

УДК 629.785

ОПТИМИЗАЦИЯ МАНЕВРА ОБЕСПЕЧЕНИЯ БОЛЬШОЙ СКОРОСТИ ВХОДА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРУ

© 2023 г. М. С. Константинов*

*Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики
Московского авиационного института, Москва, Россия*

**mkonst@bk.ru*

Поступила в редакцию 29.03.2023 г.

После доработки 21.04.2023 г.

Принята к публикации 30.04.2023 г.

Оптимизируется схема полета, обеспечивающая параболическую скорость входа космического аппарата (КА) в земную атмосферу. Такой маневр может быть интересным для экспериментальной отработки входа КА, возвращающегося на Землю от Луны или после межпланетного перелета. Предполагается, что КА выведен на низкую околоземную орбиту и имеет химическую двигательную установку с двигателем ограниченной тяги, которая должна обеспечить маневр входа КА в земную атмосферу. Критерием оптимизации рассматривается характеристическая скорость маневра. Основой разработанного метода оптимизации схемы полета и самой траектории КА выбран принцип максимума. Анализируются одновитковые и многовитковые траектории перелета. Показано, что для одновитковых траекторий перелета существует оптимальное время и оптимальная угловая дальность перелета. Дается оценка их значений и минимальной характеристической скорости маневра. В отличие от одновитковых траекторий перелета для многовитковых траекторий характеристическая скорость перелета монотонно убывает с увеличением времени перелета. Приведены зависимости характеристической скорости от времени перелета для одновитковых, двух-, трех- и четырехвитковых траекторий перелета. Проанализированы диапазоны времен перелета, в которых целесообразно использовать конкретный тип траектории перелета.

DOI: 10.31857/S0023420623700188, EDN: GSJEDU

ВВЕДЕНИЕ

Программы освоения космоса предполагают возвращение КА на Землю после реализации лунной или межпланетной миссии. При возвращении зонда с поверхности Луны или из окололунного пространства скорость его входа в земную атмосферу оказывается близкой к местной параболической скорости. При возвращении КА после реализации межпланетных миссий скорость входа в атмосферу будет еще больше. Представляется интересным проработать этапы входа зонда в атмосферу с большой скоростью, отработать конструкцию спускаемого аппарата с теплозащитой, используя макет спускаемого аппарата (демонстратор). Реализация маневра входа космического аппарата в земную атмосферу с большой скоростью является энергетически сложной задачей. Маневр требует большой характеристической скорости. Оптимизация схемы полета КА с обеспечением необходимой скорости его входа в атмосферу, анализ характеристик оптимальной схемы полета КА являются предметом настоящей работы. В ней формулируется постановка проблемы нахождения рациональных схем полета

для обеспечения больших скоростей входа КА в земную атмосферу, представлена математическая модель для анализа схемы одновитковой и многовитковой траектории полета такого зонда и оптимизации этой траектории. Основой метода оптимизации служит принцип максимума. Разработанный алгоритм позволил провести численный анализ конкретной транспортной системы для реализации проекта демонстратора.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕЛЕТА ДЕМОНСТРАТОРА

Анализируется и оптимизируется схема полета КА для реализации больших скоростей входа демонстратора в земную атмосферу для следующей постановки проблемы:

- КА выведен на низкую круговую орбиту искусственного спутника Земли (в представленном ниже численном анализе эта высота принята равной 200 км).
- Известны масса КА m_0 , тяга P и массовый расход q двигателя КА.

• Задана скорость входа КА в земную атмосферу V_{entry} и угол входа θ_{entry} .

Оптимизация рассматриваемой схемы перелета предполагает нахождение:

- оптимального закона включения-выключения двигательной установки $\delta(t)$ (закон определяет число активных и пассивных участков, их расположение на траектории перелета);
- оптимальной программы угла тангажа на активных участках траектории $\vartheta(t)$.

Критерием оптимальности рассматривается характеристическая скорость маневра. Анализируется зависимость характеристической скорости от времени выполнения маневра t_p .

Два важных замечания. Рассматриваемая оптимизационная проблема имеет много экстремумов, которые, прежде всего, отличаются числом витков КА на траектории перелета. Поэтому отдельно рассматриваются одновитковые, двухвитковые и т.д. траектории перелета. Фиксирование числа витков не означает фиксирование угловой дальности перелета. Эта угловая дальность находится оптимальной.

Как будет показано ниже, для одновитковых траекторий перелета существует оптимальное время перелета. Но для многovitковых траекторий перелета оптимальное время перелета, если и существует, то оно очень большое. На траектории перелета КА удаляется от Земли на такое расстояние, что математическая модель, описывающая движение КА становится некорректной. В этом случае время перелета целесообразно фиксировать и перебирать в некотором целесообразном диапазоне.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ОПИСЫВАЮЩАЯ ДВИЖЕНИЕ КА

Независимой переменной рассматривается угловая дальность перелета β [1–3]. Она отсчитывается от радиус-вектора точки старта. Угловую дальность конечной точки траектории перелета обозначим β_f . Фазовый вектор, описывающий движение КА, рассматривается состоящим из следующих компонент: V_r , V_n — радиальная и тангенциальная компоненты скорости КА; r — длина радиус-вектора КА; t — время полета; m — масса КА.

При этом движение КА вдоль оптимальной траектории перелета может быть описано следующей безразмерной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dV_r}{d\beta} &= \frac{Pr\lambda_{Vr}}{mV_n\lambda_V}\delta_{opt} - \frac{1}{rV_n} + V_n; \\ \frac{d\lambda_{Vr}}{d\beta} &= \lambda_{Vn} - \lambda_r \frac{r}{V_n}; \\ \frac{dV_n}{d\beta} &= \frac{Pr\lambda_{Vn}}{mV_n\lambda_V}\delta_{opt} - V_r; \\ \frac{d\lambda_{Vn}}{d\beta} &= \frac{r}{V_n^2} \left(-\lambda_{Vr} \frac{1+rV_n^2}{r^2} + \lambda_r V_r + \lambda_t + \Psi\delta_{opt} \right); \\ \frac{dr}{d\beta} &= \frac{rV_r}{V_n}; \quad \frac{d\lambda_r}{d\beta} = \frac{-1}{V_n} \left(\frac{\lambda_{Vr}}{r^2} + \lambda_r V_r + \lambda_t + \Psi\delta_{opt} \right); \\ \frac{dt}{d\beta} &= \frac{r}{V_n}; \quad \frac{d\lambda_t}{d\beta} = 0; \\ \frac{dm}{d\beta} &= -q \frac{r}{V_n} \delta_{opt}; \quad \frac{d\lambda_m}{d\beta} = \frac{Pr\lambda_V}{m^2 V_n} \delta_{opt}. \end{aligned}$$

В этой системе P — безразмерная величина тяги двигателя; q — безразмерный массовый расход двигателя; $(\lambda_{Vr}, \lambda_{Vn}, \lambda_r, \lambda_t, \lambda_m)$ — вектор сопряженных переменных к фазовому вектору (V_r, V_n, r, t, m) ; $\lambda_V = \sqrt{\lambda_{Vr}^2 + \lambda_{Vn}^2}$; $\Psi = \frac{P}{m} \lambda_V - \lambda_m q$ — функция переключения двигателя; δ — функция тяги $\delta_{opt} = \begin{cases} 1, & \text{если } \Psi > 0 \\ 0, & \text{если } \Psi < 0 \end{cases}$ [4]. За единицу расстояния принимается радиус начальной орбиты, за единицу скорости — скорость на начальной орбите, за единицу массы — начальная масса КА.

ФОРМУЛИРОВКА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА

Фазовые переменные в начальной точке траектории перелета полностью известны: $V_r(0) = 0$; $V_n(0) = 1$; $r(0) = 1$; $t(0) = 0$; $m(0) = 1$. Для варианта постановки задачи с оптимизируемой угловой дальностью перелета β_f и фиксированным временем перелета t_f краевая задача принципа максимума формулируется следующим образом. Неизвестными параметрами краевой задачи рассматриваются: величина угла тангажа в начальной точке траектории перелета $\vartheta(0)$, величины трех сопряженных переменных в начальной точке траектории перелета $\lambda_r(0), \lambda_t(0), \lambda_m(0)$ и угловая дальность перелета β_f . Значения сопряженных переменных к радиальной и тангенциальной скорости в начальной точке находятся с использованием таких соотношений:

$$\lambda_{Vr}(0) = \lambda_m(0) \frac{q}{P} \sin(\vartheta(0)); \quad \lambda_{Vn}(0) = \lambda_m(0) \frac{q}{P} \cos(\vartheta(0)).$$

Перечисленные пять параметров краевой задачи должны быть выбраны так, чтобы удовлетворялись следующие пять условий в конечной

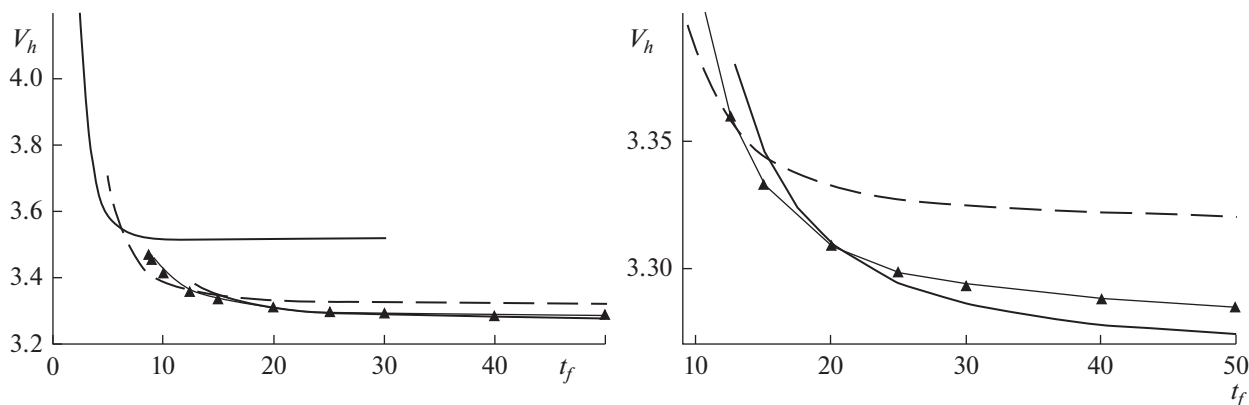


Рис. 1. Характеристическая скорость маневра (км/с) как функция времени перелета (часы) для одновитковых (верхняя сплошная линия), двух витковых (пунктирная линия), трех витковых (линия с треугольниками) и четырех витковых траекторий (жирная сплошная линия).

точке траектории перелета: $V_r(\beta_f) = V_{entry} \sin(\theta_{entry})$; $V_n(\beta_f) = V_{entry} \cos(\theta_{entry})$; $r(\beta_f) = r_{am}$; $\lambda_m(\beta_f) = 1$; $t(\beta_f) = t_f$.

При решении краевой задачи использовались следующие приемы: решение задачи с идеально-регулируемым двигателем с нулевым набором сопряженных переменных, входящих в вектор неизвестных параметров краевой задачи [5–7]; гладкое продолжение по параметру для перехода к траектории с двигателем ограниченной тяги [8, 9]; сглаживание функции тяги [4]; гладкое продолжение по параметру сглаживания; гладкое продолжение по времени перелета для конкретной схемы перелета; математический аппарат комплексных чисел для вычисления производных от краевых условий по параметрам краевой задачи [4, 10, 11].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

Для численного анализа были выбраны следующие характеристики КА: масса КА 5 т, тяга двигателя 5 кН, удельная тяга 330 с, массовый расход 1.545 кг/с. Угол входа КА в земную атмосферу принят равным -10° .

На рис. 1 приведены зависимости характеристической скорости маневра V_h (в км/с) от времени перелета (в часах) для оптимальных одновитковых, двух-, трех- и четырехвитковых траекторий перелета. Справа показан фрагмент зависимости в большем масштабе.

Анализ рисунка показывает, что реализовать быстрый перелет со временем меньшим 6 ч целесообразно, используя одновитковую траекторию перелета. При этом характеристическая скорость маневра больше 3.55 км/с. В диапазоне времени перелета от 6 до 13 ч целесообразно использовать двухвитковую траекторию перелета. При этом характеристическая скорость маневра находится в диапазоне 3.355...3.55 км/с. В диапазоне времени перелета от 13 до 20.4 ч целесообразно использо-

вать трехвитковую траекторию перелета. При этом характеристическая скорость маневра находится в диапазоне 3.308...3.355 км/с. Если использовать траектории с временем перелета большим 20.4 ч, то рационально использовать четырехвитковые траектории перелета. При этом характеристическая скорость маневра будет немного меньше 3.308 км/с. Например, при времени перелета 50 ч характеристическая скорость маневра составит 3.274 км/с.

Приведем результаты анализа оптимальной одновитковой траектории перелета. На рис. 2 показана зависимость характеристической скорости одновиткового перелета как функции времени перелета. Зависимость имеет четко выраженный минимум. Этот минимум оказывается равен 3512.16 м/с. Для одновитковой траектории существует оптимальное время перелета. В рассматриваемом случае оно равно 12.315 ч. Уменьшение времени перелета приводит к значительному увеличению характеристической скорости. Например, для 2.5 ч характеристическая скорость равна 4119.746 м/с; для 5 ч характеристическая скорость составит 3585.759 м/с. Увеличение времени перелета (от оптимального времени 12.315 ч) приводит к небольшому увеличению характеристической скорости. Например, для 30 ч характеристическая скорость будет равна 3521.741 м/с (она увеличилась всего на 9.7 м/с).

Оптимальная величина угловой дальности одновиткового перелета как функция времени перелета монотонно увеличивается от 332.6° , при времени перелета 2.5 ч, до 411.8° , при времени перелета 30 ч. С увеличением времени перелета максимальное удаление КА от Земли на траектории перелета монотонно увеличивается. Если при времени перелета 2.5 ч максимальная величина радиус-вектора КА на траектории перелета не-

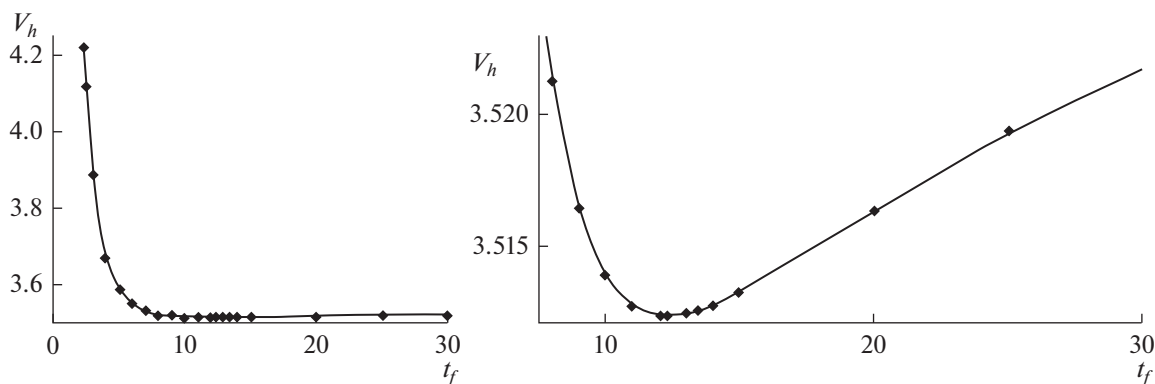


Рис. 2. Характеристическая скорость одновиткового перелета (км/с) как функция времени перелета (часы). Справа зависимость представлена в более крупном масштабе.

много меньше 13 тыс. км, то для 30 ч максимальный радиус-вектор КА — больше 90 тыс. км.

То обстоятельство, что на траектории одновиткового перелета существует оптимальное время перелета, дает возможность искать оптимальную траекторию одновиткового перелета в постановке, когда и время перелета, и угловая дальность перелета — оптимизируемые параметры. При этом крайняя задача принципа максимума оказывается менее трудоемкой, чем в случае фиксирования времени перелета, когда приходится находить решения для всего интересного для практики диапазона времени перелета.

Найденные параметры краевой задачи: $t_p = 12.315$ ч; $\beta_f = 403.099^\circ$; $\vartheta_o = -19.151^\circ$; $\lambda_{vo} = -0.22945$; $\lambda_{mo} = 0.29062$. Характеристическая скорость маневра 3512.254 м/с. Масса топлива, затраченного на перелет, 3311.0 кг. Конечная масса КА 1689.0 кг.

Анализ зависимости характеристической скорости маневра как функции времени перелета (при оптимизации угловой дальности перелета) для многovitковых траекторий перелета показал, что эти зависимости монотонны. С увеличением времени перелета характеристическая скорость маневра для многovitковых траекторий убывает. В области малых времен перелета наблюдается сильное уменьшение характеристической скорости. При больших временах перелета с увеличением времени перелета характеристическая скорость убывает слабо. В отличие от одновитковых траекторий перелета оптимального времени перелета не существует.

То обстоятельство, что на траекториях многovitкового перелета не существует оптимального времени перелета, усложняет исследование. Появляется необходимость анализировать два показателя (характеристическую скорость и время перелета). Варианты схемы перелета приходится сравнивать при фиксированном времени перелета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показал, что характеристическая скорость рассматриваемого маневра обеспечения параболической скорости входа КА в атмосферу весьма велика (более 3.25 км/с).

Использование многovitковых перелетов при реализации рассматриваемого космического маневра дает возможность существенно уменьшить характеристическую скорость маневра. Так, если при использовании одновитковой траектории минимальная характеристическая скорость маневра 3.512 км/с, то использование, например, четырехвитковой траектории с временем перелета 50 ч может позволить уменьшить эту скорость до 3.274 км/с. То есть на 238 м/с.

Показано, что число витков оптимальной схемы перелета зависит от времени перелета. Так двухвитковые перелеты оказываются оптимальными в диапазоне времен перелета 6...13 ч. В диапазоне времен перелета 13...20.4 ч оптимальная схема перелета оказывается трехвитковой. Если время перелета больше 20.4 ч, то целесообразно использовать схему четырехвиткового перелета.

Показано, что для одновиткового перелета зависимость характеристической скорости от времени немонотонна. Существует оптимальное время перелета, при котором характеристическая скорость маневра минимальна. Для многovitковых перелетов характеристическая скорость монотонно убывает с увеличением времени перелета.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, грант № 22-19-00329.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Petukhov V., Ivanyukhin A., Popov G. et al. Optimization of finite-thrust trajectories with fixed angular distance // *Acta Astronautica*. 2022. V. 197. P. 354–367. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.03.012>
2. Petukhov V. Application of the angular independent variable and its regularizing transformation in the prob-

- lems of optimizing low-thrust trajectories // *Cosmic Research*. 2019. V. 57. Iss. 5. P. 351–363.
<https://doi.org/10.1134/S001095251905006X>
3. *Ivanyukhin A., Petukhov V.* Optimization of multi-revolution limited power trajectories using angular independent variable // *J. Optimization Theory and Applications*. 2021. V. 191. Iss. 2. P. 575–599.
<https://doi.org/10.1007/s10957-021-01853-8>
 4. *Константинов М.С., Петухов В.Г., Тейн М.* Оптимизация траекторий гелиоцентрических перелетов. М.: Изд. МАИ, 2015. 259 с.
 5. *Petukhov V.G.* One Numerical Method to Calculate Optimal Power Limited Trajectories. IEPC-95-221. М., 1995.
 6. *Petukhov V.G.* One Numerical Method to Calculate Optimal Power Limited Trajectories // 24th Intern. Electric Propulsion Conf. 19–23 Sept. Moscow. 1995. Art. ID. IEPC-95-221. 7 p.
 7. *Петухов В.Г.* Оптимизация межпланетных траекторий космических аппаратов с идеально-регулируемым двигателем методом продолжения // *Косм. исслед.* 2008. Т. 46. № 3. С. 224–237. (*Cosmic Research*. P. 219–232.)
<https://doi.org/10.1134/S0010952508030052>
 8. *Haberkorn T., Martinon P., Gergaud J.* Low thrust minimum-fuel orbital transfer: a homotopic approach // *J. Guidance, Control, and Dynamics*. 2004. V. 27. Iss. 6. P. 1046–1060.
 9. *Петухов В.Г.* Метод продолжения для оптимизации межпланетных траекторий с малой тягой // *Косм. исслед.* 2012. Т. 50. № 3. С. 258–270.
 10. *Lyness J.N., Moller C.B.* Numerical differentiation of analytic functions // *SIAM J. Numer. Anal.* 1967. Iss. 4. P. 202–210.
 11. *Martins J.R.R.A., Sturdza P., Alonso J.J.* The complex-step derivative approximation // *ACM Transaction on Mathematical Software*. 2003. V. 29. Iss. 3. P. 245–262.