

УДК 550.385

ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЗАПАДНОГО АВРОРАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОДЖЕТА ВО ВРЕМЯ СИЛЬНЫХ СУББУРЬ

© 2023 г. А. А. Петрукович¹, М. А. Евдокимова¹ *, С. В. Апатенков²

¹Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

*evdokimari@mail.ru

Поступила в редакцию 20.10.2022 г.

После доработки 25.10.2022 г.

Принята к публикации 02.11.2022 г.

Продолжается разработка простой “прямоугольной” модели западного аврорального электроджета, основанной на наблюдениях магнитного поля вдоль разреженной меридиональной цепи станций в полярной зоне. Модель имеет три параметра: две границы и постоянную плотность электрического тока. Работа модели показана на примере суббурь, наблюдаемых на цепочке станций CARISMA (*англ.* Canadian Array for Realtime Investigations of Magnetic Activity). Был введен дополнительный параметр, позволяющий менять меридиональный профиль тока от прямоугольного к колоколообразному, но его влияние на работу модели оказалось слабым. В заключение проведено сравнение оценок полной силы электроджета, полученных по этой модели, с оценками суббуревых токового клина, полученными по среднеширотным станциям. Обе оценки имеют схожие амплитуды и изменяются согласованно в течение развития взрывной фазы суббури. Величины тока в определенных моменты времени могут различаться в два раза, но схожие различия наблюдаются и для других моделей западного аврорального электроджета. Последнее предполагает, что реальная геометрия тока электроджета и тока клина могут значительно отличаться от используемых относительно простых моделей.

DOI: 10.31857/S0023420622700029, EDN: LUMRFQ

ВВЕДЕНИЕ

Авроральные электроджеты — это электрические токи, протекающие в полярной ионосфере и замыкающие магнитосферные токовые системы. В частности, так называемый западный электроджет развивается во время взрывной фазы суббурь и является сильнейшим из электроджетов. Характерные вариации наземного магнитного поля, сопутствующие электроджету, также являются основными характеристиками суббури в целом [7].

Однако данные по наземному магнитному полю, обобщенные в виде индексов AE/AU/AL по основным станциям наблюдения аврорального овала, или индексы SML/SMU/SME по более новому и расширенному набору станций [14], или даже магнитограммы с единичных станций не являются непосредственно пригодными для количественного сравнения с магнитосферными наблюдениями: измеренное магнитное поле необходимо преобразовывать в распределение электрического тока [19].

Для достаточно плотной (распределенной по некоторому району) сети наземных станций существует относительно распространенный метод

восстановления двумерных эквивалентных ионосферных токов [1, 12]. Однако такие сети недоступны на всех долготах даже в северном полушарии. Для меридиональных цепочек станций (с большим числом точек измерения), таких как IMAGE (*англ.* International Monitor for Auroral Geomagnetic Effects) [20] или CARISMA [9], одномерные методы позволяют оценить меридиональный профиль электроджета [4, 8, 16]. В остальных областях северного полушария, а также во всем южном полушарии, на более или менее одной долготе доступно совсем немного станций.

Следует отметить, что также существует несколько статистических моделей аврорального овала [13, 18, 21], но они основываются на авроральных высыпаниях электронов или на данных о полярных сияниях, которые имеют схожее пространственное распределение, но не тождественны электроджету.

В продолжение развития количественных подходов к оценке полного тока электроджета, в нашей первой статье [3] воспроизведены алгоритмы основных доступных моделей [8, 16, 18] и показа-

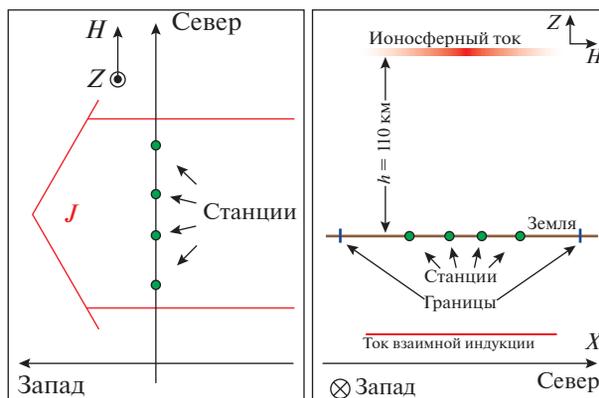


Рис. 1. Схема электроджета [3].

ли их работу на нескольких примерах. Также была разработана новая модель для гораздо меньшего числа станций в меридиональной цепочке (порядка 2–4), которую можно использовать в большем количестве случаев, чем предыдущие модели. Эта статья содержит как подробное введение, так и технические детали всех моделей. Для достижения такой более широкой применимости используется новая более простая прямоугольная модель электроджета в виде полосы с тремя неизвестными параметрами – постоянной плотностью тока и двумя границами. Эта модель нелинейна по отношению к неизвестным параметрам. Также используется вертикальная Z -компонента магнитного поля. Упомянутые выше модели [8, 16] линейны и используют только направленную на север X -компоненту магнитного поля.

Показано, что такая простая прямоугольная модель достоверно описывает электроджет, но, чтобы избежать попадания в локальные минимумы в ходе итераций (при поиске минимума нелинейной функции) и исключить нефизичные решения, должны быть предприняты некоторые технические меры предосторожности. В частности, хотя бы две станции должны быть за пределами электроджета, чтобы вариации Z -компоненты магнитного поля могли надежно указать на его границы.

В этой статье продолжается разработка и проверка нашей модели. Сперва приведен краткий повтор алгоритма модели, затем выполнены проверки на данных с цепочки магнитометров CARISMA. Основной темой данной статьи является исследование применимости несколько доработанной модели с колоколообразным меридиональным профилем плотности тока. Также впервые сравниваются наши оценки электроджета с оценками суббуревого токового клина, восстановленными по наблюдениям на среднеширотных станциях [6, 17].

1. АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Здесь кратко изложена модель, предложенная в работе [3]. Используется следующая простая модель западного аврорального электроджета (рис. 1): (1) высота h фиксирована и равна 110 км; (2) вертикальная толщина электроджета пренебрежимо мала; (3) слой тока одномерен, зависимости от долготы нет; (4) ток строго параллелен широтной линии. Модельный широтный профиль тока получается с использованием север-южной X - и вертикальной Z -компоненты магнитного поля, измеренных в некотором множестве положений. Y -компонента магнитного поля игнорируется.

Магнитное поле электроджета проявляется как отклонение от спокойного поля, так что последнее должно быть вычтено. Чтобы вычислить спокойное поле, усредняются данные пяти самых спокойных дней месяца [2]. Вариации наземного магнитного поля (X и Z) составляют сумму ионосферного тока (электроджета, X_e и Z_e) и тока взаимной индукции внутри Земли (X_i и Z_i). Индукционное поле вычитается с помощью простого эмпирического подхода [15]:

$$X_e = \frac{2}{3} X, \quad Z_e = Z. \quad (1)$$

Параметрическая модель электроджета определяется, максимизируя Гауссову функцию правдоподобия L , составленную из разниц модельного и измеренного полей.

$$-2\ln L = \sum_{k=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_X^2} (\delta X_k - \delta X_{km}(\mathbf{p}))^2 + \frac{1}{\sigma_Z^2} (\delta Z_k - \delta Z_{km}(\mathbf{p}))^2 \right] + Q_r, \quad (2)$$

где N – число станций, X_k и Z_k – измеренное магнитное поле (нТл) на k -й станции (спокойное

и индукционные поля вычтены). X_{km} и Z_{km} – вычисленное модельное магнитное поле, Q_r обозначает возможные дополнительные факторы, отвечающие за регуляризацию. \mathbf{p} – вектор параметров модели. σ_x (σ_z) – стандартные отклонения измеренных X (Z) компонент (на всех используемых станциях в определенное время).

Оптимальный вектор параметров соответствует минимуму $-2\ln L$. За матрицу ошибок (дисперсии) параметров \mathbf{p} берется обратный Гессин $\ln L$:

$$\text{cov}(\mathbf{p}) = \left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial p_i \partial p_j} \right)^{-1}. \quad (3)$$

В работе [3] предложена прямоугольная модель с постоянной плотностью тока и плавающими границами. Параметры модели: плотность тока, нижнеширотная и верхнеширотная границы электроджета.

$$\begin{aligned} \delta X_{km} &= \frac{\mu_0}{2\pi} j \left(\arctg \frac{x_k - x_l}{h} - \arctg \frac{x_k - x_h}{h} \right), \\ \delta Z_{km} &= \frac{\mu_0}{4\pi} j \ln \frac{h^2 + (x_k - x_h)^2}{h^2 + (x_k - x_l)^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где j – плотность тока полосы (А/м); h – высота тока; x_h, x_l – координаты верхней (по широте) и нижней границ тока соответственно (м); x_k – координаты станции k (м).

Эта модель нелинейна и может быть решена любым стандартным алгоритмом (например, Левенберга–Марквардта), но необходимо задать определенные начальные значения параметров модели. В отличие от линейной регрессии, в данном случае нахождение истинного решения (абсолютного минимума функции) не гарантируется.

Избежать скатывания в локальный минимум позволяет так называемый алгоритм мультистарта, который перебирает в качестве начальных условий случайный набор значений, нормально распределенных вокруг предсказаний модели овала [18], и выбирает результат с минимальными невязками по формуле (2).

2. ПРОВЕРКА МОДЕЛИ НА ДАННЫХ CARISMA

Описанная выше модель тестировалась на цепочках станций IMAGE и Ямала [3]. В этой работе добавлены примеры двух суббурь (23.VI.2015 и 10.VIII.2016), наблюдаемых на меридиональных цепочках Churchill и Alberta (рис. 2 и 3) Канадской сети для исследований магнитной активности (CARISMA) [9]. Координаты используемых станций приведены в табл. 1. В представленных ниже примерах использовался алгоритм мультистарта со случайным набором 50 начальных значений, нормально распределенных вокруг плотности тока – 220 кА/град и границ, рассчитанных по модели [18], со стандартным отклонением 275 кА/град и 5.94°.

Приведенная на рис. 2 первая суббуря довольно сложная, со многими активациями. Профиль тока восстанавливается для двух моментов времени (показаны вертикальными линиями). Иногда невозможно корректно восстановить высокоширотную границу электроджета (вертикальная красная линия и красный профиль на правой панели), потому что все станции в данный момент находятся “внутри” полосы тока. Поэтому, полный ток в таких случаях не может быть восстановлен. В таких случаях на графиках не отображается эта граница и полный ток.

Отметим, что в хорошем случае (синяя вертикальная линия и синий цвет на правой панели) посчитанное по модели магнитное поле хорошо совпадает с измеренным почти на всех станциях. Второй пример суббури, наблюдаемой на цепочке станций Alberta (рис. 3), представляет собой одиночную магнитную бухту. Модель относительно уверенно восстанавливает положение и амплитуду электроджета. Эти примеры подтверждают достоверность метода для цепочек из 4 станций, при условии что некоторые станции находятся за пределами электроджета и с полярной, и с экваториальной стороны.

3. СГЛАЖИВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Может показаться, что модель тока с прямоугольной формой слишком проста, так как в природе нет резких, бесконечно тонких границ. В частности, ожидается, что плотность электрического тока спадает постепенно (относительно широты). Чтобы оценить важность данной проблемы с точки зрения эмпирического моделирования, необходимо проверить, соответствует ли альтернативный вариант, например, колоколообразный профиль плотности тока, наблюдательным данным существенно лучше. Чтобы имитировать отклонение от прямоугольной формы в сторону колоколообразной, используются кубические кривые Безье [5], широко известный инструмент для сглаживания графических объектов. Кубическая кривая рисуется между четырьмя заданными точкам P_0, P_1, P_2, P_3 , для текущего аргумента t

$$\begin{aligned} B(t) &= (1-t)^3 P_0 + 3(1-t)^2 t P_1 + \\ &+ 3(1-t) t^2 P_2 + t^3 P_3. \end{aligned} \quad (5)$$

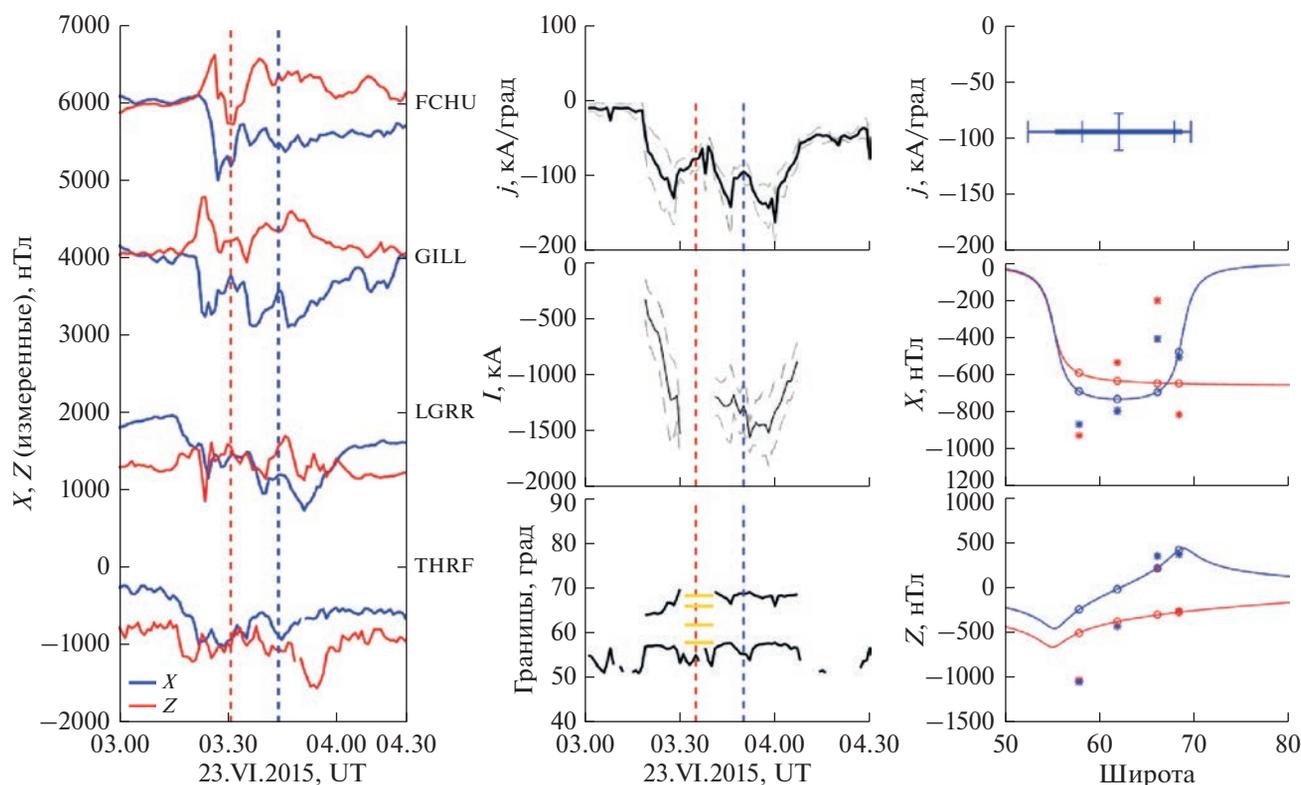


Рис. 2. Пример прямоугольной модели по данным цепочки Churchill. Слева: профиль измеренного магнитного поля от времени. Вертикальные линии обозначают срезы по времени для правой панели. Центр: модельные плотность тока, полный ток (стандартные отклонения отображены тонкими кривыми) и границы электроджета (положение станций показано желтыми линиями). Справа: широтные срезы с параметрами модели для двух времен. Ошибки параметров показаны тонкими отрезками на верхнем графике. Звездочки соответствуют измеренному магнитному полю на станциях.

Для моделирования профиля плотности тока (рис. 4) используются две кривые Безье с контрольными точками $Pt_1, Pt_2, Pt_3, Pt_4, Pt_5, Pt_6, Pt_7, Pt_8$ и горизонтальную полку между ними (между

Pt_4 и Pt_5). Края Pt_1 и Pt_8 находятся на нулевом уровне. Максимальное значение плотности тока j_0 и полуширина d на полувысоте наследуются от прямоугольного профиля. Форма профиля плот-

Таблица 1. Список станций сети магнитометров CARISMA, взятый из [9]

Код станции	Название	Геодезическая широта (С)	Геодезическая долгота (В)	CGM широта (С)	CGM долгота (В)
FCHU	Fort Churchill	58.76	265.91	68.4	333.4
FSMI	Fort Smith	60.03	248.07	67.3	306.7
GILL	Gillam	56.38	265.36	66.1	332.9
MCMU	Fort McMurray	56.66	248.79	64.2	309.0
VULC	Vulcan	50.37	247.02	57.7	308.7
LGRR	Little Grand Rapids	52.03	264.54	61.9	332.3
POLS	Polson	47.66	245.79	54.7	307.9
THRF	Thief River Falls	48.03	263.64	57.9	331.4

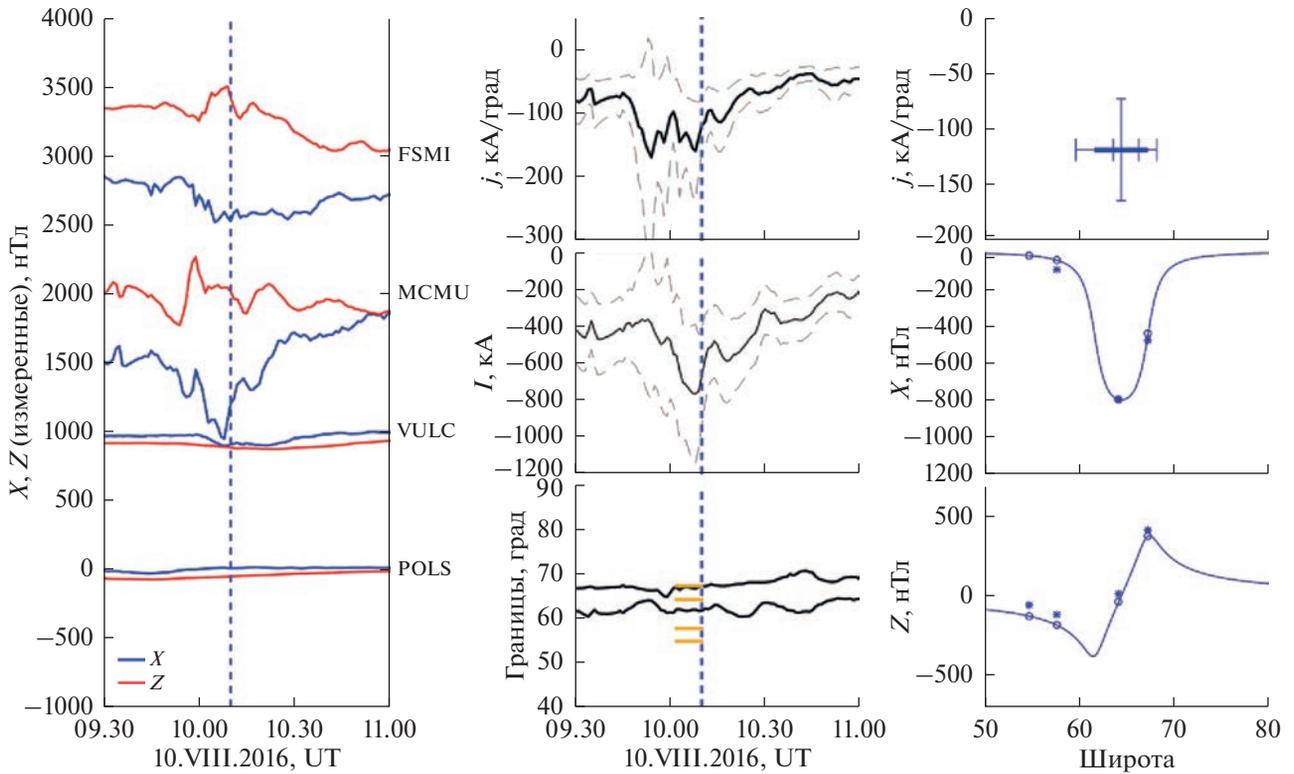


Рис. 3. Пример прямоугольной модели по данным цепочки Alberta. Слева: профиль измеренного магнитного поля от времени. Вертикальные линии обозначают срезы по времени для правой панели. Центр: модельные плотность тока, полный ток (стандартные отклонения отображены тонкими кривыми) и границы электроджета (положение станций показано желтыми линиями). Справа: широтный срез параметров модели в определенный момент времени. Ошибки параметров показаны тонкими отрезками на верхнем графике. Звездочки соответствуют измеренному магнитному полю на станциях.

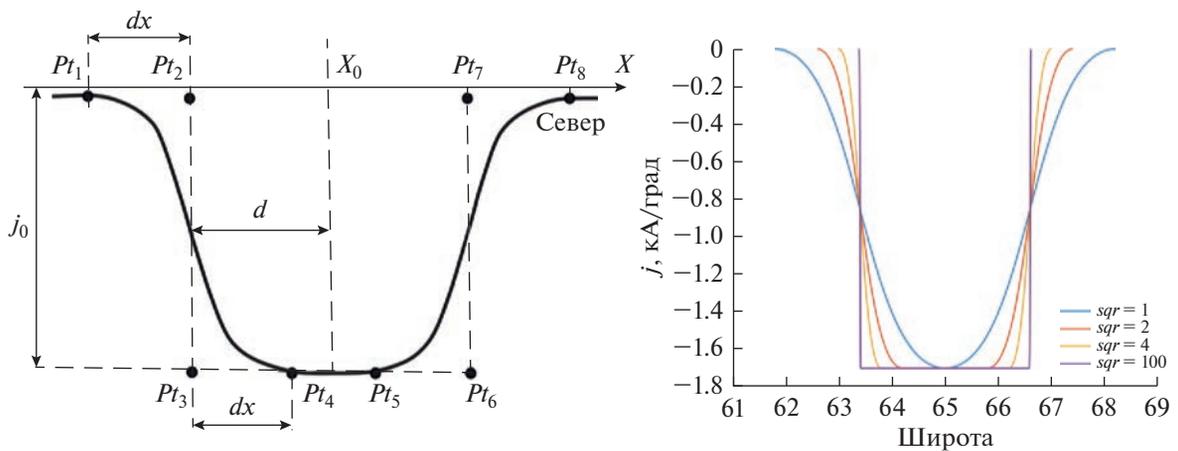


Рис. 4. Регулировка реконфигурации от прямоугольного к колокообразному профилю. Слева: параметры кривых Безье. Справа: разнообразие возможных профилей.

ности тока может регулироваться движением контрольных точек. Например, когда Pt_1 приближается к Pt_2 (и Pt_4 к Pt_3 , Pt_5 к Pt_6 , Pt_8 к Pt_7), профиль становится ближе к прямоугольному. В модели предполагается, что полный ток не меняется

при изменении профиля плотности тока и равен полному току прямоугольного профиля.

Процесс регулируется только одним свободным параметром ‘квадратности’ (‘square’):

$$sqr = d/dx. \tag{6}$$

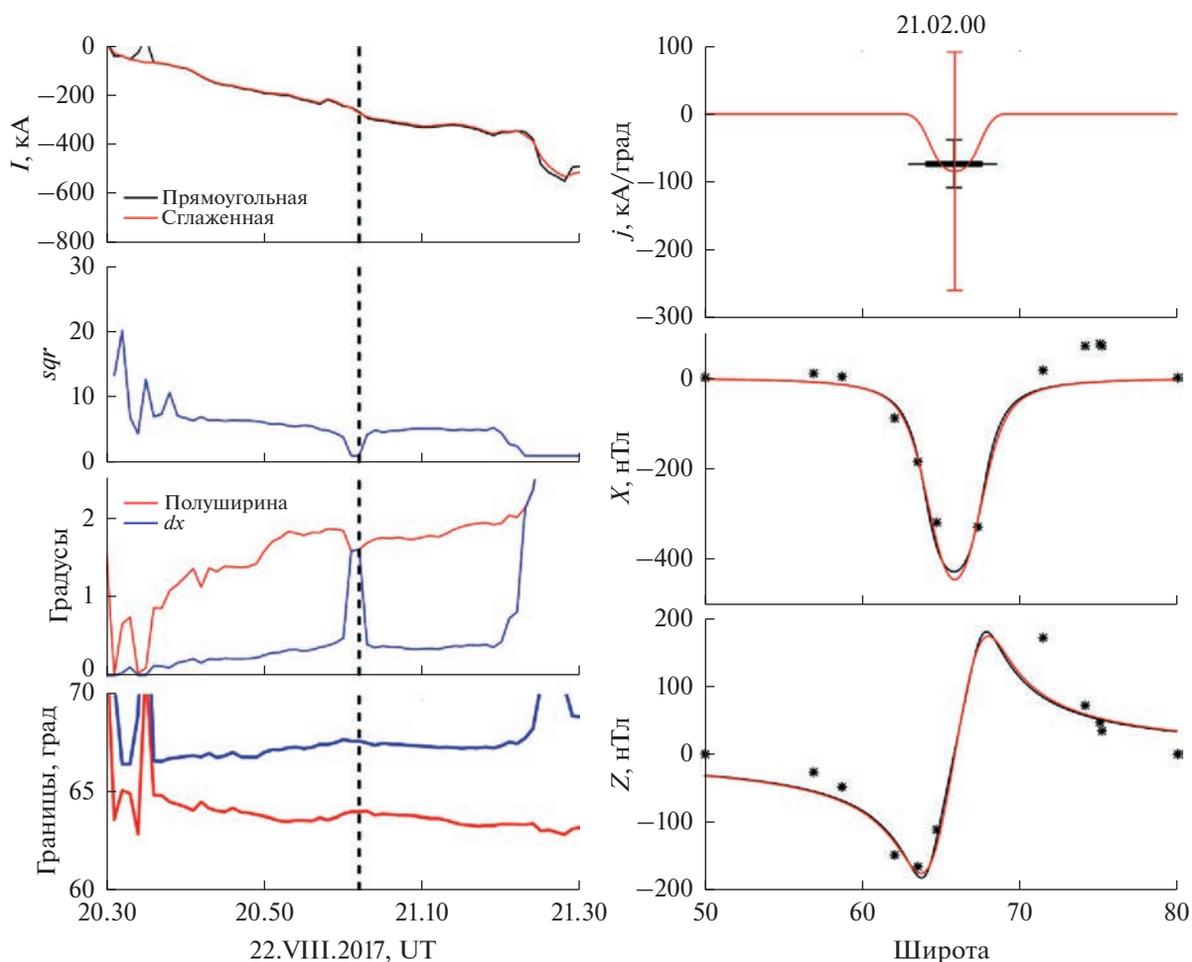


Рис. 5. Сравнение прямоугольной и сглаженной моделей. Слева: итоговые параметры модели (сверху вниз): полный электрический ток, sqr , полуширина в градусах и границы в градусах. Справа: широтные профили модельных плотности тока и магнитного поля для выборочного момента времени 21.02 UT (отображено слева вертикальной пунктирной линией). Звездочками показаны измеренные магнитные поля в фактических координатах станций.

Так, $sqr = 1$ и $dx = d$ соответствуют колокообразной форме, а при $sqr = 100$ профиль практически прямоугольный (рис. 4 справа).

Итак, у новой возможной модели электроджета четыре свободных параметра: плотность тока, две границы и параметр квадратности. Для такого сглаженного профиля уравнение (4) уже не действительно, и можно использовать численное интегрирование для вычисления модельного магнитного поля или выводить новую аналитическую формулу (поскольку профиль может быть разделен на несколько кубических кривых).

Полезность этой модели была оценена на нескольких суббурах в данных цепочки IMAGE. Хотя модель создавалась для меридиональных цепочек с небольшим количеством станций, ее можно использовать и для большого числа станций. Это позволяет проверить новый вариант с большей статистической достоверностью. На рис. 5 пока-

зан характерный пример относительно простой суббури 22.VIII.2017, которая уже была рассмотрена в работе [3] и удобна для проверки новых моделей. Отметим что ключевые параметры тока и модельные магнитные поля практически совпадают и для прямоугольной модели, и для сглаженной модели.

Параметр sqr варьируется от 1 до 10. На правой панели сверяются профили широты для одного конкретного момента времени (21.02 UT, черная пунктирная линия), когда заданный профиль был наиболее близок к форме колокола ($sqr = 1$). Даже в таком случае максимальной разницы в профилях плотности тока получившиеся магнитные поля почти одинаковы.

На рис. 6 показана изменчивость функции правдоподобия в 21.05 UT в зависимости от sqr . Она находится в пределах доли одного процента, и это практически незначимо. В этом расчете для

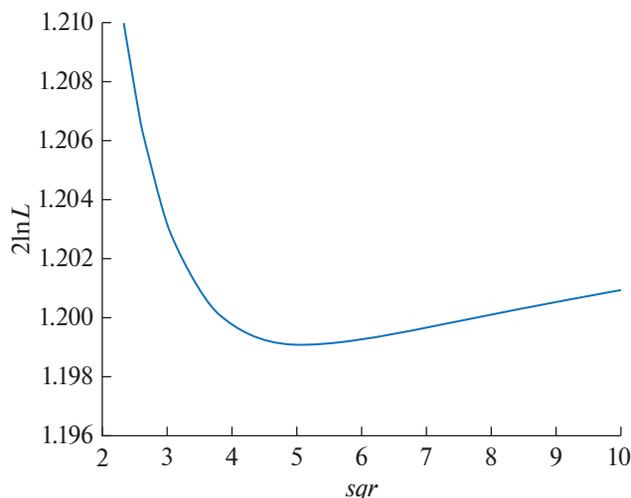


Рис. 6. Срез функции правдоподобия по параметру sqr .

простоты зафиксированы другие параметры модели в их оптимальных значениях (плотность тока – 82.5 кА/град, границы 63.86° – 67.42°).

Следовательно, по крайней мере, для некоторых проверенных случаев усложнение простейшей прямоугольной модели не приводит к заметному повышению статистического качества и не рекомендуется для использования по умолчанию.

4. СРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОДЖЕТА С СУББУРЕВЫМ ТОКОВЫМ КЛИНОМ

В течение взрывной фазы суббури образуется глобальная петля тока с продольными токами между магнитосферой и ионосферой – суббуревой токовый клин (SCW) [10]. В простейшей схеме эти продольные токи полностью замыкаются западным электроджетом в авроральной ионосфере. Таким образом ожидается увидеть схожие динамику и интенсивность токового клина и западного электроджета. Чтобы получить параметры токового клина, использовались методы их оценки по наземным данным [6, 17]. На среднеширотных станциях (широтах ниже 55°) в геомагнитных вариациях доминирует сигнал от токового клина, а вкладом ионосферного электроджета можно пренебречь. Для сравнения электроджета и токового клина отобраны суббури с очевидным началом и АЕ-индексом не ниже 400 нТл, случившиеся между 18 и 23 UT. Для них с помощью плотной сети авроральных и среднеширотных магнитометров IMAGE можно восстановить как электроджет, так и токовый клин.

В интервале между 1.VIII.2017 и 1.III.2018 найдено всего 16 событий, для которых SCW четко восстанавливается, а долготы цепочки IMAGE

находятся внутри детектируемого токового клина. Список событий представлен в табл. 2.

Поскольку количество доступных магнитометров сети велико, можно применять несколько методов для определения тока электроджета. Помимо нашей сглаженной модели также использовалась модель [8] и одномерная реконструкция,

Таблица 2. Список суббурь для сравнения токового клина и электроджета

Дата	Начало суббури	Интервал восстановления SCW
17.VIII.2017	21.25	22.36–23.00
18.VIII.2017	20.43	20.47–21.05
22.VIII.2017	20.32	20.41–21.10
11.IX.2017	21.42	21.46–22.15
18.IX.2017	21.12	21.14–21.40
23.IX.2017	19.30	19.35–20.15
21.X.2017	22.43	22.45–23.25
24.X.2017	21.54	21.55–22.20
9.XI.2017	21.45	21.50–21.57
12.XI.2017	20.27	20.25–21.00
7.XII.2017	20.31	20.36–21.04
24.I.2018	21.35	21.40–22.10
31.I.2018	22.03	22.06–22.30
1.II.2018	21.16	21.18–21.31
15.II.2018	21.03	21.05–21.24
22.II.2018	21.10	21.13–21.40

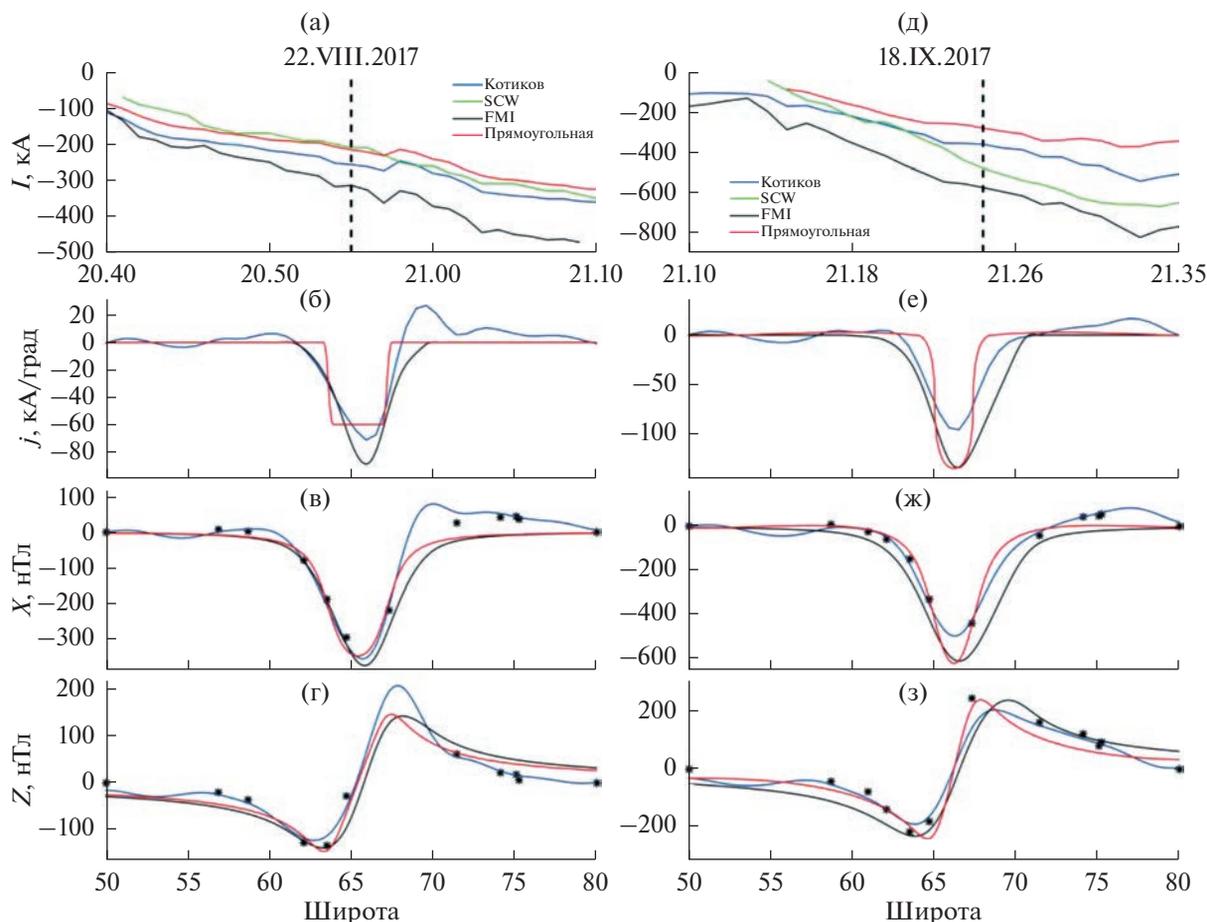


Рис. 7. Сравнение токового клина (зеленый) и параметров западного электроджета, восстановленного тремя методами: по модели Котикова (синий), 1D FMI метод (черный) и прямоугольная сплавленная модель (красный). Слева событие 22.VIII.2017, справа – 18.IX.2017. Панели (а, д) показывают интенсивность тока (полный ток); (б, е) – плотность тока на широтном срезе в момент времени, отмеченный вертикальной пунктирной линией в 20.55 UT (слева) и 21.25 UT (справа); (в, ж) – смоделированные и наблюдаемые (черные звездочки) вариации X -компоненты поля в тот же самый момент; (г, з) – смоделированные и наблюдаемые (черные звездочки) вариации Z -компоненты поля в тот же самый момент.

предложенная Финским метеорологическим институтом (*англ.* Finnish Meteorological Institute) (https://space.fmi.fi/MIRACLE/iono_1D.php) [11].

Два типичных примера отображены на рис. 7. И SCW, и электроджет развиваются схожими темпами. Электроджет по модели 1D FMI, всегда сильнее вплоть до двух раз. Электроджет по нашей модели всегда менее интенсивный, чем по модели Котикова. Полный ток SCW варьирует между этими моделями. Широтные срезы показывают, что прямоугольная модель занижает крылья электроджета, и поэтому оценки полного тока по этой модели всегда ниже. Все модели относительно хорошо восстанавливают наблюдаемое магнитное поле (звездочки на рис. 7). Следовательно, можно сделать вывод, что оценка интенсивности SCW согласуется с оценкой ионосферного электроджета в пределах неопределенности расчетов различными моделями электроджета.

ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Предложены одномерные алгоритмы для оценки сильных токов, развивающихся в ионосфере во время взрывной фазы суббури. Модели работают хорошо, если станции по расположению перекрывают всю зону электроджета. Следовательно, минимальное количество станций в цепочке – три, из которых две находятся снаружи электроджета, фиксируя его границы, и одна внутри, определяя максимум плотности тока. Хотя формально в этом случае имеется шесть свободных измеряемых параметров ($3X$ и $3Z$ магнитных компоненты), только три из них содержат существенную информацию. Внутри электроджета Z -компонента близка к нулю, а X -компонента ответственна за амплитуду. Снаружи – X менее значима, а относительно сильная Z указывает на границу электроджета. Так как толщина

электроджета часто довольно мала – 5° или меньше, лучше иметь четыре станции, чтобы компенсировать возможное смещение овала в зависимости от уровня активности. Оптимальные промежутки между станциями порядка 3° – 4° , поэтому возможно охватить весь диапазон расположений электроджета от 60° до 75° магнитной широты.

Несмотря на то, что модельный прямоугольный меридиональный профиль электроджета не вполне физичен, показано, что его сглаживание до колоколообразной формы неэффективно для улучшения статистического качества подгонки. Был использован простейший алгоритм сглаживания, сохраняющий значение полного тока (площадь под кривой). Для такого сглаживания нужен только один дополнительный свободный параметр. Подробное сравнение меридиональных профилей тока в различных моделях на рис. 7 показывает, что часто “крылья” электроджета шире и интенсивнее, чем это допускается в нашей модели. В следующих исследованиях будет протестирован альтернативный профиль модели, сочетающий прямоугольную (отвечающую за центральную часть) и треугольную (отвечающую за крылья) формы. Однако в этом варианте количество свободных параметров модели больше, что может усложнить сходимость алгоритма.

Также проведены первые тесты приложения рассматриваемых моделей для оценок токов, связанных с суббурей. В частности, сравнивался интегральный ток токового клина с током замыкания (электроджетом) в ионосфере. Обе модели основаны на существенном упрощении геометрии суббуревых токов. Эти упрощения не обязательно являются полностью обоснованными, что может привести к появлению систематических ошибок. Тем не менее, даже первые тесты показывают базовую совместимость оценок токового клина и электроджета, которые отличаются в пределах двух раз. Отметим, что схожие различия наблюдаются и между разными моделями электроджета. Некоторые из них, вероятно, можно было бы компенсировать регулируемой модельной формы электроджета. Собранный статистика из 16 событий с достоверными наблюдениями как SCW, так и соответствующих электроджетов может быть использована для будущего анализа.

В заключение, в этом исследовании продолжена регулировка и тестирование одномерных моделей западного электроджета, основанных на меридиональной цепи магнитных станций. Простейшая прямоугольная модель оказалась надежной и конкурентоспособной и может быть использована для сравнения с другими суббуревыми токами, в частности с суббуревым токовым клином.

Авторы выражают благодарность создателям архивов данных магнитометров.

Анализ данных профинансирован проектом Российского научного фонда № 18-47-05001.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Amm O., Viljanen A.* Ionospheric disturbance magnetic field continuation from the ground to the ionosphere using spherical elementary current systems // *Earth Planets Space*. 1999. V. 51. Iss. 6. P. 431–440.
2. *Chapman S., Bartels J.* *Geomagnetism*. London: Oxford University Press, 1940.
3. *Evdokimova M.A., Petrukovich A.A.* Estimation of westward auroral electrojet current with magnetometer chain data // *Ann. Geophys.* 2020. V. 38. Iss. 1. P. 109–121.
4. *Johnsen M.G.* Real-time determination and monitoring of the auroral electrojet boundaries // *J. Space Weather Space Clim.* 2013. V. 3. Iss. A28.
5. *Hazewinkel M.* *Encyclopedia of Mathematics: Supplement*. Germany. Berlin; Heidelberg: Springer Science and Business Media, 1997.
6. *Horning B.R., McPherron R., Jackson D.D.* Application of linear inverse theory to a line current model of substorm current systems // *J. Geophys. Res.* 1974. V. 79. Iss. 34. P. 5202–5210.
7. *Ganushkina N.Yu., Liemohn M.W., Dubyagin S.* Current Systems in the Earth's Magnetosphere // *Reviews of Geophysics*. 2018. V. 56. Iss. 2. P. 309–332.
8. *Kotikov A.L., Latov Yu.O., Troshichev O.A.* Structure of auroral electrojets by the data from a meridional chain of magnetic stations // *Geophysica*. 1987. V. 23. Iss. 2. P. 143–154.
9. *Mann I.R., Milling D., Jonathan Rae I. et al.* The upgraded CARISMA magnetometer array in the THEMIS era // *Space Sci. Rev.* 2008. V. 141. Iss. 1. P. 413–451.
10. *McPherron R.L., Russell C.T., Kivelson M.G. et al.* Substorms in space: The correlation between ground and satellite observations of the magnetic field // *Radio Sci.* 1973. V. 8. Iss. 11. P. 1059–1076.
11. *Mersmann U., Baumjohann W., Küppers F. et al.* Analysis of an eastward electrojet by means of upward continuation of ground-based magnetometer data // *J. Geophys.* 1979. V. 45. Iss. 1. P. 281–298.
12. *Mishin V.M.* The magnetogram inversion technique and some applications // *Space Sci. Rev.* 1990. V. 53. Iss. 1–2. P. 83–163.
13. *Newell P.T., Sotirelis T., Wing S.* Diffuse, monoenergetic, and broadband aurora: The global precipitation budget // *J. Geophys. Res.* 2009. V. 114. Iss. A9. Art. ID. A09207.
14. *Newell P., Gjerloev J.* Evaluation of SuperMAG auroral indices as indicators of substorms and auroral power // *J. Geophys. Res.* 2011. V. 116. Iss. A12. Art. ID. A12211.
15. *Петров В.Г.* Моделирование индукции в проводящей земле при исследовании динамики полярных

- электроструй // Geomagnetism and Aeronomy. 1982. Т. 22. № 1. С. 159–161.
16. *Popov V.A., Papitashvili V. O., Watermann J.F.* Modeling of equivalent ionospheric currents from meridian magnetometer chain data // *Earth Planets Space*. 2001. V. 53. P. 129–137.
<https://doi.org/10.1186/bf03352370>
17. *Sergeev V.A., Vagina L.I., Elphinstone R.D. et al.* Comparison of UV optical signatures with the substorm current wedge as predicted by an inversion algorithm // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. Iss. A2. P. 2615–2627.
18. *Старков Г.В.* Математическая модель авроральных границ // *Геомагнетизм и аэронамия*. 1994. Т. 34. № 3. С. 331–336.
19. *Untiedt J., Baumjohann W.* Studies of polar current systems using the IMS Scandinavian magnetometer array // *Space Sci. Rev.* 1993. V. 63. Iss. 3–4. P. 245–390.
20. *Viljanen A., Hakkinen L.* IMAGE magnetometer network in Satellite-Ground Based Coordination Sourcebook / edited by Lockwood M., Wild M.N. Opge-noorth H.J. Eur. Space Agency Spec. Publ. 1997. ESA SP-1198. P. 111–117.
21. *Vorobjev V.G., Yagodkina O.I., Katkalov Yu.V.* Auroral Precipitation Model and its applications to ionospheric and magnetospheric studies // *J. Atm. S-Terr. Phys.* 2013. V. 102. P. 157–171.
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2013.05.007>