

УДК 629.7.031.7

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ ПРИ ДВИЖЕНИИ АППАРАТА ПО ЦИКЛИЧНЫМ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИМ ТРАЕКТОРИЯМ

© 2023 г. М. А. Рожков^{1, *}, О. Л. Старина^{1, 2, **}

¹Самарский университет, Самара, Россия

²Нанкинский университет науки и технологий, Нанкин, Китай

**rozhkov.ma@ssau.ru*

***solleo@mail.ru*

Поступила в редакцию 17.12.2022 г.

После доработки 14.03.2023 г.

Принята к публикации 22.03.2023 г.

В работе рассматривается задача построения оптимальных по быстродействию траекторий для космического аппарата (КА) с солнечным парусом. Рассматриваемые траектории состоят из повторяющихся циклов перемещения КА до целевой гелиоцентрической орбиты и обратно к начальной. Применяется модель идеально отражающего паруса, что позволяет использовать программы оптимального управления углом установки паруса, полученные на основе принципа максимума Понтрягина. Гелиоцентрическое движение моделируется в плоской полярной системе координат, а сам КА совершает циклические перелеты между двумя планетами земной группы по замкнутой траектории. Сформулирована краевая задача, при решении которой обеспечивается подлет КА к целевой планете с выравниванием скоростей (задача встречи). Проведено моделирование четырех циклов движения Земля–Меркурий–Земля и Земля–Марс–Земля с характеристическим ускорением солнечного паруса 0.25 мм/с^2 , для которых длительность одного цикла составляет в среднем 2000 и 2341 сут соответственно. Получены оптимальные программы управления ориентацией паруса для широкого диапазона дат старта, показаны способы поиска и выбора начальных значений сопряженных переменных. Полученные результаты демонстрируют возможность КА с солнечным парусом реализовывать управляемое движение по замкнутым траекториям с минимальной продолжительностью отдельных перелетов Земля–планета назначения–Земля.

DOI: 10.31857/S0023420622600337, EDN: BYNDDU

ВВЕДЕНИЕ

Межпланетные перелеты требуют значительных энергозатрат для выведения КА с поверхности Земли на гиперболическую траекторию. Для приземления на поверхность целевой планеты также необходимы существенные энергозатраты на торможение после входа КА в сферу действия планеты назначения. Таким образом, при проектировании транспортной системы, обеспечивающей перемещение груза между двумя планетами Солнечной системы, нужно учитывать, что традиционные средства выведения будут вынуждены расходовать свои ресурсы на доставку не только полезной нагрузки, но и топлива, которое будет израсходовано на промежуточном гелиоцентрическом и конечном участках полета. Чтобы уменьшить количество топлива, выводимого с Земли в космос, предлагается использовать промежуточные многоразовые межпланетные космические корабли.

В России в качестве таких перспективных многоразовых транспортных аппаратов предложено использовать буксиры с ядерными электроракетными двигательными установками (ЯЭРДУ) [1], обладающие высокой автономностью. При небольшом количестве рабочего тела ЯЭРДУ способны осуществить множество орбитальных маневров, в том числе и межпланетных перелетов. Другой альтернативой является использование орбитальной станции вдали от планеты, на которой КА осуществляет дозаправку. Само топливо планируется добывать и производить непосредственно в космосе. Данного концепта придерживается NASA в своем проекте Deep Space Transport [2], где в качестве порта для дозаправки и передачи груза выступает лунная орбитальная станция (*Lunar Gateway*) [3], расположенная на гало-орбите системы Земля–Луна.

В данной работе обсуждаются возможности применения альтернативного варианта такой транспортной системы, с использованием воз-

можностей солнечного паруса, который не требует затрат топлива. Зеркальная тонкая пленка большой площади способна придавать небольшое, но постоянное ускорение аппарату, за счет давления электромагнитного излучения Солнца [4]. Возможность разворачивания крупных тонкопленочных систем была продемонстрирована космическими аппаратами *Знамя-2* [5], *IKAROS* [6], *Light-Sail-2* [7] и другими, а перспективы доставки ими грузов проанализированы в работах [8, 9].

Солнечный парус уступает другим движителям в величине тяги, что увеличивает длительность перелетов. Однако, при большом количестве совершенных перелетов между планетами, его применение будет оправдано. Естественно, траектория, по которой движется КА, должна обеспечивать минимальное время перелета. Таким образом, цель данной работы заключается в нахождении оптимальных по быстродействию траекторий управляемого солнечным парусом КА, который совершает циклическое движение между двумя планетами Солнечной системы.

Такие траектории исследовались в работе [10], однако авторы приняли ориентацию паруса относительно Солнца постоянной, рассматривали участки фазирования аппарата в точках либрации планет и применяли прямые методы оптимизации. В данной статье для формирования номинальных программ управления применяется принцип максимума Понтрягина [11], что позволяет получить траекторию, удовлетворяющую необходимым условиям оптимальности.

Общая постановка решаемой задачи выглядит следующим образом:

- КА с солнечным парусом находится в окрестности точки либрации L_1 или L_2 системы Земля—Солнце и имеет начальную скорость равную орбитальной скорости Земли.
- КА получает груз и начинает свое движение к целевой планете. Процесс доставки груза с Земли и передачи груза на КА с солнечным парусом осуществляется другой транспортной системой, которая оптимизирована для быстрого маневрирования в околоземном пространстве и может включать в себя орбитальную станцию или лунную базу.
- Совершая управляемое гелиоцентрическое движение по оптимальной траектории с минимальным временем перелета, КА с солнечным парусом достигает окрестности точки либрации L_1 или L_2 целевой планеты в системе планета—Солнце и двигается с ее скоростью.
- КА оставляет груз и получает новый. Аналогичная земной транспортной система осуществляет процесс передачи грузов у целевой планеты.
- КА с солнечным парусом возвращается по оптимальной гелиоцентрической траектории об-

ратно к окрестностям точки либрации системы Земля—Солнце.

- Осуществляется очередная передача груза и весь цикл перемещения солнечного паруса Земля—целевая планета—Земля повторяется вновь.

Очевидно, что задача проектирования транспортной системы, которая осуществляет процесс передачи груза аппарату с солнечным парусом, является важной частью предлагаемого способа межпланетной доставки грузов и требует отдельного исследования. Такая транспортная система может представлять собой КА с электрореактивным двигателем, удерживаемый на гало-орбите [12]. Однако какая-либо детальная его проработка выходит за рамки данной работы. Вопросы доставки аппарата с поверхности Земли и разворачивания паруса на опорной орбите также не рассматриваются.

1. ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Расчеты траекторий движения космического аппарата с солнечным парусом [4, 13–15] показали, что даже самая упрощенная модель солнечного паруса и его орбитального движения дает достаточные результаты для оценки и прогнозирования и может быть использована в качестве начального приближения. Для оценки динамики циклического движения солнечного паруса и оптимизации управления достаточно воспользоваться математической моделью плоского гелиоцентрического движения КА с идеально отражающим солнечным парусом.

1.1. Гелиоцентрическое движение по замкнутой траектории

Система дифференциальных уравнений движения описывается в плоской полярной системе координат в безразмерном виде [16]:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = V_r, \\ \frac{du}{dt} = \frac{V_u}{r}, \\ \frac{dV_r}{dt} = a_r(r, \theta) - \frac{1}{r^2} + \frac{V_u^2}{r}, \\ \frac{dV_u}{dt} = a_u(r, \theta) - \frac{V_u V_r}{r}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь r, u — координаты аппарата (радиус-вектор и аргумент широты); V_r, V_u — радиальная и тангенциальная составляющие вектора скорости; a_r, a_u — проекции ускорения, создаваемого солнечным парусом, величина которых зависит от расстояния до Солнца r и угла установки паруса θ .

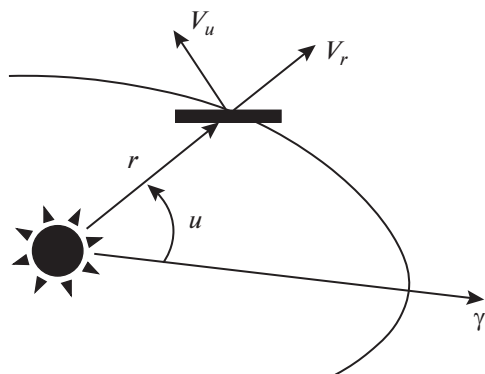


Рис. 1. Полярная плоская гелиоцентрическая система координат.

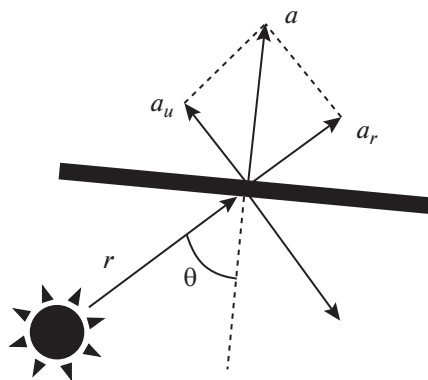


Рис. 2. Направление проекций ускорения, создаваемого идеально отражающим солнечным парусом.

Направления векторов продемонстрированы на рис. 1.

Координаты, компоненты скорости и ускорения — безразмерные и отнесены к радиусу орбиты Земли, круговой скорости и центростремительному ускорению. Орбиты движения планет считаются круговыми и лежащими в плоскости эклиптики. Аргумент широты отсчитывается против часовой стрелки от оси полярной системы координат, которая начинается в центре масс Солнца и направлена в сторону точки весеннего равноденствия.

В масштабах межпланетных перелетов разница в расстояниях от Солнца и орбитальных скоростях между планетой и точками либрации составляет меньше 1%. Это позволяет упростить граничные условия в точке прибытия КА до радиуса орбиты целевой планеты и ее орбитальной скорости:

$$t = T, \quad r = r_p, \quad V_r = V_{rp}, \quad V_u = V_{up}, \quad (2)$$

где T — длительность перелета; r_p — гелиоцентрический радиус целевой планеты; V_{rp} , V_{up} — проекции скорости движения целевой планеты.

Длительность и угловая дальность перелета должны обеспечивать условия равенства угловых перемещений планеты назначения и КА:

$$\left\{ \frac{u}{2\pi} \right\} = \left\{ \frac{u_p + \omega_p T}{2\pi} \right\}, \quad (3)$$

где $\{ \cdot \}$ обозначает операцию выделения дробной части; u_p — начальный аргумент широты целевой планеты; ω_p — угловая орбитальная скорость планеты.

Если известно время, необходимое для совершения передачи груза, то оно добавляется ко времени T в граничном условии (3). Предполагается, что в это время парус ориентируется ребром к Солнцу и не создает тяги, а сам КА совершает пассивное движение по орбите. В данной работе при расчетах не учитывалось время на передачу груза, т. к. это не влияет на алгоритм оптимизации управления, а лишь изменяет угловое расстояние между планетами на момент начала гелиоцентрического перелета.

Схожая задача движения КА с малой тягой по замкнутым траекториям решалась в работе [17], где авторы рассматривали оптимальные траектории движения от Земли к Марсу и обратно. Однако в ней рассматривался КА с электрореактивными двигателями и не затрагивался вопрос циклического движения.

1.2. Ускорение от идеально отражающего солнечного паруса

Ускорение, создаваемое давлением света, хорошо изучено и может быть математически описано в рамках как корпускулярной, так и волновой теорий света. Если считать, что парус полностью зеркально отражает падающее электромагнитное излучение, то ускорение направлено по нормали к отражающей поверхности (рис. 2), а его величина определяется в аналитическом виде [4]:

$$a = \frac{P_E A}{mr^2} \cos^2 \theta, \quad (4)$$

где $P_E = 9.08 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$ — давление полностью отраженного электромагнитного излучения на орбите Земли; A — площадь солнечного паруса в м^2 ; m — масса КА в кг. Уравнение (4) определяет ускорение в м/с^2 , для его использования в системе (1) необходимо перейти к безразмерному виду.

Для удобства оценки эффективности солнечного паруса используется характеристическое ускорение a_c , которое соответствует ускорению (4) для солнечного паруса, движущегося по орбите Земли и ориентированного перпендикулярно све-

товому потоку. Тогда проекции ускорения в соответствии с системой (1) будут определяться как

$$a_r = \frac{a_c}{r^2} \cos^3 \theta, \quad a_u = \frac{a_c}{r^2} \cos^2 \theta \sin \theta. \quad (5)$$

В действительности оптические характеристики поверхности солнечного паруса отличаются от идеально отражающего зеркала, что значительно усложняет математическое описание создаваемого ускорения [18]. Основная трудность в оптимизации управления для моделей с неидеальным отражением заключается в отклонении создаваемой парусом тяги от направления нормали к поверхности и изменении оптических характеристик паруса со временем [19]. Однако используемая модель идеально отражающего солнечного паруса хорошо подходит в качестве первого приближения для дальнейшей оптимизации.

2. ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИМ ДВИЖЕНИЕМ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА

Задача отыскания оптимального по быстродействию управления заключается в определении такой программы управления $\theta(t)$, где $t \in [t_0, t_k]$, $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, которая удовлетворяет граничным условиям (2)–(3) и доставляет минимум функционалу

$$t_k = \sum_{i=1}^n T_i = \int_0^{t_k} dt \rightarrow \min. \quad (6)$$

Каждый i -й участок гелиоцентрического перелета имеет конечные условия (2), соответствующие начальным значениям предыдущего. Длительность перелета i -го участка T_i определяет угловое расположение планет для последующего участка, т.е. влияет на граничное условие (3). Таким образом, формируется многоточечная краевая задача для n перелетов между планетами.

Такая постановка позволяет разделить задачу оптимизации на n задач определения оптимальных программ управления, доставляющих минимум функционалу

$$T_i = \int_{T_{i-1}}^{T_i} dt \rightarrow \min. \quad (7)$$

Для решения поставленной задачи запишем гамильтониан

$$H = V_r \psi_r + \frac{V_u}{r} \psi_u + \left(a_c \frac{\cos^3 \theta}{r^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{V_u^2}{r} \right) \psi_{V_r} + \left(a_c \frac{\cos^2 \theta \sin \theta}{r^2} - \frac{V_u V_r}{r} \right) \psi_{V_u}, \quad (8)$$

где $\psi_r, \psi_u, \psi_{V_r}, \psi_{V_u}$ – сопряженные переменные.

Принцип максимума Понтрягина обеспечивает необходимое условие оптимальности. Если траектория оптимальна, то значение гамильтониана достигает максимума. Запишем гамильтониан, который явно зависит от управления, и приравняем его частную производную по углу установки к нулю:

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = \frac{a_c}{r^2} \times (\psi_{V_u} \cos \theta (1 - 2 \sin \theta) - 3 \psi_{V_r} \cos^2 \theta \sin \theta) = 0. \quad (9)$$

Аналитическое решение (9) известно [20]:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{9 \psi_{V_r}^2 + 8 \psi_{V_u}^2} - 3 \psi_{V_r}}{4 \psi_{V_u}}. \quad (10)$$

Следующим шагом для определения оптимального управления является формулировка краевой задачи. Система уравнений (1) дополняется дифференциальными уравнениями, описывающими изменение сопряженных переменных:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_r}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{2}{r^3} \left(a_r \cos^3 \theta - 1 + \frac{V_u^2 r}{2} \right) \psi_{V_r} + \\ + \frac{2}{r^3} \left(a_u \cos^2 \theta \sin \theta - \frac{V_u V_r r}{2} \right) \psi_{V_u} + \frac{V_u}{r^2} \psi_u, \\ \frac{d\psi_u}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \rightarrow \psi_u(t) \equiv \text{const}, \\ \frac{d\psi_{V_r}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial V_r} = -\psi_r + \frac{V_r}{r} \psi_u, \\ \frac{d\psi_{V_u}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial V_u} = -\frac{\psi_u}{r} - 2 \frac{V_r}{r} \psi_{V_u} + \frac{V_u}{r} \psi_{V_u}. \end{cases} \quad (11)$$

В качестве нормировки принимается $\psi_r(t_0) = \pm 1$. Из результатов аналогичных работ [21] известно, что отрицательное значение соответствует уменьшению радиуса орбиты, а положительное – увеличению. Последующие результаты расчета в настоящей статье также подтвердили данное утверждение.

Таким образом, вариационная задача сводится к четырехпараметрической краевой задаче, в которой необходимо отыскать такие начальные значения сопряженных переменных $\bar{\psi}(t_0)$, которые удовлетворяли бы граничным условиям (2)–(3).

3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Для численного решения краевой задачи используется модифицированный метод Ньютона с автоматической оценкой сходимости и изменением шага вычисления производных и ограничений на приращения [22]. Однако задачи с фиксированной угловой дальностью плохо сходятся и требуют применения дополнительных методов поиска первого приближения. Используется по-

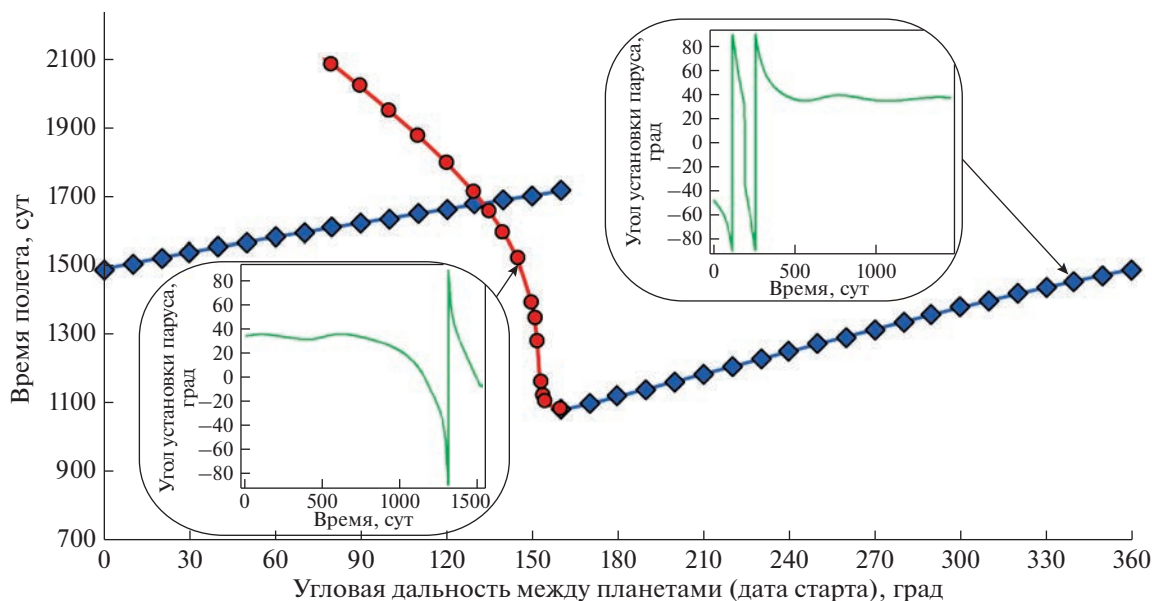


Рис. 3. Зависимость времени полета от углового положения планет для перелетов Земля–Марс. Показаны две характерные программы управления углом установки паруса: ● — фазирование осуществляется на конце траектории, ◆ — в начале.

следовательное усложнение модели и спуск по параметру начальной угловой дальности между планетами [21].

Вначале решается краевая задача с нефиксированной угловой дальностью, т.е. задача перелета КА с начальной на целевую орбиту:

$$u \neq \text{fix}, \quad \psi_u \equiv 0 \quad \text{для} \quad t \in [t_0, t_k]. \quad (12)$$

Такие задачи быстро сходятся, а их решение соответствует решению задачи, удовлетворяющему граничному условию (3) (задача встречи) для даты старта с минимальным временем перелета.

Решение задачи с условиями (12) является отправной точкой для спуска по параметру начальной угловой дальности планет. Спускаясь по параметру и решая краевые задачи с граничным условием (3), можно получить набор решений на всем диапазоне. Полученные результаты далее используются в качестве достоверно близкого приближения при расчете циклического движения КА. Таким образом, сформировав два набора решений для перелета от одной планеты к другой и обратно, можно перейти к определению траекторий для движения КА по замкнутой траектории.

На рис. 3 представлены результаты расчетов перелета Земля–Марс с солнечным парусом с характеристическим ускорением $0.25 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$ для всего диапазона возможного расположения планет друг относительно друга $\delta_0 = [0, 360]$ град в начале полета. Показаны две характерные программы управления: ориентация паруса ребром к

солнцу ($\theta = \pm 90$ град) в конце траектории (при $\delta_0 = 145$ град) и в начале (при $\delta_0 = 340$ град).

Полученные результаты демонстрируют общую закономерность программ управления. Солнечный парус стремится сориентироваться относительно Солнца к значению $\theta = \pm 35.6$ град для наибыстрейшего изменения трансверсальной составляющей скорости V_u . Если дата старта отлична от оптимальной (в данном случае ей соответствует $\delta_0 = 159$ град), тогда осуществляется этап фазирования, т.е. изменение конечного значения угловой дальности для попадания в точку Лагранжа планеты назначения. Фазирование может происходить как в начале, так и в конце траектории. Траектории движения имеют многовитковую спиральную форму, что характерно для КА с малой тягой (рис. 4а).

Траектории движения могут иметь немонотонный характер изменения гелиоцентрического радиус-вектора (рис. 4б). Это происходит на этапе фазирования с целью изменить угловую гелиоцентрическую скорость КА и быстрее удовлетворить граничному условию (3).

Многочисленные результаты моделирования показали, что для формирования оптимальной траектории перелета с немонотонным изменением радиус-вектора может потребоваться изменить знак начальной сопряженной переменной $\psi_r(t_0)$, в противном случае краевая задача не сходится. Такое изменение в выборе знака нормированной $\psi_r(t_0)$ соответствует утверждению из раздела 2: в начальный момент времени траектория

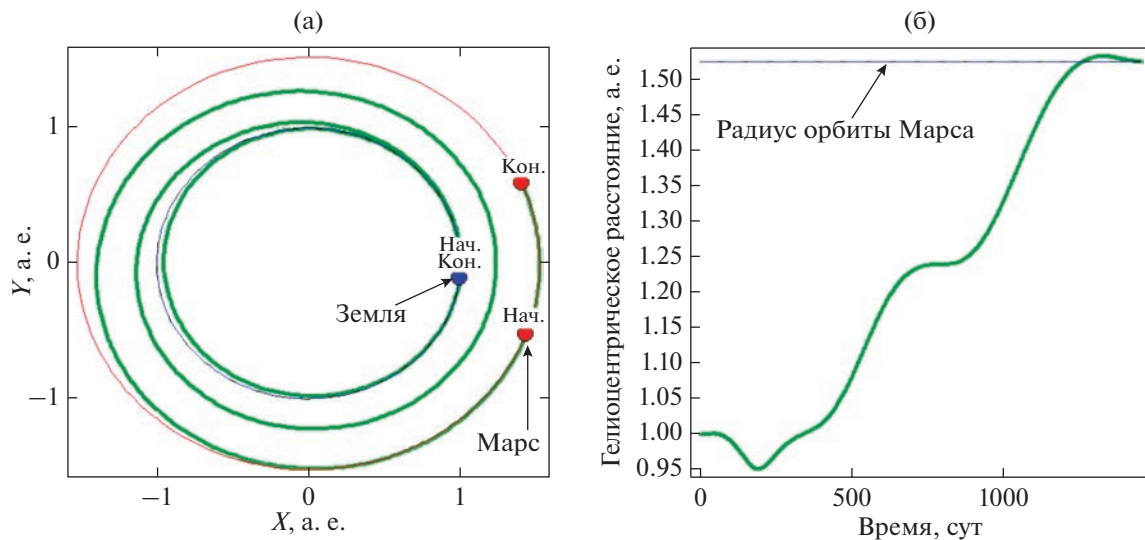


Рис. 4. Перелет Земля–Марс для начального положения планет $\delta_0 = 340$ град: *а* – траектория движения, *б* – изменение гелиоцентрического радиус-вектора.

увеличивает (знак $+$) или уменьшает (знак $-$) радиус-вектор и только через некоторое время фазирования характер скорости изменения радиус-вектора меняется на ожидаемый для достижения целевой планеты.

Таким образом, для формирования траекторий с немонотонным изменением гелиоцентрического радиуса выбирается знак начальной сопряженной переменной $\psi_r(t_0)$, соответствующий положительному или отрицательному изменению радиус-вектора в начальный момент времени. В рассматриваемом случае перелетов Земля–Марс для угловых положений планет $\delta_0 \in [-164, 130]$ град начальное значение сопряженной переменной по радиус-вектору соответствует $\psi_r(t_0) = -1$.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАМКНУТЫХ ПЕРЕЛЕТОВ МЕЖДУ ПЛАНЕТАМИ ЗЕМНОЙ ГРУППЫ

В данном разделе рассматриваются результаты численного моделирования четырех циклов движения КА с солнечным парусом по замкнутым траекториям Земля–целевая планета–Земля. За целевую планету принимаются Меркурий и Марс.

В качестве прототипа солнечного паруса используется проект КА для доставки образцов

грунта с поверхности Меркурия на Землю [9]. Основные проектные параметры рассматриваемого КА приведены в табл. 1. По расчетам авторов [9], солнечный парус каркасного типа, доставляемый японской ракетой-носителем Н-2А на границу сферы действия Земли, сможет придать полезной нагрузке массой 1905 кг ускорение $0.25 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$.

4.1. Замкнутые перелеты Земля–Меркурий–Земля

Перелет Земля–Меркурий–Земля является одной из самых привлекательных миссий для использования солнечного паруса. Увеличение силы гравитационного притяжения по мере приближения КА к Солнцу, согласно системе (1), компенсируется увеличением ускорения от солнечного паруса (4).

Наименьшее время, за которое рассматриваемый солнечный парус может перелететь от Земли к Меркурию, составляет $T_k = 941$ сут при выборе оптимальной даты старта, соответствующей положению планет, при котором Земля опережает Меркурий на $\delta_0 = 23$ град. Этому положению соответствует, например, дата 18.XII.2023, которая была выбрана для расчетов. После перелета Земля находится немного позади Меркурия, а их угловое расстояние составляет $\delta_k = 17$ град.

Таблица 1. Проектные параметры космического аппарата

Масса аппарата, кг	Масса полезной нагрузки, кг	Масса солнечного паруса, кг	Форма паруса, м	Ускорение, м/с^2	Толщина паруса, мкм	
					Полиимид СР1	Алюминий
2353	1905	448	275×275	$0.25 \cdot 10^{-3}$	2	0.1

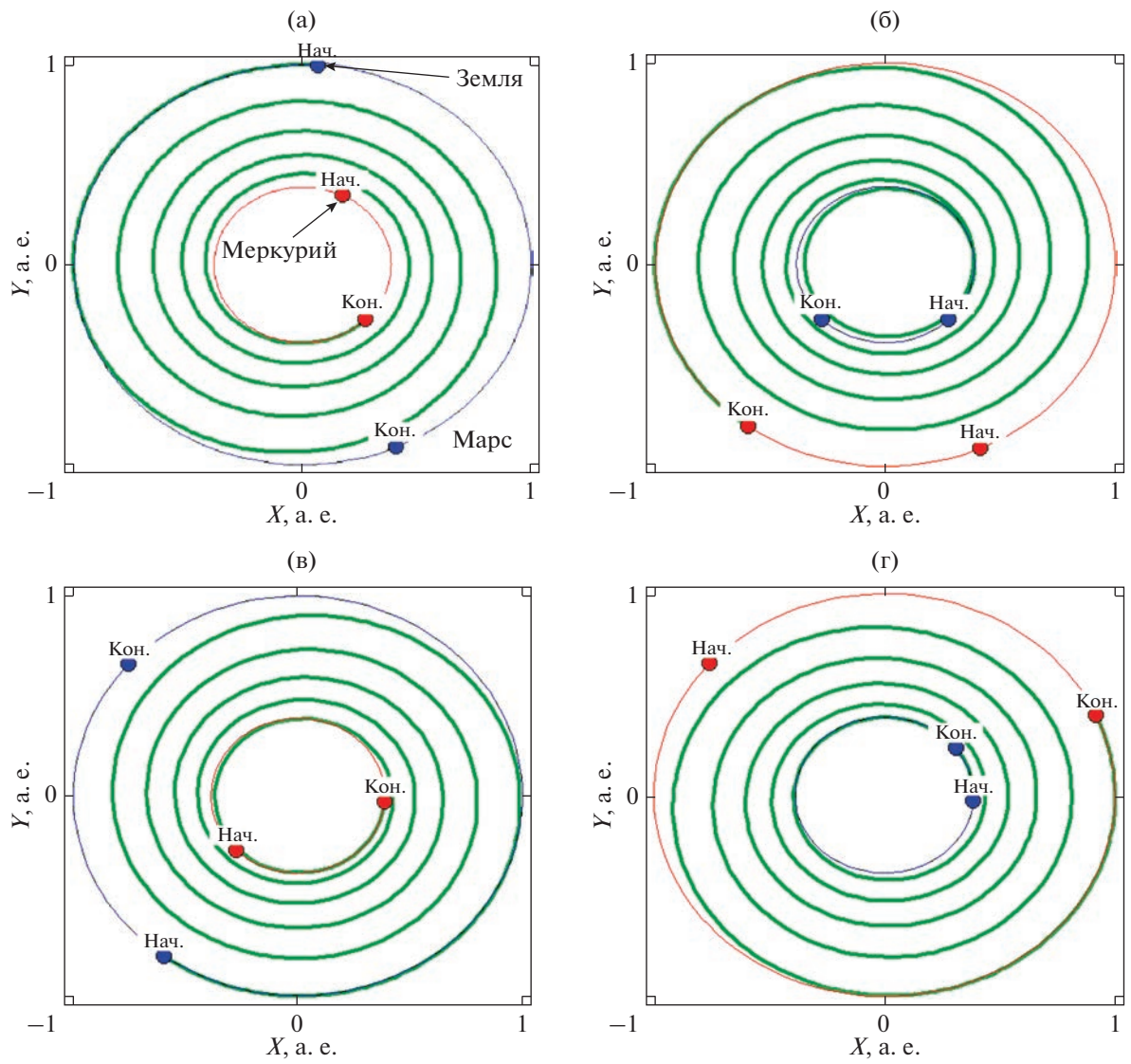


Рис. 5. Замкнутые траектории Земля–Меркурий–Земля для первых двух циклов: *а, в* – перелеты Земля–Меркурий; *б, г* – перелеты Меркурий–Земля.

Самый быстрый обратный перелет от Меркурия к Земле также занимает 941 сут, но для даты старта, соответствующей $\delta_0 = 21$ град (рис. 5а). Таким образом, на момент начала перелета от Меркурия к Земле планеты находятся в неоптимальном положении. Поэтому следующий оптимальный по быстродействию перелет Меркурий–Земля совершается за $T_k = 1033$ сут. При этом КА совершает пять витков вокруг Солнца

(рис. 5б) с немонотонным изменением гелиоцентрического расстояния у орбиты Меркурия. Результаты моделирования последующих перелетов представлены в табл. 2. На рис. 5 представлены траектории перелета первых двух циклов, а на рис. 6 соответствующие им программы управления.

Четыре цикла движения по замкнутым траекториям Земля–Меркурий–Земля занимают у солнечного паруса 22 года, а время перелета между

Таблица 2. Результаты моделирования перелетов Земля–Меркурий–Земля

	Первый цикл		Второй цикл		Третий цикл		Четвертый цикл	
	T_k , сут	δ_0 , град	T_k , сут	δ_0 , град	T_k , сут	δ_0 , град	T_k , сут	δ_0 , град
Земля–Меркурий	941	23	999	8	1037	347	983	13
Меркурий–Земля	1033	339	978	154	1041	354	995	200

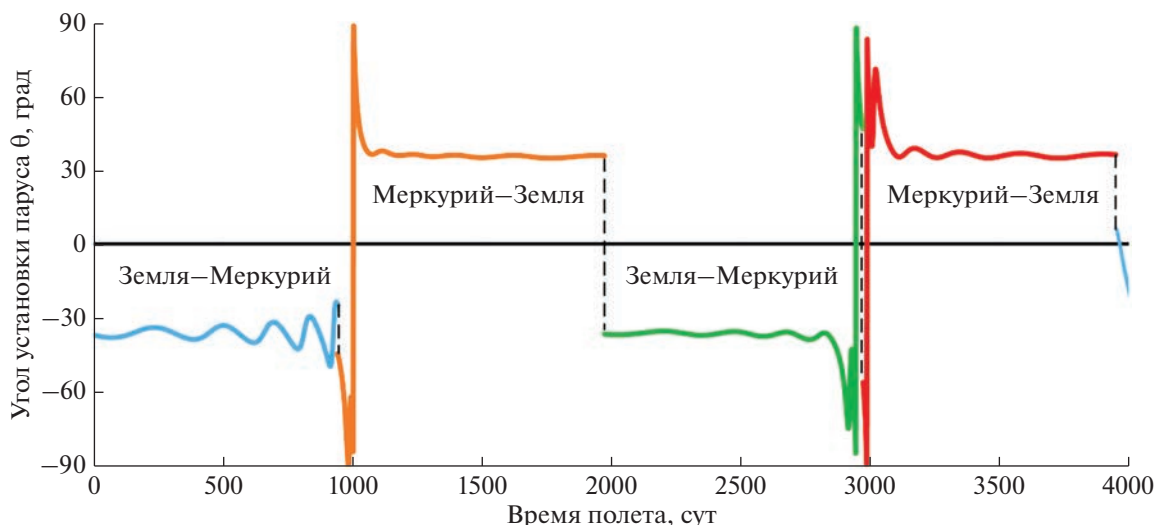


Рис. 6. Программа управления солнечным парусом для первых двух циклов перелета Земля–Меркурий–Земля.

планетами лежит в диапазоне от 978 до 1041 сут. Почти все траектории, для которых немонотонность изменения гелиоцентрического расстояния заключается в снижении траектории ниже орбиты Меркурия и последующим подъемом, совершают фазирование у орбиты Меркурия. Исключение составляет только перелет Земля–Меркурий третьего цикла.

4.2. Замкнутые перелеты Земля–Марс–Земля

Наиболее актуальным использованием солнечного паруса может оказаться доставка грузов на Марс, который является потенциальной планетой для размещения постоянно действующей обитаемой станции. Моделирование гелиоцентрического перелета осуществлялось для рассмотренного ранее солнечного паруса (табл. 1).

Траектории обратных перелетов от Марса к Земле имеют немонотонный характер изменения гелиоцентрического радиус-вектора. На этапе фазирования КА отдалается от орбиты Марса, а начальное значение сопряженной переменной по радиусу имеет значение $\psi_r(t_0) = 1$.

Самый быстрый перелет между орбитами планет длится 1082 сут, а оптимальные даты старта соответствуют угловой дальности между планетами в 159 и 340 град для перелетов Земля–Марс и

Марс–Земля соответственно. Результаты моделирования приведены в табл. 3 и на рис. 7 и 8. Длительность движения для четырех циклов составляет 25 лет, со средним временем на перелет 1168 сут. Начиная со второго цикла, замкнутая траектория не изменяется, а ее период составляет 2341 сут. Очевидно, что и начальные угловые расстояния планет δ_0 для каждого цикла в этом случае одинаковы и принимают значение 207 град при движении от Земли и 23 град от Марса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате работы были получены расчеты гелиоцентрического движения четырех циклов перелета Земля–Меркурий–Земля и Земля–Марс–Земля для солнечного паруса с характеристическим ускорением 0.25 мм/с^2 . Время движения по замкнутым траекториям Земля–Меркурий–Земля и Земля–Марс–Земля составляет 2000 и 2341 сут соответственно. В предположении, что потребуется обеспечить обмен грузами между планетами с периодичностью в один год, было проведено моделирование движения для КА запущенного через год после первого. Время движения второго КА по замкнутой траектории Земля–Меркурий–Земля в среднем составило 1989 сут. Аналогично для последующих КА, запускаемых раз в год, и

Таблица 3. Результаты моделирования перелетов Земля–Марс–Земля

	Первый цикл		Второй цикл		Третий цикл		Четвертый цикл	
	T_k , сут	δ_0 , град	T_k , сут	δ_0 , град	T_k , сут	δ_0 , град	T_k , сут	δ_0 , град
Земля–Марс	1082	159	1179	207	1179	207	1179	207
Марс–Земля	1155	20	1162	23	1162	23	1162	23

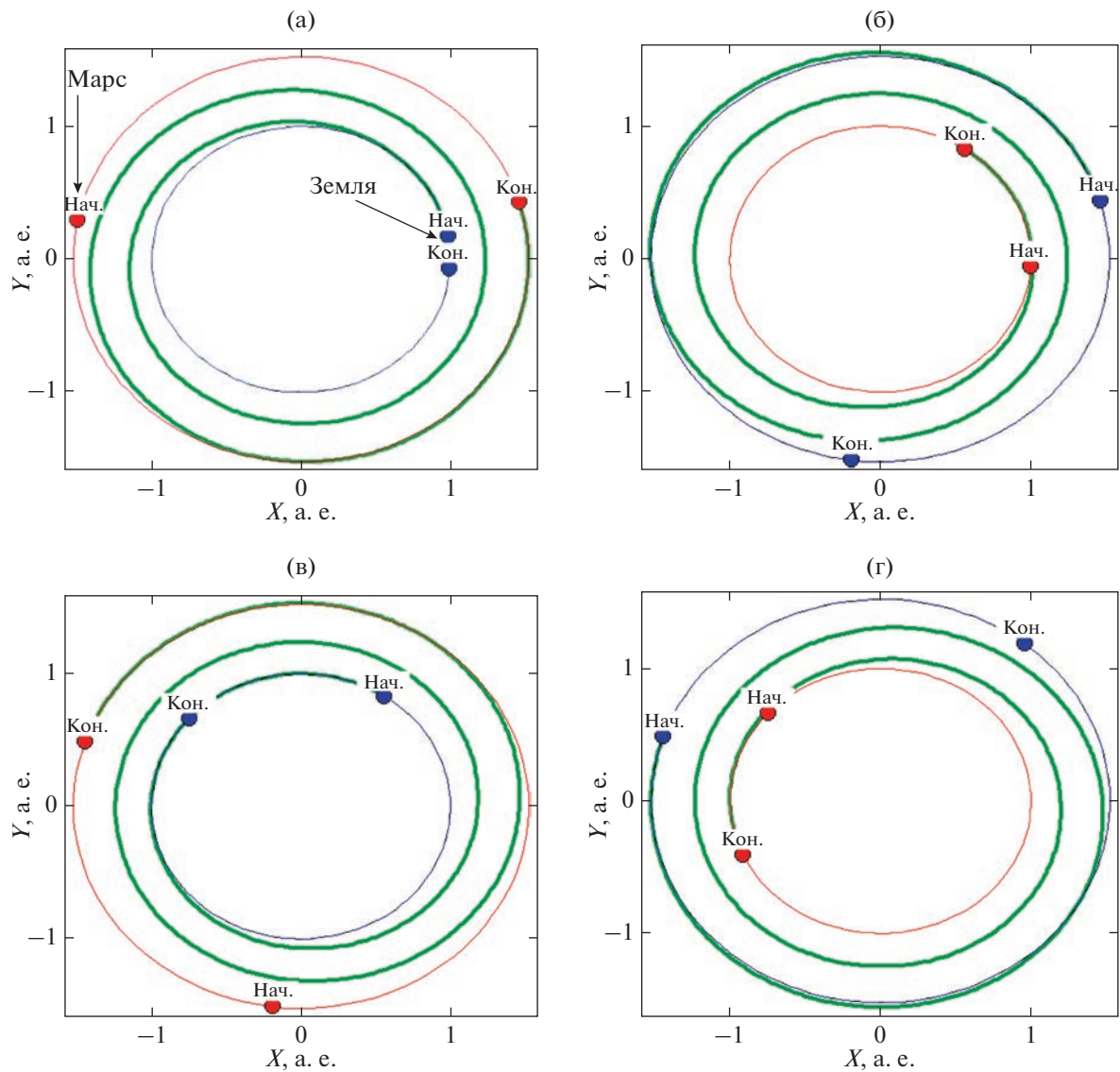


Рис. 7. Замкнутые траектории Земля–Марс–Земля для первых двух циклов: а, в – перелеты Земля–Марс; б, г – перелеты Марс–Земля.

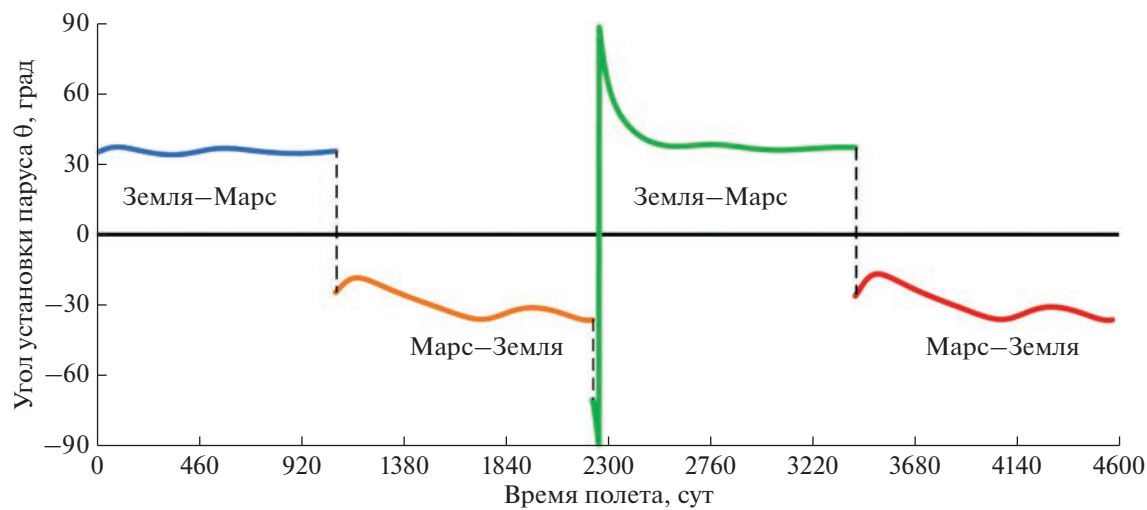


Рис. 8. Программа управления для первых двух циклов перелета Земля–Марс–Земля.

для замкнутой траектории Земля–Марс–Земля время движения по замкнутой траектории за один цикл не изменялось более чем на 20 сут. Из этого следует, что для обеспечения непрерывного обмена грузом между планетами с периодичностью не более одного года достаточно развернуть шесть солнечных парусов для Меркурия и семь для Марса.

Очевидно, что экономическая целесообразность такой группировки требует многостороннего анализа расходов на проектировку, сборку, запуск и эксплуатацию. Рассматриваемая межпланетная транспортная система предполагает, что солнечный парус оставляет груз и забирает новый в точке Лагранжа, а значит, необходим учет расходов на транспортную систему, доставляющей груз до самой планеты, орбитальной станции или естественного спутника.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Синявский В.В.* Научно-технический задел по ядерному электроракетному межорбитальному буксиру “Геркулес” // Космическая техника и технологии. 2013. № 3. С. 25–45.
2. *Crusan J.C., Smith R.M., Craig D.A. et al.* Deep space gateway concept: Extending human presence into cislunar space // Proc. IEEE Aerospace Conference. 2018. V. 2018-March. <https://doi.org/10.1109/AERO.2018.8396541>
3. *Haws T.D., Zimmerman J.S., Fuller M.E.* SLS, the Gateway, and a Lunar Outpost in the Early 2030s // Proc. IEEE Aerospace Conference. 2019. V. 2019-March. <https://doi.org/10.1109/AERO.2019.8741598>
4. *Поляхова Е.Н.* Космический полет с солнечным парусом: проблемы и перспективы. М.: Наука, 1986. 304 с.
5. *Мельников В.М., Матюшенко И.Н., Чернова Н.А. и др.* Проблемы создания в космосе крупногабаритных конструкций // Труды МАИ. 2014. № 78. С. 1–21.
6. *Mori O., Sawada H., Funase R. et al.* First Solar Power Sail Demonstration by IKAROS // Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan. 2010. V. 8. Iss. 27. P. 25–31. https://doi.org/10.2322/tastj.8.To_4_25
7. *Spencer D.A., Betts B., Bellardo J.M. et al.* The LightSail 2 solar sailing technology demonstration // Advances in Space Research. 2021. V. 67. Iss. 9. P. 2878–2889. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2020.06.029>
8. *Frisbee R.H.* Solar Sails for Mars Cargo Missions // AIP Conference Proc. 2007. V. 374. P. 374–380.
9. *Hughes G.W., Macdonald M., McInnes C.R. et al.* Sample return from mercury and other terrestrial planets using solar sail propulsion // J. Spacecraft and Rockets. 2006. V. 43. Iss. 4. P. 828–835.
10. *Vergaaij M., Heiligers J.* Time-optimal solar sail heteroclinic-like connections for an Earth-Mars cycler // Acta Astronautica. 2018. V. 152. P. 474–485.
11. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В. и др.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 393 с.
12. *Ду Ч., Старинова О.Л.* Генерация искусственных гало-орбит в окололунном пространстве с использованием двигателей малой тягой // Косм. исслед. 2022. Т. 60. № 2. С. 151–166. <https://doi.org/10.31857/S0023420622020029>
13. *Wright J.L.* Space sailing. Gordon and Breach Science Publishers, 1992. 258 p.
14. *McInnes C.R.* Solar sailing: technology, dynamics and mission applications. Springer Berlin, Heidelberg, 2004. 296 p.
15. *Vulpetti G., Johnson L., Matloff G.L.* Solar sails: A novel approach to interplanetary travel // Solar Sails: A Novel Approach to Interplanetary Travel. Springer New York, 2015. 277 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-0941-4>
16. *Белецкий В.В., Егоров В.А., Еришов В.Г.* Анализ траекторий межпланетных полетов с двигателями постоянной мощности // Косм. исслед. 1965. Т. 3. № 4. С. 507–522.
17. *Ишков С.А., Милокумова О.Л., Салмин В.В.* Оптимизация замкнутых межпланетных перелетов Земля – Марс – Земля с малой тягой // Косм. исслед. 1995. Т. 33. № 2. С. 210–219.
18. *Forward R.L.* Grey solar sails // J. the Astronautical Sciences. 1989. V. 38. Iss. 2. P. 161–185.
19. *Рожков М.А.* Влияние оптических характеристик многослойного солнечного паруса на его гелиоцентрическое движение // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21. № 4. С. 52–65. <https://doi.org/10.18287/2541-7533-2022-21-4-52-65>
20. *Жуков А.Н., Лебедев В.Н.* Вариационная задача о перелете между гелиоцентрическими круговыми орбитами с помощью солнечного паруса // Косм. исслед. 1964. Т. 2. № 1. С. 46–50.
21. *Старинова О.Л.* Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой. Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2007. 196 с.
22. Патент 2022617890. Российская Федерация. Определение оптимального управления движением космического аппарата с электроракетной двигательной установкой, применяя принцип максимума Понтрягина: № 2022613916: заявл. 09.03.2022; опубл. 26.04.2022 / Старинова О.Л., Сергаева Е.А., Рожков М.А.