

УДК 551.51:551.501

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ЧАСТОТЫ СТОЛКНОВЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ОБЛАСТИ *E* И *D* ИОНОСФЕРЫ ВЫСОКИХ ШИРОТ ПО ДАННЫМ АНАЛИЗА РАДИОЗАТМЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

© 2023 г. В. Н. Губенко<sup>1</sup>, \*, В. Е. Андреев<sup>1</sup>, И. А. Кириллович<sup>1</sup>,  
Т. В. Губенко<sup>1</sup>, А. А. Павельев<sup>1</sup>, Д. В. Губенко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
Фрязино, Московская обл., Россия

\*vngubenko@gmail.com

Поступила в редакцию 02.03.2023 г.

После доработки 08.05.2023 г.

Принята к публикации 10.05.2023 г.

Изучение столкновений между электронами и нейтральными молекулами представляет особый интерес для физики ионосферы Земли, в частности, с точки зрения определения ионосферной проводимости и токовых систем в нижней ионосфере планеты и выяснения роли, которую эти столкновения играют в ослаблении радиоволн, распространяющихся внутри *D*- и *E*-областей ионосферы. Эффективную частоту столкновений электронов можно оценить по лабораторным исследованиям подвижности электронов в атмосферных газах в сочетании с ракетными измерениями температуры и плотности частиц в верхней атмосфере Земли, также ее можно определить независимо из анализа радиозатменных данных. Нами разработан метод восстановления вертикальных профилей коэффициента поглощения дециметровых (длина волн  $\sim 19$  см) радиоволн, базирующийся на решении обратной задачи о поглощении сигнала в *D*- и *E*-областях ионосферы Земли. По результатам анализа радиозатменных данных спутников *FORMOSAT-3/COSMIC* были определены высотные профили коэффициента поглощения дециметровых (ДМ) радиоволн в ионосфере планеты во время магнитной бури 22–23.VI.2015. Известно, что величина коэффициента поглощения на данной фиксированной частоте прямо пропорциональна произведению электронной плотности и частоты столкновений электронов с ионами и нейтралами. С использованием полученных данных о вертикальных профилях коэффициента поглощения ДМ-радиоволн и электронной плотности, восстановленных из анализа радиозатменных данных *FORMOSAT-3/COSMIC*, была оценена эффективная частота столкновений электронов в *D*- и *E*-областях высокоширотной ионосферы Земли. Практическая значимость изучения частоты столкновений электронов и эффектов поглощения радиоволн в *D*- и *E*-областях ионосферы планеты связана с обеспечением бесперебойной работы систем космической радиосвязи и навигации.

DOI: 10.31857/S0023420623600137, EDN: CBKGGX

### ВВЕДЕНИЕ

Радиопросвечивание ионосферы Земли может быть осуществлено с использованием как искусственных, так и естественных источников радиоизлучения, расположенных за пределами ионосферы. Дециметровые радиоволны достаточно высокой частоты, посланные с борта навигационного спутника, проходят через ионосферу насквозь и могут быть приняты на поверхности Земли или на борту другого (низкоорбитального) спутника. Интегральное содержание электронов вдоль траектории радиолуча можно определить по измерениям фазового пути (эйконала) принятого сигнала. Наблюдения за вариациями интенсивности спутникового сигнала или космического радиошума, прошедшего через ионосферу,

указывают на вариации поглощения радиоволн и, следовательно, на вариации содержания электронов и их частоты соударений в нижней ионосфере планеты [1–4]. При радиопросвечивании ионосферы применяются рабочие GPS-частоты (англ. Global Positioning System – система глобального позиционирования) значительно превышающие собственные частоты ионосферы, что делает радиозатменный метод не зависящим от состояния ионосферы. Это обстоятельство выгодно отличает его от традиционных методов исследования ионосферы отраженными радиоволнами, где применяются волны с частотами близкими к плазменной, на распространение которых ионосфера оказывает сильное влияние. Вторжение энергичных частиц в периоды геомагнитных возмущений

приводит к увеличению электронной плотности в нижних слоях ионосферы и возрастанию поглощения радиоволн, что делает невозможным применение указанных традиционных методов при интенсивных возмущениях [5]. Предлагаемый нами метод зондирования будет эффективным как раз тогда, когда надобность в исследованиях ионосферы ощущается особенно остро, например, во время сильных магнитных бурь. Изучение столкновений свободных электронов с нейтралами и ионами важно для анализа различных макроскопических явлений. В интервале высот  $E$ -области эти столкновения определяют тепловую и электрическую проводимость плазмы и токовых систем, которые порождают геомагнитные возмущения [6, 7].

До настоящего времени радиозатменные измерения не использовались для исследования поглощения радиоволн на GPS-частотах и определения частоты столкновений электронов в нижней ионосфере Земли. Это было обусловлено тем, что в спокойной геомагнитной обстановке, по данным анализа радиозатменных измерений, имели место только слабые возмущения в  $E$ - и  $D$ -областях ионосферы без каких-либо признаков поглощения радиоволн [1]. В то же время анализ показал надежно идентифицированные слои повышенного поглощения в радиозатменных сеансах измерений, которые были обусловлены мощными всплесками рентгеновского излучения и сильными изменениями геомагнитных условий во время бури в июне 2015 г. [3]. Поскольку рабочие GPS-частоты существенно превышают критическую частоту ионосферы, то в радиозатменных измерениях регистрируется неотклоняющее поглощение [5]. Существенное превышение над критической частотой важно также для обеспечения надежных измерений в условиях повышенного поглощения радиоволн во время сильных магнитных бурь.

Цель настоящей работы заключается в восстановлении и анализе вертикальных профилей эффективной частоты столкновений электронов в  $D$ - и  $E$ -областях высокоширотной ионосферы Земли по результатам обработки радиозатменных спутниковых измерений *FORMOSAT-3/COSMIC* во время магнитной бури 22–23.VI.2015.

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОЙ ЧАСТОТЫ СОУДАРЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ

Предыдущие наши работы [1–3] посвящены анализу радиозатменных измерений, проведенных с помощью навигационных *GPS* и низкоорбитальных *FORMOSAT-3/COSMIC* спутников в ионосфере Земли во время магнитной бури 22–23.VI.2015. Анализируемые сеансы (~100 сеансов) измерений были выполнены на широтах от ~65° до

~88° с.ш. и охватывали интервал высот от ~50 до ~110 км. Каждый из этих сеансов содержал зависимости эйконала (фазового пути) и мощности сигнала (диапазон  $L_1$ , длина волны ~19 см) от высоты перигея луча, а также имел вертикальный профиль электронной плотности. Погрешность восстановления электронной плотности  $N_e$  из данных об эйконале составляет  $\delta N_e \approx 10^4 \text{ см}^{-3}$ , а ее значения даются с шагом по вертикали 2.5 км [1]. Было найдено, что мощные всплески рентгеновского излучения и геомагнитные условия во время главной фазы шторма обусловливают возмущения и повышенные уровни электронной плотности в  $D$ - и  $E$ -областях ионосферы планеты. Поиск поглощения дециметровых радиоволн (длина волны сигнала ~19 см) на несущей GPS-частоте  $f_1 = 1545.42 \text{ МГц}$  показал, что величина интегрального поглощения на трассах радиозатменного зондирования (навигационный *GPS* – низкоорбитальный *FORMOSAT-3/COSMIC* спутники) составляет ~3 дБ в интервале высот ~50–90 км, а в отдельных случаях достигает ~10 дБ на уровнях от ~90 до ~95 км [1, 2]. В работах [3, 4] предложен общий метод восстановления вертикальных профилей коэффициента поглощения  $Z$ , базирующийся на решении обратной задачи о поглощении радиоволн в нижней ионосфере Земли. Здесь также представлены результаты определения высотных профилей коэффициента поглощения  $Z(h)$  ДМ-сигнала в ионосфере планеты и погрешности  $\delta Z$  их восстановления на высотах ниже ~100 км во время магнитной бури 22–23.VI.2015. Оценкой погрешности  $\delta Z$  для анализируемого профиля  $Z(h)$  служит абсолютная величина максимальной невязки при решении обратной задачи о поглощении радиоволн (см. табл. 1 работы [3]).

Если частота  $\omega = 2\pi f$  радиоволн удовлетворяет неравенству  $\omega^2 \gg v^2$ , то коэффициент поглощения  $Z$  прямо пропорционален произведению  $v N_e$  и обратно пропорционален квадрату частоты ( $f^2$ ) волны [5], и эффективную частоту столкновений  $v$  электронов можно определить из следующего выражения:

$$Z(h) \approx 1.15 \cdot 10^3 \frac{N_e(h)v(h)}{f^2}, \quad (1)$$

где  $N_e$  – электронная плотность (в  $\text{см}^{-3}$ );  $f$  – частота (в Гц);  $Z$  – коэффициент поглощения (в дБ/км). Таким образом, согласно выражению (1), формула для восстановления профиля  $v(h)$  из данных о коэффициенте поглощения  $Z(h)$  на несущей GPS-частоте  $f_1 = 1.54542 \cdot 10^9 \text{ Гц}$  и о профиле электронной плотности  $N_e(h)$  имеет вид:

$$v(h) \approx \frac{Z(h)f_1^2}{1.15 \cdot 10^3 N_e(h)}. \quad (2)$$

Учитывая ошибки  $\delta Z/Z$  и  $\delta N_e/N_e$  при определении коэффициента поглощения  $Z$  и электронной плотности  $N_e$ , можно найти относительную погрешность восстановления  $\delta v/v$  эффективной частоты столкновений  $v$  электронов:

$$\delta v/v = \sqrt{(\delta Z/Z)^2 + (\delta N_e/N_e)^2}. \quad (3)$$

Критерий отбора профиля  $Z(h)$  для расчета эффективной частоты столкновений электронов с нейтралами и ионами состоит в следующем:

- а) отбирались профили  $Z(h)$ , у которых локальные максимумы коэффициента поглощения были восстановлены с относительной погрешностью не более  $\delta Z/Z \approx 50\%$  (см. табл. 1 работы [3]);
- б) для рассматриваемого сеанса радиозатменных измерений должны иметься данные об электронной плотности в анализируемом интервале высот.

Что касается применимости радиозатменного метода для определения  $v$ , то ответ зависит, в основном, от того, насколько хорошо и с какими погрешностями восстанавливаются значения локальных максимумов  $Z_{\max}$  в высотных профилях коэффициента поглощения  $Z(h)$ . Именно от этих погрешностей, главным образом, зависят ошибки определения  $v$ , поскольку влиянием погрешностей восстановления электронной плотности ( $\sim 10\%$ ) можно в данном случае пренебречь.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

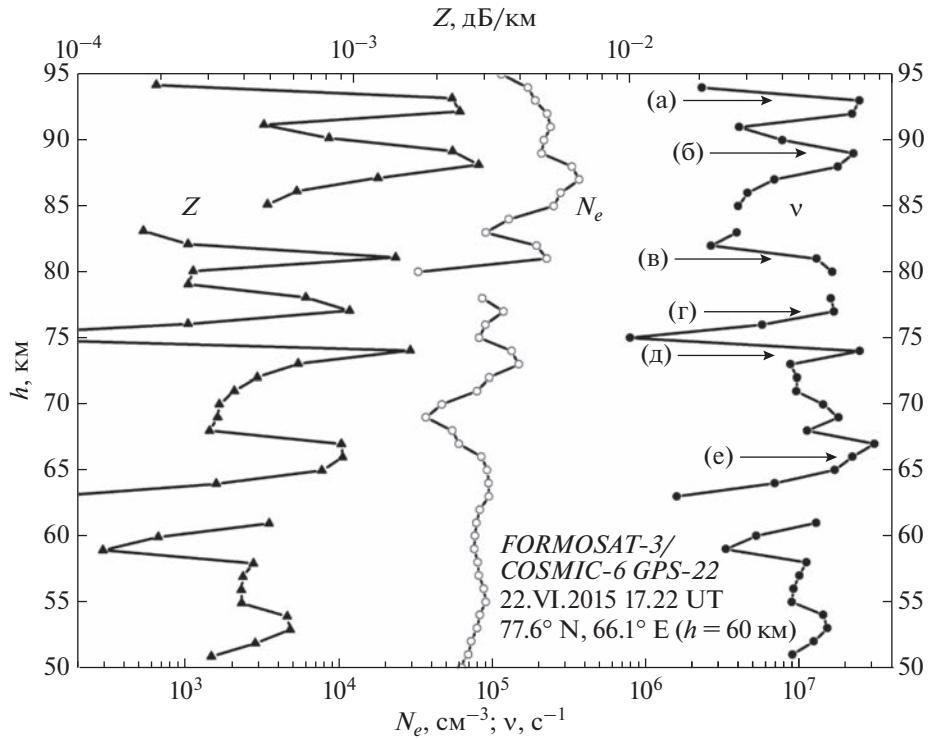
Частота столкновений между электронами и нейтральными молекулами в нижней ионосфере планеты определяет сопротивление среды, испытываемое электроном при его движении. Эффективная частота столкновений – это сумма частот электрон-ионных столкновений и столкновений с нейтральными частицами [8]. Также важно выяснить роль, которую играют столкновения в ослаблении радиоволн, распространяющихся внутри  $D$ - и  $E$ -областей ионосферы. Эффективную частоту столкновений электронов можно оценить по лабораторным исследованиям подвижности электронов в атмосферных газах в сочетании с ракетными измерениями температуры и плотности частиц в верхней атмосфере Земли. Несмотря на осознание важности параметра частоты столкновений, исследования данной характеристики немногочисленны, и они носят отрывочный характер вследствие экспериментальных трудностей [9, 10]. Рассмотрим примеры восстановления вертикальных профилей эффективной частоты столкновений электронов (с использованием анализа радиозатменных данных спутников *FORMOSAT-3/COSMIC*).

На рис. 1 представлен пример такого восстановления (данные *FORMOSAT-3/COSMIC-6 GPS-22* от

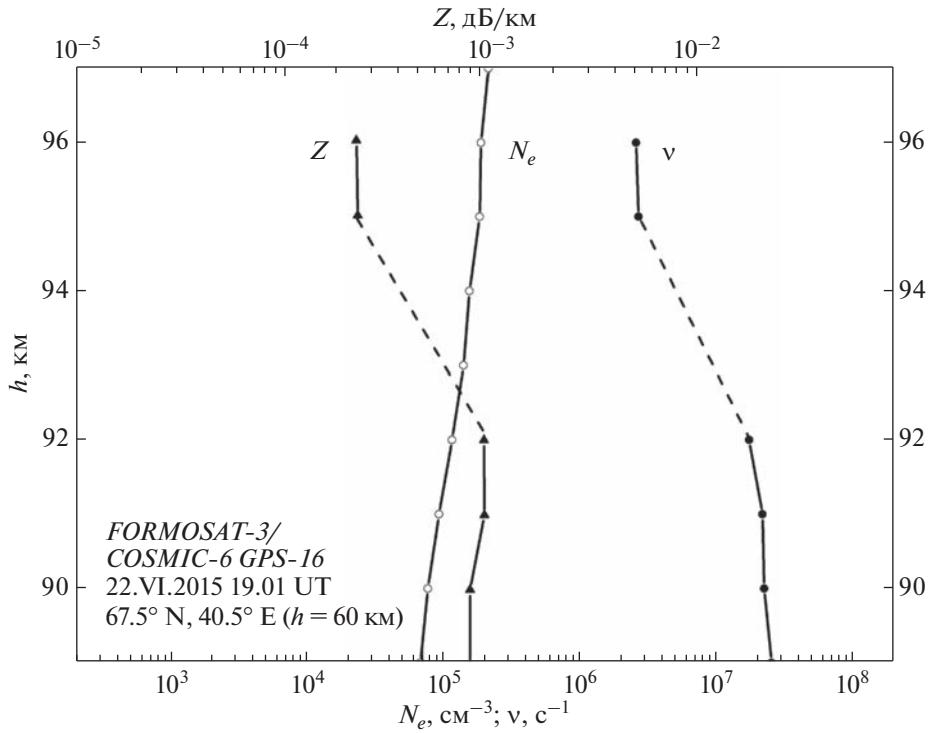
22.VI.2015). Экспериментальные значения  $N_e$  восстанавливались с погрешностью  $\delta N_e \approx 10^4 \text{ см}^{-3}$ , они показаны на рис. 1 белыми кружками. Треугольниками представлены значения коэффициента поглощения  $Z$ , которые были определены с погрешностью  $\delta Z \approx 0.7 \cdot 10^{-3} \text{ дБ/км}$  [3]. С помощью формулы (2) и указанных выше экспериментальных данных вычислена эффективная частота столкновений  $v$  электронов (черные кружки). Относительная погрешность  $\delta v/v$  восстановления указанных значений найдена с помощью выражения (3). Наиболее надежные результаты, полученные при восстановлении профиля  $v(h)$  с относительной погрешностью меньше  $\sim 100\%$ , обозначены буквами на рис. 1. Величины погрешности для выделенных экспериментальных точек приведены в подрисуночной подписи. Отметим, что анализируемые радиозатменные измерения были проведены сразу после начала мощных всплесков рентгеновских лучей ( $\sim 16.30 \text{ UT}$  22.VI.2015) (англ. Universal Time, Всемирное время) и до прихода ( $18.36 \text{ UT}$  22.VI.2015) основного КВМ (коронального выброса массы) в магнитосферу планеты, поэтому они подвержены только влиянию всплесков рентгеновского излучения, а воздействие на них геомагнитных условий основной фазы шторма здесь отсутствует [1, 3].

На рис. 2 показаны профили коэффициента поглощения  $Z(h)$ , электронной плотности  $N_e(h)$  и эффективной частоты столкновений  $v(h)$  в ионосфере планеты (данные *FORMOSAT-3/COSMIC-6 GPS-16* от 22.VI.2015). Здесь погрешность восстановления значений  $Z$  составляет  $\pm 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ дБ/км}$  [3]. Два четких максимума коэффициента поглощения  $(1.6 \pm 1.3) \cdot 10^{-3}$  и  $(3.3 \pm 1.3) \cdot 10^{-3} \text{ дБ/км}$  зафиксированы в данном сеансе на высотах 67.8 и 63.8 км, соответственно (см. табл. 1 работы [3]). К сожалению, на указанных высотах отсутствуют данные об электронной плотности, что не позволяет определить значения  $v$ . Из рис. 2 следует, что значения коэффициента поглощения на высотах более 90 км, где имеются сведения об электронной плотности, не превышают  $10^{-3} \text{ дБ/км}$ . При этом относительная погрешность восстановления значений коэффициента поглощения на указанных высотах, очевидно, больше 100%. Поэтому точность восстановления вертикального профиля  $v(h)$  в данном сеансе измерений недостаточно высока ( $\delta v/v > 100\%$ ).

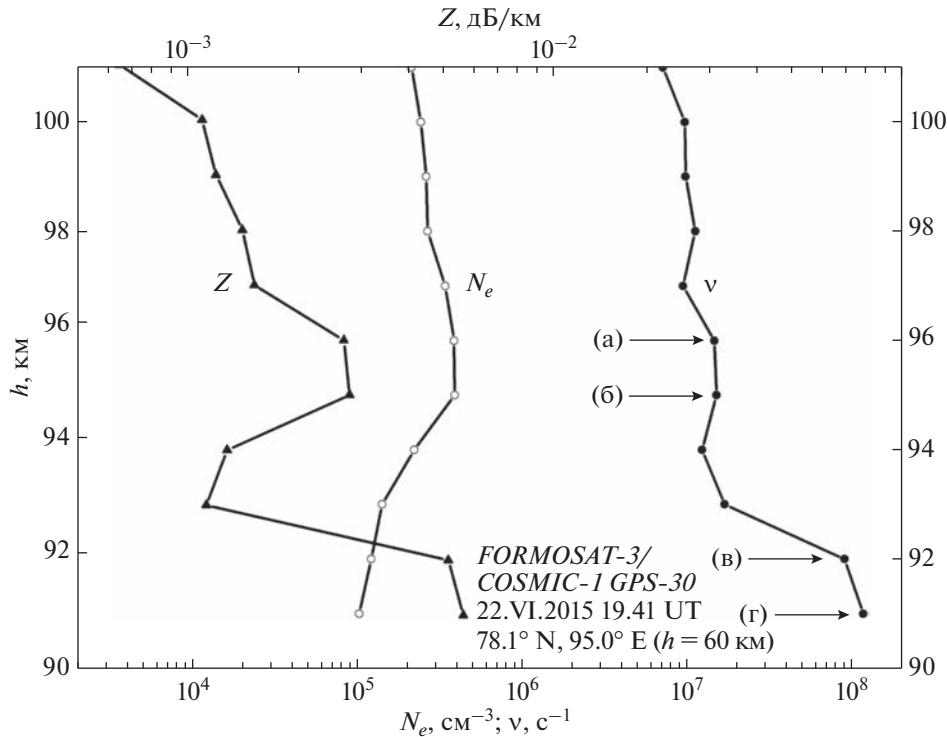
На рис. 3 представлены наиболее качественные результаты восстановления вертикального профиля  $v(h)$  в сеансе радиозатменных измерений *FORMOSAT-3/COSMIC-1 GPS-30*, где поглощение сигналов ДМ-диапазона было надежно зарегистрировано. Эти измерения были проведены в 19.41 UT 22.VI.2015 и указанные результаты демонстрируют самые сильные возмущения, обусловленные как мощными всплесками рентгеновского излучения, так и изменением геомаг-



**Рис. 1.** Вертикальные профили коэффициента поглощения  $Z(h)$  радиоволн, электронной плотности  $N_e(h)$  и эффективной частоты столкновений  $v(h)$  в ионосфере Земли, полученные из анализа сеанса радиозатменных измерений FORMOSAT-3/COSMIC-6 GPS-22 (22.VI.2015). Величины относительной погрешности  $\delta v/v$  для выделенных экспериментальных точек: ~28% (а); ~25% (б); ~50% (в); ~71% (г); ~45% (д); ~75% (е).



**Рис. 2.** То же, что и на рис. 1, но для сеанса измерений FORMOSAT-3/COSMIC-6 GPS-16 (22.VI.2015).



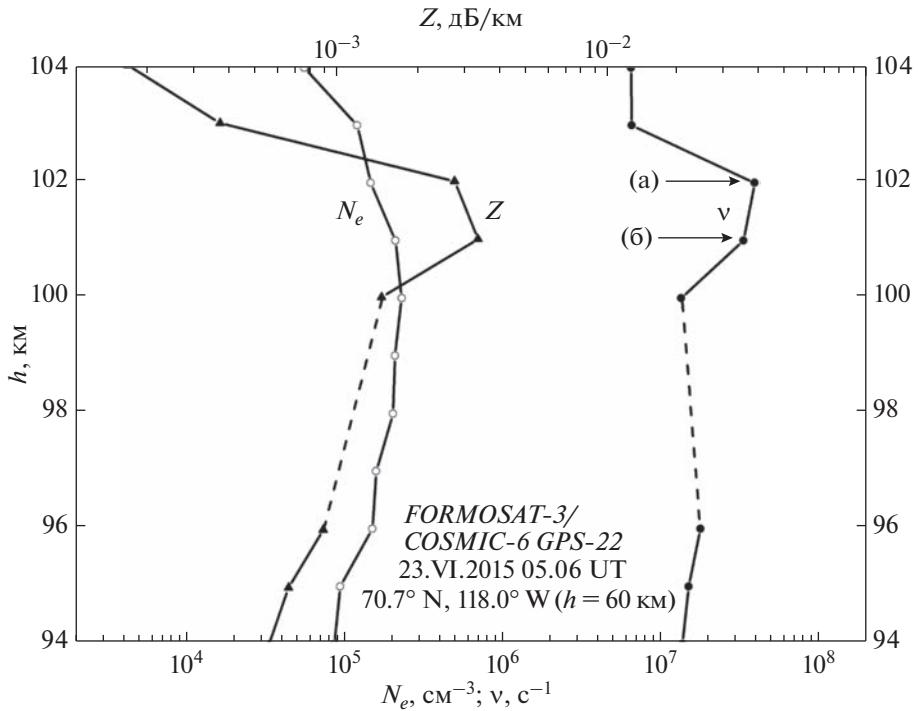
**Рис. 3.** То же, что и на рис. 1, но для сеанса измерений *FORMOSAT-3/COSMIC-1 GPS-30* (22.VI.2015). Величины относительной погрешности  $\delta v/v$  для выделенных экспериментальных точек:  $\sim 50\%$  (а);  $\sim 50\%$  (б);  $\sim 27\%$  (в);  $\sim 26\%$  (г).

нитных условий во время главной фазы шторма. Значения коэффициента поглощения  $Z$  в этом сеансе измерений определялись с погрешностью  $\delta Z \approx 1.4 \cdot 10^{-3}$  дБ/км. Локальный максимум коэффициента поглощения здесь расположен на высоте 91.8 км и достигает наибольшего значения  $(5.7 \pm 1.4) \cdot 10^{-3}$  дБ/км для всех анализируемых сеансов [3, 4]. Наиболее надежные результаты, полученные при восстановлении вертикального профиля  $v(h)$ , обозначены буквами, величины погрешности для выделенных экспериментальных точек приведены в подрисуночной подписи. Результаты восстановления профиля  $v(h)$  демонстрируют повышенные значения эффективной частоты столкновений  $v \approx 10^8$  с<sup>-1</sup> электронов на высотах  $\sim 91$ – $92$  км, которые получены из анализа данных в этом сеансе измерений с достаточно высокой точностью  $\sim 26$ – $27\%$ .

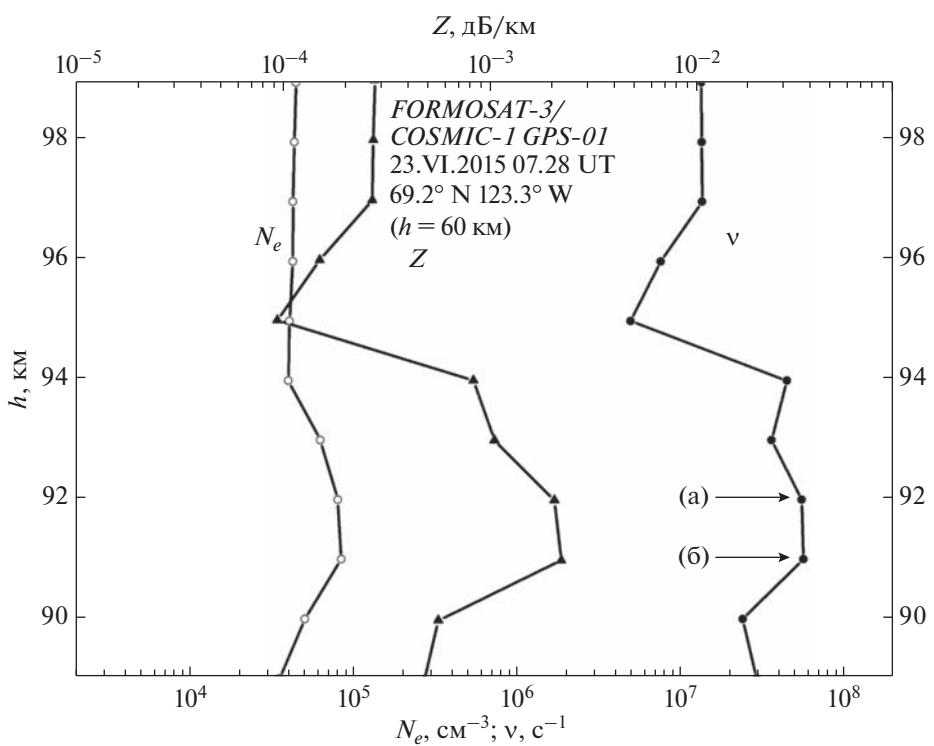
На рис. 4 и 5 представлены данные об эффективной частоте столкновений в электронах, полученные 23.VI.2015 во время измерений в ионосфере Земли в 05.06 UT (рис. 4) и 07.28 UT (рис. 5). Указанные времена измерений соответствуют концу главной фазы магнитной бури ( $\sim 03.00$ – $05.00$  UT) [1, 3]. Как видно из представленных данных, поглощение радиоволн наблюдается довольно четко в представленных двух сеансах. При этом погрешности определения коэффициента поглощения радиоволн  $Z$  составили  $\delta Z \approx 1.7 \cdot 10^{-3}$  и

$\sim 1.1 \cdot 10^{-3}$  дБ/км, соответственно. Наиболее надежные результаты при восстановлении вертикальных профилей  $v(h)$  обозначены буквами, величины погрешности для выделенных экспериментальных точек даны в подрисуночных подписях.

Сравним полученные нами результаты с данными о частоте столкновений  $v_m$  моноэнергетических электронов, приведенными в работе [9, Fig. 1]. Авторы указанной работы утверждают, что представленные в ней результаты обобщают наиболее надежные данные, полученные разными исследователями. К сожалению, эти результаты не содержат информации по интервалу высот  $\sim 88$ – $106$  км, что затрудняет возможность сравнения наших данных и результатов работы [9]. В области пересечения данных, на высоте  $\sim 70$  км, частота столкновений  $v_m$  моноэнергетических электронов равна  $\sim 7 \cdot 10^6$  с<sup>-1</sup> и совпадает по модулю с ларморовской частотой электронов [9, 11]. Согласно нашим данным (рис. 1), значения эффективной частоты столкновений электронов на высотах  $\sim 74$  и  $\sim 66$  км составляют  $(\sim 2.5 \pm 1.1) \cdot 10^7$  и  $(\sim 2.0 \pm 1.5) \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup>, соответственно. Таким образом, мы видим, что наши данные отличаются от результатов работы [9] примерно в три раза. Эти различия могут быть связаны с тем, что наши измерения проводились во время сильной магнитной бури, а данные, приведенные в работе [9], от-



**Рис. 4.** То же, что и на рис. 1, но для сеанса измерений *FORMOSAT-3/COSMIC-6 GPS-22* (23.VI.2015). Величины  $\delta v/v$  для выделенных экспериментальных точек:  $\sim 53\%$  (а);  $\sim 52\%$  (б).



**Рис. 5.** То же, что и на рис. 1, но для сеанса измерений *FORMOSAT-3/COSMIC-1 GPS-01* (23.VI.2015). Величины  $\delta v/v$  для выделенных экспериментальных точек:  $\sim 52\%$  (а);  $\sim 52\%$  (б).

носятся к спокойному геомагнитному периоду в ионосфере Земли.

В работе [12] приведены и проанализированы модельные представления особенностей высотно-временных изменений частоты столкновений электронов с молекулами в невозмущенной среднеширотной *D*-области ионосферы, выполненных методом частичных отражений (ЧО) и ракетными методами. Результаты экспериментов показали, что изменение  $v(h)$  в среднеширотной *D*-области ионосферы в течение светлого времени суток не превышают погрешностей измерений методом ЧО ( $\leq 30\%$ ), что свидетельствует об отсутствии зависимости частот столкновений электронов с молекулами от зенитного угла Солнца. На основе многочисленных экспериментов была установлена сезонная зависимость  $v(h)$ . Так, было найдено, что на высоте 66 км, средние значения частоты столкновений для летних и зимних условий составляют  $1.74 \cdot 10^7$  и  $1.64 \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup>, соответственно. Приведенные значения хорошо согласуются с результатами, полученными нами на указанной высоте (рис. 1).

В работе [13, Fig. 7] профиль эффективной частоты столкновений электронов в *D*-области определялся на основе измерений радара некогерентного рассеяния и совмещенных с ними радиометрических измерений. Значение эффективной частоты столкновений  $v$  на высоте  $\sim 65$  км составляет  $\sim 10^7$  с<sup>-1</sup>, что также соответствует нашим данным, учитывая погрешности восстановления  $v$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам анализа радиозатменных данных разработан метод восстановления вертикальных профилей эффективной частоты столкновения электронов в *D*- и *E*-областях ионосферы Земли. С использованием данных о вертикальных профилях коэффициента поглощения ДМ-радиоволн и электронной плотности, восстановленных из анализа радиозатменных измерений *FORMOSAT-3/COSMIC*, оценена эффективная частота столкновений электронов в *D*- и *E*-областях высокоширотной ионосферы Земли во время магнитной бури 22–23.VI.2015. Практическая значимость изучения частоты столкновений электронов и эффектов поглощения радиоволн в *D*- и *E*-областях ионосферы планеты связана с обеспечением бесперебойной работы систем космической радиосвязи и навигации.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Губенко В.Н., Андреев В.Е., Кириллович И.А. и др. Радиозатменные исследования возмущений в ионосфере Земли во время магнитной бури 22–23 июня 2015 года // Геомагнетизм и аэрономия. 2021. Т. 61. № 6. С. 713–722.  
<https://doi.org/10.31857/S0016794021060067>
- Губенко В.Н., Андреев В.Е., Кириллович И.А. и др. Вариации параметров радиоволн в высокоширотной ионосфере Земли на трассах спутник–спутник во время геомагнитной бури 22–23.VI.2015 // Космич. исслед. 2021. Т. 59. № 3. С. 191–195.  
<https://doi.org/10.31857/S0023420621030055>
- Губенко В.Н., Андреев В.Е., Кириллович И.А. и др. Коэффициент поглощения дециметровых радиоволн (~19 см) в ионосфере Земли по результатам решения обратной задачи в радиозатменных спутниковых исследованиях во время магнитной бури в июне 2015 г. // Космич. исслед. 2022. Т. 60. № 6. С. 471–478.  
<https://doi.org/10.31857/S0023420622060036>
- Andreev V.E., Gubenko V.N., Kirillovich I.A. GPS L1 signals absorption in high-latitude lower ionosphere during severe geomagnetic storm in June 2015 // J. Physics: Conference Series. 2021. V. 1991. Iss. 1. Art. ID. 012006.  
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1991/1/012006>
- Брюнелли Б.Е., Намгаладзе А.А. Физика ионосферы. М.: Наука, 1988. 518 с.
- Friedrich M., Torkar K.M. Collision frequencies in the high-latitude *D*-region // J. Atmospheric and Terrestrial Physics. 1983. V. 45. Iss. 4. P. 267–271.  
[https://doi.org/10.1016/S0021-9169\(83\)80048-8](https://doi.org/10.1016/S0021-9169(83)80048-8)
- Spencer E., Patra S., Andriyas T. et al. Electron density and electron neutral collision frequency in the ionosphere using plasma impedance probe measurements // J. Geophysical Research. 2008. V. 113. Iss. A9. Art. ID. A09305.  
<https://doi.org/10.1029/2007JA013004>
- Горбунов М.Е. Физические и математические принципы спутникового радиозатменного зондирования атмосферы Земли. М.: ГЕОС, 2019. 290 с.
- Belrose J.S., Hewitt L.W. Variation of Collision Frequency in the Lowest Ionosphere with Solar Activity // Nature. 1964. V. 202. Art. ID. 4929. P. 267–269.
- Belrose J.S. The Lower Ionospheric Regions // Physics of the Earth's Upper Atmosphere / eds. Hines C.O., Paghis I., Hartz T.R., Fejer J.A. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc., 1965. P. 46–72.
- Fejer J.A. Motions of Ionization // Physics of the Earth's Upper Atmosphere / eds. Hines C.O., Paghis I., Hartz T.R., Fejer J.A. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc., 1965. P. 157–175.
- Gokov A.M., Tyrnov O.F. Modeling of the electron-molecule collision frequency variations in the undisturbed midlatitude *D*-region on the experimental basis // 24th Intern. Crimean Conf. "Microwave and Telecommunication Technology 2014" (CriMiCo'2014). P. 1099–1100.
- Beharrell M., Honary F. A new method for deducing the effective collision frequency profile in the *D*-region // J. Geophysical Research. 2008. V. 113. Iss. A05. Art. ID. A05303.  
<https://doi.org/10.1029/2007JA012650>