

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.2

ОПТИМИЗАЦИЯ ГАРАНТИРОВАННОЙ СКОРОСТИ  
ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫМИ  
СИГНАЛАМИ С РАНДОМИЗИРОВАННОЙ БАЗОЙ  
В УСЛОВИЯХ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ

© 2023 г. А. М. Чуднов<sup>а</sup>, \*, Я. В. Кичко<sup>а</sup>, Л. П. Сапунова<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Военная академия связи,  
Тихорецкий просп., 3, Санкт-Петербург, 194064 Российская Федерация

\*E-mail: chudnow@yandex.ru

Поступила в редакцию 05.08.2022 г.

После доработки 20.10.2022 г.

Принята к публикации 26.10.2022 г.

Рассмотрены принципы анализа и оптимизации параметров и режима обработки сигналов в системе передачи информации с обратным каналом, функционирующей в условиях воздействия преднамеренных помех, структура которых может подбираться с позиции нарушения (ухудшения) работы системы. Предложен алгоритм формирования и обработки псевдослучайных сигналов с рандомизированной базой, который обеспечивает повышение скорости передачи информации системой в классе помех с ограниченной средней мощностью при обеспечении исходных показателей достоверности. Представлена методика, приведены примеры расчета и показаны графики зависимостей гарантированной скорости передачи информации в системе с рандомизированным двухступенчатым переключением базы сигналов от средней мощности оптимизированной помехи.

DOI: 10.31857/S0033849423030051, EDN: ICRRVO

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа продолжает исследования методов анализа и оптимизации параметров и режима обработки сигналов в системе передачи информации (СПИ), функционирующей в условиях воздействия преднамеренных помех, структура которых может подбираться с позиции нарушения (ухудшения) работы системы [1–4].

Вопросам обеспечения гарантированных показателей СПИ, в частности функционирующей в условиях преднамеренных помех, в литературе уделяется значительное внимание (см., например, работы [1–23] и библиографию в них). На основе теоретических исследований разработаны, внедрены и широко используются в различных сферах линии связи с псевдослучайными сигналами (ПСС) [1–13]. Вместе с тем задачи построения и исследования эффективности оптимальных алгоритмов работы СПИ на различных уровнях функциональной архитектуры изучены весьма в малой степени. В этом отношении к решенным вопросам в области передачи дискретных сообщений можно отнести лишь вопросы построения и анализа помехоустойчивости алгоритмов формирования и приема двоичных сигналов, являющихся  $\epsilon$ -оптимальными с позиции обеспечения минимальной вероятности ошибочного приема бита

информации в соответствующих классах помех. А именно, в [5–7] для класса помех с ограничениями на среднюю и пиковую мощность построены оптимальные приемники псевдослучайных сигналов, модулированных по фазе псевдослучайной  $\{-1,1\}$ -последовательностью (ФМ ПСС). В [1–3] построены  $\epsilon$ -оптимальные алгоритмы формирования и приема амплитудно-фазоманипулированных сигналов при ограничениях на энергию, а также на среднюю мощность помехи и установлена их асимптотическая оптимальность для сигналов с большой базой. Существенное расхождение оценок показателей СПИ, использующих двоичные сигналы, с полученными верхними границами (расхождение составляет около 6 дБ [2]) дает основания для поиска более эффективных алгоритмов передачи информации в условиях преднамеренных помех.

Цель данной работы – разработка методики и получение оценок выигрыша в гарантированной скорости передачи сообщений за счет рандомизированного переключения базы ПСС при воздействии наихудшей по структуре помехи в классе помех с ограничением на среднюю мощность. Такой тип ограничений представляет наибольший практический интерес с учетом следующих обстоятельств:

– существующие и проектируемые комплексы радиоэлектронного противодействия способны формировать помехи с весьма большими значениями пикфактора, и степень их воздействия на СПИ в основном определяется средним значением мощности источника [14, 15];

– источники помех (ИП), как правило, ориентированы на подавление группы радиолиний, что позволяет перераспределять энергию между этими линиями с обеспечением наилучшего воздействия на подавляемые линии в рамках ограничений на общую среднюю мощность источника;

– класс помех с ограничениями на среднюю мощность является наиболее широким: оценки гарантированной помехоустойчивости для этого случая представляют собой соответствующие оценки и для других классов помех.

Исследуемые в работе задачи в общем плане соответствуют постановкам, рассмотренным в [1–4] и направленным на оптимизацию СПИ с обратной связью, в которых канальный блок формируется в виде слов избыточного кода, работающего в режиме исправления и обнаружения ошибок с использованием ФМ ПСС для передачи битов на физическом уровне. Вместе с тем для упрощения представления основного результата, а именно влияния рандомизации базы ПСС на гарантированный показатель скорости передачи данных, параметры кода и режима декодирования канального блока полагаются фиксированными. Ясно, что при согласованном переключении других параметров СПИ совместно с параметрами базы можно получить дополнительный эффект, который также может быть оценен в рамках предложенной методики.

## 1. МОДЕЛЬ СПИ В УСЛОВИЯХ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

### 1.1. Теоретико-игровая модель взаимодействия СПИ и ИП

Опишем задачу в терминах теории игр следующим образом. Имеется класс  $\mathcal{U}$  допустимых вариантов построения СПИ (в данном случае с двухуровневой базой ПСС, далее – СПИ-2) и класс  $\mathcal{V}$  вариантов постановки помех (с ограниченной средней мощностью). Для каждой системы  $U \in \mathcal{U}$  и заданных условий  $V \in \mathcal{V}$  в соответствии с формализованной моделью далее определим показатель эффективности функционирования СПИ  $Q(U, V)$ , характеризующий среднюю скорость передачи информации, как функцию  $Q: \mathcal{U} \times \mathcal{V} \rightarrow [0, \infty)$ . Тогда в классе условий  $\mathcal{V}$  критерий оптимальности системы оценивается величиной

$$Q_-(U) = \inf_{V \in \mathcal{V}} Q(U, V),$$

интерпретируемой как *гарантировано обеспечиваемая эффективность функционирования системы*  $U$  в классе условий  $\mathcal{V}$ . Задача синтеза системы состоит в максимизации этого показателя выбором (определением) допустимого в определенном классе  $\mathcal{U}$  варианта построения системы  $U \in \mathcal{U}$  и представляется выражением

$$Q_*(U) = \inf_{V \in \mathcal{V}} Q(U, V) \rightarrow \max_{U \in \mathcal{U}}. \quad (1)$$

Задача (1) является составной частью теоретико-игровой задачи, представленной игрой  $\mathcal{G} = \mathcal{G}(Q, \mathcal{U}, \mathcal{V})$  [13, 16, 24] с множествами  $\mathcal{U}, \mathcal{V}$  стратегий игроков (СПИ и источника помехи) и функцией выигрыша первого игрока (СПИ)  $Q(\cdot, \cdot)$ . Пара  $(U, V) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V}$  называется ситуацией игры  $\mathcal{G}$ , для заданной СПИ  $U'$  величины  $Q_-(U')$  и  $Q_* = \sup_{U \in \mathcal{U}} Q_-(U)$  – гарантированным значением показателя эффективности, обеспечиваемым при использовании варианта системы  $U'$  и нижним значением (нижней ценой) игры соответственно.

Формализация задачи (1) проводится на основе конкретизации конструкций  $\mathcal{U}, \mathcal{V}, Q$ , представленных ниже моделями СПИ и ИП. При этом расширение множества  $\mathcal{U}$  допустимых вариантов СПИ относительно исходного множества  $\mathcal{U}_1$  систем с нерандомизированной базой ПСС (далее – СПИ-1) позволяет получить дополнительный выигрыш.

### 1.2. Формирование, передача и обработка данных в СПИ

Процессы формирования, обработки и передачи данных на физическом и канальном уровнях СПИ-2 иллюстрируются функциональной схемой, представленной на рис. 1.

Поступающие от источника данных информационные символы  $a_i \in \{0, 1\}$  подаются в кодирующее устройство (КУ), которое формирует канальные блоки  $(a_1, \dots, a_n)$ , представляющие собой кодовые слова  $(n, k)$ -кода ( $n$  – длина блока,  $k$  – число содержащихся в нем информационных элементов), и подает их в модуль рандомизации базы (МРБ). МРБ преобразует символы кодовых слов в псевдослучайную  $\{-1, 1\}$ -последовательность, длина  $\beta$  которой (база ПСС) выбирается псевдослучайным образом:  $\beta_1$  с вероятностью  $\Pr\{\beta = \beta_1\} = P_\beta$  или  $\beta_2$  с вероятностью  $\Pr\{\beta = \beta_2\} = 1 - P_\beta$ , после чего передает ее в перемежающий модуль (ПМ). В перемежающем модуле из определенного числа  $L$  канальных блоков формируется макроблок, состоящий из  $nL$  символов, которые перемеживаются по псевдослучайному закону, известному как на передающем, так и принимающем концах СПИ, и затем подаются в модулятор (М), где осуществляется их фазовая модуляция. Сформиро-

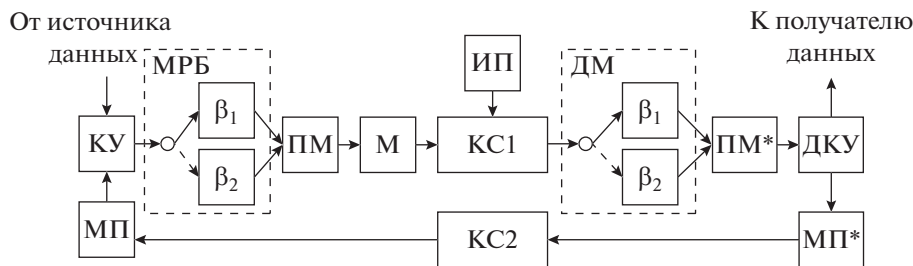


Рис. 1.

ванные таким образом на передающем конце сигналы  $s(t)$  поступают в канал связи (КС1), в котором они смешиваются с преднамеренной помехой  $v(t)$ , генерируемой источником противодействующей системы и совокупностью случайных помех (шумов)  $\xi(t)$ . При этом принимаемый из КС1 сигнал имеет вид

$$u(t) = s(t) + v(t) + \xi(t).$$

Поступающие из КС1 сигналы  $u_1(t), u_2(t)$ , подаются на вход демодулятора (ДМ), который обрабатывает их в соответствии с величиной базы и подает зарегистрированные данные в перемежающий модуль (ПМ\*), осуществляющий обратное перемежение (восстановление исходного порядка следования) символов макроблока и выдачу сформированных канальных блоков ( $c_1, \dots, c_n$ ) в декодирующее устройство (ДКУ).

Декодирующее устройство работает в режиме исправления ошибок кратности менее или равной  $r$ , причем  $r \leq t$ , где  $t$  – максимальная кратность гарантированно исправляемых заданным кодом ошибки [25]. Так что не исправленные кодом ошибки либо переспрашиваются по обратному каналу связи (КС2) модулем переспроса (МП\*) и повторяются на передаче модулем повторения (МП), либо декодируются неправильно и выдаются получателю с ошибкой.

Отметим, что приведенная модель СПИ при  $P_\beta = 1$  и/или  $\beta_1 = \beta_2$  описывает систему с нерандомизированной базой.

### 1.3. Воздействие на СПИ преднамеренной помехи

Рассматривается модель источника помех с “сильной инерционностью” контура управления [16], в соответствии с которой невозможна постановка так называемой “помехи вслед сигналу”, т.е. помехи, воздействующей на символ канального блока  $a_i$  с использованием информации о ранее принятой части этого же символа. Вместе с тем источнику помех известны все параметры, характеризующие СПИ.

Для описания показателей, характеризующих воздействие помехи на процесс передачи данных,

введем дополнительно обозначения:  $E_s, E_v$  – соответственно энергия реализации сигнала и преднамеренной помехи на длительности сигнала,  $E_\xi$  – спектральная плотность мощности шума;  $\delta_v = E_v/E_s, \delta_\xi = E_\xi/2E_s$ . На физическом уровне вероятность ошибки на бит будем оценивать на основе интеграла вероятностей Гаусса  $\Phi(\cdot)$  выражением

$$p = p\left(\frac{\delta_v}{\beta} + \delta_\xi\right) \approx 1 - \Phi\left(\sqrt{\beta/\delta}\right), \quad (2)$$

где  $\delta = \delta_v + \beta\delta_\xi$ , являющимся асимптотически (при  $\beta \rightarrow \infty$ ) точным и дающим хорошее приближение уже при  $\beta \geq 10$  [2, 3, 5].

С учетом псевдослучайного перемежения символов в макроблоке суммарная помеха  $v(t) + \xi(t)$ , действующая на канальный блок, задается распределением  $F(x) = \Pr\{\delta \leq x\}$  случайной величины  $\delta$ , порожденной реализацией  $(\delta_1, \dots, \delta_n)$  на символах канального блока  $(a_1, \dots, a_n)$ , при этом ограничение на величину средней мощности преднамеренной помехи  $M[\delta_v]$  описывается неравенством

$$M[\delta_v] = \int_0^\infty x dF_v(x) \leq \delta^-. \quad (3)$$

Множество распределений, удовлетворяющих неравенству (3), обозначается  $\mathcal{F}(\delta^-)$ .

### 1.4. Постановка задачи анализа и оптимизации СПИ

При оценке выигрыша, обеспечиваемого рандомизацией базы ПСС, будем фиксировать параметры  $n, k$  кода и параметр  $r$ , характеризующий режим его декодирования. Принимая во внимание, что информационная скорость кода, равная  $k/n$ , одинакова для всех рассматриваемых случаев, анализ эффективности СПИ при текущих значениях базы  $\beta$  и величины  $\delta_v$  будем проводить без учета коэффициента  $k/n$  по формуле

$$R(\delta, \beta) = \frac{1}{\beta} G(\delta/\beta), \quad (4)$$

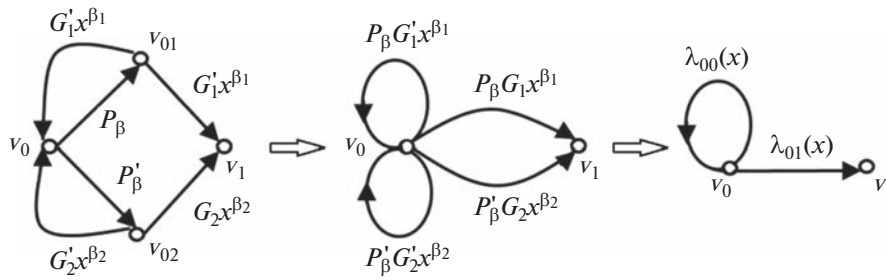


Рис. 2.

где  $G(\delta/\beta)$  – вероятность выдачи получателю поступившего из КС1 канального блока, которая оценивается выражением [4, 25]

$$G(\delta/\beta) = \sum_{j=0}^r \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}. \quad (5)$$

Оптимальное значения базы ПСС для СПИ-1 определяется выражением

$$\beta^* = \arg \max_{\beta \in [0, \infty]} R(\delta, \beta). \quad (6)$$

Скорость передачи информации, гарантированная в классе помех с ограниченной средней мощностью  $\delta^-$  и параметрами ПСС  $\beta_1, \beta_2, P_\beta$ , определяется условием

$$R(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = \inf_{F_i \in \mathcal{F}(\delta^-)} M[R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)], \quad (7)$$

где  $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$  – величина скорости для СПИ с заданным параметром  $\delta$ . Задача оптимизации ПСС с двухуровневой рандомизированной базой принимает вид

$$R(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta) \rightarrow \max_{\beta_1, \beta_2, P_\beta}$$

при  $\beta_1, \beta_2 \in [0, \infty), P_\beta \in [0, 1]$ .

## 2. МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СПИ С РАНДОМИЗИРОВАННОЙ БАЗОЙ ПСС

Теперь получим расчетные соотношения для величин, определяющих введенные показатели (3)–(7). Отдельные положения формулируются в виде утверждений, для которых оговаривается ход доказательства.

Для заданных значений  $\beta_1, \beta_2, P_\beta, \delta_1, \delta_2$  ( $\beta_1 \leq \beta_2, \delta_1 \leq \delta_2$ ) введем обозначения:

$$\begin{aligned} p_i &= p(\delta/\beta_i), \quad G_i = G(\delta/\beta_i), \\ P_\beta &= \Pr\{\beta = \beta_i\}, \quad i \in \{1, 2\}, \\ \beta^- &= P_\beta \beta_1 + (1 - P_\beta) \beta_2, \\ G^- &= P_\beta G_1 + (1 - P_\beta) G_2. \end{aligned}$$

*Предложение 1.* Зависимость  $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$  определяется выражением

$$R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = G^- / \beta^-. \quad (8)$$

Формула (8) может быть обоснована исходя из принципов усреднения производительности при выполнении различных типов работ с различной производительностью. Более строго ее можно получить на основе представления процесса передачи канальных блоков цепью Маркова и вычисления производящей функции вероятностей времени передачи канального блока. Выражение для среднего времени перехода марковской цепи из одного состояния в другое удобно выводить с использованием преобразований графа переходов, сохраняющих вероятностно-временные характеристики процесса передачи информации (см., например, [16]). Процедура преобразования графа переходов, приводящая к соотношению (8), иллюстрируется рис. 2: вершины соответствуют состояниям, возникающим при передаче канального блока:  $v_0$  – исходное состояние,  $v_{01}$  – блоку назначен ПСС с  $\beta_1$ ,  $v_{02}$  – с  $\beta_2$ ,  $v_1$  – блок выдан получателю, а дуги отображают переходы между состояниями с указанными производящими функциями вероятностей перехода, где

$$G_i = G(\delta/\beta_i)G'_i = 1 - G_i,$$

$$i \in \{1, 2\}, \quad P'_\beta = 1 - P_\beta.$$

Графы, показанные на рис. 2б, 2в, где

$$\lambda_{01}(x) = P_\beta G_1 x^{\beta_1} + (1 - P_\beta) G_2 x^{\beta_2},$$

$$\lambda_{00}(x) = P_\beta (1 - G_1) x^{\beta_1} + (1 - P_\beta) (1 - G_2) x^{\beta_2},$$

получены в результате преобразований исходного графа, сохраняющих финальное распределение времени перехода из  $v_0$  в  $v_1$ . Известно [16], что для графа с петлями (см. рис. 2в) производящая функция вероятностей времени перехода из  $v_0$  в  $v_1$  определяется выражением

$$\Lambda_{01}(x) = \frac{\lambda_{01}(x)}{1 - \lambda_{00}(x)},$$

с учетом которого, а также представления математического ожидания времени перехода через производящую функцию

$$T_{01} = \left. \frac{d\Lambda_{01}(x)}{dx} \right|_{x=1}$$

и соотношения  $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = 1/T$  нетрудно получить выражение для среднего времени задержки в СПИ-2 переданного канального блока  $T = \beta^-/G^-$  и формулу (8) для скорости передачи информации СПИ-2.

Следующее утверждение позволяет редуцировать область  $\mathcal{F}(\delta^-)$  поиска оптимальной ( $\epsilon$ -оптимальной) точки в выражении (7) и получить расчетное соотношение для величины  $R_-(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$ .

Для его формулировки в множестве распределений  $\mathcal{F}(\delta^-)$  выделим подмножество  $\mathcal{F}(\delta', \delta^-, \delta'')$  так называемых [16, 26] *двухточечных* (или *двухатомных*) распределений, для которых функция распределения вероятностей имеет не более двух точек роста  $\delta', \delta''$  и, таким образом, может быть задана значениями  $\delta', \delta^-, \delta''$ , где  $\delta' \leq \delta^- \leq \delta''$ , причем

$$P_\delta = \Pr\{\delta = \delta'\} = \frac{\delta^- - \delta'}{\delta'' - \delta'},$$

$$\Pr\{\delta = \delta''\} = \frac{\delta'' - \delta^-}{\delta'' - \delta'} = 1 - P_\delta.$$

При этом аналогично [1–4] используем следующее утверждение, представляющее собой простое следствие теоремы Каратеодори с интерпретацией Рисса к распределениям вероятностных мер [26].

*Предложение 2.* Функция  $R_-(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$  является выпуклой оболочкой зависимости  $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$  по аргументу  $\delta_v$ , при этом наихудшая помеха в классе  $\mathcal{F}(\delta^-)$  имеет двухточечное распределение, определенное параметрами  $\delta', \delta^-, \delta''$ .

С учетом данного утверждения можно записать

$$R_-(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = \min_{\delta' \leq \delta^- \leq \delta''} \left[ \frac{\delta^- - \delta'}{\delta'' - \delta'} R(\delta', \beta_1, \beta_2, P_\beta) + \frac{\delta'' - \delta^-}{\delta'' - \delta'} R(\delta'', \beta_1, \beta_2, P_\beta) \right],$$

откуда видно, что задача поиска наихудшего распределения из  $\mathcal{F}(\delta^-)$  сводится к задаче двухпараметрической оптимизации, состоящей в вычислении выпуклой оболочки функции  $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$  по аргументу  $\delta_v$ .

Для выпуклой оболочки некоторой функции  $f(\cdot)$  по аргументу  $\delta_v$  будем использовать обозна-

чение  $f^v(\cdot)$ , с учетом которого предложение 2 можно записать в виде соотношения

$$R_-(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = R^v(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta).$$

Оценку выигрыша за счет использования ПСС с рандомизированной базой проведем для случая  $n\delta_\xi \ll \delta$ , что, как правило, обеспечивается на практике заданием требуемой для этого длительности сигнала  $T_s \gg E_\xi/\mathcal{P}_s$  при известной его мощности  $\mathcal{P}_s$ . Кроме того, условие  $\delta_\xi = 0$  может использоваться для получения гарантированных показателей СПИ в классе помех с неизвестной структурой, если параметром  $\delta_v$  учитываются как преднамеренные, так и случайные помехи.

Для удобства выполнения и представления результатов расчетов величины  $\delta, \delta^-, \delta_v, \beta_1, \beta_2$  нормируются относительно параметра  $\beta^*$  (формула (6)), значение которого для рассматриваемых параметров СПИ при  $\delta_\xi = 0$  составляет величину  $\beta^* \approx 4.71\delta^-$ . Соответствующие перечисленным показателям нормированные величины обозначаются как  $z^- = \delta^-/\beta^*, z_v = \delta_v/\beta^*, b_1 = \beta_1/\beta^*, b_2 = \beta_2/\beta^*$ . Выигрыш в скорости передачи информации СПИ-2 по отношению к СПИ-1 оценивается на основе сравнения нормированных показателей скорости  $R_1(z)$  и  $R_2(z)$ , определяемых соответственно соотношениями:

$$R_1(z) = \beta^* R(\delta, \beta) = \beta^* G(\delta/\beta)/\beta = G(z)/b,$$

$$R_2(z) = \beta^* R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = \beta^* G^-(\delta/\beta)/\beta^- = G^-(z)/b^-.$$

### 3. ПРИМЕРЫ АНАЛИЗА, ОПТИМИЗАЦИИ СПИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

#### 3.1. Анализ и оптимизация ПСС с нерандомизированной базой

Пример зависимости  $R_1^v(z) = \beta^* R^v(z, 1, 1, 1)$ , образованной в виде выпуклой оболочки функции  $R_1(z) = \beta^* R(z, 1, 1, 1)$  для СПИ-1 с нерандомизированной базой ПСС  $\beta_1 = \beta_2 = \beta^*$  и параметрами  $n = 127, r = 3, \delta_\xi \ll \delta_v/\beta$ , показан на рис. 3, где представлены зависимости  $R_1(z)$  (сплошная кривая) и  $R_1^v(z)$  (штриховая). Как видно, в данном случае задача построения выпуклой оболочки функции  $R_1(z)$  сводится к задаче однопараметрической оптимизации нахождения точки касания прямой

$$z' = \arg \min_{z \in (z^-, \infty)} \frac{1}{z} (R_1(0) - R_1(z)),$$

проходящей через  $(0, R_1(0))$  к линии  $R_1(z)$  (в примере  $z' \approx 0.364$ ). При этом значение  $z'$  определяет стратегию постановки помехи, а именно:

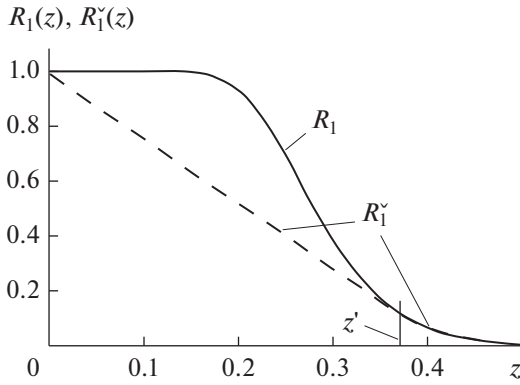


Рис. 3.

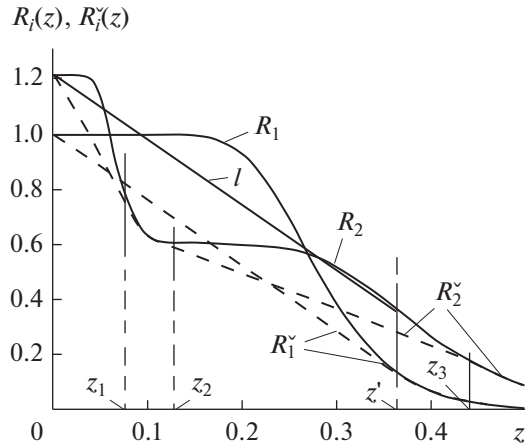


Рис. 4.

1) при  $z^- \leq z'$  оптимальная помеха формируется в импульсном режиме с мощностью импульса  $\delta' = z'\beta^*$  и его вероятностью  $P_\delta = \delta^-/\delta'$ ;

2) при  $z^- > z'$  ИП формирует помеху с постоянной мощностью  $\delta^-$ . С учетом структуры зависимости  $R_1(z)$  значение  $z'$  легко находится методом сечений.

Таким образом, СПИ-1 в классе помех  $\mathcal{F}(z^-)$  гарантированно обеспечивает скорость передачи информации, определяемую выражением

$$R_1^v(z) = \begin{cases} 1 - z(1 - R_1(z'))/z', & z \leq z'; \\ R_1(z), & z > z'. \end{cases}$$

3.2. Анализ и оптимизация ПСС с рандомизированной базой

По приведенной методике оценим гарантированную скорость передачи информации СПИ-2

$$R_2^v(z) = \beta^* R^v(z, b_1, b_2, P_\beta).$$

Для этого сначала в соответствии с формулами (2), (4)–(6), (8) получим соотношение для функции  $R(z, b_1, b_2, P_\beta)$  с заданными значениями  $b_1, b_2, P_\beta$ , а затем, выполнив операцию выпуклого замыкания этой функции по аргументу  $z$ , построим зависимость

$$R_2^v(z) = \beta^* R^v(z, b_1, b_2, P_\beta).$$

На рис. 4 представлены графики функций  $R_2(z), R_2^v(z)$  для  $\beta_1 = 0.25, \beta_2 = 1.4, P_\beta = 0.5$ , причем график  $R_2^v(z)$  составлен из четырех линий:

1) отрезок (пунктирная линия), соединяющий точки  $(0, R_2(0)), (z_1, R_2(z_1))$ , где  $z_1 \approx 0.087$  – первая точка касания прямой, к графику  $R_2(z)$ ;

2) часть кривой  $R_2(z)$  (сплошная линия) в интервале  $(z_2, z_3)$ , где  $z_2 \approx 0.094, z_3 \approx 0.0492$  – точки касания прямой к графику  $R_2(z)$  такой, что  $z_1 \leq z_2$ ;

3) отрезок (пунктирная линия), соединяющий точки  $(z_2, R_2(z_2)), (z_3, R_2(z_3))$ ; 4) часть кривой  $R_2(z)$  (сплошная линия) в интервале  $(z_3, \infty)$ .

Значение  $z_1$  найдено методом сечений в предварительно определенной области, поиск значений  $z_2, z_3$  осуществлялся путем поочередной оптимизации величин  $z_2, z_3$  методом сечений до перехода в  $\epsilon$ -оптимальную точку.

Как видно, наихудшая в классе  $\mathcal{F}(z^-)$  для СПИ-2 помеха действует следующим образом:

- 1) при  $z^- \leq z_1$  в импульсном режиме, определенном параметрами  $z_0 = 0, z^-, z_1$ ;
- 2) при  $z_1 \leq z^- \leq z_2$  – с постоянной мощностью  $\delta^-$ ;
- 3) при  $z_2 \leq z^- \leq z_3$  – с переключением двух уровней мощности, соответствующих значениям  $z_2, z_3$ ;
- 4) при  $z_3 \leq z^-$  – с постоянной мощностью  $\delta^-$ .

Кроме того, на рис. 4 для сравнения приведены графики функций  $R_1(z), R_1^v(z)$ , из анализа которых нетрудно определить область значений величины  $z^-$ , в которой СПИ-2 выигрывает у СПИ-1 по гарантированной скорости передачи информации. Можно отметить, что если ИП не использует информацию о параметрах СПИ-2 и воздействует оптимальной для СПИ-1 помехой, то в области  $z^- \in [0, z']$  значения скорости передачи информации СПИ-2 лежат на отрезке  $\ell$  (см. рис. 4) и, как видно, СПИ-2 существенно (20...100%) выигрывает в скорости передачи информации у СПИ-1 в этой области.

Для проработки вопроса о существовании алгоритма передачи информации с рандомизированным переключением базы ПСС, который выигрывал бы по гарантированной скорости передачи информации у СПИ-1 при всех значениях  $z^- \in [0, \infty]$ , в работе решалась задача оптимизации соответствующей величины выигрыша. На рис. 5, 6 приведены



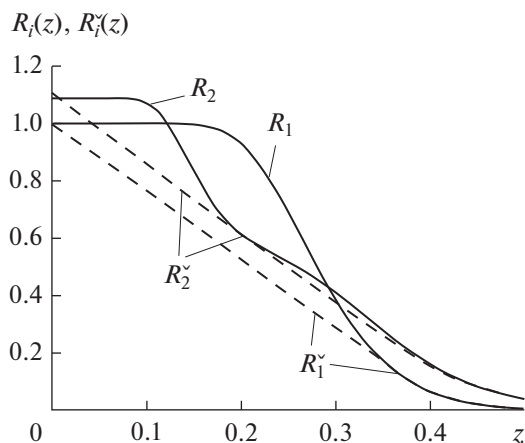


Рис. 5.

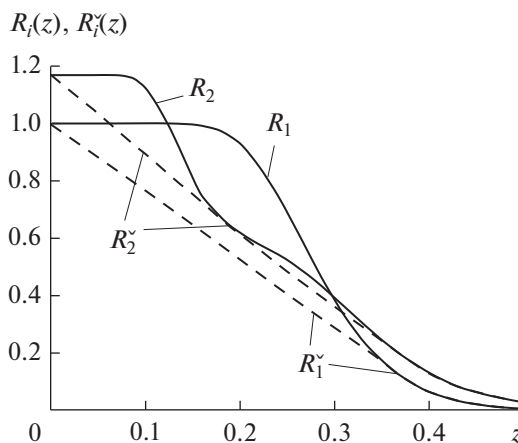


Рис. 6.

зависимости  $R_1(z), R_1^v(z), R_2(z), R_2^v(z)$ , полученные в результате такой оптимизации для абсолютной и относительной величин выигрыша соответственно:

$$\Delta = \min_{z \in [0, z']} (R_2^v(z) - R_1^v(z)).$$

$$\eta = \min_{z \in [0, z']} (R_2^v(z) / R_1^v(z)).$$

Так, для СПИ-2 с параметрами  $b_1 = 0.56, b_2 = 1.28, P_\beta = 0.5$ , как видно из графиков  $R_1^v(z), R_2^v(z)$ , приведенных на рис. 5, абсолютный выигрыш в скорости в области значений  $z^- \in [0, z']$  не менее 0.04, а для СПИ-2 с параметрами  $b_1 = 0.51, b_2 = 1.21, P_\beta = 0.5$  графики  $R_1^v(z), R_2^v(z)$ , приведенные на рис. 6, представляют пример рандомизации базы ПСС, обеспечивающей относительный выигрыш в скорости передачи информации не менее 16.6% при всех возможных значениях  $\delta^-$ .

### 3.3. Оценка достоверности передачи данных в СПИ-1 и СПИ-2

Корректная постановка задачи оптимизации скорости передачи информации параметрами СПИ, естественно, предполагает учет и обеспечение требований по показателям достоверности передачи информации. Приведем соотношения для оценки вероятности выдачи системой блока с необнаруженной ошибкой и покажем, что вероятность ошибки  $P_{\text{но}2}$  в СПИ-2 не превышает соответствующую величину  $P_{\text{но}1}$  в СПИ-1. Так, величины  $P_{\text{но}1}, P_{\text{но}2}$  можно оценить на основе выражения для вероятности необнаруженной ошибки  $P_{\text{но}}(z, b)$ , справедливого для фиксированных значений  $z, b$ :

$$P_{\text{но}}(z, b) = \chi \Pr\{N_{\text{ош}} > r\},$$

где  $\chi = \chi(n, k, r)$  — функция, характеризующая условную вероятность необнаружения ошибки в кодовом блоке, принятом с числом ошибок более  $r$ , определяемая параметрами и структурой кода [4, 25, 27],  $\Pr\{N_{\text{ош}} > r\} = 1 - G(z)$  — вероятность искажения в блоке длины  $n$  более  $r$  символов. Для СПИ-1 и СПИ-2 средняя вероятность необнаруженной ошибки в принятом блоке определяется выражениями

$$P_{\text{но}1} = \chi \frac{z^-}{z'} (1 - G(z')), \quad P_{\text{но}2} = \chi \frac{z^-}{z''} (1 - G(z'')), \quad (9)$$

причем при полученных оптимальных параметрах  $b^*, b_1, b_2$  СПИ и  $z', z''$  ИП имеем  $z' < z'', G(z') < G(z'')$  и, следовательно,  $P_{\text{но}2} < P_{\text{но}1}$ .

Соотношения (9) могут использоваться для задания ограничений на область поиска в рассмотренной оптимизационной задаче.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что алгоритм рандомизированного управления базой ПСС позволяет повысить скорость передачи информации в условиях воздействия преднамеренных помех при обеспечении исходных показателей достоверности. Так, уже при использовании сигналов с двухуровневой базой выигрыш в гарантированной скорости передачи информации может достигать 10...20%. Предложенная методика и общие заключения могут быть применимы для СПИ с другими зависимостями  $p(\delta/b)$  вероятности ошибки на символ, учитывающими специфику обработки сигналов на физическом уровне.

Полученные результаты предполагают дальнейшую проработку затронутых вопросов в направлениях поиска оптимального распределения базы ПСС на  $(0, \infty)$ , рандомизированного управ-

ления базой ПСС совместно с параметрами кода и режимами декодирования канальных блоков, а также получения оценок эффективности рандомизированного управления сигнально-кодowymi конструкциям с учетом способов использования и свойств обратного канала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чуднов А.М. // Проблемы передачи информации. 1986. Т. 22. № 4. С. 49.
2. Чуднов А.М. // Проблемы передачи информации. 1991. Т. 27. № 3. С. 57.
3. Чуднов А.М. // РЭ. 1987. Т. 32. № 1. С. 62.
4. Чуднов А.М., Кирик Д.И., Ермакова Е.М. // Труды учеб. заведений связи. 2019. Т. 5. № 4. С. 79. <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2019-5-4-79-86>
5. Путилин А.Н., Чуднов А.М. // РЭ. 1990. Т. 35. № 8. С. 1646.
6. Жодзишский Ю.И. // Радиотехника. 1986. № 10. С. 56.
7. Жодзишский М.И. // Радиотехника. 1982. № 11. С. 77.
8. Kullstam P.A. // IEEE Trans. 1977. V. COM-25. № 8. P. 848. <https://doi.org/10.1109/TCOM.1977.1093906>
9. Yue G., Wang X. // IEEE Trans. 2009. V. WC-8. № 12. P. 5996. <https://doi.org/10.1109/TWC.2009.12.081627>
10. Чуднов А.М. // Журн. радиоэлектроники. 2015. № 4. С. 1. <http://jre.cplire.ru/jre/apr15/3/text.pdf>
11. Bashar T., Wu D.Y.-W. // IEEE Trans. 1985. V. IT-31. № 4. P. 482. <https://doi.org/10.1109/TIT.1985.1057076>
12. Bhattacharya S., Gupta A., Bashar T. // Numerical Algebra. 2013. V. 3. № 1. P. 1. <https://doi.org/10.3934/naco.2013.3.1>
13. Чуднов А. М. Помехоустойчивость линий и сетей связи в условиях оптимизированных помех. Л.: ВАС, 1986.
14. Макаренко С.И. Модели системы связи в условиях преднамеренных дестабилизирующих воздействий и ведения разведки. СПб.: Научное издание, 2020.
15. Poisel R.A. Modern Communication Jamming Principles and Techniques. Artech, Massachusetts, 2004.
16. Чуднов А.М. Математические основы моделирования, анализа и синтеза систем. СПб: ВАС, 2021.
17. Firouzbakht K., Noubir G., Salehi M. // IEEE Trans. 2014. V. WC-13. № 7. P. 3481. <https://doi.org/10.1109/TWC.2014.2314105>
18. Feng Z., Ren G., Chen J. et al. // Appl. Sci. 2019. V. 9. № 16. P. 3348. <https://doi.org/10.3390/app9163348>
19. Wang B., Wu Y., Liu K.J.R., Clancy T.C. // IEEE J. Selected Areas in Comm. 2011. V. 29. № 4. P. 877. <https://doi.org/10.1109/JSAC.2011.110418>
20. Han Z., Niyato D., Saad W. et al. Game Theory in Wireless and Communication Networks. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2011. <https://doi.org/10.3390/s120709055>
21. Zhou S., Giannakis G., Swami A. // IEEE Trans. 2002. V. COM-50. № 4. P. 643. <https://doi.org/10.1109/26.996079>
22. Jia L., Xu Y., Sun Y. et al. // IEEE Wireless Comm. 2018. V. 25. № 6. P. 120. <https://doi.org/10.1109/MWC.2017.1700363>
23. Wang Y., Niu Y., Chen J. et al. // 11th Intern. Conf. Wireless Communications and Signal Proc. (WCSP-2019), Xi'an, China, 2019. P. 1. <https://doi.org/10.1109/WCSP.2019.8927884>
24. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. М.: Наука, 1984.
25. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
26. Крейн М.Г., Нудельман А.А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. М.: Наука, 1973.
27. Коржик В.И., Осмоловский С.А., Финк Л.М. // Проблемы передачи информации. 1974. Т. 10. № 4. С. 25.