

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.7

ГРУППОВЫЕ СКОРОСТИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ВДОЛЬ ИМПЕДАНСНОЙ ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЫ¹

© 2024 г. В. К. Балханов, Ю. Б. Башкуев

Институт физического материаловедения СО РАН,
ул. Сахьяновой, 6, Улан-Удэ, 670047 Российская Федерация

*E-mail: buddich@mail.ru

Поступила в редакцию 28.10.2023 г.

После доработки 12.03.2024 г.

Принята к публикации 25.04.2024 г.

Рассмотрено распространение поверхностной электромагнитной волны в двухслойной импедансной среде. На основе теоремы Леонтовича–Лайтхилла–Рытова о тождественности групповой скорости волны скорости распространения энергии волны установлены скорости групповых волн в каждой из слоев двухслойной модели сильно-индуктивной импедансной среды. Найдено, что в атмосфере групповая скорость оказывается чуть меньше скорости света в вакууме и отлична от фазовой скорости волны; в диэлектрическом первом слое групповая скорость зависит от диэлектрической проницаемости среды и также меньше скорости света; в проводящем втором слое двухслойной среды групповая скорость оказывается заметно меньше скорости света.

Ключевые слова: групповая скорость, энергетическая скорость, теорема Рытова, сильно индуктивная среда, импеданс

DOI: 10.31857/S0033849424060087, EDN: IJLJNK

ВВЕДЕНИЕ

Фазовая скорость поверхностной волны над эффективными средами будет меньше скорости света. Поэтому реальные поверхностные волны являются медленными. Но помимо фазовой и групповой скоростей, существует еще скорость переноса электромагнитной энергии. Она определяется как отношение потока энергии к его плотности. Согласно теореме Леонтовича–Лайтхилла–Рытова, впервые доказанной С. М. Рытовым в четырехмерном виде [1], групповая и энергетическая скорости тождественны. Цель данной работы – вычисление таких групповых скоростей в приземном атмосферном слое, в следующих первом и во втором слоях двухслойной среды.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1. Импеданс

Будем пользоваться цилиндрической системой координат (r, φ, z) . Здесь r – радиальное направление от излучателя к приемнику, z – вертикаль,

направленная от морской поверхности в атмосферу, φ – азимутальный угол на поверхности вокруг оси z .

Задача Зоммерфельда сводится к решению волнового уравнения с источником для компонент электромагнитного поля [2]. В волновой зоне для определения всех ненулевых компонент электромагнитного (ЭМ) поля (магнитную индукцию и электрическое поле) вблизи земной поверхности, достаточно вертикальной компоненты векторного потенциала A_z :

$$B_\varphi \approx -\frac{\partial A_z}{\partial r}, \quad E_r = -\frac{i\omega}{k^2} \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}, \quad E_z = -\frac{i\omega}{k^2} \frac{\partial B_\varphi}{\partial r},$$

где ω – круговая частота, где c – скорость света, $k_0 = \omega/c$ – волновое число в свободном пространстве (приземной атмосфере), k – волновое число в земной среде. Для определения электрических характеристик (электрической проводимости σ и диэлектрической проницаемости ϵ) подстилающей среды (морской толщи воды) достаточно знание всего одной величины – импеданса δ , поэтому геоэлектрическую среду называют импедансной. Эту величину измеряют комплектом измерителя поверхностного импеданса (ИПИ)

$$\delta \approx -\left(E_z/cB_\varphi\right)_{z=0}.$$

¹Работа была доложена на XXVIII Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн» (23–26 мая 2023 г., Йошкар-Ола).

Геоэлектрическое строение земной среды неоднородное. Если из измерений или априорной информации известен импеданс, то из соотношения

$$\delta = (1 + \tilde{\epsilon} + i\tilde{\sigma}/\epsilon_0\omega)^{-1/2} \quad (1)$$

всегда можно определить эффективные значения электрической проводимости $\tilde{\sigma}$ и диэлектрической проницаемости неоднородной среды $\tilde{\epsilon}$, как если бы она была однородной. Здесь ϵ_0 – диэлектрическая постоянная вакуума.

1.2. Плотность и поток энергии электромагнитного поля

Компоненты ЭМ-поля являются комплексными, поэтому в цилиндрической системе координат плотность энергии будет [2] определяться по формуле

$$W = \frac{1}{2}\epsilon_0(E_r E_r^* + E_z E_z^* + c^2 B_\phi B_\phi^*),$$

где угловые скобки означают усреднение по времени, звездочка (*) означает знак комплексного сопряжения, при этом $\sqrt{1 - \delta^2} \sqrt{1 - \delta^{2*}} = |\sqrt{1 - \delta^2}|$.

Поток энергии ЭМ-поля описывается величиной

$$S = \frac{1}{2}\epsilon_0 c^2 \langle E_z B_\phi^* + E_z^* B_\phi \rangle.$$

Из этих выражений следует, что W и S связаны как $S = vW$, где v выступает как скорость, с которой передается ЭМ-энергия.

2. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

2.1. Скорость ПЭВ в приземной атмосфере

Из [2] следует, что необходимая для ПЭВ вертикальная компонента векторного потенциала вблизи земной поверхности в атмосфере имеет следующий вид:

$$A_{z_0} = \frac{k_0}{\sqrt{r}} \exp(-ik_0 \delta z + -ik_0 \sqrt{1 - \delta^2} r - i\omega t), \quad (2)$$

где

$$\sqrt{1 - \delta^2} = 1 + i \operatorname{Re} \delta |\operatorname{Im} \delta|.$$

Например, на частоте 10 МГц (м) импеданс радиотрассы «лед-соленая вода» при диэлектрической проницаемости льда $\epsilon = 4$ и электрической проводимости воды $\sigma = 3$ См/м определяется комплексной величиной

$$\delta = 0.185 \exp(-82.5^\circ).$$

Отсюда модуль $|\delta| = 0.185$ и фаза $\varphi_\delta = -82.5^\circ$, а также действительная $\operatorname{Re} \delta = 0.024$ и мнимая $\operatorname{Im} \delta = -0.183$ части импеданса.

Зная эти величины, находим

$$B_{\phi_0} = -ik_0 \sqrt{1 - \delta^2} A_{z_0}, \quad E_{r_0} = i\omega \delta \sqrt{1 - \delta^2} A_{z_0}, \\ E_{z_0} = i\omega \delta^2 A_{z_0}.$$

Подставляя эти компоненты ЭМ-поля в определение потока и плотности ЭМ-поля, находим

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 \omega^2 |\sqrt{1 - \delta^2}|^2 \left[1 + |\delta|^2 + |\sqrt{1 - \delta^2}|^2 \right] \frac{|e_0|^2}{r}, \quad (3)$$

$$S = \frac{1}{2} \omega^2 c |\sqrt{1 - \delta^2}|^2 \left[\sqrt{1 - \delta^2} + \sqrt{1 - \delta^{2*}} \right] \frac{|e_0|^2}{r}, \quad (4)$$

где

$$e_0 = \frac{K_0}{\sqrt{r}} \exp(-ik_0 \delta z + -ik_0 \sqrt{1 - \delta^2} r - i\omega t).$$

а K_0 – некий коэффициент, который в конечных формулах не учитывается.

Взяв отношение S/W , находим скорость распространения энергии поверхностной волны вдоль импедансной поверхности:

$$v_{g_0} = c \left[1 - \frac{1}{2} (|\delta|^2 + \operatorname{Re}^2 \delta |\operatorname{Im} \delta|^2) \right]. \quad (5)$$

В свободном пространстве $\delta = 1$ и скорость $v = 0$, в свободном пространстве поверхностная волна не распространяется (она быстро затухает как

$$\exp\left(-(\omega/c) \sqrt{\epsilon_0 \frac{\omega}{\tilde{\sigma}}} Z\right).$$

Поскольку $\delta \ll 1$, то в первом исчезающем пределе по импедансу рассматриваем

$$v = c \left(1 - \frac{1}{2} |\delta|^2 \right). \quad (6)$$

Следовательно, *поверхностная волна всегда распространяется вдоль импедансной поверхности со скоростью, чуть меньшей скорости света.*

2.2. Скорость ПЭВ

в первом диэлектрическом слое

Векторный потенциал в первом слое (все величины с индексом 1) запишем в следующем виде:

$$A_{z_1} = e_1 [+], \quad e_1 = \frac{K_1}{\sqrt{r}} \exp(-i\omega t + ik_0 \sqrt{1 - \delta^2} r),$$

$$[\pm] = [\exp(y_1 z) + Y \exp(-y_1 z)],$$

$$y_1 = -i \sqrt{k_1^2 - k_0^2 (1 - \delta^2)}, \quad Y = \frac{y_1 k_0^2 + y_1 k_1^2}{y_1 k_0^2 - y_1 k_1^2}.$$

Введение новых обозначений не должно вызывать недоумения; в физических науках это обычное дело. В промежуточных вычислениях могут пригодиться равенства

$$[+] = \frac{k_0 \gamma_1}{\delta k_1^2} [-],$$

$$[-][-]^* = |\delta|^2 [+][+]^*.$$

Используя выражения (2), (3), находим

$$B_{\varphi 1} = -ik_0 \sqrt{1 - \delta^2} e_1 [+],$$

$$E_{r1} = -\omega \frac{k_0 \gamma_1}{k_1^2} \sqrt{1 - \delta^2} e_1 [-],$$

$$E_{z1} = i\omega \frac{k_0^2}{k_1^2} (\sqrt{1 - \delta^2})^2 e_1 [+].$$

Подставляя их в (7), находим

$$W_{\text{диэл}} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \omega^2 |\sqrt{1 - \delta^2}|^2 |e_1|^2 [+]^2 W_2 \frac{1}{r},$$

где

$$W_2 = 1 + |\delta|^2 + \frac{k_0^4}{|k_1|^4} |\sqrt{1 - \delta^2}|^2.$$

Поток электромагнитного поля в первом слое будет равен

$$S_{\text{диэл}} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \omega^2 c |\sqrt{1 - \delta^2}|^2 |e_1|^2 [+]^2 W_1 \frac{1}{r},$$

где

$$W_1 = -\frac{k_0^2}{|k_1|^2} \sqrt{1 - \delta^2} - \frac{k_0^2}{|k_1|^2} \sqrt{1 - \delta^{*2}}.$$

Вычисляя отношение $S_{\text{диэл}}/W_{\text{диэл}}$, находим групповую скорость распространения ПЭВ в первом слое:

$$v_{g0} = c \frac{k_0^2 \sqrt{1 - \delta^2} / k_1^2 + k_0^2 \sqrt{1 - \delta^{*2}} / k_1^{*2}}{1 + |\delta|^2 + k_0^4 / |k_1|^4}. \quad (7)$$

Полученный результат верен для любых значений электрофизических характеристик различных сред. Волновое число в первом слое

$$k_1^2 = \frac{k_0^2}{2\delta^2} \left[1 + \sqrt{1 - 4\delta^2 (1 - \delta^2)} \right].$$

Нам нужно учесть, что первый слой является диэлектрическим. Для него примем $r_1 \rightarrow \infty$, тогда $k_1 \approx k_0 \sqrt{\varepsilon_1}$. В силу малости импеданса, квадрат его можно не учитывать. Тогда

$$v_{g1} = 2c\varepsilon_1 / (1 + \varepsilon_1^2) \quad (8)$$

Это значение всегда меньше скорости света. Напомним, ε_1 — диэлектрическая проницаемость первого слоя. В безграничной диэлектрической среде, как известно, скорость волны была бы

$$v_{g1} = c / \sqrt{\varepsilon_1}.$$

2.3. Групповая скорость ПЭВ во втором проводящем слое

Величины, относящиеся ко второму слою, выделим индексом 2. Векторный потенциал во втором слое — проводящем основании

$$A_{z2} = e_2,$$

$$e_2 = \frac{K_2}{\sqrt{r}} \exp(\mu_2 z + i k_0 \sqrt{1 - \delta^2} r - i\omega t).$$

Поля (2), (3) примут вид

$$B_{\varphi 2} = -ik_0 \sqrt{1 - \delta^2} e_2,$$

$$E_{r2} = -i\omega \frac{k_0 \gamma_2}{k_2^2} \sqrt{1 - \delta^2} e_2,$$

$$E_{z2} = i\omega \frac{k_0^2}{k_2^2} \sqrt{1 - \delta^{*2}} e_2.$$

Здесь

$$\gamma_2 = -i\sqrt{k_2^2 - k_0^2 (1 - \delta^2)}.$$

Для групповой скорости во втором слое получим

$$v_{g2} = -c \frac{\delta^2 \sqrt{1 - \delta^{*2}} + \delta^{*2} \sqrt{1 - \delta^2}}{(1 + |\delta|^2) \sqrt{1 - \delta^2} \sqrt{1 - \delta^{*2}} + |\delta|^4} = -c (\delta^2 + \delta^{*2}) = 2c (\text{Im} \delta^2 - \text{Re}^2 \delta). \quad (9)$$

В проводящей среде волна затухает как

$$A_{z2} \sim \exp(z \sqrt{\mu_0 \omega / 2\tilde{\sigma}})$$

и распространяется с групповой скоростью

$$v_{g2} \approx -c (\delta^2 + \delta^{*2}) \ll c.$$

Напомним, величина $\sqrt{2\tilde{\sigma}} / \mu_0 \omega$ называется скин-слоем (μ_0 — магнитная постоянная).

Соотношениями (5), (7) и (9) обобщена теорема Леонтовича–Лайтхилла–Рытова на импедансные среды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлены точные значения скоростей энергии в каждом слое электромагнитной волны, распространяющейся вдоль двухслойной импедансной земной поверхности. Тем самым обобщена теорема Леонтовича–Лайтхилла–Рытова, и вместо скорости распространения энергии электромагнитной волны можно говорить о групповой скорости. Особенность распространения электромагнитной волны в том, что групповые скорости во всех слоях различны.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в Институте физического материаловедения СО РАН в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 0270–2021–0004 «Развитие фундаментальных основ распространения СНЧ-СДВ-ДВ-СВ и УКВ-радиоволн в неоднородных импедансных каналах»).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рытов С. М. // ЖЭТФ. 1947. Т. 17. № 10. С. 930.
2. Балханов В. К., Башкуев Ю. Б. Электромагнитный поверхностный импеданс, геоэлектрические однородные, двухслойные и градиентные среды, интеграл Зоммерфельда. 2-е изд. М.: Русайнс, 2022.

GROUP VELOCITIES OF A SURFACE ELECTROMAGNETIC WAVE ALONG AN IMPEDANCE TWO-LAYER MEDIUM

V. K. Balkhanov, Yu. B. Bashkuev

*Institute of Physical Materials Science of the Russian Academy of Sciences,
St. Sakhyanovoy, 6, Ulan-Ude, 670047 Russian Federation
E-mail: buddich@mail.ru*

The propagation of a surface electromagnetic wave in a two-layer impedance medium is considered. Based on the Leontovich-Lighthill-Rytov identity theorem, the velocities of group waves in each layer of a two-layer model of a highly inductive impedance medium are established. It is found that in the atmosphere, the group velocity is slightly less than the speed of light in a vacuum and is different from the phase velocity of the wave; in the dielectric first layer, the group velocity depends on the permittivity of the medium and is also less than the speed of light; in the conducting second layer, the conducting base of the two-layer medium, the group velocity is noticeably less than the speed of light.

Keywords: group velocity, energy velocity, Rytov theorem, highly inductive medium, impedance