

РОЛЬ БАТАРЕЙНОГО МЕХАНИЗМА БИРМАНА В ВОЗНИКНОВЕНИИ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ АККРЕЦИОННЫХ ДИСКОВ

© 2024 г. Р. Р. Андреасян¹, И. К. Марчевский², Е. А. Михайлов^{3,4}

¹Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В. А. Амбарцумяна НАН РА, Бюракан, Армения

²Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

³Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

⁴Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

Поступила в редакцию 10.11.2023 г.

После доработки 11.03.2024 г.

Принята в печать 11.03.2024 г.

В настоящий момент практически не вызывает сомнений, что аккреционные диски, окружающие такие компактные астрофизические объекты, как черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды, могут обладать структурами магнитного поля. Так, они объясняют перенос момента количества движения между различными частями диска и некоторые другие процессы. Существуют различные способы объяснения возникновения данных магнитных полей. В настоящей работе рассмотрена возможность генерации магнитных полей за счет батарейного механизма Бирмана. Он связан с радиальными потоками протонов и электронов. Учитывая их различные массы, они по-разному взаимодействуют с вращающейся средой, создавая круговые токи, порождающие магнитные поля. Ранее подобный процесс изучался для галактических дисков и было показано, что батарейный механизм может порождать начальные магнитные поля в подобных объектах. В данной работе рассмотрено действие батареи Бирмана для аккреционных дисков. Это требует решения интегрального уравнения второго рода, возникающего с учетом самодействия магнитного поля. Показано, что созданные с ее помощью поля оказываются достаточно значимыми и могут играть важную роль в эволюции магнитных полей в дисках.

Ключевые слова: аккреционный диск, батарея Бирмана, магнитное поле

DOI: 10.31857/S0004629924030024 EDN: KJZDHM

1. ВВЕДЕНИЕ

Аккреционные диски окружают большое количество компактных астрофизических объектов, таких как черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. Они представляют большой интерес для изучения, и особое значение при их исследовании могут играть магнитные поля [1, 2, 3]. Так, они позволяют объяснить целый ряд важнейших процессов, таких как перенос момента количества движения в аккреционных дисках. Кроме того, магнитные поля могут оказывать определенное влияние на кинематику диска, менять характер движения среды. В связи с этим представляется крайне важным понимание того, за счет чего формируются магнитные поля в аккреционных дисках и какова их структура.

В настоящий момент существуют различные подходы к исследованию магнитных полей аккреционных дисков. Так, в ряде работ предполагается, что их возникновение связано с переносом поля вместе с аккрецирующим веществом [4, 5]. Тем не менее за счет интенсивных процессов перемешивания сложно говорить о том, что данный механизм мог бы приводить к возникновению регулярных структур. Другие работы предполагают возникновение структур поля с учетом влияния центрального объ-

екта. Между тем ряд численных исследований показывает, что роль подобного эффекта в генерации поля не очень значительна [6].

Отдельно следует упомянуть работы, связанные с действием в аккреционных дисках механизма динамо среднего поля [7, 8]. Он основан на совместном действии альфа-эффекта и дифференциального вращения, что при определенном соотношении между параметрами приводит к экспоненциальному росту магнитного поля [9, 10, 11]. Ранее было показано, что разумно было бы использовать модели, первоначально разработанные для галактических дисков [12, 13]. Несмотря на принципиально различные пространственные масштабы, допустимо использовать модельные представления, созданные для тонких астрофизических дисков (так называемое планарное приближение). Безусловно, в таком случае необходимо учитывать ряд особенностей, отличающих галактический диск от аккреционного (так, специфическую роль могут играть граничные условия на внутренней границе диска, наличие радиальных потоков и т.д.). Вместе с тем, хотя механизм динамо весьма удовлетворительно описывает экспоненциальный рост магнитного поля в аккреционном диске, он никак не объясняет возникно-

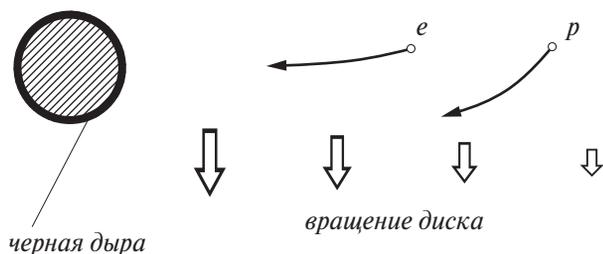


Рис. 1. Схема батарейного механизма Бирмана. Электроны обладают меньшей угловой скоростью, чем протоны.

вление начальных полей, которые должны быть связаны с какими-либо другими механизмами.

В случае галактик возникновение «затрапеченных» магнитных полей объясняется, как правило, с помощью механизма Бирмана [14]. Он основан на наличии радиальных потоков ионизованной среды в галактическом диске. Ключевую роль играют различные массы протонов и электронов, которые при одинаковой абсолютной величине электрического заряда принципиально по-разному взаимодействуют с вращающейся средой: электроны «приклеиваются» к окружающему потоку, в то время как движение протонов «запаздывает». Это приводит к возникновению различных скоростей, и как следствие — к возникновению круговых токов, порождающих магнитное поле (рис. 1). Особое значение имеет структура поля, при описании которой естественным образом возникает необходимость решения интегральных уравнений [15, 16]. Хотя магнитные поля, создаваемые посредством механизма Бирмана, могут быть достаточно малы, их роль в галактическом магнетизме сложно переоценить — они порождают начальные поля в галактических объектах.

Не меньшую роль могут играть батарейные механизмы и для аккреционных дисков [17]. Магнитные поля могут присутствовать практически во всех дисках, окружающих компактные объекты, однако с точки зрения возможности наблюдательной верификации наибольший интерес представляют диски, окружающие сверхмассивные черные дыры с массами порядка $10^5 \dots 10^{10}$ солнечных масс. Плотность числа частиц в них составляет величины порядка $10^7 \dots 10^{10} \text{ см}^{-3}$, а размеры — порядка $10^{15} \dots 10^{19} \text{ см}$. Так, по крайней мере в отдельных случаях, есть данные об измерении мер фарадеевского вращения [18]. Хотя причины его возникновения и являются предметом дискуссий, оно может быть косвенным свидетельством наличия магнитных полей и давать возможность оценить в будущем его величину.

Можно предполагать, что для них радиальные потоки будут играть более важную роль, чем в случае галактических дисков [19]. По этой причине представляется, что круговые токи будут даже более интенсивны, а значит они будут связаны с гораздо большими магнитными полями.

В настоящей статье сначала рассмотрены принципиальные особенности механизма Бирмана, описаны базовые характеристики полей, созданных с его помощью. После этого сделана качественная оценка магнитного поля, которое оказывается достаточно велико по меркам аккреционного диска. Затем для уточнения модели построено интегральное уравнение, которое учитывает подавление течений за счет созданного ими магнитного поля. Решение данного интегрального уравнения достаточно сложно и требует применения специальных математических методов. Они позволяют получить детальную структуру поля, в целом соответствующую качественным оценкам.

2. БАЗОВЫЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассмотрим движение потока частиц, падающих на центр аккреционного диска (например, черную дыру). Можно предполагать, что электроны намного сильнее взаимодействуют с излучением, идущим от ядра галактики, чем протоны. По этой причине вращательная скорость электронов сильно уменьшается, и в первом приближении можно ею пренебречь [19]. В то же время движение протонов будет подчиняться следующему уравнению [15, 16]:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} - \frac{m}{\tau} (\mathbf{v} - \mathbf{V}_{rot}) + \frac{e}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

где \mathbf{v} — их скорость, $\mathbf{F} = -m\nabla U$ — массовая сила $U = U(r)$ — гравитационный потенциал), τ — характерное время взаимодействия между протонами и средой, \mathbf{V}_{rot} — скорость вращения среды, \mathbf{B} — магнитное поле, e — элементарный заряд, c — скорость света, m — масса протона. Отметим, что скорость вращения среды, в которой движутся протоны и электроны (плотность нейтрального компонента может значительно — более чем на порядок — превышать плотность ионизованного), может быть представлена в форме $\mathbf{V}_{rot} = r\Omega\mathbf{e}_\varphi$, где Ω определяется кеплеровским законом [1]:

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, \quad (2)$$

где G — универсальная гравитационная постоянная, M — масса центрального объекта.

Отметим, что в предшествующих работах использовалось приближение сплошной среды и связанные с ним уравнения для многофазной среды [20, 21, 22, 23]. Вместе с тем мы используем иной подход, связанный с движением пробной частицы [15, 24]. Важно отметить, что в отличие от ряда других задач, большие электрические поля не образуются, поскольку в любой точке плотность электронов и протонов остается одинаковой (разделения зарядов не происходит), а лишь отличаются азимутальные скорости этих частиц, что и приводит к электрическому току.

Основную роль для нас будет играть азимутальный компонент скорости $v_\varphi = r\omega$, где $\omega = d\varphi/dt$. Изменение ω описывается уравнением [15]:

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{2\omega}{r} \frac{dr}{dt} = -\frac{1}{\tau}(\omega - \Omega) - \frac{e}{rmc} B \frac{dr}{dt}. \quad (3)$$

где магнитное поле обусловлено движением остальных заряженных частиц.

Будем предполагать, что время релаксации довольно мало по сравнению с другими масштабами задачи:

$$\tau \ll \frac{r}{dr/dt}.$$

(Возьмем в качестве времени релаксации величину порядка 10^{-2} с — эту оценку можно получить с помощью формулы (9), которая будет обсуждаться ниже, скорость dr/dt — порядка 10^7 см/с, а расстояние до центра порядка 10^{19} см. В таком случае данное соотношение выполняется «с запасом».) Это означает, что мы можем положить, что координата и скорость меняются мало, и сделать замену $dr/dt = V$. Тогда можно переписать уравнение в виде [15]:

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{\tau} \left(1 + \frac{2V\tau}{r} \right) \omega = \frac{1}{\tau} \left(\Omega - \frac{e\tau VB}{rmc} \right). \quad (4)$$

Величина угловой скорости будет достаточно быстро выходить на стационарное значение [15]:

$$\omega \approx \omega_0(r) = \Omega - \frac{V\tau}{r} \left(2\Omega + \frac{eB}{mc} \right). \quad (5)$$

Если принять во внимание, что циклотронная частота заметно превышает величину угловой скорости вращения аккреционного диска, можно еще больше упростить данное выражение:

$$\omega_0(r) \cong \Omega - \frac{eVB\tau}{rmc}. \quad (6)$$

С физической точки зрения движение протонов приводит к возникновению круговых токов, которые порождают магнитное поле, направленное перпен-

дикулярно плоскости диска. Действие магнитного поля приводит к уменьшению значения угловой скорости, что в свою очередь влечет замедление роста магнитного поля. Оценить, при каких значениях параметров рост магнитного поля остановится, можно исходя из того, что угловая скорость обратится в нуль: $\omega_0 = 0$.

Нельзя не заметить, что данное предположение является грубым и качественным: в реальности рост поля прекращается на диффузионной шкале времени, когда полю противодействует омическая или турбулентная диффузия [20, 21, 24]. Поэтому из данных простых предпосылок возможно получить лишь грубые и завышенные оценки значения поля.

Это будет означать, что:

$$\Omega = \frac{eVB\tau}{rmc}. \quad (7)$$

Таким образом, оценить магнитное поле, которое может быть создано с помощью механизма Бирмана, можно по следующей формуле:

$$B = \frac{\Omega rmc}{eV\tau}. \quad (8)$$

Оценим данную величину для аккреционного диска около сверхмассивной черной дыры с массой $M = 10^9 M_\odot$. Так, можно использовать наблюдательные данные, полученные для III Zw 002 [25], а также теоретические оценки для других объектов. В качестве радиуса возьмем величину порядка $r \sim 10^{18}$ см [26, 25]. Тогда для угловой скорости вращения объекта, в соответствии с кеплеровским законом, можно получить значение

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \sim 10^{-9} \text{ с}^{-1}.$$

Для скорости падения среды на центр аккреционного диска возьмем $V \sim 10^7$ см/с. Такой порядок имеет скорость вращения в центральных областях галактик, и можно использовать ее в качестве грубой оценки для скорости свободного падения среды.

Для времени столкновений можно использовать стандартную оценку, используемую в космической электродинамике [27], согласно которой

$$\tau = \frac{m^2 V^3}{16\pi e^4 n \ln \Lambda}, \quad (9)$$

где m — масса протона, $\ln \Lambda \sim 10^1$ — кулоновский логарифм. Используя плотность частиц порядка $n \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$, мы можем получить $\tau \sim 10^{-2}$ с.

Тогда, используя (8), мы получим, что величина магнитного поля составит величину порядка 10^{-2} Гс.

В свою очередь, оценим поле равномерного распределения, которое можно получить из равенства плотностей энергии турбулентных движений и магнитного поля, которое определяется по формуле $B^* = v_t \sqrt{4\pi\rho}$, где ρ — плотность среды в диске, v_t — скорость турбулентных движений [26]. Предполагая, что $v \sim 10^8$ см/с (такие оценки соответствуют данным о дисперсии скоростей [26]), можно получить, что для данного случая $B^* \sim 10$ Гс. Таким образом, создаваемое бирмановским механизмом поле на несколько порядков ниже уровня равномерного распределения.

3. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЭВОЛЮЦИИ ПОЛЯ

Можно видеть, что достаточно быстро угловая скорость частиц становится близкой к значению $\omega_0(R)$. Это приводит к возникновению на расстоянии R от центра кругового тока:

$$I(R) = \frac{e\omega_0(R)}{2\pi}.$$

В соответствии с законом Био-Савара [28], данный ток приводит к возникновению в плоскости диска магнитного поля, направленного перпендикулярно к его плоскости. На расстоянии r от центра его величину можно определить с помощью следующего интеграла [15]:

$$\mathbf{b}(r) = b(r)\mathbf{e}_z = \int_0^{2\pi} \frac{I(R)R(R-r\cos\varphi)\mathbf{e}_z d\varphi}{c(r^2 + R^2 - 2rR\cos\varphi)^{3/2}}.$$

Чтобы выразить магнитное поле, удобно использовать вспомогательную функцию, которая ранее применялась нами в задачах о возникновении поля в галактиках [15] и задается следующим образом:

$$\Phi(\chi) = \int_0^{2\pi} \frac{(1 - \chi\cos\varphi)d\varphi}{(\chi^2 + 1 - 2\chi\cos\varphi)^{3/2}}. \quad (10)$$

Тогда величину создаваемого круговым током магнитного поля можно представить с помощью выражения

$$b(r) = \frac{e}{2\pi c R} \Phi\left(\frac{r}{R}\right) \left(\Omega - \frac{eVB\tau}{mcR} \right).$$

Если мы рассмотрим внутри диска кольцо $[R, R+dR] \times [-h, h]$, то количество частиц в нем будет составлять величину (напомним, что здесь $n(r)$ — плотность частиц)

$$dN(R) = 4\pi n(R)h(R)RdR.$$

Данное кольцо создает на расстоянии r от центра поле B :

$$dB(r) = \frac{2en(R)h(R)dR}{c} \Phi\left(\frac{r}{R}\right) \left(\Omega - \frac{eVB\tau}{mcR} \right).$$

Для угловой скорости вращения объекта можно использовать кеплеровский закон вращения [1]:

$$\Omega(R) = \Omega_0 \left(\frac{R_{\max}}{R} \right)^{3/2},$$

где R_{\max} — радиус диска, Ω_0 — угловая скорость вращения в его внешних областях.

Для оценки параметров диска возьмем качественные аналитические модели, предложенные в работе [27] и подтверждаемые численными моделями для дисковой аккреции. Так, для плотности числа частиц в диске можно пользоваться следующей формулой [12, 27] (здесь и далее под величинами с нижним индексом «0» будем понимать их характерные значения, соответствующие области около внешней границы диска):

$$n(R) = n_0 Q^{11/20} (R) \left(\frac{R_{\max}}{R} \right)^{15/8},$$

где

$$Q(R) = 1 - q \left(\frac{R_{\min}}{R} \right)^{1/2}, \quad q = 0.9.$$

Полутолщина диска будет зависеть от расстояния до центра по следующему закону [12, 27]:

$$h(R) = h_0 Q^{3/20} \left(\frac{R_{\max}}{R} \right)^{9/8}.$$

Скорость потоков в радиальном направлении выглядит так [12, 27]:

$$V(R) = \frac{V_0}{Q^{7/10}} \left(\frac{R_{\max}}{R} \right)^{1/4}.$$

Если учесть, что $\tau \sim V^3/n$ [29, 30], мы можем получить следующую принципиальную закономерность для величины времени взаимодействия между различными частицами:

$$\tau(R) = \frac{\tau_0}{Q^{16/5}} (R) \left(\frac{R}{R_{\max}} \right)^{9/8}.$$

Тогда уравнение для создаваемого круговым током магнитного поля будет выглядеть так:

$$dB(r) = \frac{2en_0 h_0 \Omega_0}{c} Q^{7/10} (R) \left(\frac{R_{\max}}{R} \right)^{9/4} \Phi\left(\frac{r}{R}\right) dR - \frac{2en_0 h_0 e V_0 B(R) \tau_0}{mc^2 R} Q^{-16/5} (R) \left(\frac{R}{R_{\max}} \right)^{1/8} \Phi\left(\frac{r}{R}\right) dR.$$

Интегрируя обе части данного равенства, мы получим интегральное уравнение второго рода:

$$B(r) = \frac{2en_0 h_0 \Omega_0}{c} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} Q^{\frac{7}{10}}(R) \left(\frac{R_{\max}}{R}\right)^{\frac{9}{4}} \Phi\left(\frac{r}{R}\right) dR -$$

$$- \frac{2en_0 h_0 e V_0 \tau_0}{mc^2} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \frac{B(R)}{R} Q^{\frac{-16}{5}}(R) \left(\frac{R}{R_{\max}}\right)^{\frac{1}{8}} \Phi\left(\frac{r}{R}\right) dR.$$

Данное уравнение удобно привести к безразмерному виду. Измеряя магнитные поля в единицах $2en_0 h_0 \Omega_0 R_{\max}/c$, а расстояния в единицах R_{\max} , мы можем привести уравнение к виду:

$$B(r) = \int_{R_{\min}}^1 \frac{Q^{7/10}(R) \Phi\left(\frac{r}{R}\right) dR}{R^{9/4}} -$$

$$- \alpha \int_{R_{\min}}^1 \frac{B(R)}{Q^{16/5}(R) R^{7/8}} \Phi\left(\frac{r}{R}\right) dR,$$

где $\alpha = \frac{2e^2 n_0 h_0 V_0 \tau_0 R_{\min}^{1/8}}{mc^2 R_{\max}^{1/8}}$.

Таким образом, после «обезразмеривания» основных величин мы получим следующее уравнение:

$$B(r) = \alpha \int_{R_{\min}}^1 K(r, R) B(R) dR + F(r), \quad (11)$$

где ядро и неоднородность представляются в виде следующих безразмерных функций:

$$F(r) = \int_{R_{\min}}^1 \frac{Q^{7/10}(R) \Phi\left(\frac{r}{R}\right) dR}{R^{9/4}},$$

$$K(r, R) = - \frac{1}{Q^{16/5}(R) R^{7/8}} \Phi\left(\frac{r}{R}\right).$$

4. ПРОЦЕДУРА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Несмотря на структуру уравнения (11), типичную для интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода, рассматриваемое здесь уравнение имеет специфику, которую следует учитывать при его численном решении. Прежде всего, ядро имеет неинтегрируемую в обычном смысле особенность, следующую из определения (10) функции $\Phi(\chi)$, когда ее аргумент приближается к единице. Ее график представлен на рис. 2. Интеграл в (10) можно взять аналитически и представить в виде комбинации полных эллиптических интегралов I и II рода, которые хотя и не являются элементарными функциями в общепринятом смысле, весьма хорошо изучены:

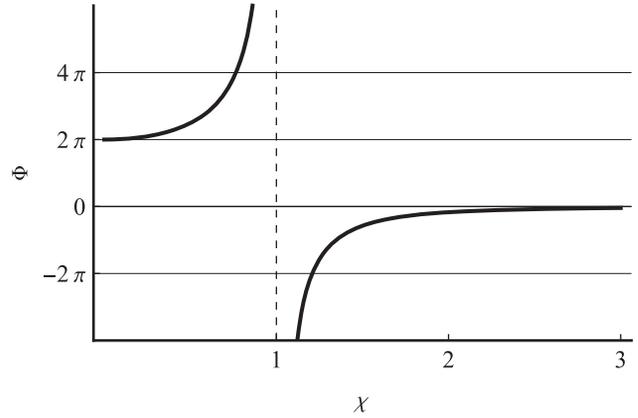


Рис. 2. График функции $\Phi(\chi)$.

$$\Phi(\chi) = 2\text{sign}(1 - \chi) \left(\frac{1}{1 - \chi} K\left(\frac{-4\chi}{(1 - \chi)^2}\right) + \frac{1}{1 + \chi} E\left(\frac{-4\chi}{(1 - \chi)^2}\right) \right).$$

Знание асимптотического поведения эллиптических интегралов позволяет выделить особенность функции $\Phi(\chi)$ при $\chi \rightarrow 1$:

$$\Phi(\chi) = \Phi_{\text{sing}}(\chi) + \tilde{\Phi}(\chi) =$$

$$= \frac{2}{1 - \chi} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{8}{1 - \chi}\right)^2 + \tilde{\Phi}(\chi),$$

где $\tilde{\Phi}(\chi)$ — гладкая ограниченная функция.

Таким образом, подынтегральное выражение в (11) является неограниченным и неинтегрируемым в обычном смысле. Сам интеграл, таким образом, является сингулярным и должен пониматься в смысле главного значения по Коши. Это определяет требования к численному методу решения уравнения. Использовать традиционную схему типа метода коллокаций с вычислением интегралов по какой-либо из известных квадратурных формул (КФ прямоугольников, трапеций, Симпсона и т.д.) в данном случае нельзя, поскольку в зависимости от положения точки коллокации и узлов КФ можно получить любое значение интеграла.

Следует отметить, что похожее по структуре уравнение с аналогичными сложностями при численном решении возникают, к примеру, при решении граничных интегральных уравнений в вихревых методах вычислительной гидродинамики [31]. Наилучшим образом для подобных целей зарекомендовал себя метод Галеркина. Методические расчеты показывают, что представление решения наиболее простым способом — в виде кусочно-постоянного

распределения — эффективно, но лишь в случае существенно неравномерной дискретизации отрезка интегрирования; при равномерной же дискретизации (не представляющей в рассматриваемой здесь задаче никакой сложности и являющейся здесь самой естественной) метод Галеркина не имеет существенных преимуществ перед схемой коллокаций (при «удачном» выборе положения точек коллокаций и КФ). Существенно более полезной оказывается схема Галеркина с кусочно-линейным, причем разрывным, представлением решения [32].

При дискретизации уравнения (11) отрезок интегрирования разбивался на N равных частей — панелей, решение на каждой панели представлялось в виде комбинации постоянной составляющей и линейной функции с нулевым средним значением, а коэффициенты такого разложения определялись из условия ортогональности невязки на панелях тем же функциям, выступающим, таким образом, в качестве проекционных. Особого внимания требует вычисление коэффициентов, соответствующих совпадающим или соседним влияющей и контрольной панелям: если представить матрицу в виде блочной с блоками размером 2×2 , то данные коэффициенты образуют три диагонали. Именно для них требуется вычислять сингулярные интегралы; при этом от переменных (r, R) целесообразно перейти к переменным (r, χ) , где $\chi = r/R$, что упрощает процедуру выделения особенности. Отметим, что сама вычислительная процедура для рассматриваемого здесь уравнения требует весьма аккуратной и одновременно эффективной реализации, поскольку ни интеграл по χ , ни интеграл по r аналитически взять не удастся, все интегралы необходимо вычислять численно. Для численного определения главных значений сингулярных интегралов были использованы КФ типа метода дискретных вихрей [33].

Отмеченная особенность функции Φ потребовала также применения специального приема для регуляризации уравнения вблизи внешней границы отрезка интегрирования, а также обеспечения следующей из физического смысла задачи непрерывности решения.

Для исключения неинтегрируемых особенностей при вычислении коэффициентов матрицы, соответствующих правому краю отрезка (при $r \rightarrow 1$), принималось, что решение из области $[r_{\min}, 1]$ продолжается еще на длину 1–2 панелей вправо путем его экстраполяции с крайней правой панели. Такая процедура не вносит существенной погрешности и вполне корректна, обеспечивая при этом исключение сингулярности при вычислении всех коэффи-

циентов матрицы СЛАУ $Ax = f$, представляющей собой дискретный аналог интегрального уравнения.

Получающееся в итоге решение построенной таким образом системы, хотя и обеспечивает наименьшую невязку в пространстве кусочно-линейных функций, но терпит разрывы между панелями, особенно вблизи границ отрезка интегрирования. Чтобы подавить разрывы численного решения, решение исходной задачи можно заменить процедурой минимизации функционала

$$\Psi = \|Ax - f\|^2 + \gamma \sum_i |\Delta B_i|^2 \rightarrow \min,$$

где ΔB_i — скачок решения между соседними панелями, что в свою очередь эквивалентно решению линейной системы вида

$$(A^T A + \gamma R)x = A^T f,$$

в которой матрица R , умножаемая на параметр регуляризации γ , имеет простую блочно-трехдиагональную структуру.

Отметим, что описанная процедура позволяет получить численное решение более высокого качества по сравнению, к примеру, с процедурой типа метода конечных элементов, когда решение сразу разыскивается в виде кусочно-линейного непрерывного распределения.

5. СТРУКТУРА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассмотрим решение уравнения (11) для различных соотношений между внутренним и внешним радиусом. Так, вполне типичным является соотношение, составляющее величину порядка 10^2 . По этой причине мы рассмотрели два характерных случая (рис. 3 и 4), для которых были построены решения задач.

Коэффициент α в уравнении (11) может принимать различные величины в зависимости от характеристик аккреционного диска, при этом $\alpha \gg 1$. Нами были рассмотрены случаи $\alpha \sim 10^{2, \dots, 3}$. Хотя в реальности данный коэффициент может существенно превышать эту величину (достигая для отдельных аккреционных дисков в окрестностях сверхмассивных черных дыр, обсуждавшихся выше, значений вплоть до 10^{14}), принципиальный характер поведения магнитного поля можно понять уже в данном случае. В то же время рассмотрение больших α оказывается затруднительным с вычислительной точки зрения.

На рис. 3 показано $B(r)$ при соотношении между внутренним и внешним радиусами диска $R_{\min}/R_{\max} = 0.02$. Можно отметить, что пиковое значение маг-

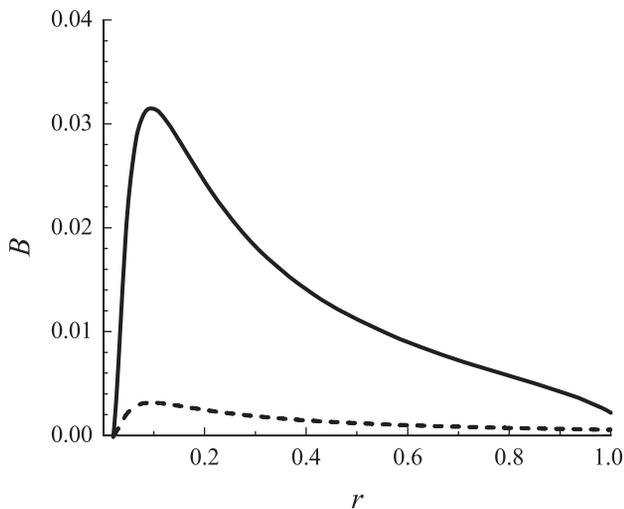


Рис. 3. Магнитное поле для $R_{\min}/R_{\max}=0.02$. Сплошная линия соответствует $\alpha = 10^2$, штриховая — $\alpha = 10^3$.

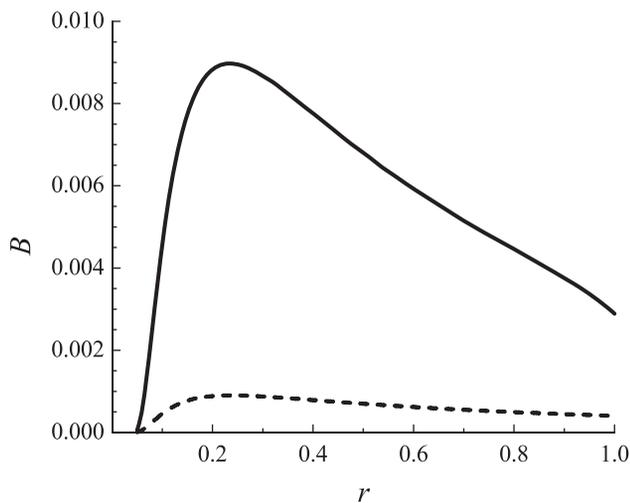


Рис. 4. Магнитное поле для $R_{\min}/R_{\max}=0.05$. Сплошная линия соответствует $\alpha = 10^2$, штриховая — $\alpha = 10^3$.

нитного поля достигается достаточно близко к внутренней границе, после чего оно сравнительно быстро убывает по закону, близкому к степенному. При этом величина максимального значения магнитного поля с большой точностью обратно пропорциональна величине коэффициента α . Данный коэффициент описывает подавление магнитного поля в соответствии с правилом Ленца, поэтому логично, что его увеличение приводит к уменьшению поля. Нельзя не заметить, что около внутренней границы поле, вопреки качественным оценкам, сделанным ранее, довольно мало. Это может быть связано с ролью множителя $Q(r)$, принимающего в этой области небольшие значения.

Рис. 4 иллюстрирует случай диска с достаточно большим внутренним радиусом, когда $R_{\min}/R_{\max} =$

$= 0.05$. Достаточно интересно, что в таком случае пиковое значение магнитного поля оказывается меньше, но при этом его убывание происходит медленнее. Видно, что поле «размазывается» по плоскости аккреционного диска, и достигает гораздо больших значений на внешней границе (в предыдущем случае можно считать его пренебрежимо малым).

Данный результат кажется по-своему парадоксальным, поскольку процессы, происходящие на внутренней границе аккреционного диска, на деле оказывают намного более существенное влияние на поле во внешних областях, чем можно было бы ожидать.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе был рассмотрен один из возможных механизмов возникновения магнитного поля в аккреционных дисках, окружающих массивные компактные астрофизические объекты, связанный с так называемой батареей Бирмана. Он описывает круговые токи, порожденные различным движением протонов и электронов, их взаимодействием с окружающей их средой в диске. Подобные токи порождают магнитные поля, ориентированные перпендикулярно к плоскости диска, которые могут в дальнейшем играть важную роль в его эволюции. Сделаны базовые оценки, которые показали, что создаваемые магнитные поля будут вполне сопоставимы с полем равномерного распределения. Кроме того, с использованием моделей для среды в аккреционных дисках построено интегральное уравнение, решение которого позволяет получить не только качественные оценки, но и описать детальную структуру поля. Представлены результаты для некоторых типичных значений параметров. Можно отметить, что внутренняя граница оказывает достаточно существенное влияние на характеристики магнитного поля во внешней части диска. Хотя это представляется и парадоксальным, подобные закономерности ранее были замечены при изучении действия динамо в аккреционном диске [13].

Отметим, что в настоящей работе мы описали лишь один из возможных механизмов, способствующих появлению магнитного поля в аккреционном диске. Вполне возможно, что он действует совместно с рядом других, таких как магниторотационная неустойчивость (связанная с распространением поля во внешние области диска при наличии градиента угловой скорости) [34, 35, 36], механизм динамо (основанный на одновременном присутствии дифференциального вращения и зеркальной асимметрии

альфа-аффекта) [7, 8, 13], а также перенос магнитного поля вместе с потоками среды [4]. Нельзя исключить, что реализуется сценарий, который часто рассматривается в галактиках, когда поля, созданные посредством батареи Бирмана, усиливаются с помощью действия крупномасштабного динамо [15, 16]. Так, привлечение других механизмов усиления и генерации поля оказывается желательным для того, чтобы создать поле, лежащее в плоскости диска: рассмотренный нами батарейный механизм позволяет сгенерировать лишь вертикальное магнитное поле, в то время как логично предполагать также существование значительного азимутального компонента.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа Е. А. Михайлова выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-72-30028).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *N. I. Shakura and R. A. Sunyaev*, *Astron. and Astrophys.* **337**, 24 (1973).
2. *R. Tylenda*, *Acta Astronautica* **31**, 127 (1981).
3. *B.T. Gänsicke, T.R. Marsh, J. Southworth, and A. Rebassa-Mansergas*, *Science* **314** (5807), 1908 (2006).
4. *S.H. Lubow, J.C.B. Papaloizou, and J.E. Pringle*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **267**(2), 235 (1994).
5. *S. Okuzumi, T. Takeuchi, and T. Muto*, **785**(2), id. 127 (2014).
6. *U. Torkelsson and A. Brandenburg*, *Astron. and Astrophys.* **283**, 677 (1994).
7. *G. Rüdiger, D. Elstner, and T. F. Stepinski*, *Astron. and Astrophys.* **298**, 934 (1995).
8. *M. Reyes-Ruiz and T. F. Stepinski*, *Astron. and Astrophys.* **342**, 892 (1999).
9. *С. А. Молчанов, А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов*, *Успехи физ. наук* **145**(4), 593 (1985).
10. *Я. Б. Зельдович, А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов*, *Магнитные поля в астрофизике* (Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ин-т компьютерных исследований, 2006).
11. *Д. Д. Соколов*, *Успехи физ. наук* **185**(6), 643 (2015).
12. *D. Moss, D. Sokoloff, and V. Suleimanov*, *Astron. and Astrophys.* **588**, id. A18 (2016).
13. *D. Boneva, E. Mikhailov, M. Pashentseva, D. Sokoloff*, *Astron. and Astrophys.* **652**, id. A38 (2021).
14. *L. Biermann and A. Schlüter*, *Phys. Rev.* **82**(6), 863 (1951).
15. *Е.А. Михайлов, Р.Р. Андреасян*, *Астрон. журн.* **98**, 795 (2021).
16. *Е.А. Mikhailov and R.R. Andreatyan*, *Open Astronomy* **30**(1), 127 (2021).
17. *R.R. Andreatyan, I.K. Marchevsky, V.E. Martynova, and E.A. Mikhailov*, *Comm. Byurakan Astrophys. Observ.* **69**, 274 (2022).
18. *E. Kravchenko, M. Giroletti, K. Hada, D.L. Meier, M. Nakamura, J. Park, and R.C. Walker*, *Astron. and Astrophys.* **637**, id. L6 (2020).
19. *R.D. Blandford and R.L. Znajek*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **179**, 433 (1977).
20. *I.W. Roxburgh*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **132**, 201 (1966).
21. *R.E. Pudritz and J. Silk*, **342**, 650 (1989).
22. *R.M. Kulsrud, R. Cen, J.P. Ostriker, and D. Ryu*, **480**, 481 (1997).
23. *N.Y. Gnedin, A. Ferrara, and E.G. Zweibel*, **539**, 505 (2000).
24. *H. Lesch, A. Crusius, R. Schlickeiser, and R. Wielebinsky*, *Astron. and Astrophys.* **217**, 99 (1989).
25. *T. Arshakian, R. Beck, M. Krause, and D. Sokoloff*, *Astron. and Astrophys.* **494**, 21 (2009).
26. *A. King*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc. Letters* **456**(1), L109 (2016).
27. *В. Ф. Сулейманов, Г. В. Липунова, Н. И. Шакура*, *Астрон. журн.* **84**, 612 (2007).
28. *И.Е. Тамм*, *Основы теории электричества* (М.: Физматлит, 2003.)
29. *Г. Альвен, К.-Г. Фельтхаммар*, *Космическая электродинамика* (М.: Мир, 1967).
30. *Р.Р. Андреасян*, *Астрофизика* **39**(1), 111 (1996).
31. *К.С. Кузьмина, И.К. Марчевский*, *Прикладная математика и механика* **83**(3), 495 (2019).
32. *И.К. Марчевский, К.С. Сокол, Ю.А. Измайлова*, *Вестник МГТУ. Сер. Естественные науки* **6**, 33 (2022).
33. *И.К. Лифанов*, *Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент* (М.: ТОО Янус, 1995).
34. *Е.П. Велихов*, *ЖЭТФ* **36**, 1399 (1959).
35. *A. Brandenburg and K.J. Donner*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **288**, L29 (1997).
36. *N. Shakura, K. Postnov, D. Kolesnikov, and G. Lipunova*, *Physics Uspekhi* **66**(12), 1262 (2023), arXiv:2210.15337 [astro-ph.HE].

THE ROLE OF BIERMANN BATTERY MECHANISM IN APPEARANCE OF MAGNETIC FIELDS IN ACCRETION DISCS

R. R. Andreyan^a, I. K. Marchevsky^b, E. A. Mikhailov^{c,d}

^a*Ambartsumian Byurakan Astrophysical Observatory of NAS RA, Byurakan, Armenia*

^b*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

^c*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

^d*Lebedev Physical Institute of RAS, Moscow, Russia*

At present, there is little doubt that accretion discs surrounding compact astrophysical objects such as black holes, white dwarfs and neutron stars may have magnetic field structures. Thus, they explain the transfer of angular momentum between different parts of the disc and some other processes. There are various ways to explain the occurrence of these magnetic fields. In this paper we study the possibility of generation of magnetic fields due to the Biermann battery mechanism. It is associated with radial flows of protons and electrons. Due to their different masses, they interact differently with the rotating medium, producing circular currents that generate magnetic fields. Previously, a similar process was studied for galactic discs and it was shown that the battery mechanism can generate initial magnetic fields in such objects. Here we discuss the action of the Biermann battery for accretion disks. This requires solving an integral equation of the second kind, which arises if we take into account the self-interaction of the magnetic field. It is shown that corresponding fields are quite significant and can play an important role in the evolution of magnetic fields in discs.

Keywords: accretion disc, Biermann battery, magnetic field