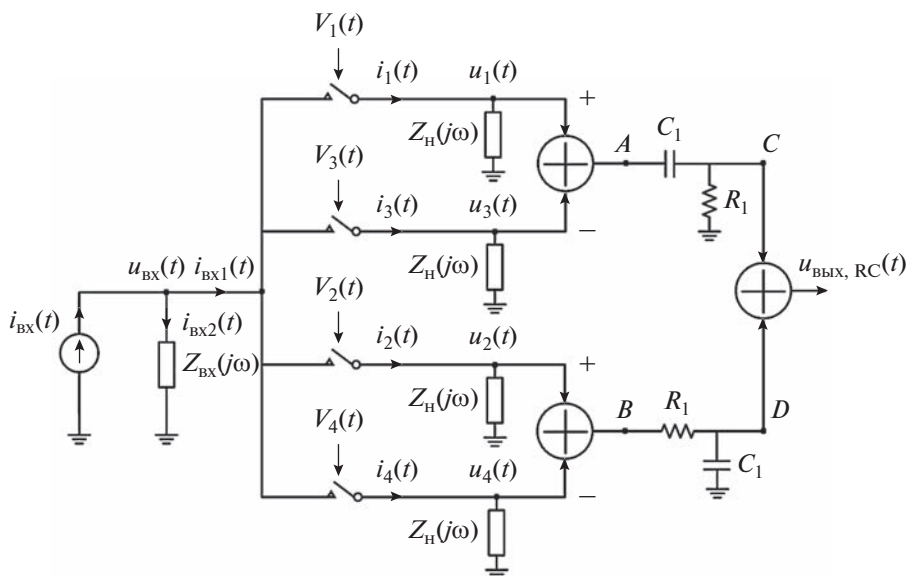
$$U_{\text{вых},RC}(j\omega_{\text{пч}}) = 2\sqrt{2}U_1(j\omega_{\text{пч}})\exp(j\pi/4).$$

Весовой коэффициент $K_{\text{в}} = 1/\sqrt{2}$. Таким образом, передаточный импеданс увеличивается в $2\sqrt{2}$ раз

по сравнению с передаточным импедансом одного плеча.

3. РЕЗУЛЬТАТ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При моделировании схемы пассивного смесителя с управлением по току (согласно рис. 5) зада-

Рис. 4. Обобщенная схема смесителя частоты при $N = 4$.Рис. 5. Схема смеситель частот с RC -цепью комбинации гармоник при $N = 4$.

ются следующие параметры: амплитуда входного тока $i_{\text{BX}}(t)$ 10 мА; каждое плечо является параллельной RC -цепью $R_{\text{H}} = 1$ кОм, $C_{\text{H}} = 10$ пФ; входной импеданс также является параллельной RC -цепью $R_{\text{BX}} = 5$ кОм, $C_{\text{BX}} = 10$ пФ; сопротивление ключа в открытом состоянии $R_{\text{T}} = 100$ Ом; число плеч $N = 4$. Зависимость модуля передаточного импеданса Z_{CM} от входной частоты f_{BX} при неизменной промежуточной частоте $f_{\text{ПЧ}} = 100$ МГц представлена на

рис. 6. Зависимость модуля передаточного импеданса Z_{CM} от промежуточной частоты $f_{\text{ПЧ}}$ при неизменной частоте гетеродина $f_{\text{T}} = 2$ ГГц показана на рис. 7. Результаты расчета и моделирования выходного напряжения $U_{\text{ВЫХ, RC}}$ и комбинационных гармоник на выходе схемы компенсации при входной частоте f_{BX} и частоте гетеродина f_{T} , представлены в табл. 1. Сохранены приведенные параметры схемы. Значения R_1 и C_1 выбираются так, чтобы $R_1 =$

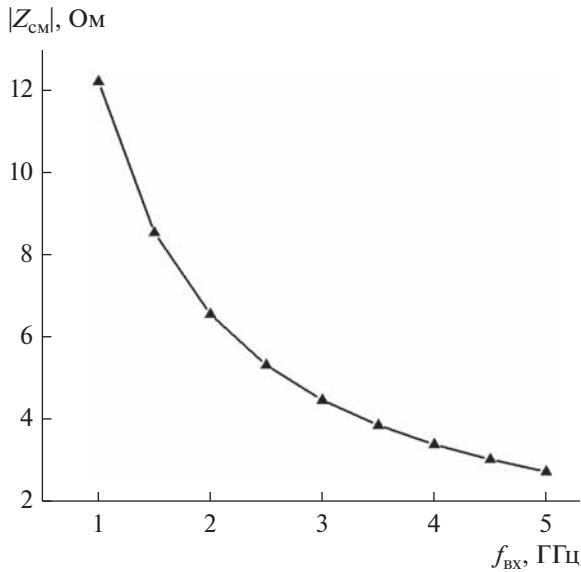


Рис. 6. Зависимость модуля передаточного импеданса $Z_{\text{см}}$ от входной частоты $f_{\text{вх}}$ при неизменной промежуточной частоте $f_{\text{пч}} = 100$ МГц.

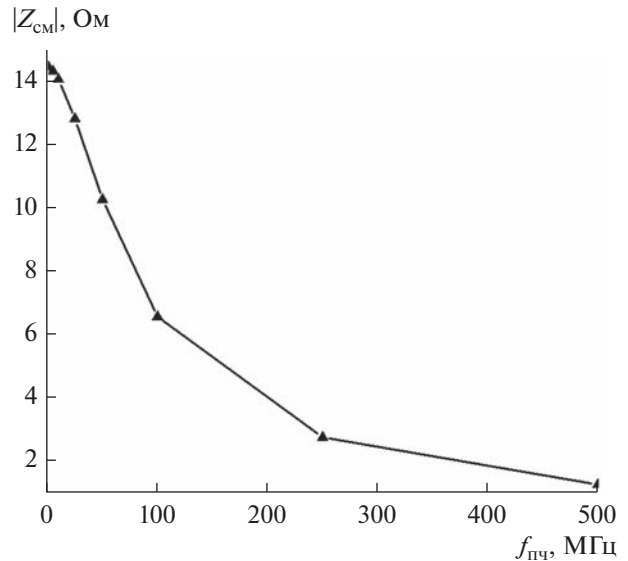


Рис. 7. Зависимость модуля передаточного импеданса $Z_{\text{см}}$ от промежуточной частоты $f_{\text{пч}}$ при неизменной частоте гетеродина $f_{\text{г}} = 2$ ГГц.

$= 1/(\omega_{\text{пч}} C_1)$. В данном случае $R_1 = 1$ кОм, $C_1 = 1.59$ пФ. Результаты расчета и моделирования совпадают с высокой точностью (ошибка составляет менее 0.5%). Выходное напряжение $U_{\text{вых,RC}}$ в $2\sqrt{2}$ раз больше, чем напряжение U_1 . Комбинационные гармоники напряжения $U_{\text{вых,RC}}$ на частотах $\omega_{\text{вх}} + q\omega_{\text{г}}$ (q – четное целое число) полностью компенсируются. Однако иные комбинационные гармоники напряжения $U_{\text{вых,RC}}$ больше, чем соответствующие комбинационные гармоники напряжения U_1 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты анализа схемы пассивного смесителя с управлением по току. Выведено выражение (15) для передаточного импеданса схемы $Z_{\text{см}}$. В отличие от известных работ, результаты справедливы при любой промежуточной частоте, включая нулевую, которая применяется в гомодинных приемниках [14] (в этом случае в выражении (15) $\omega_{\text{вх}} = \omega_{\text{г}}$) и учитывают комплексный характер входного импеданса

Таблица 1. Результат расчета и моделирования выходного напряжения $U_{\text{вых,RC}}$ и комбинационных гармоник на выходе схемы компенсации

Гармоника, ГГц	$U_1, \text{мВ}$		$U_{\text{вых,RC}}, \text{мВ}$	
	расчет	моделирование	расчет	моделирование
$f_{\text{пч}} = 0.1$	23.2126	23.2120	65.6554	65.6530
$ f_{\text{пч}} - f_{\text{г}} = 1.9$	0.866331	0.866292	0	0
$ f_{\text{пч}} + f_{\text{г}} = 2.1$	1.2591	1.2590	0	0
$ f_{\text{пч}} - 2f_{\text{г}} = 3.9$	0.201932	0.201954	0.414130	0.414156
$ f_{\text{пч}} + 2f_{\text{г}} = 4.1$	0.589581	0.589554	1.150000	1.150080
$ f_{\text{пч}} - 3f_{\text{г}} = 5.9$	0.041485	0.041488	0	0
$ f_{\text{пч}} + 3f_{\text{г}} = 6.1$	0.286854	0.286870	0	0
$ f_{\text{пч}} - 4f_{\text{г}} = 7.9$	0.065105	0.065102	0.128532	0.128544
$ f_{\text{пч}} + 4f_{\text{г}} = 8.1$	0.107968	0.107945	0.218558	0.218539

источника тока $Z_{\text{BX}}(j\omega)$ и выходного импеданса нагрузки $Z_{\text{H}}(j\omega)$. Представленные соотношения позволяют определять выходной сигнал на промежуточной частоте с учетом гармоник частоты гетеродина. Моделирование схемы смесителя в среде Micro-Cap подтвердило справедливость полученных результатов. Ошибка в расчетах по сравнению с моделированием составляет до 0.5%, если учитывать не более пяти гармоник, и менее 0.2%, если учитывать не менее десяти гармоник.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Расчет $U_{\text{BX}}(j\omega)$

Из выражений для коэффициентов $a_{m,k}$, $b_{m,k}$ имеем

$$a_{|m|,k} + j\text{sign}(m)b_{|m|,k} = \frac{2}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi}{N}\right) \times \exp(jm(2k-1)\pi/N), \quad m \neq 0, \\ a_{|m|,k} + j\text{sign}(m)b_{|m|,k} = \frac{2}{N}, \quad m = 0.$$

Таким образом,

$$a_{|m|,k} + j\text{sign}(m)b_{|m|,k} = 2A_m \exp(j\varphi_{m,k}), \quad (\text{П.1})$$

где $A_m = (\text{sinc}(m\pi/N))/N$, $\varphi_{m,k} = m(2k-1)\pi/N$. Из формул (7) и (П.1) следует, что

$$U_{\text{BX}}(j\omega) = R_{\text{T}} I_{\text{BX1}}(j\omega) + \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_m A_n \exp(j(m+n)(2k-1)\pi/N) \times Z_{\text{H}}(j\omega + mj\omega_{\text{T}}) I_{\text{BX1}}(j\omega + (n+m)j\omega_{\text{T}}) = R_{\text{T}} I_{\text{BX1}}(j\omega) + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(A_m A_n Z_{\text{H}}(j\omega + mj\omega_{\text{T}}) \times I_{\text{BX1}}(j\omega + (n+m)j\omega_{\text{T}}) \times \sum_{k=1}^N \exp(j(m+n)(2k-1)\pi/N) \right).$$

Если сумма $m+n$ не кратна N (т.е. $m+n \neq pN$), то получаем

$$\sum_{k=1}^N \exp(j(m+n)(2k-1)\pi/N) = 0.$$

Если сумма $m+n$ кратна N (т.е. $m+n = pN$), то –

$$\sum_{k=1}^N \exp(j(m+n)(2k-1)\pi/N) = N \exp(-jp\pi).$$

Поэтому окончательно получим

$$U_{\text{BX}}(j\omega) = R_{\text{T}} I_{\text{BX1}}(j\omega) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} I_{\text{BX1}}(j\omega + pNj\omega_{\text{T}}) N \exp(-jp\pi) \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m A_{pN-m} Z_{\text{H}}(j\omega + mj\omega_{\text{T}}).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Решение системы уравнений (11)

П.2.1. Расчет $Q(p, \omega)$

Предполагаем, что нагрузка Z_{H} является параллельной RC -цепью (резистор R_{H} и конденсатор C_{H} соединены параллельно). Представим выражение для $Q(p, \omega)$:

$$Q(p, \omega) = N \exp(-jp\pi) \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m A_{pN-m} Z_{\text{H}}(j\omega + mj\omega_{\text{T}}).$$

Выразим сумму в функции $Q(p, \omega)$ с помощью дискретной свертки вида:

$$y[h] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m A_{h-m} Z_{\text{H}}(j\omega + mj\omega_{\text{T}}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_{h-m} (A_m Z_{\text{H}}(j\omega + mj\omega_{\text{T}})).$$

Функция $y[h]$ является дискретной сверткой от $x_1[h]$ и $x_2[h]$, где h – целое число:

$$y[h] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_1[h-m] x_2[m] = x_1[h] * x_2[h],$$

где $x_1[h] = A_h$, $x_2[h] = A_h Z_{\text{H}}(j\omega + hj\omega_{\text{T}})$. Вычислим полученную сумму с помощью следующего алгоритма: осуществим прямое дискретное преобразование Фурье для функций $x_1[h]$ и $x_2[h]$ в частотную область $\omega_{\text{д}}$ (отметим, что переменная $\omega_{\text{д}}$ является параметром преобразования и не равна переменной ω в выражении для $x_2[h]$); далее, перемножив полученный результат $X_1(\omega_{\text{д}})X_2(\omega_{\text{д}})$, где $X_1(\omega_{\text{д}})$ – дискретное преобразование Фурье для $x_1[h]$, $X_2(\omega_{\text{д}})$ – дискретное преобразование Фурье для $x_2[h]$, определим свертку в частотной области как $Y(\omega_{\text{д}}) = X_1(\omega_{\text{д}})X_2(\omega_{\text{д}})$; на последнем этапе осуществим обратное дискретное преобразование Фурье для функции $Y(\omega_{\text{д}})$ и, следовательно, получим выражение для просуммированного значения $y[h]$. Окончательно определим

$$y[h] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Y(\omega_{\text{д}}) \exp(jh\omega_{\text{д}}) d\omega_{\text{д}} = \frac{j \sin(a(\pi - \pi/N)) \sin((a-h)\pi/N)}{a\pi(h-a)\omega_{\text{T}}C_{\text{H}} \sin(a\pi)} + \frac{jA_h}{a\omega_{\text{T}}C_{\text{H}}},$$

где $a = -(1 + j\omega R_{\text{H}}C_{\text{H}})/(j\omega_{\text{T}}R_{\text{H}}C_{\text{H}})$. Таким образом, получим

$$Q(p, \omega) = N \exp(-jp\pi) y[pN] = N \exp(-jp\pi) \times \frac{j \sin(a(\pi - \pi/N)) \sin((a-pN)\pi/N)}{a\pi(pN-a)\omega_{\text{T}}C_{\text{H}} \sin(a\pi)} + \frac{jA_{pN}}{a\omega_{\text{T}}C_{\text{H}}}.$$

Выделим комбинационные частоты $\omega = \omega_{\text{BX}} + rN\omega_{\text{r}}$:

$$Q(p, \omega_{\text{BX}} + rN\omega_{\text{r}}) = \frac{c}{(b + rN)(b + rN + pN)} - \frac{jA_{pN}N}{(b + rN)\omega_{\text{r}}C_{\text{H}}},$$

где

$$b = (1 + j\omega_{\text{BX}}R_{\text{H}}C_{\text{H}})/(j\omega_{\text{r}}R_{\text{H}}C_{\text{H}});$$

$$c = (jN \sin(b(\pi - \pi/N)) \sin(b\pi/N))/(\pi\omega_{\text{r}}C_{\text{H}} \sin(b\pi)).$$

П.2.2. Решение системы уравнений

Из результата расчета $Q(p, \omega)$ имеем следующую эквивалентную систему уравнений:

$$(\mathbf{D} + \mathbf{F} + \mathbf{E})\mathbf{I}_{\text{BX1}} = \frac{Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})}{R_{\text{r}} + Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})}\mathbf{I}_{\text{BX}} \quad (\text{П.2})$$

где

$$\mathbf{I}_{\text{BX1}} = \begin{bmatrix} \dots \\ I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} + Nj\omega_{\text{r}}) \\ I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}}) \\ I_{\text{BX1}}(j\omega_{\text{BX}} - Nj\omega_{\text{r}}) \\ \dots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{\text{BX}} = \begin{bmatrix} \dots \\ I_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}} + Nj\omega_{\text{r}}) \\ I_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}}) \\ I_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}} - Nj\omega_{\text{r}}) \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ 0 \\ I_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}}) \\ 0 \\ \dots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\mathbf{D}_2^{\text{T}},$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & c/(Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}} + Nj\omega_{\text{r}}) + R_{\text{r}}) & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & c/(Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}}) + R_{\text{r}}) & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & c/(Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}} - Nj\omega_{\text{r}}) + R_{\text{r}}) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} \dots \\ 1/(b + N) \\ 1/b \\ 1/(b - N) \\ \dots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \frac{1}{j\omega_{\text{r}}C_{\text{H}}} \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 1/F_1(1) & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1/F_1(0) & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1/F_1(-1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

$$F_1(s) = (b + sN)(Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}} + sNj\omega_{\text{r}}) + R_{\text{r}}),$$

$\mathbf{E}$ — единичная матрица.

Для решения системы (П.2) необходимо найти обратную матрицу $(\mathbf{D} + \mathbf{E} + \mathbf{F})^{-1}$. Воспользуемся теоремой, которая приведена в [15]: пусть задана матрица вида $(\mathbf{D} + \mathbf{H})$. Тогда, если $\text{rank}(\mathbf{D}) = 1$, то

$$(\mathbf{D} + \mathbf{H})^{-1} = \mathbf{H}^{-1} - (\mathbf{H}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{H}^{-1})/(1 + g),$$

где $g = \text{tr}(\mathbf{D}\mathbf{H}^{-1})$ — сумма элементов диагонали матрицы $\mathbf{D}\mathbf{H}^{-1}$. Матрица $\mathbf{D}$ является произведением трех матриц, $\mathbf{D}_1$, $\mathbf{D}_2$ и $\mathbf{D}_2^{\text{T}}$. Поскольку rank произведения матриц не превосходит наименьший rank каждого из сомножителей, а $\text{rank}(\mathbf{D}_2) = \text{rank}(\mathbf{D}_2^{\text{T}}) = 1$, то $\text{rank}(\mathbf{D}) = 1$. Таким образом, условие теоремы выполнено.

В данной работе матрица $\mathbf{H} = \mathbf{F} + \mathbf{E}$. Поскольку $\mathbf{H}$ является диагональной матрицей, легко найти $\mathbf{H}^{-1}$. Тогда, решение системы уравнений (П.2) будет иметь вид

$$\mathbf{I}_{\text{BX1}} = (\mathbf{D} + \mathbf{F} + \mathbf{E})^{-1} \frac{Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})}{R_{\text{r}} + Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})}\mathbf{I}_{\text{BX}} =$$

$$= \left((\mathbf{F} + \mathbf{E})^{-1} - \frac{(\mathbf{F} + \mathbf{E})^{-1}\mathbf{D}(\mathbf{F} + \mathbf{E})^{-1}}{1 + g} \right) \times$$

$$\times \frac{Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})}{R_{\text{r}} + Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})}\mathbf{I}_{\text{BX}}.$$

Окончательное решение исходной системы уравнений:

$$\mathbf{I}_{\text{BX1}} = \frac{I_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})Z_{\text{BX}}(j\omega_{\text{BX}})}{Z(j\omega_{\text{BX}})} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \dots \\ -c/(b(b + N)(1 + g)Z(j\omega_{\text{BX}} + Nj\omega_{\text{r}})) \\ 1 - c/((1 + g)b^2Z(j\omega_{\text{BX}})) \\ -c/(b(b - N)(1 + g)Z(j\omega_{\text{BX}} - Nj\omega_{\text{r}})) \\ \dots \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &= R_r + Z_{\text{вх}}(j\omega) + Z_{\text{н}}(j\omega); \\ Z_{\text{н}}(j\omega) &= R_{\text{н}} / (1 + j\omega R_{\text{н}} C_{\text{н}}); \\ g &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c / \left((b + lN)^2 Z(j\omega_{\text{вх}} + lNj\omega_r) \right). \end{aligned}$$

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы Научного центра мирового уровня “Передовые цифровые технологии” (соглашение от 20.04.2022 № 075-15-2022-311).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lin F., Mak P. I., Martins R.P.* // IEEE Circuits and Systems Magazine. 2015. V. 15. № 1. P. 12.
2. *Дроздов А.В., Дроботун Н.Б., Гошин Г.Г., Хорошилов Е.В.* // Докл. Томск. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники. Т. 20. № 1. С. 23.
3. *Аверина Л.И., Бобрешов А.М., Шапошникова Ж.В.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2010. Т. 13. № 4. С. 51.
4. *Кокотов А.А., Помазанов А.В., Шеерман Ф.И. и др.* // Тр. XV Межд. научн.-практ. конф. “Электронные средства и системы управления”. Томск. 20–22 ноября 2019. Томск: В-Спектр. 2019. Т. 1. С. 60.
5. *Романюк В.А., Аунг Б.Б.Х.* // Изв. вузов. Электроника. 2012. № 4. С. 60.
6. *Коротков А.С.* // Микроэлектроника. 2011. Т. 40. № 2. С. 140.
7. *Darabi H., Abidi A.* // IEEE J. Solid-State Circuits. 2000. V. 35. № 1. P. 15.
8. *Mirzaei A., Darabi H., Leete J. et al.* // IEEE Trans. 2010. V. CS-I-57. № 9. P. 2353.
9. *Wu C.Y., Chen Y.T., Liao Y.T.* // IEEE Access. 2021. V. 9. P. 94203.
10. *Krishnamurthy S., Niknejad A.M.* // IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symp. Los Angeles. 4–6 Aug. N.Y.: IEEE, 2020. P. 275.
11. *Bae S., Kim D., Kim D. et al.* // IEEE Trans. 2021. V. CS-I-68. № 2. P. 892.
12. *Mirzaei A., Darabi H.* // IEEE Trans. 2011. V. CS-I-58. № 5. P. 879.
13. *Soer M.C.M., Klumperink E.A.M., de Boer P. et al.* // IEEE Trans. 2010. V. CS-I-57. № 10. P. 2618.
14. *Коротков А.С.* // Микроэлектроника. 2006. Т. 35. № 4. С. 321.
15. *Kenneth S.M.* // Mathematics Magazine. 1981. V. 54. № 2. P. 67.

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 621.396.41

СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И РЕАЛЬНОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ PD-NOMA

© 2023 г. Я. В. Крюков^а, *, Д. А. Покаместов^а, Е. В. Рогожников^а

^аТомский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
просп. Ленина, 40, Томск, 634050 Российская Федерация

*E-mail: kryukov.tusur@gmail.com

Поступила в редакцию 13.04.2022 г.

После доработки 25.05.2022 г.

Принята к публикации 06.06.2022 г.

Произведено сравнение теоретической и реальной пропускной способности в системах PD-NOMA. Теоретическая пропускная способность получена с использованием идеальных сигнальных конструкций по теореме Шеннона, а практическая – с учетом использования банка сигнально-кодовых конструкций из стандарта 3GPP LTE. Описан подход для оценки реальной пропускной способности PD-NOMA. Найдена величина погрешности между теоретической и реальной пропускными способностями PD-NOMA.

DOI: 10.31857/S0033849422120117, EDN: CBRXRN

ВВЕДЕНИЕ

Сотовые системы связи непрерывно развиваются с момента их появления, а начиная с 2020 г. в мировую телекоммуникационную инфраструктуру внедряются сети пятого поколения 5G New Radio (NR). Прогресс беспроводной связи является обязательным условием для развития подавляющего большинства сфер жизнедеятельности людей. Информация стала самым ценным мировым ресурсом, определяющим все экономические взаимоотношения. В свою очередь телекоммуникационные системы – это способ передачи этого ресурса, и именно поэтому наблюдается экспоненциальный рост трафика в беспроводных сетях, благодаря появлению новых телекоммуникационных услуг, развитию межмашинных сетей, применению новых связных технологий, развитию новых направлений в связи.

Одним из ключевых факторов эффективности многоканальной системы связи является множественный доступ (МД). Он отвечает за организацию многоканальной связи, т.е. использование множеством абонентов общего ограниченного ресурса связи системы, осуществляя разделение их каналов в одной или нескольких плоскостях (доменах). В современных беспроводных сетях (например, 5G NR) применяется два подхода для разделения абонентских каналов: 1) ортогональное частотное разделение каналов OFDMA (Orthogonal Frequency-Division Multiple Access) и 2) пространственное разделение каналов SDMA (Space Division Multiple Access). В их основу заложены принцип ортогональности, т.е. максимально возможное исключение межканальной интерференции при формировании группового канала. Такой МД называют ортогональным (Orthogonal Multiple Access – OMA).

В поисковых работах 2012–2013 гг. по тематике 5G рассмотрено применение методов неортогонального множественного доступа (Non-Orthogonal Multiple Access – NOMA) и показана их потенциальная эффективность. В отличие от OMA, группа методов NOMA позволяет увеличить системную пропускную способность за счет контролируемой межканальной интерференции, которая устраняется в точке приема. Одним из наиболее перспективных подходов NOMA является неортогональное мультиплексирование каналов в мощностном домене (Power Domain-NOMA – PD-NOMA).

Согласно PD-NOMA данные нескольких пользователей передаются одновременно и в одной полосе частот, но с разной мощностью. При такой передаче возникает взаимная межканальная интерференция между всеми каналами, поэтому такой МД является неортогональным.

Несмотря на то, что технология PD-NOMA рассматривалась в качестве кандидата для систем связи нового поколения, она не вошла в техническую спецификацию 5G NR. Считается, что главная причина этого – высокая вычислительная сложность обработки PD-NOMA, поэтому ее реализация в сигнальных процессорах массовых мобильных устройств коммерчески невыгодна. Кроме того, большой интерес сегодня представ-

ляет технология Massive MIMO (Multiple Input Multiple Output), которая позволяет кратное увеличение пропускной способности системы за счет применения сложных многоэлементных антенных решеток на стороне базовых станций (БС) и не приводит к удорожанию абонентского оборудования. Несмотря на это, PD-NOMA не теряет своей актуальности и продолжает рассматриваться в качестве кандидата для будущих систем связи и последующих модернизаций 5G NR.

В открытом доступе находится большое количество работ по тематике PD-NOMA. Впервые эта идея и ее потенциальная эффективность продемонстрирована в работе [1], но оказалась не востребована из-за недостаточного уровня технического прогресса. Интерес вновь возник спустя 40 лет и в работе [2] была описана современная концепция применения PD-NOMA. Начиная с 2013 г. вышло большое количество работ по PD-NOMA, однако, до сих пор остается ряд актуальных нерешенных проблем по различным направлениям: объединение абонентов и распределение мощности [3], организация случайного доступа к среде [4], декодирование [5], совместная работа с MIMO [6] и др. Тщательный обзор трендов, подходов и проблем PD-NOMA приведен в работе [7].

В работах [8–11] детально описана концепция PD-NOMA в контексте применения ее в 5G NR, а так же демонстрируется пропускная способность PD-NOMA и приведено ее равенство с OMA. Основным недостатком этих работ заключается в расчете пропускной способности по теореме Шеннона–Хартли, которая подразумевает ряд допущений и не позволяет получить высокую точность результатов, близких к практическим. Например, к наиболее важным допущениям относится предположение о том, что для передачи используются идеальные сигнально-кодовые конструкции (СКК). Однако, точная оценка пропускной способности не может быть осуществлена без учета характеристик реальных СКК, а в свободном доступе такие исследования нами не найдены.

Мы считаем вышеуказанную проблему актуальной, поэтому целью данной работы является оценка практической пропускной способности PD-NOMA, без использования указанного допущения и без учета характеристик реальных СКК.

1. СИСТЕМНАЯ МОДЕЛЬ PD-NOMA

Для исследований PD-NOMA чаще всего используется системная модель нисходящего группового канала с одной приемной и одной передающей антенной. Предполагается, что БС расположена в центре соты и обслуживает двух и более пользователей UE (User Equipment). Задача БС

заключается в организации нисходящего группового канала, мультиплексируя UE в мощностном домене. Теоретически, их количество не ограничено, но принято рассматривать наиболее реализуемый на практике сценарий, подразумевающий $K = 2$ пользователей. Увеличение K не дает выгодный прирост пропускной способности системы, но существенно увеличивает вычислительную сложность формирования и обработки сигналов, поэтому сценарии с $K \geq 3$ рассматриваются крайне редко.

Обозначим переменными x , y передаваемые информационные символы первого (UE_1) и второго (UE_2) пользователя. Формирование группового PD-NOMA сигнала s для двух пользователей можно описать с помощью соотношения

$$s = \sqrt{p_1}x + \sqrt{p_2}y, \quad (1)$$

где p_1, p_2 — это весовые мощностные коэффициенты, которые отвечают за разделение общего мощностного ресурса P между UE_1 и UE_2 , при условии $P = p_1 + p_2$. Чем меньше отношение сигнал/шум (ОСШ) пользователя, тем больше его весовой мощностной коэффициент, и наоборот. Распределение p_1, p_2 является одной из приоритетных задач, потому что величина мощностного коэффициента напрямую влияет на помехоустойчивость каждого канала. Поскольку происходит разделение общего доступного мощностного ресурса P , то увеличение p_1 приводит к уменьшению p_2 и, наоборот. При распределении необходимо найти компромисс, который одновременно удовлетворяет обоим пользователям и учитывает системную стратегию распределения радиоресурсов.

В системной модели PD-NOMA удобно считать $P = 1$, воспринимая p_1, p_2 в качестве долей единицы. Отсортируем пользователей в порядке увеличения их ОСШ и запишем ограничения для мощностных коэффициентов

$$\begin{cases} 0 < p_2 < p_1 < 1, \\ p_1 + p_2 = P. \end{cases} \quad (2)$$

В современных системах для передачи информационных символов используются СКК, состоящие из многопозиционной модуляции и помехоустойчивого кодирования. Чаще всего применяются СКК на базе квадратурной амплитудной модуляции (Quadrature Amplitude Modulation — QAM) и Turbo (или Low-Density Parity-Check — LDPC) помехоустойчивых кодов.

В описываемой системной модели используется квадратная QAM с порядками 4, 16, 64. Обозначим символами Q_1 и Q_2 порядок QAM-модуляции в канале UE_1 и UE_2 , соответственно. Возможные состояния информационных символов x , y определены алфавитами A_1, A_2 используемых Q_1 -QAM, Q_2 -QAM. Созвездие группового сигнала s ,

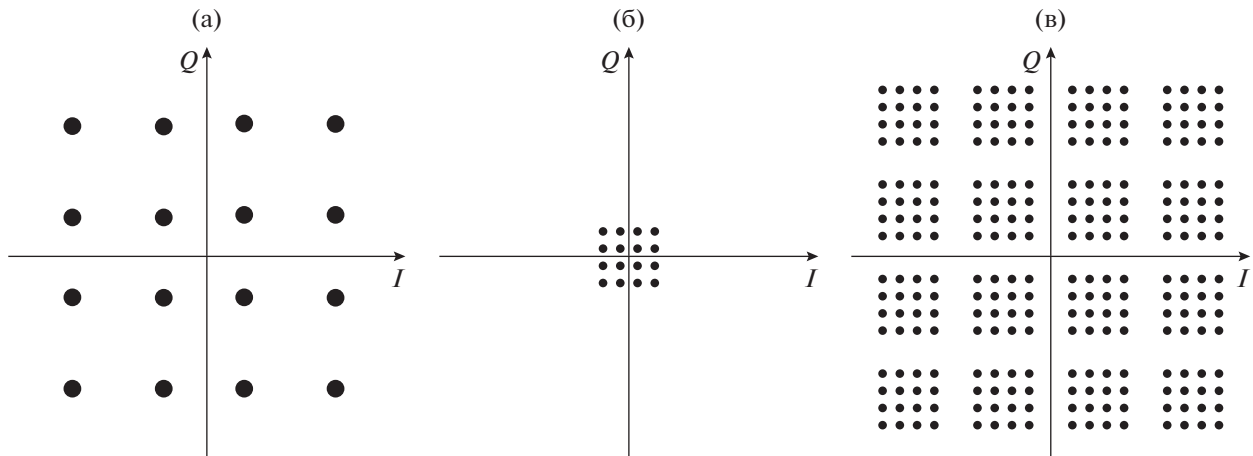


Рис. 1. Сигнальное созвездие группового PD-NOMA сигнала: а – созвездие UE₁, б – созвездие UE₂, в – созвездие PO-NOMA.

сформированного с помощью (1), является суперпозицией взвешенных по p_1, p_2 созвездий Q_1 -QAM и Q_2 -QAM. В качестве примера, на рис. 1 представлено созвездие PD-NOMA сигнала с конфигурацией $p_1 = 0.9, Q_1 = 16$ и $p_2 = 0.1, Q_2 = 16$.

Сигнал в точке приема r_k пользователя k может быть описан с помощью выражения

$$r_k = \alpha_k (\sqrt{p_1}x + \sqrt{p_2}y) + n_k, \quad (3)$$

где α_k – это канальный коэффициент и n_k – аддитивная помеха в канале пользователя k .

Декодирование сигнала r осуществляется с помощью метода последовательного подавления помех SIC (Serial Interference Cancellation) [12]. В приемнике UE₁ происходит декодирование r_1 и оценка его информационного символа $\hat{x}$ может быть получена с помощью критерия минимального евклидова расстояния, если воспринимать сумму y и n_1 в качестве аддитивной помехи

$$\hat{x} = \arg \min_{x \in A_1} |r_1 - \sqrt{p_1}x|^2. \quad (4)$$

В приемнике UE₂ декодирование сигнала реализуется в два последовательных этапа. Сначала осуществляется оценка $\hat{x}$ из r_2 точно так же, как в (4). Далее, сигнал первого пользователя x регенерируется и вычитается из r_2 , осуществляя устранение его интерференционной помехи

$$r' = r_2 - \sqrt{p_1}\hat{x}. \quad (5)$$

После этого становится возможным получить оценку собственного информационного символа $\hat{y}$ из r' , воспринимая в качестве помехи только n_2

$$\hat{y} = \arg \min_{y \in A_2} |r' - \sqrt{p_2}y|^2. \quad (6)$$

2. РАСЧЕТ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ PD-NOMA ПО ШЕННОНУ

Для представленной модели PD-NOMA пропускная способность может быть рассчитана с помощью формулы Шеннона. Обозначим переменными C_1^T и C_2^T теоретическую пропускную способность каналов UE₁ и UE₂ в PD-NOMA, которая может быть получена по формулам

$$\begin{aligned} C_1^T &= B \log_2 \left(1 + \frac{|\alpha_1|^2 p_1}{|\alpha_1|^2 p_2 + BN_0} \right); \\ C_2^T &= B \log_2 \left(1 + \frac{|\alpha_2|^2 p_2}{BN_0} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где N_0 – спектральная плотности мощности шума в общей полосе пропускания B . Предполагается, что значение N_0 одинаково для обоих абонентов.

При расчете C_1^T межканальная помеха мощностью p_2 от UE₂ воспринимается в качестве нормальной помехи. С другой стороны, при расчете C_2^T предполагается полное устранение интерференционной помехи мощностью p_1 , поэтому остается декодировать собственный сигнал мощностью p_2 на фоне шумовой составляющей BN_0 .

Обозначим ОСШ относительно общей мощности P в канале пользователя k переменной W_k , тогда

$$W_k = \frac{P|\alpha_k|^2}{BN_0}.$$

Преобразуем предыдущее выражение, учитывая принятую нормировку $P = 1$

$$W_k = \frac{|\alpha_k|^2}{BN_0}, \quad (8)$$

и перепишем (7) с учетом (8)

$$\begin{aligned} C_1^T &= B \log_2 \left(1 + \frac{p_1 W_1}{p_2 W_1 + 1} \right); \\ C_2^T &= B \log_2 (1 + p_2 W_2). \end{aligned} \quad (9)$$

Общая пропускная способность системы в полосе B может быть рассчитана с помощью соотношения

$$C_\Sigma^T = C_1^T + C_2^T, \quad (10)$$

потому что передача ведется одновременно двумя абонентами в единой полосе.

Основная проблема расчета по (9) заключается в использовании упрощающих допущений:

1) при расчете C_1^T интерференционная помеха от UE₂ мощностью p_2 воспринимается как эквивалент нормальной помехи с идентичной мощностью;

2) при расчете C_2^T не учитывается вероятность ошибки при устранении интерференционной помехи при расчете (4), (5). Предполагается, что интерференционная помеха от UE₁ мощностью p_1 полностью устраняется;

3) предполагается использование идеальных СКК, демонстрирующих предельную спектральную эффективность по Шеннону;

4) не накладывается ограничение на распределение p_1 , p_2 , которое неизбежно возникает при использовании реальных СКК.

3. РАСЧЕТ РЕАЛЬНОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ PD-NOMA

Рассмотрим собственный подход, позволяющий рассчитать реальную пропускную способность системы PD-NOMA, не прибегая к упомянутым выше допущениям.

3.1. Выбор СКК в PD-NOMA

Реальная пропускная способность C^R в пользовательском канале напрямую определяется спектральной эффективностью γ используемой СКК, которая выбрана для передачи данных этого пользователя. В современных системах используется принцип адаптивного выбора СКК, позволяющий приспособиться к условиям канала пространства и выбирать СКК с наибольшей спектральной эффективностью, сохраняя при этом требуемый уровень вероятности битовых ошибок при приеме. Как правило, для каждой конкретной системы связи набор доступных СКК формируется исходя из предполагаемых эксплуатационных сценариев и рабочего диапазона ОСШ. Все доступные СКК описаны в стандарте

конкретной системы связи, а каждая из них определена типом модуляции, скоростью и методом помехоустойчивого кодирования.

В качестве примера можно рассмотреть набор СКК из стандарта LTE, представленный в [13] (табл. 1). Набор включает в себя $M_o = 15$ разных СКК, пронумерованных индексом $m \in 1, \dots, M_o$. Каждая конструкция определена следующими параметрами: Q – порядок QAM-модуляции, R – скорость помехоустойчивого Turbo кодирования, Z – пороговый уровень ОСШ, γ – спектральная эффективность. Пороговый уровень Z показывает минимальное значение ОСШ в канале, при котором для передачи может быть выбрана данная СКК.

Используя данные указанной таблицы адаптивный выбор индекса СКК в системе ОМА для пользователя k может быть описан с помощью простого выражения

$$m_k = \max \{i, Z_i \leq W_k\}, \quad i = 1, 2, \dots, M_o, \quad (11)$$

где W_k – текущее значение ОСШ в канале пользователя k . Поскольку межканальная интерференция отсутствует, то СКК для каждого пользователя выбирается независимо от остальных.

Как говорилось ранее, в отличие от ОМА, в PD-NOMA осуществляется передача информационных символов сразу двух пользователей в едином частотно-временном ресурсном сегменте. Для пользователей могут быть выбраны разные СКК с различными мощностными коэффициентами, увеличивая или уменьшая взаимную интерференционную помеху. Как следствие, увеличение C_1^R приводит к уменьшению C_2^R , и, наоборот. Поэтому должен быть реализован совместный адаптивный выбор пары СКК с индексами m_1, m_2 и расчет мощностных коэффициентов сразу для двух абонентов UE₁ и UE₂, одновременно учитывая характеристики каждого из них и достигая компромисса.

Распределение ресурсов связи является важной задачей в любой многоканальной системе. Как правило, в ОМА осуществляется распределение ресурса только в частотно-временном домене, однако, в PD-NOMA добавляется дополнительный мощностной домен. В свою очередь, распределение ресурса в мощностном домене напрямую влияет на совместный выбор СКК. Рассмотрим эту проблему более подробно.

Существует несколько подходов к расчету мощностных коэффициентов. В работе [14] предложено использовать адаптивный к каналу фазовый поворот созвездия QAM и алгоритм расчета мощностных коэффициентов с помощью треугольника Паскаля. Недостаток работы заключается в том, что рассматривается использование только QPSK и 64-QAM, а алгоритм расчета ко-

эффицентов, по оценке самих авторов, имеет высокую вычислительную сложность.

В работе [15] предложен подход, согласно которому в первую очередь определяется СКК и минимальный мощностной коэффициент для UE_1 , а далее, по остаточному принципу для UE_2 . Однако, в этой работе интерференционная помеха представляется в качестве аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ), что является допущением и увеличивает погрешность результатов.

В работе [16] предложена карта парного выбора СКК для двух пользователей в зависимости от их ОСШ, а также описано преимущество и результативность этого подхода. Недостатком работы является малое количество рассматриваемых СКК (8 типов).

Мы применяем близкий к [16] подход, используя СКК из [13] (табл. 1) для формирования таблицы парных СКК для PD-NOMA и расширяя количество доступных СКК по сравнению с [16]. Кроме того, мы опираемся на СКК из реального стандарта связи и формируем парные СКК с помощью собственного подхода, основываясь на критерии максимизации пропускной способности системы. Предполагается, что для декодирования PD-NOMA сигнала применяется SIC на уровне символов модуляции (без исправления ошибок с помощью помехоустойчивого кодирования при устранении сигнала UE_1 в приемнике UE_2).

С помощью аналитических расчетов и математического моделирования разработан банк из $M_n = 185$ парных СКК для системы PD-NOMA, которые приведены в [13] (табл. 2). С помощью предложенного банка можно осуществить адаптивный к ОСШ обоих пользователей совместный выбор двух СКК, которые могут быть использованы при мультиплексировании PD-NOMA и не приведут к превышению порогового уровня вероятности битовых ошибок.

Используя данные упомянутой таблицы из [13], адаптивный выбор совместной пары индексов СКК m_1, m_2 для PD-NOMA можно записать в виде

$$\{m_1, m_2\} = \max \left(i \mid \begin{cases} T_{i,1} \leq W_1, \\ T_{i,2} \leq W_2, \end{cases} i = 1, 2, \dots, M_n \right), \quad (12)$$

где m_1 — номер СКК (из табл. 1 работы [13]) для UE_1 с его ОСШ W_1 , данные которого располагаются на неортогональном слое с долей мощности p_1 ; m_2 — номер СКК для UE_2 с его ОСШ W_2 , данные которого располагаются на неортогональном слое с долей мощности p_2 ; $T_{i,1}$ и $T_{i,2}$ — соответствующие пороговые значения ОСШ для выбора i -й пары. Согласно (12) осуществляется выбор пары СКК, которая обеспечивает максимальную суммарную спектральную эффективность единицы

частотно-временного ресурса при заданных W_1, W_2 .

Реальная пропускная способность пользователей в полосе B определяется спектральной эффективностью $\gamma_{m_1}, \gamma_{m_2}$ выбранных для них СКК с помощью (12)

$$C_1^R = B\gamma_{m_1}; \quad C_2^R = B\gamma_{m_2}, \quad (13)$$

а общая пропускная способность системы C_Σ^R рассчитывается по (10).

Для примера, рассмотрим выбор пары СКК в PD-NOMA для сценария $W_1 = 10$ и $W_2 = 30$ дБ. Согласно (12) будет выбрана пара $i = 143$, соответствующая $m_1 = 6$ и $m_2 = 15$, а суммарная спектральная эффективность составит $\gamma_6 + \gamma_{15} = 6.7305$ бит/с/Гц. При этом гарантировано, что можно рассчитать такие коэффициенты p_1, p_2 , учитывая (2), которые обеспечат вероятность ошибки на блок (BLER, Block Error Rate) менее 10% при обработке группового сигнала методом SIC.

3.2. Ограничение на соотношение мощностных коэффициентов

Использование QAM сигналов накладывает ограничение на соотношение мощностных коэффициентов, нарушение которого приводит к выходу созвездия UE_2 за границы области детектирования символов на созвездии UE_1 и существенному росту вероятности ошибок декодирования $\hat{x}$ в (4). В системной модели PD-NOMA по Шеннону это ограничение не учитывается, потому что использование QAM не рассматривается.

Получим ограничение на соотношение мощностных коэффициентов. Минимальное евклидово расстояние между соседними точками на взвешенном по мощности сигнальном созвездии Q_k -QAM (рис. 1) для пользователя k можно рассчитать с помощью

$$D_k = 2 \sqrt{\frac{p_k}{3(Q_k - 1)}}. \quad (14)$$

Расстояние между крайними точками созвездия UE_2 на квадратурной (или синфазной) оси рассчитывается с помощью $(\sqrt{Q_2} - 1)D_2$, а ширина области детектирования символов на созвездии UE_1 равна D_1 . Тогда, чтобы избежать выхода созвездия UE_2 за границы области детектирования символов на созвездии UE_1 , геометрическое ограничение можно записать в виде

$$(\sqrt{Q_2} - 1)D_2 < D_1. \quad (15)$$

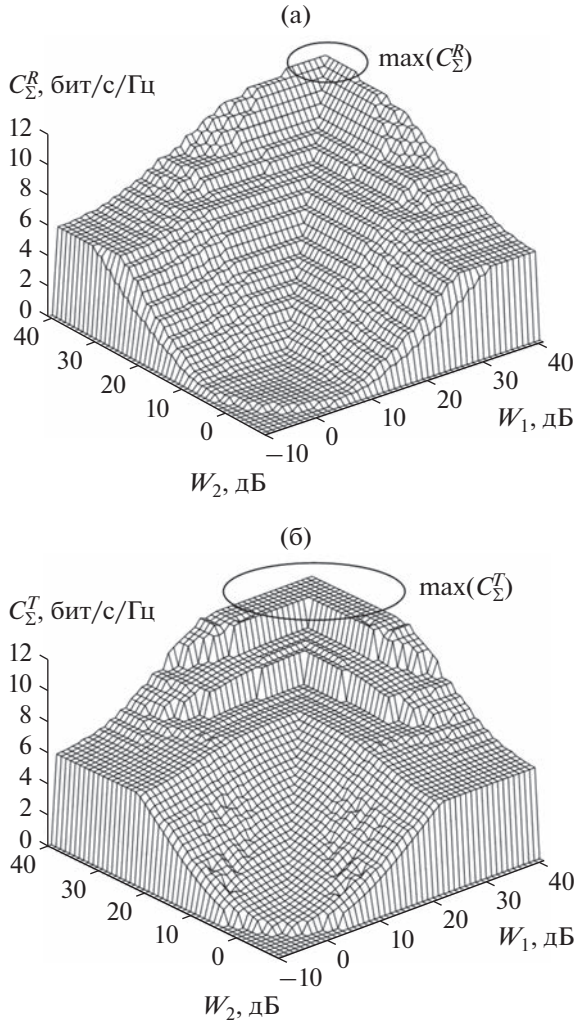


Рис. 2. Зависимость реальной (а) и теоретической (б) пропускной способности системы PD-NOMA от ОСШ обоих пользователей.

Обозначим переменными $p_1^{\min}$ и $p_1^{\max}$ минимальный и максимальный граничный мощностной коэффициент UE₁ при известных Q_1, Q_2 . Величина $p_1^{\min}$ может быть получена из (15) с помощью (14), а $p_1^{\max} = 1$ из (2). Запишем ограничения для $p_1^{\min}$ и $p_1^{\max}$

$$\begin{cases} p_1^{\min} = \frac{(\sqrt{Q_2} - 1)(Q_1 - 1)}{Q_1(\sqrt{Q_2} - 1) + 2}, \\ p_1^{\max} = 1. \end{cases} \quad (16)$$

Учитывая (2) и (16), запишем граничные коэффициенты для $p_2^{\min}$ и $p_2^{\max}$

$$\begin{cases} p_2^{\min} = 0, \\ p_2^{\max} = 1 - p_1^{\min}. \end{cases} \quad (17)$$

Используя (16), (17), общее ограничение на распределение p_1, p_2 будет

$$\begin{cases} \frac{(\sqrt{Q_2} - 1)(Q_1 - 1)}{Q_1(\sqrt{Q_2} - 1) + 2} < p_1 \leq 1, \\ 0 \leq p_2 < 1 - \frac{(\sqrt{Q_2} - 1)(Q_1 - 1)}{Q_1(\sqrt{Q_2} - 1) + 2}. \end{cases} \quad (18)$$

В случае $p_1 = 1, p_2 = 0$ система переходит в режим ОМА, т.к. весь доступный мощностной ресурс отдается для передачи данных UE₁.

4. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И РЕАЛЬНОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ PD-NOMA

Приведем сравнение теоретической C_Σ^T и реальной C_Σ^R пропускной способности системы PD-NOMA в зависимости от ОСШ пользователей W_1, W_2 в диапазоне от -10 до 40 дБ с шагом $\Delta W = 0.5$ дБ. Выбор диапазона обусловлен тем, что он встречается на практике при эксплуатации реальных систем связи. Полоса пропускания системы нормирована $B = 1$.

Максимальное значение C_k^R ограничено спектральной эффективностью самой высокоскоростной СКК с индексом $m = 15$, т.е. $\max(C_k^R) = \gamma_{15}$. Для справедливого сравнения максимальное значение C_k^T искусственно ограничено, $\max(C_k^T) = \gamma_{15}$.

Подбор весовых мощностных коэффициентов реализовали с помощью грубого перебора значения p_1 с шагом $\Delta p_1 = 0.005$, используя (18). Для этого применяется разработанная ранее имитационная математическая модель системы PD-NOMA с каналом АБГШ, которая позволяет рассчитать BLER на стороне каждого пользователя при заданной конфигурации (Q_1, Q_2 и p_1, p_2) мультиплексирования в мощностном домене. Эта модель более подробно описана в [13]. Таким образом, для каждой совместной пары СКК из табл. 2 указанной работы, методом подбора найдены такие значения p_1, p_2 , при которых BLER обоих абонентов не превышает 10% при заданных W_1, W_2 .

На рис. 2 представлена трехмерная зависимость реальной пропускной способности системы $C_\Sigma^R(W_1, W_2)$ от ОСШ в канале UE₁ и UE₂. Опишем полученный результат:

1) при высоком значении ОСШ в каналах обоих пользователей ($W_1, W_2 > 30$ дБ) БС выбирает высокоскоростные СКК для обоих пользователей. В наилучшем сценарии можно получить двойной выигрыш в пропускной способности по

сравнению с ОМА, потому что одновременно двум пользователям будет доступна для передачи СКК с максимальной спектральной эффективностью;

2) высокое ОСШ в канале одного из пользователей ($W_{12} > 30$ дБ). В большинстве работ PD-NOMA описывается подобный сценарий, рассматривающий мультиплексирование каналов пользователей с низким (на окраине соты) и высоким (в центре соты) ОСШ. В этом случае БС назначает одному пользователю высокоскоростную СКК, а второй пользователь ведет передачу с помощью помехоустойчивой, но низкоскоростной СКК;

3) при низком ОСШ обоих пользователей ($W_1, W_2 < 15$ дБ) БС назначает им низкоскоростные СКК, а PD-NOMA предоставляет меньшую спектральную эффективность, чем ОМА. Это связано с тем, что суммарное влияние введенной межканальной помехи и АБГШ не позволяет производить декодирование PD-NOMA методом SIC с требуемым уровнем ошибок.

На рис. 3 представлена зависимость теоретической пропускной способности $C_\Sigma^T(W_1, W_2)$, полученная с помощью формулы (9) с использованием идентичных коэффициентов p_1, p_2 . Видно существенное различие между C_Σ^T и C_Σ^R , что демонстрирует относительно невысокую точность оценки пропускной способности PD-NOMA по (9).

Чтобы наглядно оценить величину погрешности между C_Σ^T и C_Σ^R рассмотрим их поведение на двумерной плоскости при фиксированном значении ОСШ одного из пользователей. На рис. 3а приведены $C_\Sigma^T(W_2)$ и $C_\Sigma^R(W_2)$ при фиксированном значении $W_1 = 0$ дБ.

Обозначим разность в W_2 при $C_\Sigma^T = C_\Sigma^R$ переменной ΔW_n . Величина ΔW_n показывает разность в ОСШ, которая должна быть скомпенсирована для достижения $C_\Sigma^T = C_\Sigma^R$. Иными словами, это различие в помехоустойчивости между теоретической и реальной системами. Из данных, приведенных на рисунке видно, что значение ΔW_n в измеряемом диапазоне значений составляет, в среднем, $\Delta W_n \approx 8-10$ дБ. При $W_2 > 33$ дБ достигается $\max(C_2) = \gamma_{15}$, а значение C_Σ ограничено низким C_1 из-за малого W_1 (область обведена на рисунке).

Далее, получим оценку погрешности между C_Σ^T и C_Σ^R для систем ОМА в идентичных условиях. На рис. 3б представлены зависимости $C_\Sigma^T(W_2)$ и $C_\Sigma^R(W_2)$ при $W_1 = 0$ дБ. В рамках мультиплексирования ОМА оба пользователя используют для передачи всю доступную мощность P , однако поровну разделяют частотный ресурс B , поэтому

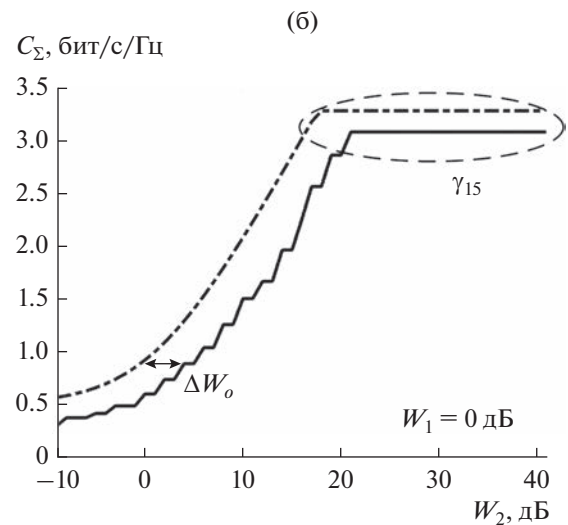
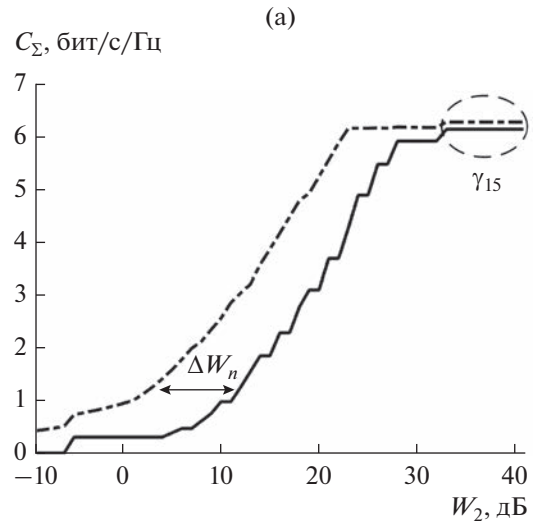


Рис. 3. Зависимости $C_\Sigma^T(W_2)$ (штриховая кривая) и $C_\Sigma^R(W_2)$ (сплошная кривая) при $W_1 = 0$ дБ для PD-NOMA (а) и ОМА (б).

$B_1 = B_2 = 0.5$. Выбор СКК происходит согласно (11), а расчет C_Σ^R с помощью (13). Разность в W_2 между $C_\Sigma^T(W_2)$ и $C_\Sigma^R(W_2)$ для ОМА обозначена переменной ΔW_o . Из данных, приведенных на рисунке видно, что, в среднем, $\Delta W_o \approx 3-5$ дБ. Для демонстрируемого сценария величина ΔW_o меньше, чем ΔW_n приблизительно в два раза.

Сравнивая зависимости PD-NOMA (рис. 3а) с ОМА (рис. 3б) можно сделать вывод о том, что теоретический расчет пропускной способности PD-NOMA обладает меньшей точностью по сравнению с ОМА, из-за большей погрешности $\Delta W_n > \Delta W_o$.

Ранее говорилось, что в большинстве работ сравнение пропускной способности систем PD-NOMA и ОМА осуществляется исключительно с помощью теоремы Шеннона. Однако нами показано, что теоретическое сравнение является недостоверным, а расчетная пропускная способность будет существенно отличаться.

Недостоверность сравнения наблюдается, например, при значении $W_1 = 10$ дБ. При теоретическом расчете $C_\Sigma^T = 4$ для PD-NOMA и $C_\Sigma^T = 3$ для ОМА, соответственно PD-NOMA обладает 25% теоретическим выигрышем. Однако, реальная пропускная способность системы $C_\Sigma^R = 0.95$ для PD-NOMA и $C_\Sigma^R = 1.5$ для ОМА, что соответствует 35% проигрышу PD-NOMA.

Отметим, что при иной конфигурации мультиплексирования могут быть получены результаты сравнения, отличные от наших. Однако, при любой конфигурации погрешность PD-NOMA окажется больше $\Delta W_n > \Delta W_o$ из-за допущений, описанных в разд. 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной вывод работы заключается в том, что полученная другими исследователями расчетная пропускная способность PD-NOMA является недостижимой в реальных условиях и требует более точной оценки. Для этого предложена набор парных СКК, позволяющий выполнить адаптивный выбор конфигурации PD-NOMA мультиплексирования двух пользователей в канале с АБГШ.

Приведено сравнение теоретической и реальной пропускной способности системы PD-NOMA. В первом случае для расчетов используется теорема Шеннона, которая применяется в большинстве научных работ. Реальная пропускная способность получена с учетом СКК из стандарта 3GPP LTE.

Показано, что реальная пропускная способность PD-NOMA существенно отличается от теоретической из-за использования упрощающих допущений, а погрешность может является основной причиной некорректных результатов в работах, посвященных сравнению PD-NOMA с ОМА.

Продemonстрировано, что результат сравнения теоретической пропускной способности систем PD-NOMA и ОМА может не соответствовать результату сравнения реальной пропускной способности.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках конкурса 2021 года “Проведение инициативных исследований молодыми учеными” (проект № 21-79-00160).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cover T. // IEEE Trans. 1972. V. IF-18. № 1. P. 2.
2. Benjebbour A., Saito Y., Kishiyama Y. et al. // Proc. 2013 IEEE Int. Symp. on Intelligent Signal Processing and Communication Systems. Naha. 12–15 Nov. N.Y.: IEEE, 2013. P. 770.
3. Liu X., Wang J., Zhao N. et al. // IEEE Wireless Commun. Lett. 2019. V. 8. № 3. P. 965.
4. Zhang J., Tao X., Wu H. et al. // IEEE Internet of Things J. 2020. V. 7. № 7. P. 6369.
5. Ding Z., Schober R., Poor H. // IEEE Commun. Lett. 2020. V. 24. № 11. P. 2373.
6. Wang J., Li Y., Ji C. et al. // IEEE Trans. 2020. V. COM-68. № 4. P. 2293.
7. Dai L., Wang B., Ding Z. et al. // IEEE Commun. Surveys & Tutorials. 2018. V. 20. № 3. P. 2294.
8. Saito Y., Benjebbour A., Kishiyama Y., Nakamura T. // Proc. 2013 IEEE 24th Annual Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Commun. (PIMRC). London. 8–11 Sept. N.Y.: IEEE, 2013. P. 611.
9. Ding Z., Lei X., Karagiannis K. et al. // IEEE J. Selected Areas Commun. 2017. V. 35. № 10. P. 2181.
10. Benjebbour A., Saito K., Li A. et al. // 2015 Int. Conf. on Wireless Networks and Mobile Commun. (WINCOM). Marrakesh. 20–23 Oct. N.Y.: IEEE, 2015. Article № 7381343.
11. Liu C.H., Liang D.C. // IEEE Trans. 2018. V. WC-17. № 5. P. 3524.
12. Higuchi K., Benjebbour A. // IEICE Trans. 2015. V. COM-98. № 3. P. 403.
13. Kryukov Y., Pokamestov D., Abenov R. et al. // J. Phys: Conf. Series. 2021. V. 2134. № 1. P. 12023.
14. Abdel Moniem M., Gasser S., El-Mahallawy M. et al. // Applied Sciences. 2019. V. 9. № 15. P. 3022.
15. Kim S., Kim H., Hong D. // Proc. 2018 29th Annual Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Commun. (RIMRC). Bologna. 9–12 Sept. N.Y.: IEEE, 2018. Article № 8580995.
16. Hsieh H.-Y., Yang M.-J., Wang C.-H. // Proc. 2016 IEEE 27th Annual Int. Symp. on Personal, Indoor, and Mobile Radio Commun. (RIMRC). Valencia. 4–8 Sept. N.Y.: IEEE, 2016. Article № 7794796.

К 85-ЛЕТИЮ ДМИТРИЯ СЕРГЕЕВИЧА ЛУКИНА

DOI: 10.31857/S003384942301014X, EDN: BTKSIP



6 октября 2022 г. исполнилось 85 лет со дня рождения Дмитрия Сергеевича Лукина — выдающегося российского ученого в области распространения и дифракции радиоволн, доктора физико-математических наук, профессора, лауреата Государственной премии СССР в области науки и техники, члена редколлегии журнала «Радиотехника и электроника».

Дмитрий Сергеевич Лукин в 1956 г. поступил в МФТИ и уже на втором курсе начал научную работу на кафедре «Антенны и распространение радиоволн». После окончания института в 1962 г. Дмитрий Сергеевич продолжил работу на этой кафедре, где в 1965 г. защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук.

Одним из первых направлений научной работы Д.С. Лукина, выполненной под руководством заведующего кафедрой профессора А.Н. Казанцева,

стал цикл работ по численному моделированию распространения радиоволн при связи с искусственными спутниками Земли и пилотируемыми космическими кораблями. Д.С. Лукиным предложен метод бихарактеристик для прогнозирования условий радиосвязи в околоземном космическом пространстве. Значительные успехи были достигнуты Д.С. Лукиным при моделировании волновых полей в областях фокусировки электромагнитных волн в неоднородных средах.

Дмитрий Сергеевич внес значительный вклад в развитие и применение асимптотических методов в теории дифракции, фокусировки и распространения радиоволн в реальных природных средах (в сильно поглощающих грунтах с дисперсией, строительных материалах, в атмосфере Земли и планет, в ионосферной и магнитосферной плазме, подземной радиолокации). Одним из результатов его педагогической и исследовательской деятельности стало создание научной школы, в рамках которой совместно с учениками Д.С. Лукин создал новое научное направление в радиофизике — «Волновую теорию катастроф». Дмитрием Сергеевичем подготовлено 35 кандидатов наук, 7 из которых впоследствии стали докторами наук.

Работы Д.С. Лукина имеют не только важное теоретическое, но и существенное практическое значение. Научные результаты, полученные Д.С. Лукиным, были внедрены при проектировании линий связи, радиолокации и радионавигации, при создании антенно-фидерных устройств для ряда космических аппаратов, при построении моделей тропосферы и ионосферы Земли, Марса, Венеры и Юпитера.

В 1979 г. Дмитрий Сергеевич возглавил кафедру, переименованную к тому времени в кафедру «Распространение радиоволн и космическая радиосвязь», а с 1985 — в кафедру «Физико-математические проблемы волновых процессов». Под его руководством коллектив кафедры продолжил работу в таких областях радиофизики, как распространение, дифракция и фокусировка радиоволн в ионосфере, магнитосфере и тропосфере Земли, дистанционное зондирование сред, динамический хаос. В 1984 г. Д.С. Лукин защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Он является автором более 400 научных работ и четырех монографий, плодотворно продолжает научные исследования.

Дмитрий Сергеевич ведет большую научно-организационную работу. С 1975 г. он является председателем секции “Распространение и дифракция радиоволн” в Центральном правлении РНТО радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, а с 2009 г. — председателем Научного совета ОФН РАН по распространению радиоволн. По инициативе Д.С. Лукина возрождена традиция проведения Всероссийской школы-конференции по дифракции и распространению волн.

Научная и педагогическая работа Д.С. Лукина получила признание и оценку. Он лауреат премии Ленинского комсомола 1971 г. за “Цикл научных работ по исследованию распространения радиоволн, излучаемых ИСЗ, ракет и космических межпланетных станций” и премии Совета министров СССР за работу “Телец” (1985 г.). За разработку и применение асимптотических методов в теории дифракции и распространения электромагнитных волн Д.С. Лукину и его ученикам в 1990 г. присуждена Государственная премия СССР в области науки и техники. Исследования Д.С. Лукина отмечены Государственной научной стипендией в области физики и астрономии СССР и стипендией DAAD, а также почетными грамотами Минвуза РСФСР и России. В 1987 г. он награжден знаком “Высшая школа СССР. За

отличные успехи в работе”. За личный вклад в развитие фундаментальных исследований в области распространения радиоволн, создание научной школы, разработку и создание систем космической связи, активную и плодотворную работу по подготовке научных кадров высшей квалификации Д.С. Лукин в 1996 г. удостоен почетного звания “Заслуженный деятель науки Российской Федерации”, а в 2008 г. — звания “Почетного работника высшего профессионального образования Российской Федерации”.

Будучи ярким и выдающимся представителем радиофизической школы, Дмитрий Сергеевич успешно трудился и трудится над решением проблем в этой области. Перспективность заложенных и развиваемых им научных направлений, глубина и оригинальность анализа широчайшего круга радиофизических проблем, фундаментальное значение получаемых результатов служат образцом для коллег и учеников.

Редакция и редколлегия журнала сердечно поздравляют Дмитрия Сергеевича с замечательной датой и желают ему крепкого здоровья и дальнейших успехов в научной и организационной деятельности!